

**Examenul național de bacalaureat 2026**
**Proba E. c)**
**Matematică  $M_{st-nat}$** 
*Model ianuarie 2026*
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**
**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**
**(30 puncte)**

1.	$(1+i\sqrt{2025})^2 = -2024 + 2\sqrt{2025}i, (1-i\sqrt{2025})^2 = -2024 - 2\sqrt{2025}i$	3p
	$\left  (1+i\sqrt{2025})^2 + (1-i\sqrt{2025})^2 \right  = 4048 = 2^4 \cdot 11 \cdot 23, 23 \text{ număr prim divide } 4048$	2p
2.	$\frac{-\Delta}{4a} > 0 \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 4m - 20 < 0$	3p
	$m \in \left( \frac{-14}{9}, 2 \right)$	2p
3.	$\sqrt{x^2 + 9} = 2x - 3 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x = 0$	3p
	$x = 0$ , care nu convine și $x = 4$ care convine	2p
4.	Cazuri favorabile: 15, 30, 45, 60, 75, 90, deci numărul de cazuri favorabile este 6	2p
	De la 10 la 99 sunt 90 de numere, deci 90 de cazuri posibile Probabilitatea $P = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$	3p
5.	$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4}{3}$ panta dreptei $AB$ ; $m_{AC} = m - 5$ . Din	2p
	$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow m = \frac{17}{4}$	3p
6.	$m_{BC} = \frac{m-1}{4}$ Din $m_{AB} \cdot m_{BC} = -1 \Rightarrow m = -2$	
	Din $m_{AC} \cdot m_{BC} = -1 \Rightarrow m = 3$	
6.	$\cos x = \sin(90^\circ - x); \cos^2 70^\circ = \sin^2 20^\circ; \cos^2 60^\circ = \sin^2 30^\circ;$	3p
	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ , pentru orice $x \in R$ $(\cos^2 20^\circ + \sin^2 20^\circ) + (\cos^2 30^\circ + \sin^2 30^\circ) = 1 + 1 = 2$	2p

**SUBIECTUL al II-lea**
**(30 puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$	<b>2p</b>
	$\det(A(-\sqrt{2}) \cdot A(0)) = \det(A(-\sqrt{2})) \cdot \det(A(0)) = 0 \in \mathbb{N}$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$\det(A(x)) = -2x^2 + 2x;$	<b>2p</b>
	$A(x)$ nu este inversabilă dacă $\det(A(x)) = 0 \Rightarrow -2x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 1$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$A^2(x) = \begin{pmatrix} 8x^2 + 3x + 1 & 12x^2 + x - 1 \\ 3x^2 + x & 5x^2 - x \end{pmatrix}; (3x+1)A(x) = \begin{pmatrix} 6x^2 + 5x + 1 & 12x^2 + x - 1 \\ 3x^2 + x & 3x^2 + x \end{pmatrix}$	<b>2p</b>
	$\begin{pmatrix} 8x^2 + 3x + 1 & 12x^2 + x - 1 \\ 3x^2 + x & 5x^2 - x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6x^2 + 5x + 1 & 12x^2 + x - 1 \\ 3x^2 + x & 3x^2 + x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x^2 - 2x & 0 \\ 0 & 2x^2 - 2x \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2x^2 - 2x & 0 \\ 0 & 2x^2 - 2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 0 \text{ și } x = 1$	<b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$0 \circ x = \log_2(2^0 + 2^x - 1) =$	<b>2p</b>
	$= \log_2(1 + 2^x - 1) = \log_2 2^x = x, \text{ pentru orice } x \in [0, \infty)$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$(x \circ y) \circ z = \log_2(2^{\log_2(2^x + 2^y - 1)} + 2^z - 1) = \log_2(2^x + 2^y + 2^z - 2)$	<b>2p</b>
	$x \circ (y \circ z) = \log_2(2^x + 2^{\log_2(2^y + 2^z - 1)} - 1) = \log_2(2^x + 2^y + 2^z - 2), \text{ deci}$ $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \text{ pentru } x, y, z \in [0, \infty)$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	Folosind asociativitatea $x \circ x \circ x = \log_2(3 \cdot 2^x - 2);$	<b>3p</b>
	$\log_2(3 \cdot 2^x - 2) = 2x \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 2 = 2^{2x} \Leftrightarrow 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ $x = 0 \in \mathbb{N}$ și $x = 1 \in \mathbb{N}$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**
**(30 puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \left( \frac{2x+4}{\sqrt{x^2+4}} \right)' = \frac{2\sqrt{x^2+4} - (2x+4) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}}{x^2+4} =$	<b>2p</b>
	$= \frac{2(x^2+4) - (2x+4) \cdot x}{(x^2+4) \cdot \sqrt{x^2+4}} = \frac{8-4x}{(x^2+4) \cdot \sqrt{x^2+4}} = \frac{4 \cdot (2-x)}{(x^2+4) \cdot \sqrt{x^2+4}}$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$f'(0) = \frac{8}{8} = 1$	<b>2p</b>
	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0) = 1$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	Din $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ; Pentru $x \leq 2, f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare; Pentru $x \geq 2, f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare;	<b>3p</b>

	$f(2) = 2\sqrt{2}$ este maximul funcției; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ ; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ ; $f$ continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow \text{Im}(f) = (-2, 2\sqrt{2}]$ , deci ecuația $f(x) = y$ admite soluție pentru orice $y \in (-2, 2\sqrt{2}]$	<b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$F'(x) = -e^{-x} \cdot (mx^2 + nx + p) + e^{-x} \cdot (2mx + n) = e^{-x} \cdot [-mx^2 + (2m - n)x + (n - p)]$ $F$ este primitivă funcției $f \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$ , pentru orice $x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ $-m = -1 \Leftrightarrow m = 1$ ; $2m - n = 5 \Rightarrow n = -3$ ; $n - p = -4 \Rightarrow p = 1$	<b>2p</b>  <b>3p</b>
<b>b)</b>	Fie $F$ o primitivă oarecare a lui $f$ . $F$ derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $F'(x) = f(x)$ , $\forall x \in \mathbb{R}$ ; $F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow e^{-x}(-x^2 + 5x - 4) = 0 \Rightarrow -x^2 + 5x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ și $x = 4$ pentru $x \in [1, 4]$ , $f(x) \geq 0 \Rightarrow F'(x) \geq 0$ . Deci $F$ crescătoare pe intervalul $[1, 4]$	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\frac{f(x) \cdot e^x}{4 - x} = \frac{-x^2 + 5x - 4}{4 - x} = x - 1$ ; $\int_1^a (x - 1) dx = \frac{a^2}{2} - a + \frac{1}{2}$ ; $\int_a^3 (x - 1) dx = -\frac{a^2}{2} + a + \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a^2}{2} - a + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \left( -\frac{a^2}{2} + a + \frac{3}{2} \right) \Leftrightarrow 4a^2 - 8a = 0$ $a = 0 \notin [1, 3]$ și $a = 2 \in [1, 3]$	<b>2p</b>  <b>3p</b>