

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Simulare județeană

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I		(30 puncte)
1.	$\overline{z_2} = 1 + i$ $z_1 - \overline{z_2} = (3 + i) - (1 + i) = 2 \in \mathbb{R}$	2p 3p
2.	$f(a) = 10 - a, (f \circ f)(a) = f(f(a)) = 10 - (10 - a) = a$ $a^2 = a \Rightarrow a_1 = 0$ nu convine, $a_2 = 1$ convine	3p 2p
3.	$\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{x - 3} \xrightarrow{\text{inj}} x^2 - 4x + 3 = x - 3 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$ $x_1 = 2$ nu convine, $x_2 = 3$ convine	3p 2p
4.	Avem 90 cazuri posibile. Numerele de două cifre, cu suma cifrelor divizibilă cu 9, sunt 18, 27, 36, ..., 99, deci sunt 10 cazuri favorabile. $p = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$	3p 2p
5.	DE este linie mijlocie în triunghiul ABC , deci $DE = \frac{BC}{2}$. $BC = \sqrt{(8-2)^2 + (3-2)^2} \Rightarrow BC = 2\sqrt{10} \Rightarrow DE = \sqrt{10}$	3p 2p
6.	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \frac{4}{5}$ și cum $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, avem $\cos x = -\frac{4}{5}$ $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{25}{12}$	3p 2p

SUBIECTUL II		(30 puncte)
1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ $\det A(1) = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 + 4 = 1$	3p 2p
b)	$\det A(2) = \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -15 + 16 = 1 \neq 0 \Rightarrow A(2)$ este inversabilă $A(2) \cdot X = A(3) \Leftrightarrow X = (A(2))^{-1} \cdot A(3) \Leftrightarrow X = A(1) = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	2p 3p
c)	$A^2 = O_2, A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$ $A(x^2) \cdot A(y) = A(y^2) \cdot A(x) \Leftrightarrow A(x^2 + y) = A(y^2 + x) \Leftrightarrow x^2 + y = y^2 + x$	2p

	$\Leftrightarrow x^2 - y^2 + y - x = 0$ $\Leftrightarrow (x - y)(x + y - 1) = 0 \Leftrightarrow x = y \text{ sau } x + y = 1$	3p
2.a)	$\frac{1}{2} \circ 4 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 - 6 \cdot \frac{1}{2} - 6 \cdot 4 + 21 =$ $= 4 - 3 - 24 + 21 = -2$	3p 2p
b)	$x \circ (x + 3) = 39 \Leftrightarrow 2x(x + 3) - 6x - 6(x + 3) + 21 = 39 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 36 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 18 = 0$ $x_1 = -3, x_2 = 6 \text{ sunt soluțiile ecuației}$	3p 2p
c)	$e = \frac{7}{2} \in \mathbb{R} \text{ element neutru ; } x' = 3 + \frac{1}{4x - 12} \text{ simetricul elementului } x, x \neq 3$ $\text{Dacă } x = \frac{n}{4}, n \in \mathbb{N}, n \neq 12 \Rightarrow x' = 3 + \frac{1}{n - 12} \in \mathbb{N} \Rightarrow n - 12 \in \{-1, 1\} \Rightarrow n \in \{11, 13\}$	3p 2p

SUBIECTUL III		(30 puncte)
1.a)	$f'(x) = (\ln(x + 2))' - \left(\frac{2(x + 1)}{x + 2} \right)' = \frac{1}{x + 2} - \frac{2(x + 2) - 2(x + 1)}{(x + 2)^2} =$ $= \frac{x + 2 - 2}{(x + 2)^2} = \frac{x}{(x + 2)^2}, x \in (-2, \infty).$	3p 2p
b)	$f'(x) = -1 \Leftrightarrow \frac{x}{(x + 2)^2} = -1 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = -x \Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 = 0$ $x_1 = -4, x_2 = -1 ; \text{convine } x = -1$	3p 2p
c)	$f'(x) < 0, \text{ pentru } x \in (-2, 0) \text{ și } f'(x) > 0, \text{ pentru } x \in (0, \infty), \text{ deci } f \text{ este strict descrescătoare pe } (-2, 0] \text{ și } f \text{ este strict crescătoare pe } [0, \infty)$ $\text{Pentru } x \in [-1, 0] \text{ avem } 2x + 2 \in [0, 2] \Rightarrow f(0) \leq f(2x + 2) \leq f(2) \Leftrightarrow$ $\ln 2 - 1 \leq f(2x + 2) \leq 2 \ln 2 - \frac{3}{2}, \text{ pentru orice } x \in [-1, 0]$	2p 3p
2.a)	$\int f(x) \cdot \sqrt{x + 1} dx = \int \frac{x(x + 2)}{\sqrt{x + 1}} \cdot \sqrt{x + 1} dx = \int (x^2 + 2x) dx =$ $= \frac{x^3}{3} + x^2 + C$	3p 2p
b)	$F \text{ derivabilă pe } (-1, \infty)$ $F'(x) = \frac{2}{5} \left((\sqrt{x + 1})' \cdot (x^2 + 2x - 4) + \sqrt{x + 1} \cdot (x^2 + 2x - 4)' \right) = \frac{2}{5} \left(\frac{x^2 + 2x - 4}{2\sqrt{x + 1}} + \sqrt{x + 1} \cdot (2x + 2) \right)$ $F'(x) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5x^2 + 10x}{2\sqrt{x + 1}} = \frac{x(x + 2)}{\sqrt{x + 1}} = f(x), \text{ pentru orice } x \in (-1, \infty)$ $\text{Deci } F \text{ este o primitivă a funcției } f$	3p 2p

c)	<p>Fie G o primitivă a funcției $f \Rightarrow G'(x) = f(x), \forall x \in (-1, \infty)$</p> <p>$G'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ sau $x = -2 \notin (-1, \infty)$</p> <p>$G$ este strict descrescătoare pe $(-1, 0]$ și strict crescătoare pe $[0, \infty)$</p> <p>$\sqrt[3]{5}, \sqrt{3} \in (0, \infty); \sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{25} < \sqrt[6]{25} = \sqrt{3}$ și G este strict crescătoare pe $(0, \infty)$</p> <p>$\Rightarrow G(\sqrt[3]{5}) < G(\sqrt{3})$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
----	---	---------------------