Labor 4

A1. Beispiel - Generieren von zufälligen Werten der ZG: $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0.4 & 0.1 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$. Simulation von zufälligen Werten für X in Python:

```
# A1 Simulation  zufallige  Werte  fur X
import numpy
N=3
x=[0,1,3,5]
P=[0.4,0.1,0.3,0.2]
rng = numpy.random.default_rng()
r=rng.choice(x, size=N , replace=True, p=P)
print(r)
```

► Man erstelle das Histogramm der relativen Häufigkeiten für 1000 zufällige Werte von X. Auf demselben Bild zeichne man auch die Balken für die theoretischen Wahrscheinlichkeiten.

A2. Über die Zufallsgröße X= Anzahl von Fehlern in den online Artikeln einer bestimmten Zeitung ist bekannt: in 25% der Artikeln sind keine Tippfehler, in 35% der Artikel ist ein Tippfehler, in 25% der Artikel sind zwei, in 10% drei und auf dem Rest vier Tippfehler.
► Man generiere zufällige Werte für X.
► Man schätze anhand der Simulationen die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 1 Tippfehler in einem zufällig gewählten Artikel auftaucht.
► Wie viele Tippfehler sind *durchschnittlich* (im Mittel) in einem online Artikel dieser Zeitung zu erwarten, d.h. man verlangt die Schätzung von dem Erwartungswert $E(X)$. Man berechne den theoretischen Erwartungswert.

A3. Gegeben sind $n, N \in \mathbb{N}^*, p \in (0,1)$. Die Zufallsgröße X hat binomiale Verteilung $X \sim Bino(n,p)$, wenn

$$P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k \in \{0,\ldots,n\}.$$

► Man generiere N (z.B. 1000) Werte der Zufallsgröße X mit binomialer Verteilung $X \sim Bino(n,p)$ mit $n=8, p=0.5$. Man benutze hierfür `scipy.stats.binom.rvs`.
► Man erstelle das Histogramm der relativen Häufigkeiten der zufälligen Werten von X. Auf demselben Bild zeichne man auch die Balken für die theoretischen Wahrscheinlichkeiten, für diese benutze man `scipy.stats.binom.pmf`.

Hinweis: `scipy.stats.binom.pmf`(k,n,p) berechnet the theoretische Wkt.

$$P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \text{ wenn } k \in \{0,...,n\}.$$

```
#Labor 4: A3 Beispiel binomial Verteilung
from scipy.stats import binom
N=10;n=8; p=0.5
X = binom.rvs(n, p,size= N)
print(N,"zufallige Werte fur X:",X)
k=5
w=binom.pmf(k,n,p)
print("binom.pmf(",k,",",n,",",p,") berechnet die Wkt. P( X =",k,f")={w:.5f}")
```

A4. (Anwendung von A3) In einem Computerpool sind 7 Rechner. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein neuer Virus einen Rechner angreift ist 0.4, unabhängig von anderen Rechnern.

▶ Welche ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Virus:

a) höchstens 3 Rechner;

b) mindestens 4 Rechner;

c) genau 4 Rechner angreift?

Man gebe die Antworten anhand Simulationen (`binom.rvs`) und vergleiche diese mit den theoretischen Wahrscheinlichkeiten (hierfür benutze man `binom.cdf, binom.pmf`).

▶ Theoretische Wahrscheinlichkeiten $P(X \leq x)$ bei einer diskreten Zufallsvariablen $X \sim Bino(n,p)$ mit Verteilungsfunktion $F : \mathbb{R} \to [0,1], F(x) = P(X \leq x)$ berechnet man mit `binom.cdf`(x, n, p)

Wkt. $P(X...)$	Mathematischer Ausdruck	`Python`
... ist genau k	$P(X = k)$	`binom.pmf`(k, n, p)
... ist höchstens k	$P(X \leq k) = F(k)$	`binom.cdf`(k, n, p)
... ist weniger als k	$P(X < k) = F(k) - P(X = k)$	`binom.cdf`(k, n, p)-`binom.pmf`(k, n, p)
... ist mindestens k	$P(X \geq k) = 1 - F(k) + P(X = k)$	1-`binom.cdf`(k, n, p)+`binom.pmf`(k, n, p)
... ist mehr als k	$P(X > k) = 1 - F(k)$	1-`binom.cdf`(k, n, p)

A5. Ein Zufallsgenerator generiert Zufallszahlen für die Verteilung $Unid(3)$, d.h.

$$U \sim Unid(3) \iff U \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Sei X die Anzahl der generierten Zahlen, *bevor* die erste 3 auftaucht.

▶ Man generiere N (z.B. 1000) zufällige Werte für X und zeichne das Histogramm der *relativen* Häufigkeiten.

▶ Man schätze zusätzlich $P(X \leq 2)$, $P(X > 2)$ und den Erwartungswert $E(X)$.

A6. Eine Urne enthält 1 Kugel mit der Ziffer 1, 2 Kugeln mit der Ziffer 2, 3 Kugeln mit der Ziffer 3. Aus der Urne werden 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. S sei die Summe der beiden Kugeln.

▶ Man generiere N (z.B. 500,1000,...) zufällige Werte für S und zeichne das Histogramm der relativen Häufigkeiten. Auf demselben Bild zeichne man auch die Balken für die theoretischen Wahrscheinlichkeiten.

▶ Man schätze zusätzlich den Erwartungswert $E(S)$ und berechne den theoretischen Erwartungswert von S.