
Übung 4

Logik für Informatiker

Aussagenlogik



Aufgabe 1

Sei $\Pi = \{P, Q\}$. Untersuchen Sie, welche der folgenden Formeln über Π erfüllbar, unerfüllbar, tautologisch sind:

- a) $(P \wedge Q) \vee \neg Q$
- b) $\neg(\neg\neg P \wedge \neg P)$
- c) $\neg(P \vee Q) \wedge \neg(\neg P \vee \neg Q)$
- d) $(P \rightarrow Q) \wedge P$
- e) $\neg(P \wedge \neg\neg P)$
- f) $((\neg P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg Q)) \rightarrow P$

Benutzen Sie dazu

- a) Die Wahrheitstafelmethode.
- b) Die Umformungsregeln, die in der Vorlesung vorgestellt wurden. Geben Sie dabei für jeden Schritt, den Namen der verwendeten Regel an.

Hinweis: Bei Verwendung der Wahrheitstafelmethode ist es nicht gestattet die beteiligten Formeln umzuformen.

Aufgabe 2

Bringen Sie folgende Formeln in kanonischer KNF und DNF mit und ohne Wahrheitstafel:

a) $((P \rightarrow Q) \wedge (R \leftrightarrow Q)) \rightarrow (P \wedge Q)$

b) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (R \rightarrow Q)$

Aufgabe 3

Betrachten Sie die folgenden Aussagen. *Wenn es regnet, dann ist es kalt. Wenn es nicht regnet, dann ist es nicht kalt und die Sonne scheint. Wenn es nicht regnet oder die Sonne scheint, dann hat Anna Lust auf ein Eis. Wenn Anna Lust auf ein Eis hat, dann isst sie auch ein Eis.*

- a) Formalisieren Sie diese Aussagen in Aussagenlogik. Verwenden Sie hierzu geeignete Propositionen.
- b) Bringen Sie die resultierende Formeln aus in KNF und DNF. Verwenden Sie hierzu die logischen Äquivalenzen aus der Vorlesung. Wenden Sie dabei in jedem Schritt nur eine solche Äquivalenzumformung an.
- c) *Für Tüftler:* Überlegen Sie sich wie man beweisen könnte, dass die Aussage *Es ist kalt oder Anna isst ein Eis* aus den obigen Aussagen logisch folgt.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Formel

$$\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \leftrightarrow \neg(B \wedge C)).$$

Forme diese Formel um, so dass sie ausschließlich mit \vee , \wedge und \neg beschreibbar ist. Unter Anwendung der Distributivgesetze, sowie der de Morganschen Formeln, bringe diese Formel in einer vereinfachten KNF und DNF. Bestimme anschließend die kanonische KNF und DNF mit Hilfe der Wertetabelle. Vergleiche die vereinfachte Form mit der kanonischen Form.

Aufgabe 5

Bringe folgende Formeln in kanonischer KNF und DNF mit und ohne Wahrheitstafel:

a) $(a \vee b) \wedge c$

b) $\neg((\neg a \wedge b) \vee (\neg c \vee (\neg b \vee a)))$

c) $\neg a \wedge (b \vee (c \wedge \neg d)).$