

**Examenul național de bacalaureat 2026****Proba E. c)****Matematică M\_st-nat****Simulare***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL(30 de puncte)**

- 5p** 1. Să se arate că numărul  $A = \log_3 27 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} + \sqrt[3]{125}$  este un număr natural.
- 5p** 2. Să se determine valoarea minimă a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x^2 - 2x + 4$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $25^x + 3 \cdot 5^x = 4$ .
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea  $\{\sqrt{n} \mid n \in N, n < 100\}$ , acesta să fie număr irațional.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se dau punctele  $A(2, -1)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(1, 3)$  și  $D(a, 4)$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ . Să se determine valorile reale ale lui  $a$  pentru care dreptele  $AC$  și  $BD$  sunt perpendiculare.
- 5p** 6. Să se calculeze  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ , știind că  $x \in \mathbb{R}$  și  $\tan x = \frac{1}{3}$ .

**SUBIECTUL al II – lea****(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & a \\ 1 & 9 & a^2 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 3y + az = 1 \\ x + 9y + a^2z = 1 \end{cases}$ , unde  $a$  este un număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A(2) = -2$ .
- 5p** b) Determinați mulțimea numerelor reale  $a$  pentru care matricea  $A(a)$  este inversabilă.
- 5p** c) Pentru  $a \in \mathbb{R} - \{1; 3\}$ , rezolvați sistemul de ecuații.
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compozitie asociativă  $x * y = xy - 4x - 4y + 20$ .
- 5p** a) Demonstrați că  $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$ , pentru orice numere întregi  $x$  și  $y$ .
- 5p** b) Determinați elementele simetrizabile ale mulțimii  $\mathbb{Z}$  în raport cu legea „\*”.
- 5p** c) Calculați  $(-2026) * (-2025) * \dots * 2025 * 2026$ .

**SUBIECTUL al III – lea****(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3+x^2+1}{x^2+1}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x^2(x^2+3)}{(x^2+1)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Arătați că funcția  $f$  este bijectivă.
2. Fie funcția  $f: (-1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2(2x-1)}{x+1}$ .
- 5p** a) Determinați numerele reale  $a, b$  pentru care funcția  $F: (-1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = ax + b \ln(1+x)$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p** b) Determinați  $\int f(x) dx$ ,  $x \in (-1; +\infty)$ .
- 5p** c) Determinați primitiva  $G: (-1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  a funcției  $g: (-1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (x+1) \cdot f(x) + e^{2x} + \sin x$  pentru care  $G(0) = 0$ .