

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{3} + 2 = 3$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 3$. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(-2, a)$ aparține graficului funcției f .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot 3^{2x} = 9^x + 9$.
- 5p 4. După o scumpire cu 20% un produs costă 720 de lei. Determinați prețul produsului înainte de scumpire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 1)$, $B(5, 1)$ și $C(1, 4)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC în care $\sin 30^\circ \cdot \sin A = \cos 45^\circ \cdot \cos A$. Calculați $\operatorname{tg} A$.

SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} -x & 1 \\ x & 3-x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(5)) = 5$.
- 5p b) Arătați că $A(x) + A(-x) = 2A(0)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x)) = 5$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 10x - 9y + 12$.
- 5p a) Arătați că $(-1) \circ 1 = -7$.
- 5p b) Determinați numerele naturale n pentru care $(2n) \circ n < 45$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $(x^2 - 9) \circ (x^2 - 10) = 16$.

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \frac{x+3}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{2x(x+2)}{(x+1)^2}$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că $f(x) + f(y) \geq 6$, pentru orice $x, y \in (-1, +\infty)$.

Probă scrisă la matematică M_tehnologic

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x + 3, & x \leq 0 \\ e^{-x} + 2, & x > 0 \end{cases}$

5p

a) Calculați $\int (x + 3)^2 dx$.

5p

b) Arătați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p

c) Arătați că orice primitivă G a funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$, este concavă.

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{3} + 2 = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} - \sqrt{3} + 2 =$ $= \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 2 = 3$	3p 2p
2.	$f(-2) = 3$ $f(-2) = a \Leftrightarrow a = 3$	3p 2p
3.	$2 \cdot 3^{2x} = 3^{2x} + 9 \Leftrightarrow 3^{2x} = 9$ $2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$	3p 2p
4.	$x + \frac{20}{100} \cdot x = 720$, unde x este prețul produsului înainte de scumpire Prețul produsului înainte de scumpire este 600 de lei.	2p 3p
5.	$AB = 4, AC = 3, BC = 5$ $P_{\triangle ABC} = 4 + 3 + 5 = 12$	3p 2p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{1}{2} \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos A$, deci $\sin A = \sqrt{2} \cos A$, de unde obținem $\tan A = \sqrt{2}$	2p 3p

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. a)	$A(5) = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ $\det(A(5)) = \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = (-5) \cdot (-2) - 1 \cdot 5 =$ $= 10 - 5 = 5$	3p 2p
b)	$A(x) + A(-x) = \begin{pmatrix} -x & 1 \\ x & 3-x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 1 \\ -x & 3+x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} =$ $= 2A(0)$	3p 2p

Probă scrisă la matematică M_tehnologic
Barem de evaluare și de notare

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

c)	$\det(A(x)) = \begin{vmatrix} -x & 1 \\ x & 3-x \end{vmatrix} = (-x) \cdot (3-x) - 1 \cdot x = x^2 - 4x$ $x^2 - 4x = 5$, de unde obținem $x = -1$ sau $x = 5$	3p 2p
2. a)	$(-1) \circ 1 = 10 \cdot (-1) - 9 \cdot 1 + 12 =$ $= -10 - 9 + 12 = -7$	3p 2p
b)	$(2n)^\circ n = 11n + 12$ $11n + 12 < 45 \Leftrightarrow 11n < 33 \Leftrightarrow n < 3$ și cum $n \in \mathbb{N}$ obținem $n_1 = 0$, $n_2 = 1$ și $n_3 = 2$	3p 2p
c)	$(x^2 - 9) \circ (x^2 - 10) = x^2 + 12$ $x^2 + 12 = 16 \Leftrightarrow x^2 = 4$, de unde obținem $x = 2$ sau $x = -2$	3p 2p

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = \left(2x + \frac{x+3}{x+1}\right)' = 2 - \frac{2}{(x+1)^2}$ $= \frac{2(x+1)^2 - 2}{(x+1)^2} = \frac{2x(x+2)}{(x+1)^2}$, $x \in (-1, +\infty)$	3p 2p
b)	$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{x+3}{x+1} \cdot \frac{1}{x}\right) = 2$ $n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1}\right) = 1$ $y = mx + n$, adică $y = 2x + 1$ este ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f	2p 2p 1p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (-1, 0]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [0, +\infty) \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-1, 0]$ și este crescătoare pe $[0, \infty)$. $f(x) \geq f(0)$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$ și, cum $f(0) = 3$, obținem $f(x) \geq 3$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$, deci $f(x) + f(y) \geq 6$, pentru orice $x, y \in (-1, +\infty)$	3p 2p
2. a)	$\int (x+3)^2 dx = \int (x^2 + 6x + 9) dx = \int x^2 dx + 6 \int x dx + 9 \int dx =$ $= \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 9x + C$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3$; $f(0) = 3 \Rightarrow f$ este continuă în $x = 0$ f este continuă pe $(-\infty, 0)$ și pe $(0, +\infty) \Rightarrow f$ este continuă pe \mathbb{R} , deci funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .	3p 2p
c)	G este primitivă a funcției $g \Rightarrow G'(x) = g(x)$, $x \in (0, +\infty)$ $G''(x) = g'(x) = -e^{-x} < 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$, deci G este concavă.	2p 3p

Probă scrisă la matematică M_tehnologic

Simulare

Barem de evaluare și de notare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale