

# CURS 12.

⇒ Repartiții condiționate pt. cazul continuu

Formula probab. totale.

$$\left. \begin{array}{l} A_1, A_2, \dots, A_n \text{ even din } \Omega \\ X \text{ este o v.z. continuu} \end{array} \right\} \Rightarrow f_X(x) = \sum_{i=1}^n f_{X|A_i}(x) P(A_i)$$

Formula probab. totale.

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i) P(A_i)$$

⇒ Independența v.z. continue.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fie } (\Omega, \mathcal{F}, P) \text{ un c.p.} \\ X, Y \text{ două v.z. c.} \end{array} \right\} \Rightarrow X \text{ și } Y \text{ sunt independente si} \\ \text{notăm } X \perp Y \text{ dacă } f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y) \quad \forall x,y$$

$$\Rightarrow \text{Cum } f_{X,Y}(x,y) = f_{X,Y}(x|y) f_Y(y) \text{ avem c.ș.} \\ f_{X|Y}(x|y) = f_X(x) \quad \forall y$$

Obs Dacă  $X$  și  $Y$  v.z. independente at.  $P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A) P(Y \in B)$   
 În particular, dacă  $A = \{X \leq x\}$  și  $B = \{Y \leq y\}$  at.  
 $F_{X,Y}(x,y) = F_X(x) F_Y(y) \quad \forall x,y$

(D) Dacă densitatea comună a v.z.  $X$  și  $Y$  este de forma  
 $f_{X,Y}(x,y) = g(x) \cdot h(y)$  at.  $X \perp Y$

Formule li Bayes:

$$\begin{array}{c} x \\ f_x(x) \end{array} \xrightarrow{\text{2 point}} \begin{array}{c} y \\ f_{y|x}(y|x) \end{array} \xrightarrow{\text{in pheris}} \begin{array}{c} x \\ f_{x|y}(x|y) \end{array}$$

$$f_{x|y}(x|y) = \frac{f_{y|x}(y|x) \cdot f_x(x)}{f_y(y)}$$

$$f_{x|y}(x|y) = \frac{f_{y|x}(y|x) \cdot f_x(x)}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_{y|x}(y|x') \cdot f_x(x') dx}$$

Formule probab. totale:

X / Y		discret	cont.
discret		$IP(X=x) = \sum_y IP(X=x Y=y) \cdot IP(Y=y)$	$IP(X=x) = \int IP(X=x Y=y) f_y(y) dy$
cont		$f_x(x) = \sum_y f_{x y}(x y) IP(Y=y)$	$f_x(x) = \int f_{x y}(x y) f_y(y) dy$

Formule li Bayes:

X / Y		discret	cont
discret		$IP(Y=y X=x) = \frac{IP(X=x Y=y) \cdot IP(Y=y)}{IP(X=x)}$	$f_{y x}(y x) = \frac{IP(X=x Y=y) \cdot f_y(y)}{IP(X=x)}$
cont		$IP(Y=y X=x) = \frac{f_{x y}(x y) IP(Y=y)}{f_x(x)}$	$f_{y x}(y x) = \frac{f_{x y}(x y) f_y(y)}{f_x(x)}$