Seminar 4 - Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

A1. Ein Zufallsgenerator generiert unabhängig 10 Zufallswerte für die Verteilung $Unid(5)$, d.h.

$$U \sim Unid(5) \iff U \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}.$$

Sei X die ZG, die anzeigt wie oft die Ziffer 1 auftaucht. Man schreibe die diskrete Wahrscheinlichkeits–verteilung von X. Im *Mittel*, wie oft taucht die Ziffer 1 auf (unter den 10 generierten Werten)?

A2. Für die Mitarbeit in einem Komitee haben sich 14 Personen beworben, davon haben 5 bereits in dieser Art von Komitee mitgearbeitet, die übrigen 9 noch nicht. Es werden nun 5 Mitglieder per Losentscheid ausgewählt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau 3 erfahrene Mitglieder in dem Komitee arbeiten werden?

• **Ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit Kugeln $\longmapsto r$ Farben:** sei p_i = die Wahrscheinlichkeit eine Kugel der Farbe i zu ziehen, $i \in \{1, ..., r\}$ (diese Wahrscheinlichkeit bleibt gleich in jeder Ziehung)

$$\begin{aligned} b(k_1, \ldots, k_r; n) &= \text{die Wahrscheinlichkeit } k_i \text{ Kugeln der Farbe } i \text{ zu erhalten, } i \in \{1, ..., r\}, \\ &\quad \text{in } n = k_1 + ... + k_r \textit{ Ziehungen mit Zurücklegen} \\ &= \frac{n!}{k_1! \ldots k_r!} \cdot p_1^{k_1} \cdot \ldots \cdot p_r^{k_r} \ ; \end{aligned}$$

▷ der Fall $r = 2$ entspricht der binomialen Verteilung.

• **Ziehen ohne Zurücklegen aus einer Urne mit Kugeln $\longmapsto r$ Farben:** sei n_i = Anzahl der Kugeln der Farbe i in der Urne, $i \in \{1, ..., r\}$ (am Anfang)

$$\begin{aligned} p(k_1, \ldots, k_r; n) &= \text{die Wahrscheinlichkeit } k_i \text{ Kugeln der Farbe } i \text{ zu erhalten, } i \in \{1, ..., r\}, \\ &\quad \text{in } n = k_1 + ... + k_r \textit{ Ziehungen ohne Zurücklegen} \\ &= \frac{C_{n_1}^{k_1} \cdot \ldots \cdot C_{n_r}^{k_r}}{C_{n_1+\ldots+n_r}^{n}} \end{aligned}$$

▷ der Fall $r = 2$ entspricht der hypergeometrischen Verteilung.

A3. In einem Karton sind 3 weiße, 4 rote und 5 schwarze Kugeln. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man eine weiße, zwei rote und zwei schwarze Kugeln (in allen möglichen Anordnungen), wenn man
a) mit Zurücklegen ; b) ohne Zurücklegen
5 Kugeln zieht?

A4. Aus 52 Spielkarten zieht man hintereinander ohne Zurücklegen 13 Karten. Man berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
a) A: kein Karo wurde gezogen;
b) B: 5 Herzen wurden gezogen;
c) C: höchstens ein Ass wurde gezogen.

A5. Man würfelt fünf Mal. Man berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
a) A:"genau zwei Zahlen (von den fünf) sind teilbar durch 3" (in allen möglichen Anordnungen);
b) B:"1 taucht zweimal auf, 3 taucht einmal auf und 6 taucht zweimal auf" (in allen möglichen Anordnungen).

A6. Eine Person tippt zufällig 11 kleine Buchstaben des englischen Alphabetes. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man (in beliebiger Ordnung) die Buchstaben des Wortes *abracadabra*?

A7. Man bestimme den kleinsten Wert für n, so dass die Chancen dass mindestens eine 6 beim n-maligen Würfeln erhalten wird größer als 95% sind.