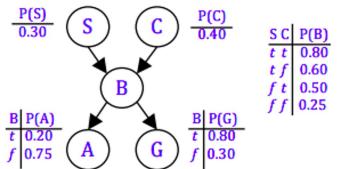


**Rețele Bayesiene**  
**Laborator 12**

1. O echipă de cercetare a observat că autobuzele școlare (B) consumă mai multă benzină (G), însă sunt implicate în mai puține accidente (A) decât media. Școlile care folosesc autobuze private sunt: scoli mici (S) și scoli private (C).



Calculați:

(0.2p) a.  $P(a, \text{not } b, g)$  și  $P(\text{not } g, a, b, s, \text{not } c)$

(0.2p) b.  $P(a | \text{not } c)$  utilizând inferență prin enumerare

$$a) \underline{P(A \cap B \cap G); P(\neg G, A, B, S, \neg C)}$$

$$P(A \cap B \cap G) = \sum_{s \in S} \sum_{c \in C} P(A \cap B \cap G, s, c) \quad ①$$

Pentru fiecare  $s \in S = \{s, \neg s\}$  și  $c \in C = \{c, \neg c\}$   
 calculăm:

$$P(A \cap B \cap G, s, c) = P(A | B) \cdot P(B | s \cap c) \cdot P(G | B) \cdot \\ \cdot P(s) \cdot P(c) = 0.75 \cdot (1 - 0.8) \cdot 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.4 =$$

$$= 0.0054 \\ P(A \cap B \cap G, \neg s, \neg c) = P(A | B) \cdot P(B | \neg s \cap \neg c) \cdot P(G | B) \cdot \\ \cdot P(\neg s) \cdot P(\neg c) = \\ = 0.75 \cdot (1 - 0.25) \cdot 0.3 \cdot 0.7 \cdot 0.6 = \\ = 0.040825$$

$$P(A \cap B \cap G, s, \neg c) = P(A | B) \cdot P(B | s \cap \neg c) \cdot P(G | B) \cdot \\ \cdot P(s) \cdot P(\neg c) = 0.75 \cdot 1 \cdot 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.6 =$$

$$P(S) \cdot P(\neg C) = 0,75 \cdot (1-0,6) \cdot 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,6 = \\ = 0,0162.$$

$$P(A|TB, G, \neg S, c) = P(A|TB) \cdot P(TB|\neg S \cap c) \cdot P(G|TB).$$

$$P(\neg S) \cdot P(c) = 0,75 \cdot (1-0,5) \cdot 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,4 = \\ = 0,0315$$

$$P(A, TB, G) = 0,0054 + 0,070875 + 0,0162 + 0,0315 = ① \\ = 0,123945$$

$$P(TG, A, \neg B, \neg S, \neg C) = P(TG|B) \cdot P(A|\neg B) \cdot P(\neg B|\neg S \cap \neg C) \cdot P(\neg S) \cdot P(\neg C) = \\ = (1-0,8) \cdot 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,3 \cdot 0,6 = \\ = 0,00432.$$

b)  $P(A|\neg C)$  folosind inferenta Naïm numerare

$$P(A|\neg C) = \sum_g \sum_b \sum_S P(G, B, S, A, \neg C) = \\ g \in \{\Gamma, F\}; \quad b \in \{\Gamma, F\}, \quad S \in \{\Gamma, F\} \\ \stackrel{a)}{=} \sum_g \sum_b \sum_S P(S) \cdot P(\neg C) \cdot P(b|S, \neg C) \cdot P(A|b) \cdot P(g|b)$$

Casul 1

$$S=0, B=0, g=0$$

$$P(\neg S) \cdot P(\neg C) \cdot P(\neg b|\neg S, \neg C) \cdot P(A|\neg b) \cdot P(\neg g|\neg b) = 0,1653$$

$$P(\gamma D) \cdot P(\gamma c) \cdot P(\neg b | \gamma D, \gamma c) \cdot P(A | \gamma b) \cdot P(\gamma g | \gamma b) = 0,1653$$

Casul 2

$$\gamma = 0, b = 1, g = 0$$

$$P(\gamma D) \cdot P(\gamma c) \cdot P(b | \gamma D, \gamma c) \cdot P(A | b) \cdot P(\gamma g | b) = 0,0042$$

Casul 3

$$\gamma = 0, b = 0, g = 1$$

$$P(\gamma D) \cdot P(\gamma c) \cdot P(\neg b | \gamma D, \gamma c) \cdot P(A | \gamma b) \cdot P(\gamma g | \gamma b) = 0,0708$$

Casul 4

$$\gamma = 1, b = 0, g = 0$$

$$P(\gamma D) \cdot P(\gamma c) \cdot P(b | \gamma D, \gamma c) \cdot P(A | \gamma b) \cdot P(\gamma g | \gamma b) = 0,0378$$

Casul 5

$$\gamma = 1, b = 1, g = 0$$

$$P(\gamma D) \cdot P(\gamma c) \cdot P(\neg b | \gamma D, \gamma c) \cdot P(A | b) \cdot P(\gamma g | b) = 0,0064$$

Casul 6

$$\gamma = 1, b = 0, g = 1$$

$$P(\gamma D) \cdot P(\gamma c) \cdot P(b | \gamma D, \gamma c) \cdot P(A | \gamma b) \cdot P(\gamma g | \gamma b) = 0,0162$$

$$P(\text{ } \bar{A}) \cdot P(\bar{C}) \cdot P(\bar{B} | \bar{A}, \bar{C}) \cdot P(A | \bar{B}) \cdot P(\text{gt} | \bar{B}) = 0,0162$$

Cazul 7

$$\bar{A} = 0, \bar{B} = 1, \text{gt} = 1$$

$$P(\bar{A}) \cdot P(\bar{C}) \cdot P(\bar{B} | \bar{A}, \bar{C}) \cdot P(A | \bar{B}) \cdot P(\text{gt} | \bar{B}) = 0,0168$$

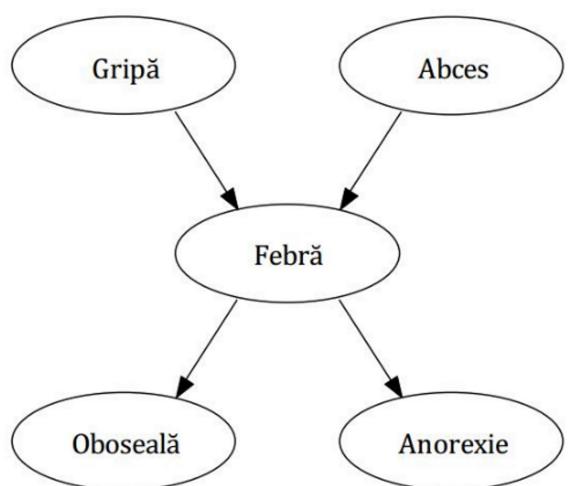
Cazul 8

$$\bar{A} = 1, \bar{B} = 1, \text{gt} = 1$$

$$P(\bar{A}) \cdot P(\bar{C}) \cdot P(\bar{B} | \bar{A}, \bar{C}) \cdot P(A | \bar{B}) \cdot P(\text{gt} | \bar{B}) = 0,01728$$

$$P(A | \bar{C}) = 0,82102$$

2. Fie rețeaua bayesiană din figura de mai jos, cu probabilitățile din tabelul alăturat.



$P(\text{Gripă} = \text{Da})$	$P(\text{Gripă} = \text{Nu})$
0,1	0,9

$P(\text{Abces} = \text{Da})$	$P(\text{Abces} = \text{Nu})$
0,05	0,95

$\text{Gripă}$	$\text{Abces}$	$P(\text{Febră} = \text{Da})$	$P(\text{Febră} = \text{Nu})$
Da	Da	0,8	0,2
Da	Nu	0,7	0,3
Nu	Da	0,25	0,75
Nu	Nu	0,05	0,95

$\text{Febră}$	$P(\text{Oboseală} = \text{Da})$	$P(\text{Oboseală} = \text{Nu})$
Da	0,6	0,4
Nu	0,2	0,8

$\text{Febră}$	$P(\text{Anorexie} = \text{Da})$	$P(\text{Anorexie} = \text{Nu})$
Da	0,5	0,5
Nu	0,1	0,9

(0.2p) a. Folosind algoritmul de inferență prin enumerare, răspundeți, pe hârtie, la întrebarea: „Care este probabilitatea ca o persoană să aibă gripă dacă este obosită și are abces?”

(0.2p) b. Desenați în programul *Belief and Decision Network Tool* <https://aispace.org/bayes/> rețeaua bayesiană. Răspundeți la întrebarea de la punctul 1 cu ajutorul programului și comparați rezultatele.

Indicații. Desenarea se face în tab-ul *Create*. Interogările se introduc în tab-ul *Solve*: *Make observation* pentru setarea evidențelor și *Query* pentru setarea variabilei de interogare.

(0.2p) c. Răspundeți la următoarele întrebări cu ajutorul programului:

a) Care este probabilitatea ca o persoană să aibă febră, dacă are gripă și nu are abces? Cum influențează variabilele Oboseală și Anorexie aceste probabilități?

b) Care sunt probabilitățile marginale ale nodurilor Febră, Oboseală și Anorexie (când în rețea nu sunt noduri de evidență)?

c) Care este probabilitatea nodului Oboseală dacă Gripă are valoarea Da?

d) Care este probabilitatea nodului Oboseală dacă Gripă are valoarea Da și Febră are valoarea Nu? În acest caz, care sunt variabilele irelevante pentru interogare?

a.

Pentru  $P(G_0 | O_0, A_0)$  Variabilele Anorexie și Febră sunt nămase.

Sumăm probabilitățile corespunzătoare tuturor valorilor acestor variabile;  $x \in \{X_0, X_F\}$ ;  $f \in \{F_0, F_N\}$

$$P(G_0 | O_0, A_0) = \alpha \cdot \sum_{f \in \{F_0, F_N\}} \sum_{x \in \{X_0, X_N\}} P(G_0, A, f, O_0, x)$$

$$= \alpha \cdot \sum_f \sum_x P(G_0) \cdot P(A_0) \cdot P(f | G_0, A_0) \cdot P(O_0 | f) \cdot P(x | f)$$

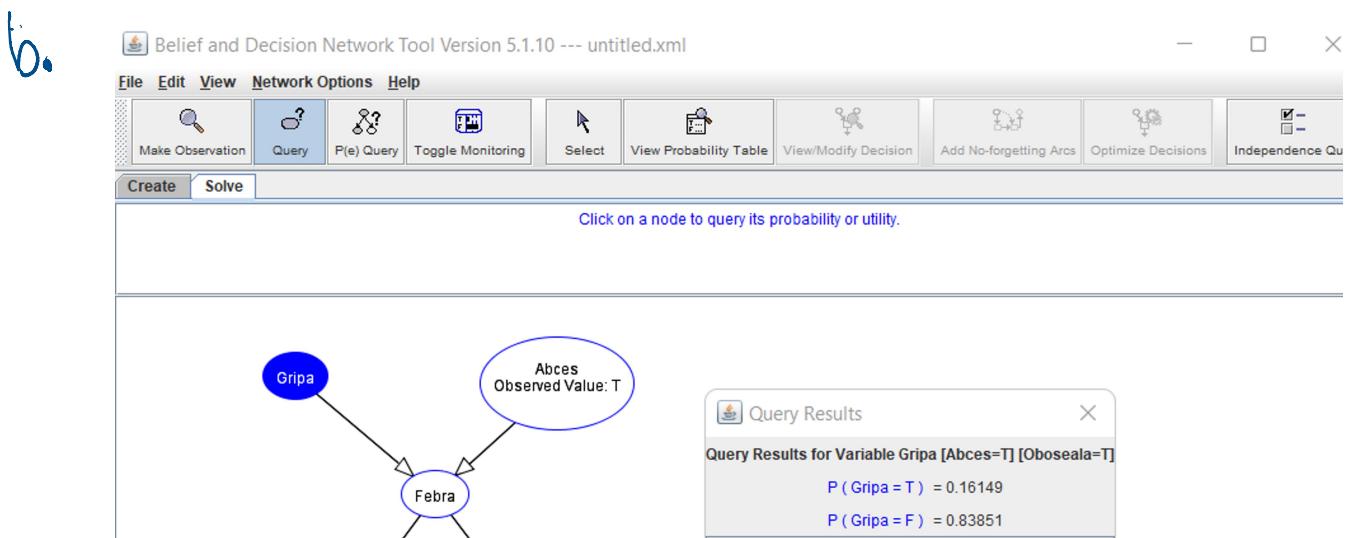
$$= \alpha \cdot P(G_0) \cdot P(A_0) \cdot \sum_f P(f | G_0, A_0) \cdot P(O_0 | f) \cdot \sum_x P(x | f) =$$

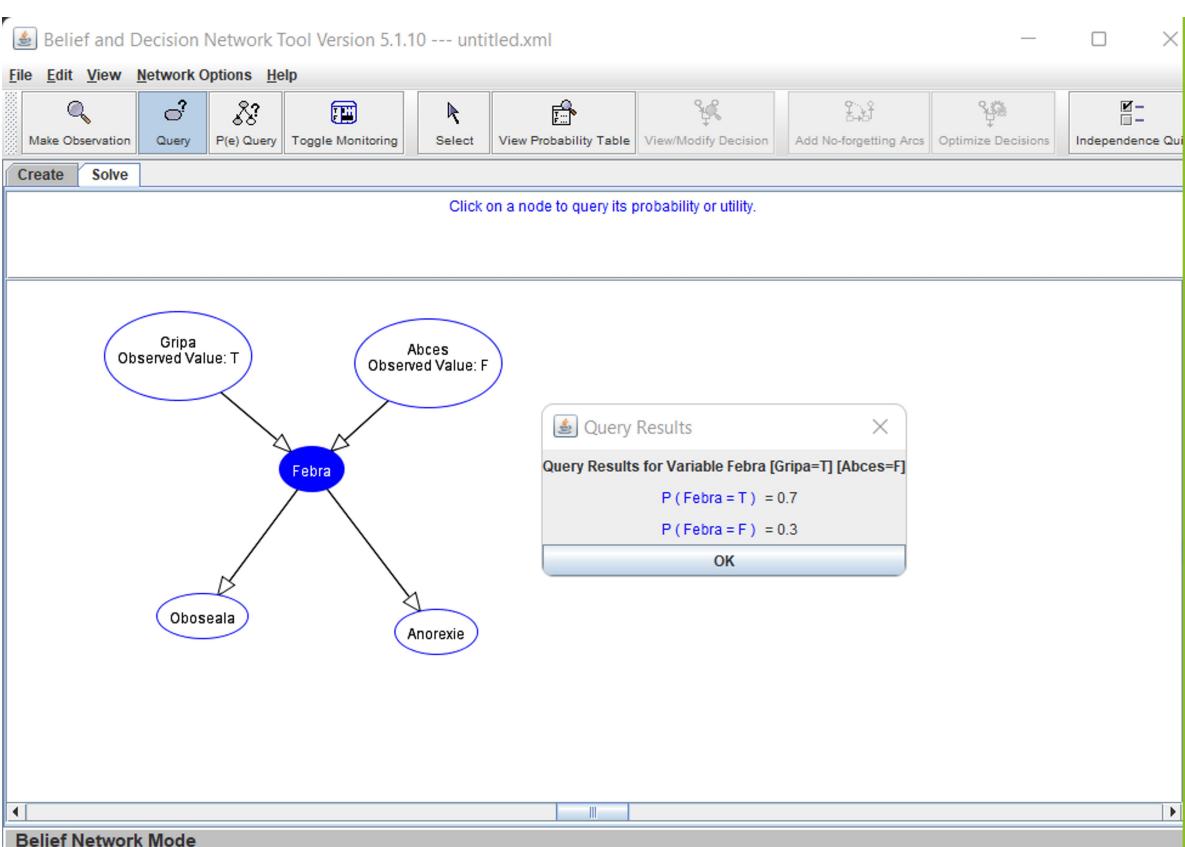
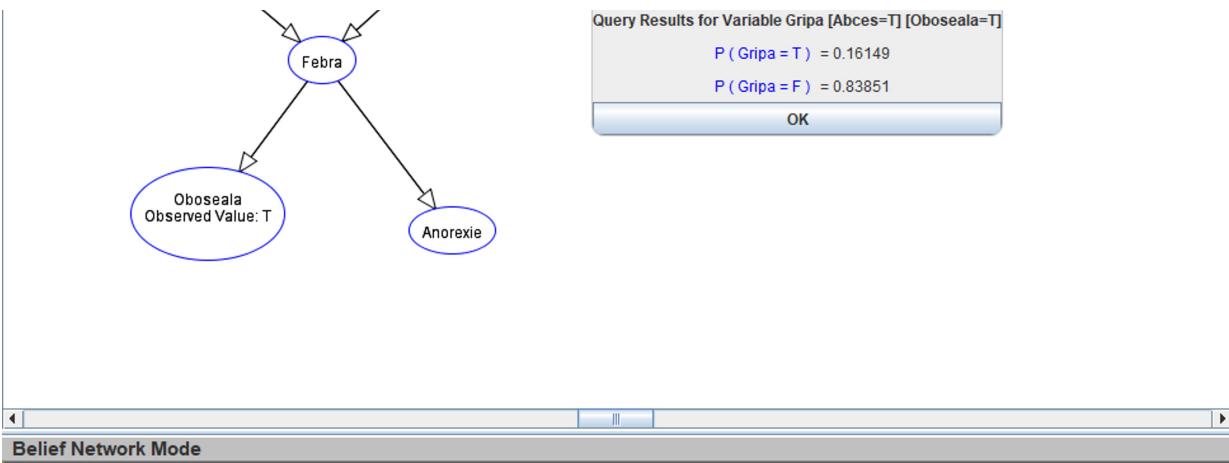
$$= \alpha \cdot P(G_0) \cdot P(A_0) \cdot \sum_f P(f | G_0, A_0) \cdot P(O_0 | f) \cdot$$

F -> 1 1 - - - 1 0 1 -

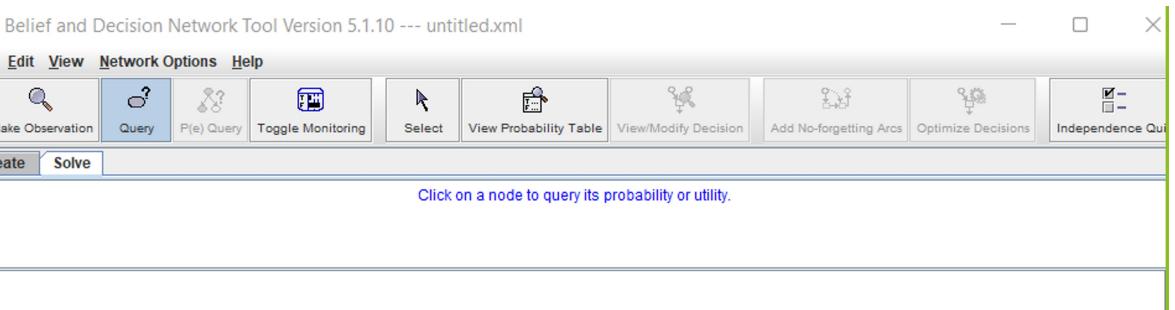
„F1 + F2 (W) (A0) + (W) f1 „

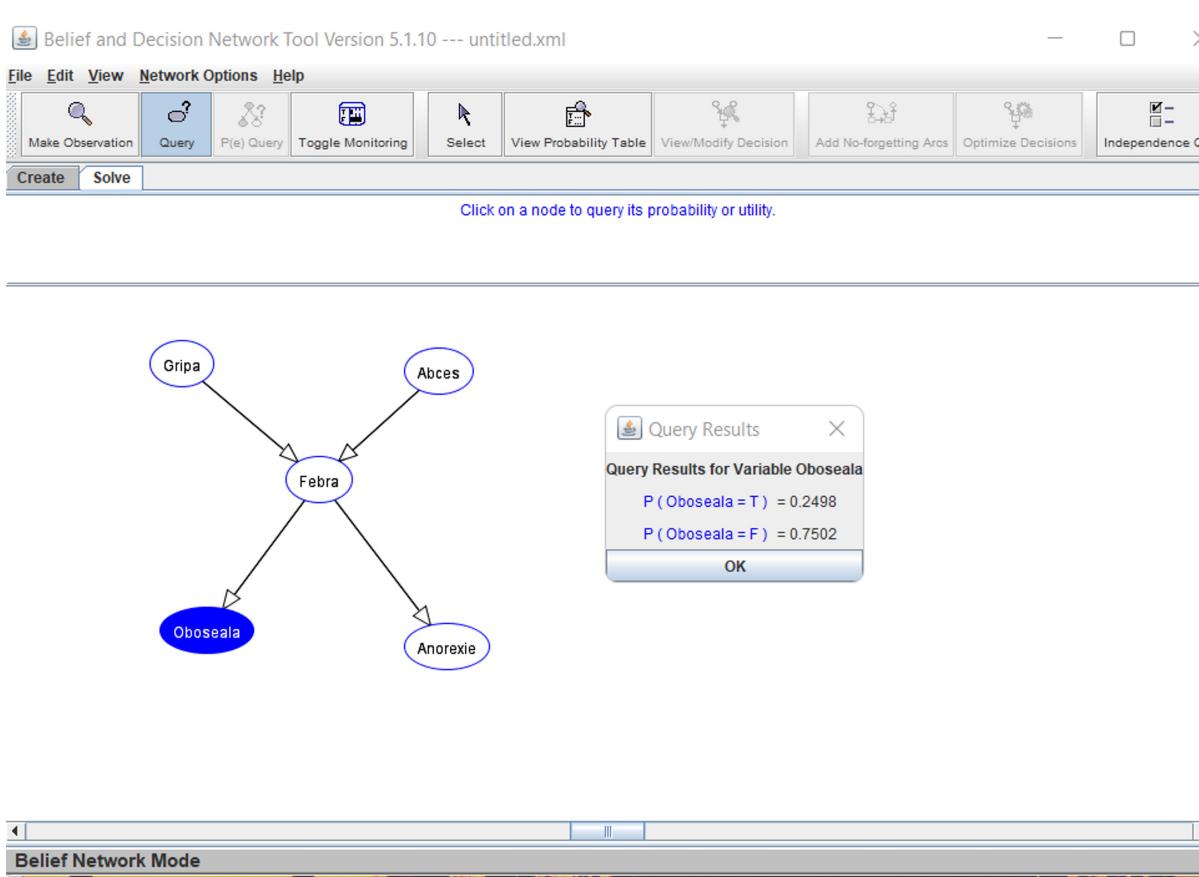
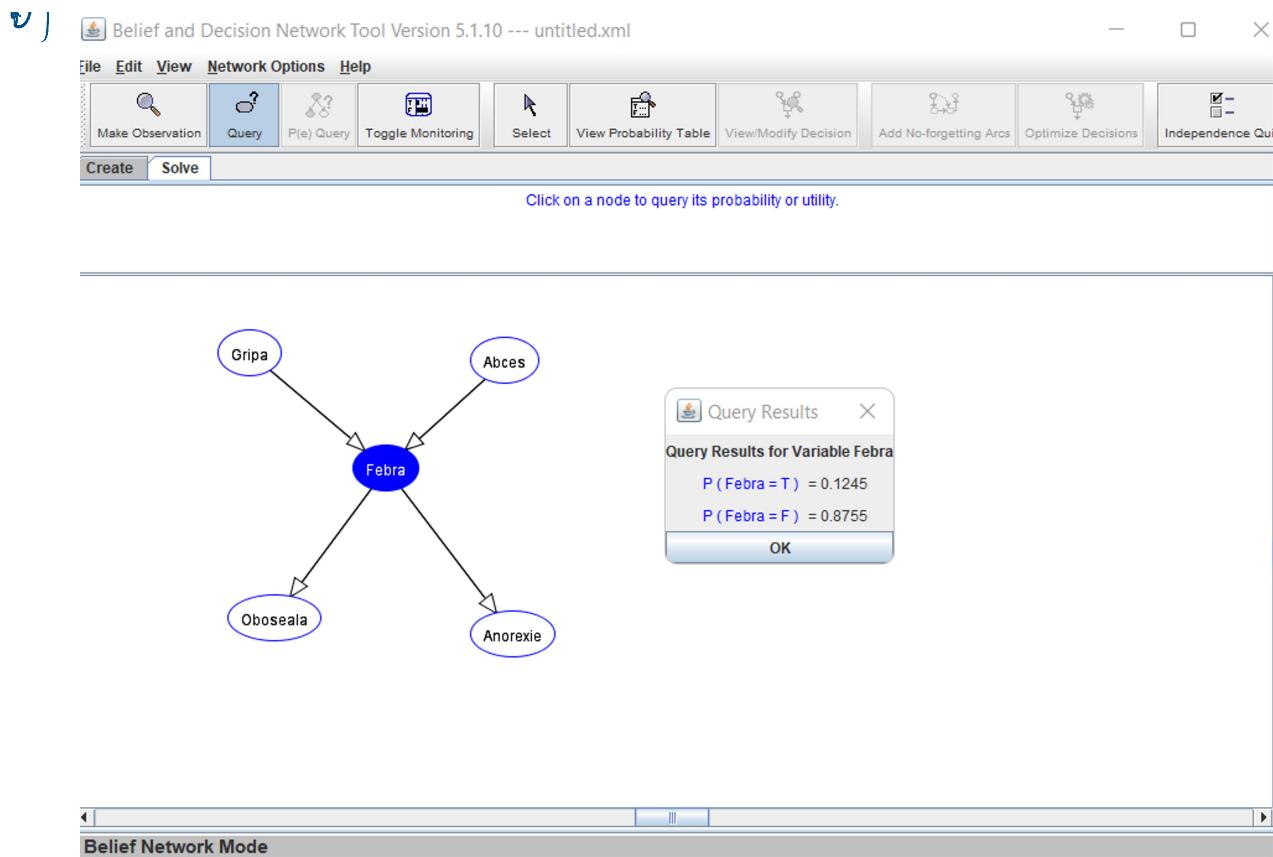
$$\begin{aligned}
 & [P(X_D | f) + P(X_N | f)] = \\
 & = \alpha \cdot P(G_0) \cdot P(A_0) \cdot \\
 & \{ P(F_0 | G_0, A_0) \cdot P(O_0 | F_0) \cdot [P(X_D | F_0) + P(X_N | F_0)] + \\
 & P(F_N | G_0, A_0) \cdot P(O_N | F_N) \cdot [P(X_D | F_N) + P(X_N | F_N)] \} \\
 & = \alpha \cdot 0,1 \cdot 0,05 \cdot \{ 0,8 \cdot 0,6 \cdot [0,5 + 0,5] + \\
 & + 0,2 \cdot 0,2 \cdot [0,1 + 0,9] \} = \\
 & = \alpha \cdot 0,1 \cdot 0,05 \cdot \{ 0,48 \cdot 1 + 0,04 \cdot 1 \} = \\
 & = \alpha \cdot 0,1 \cdot 0,05 \cdot 0,52 = \alpha \cdot 0,0026
 \end{aligned}$$

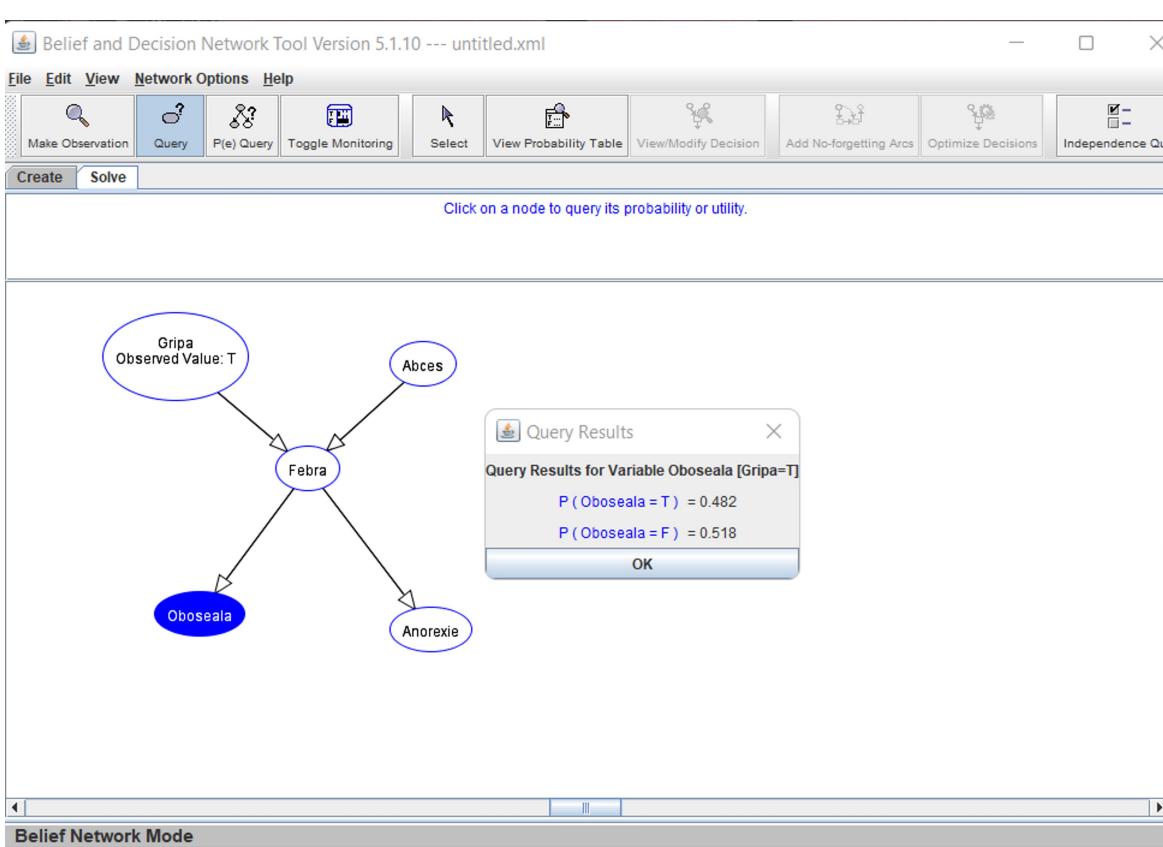
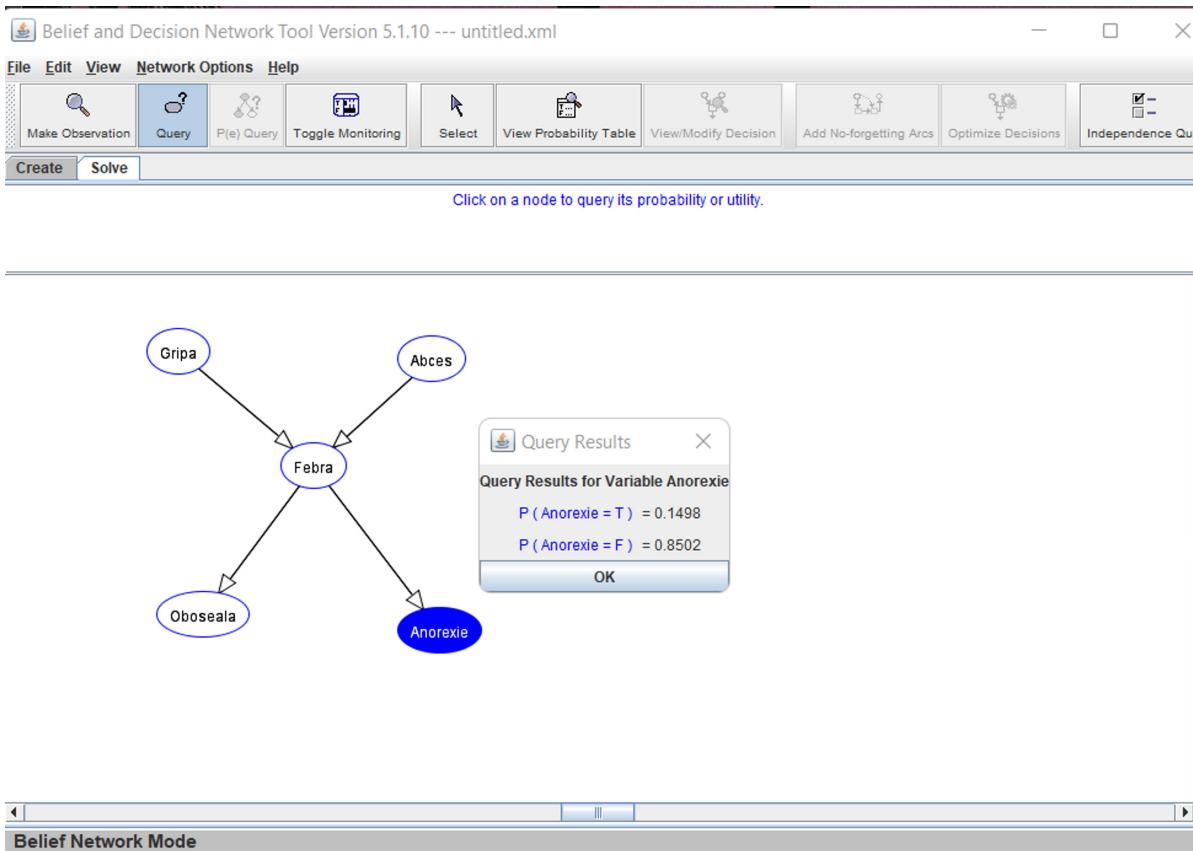


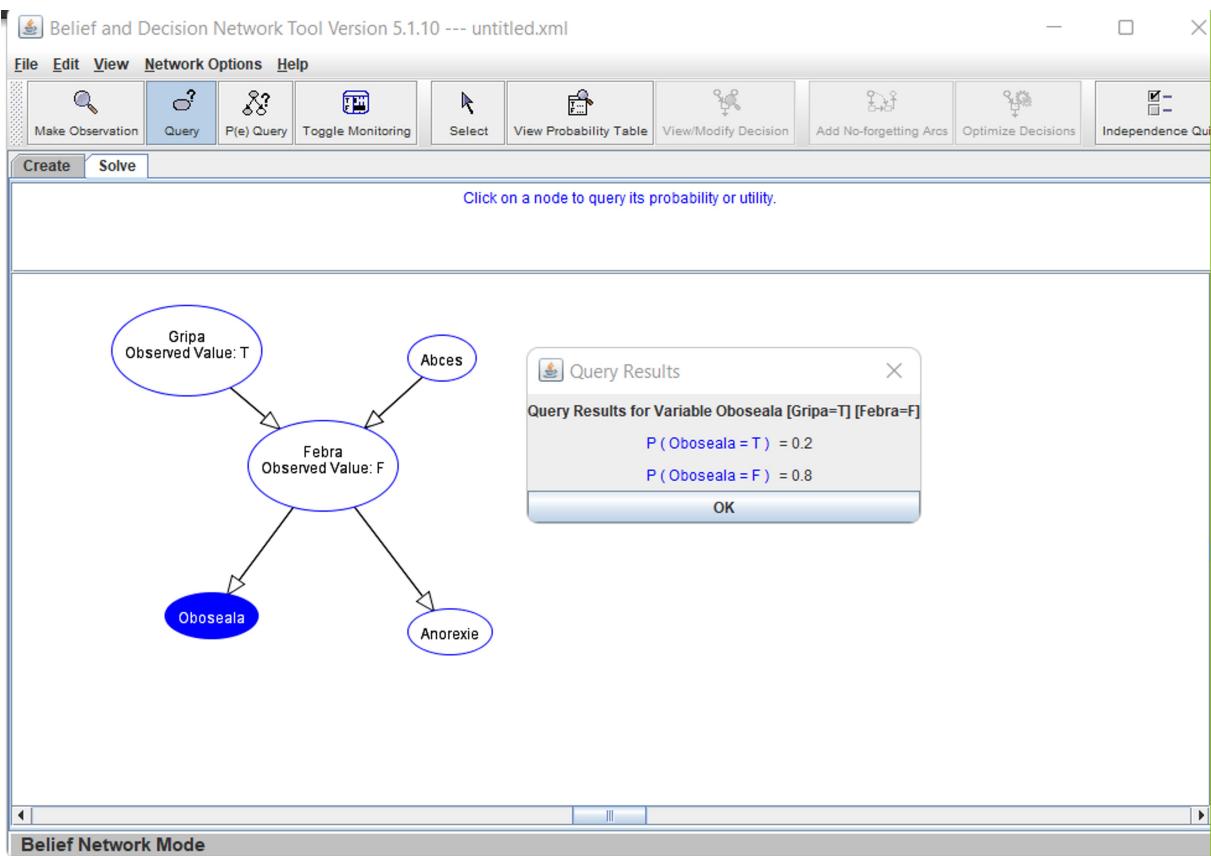


Oboseala și Anorexie nu influență Febrat dec.









Variabilele relevante pentru interogare sunt  
Abces și Anorexie.