

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$
Model decembrie 2025
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- 5p 1. Calculați partea întreagă a numărului $a = \frac{2}{\sqrt{11} - 3}$.
- 5p 2. Determinați suma primilor 15 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, dacă $a_7 + a_8 + a_9 = 15$.
- 5p 3. Arătați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ este impară.
- 5p 4. Se consideră dezvoltarea $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^{2025}$, $x > 0$. Determinați termenul care **nu** îl conține pe x .
- 5p 5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + 6\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + (a^2 - 2)\vec{j}$ sunt perpendiculari.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$. Calculați lungimea medianei din A .

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} i & 0 & 1 \\ 0 & i & 0 \\ 1 & 0 & i \end{pmatrix}$, $B(x) = I_3 + xA$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $i \det(A) = 2$.
- 5p b) Arătați că matricea $B(x)$ este inversabilă pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați matricea $X \in M_3(\mathbb{R})$ pentru care $(B(1))^{-1} \cdot X = B(-1)$.
2. Pe mulțimea $M = [1, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = xy - \log_2 x \cdot \log_2 y$.
- 5p a) Arătați că $2 * 4 = 6$.
- 5p b) Arătați că $e = 1$ este elementul neutru al legii de compoziție.
- 5p c) Determinați cel mai mare număr natural nenul n pentru care $n * \frac{1}{n} \leq 5$.

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{3x+1}{2x}$ și șirul de numere reale $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = f(n)$.
- 5p a) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p b) Demonstrați că șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este descrescător.
- 5p c) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2}{3n^2 + 2} \cdot e^{a_n} \right)^{n+1}$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x^2}$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a sa.

5p a) Arătați că $\int f(\sqrt{x}) dx = -\frac{1}{e^x} + C$.

5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(\cos x) - F(1)}{x^2}$.

5p c) Arătați că funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = F(x) + f(x)$ are exact un punct de extrem local.