CURS 9

v.a. discrete

$\mathbb{P}(X = x)$

fct. de masă

$\mathbb{P}(X \in A) = \sum_{x \in A} \mathbb{P}(X = x)$

$\sum$

$f(x)$ $(\mathbb{P}\ \text{MF})$

fct. de masă

v.a. continue

$\mathbb{P}(X \in \cancel{x}) = 0$

$\mathbb{P}(X \in A) = \int_A f(x)\,dx$

$\int$

$f(x)\,dx$

densitatea

Obs: densitatea de repartiție nu este o probabilitate.

Prop. fct. de repartiție.

a) F e crescătoare

b) F e continuă la drpt.

c) $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$ și $\lim_{x \to \infty} F(x) = 1$

Obs: În cazul în care X e o v.a. discretă cu fct. de masă $f(x) = \mathbb{P}(X = x)$ at. $F(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$

$$= \sum_{\substack{y \leq x \\ y \in \text{Im} X}} f(y)$$

X e. o v.a. continuă cu densitatea f.

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

Def. Fie X o v.a. continuă cu densitatea de repartiție f.
Media v.a. X este definită prin

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\, dx.$$

dacă $E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} |x|\, f(x)\, dx < \infty.$

În caz contrar spunem că media nu există

a) Momentul de ordin k al v.a. X

$$E[X^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x)\, dx.$$

b) Mom centrat în a de ord k al v.a. X

$$E[(X-a)^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^k f(x)\, dx.$$

c) Mom centrat de ord k ($a = E[X]$) al v.a. X.

$$E[(X-E(X))^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-E[X])^k f(x)\, dx$$

d. Media unei fct. de v.a. X $\quad E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x)\, dx$

1. Rep. uniformă. $\quad f(x) = c, \quad x \in [a,b]$

Th. Fie X o v.a. a fct. de repartiție F continuă, strict crescătoare (este bij) Atunci:

a) Dacă $U \sim \mathcal{U}([0,1])$ at $F^{-1}(U)$ are aceeași repartiție a X

b) $F(X) \sim \mathcal{U}([0,1])$

2. Rep exponențială $\quad f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \; x > 0.$