

Matematică M_st-nat
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	Fie $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Ecuația devine $a + bi + 5 \cdot (a - bi) = 12 + 8i$ Obținem $a = 2$, $b = -2$, deci $z = 2 - 2i$	1p 2p 2p
2.	$y_{max} = -\frac{\Delta}{4a}$ $\Delta = 16$ $y_{max} = 2$.	2p 1p 2p
3.	$3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 39 \Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot 13 = 39$ $3^{x-1} = 3 \Leftrightarrow x = 2$	3p 2p
4.	Număr cazuri posibile: 121 Cazuri favorabile: 0, 11 · 1, 11 · 2, ... 11 · 10, deci numărul cazurilor favorabile este 11. $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{11}{121} = \frac{1}{11}$	2p 2p 1p
5.	Fie h din înălțimea din $A \Rightarrow m_h \cdot m_{BC} = -1$ $m_{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_h = -4$ Ecuația înălțimii este $y = -4x + 6$	1p 2p 2p
6.	Se obține $\cos x = -\frac{4}{5}$. Atunci $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3}$ $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3 - 4\sqrt{3}}{10}$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al II-lea

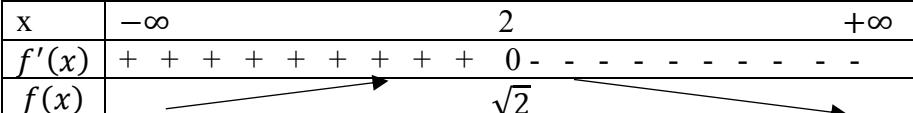
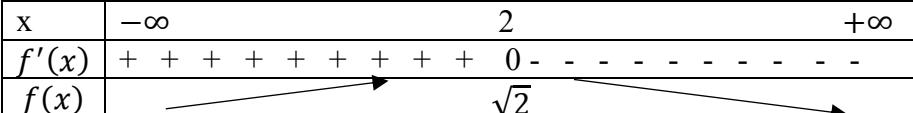
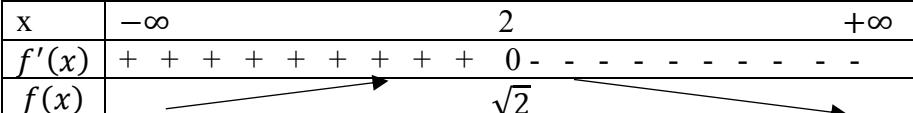
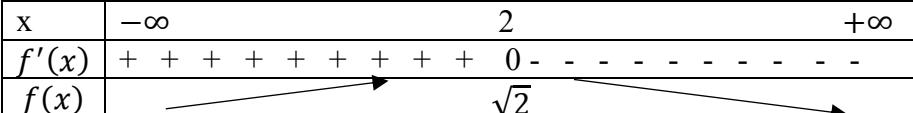
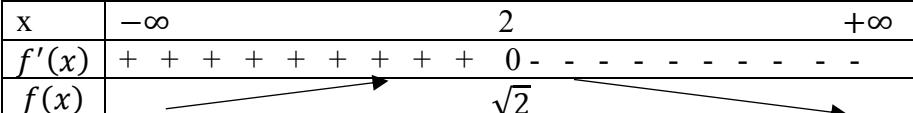
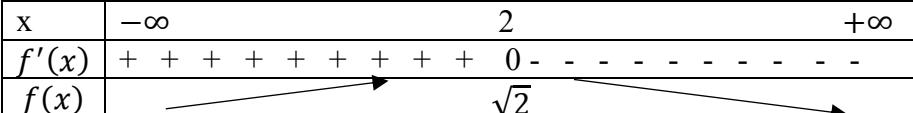
(30 de puncte)

1	a) Se înlocuiește soluția în fiecare ecuație a sistemului Se obține $m=3$	3 p 2p
---	--	-----------

	b) $\det A = 2(1 - m^2)$ $\det A \geq 0 \Leftrightarrow m \in [-1, 1]$	2 p 3p
	c) Sistemul admite soluție unică $\Leftrightarrow \det A \neq 0 \Leftrightarrow m \in R / \{-1, 1\}$ Se obțin soluțiile $x = 1, y = \frac{2}{m+1}, z = \frac{2}{m+1}$ Soluțiile sunt numere naturale $\Leftrightarrow m + 1 \in D_2 \Leftrightarrow m \in \{0, 1\}$ Convine doar $m = 0$	1 p 2 p 1 p 1p
2	a) Se verifică $x * 2 = x, \forall x \in M$ $2 * x = x, \forall x \in M$, deci $e = 2$ este elementul neutru al legii de compozitie „*”.	2p 3p
	b) Definiția elementului simetrizabil x' $x * x' = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x'^2 - 4} = 2 \Rightarrow x' = \pm\sqrt{8 - x^2}$. Din condițiile $x' \geq 2$ și $8 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4$ Singurul element simetrizabil este $x = 2$.	1p 1p 2p 1p
	c) $\sqrt{x} * \sqrt[4]{x} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x + \sqrt{x - 4}} = 4 \Leftrightarrow x + \sqrt{x - 4} = 16$. Notăm $\sqrt{x} = t, t \geq 0$. Ecuația devine $t^2 + t - 20 = 0$. Se obține soluția $x = 16$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ asimptotă orizontală la graficul funcției spre $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$ asimptotă orizontală la graficul funcției spre $-\infty$. Nu există asymptote verticale	2 p 2p 1p											
	b) $f'(x) = \frac{4-2x}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$. <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+ + + + + + + + 0 - - - - - - - - - - - -</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td></td><td>$\sqrt{2}$</td><td></td></tr> </table> Observăm ca $x = 2$ este punct de maxim al funcției.	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+ + + + + + + + 0 - - - - - - - - - - - -			$f(x)$		$\sqrt{2}$	
x	$-\infty$	2	$+\infty$										
$f'(x)$	+ + + + + + + + 0 - - - - - - - - - - - -												
$f(x)$		$\sqrt{2}$											
	c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(x+2)^2}{x^2+4}\right)^x$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4x}{x^2+4}\right)^x = e^4$	2 p 3 p											
2.	a) Obținem prin derivare $F'(x) = \frac{-ax^2+2bx+ab}{(x^2+b)^2}$ $F'(x) = f(x) \Rightarrow a = b = 1$	3p 2p											

	b) $\int (x^2 + 1)f(x)dx = \int \frac{1+2x-x^2}{x^2+1} dx = \int \frac{2}{x^2+1} dx + \int \frac{2x}{x^2+1} dx - \int \frac{x^2+1}{x^2+1} dx = 2\arctgx + \ln(x^2 + 1) - x + C.$	1p																
	c) Fie $G: R \rightarrow R$ o primitivă a funcției f . Atunci $G'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$	2p																
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$1 - \sqrt{2}$</td> <td>$1 + \sqrt{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> </table> <p>Din tabel deducem că $f(x) < 0, \forall x \geq 3 \Leftrightarrow G'(x) < 0, \forall x \geq 3$, deci orice primitivă a funcției f este strict descrescătoare pe intervalul $[3, \infty)$.</p>	x	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$	$f(x)$	-	-	0	+	0	-	-	-	-	-	2p 1p
x	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$														
$f(x)$	-	-	0	+	0	-	-	-	-	-								