

## BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	Fie $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ . Ecuația devine $a + bi + 5 \cdot (a - bi) = 12 + 8i$ Obținem $a = 2, b = -2$ , deci $z = 2 - 2i$	1p 2p 2p
2.	$y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a}$ $\Delta = 16$ $y_{\max} = 2$ .	2p 1p 2p
3.	$3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 39 \Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot 13 = 39$ $3^{x-1} = 3 \Leftrightarrow x = 2$	3p 2p
4.	Număr cazuri posibile: 121 Cazuri favorabile: $0, 11 \cdot 1, 11 \cdot 2, \dots, 11 \cdot 10$ , deci numărul cazurilor favorabile este 11. $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{11}{121} = \frac{1}{11}$	2p 2p 1p
5.	Fie $h$ din înălțimea din $A \Rightarrow m_h \cdot m_{BC} = -1$ $m_{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_h = -4$ Ecuația înălțimii este $y = -4x + 6$	1p  2p 2p
6.	Se obține $\cos x = -\frac{4}{5}$ . Atunci $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3}$ $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3 - 4\sqrt{3}}{10}$	1p  2p 2p

## SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1	a) Se înlocuiește soluția în fiecare ecuație a sistemului Se obține $m=3$	3 p 2p
---	--	-----------

	b) $\det A = 2(1 - m^2)$ $\det A \geq 0 \Leftrightarrow m \in [-1, 1]$	2 p 3p
	c) Sistemul admite soluție unică $\Leftrightarrow \det A \neq 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ Se obțin soluțiile $x = 1, y = \frac{2}{m+1}, z = \frac{2}{m+1}$ Soluțiile sunt numere naturale $\Leftrightarrow m + 1 \in D_2 \Leftrightarrow m \in \{0, 1\}$ Convine doar $m = 0$	1 p 2 p  1 p 1p
2	a) Se verifică $x * 2 = x, \forall x \in M$ $2 * x = x, \forall x \in M$ , deci $e = 2$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.	2p 3p
	b) Definiția elementului simetrizabil $x'$ $x * x' = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x'^2} - 4 = 2 \Rightarrow x' = \pm \sqrt{8 - x^2}$ . Din condițiile $x' \geq 2$ și $8 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4$ Singurul element simetrizabil este $x = 2$ .	1p 1p  2p 1p
	c) $\sqrt{x} * \sqrt[4]{x} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x + \sqrt{x}} - 4 = 4 \Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 4 = 16$ . Notăm $\sqrt{x} = t, t \geq 0$ . Ecuația devine $t^2 + t - 20 = 0$ . Se obține soluția $x = 16$	2p 1p  2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ asimptotă orizontală la graficul funcției spre $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$ asimptotă orizontală la graficul funcției spre $-\infty$ . Nu există asimptote verticale	2 p  2p 1p												
	$b) f'(x) = \frac{4-2x}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$ <table border="1"><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>2</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td colspan="3"><math>\sqrt{2}</math></td></tr></table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$\sqrt{2}$			2 p 2p 1p
	x	$-\infty$	2	$+\infty$										
	$f'(x)$	+	0	-										
$f(x)$	$\sqrt{2}$													
Observăm ca $x = 2$ este punct de maxim al funcției.														
$c) \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{(x+2)^2}{x^2+4} \right)^x$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{4x}{x^2+4} \right)^x = e^4$	2 p 3 p													
2.	a) Obținem prin derivare $F'(x) = \frac{-ax^2+2bx+ab}{(x^2+b)^2}$ $F'(x) = f(x) \Rightarrow a = b = 1$	3p 2p												

