

Fractali

Coordonator: Prof. Dojcsar Marilena

Elev: Toterman Andrei
Clasa: a XII-a A

Cuprins

1. Resurse Utilizate	3
2. HTML, CSS și JavaScript	4
2.1 HTML	4
2.2 CSS	6
2.3 JavaScript	7
3. Structura HTML a site-ului	8
3.1 Acasă	8
3.2 Istorie	9
3.3 Exemple	9
3.4 Model Interactiv	9
3.5 Galerie	10
4. Codul CSS	11
5. Codul JavaScript	13
5.1 Bara de navigare	13
5.2 Modelul interactiv	13
6. Concluzii	16
7. Anexă	17
7.1 index.html	17
7.2 istorie.html	19
7.3 exemple.html	21
7.4 model.html	24
7.5 galerie.html	25
7.6 nav.js	26
7.7 sketch.js	26
7.8 style.css	28
8. Bibliografie	31

1. Resurse Utilizate

În scopul realizării acestui site, au fost folosite următoarele resurse:

- Brackets: editorul prin care a fost scris codul sursă;



- Opera și Edge: două browsere folosite pentru vizualizarea și testarea site-ului



- p5.js: o bibliotecă de funcții JavaScript dedicată graficii



- Adobe Illustrator: un software de grafică vectorială folosit pentru realizarea logo-ului site-ului



- Wikipedia și DuckDuckGo: site-uri utilizate pentru obținerea de informații și imagini



2. HTML, CSS și JavaScript

2.1 HTML

HTML (HyperText Markup Language) este un limbaj utilizat pentru crearea paginilor web ce pot fi afișate într-un browser.

HTML este folosit pentru prezentarea unui conținut (text, imagine) într-o pagină web, furnizează mijloacele prin care conținutul unui document poate fi structurat și adnotat cu diverse tipuri de metadate și indicații de redare și afișare. Aceste indicații pot varia de la decorațiuni minore ale textului, cum ar fi culoarea sau sublinierea unui cuvânt ori introducerea unei imagini, până la adăugarea de elemente sofisticate, tabele, hărți, formulare și cod CSS sau scripturi JavaScript.

Metadatele pot include informații despre titlul și autorul documentului, informații structurale despre cum este împărțit documentul în diferite segmente, paragrafe, liste, titluri etc. și informații esențiale care permit ca documentul să poată fi legat de alte documente pentru a forma astfel hiperlink-uri.

Există și editoare grafice, de tip WYSIWYG (What You See Is What You Get - "ceea ce vezi este ceea ce obții"), cum ar fi Macromedia Dreamweaver, Adobe GoLive sau Microsoft FrontPage, care permit ca paginile web să fie tratate asemănător cu documentele Word și generează ele cod HTML pentru conținutul paginii, dar aceste programe generează un cod HTML care este de multe ori prea încărcat și de proastă calitate.

HTML este de asemenea utilizat în e-mail. Majoritatea aplicațiilor de e-mail folosesc un editor HTML încorporat pentru compunerea e-mail-urilor și un motor de prezentare a e-mail-urilor de acest tip.

Tot ce ne trebuie pentru a da naștere unui site este un browser și un program de editare de text cât de simplu.

Orice document HTML începe cu notația `<html>` și se termină cu notația `</html>`. Aceste "scrieri" se numesc în literatura de specialitate "Tag-uri". Prin convenție, toate informațiile HTML încep cu o paranteză unghiulară deschisă "`<`" și se termină cu o paranteză unghiulară închisă "`>`".

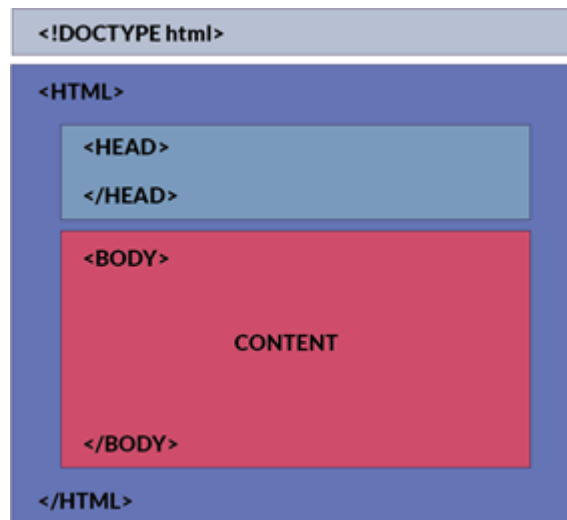
Tag-urile între aceste paranteze transmit comenzi către browser pentru a afișa pagina într-un anumit mod. Unele blocuri prezintă delimitator de sfârșit de bloc, în timp ce pentru alte blocuri acest delimitator este opțional sau chiar interzis.

Între cele două marcaje `<html>` și `</html>` vom introduce două secțiuni:

- secțiunea de antet `<head>...</head>`
- corpul documentului `<body>...</body>`. Blocul `<body>...</body>` cuprinde conținutul propriu-zis al paginii HTML, adică ceea ce va fi afișat în fereastra browser-ului;

Fractali

Acest grafic prezintă foarte bine structura unui cod în HTML.



Instrucțiunile acestea sunt cele de bază și singurele absolut necesare pentru a afișa ceva pe o pagină web.

Codul se poate complica foarte mult, în funcție de complexitatea site-ului pe care dorim să îl facem. Dar ca noțiuni introductive sunt suficiente. În continuare este prezentat un exemplu simplu de pagină web care conține doar un bloc de text și o imagine.

```
1 <html>
2   <head>
3     <title>Exemplu</title>
4   </head>
5   <body>
6     <p>Acesta este doar un exemplu</p>
7     
8   </body>
9 </html>
```

Acesta este doar un exemplu



2.2 CSS

CSS, prescurtarea de la Cascading Style Sheets, sunt etichete folosite pentru formatarea paginilor web (de exemplu formatare text, fundal sau aranjare în pagină, etc).

Beneficiile utilizării CSS-ului sunt:

- formatarea este introdusă într-un singur loc pentru tot documentul
- editarea rapidă a etichetelor
- datorită introducerii într-un singur loc a etichetelor se obține o micșorare a codului paginii, implicit încărcarea mai rapidă a acesteia

Sintaxa CSS este structurată pe trei nivele:

- nivelul 1 fiind proprietățile etichetelor din documentul HTML, tip inline
- nivelul 2 este informația introdusă în blocul head, tip embedded
- nivelul 3 este reprezentat de comenzile aflate în pagini separate, tip externe

Cea mai mare importanță (suprascrisă orice alt parametru) o are sintaxa de nivelul 1 iar cea mai mică importanță o are cea de nivelul 3.

Partea de CSS conține multe comenzi ce pot fi aplicate pozelor, textului, culorilor și așa mai departe. Putem așeza totul așa cum vrem în pagină și ajută foarte mult la aspectul acesteia.

CSS-ul are o largă gamă de comenzi care includ comenzi pentru stil, comenzi pentru text, comenzi pentru așezare în pagină, pentru poze, și multe altele. Important este pe ce dorim să lucrăm și ce dorim să aranjăm în pagină și să căutăm informația necesară și modul în care se vor pune în linia de cod. Ele sunt comenzi simple prin care totul se transpune foarte ușor în program.

2.3 JavaScript

JavaScript (JS) este un limbaj de programare orientat obiect bazat pe conceptul prototipurilor. Este folosit mai ales pentru introducerea unor funcționalități în paginile web, codul JavaScript din aceste pagini fiind rulat de către browser. Limbajul este binecunoscut pentru folosirea sa în construirea siturilor web, dar este folosit și pentru accesul la embedded objects în alte aplicații.

Cea mai des întâlnită utilizare a JavaScript este în scriptarea paginilor web. Programatorii web pot îngloba în paginile HTML script-uri pentru diverse activități cum ar fi verificarea datelor introduse de utilizatori sau crearea de meniuri și alte efecte animate.

P5.js este un cadru de programare bazat pe JavaScript care ușurează dezvoltarea de cod pentru a crea elemente grafice, animate și interactive.

Orice cod scris în p5 trebuie să conțină funcțiile `setup()` și `draw()`, prima inițiind fereastra în care se vor afișa rezultatele codului, iar a doua rulând codul efectiv dedicat proiectului la care lucrați, astfel desenând pe fereastră imaginea respectivă de 60 de ori pe secundă.

3. Structura HTML a site-ului

Site-ul conține 5 pagini: Acasă, Istorie, Exemple, Model Interactiv și Galerie. Acesta se deschide implicit cu pagina “Acasă”.

Fiecare pagină conține un “header”, care conține logo-ul site-ului, un meniu de navigare care permite accesul la celelalte pagini, iar dedesubtul acestuia se află conținutul principal al paginii respective. De asemenea, fiecare pagină conține în interiorul tag-urilor <head> tag-uri care definesc tipul de caractere folosite în document, titlul fiecărei pagini, o legătură către fișierul CSS al site-ului și una către un fișier JavaScript care oferă funcționalitate barei de navigare și un tag care dă paginilor o pictogramă lângă titlu.

```
<head>
  <meta charset="utf-8">
  <title>Fractali - Acasă</title>
  <script type="text/javascript" src="nav.js"></script>
  <link rel="stylesheet" href="style.css">
  <link rel="shortcut icon" type="image/x-icon" href="res/icon.ico" />
</head>
```

```

<nav>
  <a href="index.html" id="current">Acasă</a>
  <a href="istorie.html">Istorie</a>
  <a href="exemple.html">Exemple</a>
  <a href="model.html">Model interactiv</a>
  <a href="galerie.html">Galerie</a>
</nav>
```

Tema abordată de site este conceptul de fractali.

3.1 Acasă

Pagina Acasă conține o descriere generală a fractalilor și explică pe scurt în ce constau.

Informațiile sunt împărțite pe paragrafe, definite cu ajutorul tag-urilor <p>.

```
<p>
  În matematică, un fractal este un obiect abstract folosit pentru a descrie și a simula obiecte
  care apar în mod natural. Fractalele create artificial au de obicei modele similare la scări
  din ce în ce mai mici. Dacă replicarea este exact aceeași la fiecare scară, se numește un
  model similar. Un exemplu în acest sens este buretele Menger. Fractalii pot fi, de asemenea,
  aproape la fel la diferite niveluri. Acest din urmă model este ilustrat în măriri mici ale
  setului Mandelbrot. Fractalii includ, de asemenea, ideea unui model detaliat care se repetă.
</p>
```

Codul pentru această pagină se află în fișierul index.html.

3.2 Istorie

Această pagină prezintă informații despre istoria fractalilor, modul în care au fost observați și descriși. De asemenea, aceste informații sunt structurate pe paragrafe, cu ajutorul tag-ului <p>.

Pe lângă informații sub formă de text, sunt prezentate și câteva poze cu niște personalități semnificative în istoria fractalilor, având ca subtitlu numele acestora. Aceste imagini sunt împărțite în containere <div> care fac parte din clasa "captions", pentru a le fi aplicat niște cod CSS mai târziu. În interiorul acestora se afla tag-uri <figure>, care conțin imagini specifice definite cu tag-uri , subtitlurile fiind definite cu tag-uri <figcaption>.

```
<div class="captions">
  <figure>
    
    <figcaption>Felix Klein</figcaption>
  </figure>
  <figure>
    
    <figcaption>Pierre Fatou</figcaption>
  </figure>
  <figure>
    
    <figcaption>Gaston Julia</figcaption>
  </figure>
</div>
```

Sursa acestei pagini se afla în fișierul istorie.html.

3.3 Exemple

Pagina Exemple este similară din punct de vedere al structurii cu pagina Istorie, descrisă mai sus, singura diferență constând în informațiile prezentate. Codul ei sursă se află în fișierul exemple.html.

3.4 Model Interactiv

În tag-urile care definesc conținutul principal al acestei pagini nu se află nimic, deoarece conținutul va fi adăugat cu ajutorul unui cod JavaScript. Dar, spre deosebire de celelalte pagini, tag-ul <main> are adăugat atributul "id=main", care îi conferă un identificator unic, folosit pentru aplicarea unui cod CSS specific, cât și pentru a fi utilizat în codul JavaScript.

De asemenea, în secțiunea <head> se mai află 3 linii de cod care fac legătura la fișierul JavaScript specific conținutului paginii, cât și la bibliotecile p5. Codul sursă

Fractali

se află în fișierul model.html, codul JavaScript se află în fișierul sketch.js, iar bibliotecile p5 se află în fișierele p5.min.js și p5.dom.min.js.

```
<script type="text/javascript" src="p5.min.js"></script>
<script type="text/javascript" src="p5.dom.min.js"></script>
<script type="text/javascript" src="sketch.js"></script>
```

3.5 Galerie

În pagina Galerie este prezentată o colecție de imagini cu diverse modele fractale, dispuse pe coloane. Datorită modului în care pagina trebuie să arate, codul ei sursă nu conține tag-uri <main>, ci conține un <div> principal pentru galeria în sine, care este împărțit în 5 alte containere pentru fiecare coloană în parte.

```
<div id="gallery">
  <div class="col">
    
    
    
    
    
  </div>
  <div class="col">
    
    
    
    
    
    
  </div>
```

Codul acestei pagini se află în galerie.html.

4. Codul CSS

Codul CSS are rolul de a da anumite proprietăți elementelor HTML care țin de aspectul paginii. Acesta poate fi găsit în fișierul style.css. În continuare vom împărți diverse secvențe de cod în funcție de elementele pe care le afectează.

Pentru a folosi un font personalizat în site, pentru a da textului dimensiunea și culoarea dorită și pentru a ajusta logo-ul site-ului, au fost folosite următoarele linii de CSS:

```
@font-face {
  font-family: "customfont";
  src: url("res/customfont.ttf") format("truetype");
}
body {
  margin: 0;
  background: #222;
  font-family: "customfont";
  font-size: 30;
  text-shadow: 0 0 10px #111;
}
#header{
  width: 35%;
  padding: 5% 32.5%;
  filter: drop-shadow( -2px -2px 4px #000 );
}
```

Pentru a da barei de navigare culoarea potrivită în funcție de pagină actuală și pentru ai aplica anumite efecte, sunt folosite următoarele secvențe:

```
nav {
  text-align: center;
  background: #222;
  box-shadow: 0 -10px 20px -10px #111 inset;
  border-bottom: 15px solid #444;
}
nav a#current {
  background: #444;
  color: #ccc;
  box-shadow: 0 -10px 20px -10px #111;
}
nav a {
  display: inline-block;
  text-decoration: none;
  padding: 0.5% 4.5%;
  color: #eee;
  transition: background 0.2s;
}
nav a:hover {
  background: #333;
  box-shadow: 0 -10px 20px -10px #111 inset;
}
#fixednav {
  position: fixed;
  top: 0;
  width: 100%;
}
```

Pentru a îi da secțiunii de conținut principal culorile, dimensiunea și atributele de text, dorite, se aplică:

```
main {
  background: #444;
  width: 70%;
  padding: 0 15%;
  color: #ccc;
  text-align: justify;
  text-indent: 50pt;
}
```

Fractali

Următoarele linii dau imaginilor cu subtitlu dimensiunea necesară și fac ca acestea să se alinieze corespunzător în raport cu alte elemente de acest fel:

```
.captions {
  text-align: center;
  text-indent: 0;
  margin-bottom: 60px;
}
.captions img {
  height: 100%;
  background: #222;
  padding: 10px;
  box-shadow: 0 0 10px #000 inset;
}
.captions figure {
  height: 29%;
  width: 25%;
  display: inline-block;
}
```

Galeria, precum și coloanele din aceasta și imaginile din interiorul coloanelor sunt aranjate corespunzător datorită acestui cod:

```
#gallery {
  display: flex;
  flex-wrap: wrap;
  background: #444;
  padding: 3% 0;
}
.col {
  max-width: 18.3vw;
  margin: 0 0.7vw;
}
.col img {
  width: 100%;
  background: #eee;
  padding: 0.5vw;
  margin-top: 10px;
  box-shadow: 0 0 15px #000;
}
```

Secțiunea care conține elementul afișat de codul JavaScript din sketch.js este afișată conform codului:

```
#main {
  text-align: center;
  text-indent: 0;
}
canvas {
  margin: 0 auto;
  margin-bottom: 1%;
  background: #222;
  padding: 10px;
  box-shadow: 0 -7px 20px -7px #000 inset;
}
[type=range] {
  width: 20%;
}
```

5. Codul JavaScript

5.1 Bara de navigare

Pe lângă bibliotecile p5, site-ul mai utilizează două fișiere .js, și anume nav.js și sketch.js.

Codul din nav.js are rolul de a fixa bara de navigare în susul paginii atunci când aceasta ar fi fost derulată odată cu conținutul în mod normal. Codul în sine e acesta:

```
window.onload = function () {  
  var nav = document.getElementsByTagName("nav")[0];  
  var pos = nav.offsetTop;  
  window.onscroll = function () {  
    if (window.pageYOffset >= pos) nav.setAttribute("id", "fixednav");  
    else nav.removeAttribute("id");  
  }  
}
```

Prin acest cod sunt definite două variabile: nav și pos. În variabila nav este stocat primul element HTML cu tag-ul <nav>, și anume bara de navigare a site-ului. În variabila pos se reține poziția acestui element față de partea de sus a paginii. Apoi este definită o funcție care este executată atunci când pagina este derulată. Această funcție verifică dacă pagina a fost derulată cu o valoare mai mare decât poziția barei de navigare. În caz afirmativ, acestui element i se adaugă un atribut id cu numele "fixednav", care indică faptul că acum elementul trebuie să rămână fixat în partea de sus a paginii prin aplicarea unui cod CSS specific acelui id. În caz negativ, acestui element i se șterge atributul id respectiv.

5.2 Modelul interactiv

Codul din sketch.js se folosește de funcții din p5 pentru a afișa un model de fractal care al cărui proprietăți pot fi modificate cu ajutorul unor slidere și a unui checkbox. Acest cod creează o "pânză" de lucru pe care va fi desenat fractalul, precum și elementele de control specificate. Fractalul generat cu acest cod este de tipul "Copacului lui Pitagora". El este format dintr-un "trunchi", din care pornesc două "crengi". Aceste crengi sunt apoi tratate și ele ca niște trunchiuri din care pornesc câte o pereche de crengi, cu lungimi și unghiuri care se modifică pentru a menține un raport egal cu lungimea și unghiul crengilor anterioare.

Fractali

La începutul codului sunt definite 5 variabile: `ang1` și `ang2`, care rețin unghiul pe care îl fac prima și a doua creangă cu trunchiul, `len1` și `len2`, care rețin lungimea acestor două crengi și o variabilă `third`, care va determina apariția unei a treia crengi, care va avea ca valori de lungime și unghi media aritmetică dintre lungimile și unghiurile celor două crengi inițiale.

În funcția `setup` este creată “pânză” pe care va fi desenat fractalul, de dimensiune 960x540 pixeli, alături de crearea unor slidere și a unui checkbox, reținute în variabilele `angle1`, `angle2`, `length1`, `length2` și `third`. Toate aceste elemente sunt apoi adăugate în elementul HTML cu id-ul “main”, și anume elementul de conținut principal al paginii `model.html`. De asemenea, este setată și culoare și grosimea liniilor care vor compune fractalul.

```
var ang1, ang2, len1, len2, third;

function setup () {
  var canv = createCanvas(960, 540);
  angle1 = createSlider(-PI, PI, 0, 0.01);
  angle2 = createSlider(-PI, PI, 0, 0.01);
  length1 = createSlider(0, 0.67, 0.34, 0.05);
  length2 = createSlider(0, 0.67, 0.34, 0.05);
  third = createCheckbox(false);
  angle1.parent("main");
  angle2.parent("main");
  length1.parent("main");
  length2.parent("main");
  third.parent("main");
  canv.parent("main");
  stroke(255);
  strokeWeight(2);
}
```

În funcția `draw`, care este executată în mod implicit de 60 de ori pe secundă, se desenează fundalul “pânzei”, se mută punctul de origine al rădăcinii în punctul de mijloc-jos al “pânzei”, se rețin în variabilele `ang1`, `ang2`, `len1` și `len2` valorile slidere-lor respective și se execută funcția `branch`, care va desena în mod recursiv fractalul. Începând cu o lungime a rădăcinii de 200 de pixeli.

```
function draw () {
  background(34);
  translate(width / 2, height);
  ang1 = angle1.value();
  ang2 = angle2.value();
  len1 = length1.value();
  len2 = length2.value();
  branch(200);
}
```

Funcția `branch` este responsabilă pentru desenarea fractalului. Aceasta acceptă un parametru care definește lungimea crengii care trebuie desenată. La început desenează prima creangă, care va fi și rădăcina copacului și apoi se mută punctul de origine în vârful acesteia. Dacă lungimea crengii este mai mare de o anumită valoare, atunci se desenează

Fractali

celelalte crengi prin reapelarea funcției în mod recursiv. În cazul în care checkbox-ul pentru a treia creangă e bifat, se mai desenează o creangă cu valorile pentru lungime și unghi egale cu media aritmetică a valorilor celorlalte două crengi.

```
function branch (len) {  
  line(0, 0, 0, -len);  
  translate(0, -len);  
  if (len > 10) {  
    push();  
    rotate(ang1);  
    branch(len * len1);  
    pop();  
  }  
  if (len > 10) {  
    push();  
    rotate(ang2);  
    branch(len * len2);  
    pop();  
  }  
  if (third.checked()) {  
    if (len > 10) {  
      push();  
      rotate((ang1 + ang2) / 2);  
      branch(len * (len1 + len2) / 2);  
      pop();  
    }  
  }  
}
```

6. Concluzii

Această temă a fost aleasă cu scopul de a populariza într-o anumită măsură termenul de fractal, întrucât acesta nu este cunoscut de majoritatea lumii. Fractalii au un rol semnificativ în domeniul matematicii, dar ajută și la înțelegerea și descrierea diverselor fenomene care apar în natură, cum ar fi dezvoltarea algoritmică a organismelor.

De asemenea, fractalii au și o latură artistică, prezentând diverse modele și structuri grafice, neaccesibile prin metode tradiționale, având trăsături aparte care reușesc să atragă iubitorii de artă aparent abstractă, dar care este de fapt foarte bine gândită și generată conform unor reguli stricte, în mare parte prin intermediul graficii pe calculator.

Prin urmare, site-ul are rolul de a introduce cititorii în minunatul domeniu al geometriei fractale și pentru a îi familiariza într-o anumită măsură cu conceptul respectiv. Dar poate avea și rolul de a atrage oameni care au deja cunoștințe despre acest domeniu, dar doresc să îl redescopere și să îi admire fermecătoarele proprietăți care aparent par să sfideze lumea în care trăim, când de fapt ei o definesc.

“Viața pare a fi o serie de întâmplări accidentale. Și totuși, când mă uit în urmă, o văd urmând un model.” — Benoît B. Mandelbrot.

7. Anexă

7.1 index.html

```
<html>
  <head>
    <meta charset="utf-8">
    <title>Fractali - Acasă</title>
    <script type="text/javascript" src="nav.js"></script>
    <link rel="stylesheet" href="style.css">
    <link rel="shortcut icon" type="image/x-icon" href="res/icon.ico">
  </head>

  <body>
    
    <nav>
      <a href="index.html" id="current">Acasă</a>
      <a href="istorie.html">Istorie</a>
      <a href="exemple.html">Exemple</a>
      <a href="model.html">Model interactiv</a>
      <a href="galerie.html">Galerie</a>
    </nav>
    <main>
      <br>
      <p>
```

În matematică, un fractal este un obiect abstract folosit pentru a descrie și a simula obiecte care apar în mod natural. Fractalii creați artificial au de obicei modele similare la scări din ce în ce mai mici. Dacă replicarea este exact aceeași la fiecare scară, se numește un model similar. Un exemplu în acest sens este buretele Menger. Fractalii pot fi, de asemenea, aproape la fel la diferite niveluri. Acest din urmă model este ilustrat în mărimi mici ale setului Mandelbrot. Fractalii includ, de asemenea, ideea unui model detaliat care se repetă.

```
</p>
```

```
<p>
```

Fractalii sunt diferiți de alte figuri geometrice prin felul în care scindează. Dublând lungimea laturilor unui poligon, aria acestuia se mărește de 4 ori, care reprezintă 2 (rația noii lungimi față de cea veche) ridicat la puterea a doua (dimensiunea spațiului în care poligonul există). De asemenea, dacă raza unei sfere se dublează, volumul acesteia crește de 8 ori, care reprezintă 2 (rația) la puterea a treia (dimensiunea în care se află). Dar dacă lungimile unidimensionale ale unui fractal se dublează, conținutul spațial al acestuia se multiplică cu un exponent care nu e neapărat un număr întreg. Acest exponent se numește dimensiunea fractală a fractalului și, de obicei, depășește dimensiunea topologică a acestuia.

Fractali

</p>

<p>

Termenul de fractal a fost folosit pentru prima oară de matematicianul Benoit Mandelbrot în 1975. Mandelbrot a creat termenul pe baza cuvântului latin fractus, care înseamnă "spart" sau "fracturat", și l-a folosit pentru a extinde conceptul teoretic de dimensiuni fracționate la modele geometrice din natură.

</p>

<p>

Există niște neînțelegeri între specialiști în legătură cu modul în care conceptul de fractal ar trebui definit. Însuși Mandelbrot a spus că sunt "frumoși, dificili, din ce în ce mai mult utili. Aceștia sunt fractalii". Mai formal, Mandelbrot a spus că "un fractal e, prin definiție, un set al cărui dimensiune Hausdorff depășește în mod strict dimensiunea topologică a acestuia". Mai târziu, dându-și seama că e prea restrictiv, a simplificat și extins definiția la: "Un fractal e o figură formată din părți similare cu întregul acesteia, într-un fel". Tot mai târziu, Mandelbrot a stabilit că "termenul de fractal se poate utiliza fără o definiție pedantă, iar termenul de dimensiune fractală se poate folosi ca un termen generic care se poate aplica tuturor variantelor".

</p>

<p>

Deoarece par identici la orice nivel de magnificare, fractalii sunt de obicei considerați ca fiind infinit complecși (în termeni informali). Printre obiectele naturale care aproximează fractalii până la un anumit nivel se numără norii, lanțurile montane, arcele de fulger, liniile de coastă și fulgii de zăpadă. Totuși, nu toate obiectele autosimilare sunt fractali — de exemplu, linia reală (o linie dreaptă Euclidiană) este autosimilă, dar nu îndeplinește celelalte caracteristici.

</p>

<p>

Consensul general e acela că fractalii teoretici sunt structuri matematice auto-similare la infinit, reiterate și detaliate care au dimensiuni fractale, din care multe exemple au fost formulate și studiate în profunzime. Fractalii nu sunt limitați la modele geometrice, ci pot descrie procese în timp de asemenea. Modele fractale cu diverse grade de auto-similaritate au fost produse și studiate în imagini, structuri și sunete și au fost găsite în natură, tehnologie, artă și arhitectură. Fractalii au o relevanță particulară în câmpul teoriei haosului, întrucât graficele multor procese haotice sunt fractale.

</p>

</main>

</body>

</html>

7.2 istorie.html

```
<html>
  <head>
    <meta charset="utf-8">
    <title>Fractali - Istorie</title>
    <script type="text/javascript" src="nav.js"></script>
    <link rel="stylesheet" href="style.css">
    <link rel="shortcut icon" type="image/x-icon" href="res/icon.ico">
  </head>
```

```
<body>
  
  <nav>
    <a href="index.html">Acasă</a>
    <a href="istorie.html" id="current">Istorie</a>
    <a href="exemple.html">Exemple</a>
    <a href="model.html">Model interactiv</a>
    <a href="galerie.html">Galerie</a>
  </nav>
```

```
<main>
  <br>
  <p>
```

Încă din cele mai vechi timpuri, oamenii au încercat să-și explice anumite fenomene, prin intermediul unor modele, care la început au fost simpliste, dar aproximând natura. Odată cu evoluția științei, modelele devin tot mai complexe și se apropie tot mai mult de fenomenele reale observate. Astfel, geometria clasică, euclidiană, lucrează cu figuri geometrice simple. Apariția geometriilor neeuclidiene (ai căror fondatori au fost Lobacevski și Bolyai) a condus la o reconsiderare a vechilor teorii.

```
</p>
```

```
<p>
```

Matematica din spatele fractalilor a apărut în secolul 17, când filosoful Gottfried Leibniz a considerat autosimilaritatea recursivă (deși greșise gândindu-se că numai liniile drepte sunt autosimilare în acest sens).

```
</p>
```

```
<p>
```

În a doua parte a secolului al XIX-lea și începutul secolului XX, anumiți matematicieni semnalează existența unor entități geometrice excepționale, fără nicio asemănare cu figurile și corpurile studiate până atunci. Printre acestea se numără curba lui Koch, o curbă de lungime infinită ce limitează o arie finită și care nu admite tangentă în niciun punct al acesteia și dimensiunea Hausdorff, obiect geometric care nu are dimensiunea întreagă.

Fractali

</p>

<div class="captions">

<figure>

<figcaption>Robert Koch</figcaption>

</figure>

<figure>

<figcaption>Felix Hausdorff</figcaption>

</figure>

</div>

<p>

În 1872 a apărut o funcție al cărei grafic este considerat azi fractal, când Karl Weierstrass a dat un exemplu de funcție cu proprietatea că este continuă, dar nediferențială. În 1904, Helge von Koch, nesatisfăcut de definiția abstractă și analitică a lui Weierstrass, a dat o definiție geometrică a unei funcții similare, care se numește astăzi fulgul lui Koch. În 1915, Waclaw Sierpinski a construit triunghiul și, un an mai târziu, covorul lui Sierpinski. La origine, acești fractali geometrici au fost descriși drept curbe în loc de forme bidimensionale, așa cum sunt cunoscute astăzi. Ideea de curbe autosimilare a fost preluată de Paul Pierre Lévy, care, în lucrarea sa "Curbe și suprafețe în plan sau spațiu formate din părți similare întregului" din 1938, a descris o nouă curbă fractal, curba C a lui Lévy.

</p>

<p>

Funcțiile reiterate în planul complex au fost investigate la sfârșitul secolului 19 și începutul secolului 20 de Henri Poincaré, Felix Klein, Pierre Fatou și Gaston Julia. Totuși, fără ajutorul graficii pe calculator moderne, ei nu puteau vizualiza frumusețea numeroaselor obiecte pe care le descoperiseră.

</p>

<div class="captions">

<figure>

<figcaption>Felix Klein</figcaption>

</figure>

<figure>

<figcaption>Pierre Fatou</figcaption>

</figure>

<figure>

<figcaption>Gaston Julia</figcaption>

</figure>

</div>

Fractali

<p>

Georg Cantor a dat, de asemenea, exemple de submulțimi ale axei reale cu proprietăți neobișnuite — aceste mulțimi Cantor sunt numite astăzi fractali.

</p>

<p>

Cel care își dă seama că asemenea ciudățenii matematice nu constituie doar un exercițiu de imaginație și că se regăsesc în natură a fost Benoît Mandelbrot. Acesta observă că forma unui munte nu este o piramidă sau un con, trunchiul îmbrăcat cu scoarță al unui copac nu este un cilindru perfect neted, norii nu sunt sfere. Așadar, în natură nu întâlnim forme geometrice simple, regulate, ci forme cu un grad înalt de complexitate și unicitate. Din această observație s-a născut o nouă știință care studiază aceste forme complexe, știință ce poartă denumirea de geometrie fractală.

</p>

<div class="captions">

<figure>

<figcaption>Georg Cantor</figcaption>

</figure>

<figure>

<figcaption>Benoît Mandelbrot</figcaption>

</figure>

</div>

<p>

În anii 1960, Mandelbrot a început să cerceteze autosimilaritatea în lucrări precum "Cât de lungă este coasta Marii Britanii? Autosimilaritate statistică și dimensiune fracțională". În sfârșit, în 1975, Mandelbrot a inventat termenul "fractal" pentru a denumi un obiect al cărei dimensiune Hausdorff-Besicovitch este mai mare decât dimensiunea topologică a sa. A ilustrat această definiție matematică cu imagini construite pe calculator.

</p>

</main>

</body>

</html>

7.3 exemple.html

<html>

<head>

<meta charset="utf-8">

<title>Fractali - Exemple</title>

Fractali

```
<script type="text/javascript" src="nav.js"></script>
<link rel="stylesheet" href="style.css">
<link rel="shortcut icon" type="image/x-icon" href="res/icon.ico">
</head>
```

```
<body>
  
  <nav>
    <a href="index.html">Acasă</a>
    <a href="istorie.html">Istorie</a>
    <a href="exemple.html" id="current">Exemple</a>
    <a href="model.html">Model interactiv</a>
    <a href="galerie.html">Galerie</a>
  </nav>
  <main>
    <br>
    <p>
```

Mulțimea lui Mandelbrot este un fractal care a devenit cunoscut în afara matematicii atât pentru estetica sa, cât și pentru structura complicată, care are la bază o definiție simplă. Acest lucru se datorează în mare parte eforturilor lui Benoît Mandelbrot și ale altora de a populariza acest domeniu al matematicii. Mulțimea lui Mandelbrot se definește ca fiind mulțimea acelor puncte c din planul complex pentru care aplicând în mod repetat polinomul complex $z \mapsto z^2 + c$ (pornind de la $z = 0$) rezultatul rămâne în interiorul unui disc de rază finită.

```
</p>
```

```
<div class="captions">
  <figure>
    
    <figcaption>Mulțimea lui Mandelbrot</figcaption>
  </figure>
</div>
```

```
<p>
```

Un Sistem Lindenmayer e un sistem paralel și un tip de gramatică formală. Un Sistem L constă într-un alfabet de simboluri care pot fi folosite pentru a crea șiruri de caractere, o colecție de reguli care transformă fiecare simbol într-un șir de simboluri, o axiomă inițială din care se începe construcția și un mecanism pentru a traduce șirurile generate în structuri geometrice. Sistemele L au fost introduse și dezvoltate în 1968 de Aristid Lindenmayer, un biolog și botanist de la Universitatea din Utrecht. Lindenmayer a folosit Sistemele L pentru a descrie comportamentul celulelor vegetale și pentru a modela procesele creșterii și dezvoltării unei plante. Sistemele L au fost folosite și pentru a modela morfologia unei varietate de organisme și pot fi folosite pentru a genera fractali auto-similari ca și sistemele de funcții iterative.

```
</p>
```

```
<div class="captions">
  <figure>
    
    <figcaption>Sistem Lindenmayer</figcaption>
  </figure>
</div>
```

<p>

Triunghiul Sierpinski este un set fix fractal cu forma generală a unui triunghi echilateral, subdivizat recursiv în triunghiuri echilaterale mai mici. Inițial construit ca o curbă, acesta e unul dintre exemplele de bază ale seturilor auto-similare, adică e un model generat matematic care poate fi reproductibil la orice grad de mărire sau reducere. Waclaw Sierpiński a descris triunghiul în 1915. Totuși, modele similare apăruseră deja în mozaicurile Cosmati din secolul al XIII-lea din catedrala Anagni, și din alte locuri din centrul Italiei. În cazul triunghiului izolat, e interesant de observat că iterația este de cel puțin 3 niveluri.

</p>

```
<div class="captions">
  <figure>
    
    <figcaption>Triunghiul Sierpinski</figcaption>
  </figure>
</div>
```

<p>

Fulgul lui Koch (știut și ca Curba lui Koch sau Insula lui Koch) este o curbă matematică și una dintre primele curbe fractale care au fost descrise. Fulgul se bazează pe Curba lui Koch, care a apărut într-o lucrare din 1904 intitulată "Despre o curbă continuă fără tangente, construibilă din geometrie elementară" scrisă de matematicianul suedez Helge von Koch. Progresia suprafeței fulgului tinde la $8/5$ din suprafața triunghiului original, în timp ce progresia perimetrului fulgului diverge la infinit. Prin urmare, fulgul are o arie finită mărginită de o linie infinit de lungă.

</p>

```
<div class="captions">
  <figure>
    
    <figcaption>Fulgul lui Koch</figcaption>
  </figure>
</div>
```

<p>

În matematică, buretele Menger (cunoscut și ca curba universală Menger) este o curbă fractală. Este o generalizare tridimensională a setului Cantor și a covorului Sierpinski, deși este ușor diferită de un burete Sierpinski. A fost descris pentru prima dată de Karl Menger în 1926, în studiile sale despre conceptul de dimensiune topologică. Construcția unui burete Menger poate fi descrisă după cum urmează

</p>

Fractali

```
<ul>
  <li>Începeți cu un cub.</li>
  <li>Împărțiți fiecare față a cubului în 9 pătrate, ca un Cub Rubik. Aceasta va
subdiviza cubul în 27 de cuburi mai mici.</li>
  <li>Scoateți cubul mai mic în mijlocul fiecărei fețe și scoateți cubul mai mic în
centrul cubului mai mare, lăsând 20 de cuburi mai mici. Acesta este un burete Menger de
nivel 1 (care seamănă cu un Cub gol).</li>
  <li>Repetăți pașii 2 și 3 pentru fiecare dintre cuburile mai mici rămase și continuați
să repetați la infinit.</li>
</ul>
<div class="captions">
  <figure>
    
    <figcaption>Buretele lui Menger</figcaption>
  </figure>
</div>
<br>
</main>
</body>
</html>
```

7.4 model.html

```
<html>
  <head>
    <meta charset="utf-8">
    <title>Fractali - Modele</title>
    <script type="text/javascript" src="nav.js"></script>
    <script type="text/javascript" src="res/p5.min.js"></script>
    <script type="text/javascript" src="res/p5.dom.min.js"></script>
    <script type="text/javascript" src="sketch.js"></script>
    <link rel="stylesheet" href="style.css">
    <link rel="shortcut icon" type="image/x-icon" href="res/icon.ico">
  </head>

  <body>
    
    <nav>
      <a href="index.html">Acasă</a>
      <a href="istorie.html">Istorie</a>
      <a href="exemple.html">Exemple</a>
      <a href="model.html" id="current">Model interactiv</a>
      <a href="galerie.html">Galerie</a>
    </nav>
    <main id="main">
```


Fractali

```
<br>
<br>
<br>
</main>
</body>
</html>
```

7.5 galerie.html

```
<html>
<head>
  <meta charset="utf-8">
  <title>Fractali - Galerie</title>
  <script type="text/javascript" src="nav.js"></script>
  <link rel="stylesheet" href="style.css">
  <link rel="shortcut icon" type="image/x-icon" href="res/icon.ico">
</head>

<body>
  
  <nav>
    <a href="index.html">Acasă</a>
    <a href="istorie.html">Istorie</a>
    <a href="exemple.html">Exemple</a>
    <a href="model.html">Model interactiv</a>
    <a href="galerie.html" id="current">Galerie</a>
  </nav>
  <div id="gallery">
    <div class="col">
      
      
      
      
      
    </div>
    <div class="col">
      
      
      
      
      
      
    </div>
    <div class="col">
      
```

Fractali

```



</div>
<div class="col">
  
  
  
  
</div>
<div class="col">
  
  
  
  
  
  
</div>
</div>
</body>
</html>
```

7.6 nav.js

```
window.onload = function () {
  var nav = document.getElementsByTagName("nav")[0];
  var pos = nav.offsetTop;
  window.onscroll = function () {
    if (window.pageYOffset >= pos) nav.setAttribute("id", "fixednav");
    else nav.removeAttribute("id");
  }
}
```

7.7 sketch.js

```
var ang1, ang2, len1, len2, third;

function setup () {
  var canv = createCanvas(960, 540);
  angle1 = createSlider(-PI, PI, 0, 0.01);
  angle2 = createSlider(-PI, PI, 0, 0.01);
  length1 = createSlider(0, 0.67, 0.34, 0.05);
  length2 = createSlider(0, 0.67, 0.34, 0.05);
}
```

Fractali

```
third = createCheckbox(false);
angle1.parent("main");
angle2.parent("main");
length1.parent("main");
length2.parent("main");
third.parent("main");
canv.parent("main");
stroke(255);
strokeWeight(2);
}

function draw () {
  background(34);
  translate(width / 2, height);
  ang1 = angle1.value();
  ang2 = angle2.value();
  len1 = length1.value();
  len2 = length2.value();
  branch(200);
}

function branch (len) {
  line(0, 0, 0, -len);
  translate(0, -len);
  if (len > 10) {
    push();
    rotate(ang1);
    branch(len * len1);
    pop();
  }
  if (len > 10) {
    push();
    rotate(ang2);
    branch(len * len2);
    pop();
  }
  if (third.checked()) {
    if (len > 10) {
      push();
      rotate((ang1 + ang2) / 2);
      branch(len * (len1 + len2) / 2);
      pop();
    }
  }
}
```

7.8 style.css

```
@font-face {
  font-family: "customfont";
  src: url("res/customfont.ttf") format("truetype");
}
body {
  margin: 0;
  background: #222;
  font-family: "customfont";
  font-size: 30;
  text-shadow: 0 0 10px #111;
}
#header{
  width: 35%;
  padding: 5% 32.5%;
  filter: drop-shadow( -2px -2px 4px #000 );
}
nav {
  text-align: center;
  background: #222;
  box-shadow: 0 -10px 20px -10px #111 inset;
  border-bottom: 15px solid #444;
}
nav a#current {
  background: #444;
  color: #ccc;
  box-shadow: 0 -10px 20px -10px #111;
}
nav a {
  display: inline-block;
  text-decoration: none;
  padding: 0.5% 4.5%;
  color: #eee;
  transition: background 0.2s;
}
nav a:hover {
  background: #333;
  box-shadow: 0 -10px 20px -10px #111 inset;
}
#fixednav {
  position: fixed;
  top: 0;
```

Fractali

```
width: 100%;
}
main {
  background: #444;
  width: 70%;
  padding: 0 15%;
  color: #ccc;
  text-align: justify;
  text-indent: 50pt;
}
.captions {
  text-align: center;
  text-indent: 0;
  margin-bottom: 60px;
}
.captions img {
  height: 100%;
  background: #222;
  padding: 10px;
  box-shadow: 0 0 10px #000 inset;
}
.captions figure {
  height: 29%;
  width: 25%;
  display: inline-block;
}
#gallery {
  display: flex;
  flex-wrap: wrap;
  background: #444;
  padding: 3% 0;
}
.col {
  max-width: 18.3vw;
  margin: 0 0.7vw;
}
.col img {
  width: 100%;
  background: #eee;
  padding: 0.5vw;
  margin-top: 10px;
  box-shadow: 0 0 15px #000;
}
ul {
  list-style-position: inside;
  list-style-image: url(res/icon.ico);
```

Fractali

```
}  
#main {  
    text-align: center;  
    text-indent: 0;  
}  
canvas {  
    margin: 0 auto;  
    margin-bottom: 1%;  
    background: #222;  
    padding: 10px;  
    box-shadow: 0 -7px 20px -7px #000 inset;  
}  
[type=range] {  
    width: 20%;  
}
```

8. Bibliografie

<https://ro.wikipedia.org/wiki/Fractal>
<https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal>
https://en.wikipedia.org/wiki/Menger_sponge
https://en.wikipedia.org/wiki/Mandelbrot_set
https://en.wikipedia.org/wiki/Sierpinski_triangle
https://en.wikipedia.org/wiki/Koch_snowflake
<https://en.wikipedia.org/wiki/L-system>
<https://www.w3schools.com/>
<https://stackoverflow.com/>
<https://youtu.be/0jjeOYMjmDU>
<https://github.com/CodingTrain>