CURS 10

Def: Spunem că o v.a. X este repartizată normal (sau Gaussian) de parametrii μ și σ^2, notăm $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, dacă admite densitatea de repartiție $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in \mathbb{R}$

$\mu = 0$ și $\sigma^2 = 1 \Rightarrow X \sim N(0,1) \Rightarrow$ densitatea repar. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, x \in \mathbb{R}$

funcția repar. $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

Th: Fie $G \subseteq \mathbb{R}^n$ o mulțime deschisă și $g: G \to \mathbb{R}^n$ o fct. diferențiabilă și cu derivate parțiale continue. Presupunem că fct. g este injectivă și determinantul matricii Jacobi a lui g este nenul

$$J_g = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

$g = (g_1, \dots, g_n)$

$g(r,\theta) = (\underbrace{r\cos\theta}_{g_1}, \underbrace{r\sin\theta}_{g_2})$

Th: Dacă $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ at. (Regula 68 - 95 - 99.7%)

$$P(|X-\mu| \le \sigma) \simeq 0,68$$

$$P(|X-\mu| \le 2\sigma) \simeq 0,95$$

$$P(|X-\mu| \le 3\sigma) \simeq 0,997.$$

Repartiții comune marginale și condiționate

Considerăm două v. a. X și Y. Dacă privim individual ptr calcula probab. de tipul $P(X \in A)$, $P(X \in B)$

- rep. marginală $(P(X \in A)$ sau $P(Y \in B))$
- rep condiționată - rep când lui X știind că $y \in B$

Fct de masă $\quad p_{X,Y}(x,y) = P(X = x, Y = y)$

Def. S.n. ~~Rep.~~ repartiție marginală a lui X

$$P(X = x) = \sum_y P(X = x, Y = y)$$