Matrice şi determinanţi

Definiţia 1. *Se numeşte* ***matrice cu*** m ***linii şi*** n ***coloane*** *sau* ***matrice*** $m \times n$ *o funcţie reală* $f : N_m \times N_n \to \mathbb{R}$.

Fiecărei perechi $(i,j) \in N_m \times N_n$ îi corespunde prin funcţia f elementul $f(i,j) = a_{ij} \in \mathbb{R}$, $i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}$. Ansamblul valorilor funcţiei f se reprezintă în general sub forma unui tabel cu m linii şi n coloane

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ sau } A = (a_{ij})_{\substack{i=\overline{1,m} \\ j=\overline{1,n}}}$$

Fie $A \in M_n(\mathbb{R}), A = (a_{ij})_{\substack{i=\overline{1,m} \\ j=\overline{1,n}}}$. Fiecărei matrice $A \in M_n(\mathbb{R})$ i se asociază un număr real numit *determinantul matricei* A, notat $det(A)$.

Acesta se calculează în felul următor:

- $A = a_{11} \in M_1(\mathbb{R}) \Longrightarrow det(A) = a_{11}$
- $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \Longrightarrow det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$
- $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}) \Longrightarrow$
  $det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$

Un sistem de ecuaţii poate fi scris şi sub formă matriceală astfel:

$$A \cdot X = B \text{ sau } \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, i = \overline{1,m}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$$