



**EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2025**

**Proba E.c)**

**Matematică M\_tehnologic**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Decembrie 2024**

**SIMULARE**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.*

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează împărțind punctajul obținut la 10.

**Subiectul I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} ; 0, (\ 6) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} ; \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = -1$ $\frac{2}{3} : \frac{2}{3} + (-1) = 1 - 1 = 0$ .	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.</b>	Pentru a găsi $\mathcal{G}_f \cap \mathcal{G}_g$ avem $f(x) = g(x) \Rightarrow 2x + 3 = x^2 \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0$ cu soluțiile $x_1, x_2$ . Din relațiile lui Viète deducem: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{-1} = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>3.</b>	$\log_5(9 - x^2) = 1 \Leftrightarrow 9 - x^2 = 5^1 \Leftrightarrow x^2 = 4$ Găsește $x_1 = 2$ și $x_2 = -2$ , care convin.	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>4.</b>	$abc : 5 \Rightarrow c = 5$ Numerele de forma $\overline{ab5}$ cu $a \neq b$ , $a, b \in \{1, 2, 3, 4\}$ sunt date de $A_4^2$ Calculează $A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$	<b>1p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
<b>5.</b>	A' este simetricul lui A față de B dacă B este mijlocul segmentului AA'. Notează $A'(x, y)$ și scrie $x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3+x}{2}; y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow -1 = \frac{2+y}{2}$ . Găsește $x = -1$ , $y = -4$ deci $A'(-1, -4)$	<b>1p</b> <b>2p</b> <b>2p</b>
<b>6.</b>	$\sin B = \frac{AC}{BC} \Leftrightarrow \frac{3}{5} = \frac{AC}{25} \Leftrightarrow AC = 15$ Obținem cu teorema lui Pitagora că $AB = 20$ $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = 150$ .	<b>2p</b> <b>1p</b> <b>2p</b>

**Subiectul II**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	Scrie $A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Calculează $\det A(2) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 4 - 1 = 3$ .	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>1.b)</b>	Scrie $A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , $A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	<b>1p</b> <b>3p</b>



	<p>Deduce <math>2X = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ 1 &amp; 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 2 &amp; 1 \end{pmatrix} \Rightarrow</math></p> $2X \Rightarrow X = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$	<b>1p</b>
<b>1.c)</b>	<p>Calculează <math>A^2(x) = \begin{pmatrix} x &amp; 1 \\ 1 &amp; x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x &amp; 1 \\ 1 &amp; x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2+1 &amp; 2x \\ 2x &amp; x^2+1 \end{pmatrix}</math></p> <p>Deduce <math>x^2+1=2x \Rightarrow x^2-2x+1=0 \Rightarrow x=1</math>.</p>	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\begin{aligned} 2 \circ (-2) &= 2 + (-2) + \frac{1}{2} + \frac{1}{-2} = \\ &= 2 - 2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.b)</b>	$\begin{aligned} x \circ 2 &= \frac{9}{2} \Leftrightarrow x+2+\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=\frac{9}{2} \Leftrightarrow x+\frac{1}{x}=2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2+1=2x \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow x=1. \end{aligned}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.c)</b>	$\begin{aligned} x \circ \frac{1}{x} &= x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + x = 2\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ x + \frac{1}{x} &\geq 2, \quad (\forall) x > 0 \quad \left(\Leftrightarrow \frac{x^2+1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0\right) \Rightarrow x \circ \frac{1}{x} \geq 4, \quad (\forall) x > 0 \end{aligned}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>Subiectul III</b>		<b>(30 de puncte)</b>
<b>1.a)</b>	<p>Calculează <math>f'(x) = (e^{-x})' + x' = -e^{-x} + 1</math></p> <p>Deduce <math>f(x) + f'(x) = (e^{-x} + x) + (-e^{-x} + 1) = x + 1, \quad (\forall) x \in \mathbb{R}</math>.</p>	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>1.b)</b>	<p><math>\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x} + x) = \infty</math>, deci funcția nu admite asimptotă orizontală la <math>+\infty</math></p> $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-x} + x}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-e^{-x} + 1}{1} = 1;$ $n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x} + x - x) = 0; \text{ deci } y=x \text{ asimptotă oblică la } +\infty$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>1.c)</b>	<p>Rezolvă ecuația <math>f'(x) = 0 \Rightarrow -e^{-x} + 1 = 0 \Rightarrow x = 0</math>.</p> <p>Pentru <math>x \in (-\infty; 0)</math>, <math>f</math> este strict descrescătoare, pentru <math>x \in (0; +\infty)</math>, <math>f</math> strict crescătoare, deci <math>x=0</math> este punct de minim local, adică <math>f(x) \geq f(0) \Leftrightarrow f(x) \geq 1, \quad (\forall) x \in \mathbb{R}</math>.</p>	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	<p>Funcția <math>f</math> este derivabilă și avem că: <math>f'(x) = \frac{(\ln x)' \cdot x - \ln x \cdot x'}{x^2} = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2} = g(x)</math> deci funcția <math>f</math> este o primitivă a lui <math>g</math>.</p>	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.b)</b>	$\int_1^2 \left( \frac{f(x)}{x} + g(x) \right) dx = \int_1^2 \left( \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1 - \ln x}{x^2} \right) dx = \int_1^2 \left( \frac{1}{x^2} \right) dx =$	<b>3p</b>



	$= -\frac{1}{x} \Big _1^2 = -\left(\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{1}{2}$	2p
2.c)	<p>Deoarece <math>f</math> este o primitivă a lui <math>g</math> avem că <math>\int_1^a g(x) dx = f(x) \Big _1^a = f(a) - f(1) = \frac{\ln a}{a}</math></p> <p>Vom avea că <math>\frac{\ln a}{a} = \frac{\ln 2}{2} \Leftrightarrow a = 2</math></p>	3p 2p