

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2024**Proba E.c)****Matematică M_pedagogic****Varianta 1**

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I**(30 puncte)**

- 5p** 1. Arătați că numărul $a = \left(5 + \sqrt{3} + \frac{22}{5 + \sqrt{3}}\right)^2$ este pătrat perfect.
- 5p** 2. Fie funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x - \sqrt{2})^2 + (x + \sqrt{2})^2$. Arătați că $f(a) \geq 4$, $\forall a \in \mathbf{R}$.
- 5p** 3. Aflați valorile lui $a \in \mathbf{R}$ pentru care ecuația $\sqrt{x^2 - ax + 3a^2} = 1$ are o soluție egală cu 1.
- 5p** 4. Care este probabilitatea, ca alegând o bilă dintr-o urnă cu bile numerotate de la 10 la 99, să extragem o bilă inscripționată cu un număr cub perfect?
- 5p** 5. Fie pătratul $ABCD$, cu latura $AB = 10$, punctul M mijlocul laturii AD . Aflați lungimea distanței de la vârful C la MB .
- 5p** 6. Arătați că $(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)^2 - \sin 60^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 puncte)**

- Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție asociativă $x * y = x + y + \frac{xy}{2}$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$
- 5p** 1) Arătați că $\left(\frac{1}{2}\right) * \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{12}$.
- 5p** 2) Arătați că $x * y = \frac{(x+2)(y+2)}{2} - 2$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.
- 5p** 3) Arătați că $e = 0$ este element neutru pentru legea de compoziție dată.
- 5p** 4) Fie mulțimea $P = \{2n \mid n \in \mathbf{Z}\}$. Arătați că pentru orice $x, y \in P$ avem $x * y \in P$.
- 5p** 5) Aflați numărul rațional x , știind că $x * x * x = 52$.
- 5p** 6) Aflați câte perechi de numere naturale $(m; n)$ verifică relația $m * n = 12$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 puncte)**

- Fie matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- 5p** 1) Arătați că $\det(A - I_2) = -1$.
- 5p** 2) Arătați că $A^2 - A = {}^t A$, unde am notat cu ${}^t A$ transpusa matricei A .
- 5p** 3) Arătați că $A + A^2 + A^3 + A^4 = 15 \cdot A$.
- 5p** 4) Determinați numărul real x știind că acesta verifică relația $\det(A + xI_2) = 10$.
- 5p** 5) Arătați că suma elementelor matricei $C = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix}$ este un pătrat perfect pentru orice numere a, b întregi.
- 5p** 6) Determinați numerele raționale m, n , știind că $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ m & n \end{pmatrix} \cdot A = A \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ m & n \end{pmatrix}$.

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I**(30 puncte)**

5p	1. Calculul $\frac{22}{5+\sqrt{3}} = 5 - \sqrt{3}$ $a = 100 = 10^2$ este pătrat perfect	2p 3p
5p	2. Calculul $f(a) = 2a^2 + 4, a^2 \geq 0$ $f(a) \geq 4, \forall a \in \mathbf{R}$	3p 2p
5p	3. Ecuația $\sqrt{1^2 - a + 3a^2} = 1, 3a^2 - a = 0$ cu soluția $a \in \left\{0; \frac{1}{3}\right\}$ care verifică ecuația	3p 2p
5p	4. Numărul de cazuri posibile este 90 Numărul de cazuri favorabile 2, $P = \frac{1}{45}$	2p 3p
5p	5. $A_{CMB} = A_{ABCD} - A_{MDC} - A_{MAB} = 50$ $BM = \sqrt{125}, A_{CMB} = \frac{CE \cdot MB}{2}, CE = 4\sqrt{5}$, CE este înalțimea triunghiului BMC.	2p 3p
5p	6. $(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea**(30 puncte)**

5p	1. Calculul $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{5}{6} + \frac{1}{12}$ calculul $\frac{5}{6} + \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$	3p 2p
5p	2. Calculul $x * y = \frac{(x+2)(y+2)}{2} - 2 = \frac{xy + 2x + 2y + 4 - 4}{2}$ Finalizare	3p 2p
5p	3. Verificarea $x * 0 = x, 0 * x = x, \forall x \in \mathbf{R}$ Finalizare	3p 2p
5p	4. Dacă $x, y \in P \Rightarrow x = 2m, y = 2n, x * y = 2m + 2n + 2mn, m, n \in \mathbf{Z}$ $x * y = 2(m + n + mn) \in P$	3p 2p
5p	5. Avem $x * x = \frac{(x+2)^2}{2} - 2 \Rightarrow x * x * x = \frac{(x+2)^3}{4} - 2,$ $\frac{(x+2)^3}{4} - 2 = 52 \Rightarrow (x+2)^3 = 6^3, x = 4$	2p 3p
5p	6. Ecuația $m * n = 12 \Leftrightarrow (m+2)(n+2) = 28, m, n \in \mathbf{N}$ $D_{28} = \{1, 2, 7, 14, 28\} \Rightarrow (m, n) \in \{(0, 12), (2, 5), (5, 2), (12, 0)\}$, deci 4 perechi	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea**(30 puncte)**

5p	1. Avem $\det(A - I_2) = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$, calculul $\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - (-1)(-1) = -1$	3p 2p
5p	2. Calculul $A^2 - A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ${}^t A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, finalizare	3p 2p
5p	3. Avem că $A + A^2 + A^3 + A^4 = (1+2+4+8) \cdot A$ finalizare	3p 2p
5p	4. Calculul $\det(A + xI_2) = \begin{vmatrix} 1+x & -1 \\ -1 & 1+x \end{vmatrix} = (1+x)^2 - 1$ Ecuația $(1+x)^2 - 1 = 10 \Rightarrow (1+x)^2 = 11$ cu soluțiile $x \in \{-\sqrt{11}-1, \sqrt{11}-1\}$	3p 2p
5p	5. Calculul $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a-b)^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ suma elementelor este $(a-b)^2$, $\forall a, b \in \mathbf{Z}$, pătrat perfect	3p 2p
5p	6. Calculul $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ m & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ m & n \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ m-n & -m+n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-m & 3-n \\ -2+m & -3+n \end{pmatrix}$ de unde obținem $m = 3$, $n = 2$ care verifică	3p 2p

Cordonator grup de lucru – M_ pedagogic:

- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

Grup de lucru – M_ pedagogic

- Brînză Arabela-Adriana, Școala Gimnazială nr. 2 Cernavodă
- Cărmăru Alexandru, Colegiul Național Pedagogic *Constantin Brătescu* Constanța
- Jitaru Cristina - Fănița, Liceul cu Program Sportiv *Nicolae Rotaru* Constanța
- Zamfirescu Lavinia-Mihaela, Liceul Teoretic *Traian* Constanța

Bibliografie:

1. Matematică – Bacalaureat 2019,Mihai Monea, Steluța Monea, Editura Paralela 45;
2. Matematică – Bacalaureat 2009, Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019, Rodica Reșiga, Camelia Maria Magdaș,Editura Delfin;
4. Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene, Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022, <https://rocnee.eu>
6. Manual pentru clasa a X-a M3, Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. Manual pentru clasa a IX-a, Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. Bacalaureat 2002-Teste de matematică, Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001