



**EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2026**

**Proba E.c)**

**Matematică M\_st-nat**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Decembrie 2025**

**SIMULARE**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\log_3 2 + \log_3 50 = \log_3 100$ $2 \cdot \log_3 10 = \log_3 10^2 = \log_3 100$ Concluzia: $\log_3 2, \log_3 10, \log_3 50$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.	2p 2p 1p
2.	$P(1, a) \in G_f \cap G_g$ $g(1) = a$ implică $a = 3$ $f(1) = 3$ implică $m = 3$ .	1p 2p 2p
3.	Din $x = \sqrt{2-x}$ rezultă că $x^2 + x - 2 = 0$ Deducem că $x \in \{1, -2\}$ Convine doar valoarea $x = 1$ .	2p 1p 2p
4.	Există 90 de numere de două cifre Există 4 numere de forma $\overline{ab}$ cu $a = 2b$ (21, 42, 63, 84) Probabilitatea este $\frac{4}{90} = \frac{2}{45}$	2p 2p 1p
5.	Mijlocul segmentului $BC$ este punctul $M(1, -1)$ Ecuația dreptei căutată este $AM : x + y = 0$ .	2p 3p
6.	Folosind teorema sinusurilor obținem $\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Rezultă că $A \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$ Cazul $A = \frac{3\pi}{4}$ nu convine, deoarece $A + B > \pi$ , deci $A = \frac{\pi}{4}$ .	2p 2p 1p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. a)	$A^2 = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$ $2A - I_2 = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$ , deci se verifică egalitatea din enunț	2p 3p
b)	$\det(A) = 5 \cdot (-3) + 16 = 1 \neq 0$ , deci matricea $A$ este inversabilă $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$	2p 3p



	<i>Notă.</i> Din egalitatea de la punctul a), $(2I_2 - A) \cdot A = I_2$ , deci $A$ este inversabilă, având inversa $2I_2 - A$	
c)	Cum matricea $A$ este inversabilă, avem $X = A^{-1}B$ $X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$	3p 2p
2. a)	Pentru $m = -1$ , obținem $x \circ y = -x + y + 1$ $2026 \circ 2025 = -2026 + 2025 + 1 = 0$	2p 3p
b)	$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ , $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$ $(x \circ y) \circ z = (mx + y + 1) \circ z = m^2x + my + z + (m+1)$ și $x \circ (y \circ z) = mx + my + z + 2$ Rezultă că $m = 1$ .	2p 2p 1p
c)	Pentru $m = 2$ , inecuația devine $2 \cdot 2^x + 4^x \geq 3$ Notând $2^x = t$ , $t > 0$ , rezultă că $t^2 + 2t - 3 \geq 0$ , $t > 0$ , de unde $t \in [1, \infty)$ Obținem că $x \in [0, \infty)$ .	1p 2p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. a)	$f'(x) = 2x \ln(x-1) + \frac{x^2 - 4}{x-1}$ $f'(2) = 0$	3p 2p
b)	$\lim_{x \searrow 1} f(x) = (-3)(-\infty) = \infty$ Ecuația asimptotei verticale (la dreapta) la graficul funcției $f$ este $x = 1$ .	3p 2p
c)	Pentru $x \geq 2$ avem $x^2 - 4 \geq 0$ , $\ln(x-1) \geq \ln 1 = 0$ , deci $f(x) \geq 0$ Pentru $x \in (1, 2)$ avem $x^2 - 4 < 0$ , $\ln(x-1) < \ln 1 = 0$ , deci $f(x) > 0$ . <i>Notă.</i> Deoarece funcția $f$ este derivabilă pe $(1, \infty)$ , $f'(x) < 0$ , pentru orice $x \in (1, 2)$ , $f'(x) > 0$ , pentru orice $x \in (2, \infty)$ , rezultă că $x = 2$ este punct de minim global. Cum $f(2) = 0$ , concluzia se impune.	3p 2p
2. a)	$F'(x) = e^x + 2x + 3 = f(x)$ , $\forall x \in \mathbb{R}$ Cum $F$ este derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $F' = f$ , înseamnă că $F$ este o primitivă a funcției $f$ .	3p 2p
b)	Observăm că $f(x) > 0$ , $\forall x \in [-1, \infty)$ , deci funcția $F$ este strict crescătoare (cel puțin) pe $[-1, \infty)$ Cum $-1 < -\frac{1}{2}$ , rezultă că $F(-1) < F\left(-\frac{1}{2}\right)$ <i>Notă.</i> Se poate proceda prin calcul direct: $F(-1) = \frac{1}{e} - 5$ , $F\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{e}} - \frac{17}{4}$ , iar inegalitatea cerută revine la $4 < 4\sqrt{e} + 3e$ , fapt evident adevărat.	3p 2p
c)	$g(x) = x \cdot F'(x) + F(x) = (x \cdot F(x))'$ , deci o primitivă a funcției $g$ are legea de corespondență de forma $G(x) = x \cdot F(x) + C$ , $\forall x \in \mathbb{R}$ , unde $C$ este o constantă reală Din condiția $G(0) = 0$ , obținem că $C = 0$ .	3p 2p