

Lucrarea de laborator nr. 09-10: Semantica formulelor în calculul predicatelor.

Objective: Studentul va obține deprinderea să opereze cu în

Fiecare rezolvă câte un subiect din fiecare problemă conform următoarei reguli: Fie numărul de ordine al studentului este Nst , numărul de subiecte din problema i este Nri , atunci studentul rezolvă subiectul cu numărul: $[Nst/Nri]+1$, unde $[k/p]$ reprezintă restul de la împărțirea lui k cu p , împărțirea se consideră în numere întregi, adică, fie $Nst=54$, $Nri=23$, atunci $[Nst/Nri]+1=8+1=9$.

1. Considerăm că domeniul de interpretare D este mulțimea numerelor naturale, și avem definite două predicate pe D astfel: $S(x, y, z) = True$ iff $x + y = z$, și $P(x, y, z) = True$ iff $x \cdot y = z$. Deci avem o interpretare $\mathfrak{M} = (D; S, P)$. Scrieți o formulă de o variabilă liberă x care să fie adevărată dacă și numai dacă:

1. $x = 0$.
2. $x = 1$.
3. $x = 2$.
4. $x = 3$.
5. $x = 4$.
6. $x = 5$.
7. $x = 6$.
8. x este par.
9. x este impar.
10. x este prim.
11. x este divizibil cu 3.
12. x este divizibil cu 4.
13. x este divizibil cu 5.
14. x este divizibil cu 6.
15. $x \geq 1$.
16. $x \geq 2$.
17. $x \geq 3$.
18. $x \geq 4$.
19. $x \geq 5$.

20. $x \geq 6$.
21. $x \leq 1$.
22. $x \leq 2$.
23. $x \leq 3$.
24. $x \leq 4$.
25. $x \leq 5$.
26. $x \leq 6$.
27. $x \neq 1$.
28. $x \neq 2$.
29. $x \neq 3$.
30. $x \neq 4$.
31. $x \neq 5$.
32. $x \neq 6$.

2. Considerăm că domeniul de interpretare D este mulțimea numerelor naturale, și avem definite două predicate pe D astfel: $S(x, y, z) = \text{True}$ iff $x + y = z$, și $P(x, y, z) = \text{True}$ iff $x \cdot y = z$. Deci avem o interpretare $\mathfrak{M} = (D; S, P)$. Scrieți o formulă de 2 variabile libere x, y care să fie adevărată dacă și numai dacă:

1. $x = y$.
2. $x \leq y$.
3. $x < y$.
4. x divide pe y .
5. x și y sunt reciproc prime.
6. $x > y$.
7. $x \geq y$.
8. x este multiplul lui y .
9. x și y au cel mult un divizor comun.

3. Considerăm că domeniul de interpretare D este mulțimea numerelor naturale, și avem definite două predicate pe D astfel: $S(x, y, z) = \text{True}$ iff $x + y = z$, și $P(x, y, z) = \text{True}$ iff $x \cdot y = z$. Deci avem o interpretare $\mathfrak{M} = (D; S, P)$. Scrieți o afirmație care să exprime faptul că:

1. adunarea este comutativă.
2. adunarea este asociativă.
3. înmulțirea este comutativă.
4. înmulțirea este asociativă.
5. înmulțirea este distributivă în raport cu adunarea.
6. adunarea este distributivă în raport cu înmulțirea.
7. mulțimea numerelor prime este infinită.
8. orice număr poate fi reprezentat ca sumă a două patrate.

Sunt oare adevărate aceste afirmații?

4. Construiți/descrieți universul Herbrand, baza Herbrand și 3 interpretări Herbrand pentru următoarele alfabetice:

1. $\{P(x, y), Q(x), a, b\}, \{P(x, y, z), Q, f(x)\}$
2. $\{R(x), S(x, y, z), a, c\}, \{P(x, y), Q(x), g(x)\}$
3. $\{P, Q, R, f(x), a, b\}, \{P(x, g(x, y))\}$

Dați exemple de elemente ce aparțin și ce nu aparțin universului, bazei și interpretării Herbrand respective.

5. Scrieți un program care să genereze universul și baza Herbrand (dacă sunt finite) din problema 4, sau să prezinte 20 de elemente din fiecare cu mențiunea că mulțimea respectivă este infinită.