# CURS 4

ştiind că

$\mathbb{P}(A \mid B)$ → probabilitatea realizării ev. A ştiind că ev. B s-a realizat.
→ probabilitatea lui A condiţionat de B.
→ $A \mid B$ $\boxed{\text{nu}}$ este un eveniment

eveniment de interes

eveniment care s-a realizat

$$\mathbb{P}(A \mid B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

**Regula înmulţirii**

- pt. orice $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathcal{F}$ cu $\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) > 0$

$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1) \times \mathbb{P}(A_2 \mid A_1) \times \mathbb{P}(A_3 \mid A_1 \cap A_2) \times \dots \times \mathbb{P}(A_n \mid A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

$n=3$
$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \mathbb{P}(A_3 \mid A_1 \cap A_2) \cdot \mathbb{P}(A_1 \cap A_2)$$
$$= \mathbb{P}(A_3 \mid A_1 \cap A_2) \cdot \mathbb{P}(A_2 \mid A_1) \cdot \mathbb{P}(A_1)$$

**Formula probabilităţii totale.**

- Dacă A şi B sunt 2 ev. cu probab lui $B \in (0,1)$ at.

$$\boxed{\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A \mid B) \cdot \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A \mid B^c) \cdot \mathbb{P}(B^c)}$$

- Mai mult $B_1, B_2, \dots, B_n \in \mathcal{F}$ care formează o partiţie pe $\Omega$ cu $\mathbb{P}(B_i) > 0$, $i \in \{1, \dots, n\}$ atunci

$$\boxed{\mathbb{P}(A) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A \mid B_i) \times \mathbb{P}(B_i)}$$

## T Formula lui Bayes

Fie $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ un câmp, $A, B \in \mathcal{F}$ a.î. $\mathbb{P}(A) > 0$, $\mathbb{P}(B) > 0$

Atunci $\mathbb{P}(B|A) = \dfrac{\mathbb{P}(A|B) \cdot \mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A)} = \dfrac{\mathbb{P}(A|B) \cdot \mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A|B) \cdot \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A|B^c) \cdot \mathbb{P}(B^c)}$

Mai mult dacă $B_1, B_2, \dots, B_n \in \mathcal{F}$ care formează o partiție pe $\Omega$ cu $\mathbb{P}(B_i) > 0$, $i \in \{1, \dots, n\}$ atunci

$$\mathbb{P}(B_i|A) = \frac{\mathbb{P}(A|B_i)\, \mathbb{P}(B_i)}{\sum_{j=1}^{n} \mathbb{P}(A|B_j) \cdot \mathbb{P}(B_j)}$$