

---

# Übung 3

---

## Logik für Informatiker

---

### Aussagenlogik

---

---



---

## Aufgabe 1

Welche der folgenden Ausdrücke  $A_i$  sind *aussagenlogische Formeln*?

- $A_1 : \neg p_0$
- $A_2 : \neg\neg p_0$
- $A_3 : p_0 \vee \rightarrow p_1$
- $A_4 : (p_0 \rightarrow (p_1 \wedge p_2))$
- $A_5 : ((p_0 \rightarrow p_1) \vee (p_0 \wedge p_2)) \vee \perp$
- $A_6 : (p_0 \wedge) p_1 \vee$
- $A_7 : p_0 \rightarrow (p_1 \vee p_2)$
- $A_8 : \top$

Gib für jeden der obigen Ausdrücke  $A_i$ , der eine aussagenlogische Formel ist, die zugehörige Wertetabelle an.

---

## Aufgabe 2

Sei  $\Pi = \{A, B, C\}$  eine Menge von Aussagenvariablen und  $F$  die folgenden Formel über  $\Pi$ :

$$F = ((A \wedge B) \rightarrow C) \leftrightarrow ((\neg C \vee B) \rightarrow ((A \rightarrow A) \wedge C))$$

1. Geben Sie für  $F$  eine Wahrheitstabelle an.
2. Begründen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob  $F$  erfüllbar, unerfüllbar, oder tautologisch ist.
3. Gegeben die Formel  $G = \neg A \vee B$  über  $\Pi$ . Untersuchen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob  $F \models G$  gilt. Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der Wahrheitstabelle.
4. Gegeben die Formel  $H = A \vee C$  über  $\Pi$ . Untersuchen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob  $F \models H$  gilt. Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der Wahrheitstabelle.
5. Gegeben die Formel  $K = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$  über  $\Pi$ . Untersuchen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob  $F \equiv K$  gilt. Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der Wahrheitstabelle.

---

## Aufgabe 3

Seien  $\Pi = \{P, Q, R\}$  eine Menge von Aussagenvariablen und  $F$  folgende Formel über  $\Pi$ :

$$F = \left( (\neg P \vee (Q \rightarrow R)) \rightarrow (R \vee P) \right) \leftrightarrow (R \rightarrow (Q \wedge P)).$$

1. Man gebe die Wahrheitstabelle an.
2. Man gebe die Definition der Erfüllbarkeit, Unerfüllbarkeit und Allgemeingültigkeit einer aussagenlogischen Formel an.
3. Gegeben seien die Formeln  $G = Q \vee R$ ,  $H = P \wedge (Q \vee (\neg Q \wedge \neg R))$  und  $K = P \wedge \neg R$  über  $\Pi$ .

- (a) Kreuzen Sie in der folgenden Tabelle an, welche Eigenschaften  $G$ ,  $H$  und  $K$  haben.

$G$	erfüllbar	unerfüllbar	allgemeingültig
ja	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
nein	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$H$	erfüllbar	unerfüllbar	allgemeingültig
ja	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
nein	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

$K$	erfüllbar	unerfüllbar	allgemeingültig
ja	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
nein	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

---

## Aufgabe 4

Sei  $\Pi = \{P, Q\}$ . Man untersuche, welche der folgenden Formeln über  $\Pi$  erfüllbar, unerfüllbar, tautologisch sind:

1.  $\neg(P \vee \neg P)$
2.  $(P \wedge Q) \vee \neg(P \vee Q)$
3.  $((\neg P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg Q)) \rightarrow P$

---

## Aufgabe 5

Beantworten Sie die folgenden Fragen. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

1. Gilt die folgende Aussage: Es gibt eine aussagenlogische Formel  $F$ , sodass  $F$  erfüllbar und  $\neg F$  erfüllbar ist?
2. Gilt die folgende Aussage für eine beliebige aussagenlogische Formel  $F$ :  $F$  ist erfüllbar genau dann, wenn  $\neg F$  erfüllbar?
3. Seien  $F, G$  beliebige aussagenlogische Formeln. Gilt die folgende Aussage:  $F \models G$  gdw.  $F \wedge \neg G$  unerfüllbar ist?
4. Seien  $F, G$  beliebige aussagenlogische Formeln. Gilt die folgende Aussage:  $F \models G$  gdw.  $F \wedge G$  allgemeingültig ist?
5. Sei  $M$  eine beliebige unerfüllbare Formelmenge,  $F$  eine beliebige Formel. Gilt die folgende Aussage:  $M \models F$ ?
6. Sei  $G$  eine erfüllbare Formel, die nicht allgemeingültig ist,  $H$  eine beliebige Formel und  $G \models H$ . Welche der Eigenschaften (erfüllbar, unerfüllbar, tautologisch) gilt für  $G \wedge H$ ?