

7. Übung zur Vorlesung

Logik für Informatiker

GRUPPENÜBUNGEN:

(G 1)Resolutionsverfahren

Es seien a, b, c und d propositionale Konstanten. Beweise oder widerlege die Allgemeingültigkeit folgender Aussagen mit dem Resolutionsverfahren.

- a) $((a \vee b) \wedge (a \rightarrow c)) \rightarrow (a \vee b)$
- b) $\neg(a \wedge b \wedge c) \leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b \wedge \neg c)$
- c) $((a \vee b \vee c) \wedge (a \rightarrow d) \wedge (b \rightarrow d)) \rightarrow (a \vee d)$

LÖSUNG: Mit dem Resolutionsverfahren können wir nur die Unerfüllbarkeit testen. D.h., wir müssen die Formeln negieren und sie danach in KNF bringen.

- a) $\neg(((a \vee b) \wedge (a \rightarrow c)) \rightarrow (a \vee b)) \equiv (a \vee b) \wedge (\neg a \vee c) \wedge \neg a \wedge \neg b$. In Mengenform sieht das so aus: $\{\{a, b\}, \{\neg a, c\}, \{\neg a\}, \{\neg b\}\}$. Im ersten Schritt der Resolution, wählen wir Klauseln, die entgegengesetzte Literale enthalten, z.B. a und $\neg a$: $\{a, b\}$ und $\{\neg a\}$.

Die Resolvente dieser beiden Klauseln ist $\{b\}$. Die neue Klauselmenge ist nun

$$\{\{a, b\}, \{\neg a, c\}, \{\neg a\}, \{\neg b\}, \{b\}\}.$$

Wir bilden die Resolvente der Klauseln $\{\neg b\}$ und $\{b\}$ und erhalten als Resolvente die leere Klausel.

Die neue Klauselmenge ist nun

$$\{\{a, b\}, \{\neg a, c\}, \{\neg a\}, \{\neg b\}, \{b\}, \emptyset\}.$$

Wir erhalten also eine Konjunktion, die eine leere Klausel enthält, somit unerfüllbar. Die ursprüngliche Formel ist also allgemeingültig.

- b) Nicht allgemeingültig
- c) Nicht allgemeingültig

(G 2)Resolutionsverfahren

Es seien a, b, c, d und e propositionale Konstanten. Beweise die Allgemeingültigkeit folgender Aussagen mit dem Resolutionsverfahren.

- a) $((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a$
- b) $((((a \wedge c \wedge d) \vee e) \rightarrow b) \rightarrow ((a \wedge c \wedge d) \vee e)) \rightarrow ((a \wedge c \wedge d) \vee e)$.

LÖSUNG:

- a) Ist allgemeingültig.
- b) Ist allgemeingültig.

(G 3)Resolutionsverfahren

Beweise die Allgemeingültigkeit folgender Formel mit dem Resolutionsverfahren:

$$((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \rightarrow (a \rightarrow c).$$

LÖSUNG: Ist allgemeingültig

(G 4)Für Schlaufüchse

Über das Monster von Loch Ness sind folgende Informationen bekannt.

- a) Wenn Nessie ein Fabelwesen ist, dann ist sie unsterblich.
- b) Wenn sie kein Fabelwesen ist, dann ist sie sterblich und ein Tier.
- c) Wenn Nessie unsterblich oder ein Tier ist, dann ist sie ein Drache und ein Fabelwesen.
- d) Nessie ist eine Touristenattraktion, wenn sie ein Drache ist.

Frage: Ist Nessie eine Touristenattraktion?

LÖSUNG:

F = Fabelwesen, U = unsterblich, sterblich = $\neg U$, Tier = T , D = Drache, A = Touristenattraktion. Wir erhalten somit folgende Formel in KNF: $(\neg F \vee U) \wedge (F \vee \neg S \vee \neg T) \wedge (\neg U \vee D) \wedge (\neg T \vee D) \wedge (\neg T \vee F) \wedge (\neg U \vee F) \wedge (\neg D \vee A) \wedge \neg A$.

Die Formel ist unerfüllbar, d.h. Nessie ist eine Touristenattraktion.