7. $c_i = 5200\ €$

$c_f = 5200 + 1350 = 6550€$

$r = 3,5\%$

$n = ?$

$c_i(1+r)^n - c_i \rightarrow$ juro composto ao fim de $\underline{\boldsymbol{n}}$ anos

$5200(1+0,035)^n - 5200 > 1350$

$\Leftrightarrow 5200 \times 1,035^n > 6550$

$\Leftrightarrow 1,035^n > 1,2596$

Se $n = 6$, $1,035^6 \approx 1,2293 < 1,2596$

Se $n = 7$, $1,035^7 \approx 1,2722 > 1,2596$

R: (B)

Pág. 29

8.1. $n = 5$ $\quad r = 2,4\%$

$c_i = ?$ $\quad c_f = 21375\ €$

$21375 = c_i \times (1+0,024)^5$

$\Leftrightarrow 21375 = c_i \times 1,024^5$

$\Leftrightarrow c_i = \dfrac{21375}{1,024^5}$

$\Leftrightarrow c_i \approx 18\,985\ €$

8.2. $c_i = \dfrac{4}{5} \times 21\ 375 = 17\ 100\ €$

$c_f = 1,2 \times 17100 = 20\,520\ €$

$r = 2,4\%$

$20\,520 < 17100 \times (1+0,024)^n$

$\Leftrightarrow \dfrac{20\,520}{17100} < 1,024^n \Leftrightarrow 1,024^n > 1,2$

Por tentativas:

$n = 5$, $1,024^5 \approx 1,1259$

$n = 6$, $1,024^6 \approx 1,1529$

$n = 7$, $1,024^7 \approx 1,1806$

$n = 8$, $1,024^8 \approx \boxed{1,2089} > 1,2$

$n = 9$, $1,024^9 \approx 1,2379$

Serão necessários 8 anos, no mínimo.

9.1. Proposta A:

Juro simples $= c_i \times r \times n$

$= 7500 \times 0,027 \times 3 = 607,5\ €$

Proposta B:

Juro composto $= c_i(1+r)^n - c_i$

$= 7500 \times (1+0,024)^3 - 7500$

$= 7500 \times 1,024^3 - 7500 \approx 553,06$

Juro total $= 607,5\ € + 553,06\ € = 1160,56\ €$.

9.2. Proposta A:

Capital acumulado $= c_i + c_i \times r \times n$

$= 7500 + 7500 \times 0,027 \times n$

$= 7500 + 202,5n \quad (1)$

Proposta B:

Capital acumulado $= c_i(1+r)^n$

$= 7500 + (1+0,024)^n$

$= 7500 + 1,024^n \quad (2)$

Com recurso à folha de cálculo, construímos a tabela seguinte, onde foram inseridas as expressões (1) e (2).

n	(1) $7500 + 202,5 \times n$	(2) $7500 \times 1,024^n$	(1) + (2)
1	7702,5	7680	15 382,5
2	7905	7864,32	15 769,32
3	8107,5	8053,06368	16 160,56368
4	8310	8246,337208	16 556,33721
5	8512,5	8444,249301	16 956,7493
6	8715	8646,911285	17 361,91128
7	8917,5	8854,437155	17 771,93716
8	9120	9066,943647	18 186,94365

Serão necessários 6 anos.

9.3. A aplicação mais vantajosa é a A. Durante os 8 anos de vigência do contrato, esta aplicação tem um juro mais elevado do que o da aplicação B.

10.1. Taxa de esforço $= \dfrac{125}{1400} \approx 9\%$

10.2. Taxa de esforço $\leq 30\%$

$\dfrac{x}{1400} \leq 0,3 \Leftrightarrow x \leq 0,3 \times 1400$

$\Leftrightarrow x \leq 420$

R: 420 €

10.3.

a) $\text{MTIC} = 11000 + 7,8\% \times 11000 \times 6 + 1250$

$= 11\ 000 + 5148 + 1250 = 17\ 398\ €$

b) $17\ 398 : (6 \times 12) = 17\ 398 : 72 \approx 241,64\ €$

c) Taxa de esforço

$= \dfrac{125 + 241,64}{1400} = \dfrac{366,64}{1400} \approx 26\%$

Teste final 1

Pág. 30

1. $26\ 874 : 2 + 1 = 13\ 438$ votos **R: (C)**

2.1. $82+48+64+32=226$ votos

Candidato A: $\frac{82}{226}\approx 36\%$

Candidato B: $\frac{48}{226}\approx 21\%$

Candidato C: $\frac{64}{226}\approx 28\%$

Candidato D: $\frac{32}{226}\approx 14\%$

2.2. Nenhum dos candidatos conseguiu obter mais de metade do número de votos. Assim, a segunda volta deverá ser realizada com os dois candidatos mais votados, A e C, caso nenhum deles queira retirar a sua candidatura.

2.3.

a) $48\times\frac{2}{3}=32$ votos para C

$25\%\times 48=12$ votos para A

$48-(32+12)=4$ votos em branco

A: $82+12=94$ votos

C: $64+32=96$ votos

Brancos: 4

N.º de votos validamente expressos $=94+96=190$

R: 190 votos

b) A: $\frac{94}{190}\approx 49\%$

C: $\frac{96}{190}\approx 51\%$

c) O candidato A foi o mais votado na primeira votação. Contudo, na segunda volta ele não conseguiu manter essa posição, sendo declarado vencedor o candidato C.

3.1. $3+5+3+3+6=20$ pessoas

3.2. Local A:

$(3+0)\times 3+(6+5)\times 2+(3+3)\times 1=37$ pontos

Local B:

$(5+3)\times 3+(3+3)\times 2+(0+6)\times 1=42$ pontos

Local C:

$(6+3)\times 3+(0+3)\times 2+(3+5)\times 1=41$ pontos

O local eleito foi o B.

Pág. 31

4.1. Sejam:

$x=$ n.º de alunos do 10.º B

$a=$ n.º de votos na preferência a azul

$v=$ n.º de votos na preferência a verde

$l=$ n.º de votos na preferência a laranja

$40\%\times a=6\Leftrightarrow a=\frac{6}{0,4}\Leftrightarrow a=15$

$\frac{1}{2}\times x=15\Leftrightarrow x=15\times 2\Leftrightarrow x=30$

$\frac{4}{5}\times 15=v\Leftrightarrow v=12$

$l=30-(15+12)=3$

R: Azul: 15 ; verde: 12 ; laranja: 3

4.2. **Turma A:**

B: $6\times 5+7\times 4+3\times 3+12\times 5=127$

P: $6\times 4+7\times 5+3\times 5+12\times 4=122$

C: $6\times 3+7\times 3+3\times 4+12\times 3=87$

E: $6\times 2+7\times 2+3\times 1+12\times 1=41$

S: $6\times 1+7\times 1+3\times 2+12\times 2=43$

Turma B:

B: $15\times 5+12\times 3+3\times 4=123$

P: $15\times 4+12\times 4+3\times 3=117$

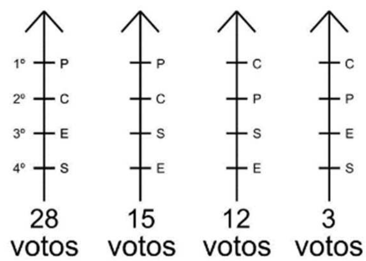
C: $15\times 3+12\times 5+3\times 5=120$

E: $15\times 2+12\times 1+3\times 2=48$

S: $15\times 1+12\times 2+3\times 1=42$

R: A turma A elegeu *Bungee Jumping* em primeiro lugar e a turma B também elegeu a mesma atividade.

4.3.



P: $28\times 4+15\times 4+12\times 3+3\times 3=217\leftarrow$

C: $28\times 3+15\times 3+12\times 4+3\times 4=189$

E: $28\times 2+15\times 1+12\times 1+3\times 2=89$

S: $28\times 1+15\times 2+12\times 2+3\times 1=85$

R: A outra atividade, escolhida globalmente pelas duas turmas, é *Paintball* (P).

5.1.

Divisores	A	B	C	D	E	F	G
1	**8034**	**3904**	**1541**	**1439**	**951**	**942**	781
2	**4017**	**1952**	770,5	719,5	475,5	471	382
3	**2678**	**1301,3**	513,67	479,67	317	314	254,67
4	**2008,5**	**976**	385,25	359,75	237,75	235,5	191
5	**1606,8**	**780,8**	308,2	287,8	190,2	188,4	152,8
6	**1339**	650,67	256,83	239,83	158,5	157	127,33
7	**1147,7**	557,71	220,14	205,57	135,86	134,57	109,14
8	**1004,3**	488	192,63	179,88	118,88	117,75	95,5
9	**892,67**	433,78	171,22	159,89	105,67	104,67	84,889
10	**803,4**	390,4	154,1	143,9	95,1	94,2	76,4
11	730,36	354,91	140,09	130,82	86,455	85,636	69,455

O candidato A conseguiu a maioria absoluta com a atribuição de 10 mandatos. Seguiu-se B com 5 mandatos e C, D, E e F com um mandato cada.

5.2. G obteve 774 votos e não elegeu nenhum mandato. Para isso ter acontecido, bastaria ter registado um número de votos superior a 780,8 (quociente de divisor 5 do Método de Hondt do candidato B).

$781-774=7$, ou seja, por mais 7 votos o candidato G elegeria um mandato, que seria retirado ao candidato B.

Divisores	A	B	C	D	E	F	G
1	8034	3904	1541	1439	951	942	781
2	4017	1952	770,5	719,5	475,5	471	390,5
3	2678	1301,3	513,67	479,67	317	314	260,33
4	2008,5	976	385,25	359,75	237,75	235,5	195,25
5	1606,8	780,8	308,2	287,8	190,2	188,4	156,2
6	1339	650,67	256,83	239,83	158,5	157	130,17
7	1147,7	557,71	220,14	205,57	135,86	134,57	111,57
8	1004,3	488	192,63	179,88	118,88	117,75	97,625
9	892,67	433,78	171,22	159,89	105,67	104,67	86,778
10	803,4	390,4	154,1	143,9	95,1	94,2	78,1
11	730,36	354,91	140,09	130,82	86,455	85,636	71

6.1. **a)** $R_A=14\times1560\,€=21840\,€$

b) $R_h=\dfrac{1560\times12}{52\times40}=9\,€/\text{h}$

c) $11\%\times1560=171,60\,€$

d) $0,9\%\times1560=14,04\,€$

e) $22\times5,50=121€\rightarrow$ subsídio de refeição

O Pedro desconta 17,2% do seu salário-base para o IRS.

$0,172\times1560=268,32\,€\rightarrow$ IRS

$(1560+121)-(268,32+171,60+14,04)$

$=1681-453,96=1227,04\,€$

6.2. **a)** Se o desconto para a Segurança Social é de 159,5 €, então o vencimento-base é $159,5:0,11=1450\,€$

b) $R_h=\dfrac{1450\times12}{52\times35}\approx9,56\,€$

c) $1,8\%\times1450=26,10\,€\rightarrow$ seguro de saúde

d) A taxa de IRS aplicada ao vencimento do Pedro será de 16,2%.

$16,2\%\times1450=234,90\,€\rightarrow$ IRS

Subsídio de refeição $=22\times6=132\,€$

$(1450+132)-(234,90+159,5+26,10)$

$=1582-420,5=1161,50\,€$

6.3. $1800-1450>350\,€$

O Pedro tem de ganhar mais de 350 € em horas extras aos sábados. Nesse período, o ganho por hora é de mais 50%, ou seja, $9,56\times1,5=14,34\,€\rightarrow$ valor de cada hora extra de trabalho ao sábado na empresa B.

$350:14,34\approx24,4<25\,\text{h}$

Se o Pedro fizer, no mínimo, 25 horas de trabalho extra ao sábado na empresa B, conseguirá obter mais de 1800 € ilíquidos.

6.4. Tendo em conta apenas os salários-base e as condições oferecidas por cada empresa sem realizarem horas extra, a melhor opção é a empresa A, pois oferece um líquido superior. Contudo, tendo em conta o facto do horário semanal de trabalho da empresa B ser inferior e de haver a possibilidade de se trabalhar horas extra, esta empresa poderia ser a melhor opção.

Pág. 33

7.1. $R_M=58\,310:14=4165\,€$

$R_H=\dfrac{4165\times12}{52\times35}\approx27,46\,€/\text{h}$

7.2. 28,5%

7.3. IRS: $0,285\times4165\approx1187,03\,€$

SS: $0,11\times4165\approx458,15\,€$

Subsídio de refeição: $21\times9,10=191,1€$

$(4165+191,1)-(1187,03+458,15)$

$=4356,1-1645,18=2710,92\,€$

8.1. Seja $x=$ remuneração horária da Maria.

Como fez 8 horas extra, uma será paga com mais 25% e as restantes 7 com mais 37,5%.

$x\times1,25+x\times1,375\times7=73,95$

$\Leftrightarrow 1,25x+9,625x=73,95$

$\Leftrightarrow 10,875x=73,95$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{73,95}{10,875}$

$\Leftrightarrow x=6,8\,€/\text{h}$

$R_h=\dfrac{R_M\times12}{52\times40}$

$\Leftrightarrow\dfrac{R_M\times12}{52\times40}=6,8$

$\Leftrightarrow R_M\times12=14144$

$\Leftrightarrow R_M=\dfrac{14144}{12}$

$\Leftrightarrow R_M\approx1178,67\,€$

O salário base da Maria é de 1178,67 €.

8.2. $1,03\times1178,67\approx1214,03\,€\rightarrow$ vencimento em fevereiro

$11\%\times12114,03\approx133,54\,€$

9.1. **a)** $c_i = 11\,200\,€$

juro em 3 anos $= 12\,036 - 11\,200 = 836\,€$

$12\,036 = 11\,200 + 11\,200 \times r \times 3$

$\Leftrightarrow 836 = 33\,600 \times r$

$\Leftrightarrow r = \dfrac{836}{33\,600}$

$\Leftrightarrow r \approx 2{,}49\%$

$c_f = c_i + c_i \times r \times n$

$c_f = 11\,200 + 11\,200 \times 2{,}49\% \times 5 \approx 12\,594{,}40\,€$

A taxa de juro é de 2,49% e o montante acumulado no final do contrato será de 12 594,40 €.

b) $12\,036 = 11\,200(1+r)^3$

$\Leftrightarrow \dfrac{12\,036}{11\,200} = (1+r)^3$

$\Leftrightarrow 1 + r = \sqrt[3]{\dfrac{12\,036}{11\,200}}$

$\Leftrightarrow 1 + r \approx 1{,}0243$

$\Leftrightarrow r = 0{,}0243$

$\Leftrightarrow r = 2{,}43\%$

$c_f = c_i(1+r)^n$

$c_f = 11\,200(1+0{,}0243)^5 \approx 12\,628{,}56\,€$

A taxa de juro é de 2,43% e o montante acumulado no final do contrato será de 12 628,56 €.

9.2. Seja:

$x = c_i$

$r =$ taxa anual de juro composto

$1{,}3x = c_f$

Assim,

$1{,}3x = x(1+r)^3$

$\Leftrightarrow \dfrac{1{,}3\cancel{x}}{\cancel{x}} = (1+r)^3$

$\Leftrightarrow 1 + r = \sqrt[3]{1{,}3}$

$\Leftrightarrow 1 + r \approx 1{,}091$

$\Leftrightarrow r = 0{,}091$

$\Leftrightarrow r = 9{,}1\%$