

Analiza Algoritmilor

Tema 1

18 noiembrie 2012

1 Problema 1 - 1p

Ce puteti spune despre decidabilitatea problemei urmatoare: "Se dau doua programe P si Q care primesc la intrare un numar natural si afiseaza la stdout un sir de caractere (pot afisa si la stderr). Atat sirurile de caractere afisate de P cat si cele afisate de Q sunt definite pe acelasi alfabet. Apelând separat programul P pe o secventa de intrari si programul Q pe o secventa de intrari (secventele pot fi diferite) ,putem obtine acelasi output? (comparatia se face separat pentru stdout si stderr)".

2 Problema 2 - 1p

a)Daca A si B sunt doua multimi recursive, demonstrati sa si $A \cup B$ si $A \cap B$ sunt recursive.

b)Daca A si B sunt doua multimi recursiv-numarabile, demonstrati sa si $A \cup B$ si $A \cap B$ sunt recursiv-numarabile.

3 Problema 3 - 1p

Stabiliti relatii de ordine in functie de clasele de complexitate corespunzatoare urmatorilor algoritmi:

a) $A = \theta(n)$, $B = \sqrt{n}$, $C = n^{1.5}$, $D = n^2$, $E = n \log n$, $F = n \log \log n$,
 $G = n \log n^2$, $H = n \log n^2$, $I = \frac{5}{n}$, $J = 25$, $K = n^2 \log n$, $L = n^3$;

b) $A = \log n^{\log n}$, $B = \frac{n}{\log n}$, $C = 2^{\sqrt{\log n}}$, $D = \sqrt{n}$

4 Problema 4 - 1p

Pentru recurentele urmatoare sa se calculeze complexitatea printr-o metoda la alegere si sa se demonstreze prin metoda substitutiei.

a) $T(n) = 3 T(n-1) + n$

b) $T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 5$

5 Problema 5 - 1p

Rezolvati recurenta $T(n) = \sqrt{n} * T(\sqrt{n}) + n * \log n$ prin doua metode, la alegere.

6 Problema 6 - 1p

Aflati limita asimptotica superioara, cat mai stransa, pentru urmatoarele functii:

a) $f(n) = \log n^4 + n^2$

b) $g(n) = 1 + \frac{n}{1!} + \frac{n^2}{2!} + \dots + \frac{n^n}{n!}$

c) $h(n) = 1 + \frac{n}{1 - \frac{n}{n+2 - \frac{n}{n+3 - \frac{n}{n+4 - \dots}}}}$, ultimul termen este $n + n - \frac{n^2}{n+n+1}$

d) $j(n) = \frac{1}{n} + \frac{1}{2n^2} + \frac{1}{3n^3} + \dots + \frac{1}{\frac{n}{2} n^{\frac{n}{2}}}$

e) $k(n) = n + \frac{n^3}{3!} + \frac{n^5}{5!} + \dots + \frac{n^{2n+1}}{(2n+1)!}$

7 Problema 7 - 1p

Pentru fiecare afirmatie de mai jos, scrieti valoarea de adevar (mereu adevarat, uneori adevarat, mereu fals) impreuna cu o scurta justificare sau demonstratia completa.

a) Daca $g = O(f)$ si $h = O(f)$ atunci $g = O(h)$

b) Daca $f(n) = \Omega(2^n)$ si $g(n) = O(n)$ atunci $f(n) = \Omega(2^{g(n)})$

c) Daca $f(n) = \Omega(n^5)$ si $g(n) = O(\sqrt{n})$ atunci $f(g(n)) = \omega(n^2)$

d) Daca $f(n) = O(g(n))$ si $f(n) \neq o(g(n))$ atunci $f(n) = \Theta(g(n))$

e) Daca $f(n)g(n) = \Omega(h(n)^2)$ atunci $h(n) = O(f(n) + g(n))$

8 Problema 8 - 1p

Se da urmatoarea problema:

O biblioteca are asignat pentru fiecare carte un numar care reprezinta de cate ori a fost imprumutata (numarul este diferit pentru fiecare carte). Cartile se afla intr-o ordine aleatoare. Biblioteca doreste sa extraga cartea care se situeaza pe pozitia k in top-ul celor mai imprumutate carti.

a) Scrieti un algoritm nerecursiv, cat mai eficient, care rezolva aceasta problema si determinati complexitatea sa.

b) Scrieti un algoritm recursiv, cat mai eficient, care rezolva aceasta problema si determinati complexitatea sa.

9 Problema 9 - 1p

Se da urmatoarea problema:

Shaggy vrea sa-i demonstreze lui Scooby Doo ca el este un prieten foarte bun, si pentru a face acest lucru se hotaraste sa-i cumpere cadouri, timp de n luni. Pentru ca interesul lui Scooby sa nu scada, el considera ca fiecare cadou va fi urmat de un cadou superior din punct de vedere al pretului. Singura problema este ca Shaggy nu are decat un catalog cu oferte lunare de cadouri, avand preturile $P[1], P[2], \dots, P[n]$. In plus, in luna i , Shaggy nu poate cumpara decat obiectul cu pretul $P[i]$. Ajutati-l pe Shaggy sa cumpere cat mai multe cadouri.

- Scrieti un algoritm cat mai eficient care rezolva aceasta problema
- Calculati complexitatea algoritmului propus in cazurile cel mai defavorabil si cel mai favorabil

10 Problema 10 - 1p

Scrieti un program C care sa implementeze algoritmul propus pentru problema precedenta. Programul va primi doua argumente: numele fisierului de intrare si numele fisierului de iesire. Fisierul de intrare va contine pe prima linie numarul intreg n , iar pe urmatoarele n linii preturile celor n produse. Un exemplu de fisier de intrare este:

```
5
2
4
1
5
3
```

Fisierul de iesire va contine doar o linie cu identificatorii cadourilor alese. In cazul in care problema are mai multe solutii, este suficient sa gasiti una.

```
1 2 4
```

Codul se va scrie in `cadouri.c`. Construiti un fisier `Makefile` care compileaza programul in executabilul `cadouri`. Verificati inainte de a trimite tema daca urmatoarea secventa functioneaza corect:

```
./cadouri date.in date.out
```

Pentru testarea automata se va folosi un script asemanator.