

## 2. Übung zur Vorlesung

### Differential- und Integralrechnung für Informatiker

#### (A 6)

Man untersuche die Monotonie und die Beschränktheit der Zahlenfolge  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  in jedem der folgenden Fälle und begründe die jeweilige Antwort:

a)  $x_n = \frac{4^n}{(n+3)!}$ ,   b)  $x_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$ ,   c)  $x_n = \frac{n^2}{n^2+1}$ .

#### (A 7) (Beispiele)

a) Man gebe ein Beispiel für eine nach oben unbeschränkte Folge, die eine gegen 3 konvergierende Teilfolge hat.

b) Man gebe ein Beispiel für eine nach unten unbeschränkte Folge, die keine konvergente Teilfolge hat.

c) (Der nicht definierte Fall  $\infty - \infty$ ) Es sei  $a \in \overline{\mathbb{R}}$  fest. Man gebe je ein Beispiel für Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , die gleichzeitig den Bedingungen  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$  und  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = a$  genügen.

#### (A 8)

Die Rechenregeln für Grenzwerte verwendend, bestimme man die folgenden Grenzwerte von Folgen:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - (-2)^n}{3^n + 7}$ ,   b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sin(2023))^n$ ,   c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(8 - \frac{5n^4 + 1}{n^2 - 2n^5}\right)^2$ ,

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{9n^6 + 2n + 1} - 3n^3$ ,   e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^3 + 1}$ ,   f)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 5n + 1}{n^2 - 1}\right)^{\frac{1-5n^4}{6n^4+1}}$ ,

g)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{4^n + (-5)^n}{7^n + 1}\right)^{2n^3 - n^2}$ ,   h)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2}$ ,   i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 4n + 1}{2n^3 + 5}\right)^{\frac{-2n^4 + 1}{n^4 + 3n + 1}}$ ,

j)  $\left(\frac{n^5 + 3n + 1}{2n^5 - n^4 + 3}\right)^{\frac{3n - n^4}{n^3 + 1}}$ .