הרצאה 3 --- תנע, שימור התנע, וכוחות בטבע

1. הקשר בין מתקף לחוק השני: התנע

נחבר את שתי המסקנות מההרצאה הקודמת. נתחיל מחוק שני,

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

ונבצע אינטגרציה לפי הזמן בקטע $[t_1, t_2]$:

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} m\vec{a}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} m\frac{d\vec{v}}{dt}\, dt = m\int_{\vec{v}(t_1)}^{\vec{v}(t_2)} d\vec{v}$$

עבור מסה קבועה:

$$\boxed{\vec{I} = m\vec{v}(t_2) - m\vec{v}(t_1)}$$

האגף הימני "מתבקש" להגדרה משלו:

תנע (Momentum)

$$\vec{p} \equiv m\vec{v}$$

כמות התנועה של גוף --- גודל וקטורי, יחידות kg·m/s.

ובניסוח החדש:

משפט מתקף-תנע

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1)$$

מסקנה רעיונית

מתקף הוא בדיוק השינוי בתנע. הוא לא איזה גודל מומצא --- הוא פשוט "כמה תנע הכוח העביר לגוף".

1.1 ניסוח חלופי של החוק השני

נחלק את משוואת המתקף-תנע ב-dt (גבול אינפיניטסימלי):

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

זוהי הצורה **המקורית** של החוק השני (כפי שניוטון ניסח אותו). היא כללית יותר מ-$\vec{F} = m\vec{a}$, כי היא תקפה גם כאשר המסה משתנה (למשל רקטה הפולטת דלק).

2. שימור התנע במערכת סגורה

נחשב את התנע הכולל של מערכת סגורה של שני גופים A, B:

$$\vec{P}_{\text{tot}} = \vec{p}_A + \vec{p}_B$$

נגזור לפי הזמן ונשתמש בחוק השני:

$$\frac{d\vec{P}_{\text{tot}}}{dt} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{F}_{B\to A} + \vec{F}_{A\to B}$$

לפי החוק השלישי, $\vec{F}_{B\to A} = -\vec{F}_{A\to B}$, ולכן הסכום מתאפס:

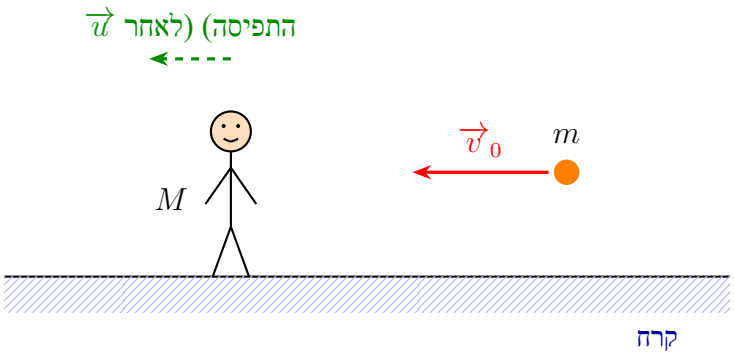
חוק שימור התנע

$$\frac{d\vec{P}_{\text{tot}}}{dt} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \vec{P}_{\text{tot}} = \text{const}$$

תנע אינו נוצר ואינו נעלם במערכת סגורה --- הוא רק **עובר** בין גופים דרך כוחות פנימיים. החוק השלישי הוא בעצם החוק הזה במסווה.

3. דוגמה: תפיסת כדור על קרח

ילד במסה $M = 60\,\text{kg}$ עומד על קרח (חיכוך מתבטל), במנוחה. כדור במסה $m = 0.5\,\text{kg}$ טס לעברו במהירות $|\vec{v}_0| = 5$ m/s. הילד תופס את הכדור.



3.1 מהירות הילד+כדור לאחר התפיסה

המערכת סגורה (אין כוח חיצוני אופקי --- קרח חלק).

תנע התחלתי (לפני התפיסה): רק הכדור נע, הילד במנוחה.

$$\vec{p}_{\text{before}} = m\vec{v}_0$$

תנע סופי (אחרי התפיסה): הילד והכדור נעים יחד במהירות $\vec{u}$.

$$\vec{p}_{\text{after}} = (m+M)\vec{u}$$

מהשימור:

$$m\vec{v}_0 = (m+M)\vec{u} \qquad \Longrightarrow \qquad \vec{u} = \frac{m}{m+M}\vec{v}_0$$

מספרית:

$$|\vec{u}| = \frac{0.5 \cdot 5}{0.5+60} \approx 0.041 \text{ m/s}$$

(הילד נע בכיוון הכדור, אבל לאט בהרבה.)

3.2 הכוח שהכדור הפעיל על הילד בזמן התפיסה

נניח שתהליך התפיסה ארך $\Delta t = 0.2$ שניות. נשתמש במשפט מתקף-תנע על הילד:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}_{\text{child}} = M\vec{u} - 0$$

$$|\vec{F}| = \frac{M|\vec{u}|}{\Delta t} = \frac{60 \cdot 0.041}{0.2} \approx 12.5 \text{ N}$$

לפי החוק השלישי, אותו כוח (בכיוון הפוך) פעל מהילד על הכדור, ובלם אותו ממהירות $\vec{v}_0$ למהירות $\vec{u}$.

4. כוחות בטבע --- מבוא

חוקי ניוטון נותנים את **מסגרת** הדינמיקה. כעת נכיר את הכוחות הספציפיים שמופיעים בבעיות. עיקרי הכוחות:

1. כוח הכבידה
2. מתח בחוט
3. כוח הנורמל
4. חיכוך (סטטי וקינטי)
5. כוחות חשמליים, גרזה, וכו' (יילמדו בנפרד)

5. כוח הכבידה

5.1 חוק הכבידה האוניברסלי של ניוטון

בין שני גופים נקודתיים במסות m_1, m_2 ובמרחק r פועל כוח משיכה הדדי:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{m}^2$$

הכוח לאורך הקו המחבר את שני הגופים, ומקיים את החוק השלישי.

5.2 בקירוב קרוב לפני כדור הארץ

עבור גוף במסה m קרוב לפני כדור הארץ:

$$F = G\frac{mM_\oplus}{R_\oplus^2}$$

כאשר $M_\oplus, R_\oplus$ הם מסת ורדיוס כדור הארץ. נסמן את הקבוע:

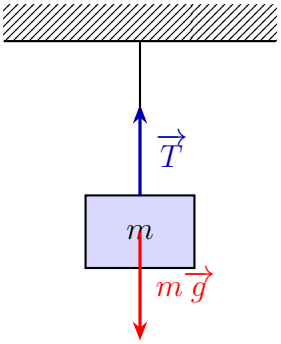
$$g \equiv \frac{GM_\oplus}{R_\oplus^2} \approx 9.8\ \mathrm{m/s^2}$$

$$\vec{F}_{\text{grav}} = m\vec{g} \qquad (|\vec{g}| \approx 9.8\ \mathrm{m/s^2},\ \text{כלפי מטה})$$

g מתקבל מקבועים מסוימים של כדור הארץ. על כוכבי לכת אחרים יתקבל ערך שונה. הוא תאוצה ($\mathrm{m/s^2}$), לא כוח.

6. מתח בחוט

חוט יכול להפעיל כוח משיכה על גוף הקשור לקצהו. כוח זה נקרא **מתח** (tension) ומסומן ב-T.



חוט אידיאלי

חוט **חסר מסה** ובלתי-מתיח. במצב זה, המתח **אחיד לכל אורך החוט**.

נימוק: בחוט חסר מסה, חוק שני מספר על כל קטע אינפיניטסימלי: $T_1 - T_2 = 0$, ולכן $T_1 = T_2$ בכל נקודה.

תוצאה מעשית: בגלגלת חסרת חיכוך, המתח משני צדי החוט שווה.

7. כוח הנורמל

כוח הנורמל

כוח שמשטח מפעיל על גוף הנוגע בו, **תמיד ניצב למשטח המגע**.

מאפיין מרכזי: הנורמל אינו ערך קבוע מראש --- הוא **משתנה לפי הצורך** כדי למנוע חדירה לתוך המשטח. זהו **כוח אילוץ** (constraint force).

דוגמה: קופסה על שולחן אופקי --- הנורמל יתאזן בדיוק עם מרכיב הכבידה הניצב למשטח. על שולחן בשיפוע --- הנורמל יקטן בהתאם.

8. כוח החיכוך

חיכוך הוא כוח הנוצר בין שני משטחים במגע. **כיוונו תמיד מנוגד לתנועה היחסית** (או למגמת התנועה היחסית) של גוף אחד ביחס לשני.

8.1 חיכוך סטטי

כאשר הגופים **אינם נעים** זה ביחס לזה, החיכוך הוא סטטי. הוא **מתאזן** עם הכוח החיצוני בדיוק כדי למנוע תנועה --- עד לגבול עליון:

$$f_s \leq \mu_s N$$

μ_s = **מקדם החיכוך הסטטי**, תלוי בשני המשטחים. N = כוח הנורמל ביניהם.

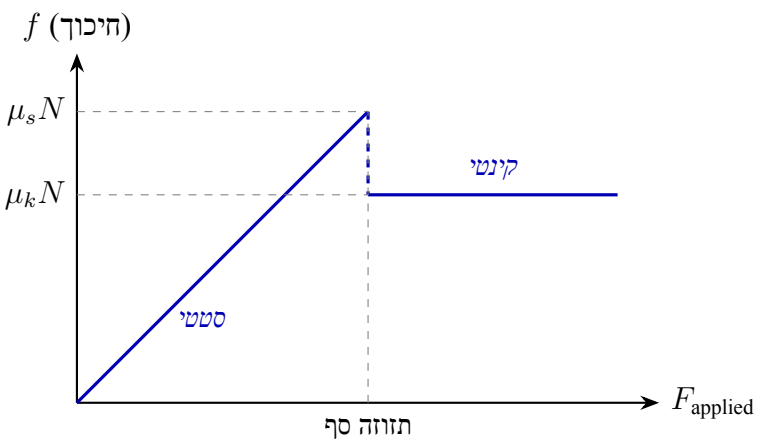
8.2 חיכוך קינטי

כאשר החיכוך הסטטי המקסימלי מופר, הגוף מתחיל לנוע, ואז פועל **חיכוך קינטי**:

$$f_k = \mu_k N$$

קבוע (לא תלוי במהירות), בכיוון מנוגד למהירות היחסית.

8.3 גרף החיכוך כפונקציה של הכוח המופעל



פירוש הגרף

- כל עוד $F_{\text{applied}} < \mu_s N$: החיכוך הסטטי מתאים את עצמו לכוח החיצוני, הגוף נשאר במנוחה.
- ברגע ש-F_{applied} עובר את $\mu_s N$: הגוף מתחיל לנוע, החיכוך "קופץ למטה" לערך $\mu_k N$ (בדרך כלל $\mu_k < \mu_s$).
- מכאן והלאה: החיכוך הקינטי קבוע, ללא תלות בכוח המופעל או במהירות.

סיכום: מבט-על

נקודות מפתח לזכור

1. **תנע** $\vec{p} = m\vec{v}$ --- הגודל ש"נשמר" במערכת סגורה.
2. **מתקף = שינוי בתנע:** $\vec{I} = \Delta\vec{p}$.
3. **ניסוח כללי של חוק שני:** $\vec{F} = d\vec{p}/dt$.
4. **כבידה אוניברסלית:** $F = Gm_1m_2/r^2$; קרוב לפני כדה"א: $F = mg$.
5. **מתח בחוט אידיאלי** אחיד לכל אורכו.
6. **נורמל** ניצב למשטח, מתאים את עצמו (כוח אילוץ).
7. **חיכוך סטטי** $f_s \leq \mu_s N$ (מתאים את עצמו עד לסף); **חיכוך קינטי** $f_k = \mu_k N$ (קבוע).