

**Examenul național de bacalaureat 2024**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_st-nat**

**Varianta 8**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- |           |  |
|-----------|--|
| <b>5p</b> | <b>1.</b> Arătați că $2 \cdot (1,2 + 0,1) + 0,4 = 3$ .   |
| <b>5p</b> | <b>2.</b> Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 2x + 1$ . Determinați numărul real $a$ pentru care $f(a) - f(2) = a$ .                    |
| <b>5p</b> | <b>3.</b> Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_8(x^2 - 5x + 5) = \log_8 x$ .  |
| <b>5p</b> | <b>4.</b> Determinați câte numere naturale impare, de două cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 3, 4, 6, 8\}$ .                                  |
| <b>5p</b> | <b>5.</b> În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(0,8)$ , $B(4,2)$ și $C$ , mijlocul segmentului $OA$ . Determinați coordonatele mijlocului segmentului $BC$ . |
| <b>5p</b> | <b>6.</b> Se consideră triunghiul $ABC$ , dreptunghic în $A$ , cu $AB = 8$ și $C = \frac{\pi}{4}$ . Arătați că aria triunghiului $ABC$ este egală cu 32.                   |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- |           |   |
|-----------|---|
| <b>5p</b> | <b>1.</b> Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x-2 & x-2 \\ x-4 & x \end{pmatrix}$ , unde $x$ este număr real. |
| <b>5p</b> | <b>a)</b> Arătați că $\det(B(5)) = 12$ .  |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Determinați numărul real $a$ pentru care $(B(4) - B(2)) \cdot A = aA$ .   |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Determinați numerele reale $x$ pentru care $\det(A \cdot B(x) - 4xI_2) = 0$ .   |
| <b>5p</b> | <b>2.</b> Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compozitie $x \circ y = x(x-2) + y(y-2)$ .  |
| <b>5p</b> | <b>a)</b> Arătați că $3 \circ 3 = 6$ .  |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Determinați numărul real $x$ pentru care $2 \circ x = x^2 + 2$ .  |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Arătați că $x \circ y \geq -2$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ .   |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- |           |  |
|-----------|--|
| <b>5p</b> | <b>1.</b> Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} - 3$ .                |
| <b>5p</b> | <b>a)</b> Arătați că $f'(x) = \frac{x\sqrt{x} + 1}{x^2}$ , $x \in (0, +\infty)$ .  |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Determinați ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de abscisă $x=1$ , situat pe graficul funcției $f$ . |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Demonstrați că funcția $f$ este bijectivă.   |
| <b>5p</b> | <b>2.</b> Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ .                           |
| <b>5p</b> | <b>a)</b> Arătați că $\int\limits_1^2 (x^2 + 1)f(x)dx = 6$ .   |
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Arătați că $\int\limits_2^3 f(x)dx = 2\ln 2$ .   |

**5p** | c) Determinați  $m \in (1, +\infty)$  pentru care  $\int_1^m \left( \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} \right)^3 dx = 6$ .