

Gramatici

- Recapitulare, Exemple, Aplicatii

Limbaje formale si tehnici de compilare

Limbaj formal

Limbaj regulare:

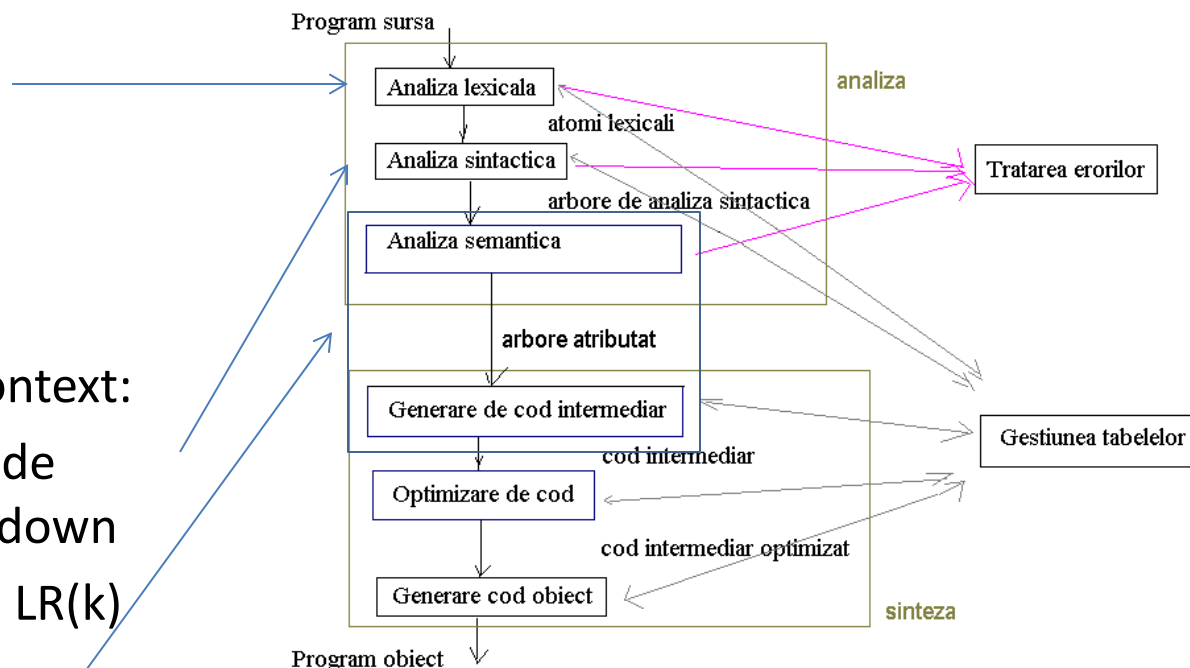
- gramatici regulate,
- automate finite,
- expresii regulate.

Limbaje independente de context:

- Gramatici independente de context, automate push-down
- Gramatici speciale: LL(k), LR(k)

Gramatici de attribute

Structura unui compilator



Gramatica

O gramatica este un cvadruplu **$G = (N, \Sigma, P, S)$**

- **N** este un alfabet de simboluri ***neterminale***
- **Σ** este un alfabet de simboluri ***terminale***
- **$N \cap \Sigma = \emptyset$**
- **$P \subseteq (N \cup \Sigma)^* N (N \cup \Sigma)^* \times (N \cup \Sigma)^*$**
 P multime finită (multimea regulilor de productie)
- **$S \in N$** (simbolul de start - simbolul initial)

Notatie:

$(\alpha, \beta) \in P$ se noteaza: $\alpha \rightarrow \beta$
(α se înlocuieste cu β)

- Gramatici de tip **0**
nici o restricție (*suplimentară*) referitoare la forma regulilor de producție
- Gramaticile de tip **1**
dependente de context \Leftrightarrow ***gramatici monotone***
(*monotonic, non-contracting*)
- Gramaticile de tip **2**
gramatici independente de context
- Gramaticile de tip **3**
gramatici regulate

- Gramaticile monotona
 - $\forall \alpha \rightarrow \beta \in P: |\alpha| \leq |\beta| \quad \alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$
 - caz special: $S \rightarrow \varepsilon$ poate $\in P$ In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.
- Gramatica dependenta de context

reguli de productie sunt de forma:

$$\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta \quad A \in N$$

$$\alpha, \beta, \gamma \in (N \cup \Sigma)^*, \gamma \neq \varepsilon$$
 - caz special: $S \rightarrow \varepsilon$ poate $\in P$ In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

Transformarea gramaticilor monotone in gramatici dependente de context

Ideea:

Pentru fiecare regula de productie de forma: $X_1 \dots X_m \rightarrow Y_1 \dots Y_n$,(stim ca $m \geq n$),
introducem:

| | | |
|---|---------------|---|
| $X_1 X_2 \dots X_{m-1} X_m$ | \rightarrow | $Z_1 X_2 \dots X_{m-1} X_m$ |
| $Z_1 X_2 \dots X_{m-1} X_m$ | \rightarrow | $Z_1 Z_2 \dots X_{m-1} X_m$ |
| ... | | |
| $Z_1 Z_2 \dots X_{m-1} X_m$ | \rightarrow | $Z_1 Z_2 \dots Z_{m-1} X_m$ |
| $Z_1 Z_2 \dots Z_{m-1} X_m$ | \rightarrow | $Z_1 Z_2 \dots Z_{m-1} Z_m Y_{m+1} \dots Y_n$ |
| | | |
| $Z_1 Z_2 \dots Z_{m-1} Z_m Y_{m+1} \dots Y_n$ | \rightarrow | $Y_1 Z_2 \dots Z_{m-1} Z_m Y_{m+1} \dots Y_n$ |
| $Y_1 Z_2 \dots Z_{m-1} Z_m Y_{m+1} \dots Y_n$ | \rightarrow | $Y_1 Y_2 \dots Z_{m-1} Z_m Y_{m+1} \dots Y_n$ |
| ... | | |
| $Y_1 Y_2 \dots Z_{m-1} Z_m Y_{m+1} \dots Y_n$ | \rightarrow | $Y_1 Y_2 \dots Y_{m-1} Z_m Y_{m+1} \dots Y_n$ |
| $Y_1 Y_2 \dots Y_{m-1} Z_m Y_{m+1} \dots Y_n$ | \rightarrow | $Y_1 Y_2 \dots Y_{m-1} Y_m Y_{m+1} \dots Y_n$ |

- unde Z_i – sunt neterminale nou introduse, distincte pentru fiecare regula de productie

- Gramatica regulara:

reg. prod. sunt de forma

- $A \rightarrow aB$

- $A \rightarrow b$

unde $A, B \in N$ si $a, b \in \Sigma$

caz special: $S \rightarrow \varepsilon$ poate $\in P$ In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

- Gramatica independenta de context:

reg. productie sunt de forma $A \rightarrow \alpha$, $A \in N$, $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$

Gramaticile regulate si liniare in diverse surse.

Gramatica regulara la dreapta

- $A \rightarrow aB$
- $A \rightarrow b$

Discutie: unele surse accepta si: $A \rightarrow \epsilon$

alte surse nu accepta deloc ϵ -productii

Conventiile folosite in cadrul acestui curs:
vezi definitiile
de pe slide-urile anterioare.

Gramatica regulara la stanga

- $A \rightarrow B a$
- $A \rightarrow b$...

Gramatica liniara la dreapta

(gr.regulara la dreapta extinsa)

- $A \rightarrow a_1 a_2 \dots a_n B$
- $A \rightarrow b_1 b_2 \dots b_m$...

Gramatica liniara la stanga

(gr.regulara la dreapta extinsa)

...

Gramatica liniara:

- are cel mult un neterminal in membrul drept al regulii de productie

e.g.: $S \rightarrow aSb$
 $S \rightarrow ab$

Gramatici independente de context

Ne reamintim:

- gram. ϵ -independenta
- eliminarea regulilor de productie de redenumire
- forma normala Greibach
- forma normala Chomsky (FNC)

[...] si echivalente

Forma normala Greibach

Gramatica in forma normala Greibach

- reg. prod. sunt de forma
 - $A \rightarrow a \alpha$ unde $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$ si $a \in \Sigma$

- caz special:

$S \rightarrow \varepsilon$ poate $\in P$

In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

Forma normala Greibach

Teorema:

Pentru orice gramatica independenta de context exista o gramatica in forma normala Greibach echivalenta.

Constructie:

Fie: gram. ε –independenta, fara redenumiri

1. (similar cu algoritmul pt. eliminarea recursivitatii stanga)

- impunem o ordine asupra neterminalelor: $N = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
si apoi modific r.p. a.i. sa nu existe $A_i \rightarrow A_j \alpha$ cu $i < j$

2. Pentru $k = n-1, \dots, 1$

avem neterminalul A_k

pentru toate r.p. $A_k \rightarrow A_j \alpha$ ($k < j$)

se inlocuiesc cu: $A_k \rightarrow \beta \alpha$,

pentru toti β a.i. : $A_j \rightarrow \beta$ (in toate modurile posibile)

Forma normala Chomsky

Gramatica in forma normala Chomsky

Regulile de productie sunt de forma:

- $A \rightarrow BC$

- $A \rightarrow d$

unde $A, B, C \in N$ si $d \in \Sigma$

caz special:

$S \rightarrow \varepsilon$ poate sa apara in multimea regulilor de productie, dar in acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

Forma normala Chomsky

Teorema:

Pentru orice gramatica independenta de context exista o gramatica in forma normala Chomsky echivalenta

Constructie:

Fie: gram. ε –independenta, fara redenumiri

Folosim transformari de forma:

$$\begin{array}{lcl} A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n & : & A \rightarrow X_1 Z_1 \\ & & Z_1 \rightarrow X_2 Z_2 \\ & & Z_{n-2} \rightarrow X_{n-1} X_n \end{array}$$