CURS 12.

→ Repartiții condiționate pt. cazul continuu

<u>Formula probab. totale.</u>

$A_1, A_2, \dots A_n$ event din Ω ; X este o v.a. continuă $\Big\} \Rightarrow f_X(x) = \sum_{i=1}^{n} f_{X|A_i}(x) P(A_i)$

<u>Formula probab totale.</u>

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(B|A_i)\, \mathbb{P}(A_i)$$

→ <u>Independență v.a. continue.</u>

⇒ Fie $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ un c.p. ; X, Y două v.a.c. $\Big\} \Rightarrow$ X și Y sunt independente și notăm $X \perp\!\!\!\perp Y$, dacă $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$ $\forall x, y$

→ Cum $f_{X,Y}(x,y) = f_{X,Y}(x|y)\, f_Y(y)$ avem că:

$$f_{X|Y}(x|y) = f_X(x) \quad , \forall y$$

<u>Obs</u> Dacă X și Y v.a. independente at. $\mathbb{P}(X \in A, Y \in B) = \mathbb{P}(X \in A)\, \mathbb{P}(Y \in B)$

În particular, dacă $A = \{X \le x\}$ și $B = \{Y \le y\}$ at.

$$F_{X,Y}(x,y) = F_X(x)\, F_Y(y) \quad \forall x, y$$

P. Dacă densitatea comună a v.a. X și Y este de forma

$$f_{X,Y}(x,y) = g(x) \cdot h(y) \text{ at } X \perp\!\!\!\perp Y$$

Formula lui Bayes:

$$\xrightarrow[f_X(x)]{X} \boxed{\text{zgomot}} \xrightarrow[f_{Y|X}(y|x)]{Y} \boxed{\text{influente}} \xrightarrow{} f_{X|Y}(x|y)$$

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f_{Y|X}(y|x) \cdot f_X(x)}{f_Y(y)}$$

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f_{Y|X}(y|x)\ f_X(x)}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_{Y|X}(y/x') \cdot f_X(x')\, dx'}$$

Formula prob. totale.

X / Y	discret	cont.
discret	$\mathbb{P}(X=x) = \sum_y \mathbb{P}(X=x \mid Y=y) \cdot \mathbb{P}(Y=y)$	$\mathbb{P}(X=x) = \int \mathbb{P}(X=x \mid Y=y)\, f_Y(y)\, dy$
cont	$f_X(x) = \sum_y f_{X\|Y}(x/y)\, \mathbb{P}(Y=y)$	$f_X(x) = \int f_{X\|Y}(x\|y)\, f_Y(y)\, dy$

Formula lui Bayes.

X / Y	discret	cont
discret	$\mathbb{P}(Y=y \mid X=x) = \frac{\mathbb{P}(X=x \mid Y=y) \cdot \mathbb{P}(Y=y)}{\mathbb{P}(X=x)}$	$f_{Y\|X}(y\|x) = \frac{\mathbb{P}(X=x \mid Y=y) \cdot f_Y(y)}{\mathbb{P}(X=x)}$
cont	$\mathbb{P}(Y=y \mid X=x) = \frac{f_{X\|Y}(x\|y)\, \mathbb{P}(Y=y)}{f_X(x)}$	$f_{Y\|X}(y\|x) = \frac{f_{X\|Y}(x\|y)\, f_Y(y)}{f_X(x)}$