

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E.c)

Matematică *M_mate-info*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I

(30 puncte)

5p	1. $\{2022 + \sqrt{2}\} = \{\sqrt{2}\} = \sqrt{2} - [\sqrt{2}] = \sqrt{2} - 1$ $a = (\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1) \Rightarrow a = 1 \in \mathbb{N}$	3p 2p
5p	2. $G_f \cap Ox = \emptyset \Leftrightarrow \Delta < 0$ $\Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow m \in (-2, 2) \cap \mathbb{Z} \Leftrightarrow m \in \{-1, 0, 1\}$	2p 3p
5p	3. $2 \lg x = \lg(x+2) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ $x = -1$, care nu convine, $x = 2$, care convine	3p 2p
5p	4. Numărul submulțimilor nevide cu un număr par de elemente este: $C_n^2 + C_n^4 + C_n^6 + \dots = 2^{n-1} - C_n^0 = 2^{n-1} - 1$ $2^{n-1} - 1 = 511 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 512 = 2^9 \Leftrightarrow n-1 = 9 \Leftrightarrow n = 10$	3p 2p
5p	5. d: $2x - 3y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \Rightarrow m_d = \frac{2}{3}$ $a \perp d \Rightarrow m_a \cdot m_d = -1 \Rightarrow m_a \cdot \frac{2}{3} = -1 \Rightarrow m_a = -\frac{3}{2}$ Ecuația dreptei a : $y - y_A = m_a \cdot (x - x_A) \Leftrightarrow y - 2 = -\frac{3}{2}(x - 1) \Leftrightarrow 2y - 4 = -3x + 3 \Leftrightarrow a: 3x + 2y - 7 = 0$	3p 2p
5p	6. $\sin A + \cos A = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg} A = -1$ $A \in (0, \pi) \Rightarrow A = \frac{3\pi}{4}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1.a) $A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & i & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & i & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} =$ $= -i + 0 + 0 - (-2i) - 0 - 0 = i$	2p 3p
5p	b) $\det A(a) = \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ a & i & a \\ -1 & a & -1 \end{vmatrix} = a^2 + i$, pentru orice număr real a Cum, pentru orice număr real a , $a^2 + i \neq 0$, obținem că $\det A(a) \neq 0$, deci, pentru orice număr real a , matricea $A(a)$ este inversabilă	2p 3p
5p	c) $A(0) \cdot A(0) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & i^2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = -I_3$ $\underbrace{A(0) \cdot A(0) \cdot A(0) \cdot \dots \cdot A(0)}_{\text{de 2022 ori } A(0)} = \underbrace{(-I_3) \cdot (-I_3) \cdot (-I_3) \cdot \dots \cdot (-I_3)}_{\text{de 1011 ori } (-I_3)} = -I_3$	2p 3p
5p	2. a) $x \circ y = xy - 6x - 6y + 36 + 6 =$ $= x(y - 6) - 6(y - 6) + 6 = (x - 6)(y - 6) + 6$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
5p	b) Elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ” este 7	1p

	$x' \in \mathbf{Z}$ este simetricul lui $x \in \mathbf{Z}$ dacă $x \circ x' = x' \circ x = 7$, de unde $x' = 6 + \frac{1}{x-6}$, $x \neq 6$ $x = 6$ nu este simetrizabil. Cum $x' \in \mathbf{Z}$, obținem $x = 5$ sau $x = 7$, de unde rezultă că $(x, x') \in \{(5,5), (7,7)\}$	2p
		2p
5p	<p>c) $x \circ 6 = 6$ și $6 \circ y = 6$, pentru orice numere reale x și y</p> <p>Deoarece legea „\circ” este asociativă, avem $\frac{2022}{1} \circ \frac{2022}{2} \circ \frac{2022}{3} \circ \dots \circ \frac{2022}{2022} =$ $= \underbrace{\left(\frac{2022}{1} \circ \frac{2022}{2} \circ \dots \circ \frac{2022}{336}\right)}_x \circ \frac{2022}{337} \circ \underbrace{\left(\frac{2022}{338} \circ \dots \circ \frac{2022}{2022}\right)}_y = x \circ 6 \circ y = (x \circ 6) \circ y = 6 \circ y = 6$</p>	2p
		3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

5p	1. a) $f'(x) = \arctg x + x \cdot \frac{1}{x^2+1} - \frac{2x}{x^2+1} = \arctg x - \frac{x}{x^2+1}$, $x \in \mathbf{R}$	5p
5p	<p>b) $f''(x) = \frac{1}{x^2+1} - \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^2}{(x^2+1)^2}$, $x \in \mathbf{R}$</p> <p>$\Rightarrow f''(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow f$ convexă pe \mathbf{R}</p>	3p 2p
5p	<p>c) $f'(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow f$ crescătoare pe $\mathbf{R} \Leftrightarrow g$ crescătoare pe \mathbf{R}</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{\pi}{2}$ și, cum g este continuă pe \mathbf{R}, rezultă că $\text{Im } g = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$</p>	2p 3p
5p	2. a) $\int \frac{f^2(x)}{x} dx = \int (x - x^2) dx =$ $= \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + C$	3p 2p
5p	<p>b) F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$, $x \in (-\infty, 0)$</p> <p>Se obțin valorile $a = \frac{2}{5}$, $b = -\frac{2}{15}$, $c = -\frac{4}{15}$</p>	2p 3p
5p	<p>c) F și G primitive ale funcției $f \Rightarrow G(x) = F(x) + c = \left(\frac{2}{5}x^2 - \frac{2}{15}x - \frac{4}{15}\right)\sqrt{1-x} + c$, $c \in \mathbf{R}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} G(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{(-x)^5} = \infty$ și cum $G'(x) = f(x) = x\sqrt{1-x}$, $x \in (-\infty, 0)$, rezultă</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{G(x)}{\sqrt{(-x)^5}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{G'(x)}{(\sqrt{(-x)^5})'} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{\frac{5}{2}x\sqrt{-x}} = \frac{2}{5} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{1-x}}{x\sqrt{-x}} = \frac{2}{5} \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \frac{2}{5} \cdot 1 = \frac{2}{5}$</p>	2p 1p 2p