

## Examenul național de bacalaureat 2025

## Proba E. c)

Matematică M<sub>șt-nat</sub>

Simulare județeană, 16 decembrie 2025

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

## SUBIECTUL I

(30 puncte)

- (5p) 1. Se dă numărul complex  $z = \frac{\sqrt{5}-1}{2} + \frac{\sqrt{5}+1}{2}i$ . Calculați modulul numărului  $z^4$ .
- (5p) 2. Fie progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  și progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$  astfel încât  $a_1 = b_1 = 1$ ,  $b_3 - a_3 = 2$  iar cele două progresii au aceeași rație pozitivă. Să se calculeze  $b_4 - a_4$ .
- (5p) 3. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $4^{x+1} = 3 \cdot 4^x + 2^x + 6$ .
- (5p) 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 3.
- (5p) 5. Pătratul  $ABCD$  are lungimea laturii  $AB = \sqrt{2}$ . Să se calculeze  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$ .
- (5p) 6. Triunghiul  $ABC$  are aria  $S = 9$ ,  $AC = 6$  și  $BC = 2\sqrt{3}$ . Aflați măsura unghiului  $C$ .

## SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ . Dacă  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_{3,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , se cere:
- (5p) a) Calculați  $\det A$  și  $\det(A^3)$ ;
- (5p) b) Să se afle  $A^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ ;
- (5p) c) Să se determine matricea  $X$ , cu elemente numere reale, astfel încât  $(A + I_3)X = O_{3,1}$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată prin
- $$x * y = \frac{(2x-1)(2y-1)+1}{2}, (\forall)x, y \in \mathbb{R}.$$
- (5p) a) Arătați că legea de compoziție admite elementul neutru  $e = 1$ ;
- (5p) b) Determinați elementele simetrizabile din  $\mathbb{R}$  în raport cu " $*$ ";
- (5p) c) Calculați  $A = \frac{1}{\sqrt{1}} * \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{1}{\sqrt{3}} * \dots * \frac{1}{\sqrt{2026}}$ .

## SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Fie funcția  $f: (-\infty, -6] \cup [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 6x}$ .
- (5p) a) Calculați  $f'(x)$ ;
- (5p) b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{f(x) - f(-8)}{x+8} = -\frac{5}{4}$ ;
- (5p) c) Determinați asimptotele oblice ale funcției.
2. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 \ln x$ .
- (5p) a) Calculați  $\int \frac{f(x)}{x^3} dx$ ;
- (5p) b) Demonstrați că orice primitivă a funcției  $f$  este strict descrescătoare pe  $(0,1)$ ;
- (5p) c) Determinați primitiva  $F$  a funcției  $f$  pentru care  $F(1) = -\frac{10}{9}$ .