

# Распределение $fee$ между узлами сети блокчейн

noise@sumus.team, engi@sumus.team

20 марта 2018 г.

## Аннотация

Правило мотивации постоянного подключения узла к сети ...

## 1 Введение

Разобьём вопрос о распределении  $fee$  между узлами на две части

### Часть 1.

Если все узлы из  $B_n$  постоянно присутствуют в сети, то они равноправны в том смысле, что вероятность получения  $\forall$  узлом в произвольный момент  $t$  закрытия блока вознаграждения в интервале величина, которого зафиксирована (достигнута) на данный момент, зависит только от величины интервала и количества узлов  $n$ .

Будем считать  $fee$  функцией времени  $t$ , где в некоторый момент  $t_k$  соответствующей прощедению отдельной транзакции  $fee(t_k)$  принимает значение, равное  $fee$ , “начисленному” за эту транзакцию. Пусть  $T$  - счётное множество значений всех  $t_k$ , в которые осуществляются транзакции,  $k = 1, 2, \dots$ . Для общности будем считать, что множество всех  $\mathbb{N}$  есть множество значений этой функции обозначим как  $\Psi$ . Таким образом,  $fee(t_k)$  есть решетчатая неотрицательная функция, заданная на счётном множестве  $T$ . Поскольку  $fee$  меняется по закону, который можно установить только статистическими методами, то положим, что  $fee(t_k)$  есть решетчатая случайная функция, или, другими словами, дискретный случайный процесс. Вообще говоря, этот процесс может быть нестационарным, но при этом следует допустить его эргодичность. Пусть плотность распределения этого процесса есть  $f(fee, t)$ , где  $t \in T$ ,  $fee \in \Psi$ .  $\Phi$  от  $f$  не менее чем, непрерывна по  $fee$ , т.е.  $fee(t_k)$  при фиксированном  $t_k$  является непрерывной случайно величиной.

Пусть также имеет место независимости от процесса закрытия блоков, который в данном случае можно представить как дискретный случайный процесс  $g(t_m)$  значениями которого являются номера мастер-узлов  $j_k$  определяемые в моменты  $t_{m^*} \in [t'_{m-1}, t'_m]$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$ , где  $t'_m$  - момент закрытия блока номер  $m$ ,  $t'_0$  - начальный момент работы сети. Процесс  $g(t_m^*)$  - стационарный с равномерным распределением дискретной случайно величины  $j_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ ,  $1 \leq j_k \leq N$  с плотностью вероятности

$$f_g(k) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sigma(k - k_\nu) \quad (1)$$

независимый от  $fee(t_k)$ . Счётное множество всех значений  $t_m^*$  обозначим  $T^*$ .

В момент времени  $t_m$  закрытия блока номер  $m$  мастер-узел с номером  $j_{\hat{k}}$  получает всю накопленную к этому моменту  $\Delta fee_{\Sigma}$ , которую будем считать равной

$$\Delta fee_{\Sigma}(t'_m) = \sum_{k=k_{m-1}}^{k_m} fee(t_k) \quad (2)$$

где  $k_{m-1}$  - номер момента  $t_{k_{m-1}}$ , ближайшего к  $t'_{m-1}$  справа, а  $k_m$  - номер момента  $t_{k_m}$ , ближайшего к  $t'_m$  слева.

Поскольку для  $\forall k, m : t_k - t_{k-1} \ll t'_m - t_{m-1}$ , то дискретная случайная функция  $\Delta fee_{\Sigma}(t'_m)$  имеет, согласно закону больших чисел, распределение близкое к нормальному, т.е.:

$$F(\Delta fee_{\Sigma} < a, t) \approx \Phi(\Delta fee_{\Sigma} < a, t) \quad (3)$$

при произвольных  $f(fee, t)$  и является дискретным процессом с неотрицательными значениями.

Таким образом, каждый из  $n$  узлов может в момент  $t_m^*$  стать мастер узлом с вероятностью  $\frac{1}{n}$  и в соответствующий ему момент  $t'_m$  получить  $\Delta fee_{\Sigma}(t'_m)$  например в интервале  $(M_{\Delta fee_{\Sigma}} - 3\sigma_{\Delta fee_{\Sigma}}, M_{\Delta fee_{\Sigma}} + 3\sigma_{\Delta fee_{\Sigma}})$  с вероятностью  $\approx 0,997$ , где  $M_{\Delta fee_{\Sigma}}$  и  $\sigma_{\Delta fee_{\Sigma}}$  - математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение случайного процесса в момент времени  $t'_m$ .

В результате, в момент  $t'_m$  каждый из  $n$  узлов получает указанное вознаграждение с вероятностью  $\frac{0,997}{n}$ .

Приведённые выше результаты справедливы при достаточно длительных реализациях случайных процессов, т.е. при  $m \gg n$  и их эргодичности.

Часть 2. Если не все узлы из  $B_n$  постоянно присутствуют в сети, то это означает, что есть некоторое подмножество узлов  $B_{\tilde{n}} \subseteq B_n$ ,  $\tilde{n} \leq n$  такое, что для  $\forall$  узла из  $B_{\tilde{n}}$  справедливо следующее: пусть этот узел выбирался мастер-узлом  $\bar{m}$  раз на отрезке  $t \in [t'_0, t_m^*]$ , но принял задачу по закрытию блока только  $\tilde{m}$  раз ( $\bar{m} < \tilde{m}$ ), то за закрытие текущего блока, выбор эскорта которого осуществлён в момент  $t_m^*$ , этот мастер узел получит вознаграждение

$$\gamma = \frac{\tilde{m}}{\bar{m}} \Delta fee_{\Sigma}(t'_m) \quad (4)$$

остаток

$$\frac{\bar{m} - \tilde{m}}{\bar{m}} \Delta fee_{\Sigma}(t'_m) \quad (4a)$$

суммируется в дальнейшем с  $\Delta fee_{\Sigma}(t'_{m+1})$ .

В силу независимости процесса включения/отключения узла в сети от других случайных процессов, упомянутых выше и естественном предположении о стационарности распределения номеров отключенных узлов, можно утверждать, что введение “мотивирующих” коэффициентов (4), (4a) и перенос остатков не приведёт к изменению классификации случайных процессов, используемых в этой задаче. Можно сказать, что в данном разделе предложено правило мотивации постоянного подключения узла к сети.

## Список литературы

- [1] Satoshi Nakamoto (2009). “Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System”. [www.bitcoin.org](http://www.bitcoin.org) .