

Seminar 5

A1. Eine Urne enthält 3 Kugeln mit der Ziffer 1, 4 Kugeln mit der Ziffer 2, 3 Kugeln mit der Ziffer 3. Aus der Urne werden 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. X sei die Summe der beiden Kugeln. Man berechne den Erwartungswert von X !

A2. Die Lebensdauer in Jahren einer elektronischen Komponente ist eine zufällige Variable X mit der Dichtefunktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(t) = \begin{cases} \frac{k}{t^4}, & t \geq 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Man bestimme den Wert der Konstanten k .
- (b) Man berechne die Verteilungsfunktion F von X .
- (c) Man berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die elektronische Komponente mehr als 3 Jahre fehlerfrei funktioniert.

A3. Jedesmal, wenn Professor X eine Gruppe von 6 Personen trifft, wettet er 6 €, dass mindestens zwei von diesen 6 Personen im gleichen Monat Geburtstag haben. Welcher ist der *mittlere Gewinn* bei dieser Wette?

A4. Ein Eisverkäufer erzielt bei schönem Wetter einen Tagesgewinn von 100 Euro, bei bewölktem Wetter 50 Euro, bei Regen hat er 20 Euro Verlust. Für jeden der nächsten beiden Tage ist die Wetterprognose: 60% sonniges Wetter, 30% bewölktes Wetter, 10% Regen. Welcher ist der *erwartete Gewinn* für den Eisverkäufer insgesamt in den nächsten beiden Tagen?

A5. Die stetige ZG X hat folgende Verteilungsfunktion $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$F(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & 0 \leq x < 2 \\ d, & x < 0 \\ e, & x \geq 2. \end{cases}$$

Man bestimme $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, wenn: (Fall 1) $P(1 < X < 2) = \frac{1}{2}$; (Fall 2) $E(X) = 1$.

A6. Die Zeit in Minuten, die ein bestimmtes System benötigt um neu zu starten, ist eine zufällige Variable X mit der Dichtefunktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(t) = \begin{cases} c(3-t)^2 & : 0 < t < 3, \\ 0 & : \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Man bestimme den Wert der Konstanten c !
- (b) Man berechne die Verteilungsfunktion F von X !
- (c) Man berechne die Wahrscheinlichkeit, dass das System zwischen 1 und 2 Minuten benötigt um neu zu starten. Zusätzlich berechne man $P(X < 2 | X > 1)$.