Dr. Christian Săcărea

"Babeş–Bolyai" Universität, Cluj-Napoca
Fachbereich Mathematik und Informatik

Wintersemester 2021/2022

12. Übung zur Vorlesung

Logik für Informatiker

GRUPPENÜBUNGEN:

(G 1)

a) Man stelle zu der folgenden aussagenlogischen Formel F die Wahrheitstabelle auf:

$$F : ((P \to Q) \wedge (R \leftrightarrow Q)) \to (P \wedge Q).$$

b) Ist die Formel erfüllbar, unerfüllbar oder allgemeingültig? Begründung!

c) Man schreibe mit Hilfe der Wahrheitstabelle die KNF und die DNF der Formel F.

d) Gegeben sei die folgende aussagenlogische Formel

$$\neg P \wedge Q \wedge (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee S) \wedge (T \vee \neg W) \wedge (\neg S \vee U) \wedge (\neg U \vee \neg T \vee P \vee \neg Z) \wedge (\neg Q \vee \neg S \vee \neg U \vee W).$$

1. Schreibe diese Formel als eine Konjunktion von Implikationen auf.
2. Wende den Markierungsalgorithmus an um zu begründen, ob die Formel erfüllbar oder unerfüllbar ist. Falls erfüllbar, gebe man ein Modell an.

(G 2)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{f/2, g/2\}$ und $\Pi = \{= /2\}$. Sei X eine Menge von Variablen und $x, y, z \in X$. Sei $\mathcal{A}$ die folgende Σ-Struktur:

$$\mathcal{A} = (\mathbb{N}, \{f_{\mathcal{A}} \colon \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}, g_{\mathcal{A}} \colon \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}, \{=_{\mathcal{A}}\})$$

wobei für alle $n_1, n_2 \in \mathbb{N}$, $f_{\mathcal{A}}(n_1, n_2) = n_1 * n_2 \in \mathbb{N}$, $g_{\mathcal{A}}(n_1, n_2) = n_1 + n_2 \in \mathbb{N}$ und $=_{\mathcal{A}}$ ist die Gleichheitsrelation auf $\mathbb{N}$.

Sei $\beta \colon X \to \mathbb{N}$ mit $\beta(x) = 23, \beta(y) = 1, \beta(z) = 19$. Man evaluiere:

- $\mathcal{A}(\beta)(g(f(x, y), f(z, y)))$.
- $\mathcal{A}(\beta)(\forall x\ (f(x, y) = x))$.
- $\mathcal{A}(\beta)(\forall x \forall y\ (f(x, y) = x))$.

(G 3)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{f/1\}$ und $\Pi = \{p/2, r/2\}$. Sei X eine Menge von Variablen und $x, y, z, u \in X$. Sei F die folgende prädikatenlogische Formel in der Signatur Σ:

$$\exists u (\forall x ((\forall y (p(x, y) \to p(u, f(y)))) \to \forall y ((\neg p(y, x)) \to \exists z\ (r(f(y), z))))).$$

Man gebe zur Formel F jeweils die folgenden Formen an:

a) Die bereinigte Form
b) Die Negationsnormalform
c) Die Pränexform
d) Die Skolemform
e) Die KNF der Skolemform
f) Die Klauselnormalform in Mengennotation

(G 4)

Man bestimme für folgende Klauselmenge F die Mengen $Res^n(F)$, wobei $n = 0, 1, 2$.

$$F = \{\{A, \neg B, C\}, \{B, C\}, \{\neg A, C\}, \{B, \neg C\}, \{\neg C\}\}.$$