Media condiționată:

Fie X o v.a. discretă și $A \in \Omega$ cu $\mathbb{P}(A) > 0$ al. definim media condiționată a lui X la A.

$$\mathbb{E}[X \mid A] = \sum_x x P_{X|A}(x)$$

Pt. o funcție $g(X)$ avem. $\mathbb{E}[g(X) \mid A] = \sum_x g(x) P_{X|A}(x)$

În particular, $A = \{Y = y\}$ avem media condiționată a lui X la $Y = y$

$$\mathbb{E}[X \mid Y = y] = \sum_x x P_{X|Y}(x \mid y)$$

P) Dacă X și Y v.a. discrete at:

$$\boxed{\mathbb{E}[X] = \sum_y \mathbb{E}[X \mid Y = y] \, \mathbb{P}(Y = y)}$$

Def Fie X și Y două v.a. discrete. Media condiționată a lui X la Y, notată $\mathbb{E}[X \mid Y]$, este o v. al. de forma $g(Y)$ pt. care

$$\boxed{g(y) = \mathbb{E}[X \mid Y = y] \; \forall y}$$

P) Media mediei condiționate verifică:

$$\boxed{\mathbb{E}[\mathbb{E}[X \mid Y]] = \mathbb{E}[X]}$$

Def: X și Y două v.a. cont. pe $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ și $f_{X,Y}(x, y)$ este densitatea comună a (X, Y). Definim funcția de repartiție a (X, Y)

$$\boxed{\begin{aligned} F_{X,Y}(x, y) &= \mathbb{P}(X \le x, Y \le y) \\ &= \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f_{X,Y}(u, v) \, du \, dv \end{aligned}}$$