Módulo 7 – Sessão 2

QUANTITATIVE STATISTICAL ANALYSIS AND MODELING

TUTORA
Carla Cardoso
Freelancer AI Manager

20 de março 2025

1

AGENDA

INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA

INTRODUÇÃO ÀS PROBABILIDADES

DISTRIBUIÇÕES

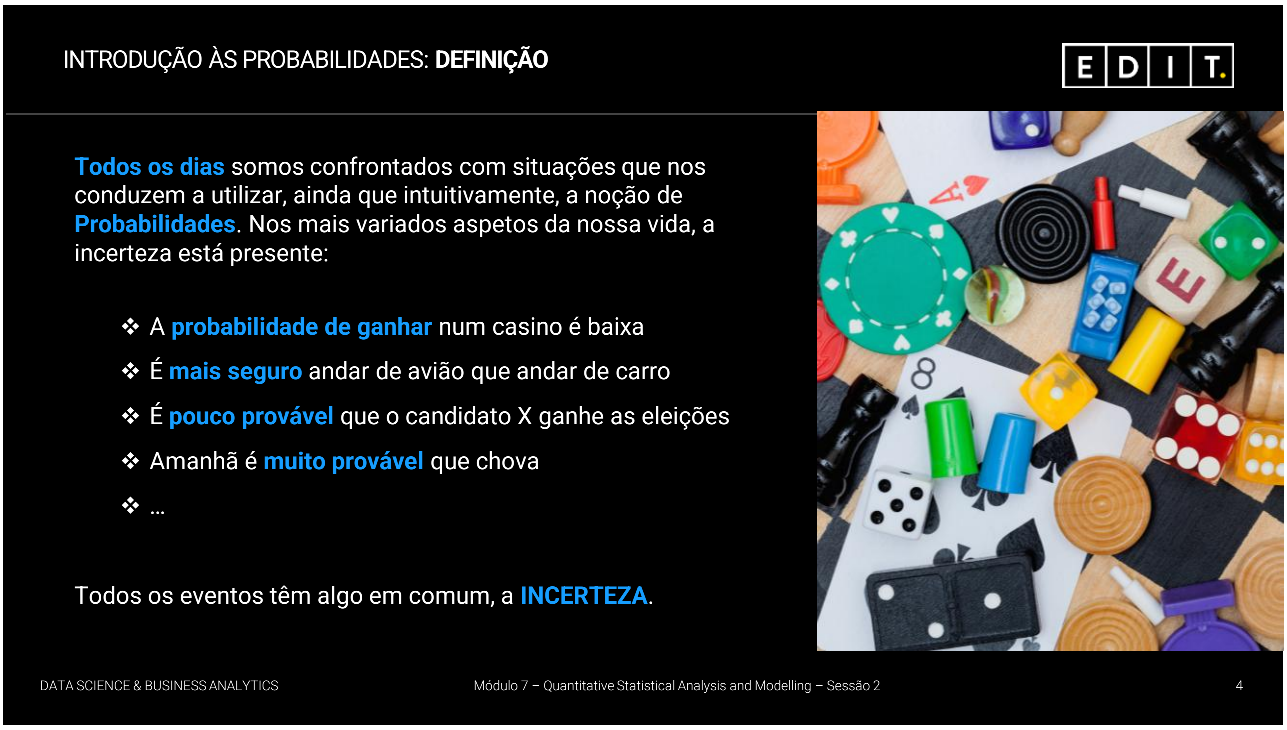
DATA SCIENCE & BUSINESS ANALYTICS

Módulo 7 – Quantitative Statistical Analysis and Modelling – Sessão 2

2

2

DEFINIÇÃO

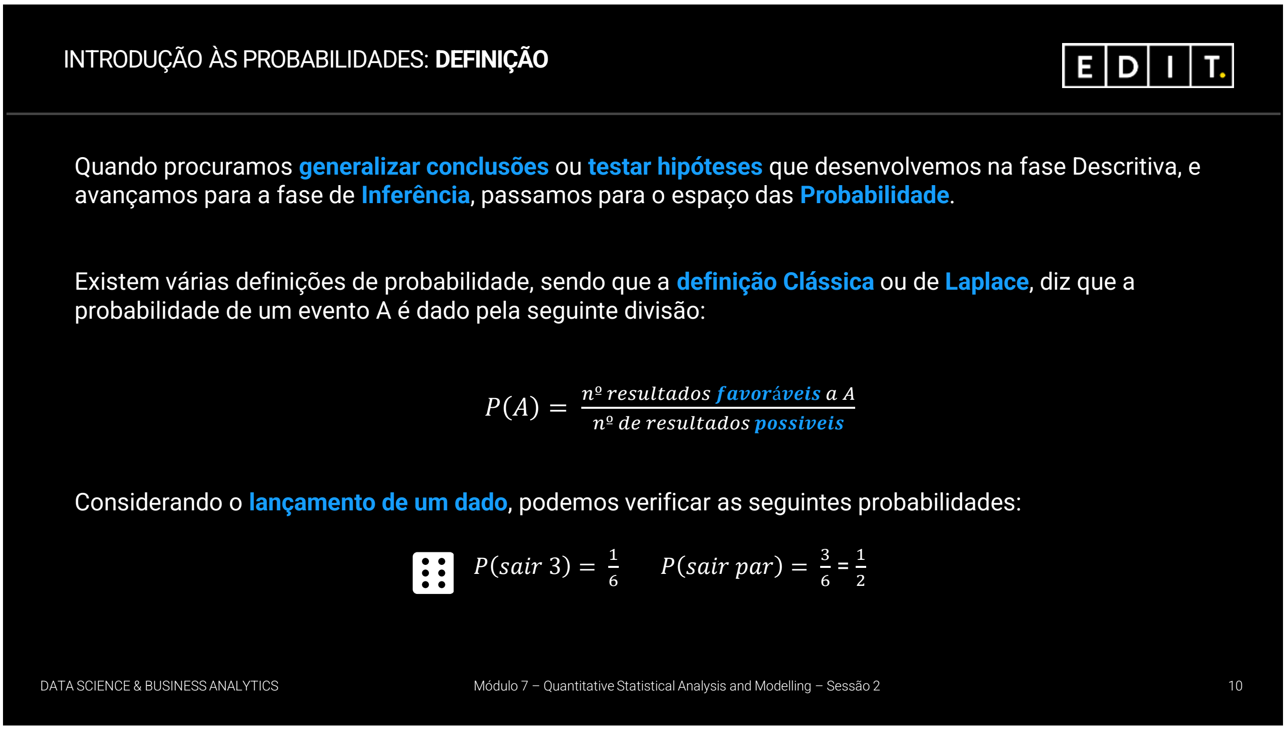


INTRODUÇÃO ÀS PROBABILIDADES: **DEFINIÇÃO**

Todos os dias somos confrontados com situações que nos conduzem a utilizar, ainda que intuitivamente, a noção de **Probabilidades**. Nos mais variados aspetos da nossa vida, a incerteza está presente:

- A **probabilidade de ganhar** num casino é baixa
- É **mais seguro** andar de avião que andar de carro
- É **pouco provável** que o candidato X ganhe as eleições
- Amanhã é **muito provável** que chova
- …

Todos os eventos têm algo em comum, a **INCERTEZA**.



INTRODUÇÃO ÀS PROBABILIDADES: **DEFINIÇÃO**

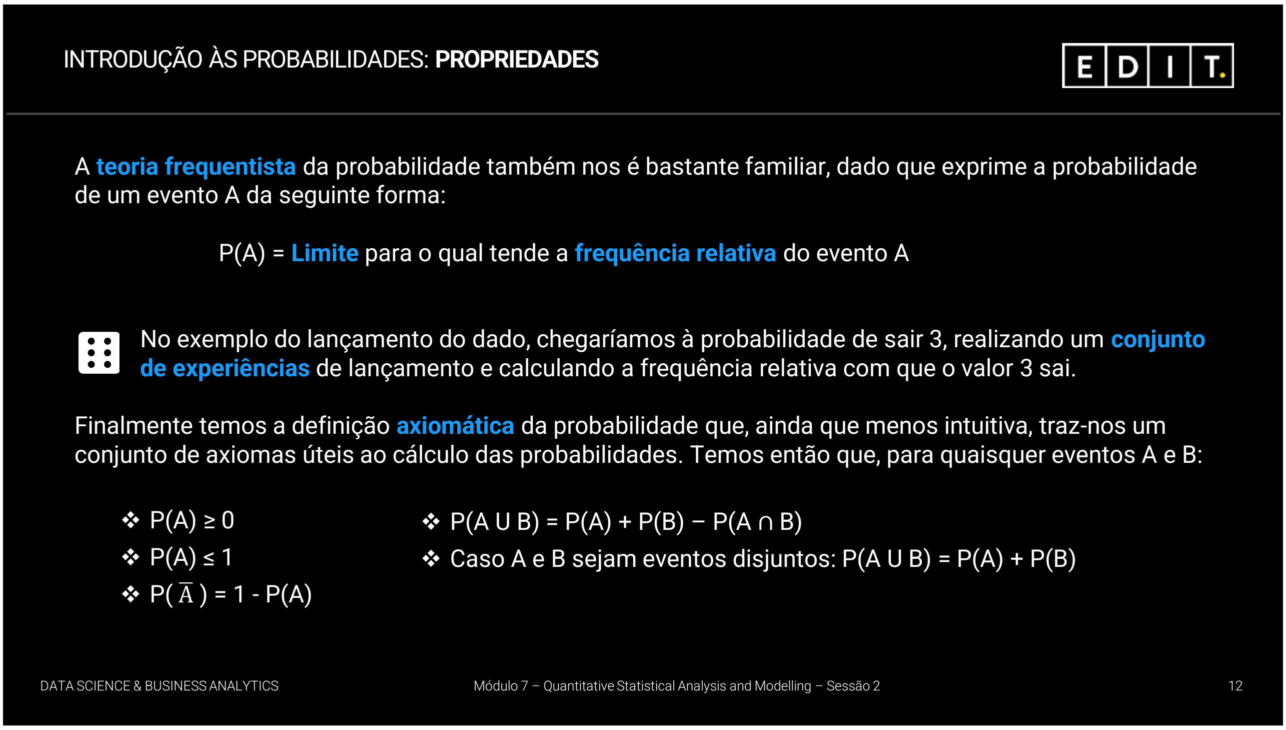
Quando procuramos **generalizar conclusões** ou **testar hipóteses** que desenvolvemos na fase Descritiva, e avançamos para a fase de **Inferência**, passamos para o espaço das **Probabilidade**.

Existem várias definições de probabilidade, sendo que a **definição Clássica** ou de **Laplace**, diz que a probabilidade de um evento A é dado pela seguinte divisão:

$$P(A) = \frac{n^{\underline{o}}\ resultados\ \boldsymbol{favoráveis}\ a\ A}{n^{\underline{o}}\ de\ resultados\ \boldsymbol{possiveis}}$$

Considerando o **lançamento de um dado**, podemos verificar as seguintes probabilidades:

$$P(sair\ 3) = \frac{1}{6} \qquad P(sair\ par) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



INTRODUÇÃO ÀS PROBABILIDADES: **PROPRIEDADES**

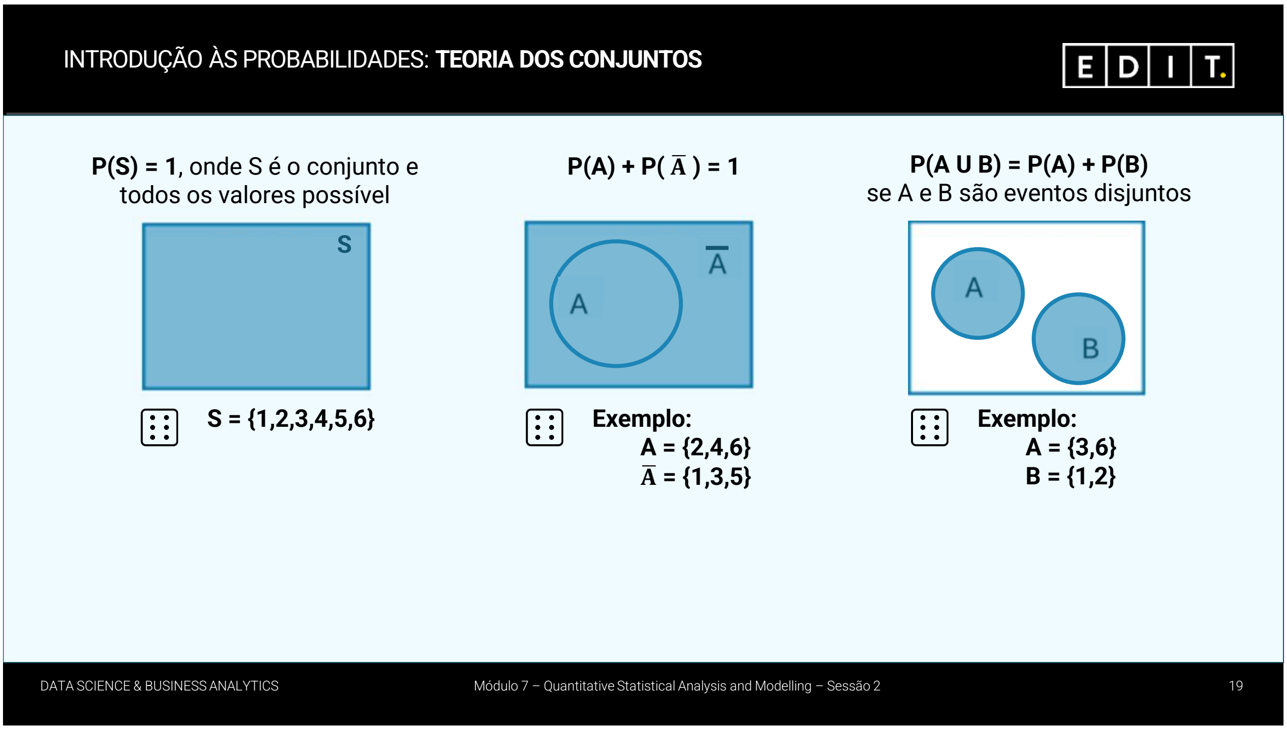
A **teoria frequentista** da probabilidade também nos é bastante familiar, dado que exprime a probabilidade de um evento A da seguinte forma:

P(A) = **Limite** para o qual tende a **frequência relativa** do evento A

No exemplo do lançamento do dado, chegaríamos à probabilidade de sair 3, realizando um **conjunto de experiências** de lançamento e calculando a frequência relativa com que o valor 3 sai.

Finalmente temos a definição **axiomática** da probabilidade que, ainda que menos intuitiva, traz-nos um conjunto de axiomas úteis ao cálculo das probabilidades. Temos então que, para quaisquer eventos A e B:

- ❖ $P(A) \geq 0$
- ❖ $P(A) \leq 1$
- ❖ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- ❖ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- ❖ Caso A e B sejam eventos disjuntos: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



INTRODUÇÃO ÀS PROBABILIDADES: **TEORIA DOS CONJUNTOS**

E D I T.

P(S) = 1, onde S é o conjunto e todos os valores possível

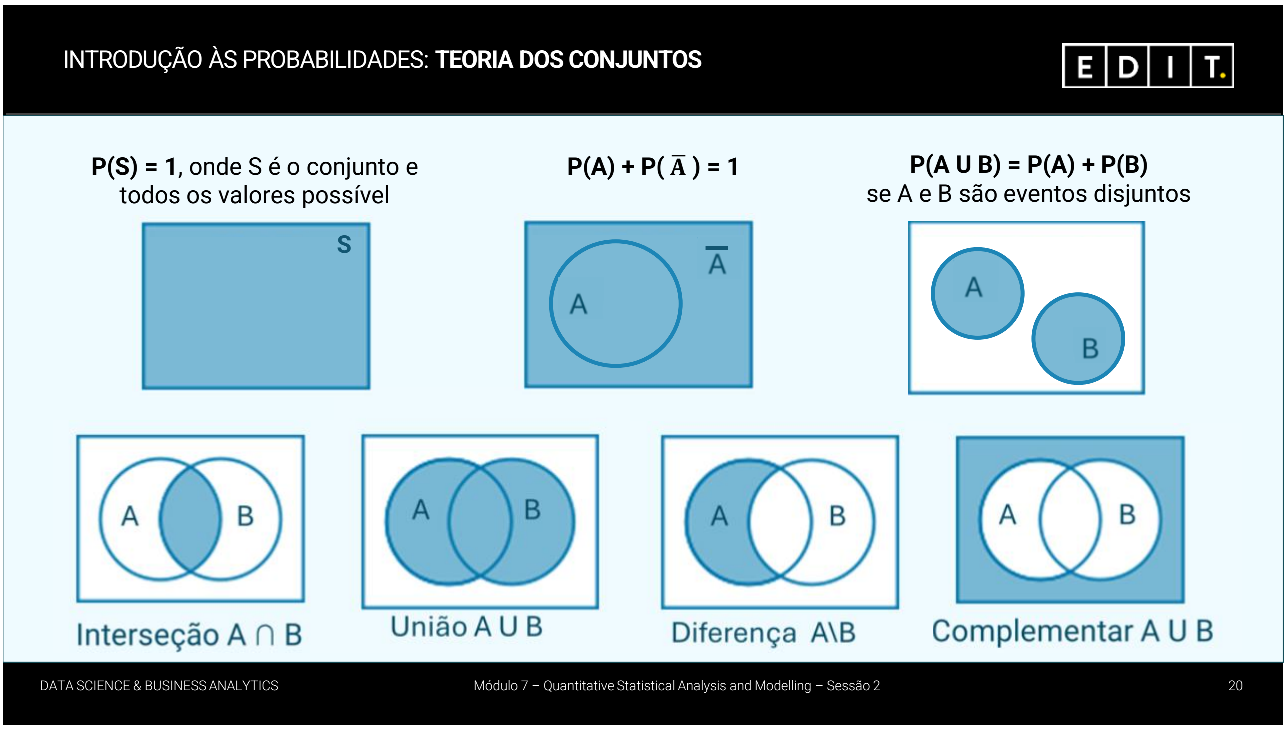
⚅ **S = {1,2,3,4,5,6}**

P(A) + P($\bar{A}$) = 1

⚅ **Exemplo:**
A = {2,4,6}
$\bar{A}$ = {1,3,5}

P(A U B) = P(A) + P(B)
se A e B são eventos disjuntos

⚅ **Exemplo:**
A = {3,6}
B = {1,2}



INTRODUÇÃO ÀS PROBABILIDADES: **TEORIA DOS CONJUNTOS**

E D I T.

P(S) = 1, onde S é o conjunto e todos os valores possível

P(A) + P($\bar{A}$) = 1

P(A U B) = P(A) + P(B)
se A e B são eventos disjuntos

Interseção A ∩ B

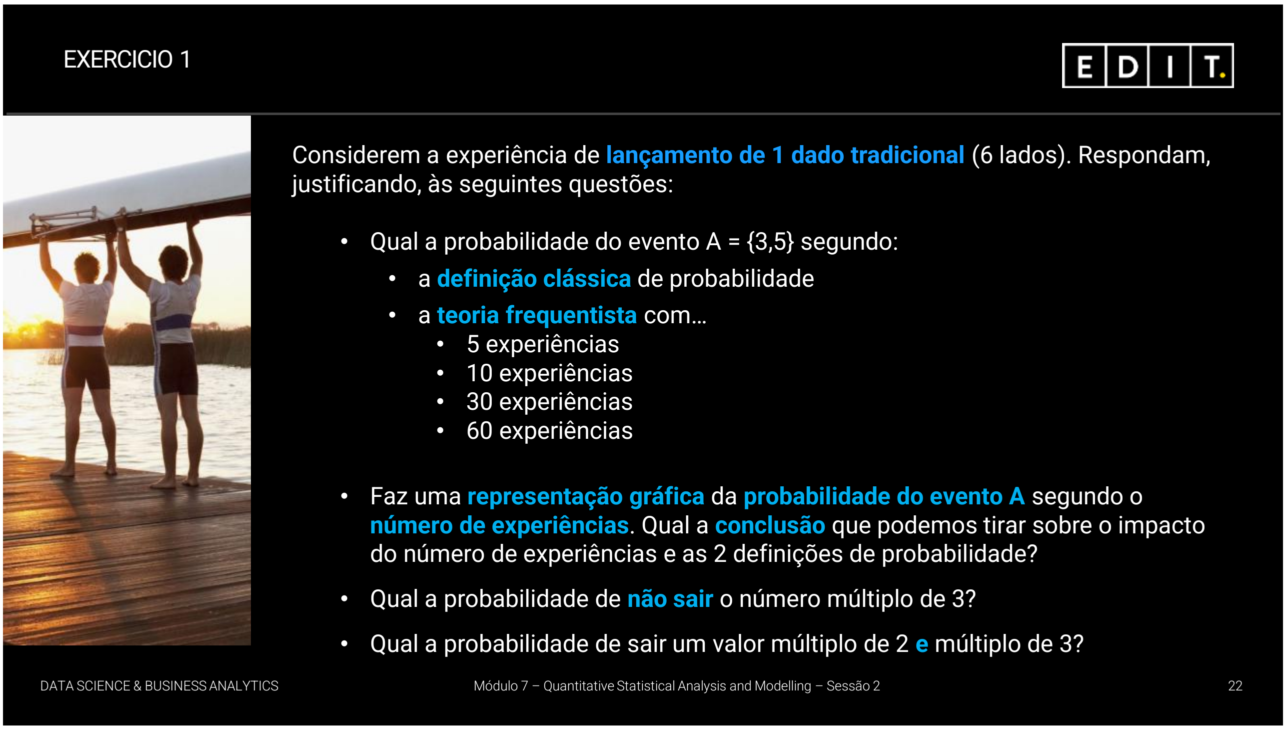
União A U B

Diferença A\B

Complementar A U B

INTRODUÇÃO ÀS PROBABILIDADES

BORA LÁ POR A CABEÇA A BOMBAR



EXERCICIO 1

Considerem a experiência de **lançamento de 1 dado tradicional** (6 lados). Respondam, justificando, às seguintes questões:

- Qual a probabilidade do evento A = {3,5} segundo:
  - a **definição clássica** de probabilidade
  - a **teoria frequentista** com…
    - 5 experiências
    - 10 experiências
    - 30 experiências
    - 60 experiências
- Faz uma **representação gráfica** da **probabilidade do evento A** segundo o **número de experiências**. Qual a **conclusão** que podemos tirar sobre o impacto do número de experiências e as 2 definições de probabilidade?
- Qual a probabilidade de **não sair** o número múltiplo de 3?
- Qual a probabilidade de sair um valor múltiplo de 2 **e** múltiplo de 3?

EXERCICIO 1

Equipa 1
João B
José PM

Equipa 2
Joana
Filipa

Equipa 3
Nuno
Sara

Equipa 4
Alexandre
Ana

Equipa 5
Andreia
Carolina M

Equipa 6
Gonçalo
Carolina L

Equipa 7
Susana
José F

Equipa 8
Stéfane
Tamara
Yhoanna

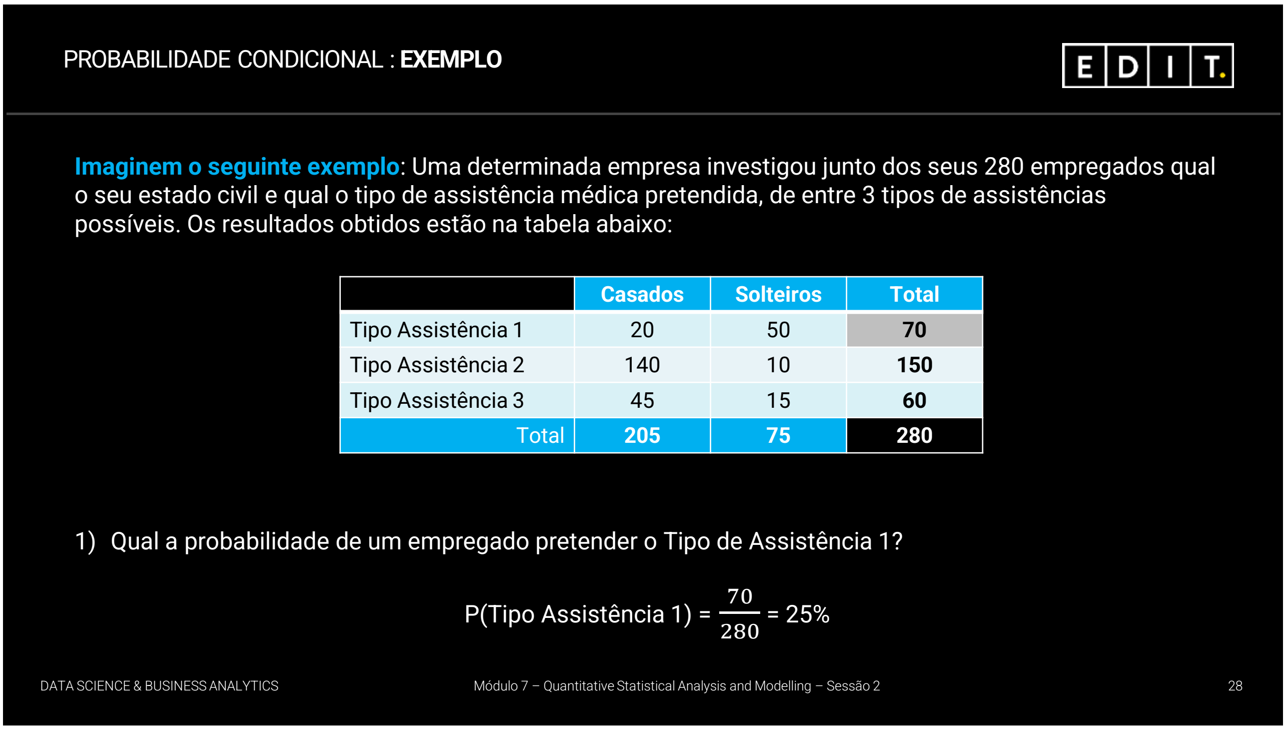
INTRODUÇÃO ÀS PROBABILIDADES: **LEI GRANDES NÚMEROS**

Como vimos no exercício anterior, quando o número de experiencias é elevado, a **definição frequentista** e a definição clássica tendem a coincidir. A este fenómeno, chama-se **Lei dos Grandes Números**:

$$P(A) = \lim_{n \to +\infty} \frac{n_a}{n}$$

Onde A representa o evento em análise, n é o número total de experiências e n_a o número de experiências favoráveis a A, ou seja $\frac{n_a}{n}$ é a frequência relativa de A.

PROBABILIDADE CONDICIONAL



PROBABILIDADE CONDICIONAL : **EXEMPLO**

Imaginem o seguinte exemplo: Uma determinada empresa investigou junto dos seus 280 empregados qual o seu estado civil e qual o tipo de assistência médica pretendida, de entre 3 tipos de assistências possíveis. Os resultados obtidos estão na tabela abaixo:

	Casados	Solteiros	Total
Tipo Assistência 1	20	50	**70**
Tipo Assistência 2	140	10	**150**
Tipo Assistência 3	45	15	**60**
Total	**205**	**75**	**280**

1) Qual a probabilidade de um empregado pretender o Tipo de Assistência 1?

$$P(\text{Tipo Assistência 1}) = \frac{70}{280} = 25\%$$

PROBABILIDADE CONDICIONAL : **EXEMPLO**

Imaginem o seguinte exemplo: Uma determinada empresa investigou junto dos seus 280 empregados qual o seu estado civil e qual o tipo de assistência médica pretendida, de entre 3 tipos de assistências possíveis. Os resultados obtidos estão na tabela abaixo:

	Casados	Solteiros	Total
Tipo Assistência 1	20	50	**70**
Tipo Assistência 2	140	10	**150**
Tipo Assistência 3	45	15	**60**
Total	**205**	**75**	**280**

2) Qual a probabilidade de um empregado pretender o Tipo de Assistência 1, **sabendo que é casado**?

P(Tipo Assistência 1**sabendo que é** casado) = $\frac{20}{205}$ = 9,75%

PROBABILIDADE CONDICIONAL : **DEFINIÇÃO**

Este tipo de probabilidades designam-se **probabilidades condicionais**, e são representados e calculados da seguinte forma:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

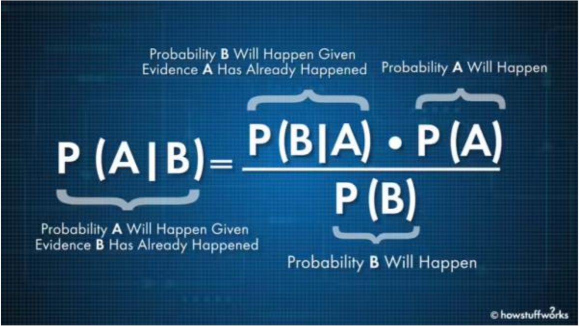
Ou seja, olhamos apenas para os casos onde o evento B se verifica, e sobre apenas esses casos calculamos a probabilidade de ocorrência do evento A.

Através desde conceito podemos introduzir outro conceito, o de **eventos independentes**. Dizemos que 2 eventos são independentes se a probabilidade de A se verificar é igual à probabilidade de A dado que B se verifica, ou seja:

$P(A) = P(A \mid B)$ o que resulta em que **$P(A \cap B) = P(A) . P(B)$**

PROBABILIDADE CONDICIONAL : **TEOREMA DE BAYES**

O teorema de Bayes descreve a **probabilidade de um evento**, baseado em um conhecimento ***a priori*** que pode estar relacionado ao evento. O teorema mostra como **alterar as probabilidades *a priori*** tendo em vista novas evidências para obter probabilidades a posteriori.



https://science.howstuffworks.com/math-concepts/bayes-theorem.htm

PROBABILIDADE CONDICIONAL : **EXEMPLO**

O José está indeciso em ir passar o fim de semana fora e verificou a sua aplicação de meteorologia que verificou que havia **20% de possibilidade de chover**.

Se chover, o José têm uma **probabilidade de 25%** ir para o Algarve. Senão chover, esta probabilidade **aumenta para 85%**.

- **Qual a probabilidade do José ir para o Algarve?**

P(Algarve) = P(Algarve ∩ Chove) + P(Algarve ∩ ~Chove) =

= P(Chover) .P(Algarve | Choveu) . +
P(~Chover) .P(Algarve | ~Choveu) =

= 20% . 25% + (1 - 20%) . 85% =

= 73%

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

P(A ∩ B) = P(B) .P(A | B)

AGENDA

INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA

INTRODUÇÃO ÀS PROBABILIDADES

DISTRIBUIÇÕES

DISTRIBUIÇÕES : **INTRODUÇÃO**

Voltemos ao lançamento de **1 dados**, e suponhamos que temos a oportunidade de apostar no valor que vai sair no próximo lançamento.

Sabemos que valor vai sair? Ainda assim, será que sabemos algo útil sobre o lançamento?

Vamos chamar **X ao valor que vai sair no próximo lançamento**. O que sabemos sobre X?

- Que **valores** pode tomar X? {1,2,3,4,5,6}
- Com que **frequência** pode X tomar esses valores? P(X = x) = 1/6
- Querem **apostar** em que número?

DISTRIBUIÇÕES : **INTRODUÇÃO**

Imaginem agora quem **em vez de 1 dado**, o lançamento é de **2 dados**, será que o jogo ficou mais interessante?

Voltamos a não saber que valor vai sair, mas que sabemos nós?

Vamos chamar Y ao valor que vai sair no próximo lançamento dos 2 dados. O que sabemos sobre Y?

- Que **valores** pode tomar Y? {2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}
- Com que **frequência** pode Y tomar esses valores?

DISTRIBUIÇÕES : **INTRODUÇÃO**

- Com que **frequência** pode Y tomar esses valores?

Dado1 / Dado 2	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

P(Y = 2) = 1/36
P(Y = 3) = 2/36
…
P(Y = 6) = 5/36
P(Y = 7) = 6/36 = 1/6
….
P(Y = 11) = 2/36
P(Y = 12) = 1/36

- Querem **apostar** em que número?

DISTRIBUIÇÕES : **VARIÁVEL ALEATÓRIA**

As variáveis X e Y que vimos anteriormente são denominadas de variáveis aleatórias.

Uma **variável aleatória** é uma variável que representa um determinado evento desconhecido e que depende de fatores aleatórios.

Exemplos:

X: número de vezes que sai Cara em 20 lançamentos de uma moeda

X: Proporção de eleitores no partido ABC

X: Temperatura atmosférica no pico da serra da estrela no dia 30-06-2025

A variável aleatória representa **algo desconhecido** e que será **alvo de estudo**. Conseguimos definir o seu **espaço de resultados** (valores possíveis que pode tomar) e procuramos descrever o seu comportamento, ou seja, o seu **modelo de probabilidade**.

DISTRIBUIÇÕES : **VALOR ESPERADO & VARIÂNCIA**

Tal como nas amostras nós calculamos a média e o desvio padrão como referencias de **centralidade** e **variabilidade**, também nas distribuições **populacionais** procuramos obter essa informação.

Valor Esperado representa uma expectativa com respeito ao valor que esperamos observar na população, e é obtido, no caso de **variáveis discretas**, pela a soma do produto de cada probabilidade de saída da experiência pelo seu respetivo valor.

$$E(X) = \mu = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p(x_i)$$

A **variância** é então uma medida da sua dispersão, indicando "**o quão longe**" em geral os seus valores se encontram do **valor esperado**.

$$VAR(X) = \sigma^2 = E((X - \mu)^2)$$

DISTRIBUIÇÕES : **FUNÇÃO DE PROBABILIDADE**

E D I T.

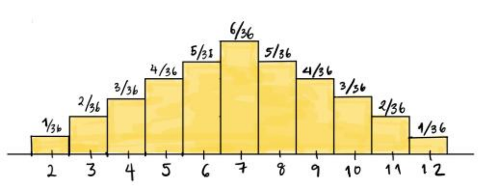
A **função de probabilidade** é a função que nos permite calcular a probabilidade de uma **variável aleatória discreta** tomar determinado **valor**, ou seja:

$$f(x) = P(\ X = x)$$

Onde **X** é a variável aleatória e **x** o valores para o qual queremos calcular a probabilidade.

É esta função que nos permite **compreender como a v.a. se comporta** e permite-nos calcular os seus **principais indicadores**, que iremos ver seguidamente.

Ex.: A função de probabilidade da soma do resultado no **lançamento de 2 dados** é:



DISTRIBUIÇÕES : **FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO**

E D I T.

A **função distribuição** complementa a função de probabilidade ao nos devolver, para cada número real x, a probabilidade da função tomar **valores menores do que x**, ou seja:

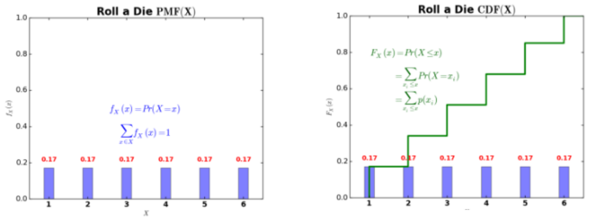
$$F(x) = P(\ X \leq x)$$

Onde **X** é a variável aleatória e **x** o valores para o qual queremos calcular a probabilidade.

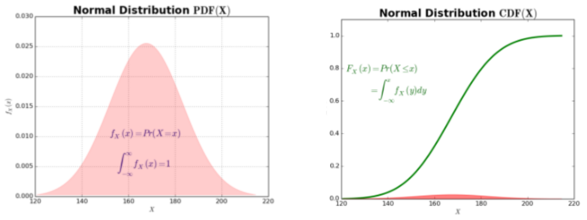
Esta função é especialmente útil para **variáveis continuas** visto que não é possível utilizar a função de probabilidade. **Porquê?**

DISTRIBUIÇÕES : **FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO**

Ex.: Lançamento de 1 Dado



Ex.: Altura Portugueses



DISTRIBUIÇÕES : **BINOMIAL**

A **Distribuição Binomial** é uma distribuição de probabilidade discreta que representa o número de sucessos numa sequência de n experiências, como o lançamento de uma moeda ao ar. As características desta distribuição são as seguintes:

- Cada experiência tem exatamente **2 resultados possíveis**, sucesso (ex.: "cara") ou fracasso ("ex.: "coroa)
- As experiências são todas independente umas das outras;
- A probabilidade de sucesso ***p*** é constante
- A variável de interesse é o número de sucessos ***k*** nas ***n*** experiências

Uma variável aleatória com distribuição Binominal é caracterizada pela expressão:

$$X \sim B(n, p)$$

onde ***p*** = probabilidade de sucesso e ***n*** é número de experiências.

DISTRIBUIÇÕES : **BINOMIAL**

Como tinha referido anteriormente, as distribuições teóricas permitem-nos aceder aos **principais parâmetros** das distribuições de **forma simplificada** e no caso da nossa variável aleatória ter uma distribuição B(*n*, *p*) então temos que :

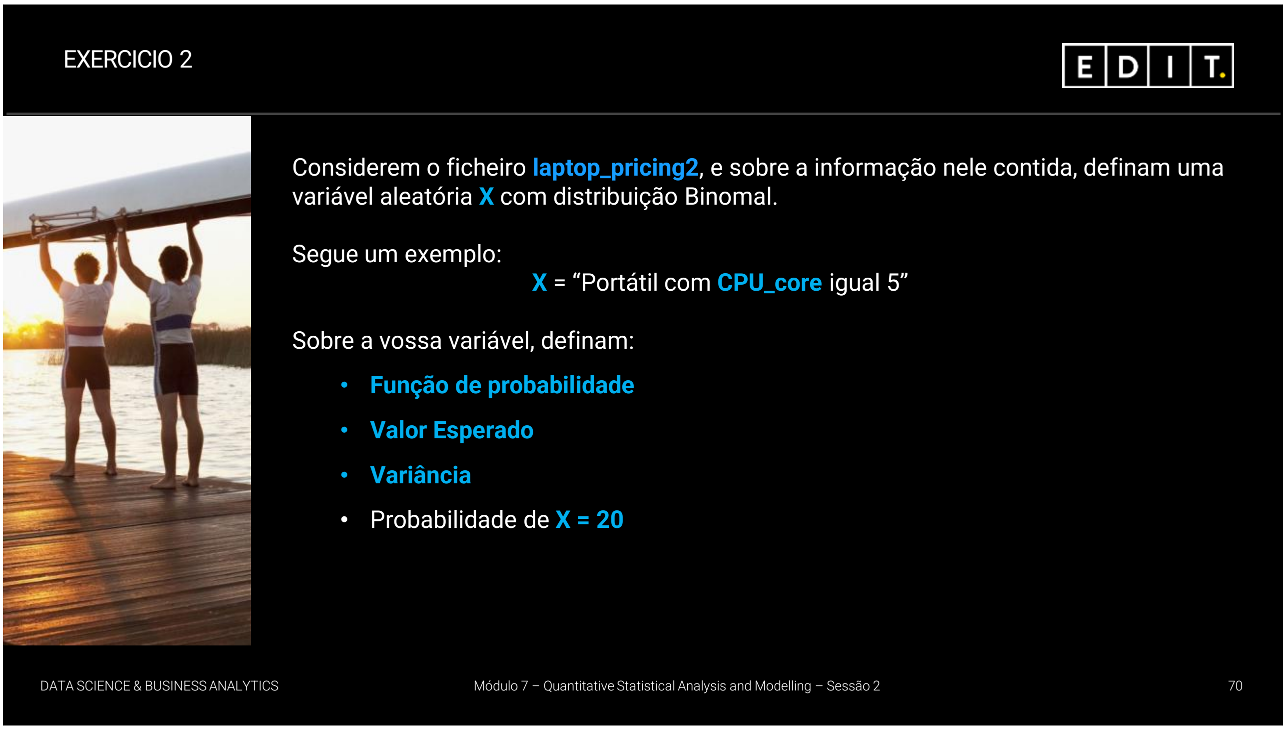
- Função de probabilidade é:

$$P(X = k) = f(k; n, p) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

- Valor Esperado é: **E(X) = *np***
- Variância é: **VAR(X) = *np*(1-*p*)**

DISTRIBUIÇÕES

BORA LÁ POR A MÃO NA MASSA



EXERCICIO 2

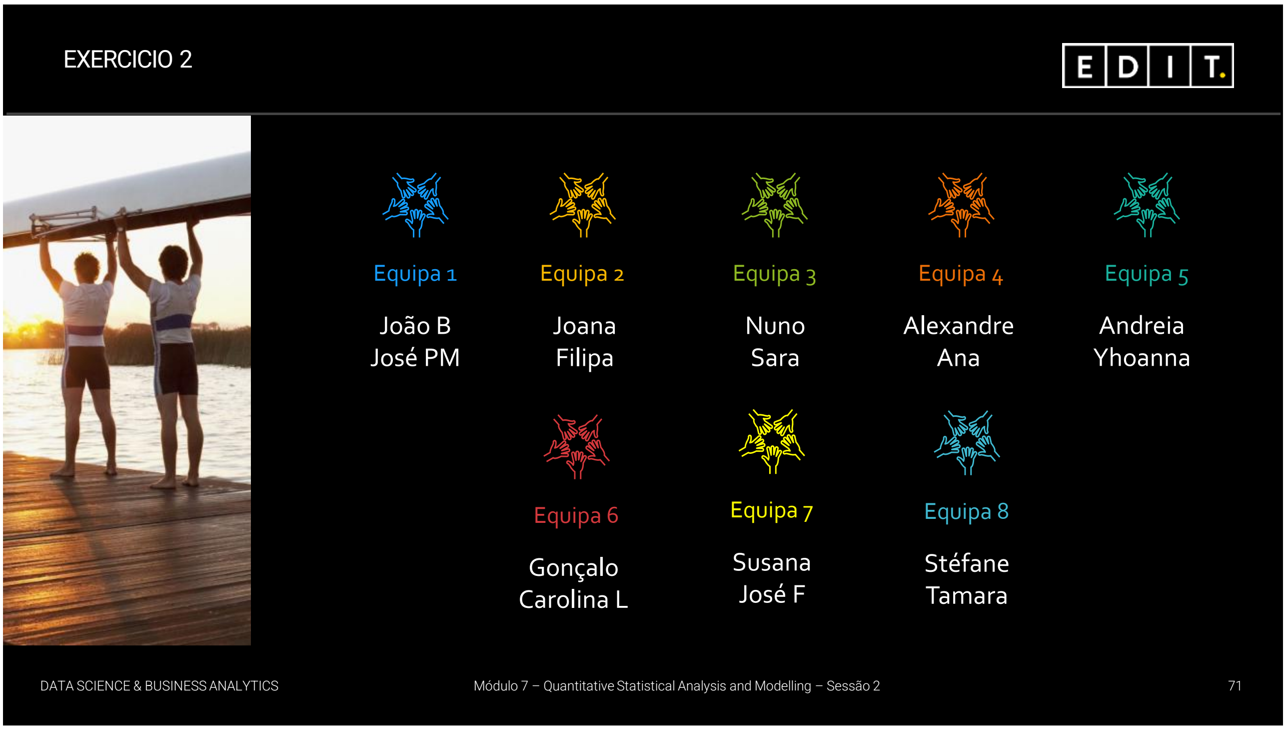
Considerem o ficheiro **laptop_pricing2**, e sobre a informação nele contida, definam uma variável aleatória **X** com distribuição Binomal.

Segue um exemplo:

X = "Portátil com **CPU_core** igual 5"

Sobre a vossa variável, definam:

- **Função de probabilidade**
- **Valor Esperado**
- **Variância**
- Probabilidade de **X = 20**



EXERCICIO 2

Equipa 1
João B
José PM

Equipa 2
Joana
Filipa

Equipa 3
Nuno
Sara

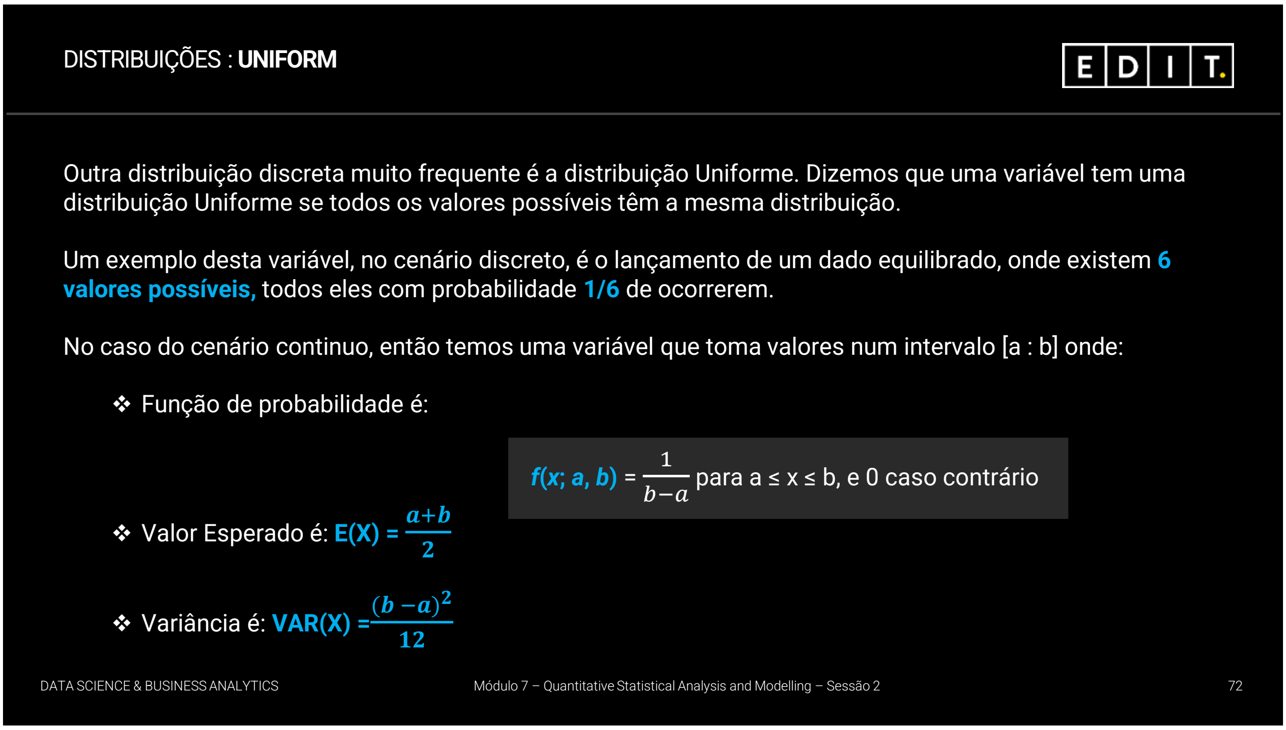
Equipa 4
Alexandre
Ana

Equipa 5
Andreia
Yhoanna

Equipa 6
Gonçalo
Carolina L

Equipa 7
Susana
José F

Equipa 8
Stéfane
Tamara



DISTRIBUIÇÕES : **UNIFORM**

Outra distribuição discreta muito frequente é a distribuição Uniforme. Dizemos que uma variável tem uma distribuição Uniforme se todos os valores possíveis têm a mesma distribuição.

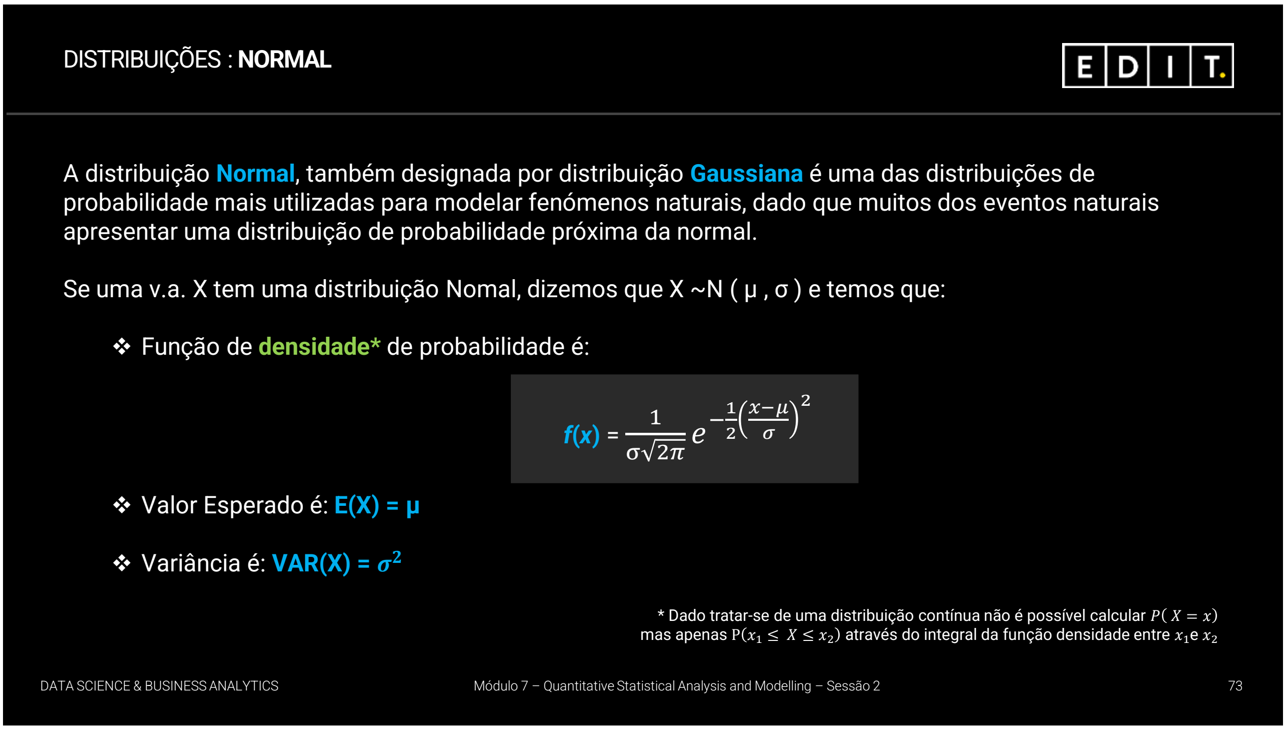
Um exemplo desta variável, no cenário discreto, é o lançamento de um dado equilibrado, onde existem **6 valores possíveis,** todos eles com probabilidade **1/6** de ocorrerem.

No caso do cenário continuo, então temos uma variável que toma valores num intervalo [a : b] onde:

- Função de probabilidade é:

$$f(x;\, a,\, b) = \frac{1}{b-a} \text{ para } a \le x \le b, \text{ e 0 caso contrário}$$

- Valor Esperado é: **E(X) =** $\frac{a+b}{2}$
- Variância é: **VAR(X) =** $\frac{(b-a)^2}{12}$



DISTRIBUIÇÕES : **NORMAL**

A distribuição **Normal**, também designada por distribuição **Gaussiana** é uma das distribuições de probabilidade mais utilizadas para modelar fenómenos naturais, dado que muitos dos eventos naturais apresentar uma distribuição de probabilidade próxima da normal.

Se uma v.a. X tem uma distribuição Nomal, dizemos que X ~N (μ , σ) e temos que:

- Função de **densidade*** de probabilidade é:

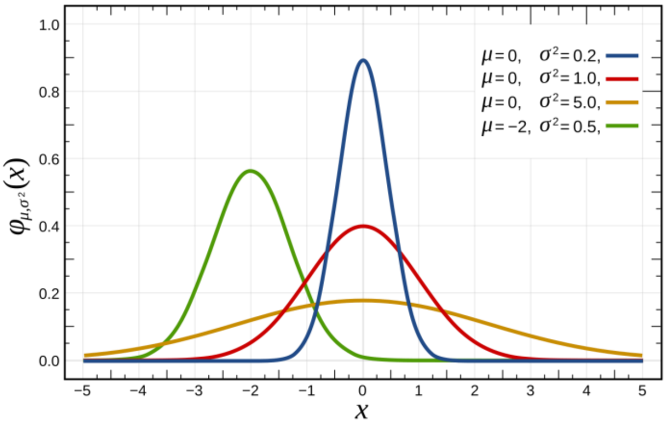
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- Valor Esperado é: **E(X) = μ**
- Variância é: **VAR(X) =** σ^2

* Dado tratar-se de uma distribuição contínua não é possível calcular $P(\, X = x)$ mas apenas $P(x_1 \le X \le x_2)$ através do integral da função densidade entre x_1e x_2

DISTRIBUIÇÕES : **NORMAL**

Dependendo dos valores de **μ** e de **σ** a **função distribuição** vai tomando diferentes formas:



DISTRIBUIÇÕES : **NORMAL**

As **propriedades** desta distribuição são inúmeras, e são a base de grande parte das **estimativas**, **intervalos de confiança** e **testes de hipóteses**, que iremos falar amanhã.

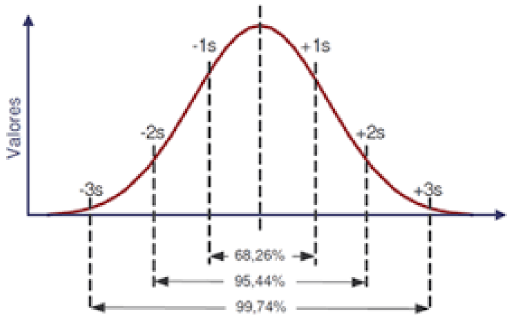
Muitas vezes utilizamos a **Normal Standard**, caracterizada por ter:

- E(X) = 0
- VAR(X) = 1

Para estandardizar uma v.a. X ~N (μ , σ) fazemos a seguinte transformação:

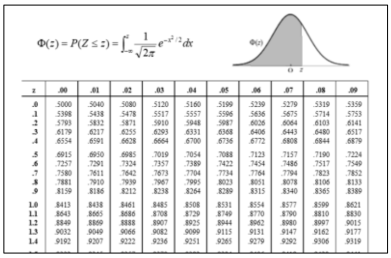
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

E a variável Z ~ N(0,1).



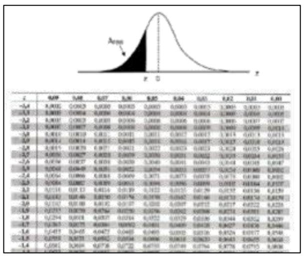
DISTRIBUIÇÕES : **TABELAS DISTRIBUIÇÃO NORMAL**

As funções teóricas permitem-nos chegar a **valores probabilísticos dos eventos** que procuramos conhecer, e no caso da distribuição Normal Standard (μ = 0, σ = 1) existem **tabelas com os valores da função Distribuição**.



$$\Phi(z) = P(Z \le z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319



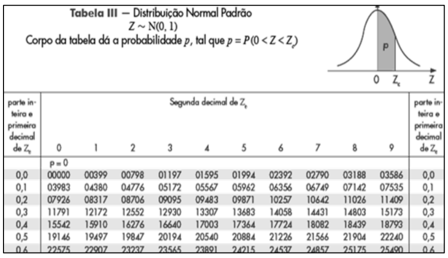


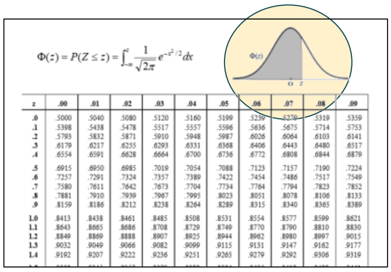
Tabela III — Distribuição Normal Padrão
$Z \sim N(0, 1)$
Corpo da tabela dá a probabilidade p, tal que $p = P(0 < Z < Z_c)$

parte inteira e primeira decimal de Z_c	Segunda decimal de Z_c										parte inteira e primeira decimal de Z_c
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	p = 0										
0,0	00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586	0,0
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535	0,1
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409	0,2
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173	0,3
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793	0,4
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240	0,5
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490	0,6

DISTRIBUIÇÕES : **TABELAS DISTRIBUIÇÃO NORMAL**

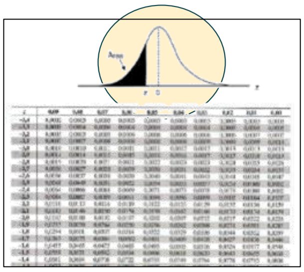
As funções teóricas permitem-nos chegar a **valores probabilísticos dos eventos** que procuramos conhecer, e no caso da distribuição Normal Standard (μ = 0, σ = 1) existem **tabelas com os valores da função Distribuição**.

Em primeiro lugar é importante perceber **a que área se referem os dados**, para não incorrermos em erros de interpretação, e essa informação está tipicamente no **inicio da tabela** de forma visual.



$$\Phi(z) = P(Z \le z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319



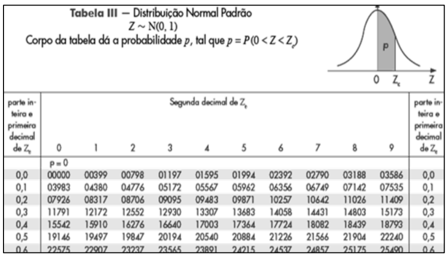


Tabela III — Distribuição Normal Padrão
$Z \sim N(0, 1)$
Corpo da tabela dá a probabilidade p, tal que $p = P(0 < Z < Z_c)$

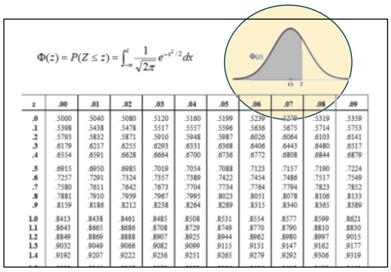
parte inteira e primeira decimal de Z_c	Segunda decimal de Z_c										parte inteira e primeira decimal de Z_c
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	p = 0										
0,0	00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586	0,0
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535	0,1
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409	0,2
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173	0,3
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793	0,4
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240	0,5
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490	0,6

$P(X \le x)$

DISTRIBUIÇÕES : **TABELAS DISTRIBUIÇÃO NORMAL**

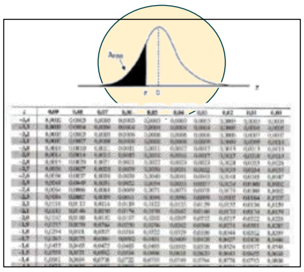
As funções teóricas permitem-nos chegar a **valores probabilísticos dos eventos** que procuramos conhecer, e no caso da distribuição Normal Standard (μ = 0, σ = 1) existem **tabelas com os valores da função Distribuição**.

Em primeiro lugar é importante perceber **a que área se referem os dados**, para não incorrermos em erros de interpretação, e essa informação está tipicamente no **inicio da tabela** de forma visual.



$$\Phi(z) = P(Z \le z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319



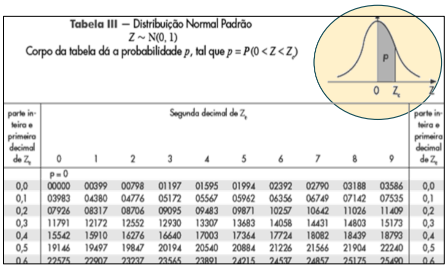


Tabela III — Distribuição Normal Padrão
$Z \sim N(0, 1)$
Corpo da tabela dá a probabilidade p, tal que $p = P(0 < Z < Z_c)$

parte inteira e primeira decimal de Z_c	Segunda decimal de Z_c										parte inteira e primeira decimal de Z_c
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	p = 0										
0,0	00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586	0,0
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535	0,1
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409	0,2
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173	0,3
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793	0,4
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240	0,5
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490	0,6

$P(X \le x)$

$P(0 \le X \le x)$

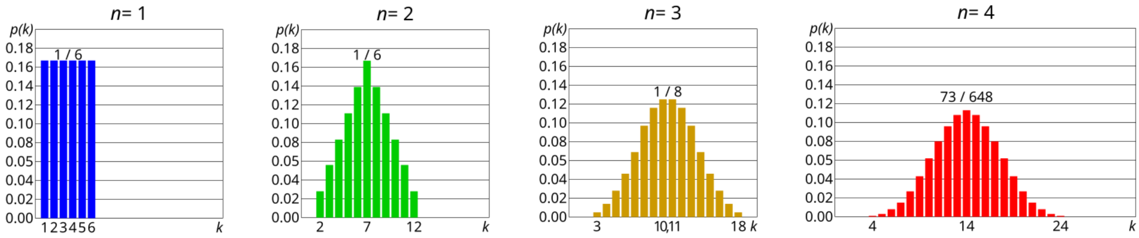
DISTRIBUIÇÕES : **TEOREMA DO LIMITE CENTRAL**

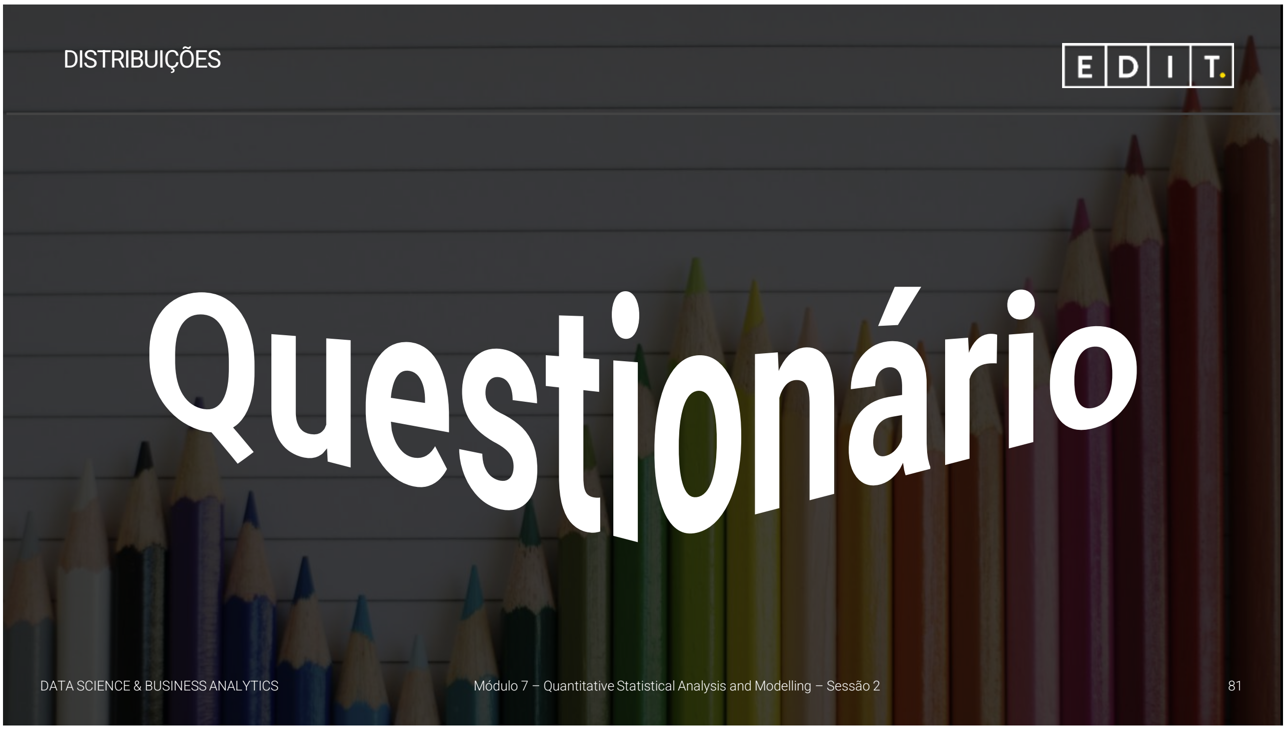
O **Teorema do Limite Central**, ou TLC, tem interesse prático especial porque se aplica a uma população caracterizada por uma v.a. com **distribuição genérica**.

Seja X é uma v.a. com média populacional (μ) e variância populacional (σ^2) finitas, então temos que:

$$X1 +\cdots+ Xn \sim N(n\mu, n\sigma^2)$$

Relembrando o exemplo do lançamento dos dados:





Questionário