

**Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022****Proba E.c)****Matematică M\_mate-info****Varianta 3**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică  
 Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

**SUBIECTUL I****(30 puncte)**

- 5p** 1. Fie progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$ . Știind că  $b_2 + b_5 = 156$  și  $b_3 + b_6 = 468$ , calculați rația progresiei.
- 5p** 2. Determinați mulțimea valorilor întregi ale numărului real  $m$ , pentru care reprezentarea graficului funcției  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 + mx + 1$  nu intersectează axa  $Ox$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^{x-1} - 2^{x+1} + 3 = 0$ .
- 5p** 4. Determinați  $n \in \mathbb{N}^*$  știind că numărul submulțimilor nevide cu un număr par de elemente ale unei mulțimi cu  $n$  elemente este 511.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul  $ABC$ ,  $M$  mijlocul laturii  $BC$  și punctul  $T$  mijlocul segmentului  $AM$ . Să se arate că  $\overrightarrow{BT} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ .
- 5p** 6. Determinați măsura unghiului  $A$  al unui triunghi  $ABC$ , știind că  $\sin A + \cos A = 0$ .

**SUBIECTUL al II-lea****(30 puncte)**

- 5p** 1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ a & i & a \\ -1 & a & -1 \end{pmatrix}$ , unde  $i^2 = -1$  și  $a$  este număr real.
- a)** Arătați că  $\det A(0) = i$ .
- 5p** **b)** Demonstrați că, pentru orice număr real  $a$ , matricea  $A(a)$  este inversabilă.
- 5p** **c)** Calculați  $\underbrace{A(0) \cdot A(0) \cdot A(0) \cdots A(0)}_{\text{de 2022 ori}}$ .
- 5p** 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru  $x \circ y = xy - 6x - 6y + 42$ .
- 5p** **a)** Arătați că  $x \circ y = (x-6)(y-6) + 6$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** **b)** Determinați perechile de numere întregi  $(x, x')$ , unde  $x'$  este simetricul lui  $x$  în raport cu legea " $\circ$ ".
- 5p** **c)** Calculați  $\frac{2022}{1} \circ \frac{2022}{2} \circ \frac{2022}{3} \cdots \circ \frac{2022}{2022}$ .

**SUBIECTUL al III-lea****(30 puncte)**

- 5p** 1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$
- a)** Să se arate că  $x^2 \cdot f'(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x+1)$ ,  $\forall x \in (0, +\infty)$
- 5p** **b)** Să se arate că graficul funcției admite o singură asimptotă.
- 5p** **c)** Determinați cel mai mic număr întreg  $a$  pentru care  $f(x) < a$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = e^x \cdot (2x^2 + 3x + 4)$  și  $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $F(x) = e^x \cdot (ax^2 + bx + c)$
- a)** Să se determine  $a, b, c \in \mathbf{R}$  astfel încât funcția  $F$  să fie primitiva funcției  $f$ .
- 5p** **b)** Aflați primitiva funcției  $f$ , al cărei grafic conține punctul  $A(0; 2)$ .
- 5p** **c)** Arătați că orice primitivă a funcției  $f$  este convexă pe  $\mathbf{R}$ .