

Simulare-Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Fie $z = x + iy$, atunci avem $x + iy - x + iy + \sqrt{x^2 + y^2} = 7$, $x, y \in \mathbb{R}$, $\sqrt{x^2 + y^2} + 2yi = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 7 \\ 2y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_{1,2} = \pm 7 \\ y = 0 \end{cases}$ $z \in \{-7, 7\}$	2p 1p 1p 1p
2. $\frac{m^2 - 1}{4} = 2 \Leftrightarrow m^2 - 9 = 0$ $m = -3$ nu convine, $m = 3$ convine	3p 2p
3. $\begin{cases} x > 0 \\ x^3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0, +\infty)$ $\log_2(x^3) = 9 \log_2 x$ Ecuația devine $9 \log_2 x - 6 \log_2 x - 3 = 0$, notăm $\log_2 x = t$ $\Rightarrow 3t^2 - 2t - 1 = 0; t_1 = 1, t_2 = -\frac{1}{3}$ deci $x_1 = 2 > 0, x_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} > 0 \Rightarrow x \in \left\{ 2; \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \right\}$	1p 1p 2p 1p
4. Numerele naturale de trei cifre care au exact două cifre egale sunt de forma $\overline{aab}, \overline{aba}$ sau \overline{baa} unde a și b sunt cifre distincte. Sunt $9 \cdot 9 = 81$ de numere de forma \overline{aab} , $9 \cdot 9 = 81$ de numere de forma \overline{aba} și $9 \cdot 9 = 81$ de numere de forma \overline{baa} cu a și b cifre distincte, deci numărul cerut este $81 \cdot 3 = 243$.	2p 3p
5. $m_{AB} = \frac{1}{3}, d \parallel AB \Rightarrow m_d = \frac{1}{3}$, unde d este paralela prin C la AB $d : y = \frac{1}{3}x - 2$	3p 2p

6.	Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \frac{3}{5}$ $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{25}$	3p 2p
-----------	---	----------------------------

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$X \cdot Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot (1 \ 3 \ 2) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ $S = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} = O_3$	3p 2p
b)	$B \cdot C = (I_3 + A) \cdot (I_3 + a \cdot A) = I_3 + a \cdot A + A + a \cdot A^2 = I_3 + (a+1) \cdot A + a \cdot A^2$ $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 42 & 28 \\ 42 & 126 & 84 \\ 28 & 84 & 56 \end{pmatrix} = 14 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} = 14 \cdot A$ $B \cdot C = I_3 + (15 \cdot a + 1) \cdot A = I_3 \Leftrightarrow 15 \cdot a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{15}$	2p 2p 1p
c)	Inducție matematică: $P(n): A^{n+1} = 14 \cdot A^n, n \in \mathbb{N}^*$ $P(1): A^2 = 14 \cdot A$ este adevărat din b) Presupunem $P(n)$ adevărată și arătăm că și $P(n+1)$ este adevărată. Pentru $n+1$, avem $A^{n+2} = A^{n+1} \cdot A = 14A^n \cdot A = 14 \cdot A^{n+1}$.	2p 3p
2.a)	$x * y = xy - 4x - 4y + 16 + 4 = x \cdot (y-4) - 4 \cdot (y-4) + 4 = (x-4) \cdot (y-4) + 4$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
b)	$x * 4 = 4 * y = 4$, pentru orice numere reale x și y $1 * 2 * 3 * \dots * 2026 = ((1 * 2 * 3) * 4) * (5 * \dots * 2026) = 4 * (5 * \dots * 2026) = 4$	2p 3p
c)	$(a-4) \cdot (b-4) \cdot (c-4) = 62$, unde a, b , și c sunt numere naturale și $a < b < c$ $\begin{cases} a-4 = -2 \\ b-4 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$ $c-4 = 31 \quad c = 35$ $\begin{cases} a-4 = 1 \\ b-4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 6 \end{cases}$ $c-4 = 31 \quad c = 35$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	f este continuă în $x=1 \Rightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = f(1)$ $a+3=1+a^2 \Leftrightarrow a^2-a-2=0 \Leftrightarrow a_1=-1$ și $a_2=2$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + 4x + x} \right) =$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^2 + 5x}} = -\frac{1}{2}$	2p 3p
c)	Fie $g : [-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) + 2^x = 2 \cdot x + 2^x$ Cum g este continuă pe $[-1, 0]$, $g(-1) = -\frac{3}{2} < 0$ și $g(0) = 1 > 0$, ecuația $f(x) + 2^x = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1, 0]$.	2p 3p
2.a)	$\int (x^2 + 1) \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} dx = \int (x^2 + 2x + 1) dx = \int x^2 dx + 2 \cdot \int x dx + \int 1 dx =$ $= \frac{x^3}{3} + x^2 + x + C$	3p 2p
b)	$\int \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} dx = \int 1 dx + \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx = x + \ln(x^2 + 1) + C$ $G(x) = x + \ln(x^2 + 1) + C$, $C \in \mathbb{R}$ $G(1) = 1 + \ln 2 + C = \ln 2 \Leftrightarrow C = -1$ $G(x) = x + \ln(x^2 + 1) - 1$	2p 1p 1p 1p
c)	$f(x) = t$, $f'(x) dx = dt$, $\int e^t dt = e^t + C$ $\Rightarrow \int f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + C$	3p 2p