

## Examenul național de bacalaureat 2026

## Proba E. c)

Matematică  $M\_mate-info$ 

Simulare

Varianta 1

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică**Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I****(30 de puncte)**

- 5p 1. Determinați numărul complex  $z$  pentru care  $z - 2\bar{z} = -2 + 6i$ .
- 5p 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 3$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2 - 2mx - 6$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$ , știind că graficul funcției  $f$  intersectează axa  $Ox$  într-un punct în care și graficul funcției  $g$  intersectează axa  $Ox$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\lg(x^2 + x - 2) = 1 + \lg \frac{x-1}{2}$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, produsul cifrelor sale să fie un număr prim.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $M(0, 2)$  și  $P(1, 1)$ . Determinați ecuația mediatoarei segmentului  $[MP]$ .
- 5p 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 2$  și  $\cos C = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**SUBIECTUL al II-lea****(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 3 \\ 1 & 3 & a \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + ay + 3z = 2 \\ x + 3y + az = 2 \end{cases}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(a)) = (a + 1)(a - 3)$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $m$  pentru care  $A(m)A(2 - m) = A(2 - m)A(m)$ .
- 5p c) Determinați numerele întregi  $a$  pentru care sistemul are soluție unică  $(x_0, y_0, z_0)$ , iar  $x_0, y_0$  și  $z_0$  sunt numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă, cu element neutru,
- $$x * y = \frac{1}{3}xy - \frac{1}{2}(x + y) + \frac{9}{4}.$$
- 5p a) Demonstrați că  $x * y = \frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(y - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p b) Arătați că  $e = \frac{9}{2}$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p c) Demonstrați că **nu** există niciun număr natural  $n$  al cărui simetric în raport cu legea de compoziție „ $*$ ” să fie număr natural.

**SUBIECTUL al III-lea****(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \ln(x^2 + x + 1)$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x + 1) - f(x))$ .
- 5p c) Demonstrați că funcția  $f$  este bijectivă.
2. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2+1}$ .



- 5p a) Determinați primitiva  $G$  a funcției  $g: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{\ln(x+1)}$  pentru care  $G(0) = \frac{\pi}{4}$ .
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției  $f$  este strict descrescătoare pe intervalul  $(-1, 0)$ .
- 5p c) Calculați  $\int \left( f(x) + \frac{\arctg x}{x+1} \right) dx$ .