Babeş–Bolyai-Universität Cluj-Napoca
Fakultät für Mathematik und Informatik

11. Übung zur Vorlesung

Differential- und Integralrechnung für Informatiker

(A 38)

Man untersuche die uneigentliche Integrierbarkeit der folgenden Funktionen unter Verwendung der zweiten Vergleichskriterien für uneigentliche Integrale.

a) $f\colon [1,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}}$,

b) $f\colon [0,\frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\cos x}$,

c) $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \left(\frac{\operatorname{arctg} x}{x}\right)^2$,

d) $f\colon [0,1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)(1-a^2x^2)}}$, wobei $a \in (-1,1)$ fest ist,

e) $f\colon (1,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x\sqrt{x^2-1}}$,

f) $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^\alpha}$, wobei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter ist.

(A 39) (Das Integralkriterium für Reihen)

Man untersuche die Konvergenz/Divergenz der folgenden Reihen unter Zuhilfenahme des Integralkriteriums für Reihen: a) $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \frac{1}{n(\ln n)^2}$, b) $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \frac{\ln n}{n^2}$.

Hinweis für a) und b): Um die uneigentliche Integrierbarkeit der Funktionen, die den betreffenden Reihen entsprechen, zu untersuchen, verwende man die Methode, die auf Stammfunktionen basiert.