# Übung 11

# Logik für Informatiker

# Prädikatenlogik

# Aufgabe 1

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{a/0\}$ und $\Pi = \{p/2\}$. Sei $X$ eine Menge von Variablen und $x, y, z \in X$. Markieren Sie durch Ankreuzen, welche der folgenden Formeln über $\Sigma$ und $X$ in NNF, bereinigt, in Pränexnormalform, in Skolemnormalform sind.

*Hinweis: Es können mehre Spalten zutreffen, d.h. es ist erlaubt mehr als nur 1 Kreuz pro Zeile zu setzen.*

| | NNF | bereinigt | Pränexnormalform | Skolemnormalform |
|---|---|---|---|---|
| $(\exists p(x,y)) \to (\forall y p(y,a))$ | | | | |
| $(\forall x p(a,x)) \wedge (\exists y p(y,a))$ | | | | |
| $(\forall x p(x,y)) \vee (\exists y p(y,y))$ | | | | |
| $\forall x \exists y (p(a,x) \wedge p(x,y))$ | | | | |
| $\forall x \exists z \forall y \neg(p(x,y) \vee p(x,z))$ | | | | |
| $\forall x \forall y (p(x,a) \vee \neg p(x,y))$ | | | | |
| $\neg(p(x,x) \wedge p(x,y))$ | | | | |
| $\neg p(y,x) \vee p(x,y)$ | | | | |

# Aufgabe 2

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{a/0\}$ und $\Pi = \{p/3\}$. Ferner sei $X$eine Menge von Variablen und $x, y, z \in X$. Gegeben sei die folgende Formel über $\Sigma$ und $X$:

$$F = \forall x \exists y (p(y,a,x) \leftrightarrow \neg \exists z p(z,y,x)).$$

Transformieren Sie $F$ in der Pränexnormalform und geben Sie dabei alle Zwischenschritte explizit an (Negationsnormalform, bereinigte Form, Pränexnormalform).

# Aufgabe 3

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur mit $\Omega = \{a/0, f/1\}$ und $\Pi = \{p/1, q/2, r/3\}$. Sei $X$ eine Menge von Variablen und $u, u', w, x, y, z \in X$.

a) Man gebe für die folgende Formel über $X$ und $\Sigma$ eine äquivalente Formel in Negationsnormalform an.
$$\neg\forall x \exists y (p(y) \to (\neg q(a, x) \land \neg q(x, y))).$$

b) Man gebe für die folgende Formel über $X$ und $\Sigma$ eine äquivalente Formel in bereinigter Form an.
$$\forall x \exists y ((\exists z \exists x (q(a, x) \to r(z, w, y))) \leftrightarrow (q(a, z) \land \neg(\exists w \exists z r(x, w, z)))).$$

c) Man gebe für die folgende Formel über $X$ und $\Sigma$ eine äquivalente Formel in Pränexnormalform an.
$$(\forall w q(a, w)) \lor (\exists x \forall y (\neg r(a, x, y) \land \exists z \neg r(x, y, z))).$$

d) Man bringe die folgende Formel über $\Sigma$ und $X$ in Skolemnormalform:
$$\exists u \forall u' \exists w \exists x \forall y \exists z (\neg r(f(u'), x, y) \land r(w, a, z) \land r(y, x, u)).$$