

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2024

Proba E.c)

Matematică M\_pedagogic

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul  $a = \left(5 + \sqrt{3} + \frac{22}{5 + \sqrt{3}}\right)^2$  este pătrat perfect.
- 5p 2. Fie funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = (x - \sqrt{2})^2 + (x + \sqrt{2})^2$ . Arătați că  $f(a) \geq 4, \forall a \in \mathbf{R}$ .
- 5p 3. Aflați valorile lui  $a \in \mathbf{R}$  pentru care ecuația  $\sqrt{x^2 - ax + 3a^2} = 1$  are o soluție egală cu 1.
- 5p 4. Care este probabilitatea, ca alegând o bilă dintr-o urnă cu bile numerotate de la 10 la 99, să extragem o bilă inscripționată cu un număr cub perfect?
- 5p 5. Fie pătratul  $ABCD$ , cu latura  $AB = 10$ , punctul  $M$  mijlocul laturii  $AD$ . Aflați lungimea distanței de la vârful  $C$  la  $MB$ .
- 5p 6. Arătați că  $(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)^2 - \sin 60^\circ = 1$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție asociativă  $x * y = x + y + \frac{xy}{2}, \forall x, y \in \mathbf{R}$
- 5p 1) Arătați că  $\left(\frac{1}{2}\right) * \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{12}$ .
- 5p 2) Arătați că  $x * y = \frac{(x+2)(y+2)}{2} - 2, \forall x, y \in \mathbf{R}$ .
- 5p 3) Arătați că  $e = 0$  este element neutru pentru legea de compoziție dată.
- 5p 4) Fie mulțimea  $P = \{2n | n \in \mathbf{Z}\}$ . Arătați că pentru orice  $x, y \in P$  avem  $x * y \in P$ .
- 5p 5) Aflați numărul rațional  $x$ , știind că  $x * x * x = 52$ .
- 5p 6) Aflați câte perechi de numere naturale  $(m; n)$  verifică relația  $m * n = 12$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

- Fie matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- 5p 1) Arătați că  $\det(A - I_2) = -1$ .
- 5p 2) Arătați că  $A^2 - A = {}^tA$ , unde am notat cu  ${}^tA$  transpusa matricei  $A$ .
- 5p 3) Arătați că  $A + A^2 + A^3 + A^4 = 15 \cdot A$ .
- 5p 4) Determinați numărul real  $x$  știind că acesta verifică relația  $\det(A + xI_2) = 10$ .
- 5p 5) Arătați că suma elementelor matricei  $C = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix}$  este un pătrat perfect pentru orice numere  $a, b$  întregi.
- 5p 6) Determinați numerele raționale  $m, n$ , știind că  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ m & n \end{pmatrix} \cdot A = A \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ m & n \end{pmatrix}$ .

**Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2024**

**Proba E.c)**

**Matematică M\_pedagogic**  
**Barem de evaluare și de notare**

**Varianța 1**

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

**SUBIECTUL I**

**(30 puncte)**

<b>5p</b>	1. Calculul $\frac{22}{5+\sqrt{3}} = 5 - \sqrt{3}$ $a = 100 = 10^2$ este pătrat perfect	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5p</b>	2. Calculul $f(a) = 2a^2 + 4, a^2 \geq 0$ $f(a) \geq 4, \forall a \in \mathbf{R}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	3. Ecuația $\sqrt{1^2 - a + 3a^2} = 1, 3a^2 - a = 0$ cu soluția $a \in \left\{0; \frac{1}{3}\right\}$ care verifică ecuația	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	4. Numărul de cazuri posibile este 90 Numărul de cazuri favorabile 2, $P = \frac{1}{45}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5p</b>	5. $A_{CMB} = A_{ABCD} - A_{MDC} - A_{MAB} = 50$ $BM = \sqrt{125}, A_{CMB} = \frac{CE \cdot MB}{2}, CE = 4\sqrt{5}, CE$ este înălțimea triunghiului $BMC$ .	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5p</b>	6. $(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 puncte)**

<b>5p</b>	1. Calculul $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{5}{6} + \frac{1}{12}$ calculul $\frac{5}{6} + \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	2. Calculul $x * y = \frac{(x+2)(y+2)}{2} - 2 = \frac{xy + 2x + 2y + 4 - 4}{2}$ Finalizare	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	3. Verificarea $x * 0 = x, 0 * x = x, \forall x \in \mathbf{R}$ Finalizare	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	4. Dacă $x, y \in P \Rightarrow x = 2m, y = 2n, x * y = 2m + 2n + 2mn, m, n \in \mathbf{Z}$ $x * y = 2(m + n + mn) \in P$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5p</b>	5. Avem $x * x = \frac{(x+2)^2}{2} - 2 \Rightarrow x * x * x = \frac{(x+2)^3}{4} - 2,$ $\frac{(x+2)^3}{4} - 2 = 52 \Rightarrow (x+2)^3 = 6^3, x = 4$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5p</b>	6. Ecuația $m * n = 12 \Leftrightarrow (m+2)(n+2) = 28, m, n \in \mathbf{N}$ $D_{28} = \{1, 2, 7, 14, 28\} \Rightarrow (m, n) \in \{(0, 12), (2, 5), (5, 2), (12, 0)\},$ deci 4 perechi	<b>3p</b> <b>2p</b>

<b>5p</b>	1. Avem $\det(A - I_2) = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$ ,	<b>3p</b>
	calculul $\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - (-1)(-1) = -1$	<b>2p</b>
<b>5p</b>	2. Calculul $A^2 - A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	<b>3p</b>
	${}^tA = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ , finalizare	<b>2p</b>
<b>5p</b>	3. Avem că $A + A^2 + A^3 + A^4 = (1 + 2 + 4 + 8) \cdot A$	<b>3p</b>
	finalizare	<b>2p</b>
<b>5p</b>	4. Calculul $\det(A + xI_2) = \begin{vmatrix} 1+x & -1 \\ -1 & 1+x \end{vmatrix} = (1+x)^2 - 1$	<b>3p</b>
	Ecuația $(1+x)^2 - 1 = 10 \Rightarrow (1+x)^2 = 11$ cu soluțiile $x \in \{-\sqrt{11}-1, \sqrt{11}-1\}$	<b>2p</b>
<b>5p</b>	5. Calculul $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a-b)^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	<b>3p</b>
	suma elementelor este $(a-b)^2$ , $\forall a, b \in \mathbf{Z}$ , pătrat perfect	<b>2p</b>
<b>5p</b>	6. Calculul	<b>3p</b>
	$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ m & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ m & n \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ m-n & -m+n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-m & 3-n \\ -2+m & -3+n \end{pmatrix}$ de unde obținem $m = 3, n = 2$ care verifică	<b>2p</b>

**Coordonator grup de lucru – M\_ pedagogic:**

- Bălănescu Daniela, inspector școlar pentru matematică

**Grup de lucru – M\_ pedagogic**

- Brînză Arabela-Adriana, Școala Gimnazială nr. 2 Cernavodă

- Cărnaru Alexandru, Colegiul Național Pedagogic *Constantin Brătescu* Constanța

- Jitaru Cristina - Fănița, Liceul cu Program Sportiv *Nicolae Rotaru* Constanța

- Zamfirescu Lavinia-Mihaela, Liceul Teoretic *Traian* Constanța

**Bibliografie:**

1. Matematică – Bacalaureat 2019, Mihai Monea, Steluța Monea, Editura Paralela 45;
2. Matematică – Bacalaureat 2009, Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
3. Bacalaureat Matematică – Ghid de pregătire 2019, Rodica Reșiga, Camelia Maria Magdaș, Editura Delfin;
4. Matematică – Bacalaureat 2020. Ghid de pregătire pentru examene, Coordonatori: Gabriela Constantinescu, Cătălin Zîrnă, Editura Crizon;
5. Teste de antrenament 2020 – 2021 - 2022, <https://rocnee.eu>
6. Manual pentru clasa a X-a M3, Coordonatori Dan Brânzei, Gina Caba, Editura Teora, 2003
7. Manual pentru clasa a IX-a, Coordonatori Marius Burtea, Georgeta Burtea, Editura Carmis , 2018
8. Bacalaureat 2002-Teste de matematică, Coordonatori Ion Savu, Mircea Becheanu, Editura Humanitas Educațional, 2001