Legea normală (Gauss-Laplace)

Definiţia 1. *Variabila aleatoare X urmează* ***legea normală (Gauss-Laplace)*** *(X are repartiţie normală) cu parametrii m şi σ ($m \in R, \sigma > 0$) dacă densitatea de sa de probabilitate (repartiţie) este funcţia*

$$f(x; m, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad \forall x \in R \tag{1}$$

O variabilă aleatoare cu repartiţie normală cu parametrii m şi σ se notează cu $N(m, \sigma^2)$.

Funcţia f de mai sus se numeşte *densitatea de repartiţie normală* sau *gaussiană*. Observăm că f este o densitate de probabilitate, deoarece $f(x) > 0$, $\forall x \in R$ şi $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$. Într-adevăr, pentru a verifica ultima relaţie, în integrala de mai sus facem schimbarea de variabilă $\frac{x-m}{\sigma\sqrt{2}} = y$. Rezultă că $dx = \sigma\sqrt{2}dy$. Dacă $x \to -\infty$ atunci $y \to -\infty$, iar dacă $x \to \infty$ atunci $y \to \infty$. Obţinem astfel

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\infty} e^{-y^2} dy = 1.$$

Am folosit mai sus integrala lui Euler-Poisson $\int_0^{\infty} e^{-y^2} dy = \sqrt{\pi}/2$.

Graficul funcţiei f are formă de clopot (vezi Figura 1). Dreapta de ecuaţie $x = m$ este axă de simetrie pentru acest grafic, iar pentru $x = m$ se obţine valoarea maximă a funcţiei f, şi anume $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$. Punctele $x = m-\sigma$ şi $x = m+\sigma$ sunt puncte de inflexiune.

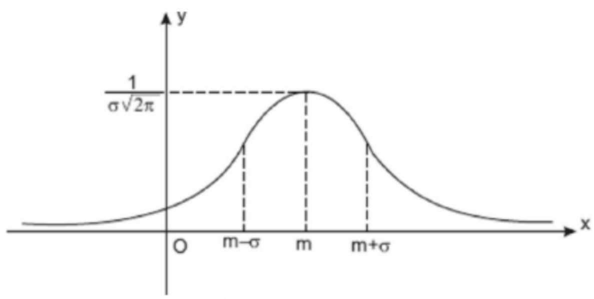

Figura 1