Babeş–Bolyai-Universität Cluj-Napoca
Fakultät für Mathematik und Informatik

12. Übung zur Vorlesung

Differential- und Integralrechnung für Informatiker

(A 40) (Integration über kompakte Intervalle)

Man berechne die folgenden mehrfachen Integrale:

a) $\int\int_A \frac{y}{1+xy} dxdy$ mit $A = [0,2] \times [0,3]$,

b) $\int\int\int_A \frac{2z}{(x+y)^2} dxdydz$ mit $A = [1,2] \times [2,3] \times [0,2]$,

c) $\int\int_A \sin(x+y) dxdy$ mit $A = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$,

d) $\int\int_A \frac{1}{(x+y)^2} dxdy$ mit $A = [a,b] \times [c,d]$, wobei $0 < a < b$ und $0 < c < d$ sind,

e) $\int\int\int_A \frac{1}{\sqrt{x+y+z+1}} dxdydz$ mit $A = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$,

f) $\int\int\int_A \frac{x^2 z^3}{1+y^2} dxdydz$ mit $A = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$.

(A 41) (Integration über Normalbereiche)

Sei

$$M := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1,\ -x^2 \leq y \leq 1 + x^2\}.$$

a) Man stelle M in einem kartesischen Koordinatensystem dar.

b) Man berechne $\int\int_M (x^2 - 2y) dxdy$.

c) Ist M ein Normalbereich bezüglich der x-Achse?

(A 42) (Integration über Normalbereiche)

Sei M die beschränkte Teilmenge des $\mathbb{R}^2$, die vom Dreieck mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(1,0)$ and $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ begrenzt wird.

a) Man stelle M in einem kartesischen Koordinatensystem dar.

b) Man zeige, dass M ein Normalbereich bezüglich der x-Achse ist.

c) Man berechne $\int\int_M (x^2 + y^2) dxdy$.

(A 43) (Integration über Normalbereiche)

Sei $\emptyset \neq M \subseteq \mathbb{R}^2$ beschränkt und $f\colon M \to \mathbb{R}$ stetig. Man stelle M in einem kartesischen Koordinatensystem dar und bestimme $I := \int\int_M f(x,y) dxdy$ in den folgenden Fällen:

a) $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid\ 0 \leq y \leq 1,\ -1 \leq x \leq y\}$, $f(x,y) = xy - y^3$,

b) $M =$ jener Bereich im ersten Quadranten, der sich zwischen der Gerade $y = x$ und der Parabel $y = x^2$ befindet, $f(x,y) = xy$,