**Examenul naţional de bacalaureat 2025**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_mate-info***

***Model ianuarie 2025***

## BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***
***Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică***

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I** **(30 puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $a_{24}=a_3+21r \Rightarrow r=5, a_1=-1$ | **3p** |
| | $2024=a_1+(n-1)r \Rightarrow n=406 \Rightarrow a_{406}=2024$ | **2p** |
| **2.** | $\Delta>0, S<0, P>0$ | **3p** |
| | $m\in(-\infty,-1)\setminus\{-2\}$ | **2p** |
| **3.** | $4-2^x=2^{2-x} \Rightarrow 2^{2x}-4\cdot 2^x+4=0$ | **3p** |
| | $x=1$, care convine | **2p** |
| **4.** | $M=\{0,1,2,...,7\} \Rightarrow 2^8=256$ submulțimi | **2p** |
| | $M_1=\{0,2,4,6\} \Rightarrow 2^4=16$ submulțimi care nu conțin numere impare | **2p** |
| | $256-16=240$ submulțimi care conțin cel puțin un număr impar | **1p** |
| **5.** | $d_1 \parallel d_2 \Rightarrow m=\frac{3}{4}$ | **3p** |
| | $d(d_1,d_2)=9$ | **2p** |
| **6.** | $\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin x\cos x}=\frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ | **3p** |
| | $x=\frac{\pi}{6}\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, $x=\frac{\pi}{3}\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $\det(X(1))=\begin{vmatrix}3 & -1 & -1\\ -1 & 3 & -1\\ -1 & -1 & 3\end{vmatrix}=$ | **2p** |
| | $=27-1-1-3-3-3=16$ | **3p** |
| **b)** | $A^2=3A$ | **1p** |
| | $X(a)\cdot X(b)=(I_3+aA)\cdot(I_3+bA)=I_3+aA+bA+abA^2$ | **2p** |
| | $=I_3+(a+b+3ab)A=X(a+b+3ab)$ | **2p** |
| **c)** | $X(a)\cdot X(b)=X(b)\cdot X(a)=X(b), \forall a\in\mathbb{R}$ | **1p** |

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

| | | |
|---|---|---|
| | $\Rightarrow b=-\frac{1}{3}$ | 2p |
| | $X\left(-\frac{2025}{2025}\right)\cdot X\left(-\frac{2024}{2025}\right)\cdot\ldots\cdot X\left(-\frac{675}{2025}\right)\cdot\ldots\cdot X\left(\frac{2025}{2025}\right)=X\left(-\frac{1}{3}\right)\Rightarrow p=-\frac{1}{3}$ | 2p |
| **2.a)** | $x\circ y=\frac{1}{3}xy-x-y+3+3=\frac{1}{3}x(y-3)-(y-3)+3=$ | 3p |
| | $=(y-3)\left(\frac{1}{3}x-1\right)+3=\frac{1}{3}(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale $x$ și $y$. | 2p |
| **b)** | $x\circ e=x\Rightarrow\frac{1}{3}(x-3)(e-3)+3=x\Rightarrow(x-3)(e-6)=0$, pentru orice număr real $x$, de unde obținem $e=6\in\mathbb{R}$ | 2p |
| | $6\circ x=\frac{1}{3}(6-3)(x-3)+3=x$, pentru orice număr real $x$, deci $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”. | 3p |
| **c)** | $\frac{1}{9}(2^n+3-3)(2^{n+1}+3-3)(2^{n+2}+3-3)+3=\frac{1}{9}(2^{27}+27)\Leftrightarrow 2^{n+n+1+n+2}=2^{27}$ | 2p |
| | $3n+3=27$, deci $n=8$ | 3p |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}}=0$ | 3p |
| | $y=0$ asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției $f$ | 2p |
| **b)** | $x_n=\sqrt{n+2}-\sqrt{2}$ | 2p |
| | $x_{n+1}-x_n=\sqrt{n+3}-\sqrt{n+2}$ | 2p |
| | $x_{n+1}-x_n>0\Rightarrow(x_n)_{n\geq1}$ strict crescător | 1p |
| **c)** | $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{x_n}{\sqrt{n}}\right)^{2n}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{x_n^{\ 2}}{n}\right)^n=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+4-2\sqrt{2n+4}}{n}\right)^n=$ | 3p |
| | $=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{4-2\sqrt{2n+4}}{n}\right)^n=e^{-\infty}=0$ | 2p |
| **2.a)** | $\int f(x)dx=\int\frac{\left(x^{2025}+1\right)'}{x^{2025}+1}dx=$ | 2p |
| | $=\ln\left(x^{2025}+1\right)+C$, unde $C\in\mathbb{R}$ | 3p |
| **b)** | Funcția $F$ este o primitivă a funcției $f$ $\Rightarrow F'(x)=f(x)\Rightarrow F'(x)=\frac{2025x^{2024}}{x^{2025}+1}\geq0$, pentru orice $x\in(-1,\infty)\Rightarrow F$ este crescătoare pentru orice $x\in(-1,\infty)$ | 3p |
| | $\sqrt{\frac{5}{6}}\leq\sqrt{\frac{6}{5}}\overset{F\ crescătoare}{\Longrightarrow}F\left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)\leq F\left(\sqrt{\frac{6}{5}}\right)$ | 2p |

| | | |
|---|---|---|
| **c)** | $\int_0^1 \left[F(x)+xf(x)\right]dx=\int_0^1 \left[x'F(x)+xF'(x)\right]dx=$ | **2p** |
| | $=\int_0^1 \left[xF(x)\right]'dx=xF(x)\Big\|_0^1=x\ln\left(x^{2025}+1\right)\Big\|_0^1=\ln 2$ | **3p** |

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro