

## 4. Curbe parametrice și suprafețe parametrice

### 4.1 Suport teoretic

Curbele parametrice se reprezintă pe baza unui polinom în  $u$  -  $P(u)$  - de un anumit grad. Pentru fiecare valoare a lui  $u$  se obține alt punct pe curbă.

În OpenGL pot fi reprezentate 2 tipuri de curbe și anume: curbe Bézier și curbe spline.

Pentru fiecare clasă de curbe se furnizează puncte de control pentru definirea formei curbei, puncte ce aproximează forma curbei. Pentru fiecare punct de pe curbă se determină valorile  $x(u)$ ,  $y(u)$ ,  $z(u)$ . Cu cât numărul de puncte de control este mai mare cu atât gradul polinomului este mai mare, iar lucrul cu un asemenea polinom este greoi. De aceea se optează pentru segmentarea curbei (se preferă lucrul cu curbe de gradul 3).

În OpenGL, pentru calcularea punctelor de pe curbă se folosesc evaluatori (funcții de evaluare). Aceștia utilizează punctele de control și domeniul lui  $u$  pentru care vrem să calculeze punctele de pe curbă. Punctele determinate pe curbă sunt unite prin linii. Calitatea reprezentării crește dacă numărul punctelor determinate este mai mare.

#### Curbe Bézier

##### Caracteristici:

- primul și al doilea punct unite formează o dreaptă tangentă la curbă;
- ultimul și penultimul punct unite formează o dreaptă tangentă la curbă;
- curba este înscrisă în poligonul caracteristic (poligon convex format de punctele de control).
- curba va fi atrasă în zona în care sunt definite mai multe puncte de control;
- curba trece totdeauna prin primul și ultimul punct de control;
- parametrul  $u$  variază în intervalul  $[0, 1]$ .

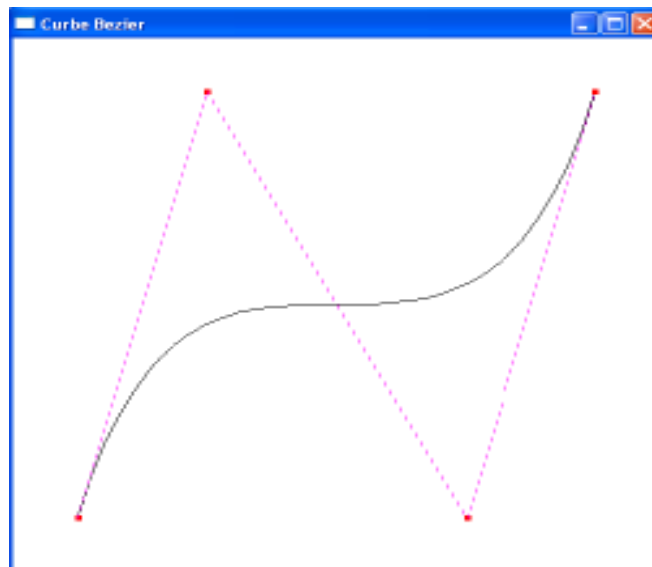


Fig. 1

## Curbe spline

În cazul acestor curbe relațiile permit modelarea unor curbe de forme mai complicate, deci mai multă flexibilitate. Oricât de multe puncte de control se utilizează nu crește gradul polinomului. Gradul curbei este dat de un parametru suplimentar „ $t$ ”. Curba va fi fragmentată în segmente, dar acest lucru este transparent pentru utilizator. Pentru realizarea unei curbe se folosesc următoarele relații:

- grad:  $t-1$ ;
  - număr de puncte:  $n+1$ ;
  - număr de segmente de curbă:  $n-t+2$ ,  $u \in [0, n-t+2]$ ;
  - valori nodale ( $r_j$ ):  $n+t+1$  (acestea se pun într-un tablou knots în aplicația din laborator);
- $$r_j = \begin{cases} 0, & \text{pentru } j < t; \\ j-t+1, & \text{pentru } t \leq j \leq n; \\ n-t+2, & \text{pentru } j > n. \end{cases}$$
- subintervale:  $n+t$ .

**Exemplu:**

Pentru reprezentarea unei curbe după un polinom de grad 3 avem relațiile:

- grad=3  $\Rightarrow t=4$ ;
  - $n=5 \Rightarrow 6$  puncte:  $P_0, P_1 \dots P_5$ ;
  - $u \in [0, 3]$ ;
  - 3 segmente:  $Q_0, Q_1, Q_2$ ;
  - 9 subintervale;
  - 10 valori nodale: -  $r_0=r_1=r_2=r_3=0$ ,
- $$r_4=1,$$
- $$r_5=2,$$
- $$r_6=r_7=r_8=r_9=3.$$

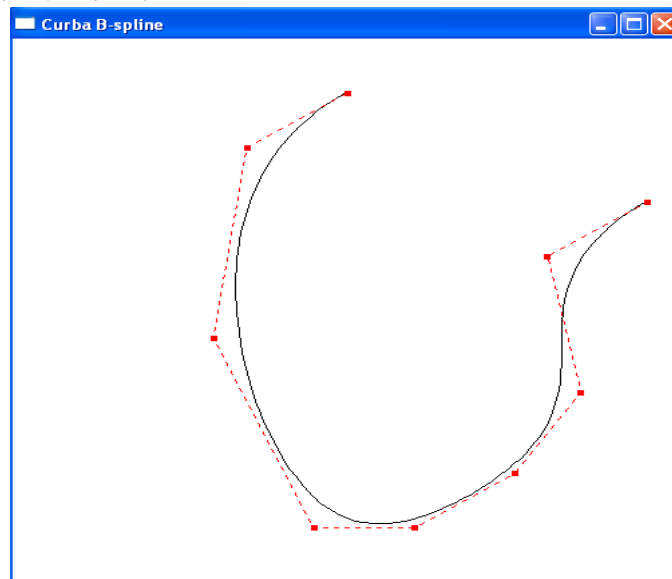


Fig. 2

### Suprafețe parametrice

Dacă punctele de control care descriu o curbă în  $u$  variază după curbe în  $s$ , ceea ce descriu este o suprafață  $S(u, s)$ . Dacă se menține  $u$  constant și se variază  $s$  se obține o curbă. Dacă se menține  $s$  constant și se variază  $u$  se obține de asemenea o curbă. Pentru diferite valori pentru  $u$  și  $s$  se obțin puncte pe suprafață  $P(u, s)$ . Pentru definirea fiecărei suprafețe parametrice sunt necesare 16 puncte de control.

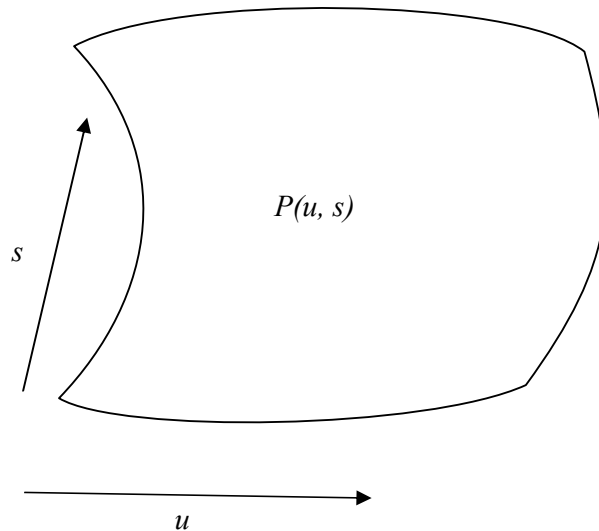


Fig. 3

### 4.2 Desfășurarea lucrării

**Aplicația 1.** Se dă sursa `curbe_Bezier.c`. Cunoșcând caracteristicile curbelor Bézier să se modeleze o curbă de forma (Fig. 4) din două segmente de curbă. În punctul P să existe continuitate geometrică de ordinul 1.

Definiție: Continuitatea de ordinul 1 înseamnă că tangentele în punctul P la fiecare din cele două curbe sunt coliniare.

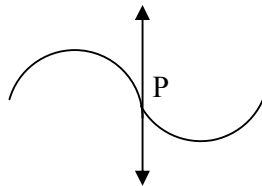


Fig.4

**Aplicația 2.** Se dă sursa `Curba_spline.c`. Programul utilizează biblioteca GLU pentru redarea unei curbe spline. În program funcția afișează o curbă B-spline: obiectul este de tip `GLUnurbsObj` și este creat dinamic în memoria liberă prin apelul funcției `gluNewNurbsRenderer()`.

Funcția `display()` desenează curba respectivă ținând cont de vectorul de puncte de control, de numărul de noduri, de intervalul de valori dintre două puncte de control consecutive, de ordinul curbei, de tipul evaluatorului folosit (exemplu: `GL_MAP1_VERTEX_3`).

Să se modeleze o curbă de forma literei „e” folosind curbele spline.

### Suprafețe Bézier și spline

**Aplicația 3.** Realizați o formă de ou format din două suprafețe. Se vor folosi o dată suprafețele Bézier, apoi suprafețele spline.

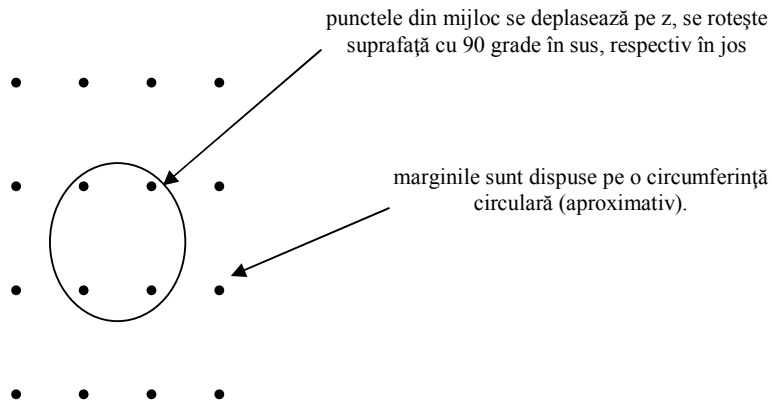


Fig.5