

Programare declarativă

Introducere în programarea funcțională folosind Haskell

Ana Cristina Țurlea

ana.turlea@fmi.unibuc.ro

- 1 Declararea tipurilor cu **newtype**
- 2 Clase de tipuri
- 3 Semantica denotațională în Haskell
- 4 Mini-Haskell

Declararea tipurilor cu **newtype**

Declararea tipurilor cu **newtype**

- **newtype** se folosește când avem un singur constructor de date cu un singur argument
- folosind **newtype** facem o copie a unui tip de date deja existent
- spre deosebire de tipurile definite cu **type**, cele definite cu **newtype** pot deveni instanțe ale unor clase

```
type Name = String  
newtype NewName = N String
```

```
instance Show Name where  
  show ( s ) = "*" ++ s ++ "*"  
  Illegal instance declaration for 'Show Name'
```

```
instance Show NewName where  
  show (N s) = "*" ++ s ++ "*"
```

```
> N "abd"  
*abd*
```

Exemplu: **newtype**

```
type Key = Int
```

```
type Value = String
```

```
newtype PairList = PairList{getPairList :: [(Key, Value)]}
```

- datele de tip `PairList` sunt definite folosind **înregistrări**
- o dată de tip `PairList` are una din formele
 - ▶ `PairList [(k1, v1),..., (kn,vn)]`
 - ▶ `PairList { getPairList = [(k1,v1),..., (kn,vn)] }`
- `getPairList` este funcția proiecție:
`getPairList :: PairList -> [(Key, Value)]`

De exemplu

```
getPairList (PairList [(1, "m1"),(2, "m2")])=[(1, "m1"),(2, "m2")]
```

Clase de tipuri

- Vom exersa manipularea listelor si tipurilor de date prin implementarea catorva colectii cu elemente de tip cheie-valoare.
- Aceste colectii vor trebui sa aiba urmatoarele facilități
 - ▶ crearea unei colectii vide
 - ▶ crearea unei colectii cu un element
 - ▶ adaugarea/actualizarea unui element intr-o colectie
 - ▶ cautarea unui element intr-o colectie
 - ▶ stergerea (marcarea ca sters a) unui element dintr-o colectie
 - ▶ obtinerea listei cheilor
 - ▶ obtinerea listei valorilor
 - ▶ obtinerea listei elementelor
 - ▶ conversii intre liste si colectii
 - ...

O clasă de tipuri

```
type Key = Int
```

```
type Value = String
```

```
class Collection c where
```

```
  empty :: c
```

```
  csingleton :: Key -> Value -> c
```

```
  cinsert :: Key -> Value -> c -> c
```

```
  cdelete :: Key -> c -> c
```

```
  clookup :: Key -> c -> Maybe Value
```

```
  ctoList :: c -> [(Key, Value)]
```

Definiți operațiile derivate

```
  ckeys :: c -> [Key]
```

```
  cvalues :: c -> [Value]
```

```
  cfromList :: [(Key, Value)] -> c
```


O clasă de tipuri

```
class Collection c where
  empty  :: c
  csingleton :: Key -> Value -> c
  cinsert :: Key -> Value -> c -> c
  cdelete :: Key -> c -> c
  clookup :: Key -> c -> Maybe Value
  ctoList :: c -> [(Key, Value)]

  ckeys :: c -> [Key]
  cvalues :: c -> [Value]

  ckeys c = [fst p | p <- ctoList c]
  cvalues c = [snd p | p <- ctoList c]
```

O clasă de tipuri

class Collection c **where**

empty :: c

csingleton :: Key -> Value -> c

cinsert :: Key -> Value -> c -> c

cdelete :: Key -> c -> c

cllookup :: Key -> c -> **Maybe** Value

ctolist :: c -> [(Key, Value)]

cfromList :: [(Key, Value)] -> c

cfromList [] = empty

cfromList ((k,v):es) = cinsert k v (cfromList es)

O clasă de tipuri

```
type Key = Int
```

```
type Value = String
```

```
class Collection c where
```

```
    empty :: c
```

```
    csingleton :: Key -> Value -> c
```

```
    cinsert :: Key -> Value -> c -> c
```

```
    cdelete :: Key -> c -> c
```

```
    clookup :: Key -> c -> Maybe Value
```

```
    ctoList :: c -> [(Key, Value)]
```

```
    ckeys :: c -> [Key]
```

```
    cvalues :: c -> [Value]
```

```
    cfromList :: [(Key, Value)] -> c
```

```
-- minimum definition :
```

```
-- empty, csingleton, cinsert, cdelete, clookup, ctoList
```

```
    ckeys c = [fst p | p <- ctoList c]
```

```
    cvalues c = [snd p | p <- ctoList c]
```

```
    cfromList [] = empty
```

```
    cfromList ((k,v):es) = cinsert k v (cfromList es)
```

O clasă de tipuri

Fie tipul listelor de perechi de forma cheie-valoare:

```
newtype PairList
  = PairList { getPairList :: [(Key,Value)] }

instance Show PairList where
  show (PairList ps) = "PairList " ++ (show ps)
```

Faceti PairList instantă a clasei Collection.

Trebuie să definim

cempty, csingleton, cinsert, cdelete, clookup, ctoList

O clasă de tipuri

```
newtype PairList
  = PairList { getPairList :: [(Key,Value)] }

instance Collection PairList where
  cemty = PairList []
  csingleton k v = PairList [(k,v)]
  cinsert k v (PairList l) = PairList $ (k,v):filter ((/= k)
    ). fst) l
  clookup k = lookup k . getPairList
  cdelete k (PairList l) = PairList $ filter ((/= k). fst)
    l
  ctoList = getPairList
```

O clasă de tipuri

Fie tipul arborilor binari de cautare (ne-echilibrati):

```
data SearchTree = Empty
                | Node
                  SearchTree    -- elem. chei mai mici
                  Key           -- cheia
                  (Maybe Value) -- valoarea
                  SearchTree    -- elem. chei mai mari

deriving Show
```

deriving Show

Observati ca tipul valorilor este 'Maybe value'. Acest lucru se face pentru a reduce timpul operatiei de stergere prin simpla marcare a unui nod ca fiind sters. Un nod sters va avea valoarea 'Nothing'.

Faceti 'SearchTree' instantă a clasei 'Collection'.

Trebuie să definim

empty, csingleton, cinsert, cdelete, clookup, ctoList

O clasă de tipuri

```
data SearchTree = Empty
                | Node
                  SearchTree    -- elem. chei mai mici
                  Key           -- cheia
                  (Maybe Value) -- valoarea
                  SearchTree    -- elem. chei mai mari
deriving Show
```

```
instance Collection SearchTree where
  cempty = Empty
  csingleton k v = Node Empty k (Just v) Empty
  cinsert k v = ...
  cdelete k = ...
  clookup k = ...
  ctoList t = ...
```

O clasă de tipuri

```
data SearchTree = Empty
                | Node
                  SearchTree    -- elem. chei mai mici
                  Key           -- cheia
                  (Maybe Value) -- valoarea
                  SearchTree    -- elem. chei mai mari
deriving Show
```

```
cinsert k v = go
  where
    go Empty = csingleton k v
    go (Node t1 k1 v1 t2)
      | k == k1    = Node t1 k1 (Just v) t2
      | k < k1     = Node (go t1) k1 v1 t2
      | otherwise = Node t1 k1 v1 (go t2)
```


O clasă de tipuri

```
data SearchTree = Empty
                | Node
                  SearchTree    -- elem. chei mai mici
                  Key           -- cheia
                  (Maybe Value) -- valoarea
                  SearchTree    -- elem. chei mai mari
deriving Show
```

```
cdelete k = go
  where
    go Empty = Empty
    go (Node t1 k1 v1 t2)
      | k == k1    = Node t1 k1 Nothing t2
      | k < k1     = Node (go t1) k1 v1 t2
      | otherwise = Node t1 k1 v1 (go t2)
```

O clasă de tipuri

```
data SearchTree = Empty
                  | Node
                    SearchTree    -- elem. chei mai mici
                    Key           -- cheia
                    (Maybe Value) -- valoarea
                    SearchTree    -- elem. chei mai mari
deriving Show
```

```
cllookup k = go
  where
    go Empty = Nothing
    go (Node t1 k1 v1 t2)
      | k == k1    = v1
      | k < k1     = go t1
      | otherwise = go t2
```

O clasă de tipuri

```
data SearchTree = Empty
                  | Node
                    SearchTree    -- elem. chei mai mici
                    Key           -- cheia
                    (Maybe Value) -- valoarea
                    SearchTree    -- elem. chei mai mari
deriving Show
```

```
ctoList Empty = []
ctoList (Node ltk k v gtk) = ctoList ltk ++ embed k v ++
  ctoList gtk
where
  embed k (Just v) = [(k,v)]
  embed _ _ = []
```

O clasă de tipuri

```
class Collection c where
```

```
-- minimum definition: cempty, csingleton, cinsert, cdelete,  
  cllookup, ctoList
```

```
-- derived operations: ckeys, cvalues, cfromList
```

```
instance Collection PairList where ...
```

```
instance Collection SearchTree where ...
```

```
> cfromList [(1,"a"),(2,"b"),(3,"c")] :: PairList  
PairList [(1,"a"),(2,"b"),(3,"c")]
```

```
> cfromList [(1,"a"),(2,"b"),(3,"c")] :: SearchTree  
Node (Node (Node Empty 1 (Just "a") Empty) 2 (Just "b")  
      Empty) 3 (Just "c") Empty
```

Semantica denotațională în Haskell

Feluri de a da semantica

- Limbaj de programare: sintaxă și semantică
- Feluri de semantică
 - ▶ Limbaj natural — descriere textuală a efectelor
 - ▶ Operațională — asocierea unei demonstrații a execuției
 - ▶ Axiomatică — Descrierea folosind logică a efectelor unei instrucțiuni
 - ▶ Denotațională — prin asocierea unui obiect matematic (denotație)

Limbajul unui mini calculator

Definim în Haskell limbajul unui mini calculator:

```
data Prog  = On Instr
data Instr  = Off | Expr :> Instr
data Expr  = Mem | V Int | Expr :+ Expr
```

Semantica în limbaj natural

Dorim ca un program să afișeze lista valorilor corespunzătoare expresiilor, unde Mem reprezintă ultima valoare calculată. Valoarea inițială a lui Mem este 0.

De exemplu, programul

```
On ((V 3) :> ((Mem :+ (V 5)) :> Off))
```

va afișa lista [3,8]

Semantica denotațională - domenii semantice

Categoriilor sintactice le corespund domenii semantice

Categorii sintactice	Domenii semantice
Prog	\mathbb{Z}^*
Instr	$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}^*$
Expr	$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$

unde \mathbb{Z} este mulțimea numerelor întregi. Observăm că domeniile semantice pentru Instr și Expr sunt funcții deoarece depind de valoarea din memorie.

Domeniile semantice în Haskell

```
type Env = Int -- valoarea celulei de memorie
```

```
type DomProg = [Int]
```

```
type DomInstr = Env -> [Int]
```

```
type DomExpr = Env -> Int
```


Semantica denotațională

Pentru a defini semantica denotațională trebuie să evaluăm (interpretăm) categoriile sintactice în domeniile semantice corespunzătoare.

Interpretări (Evaluări)

```
prog  :: Prog -> DomProg
stmt  :: Instr -> DomInstr
expr  :: Expr  -> DomExpr
```

Observație. Interpretările trebuie să reflecte cerințele semantice explicate în limbaj natural. De exemplu

```
prog  :: Prog -> DomProg
prog (On s) = stmt s 0
```

deoarece am precizat că valoarea inițială a celulei de memorie Mem este 0.

Semantica denotațională

Etape în definirea semanticii denotaționale

- identificăm categoriile sintactice;
- asociem fiecărei categorii sintactice un domeniu semantic;
- definim interpretări ale categoriilor sintactice în domeniile semantice.

```
type DomProg = [ Int ]  
type DomInstr = Int -> [ Int ]  
type DomExpr = Int -> Int  
prog  :: Prog -> DomProg  
stmt  :: Instr -> DomInstr  
expr  :: Expr -> DomExpr
```

Semantica denotațională în Haskell

```
type DomProg = [Int]
type DomInstr = Int -> [Int]
type DomExpr = Int -> Int
```

```
prog :: Prog -> DomProg
prog (On s) = stmt s 0
```

```
stmt :: Instr -> DomInstr
stmt (e :> s) m = let v = expr e m in (v : (stmt s v))
stmt Off _ = []
```

```
expr :: Expr -> DomExpr
expr (e1 :+ e2) m = (expr e1 m) + (expr e2 m)
expr (V n) _ = n
expr Mem m = m
```

Mini-Haskell

Mini-Haskell

Vom defini folosind Haskell un mini limbaj funcțional și semantica lui denotațională.

- Limbajul Mini-Haskell conține:
 - ▶ expresii de tip **Bool** și expresii de tip **Int**
 - ▶ expresii de tip funcție (λ -expresii)
 - ▶ expresii provenite din aplicarea funcțiilor
- Pentru a defini semantica limbajului vom introduce domeniile semantice (valorile) asociate expresiilor limbajului.
- Pentru a evalua (interpreta) expresiile vom defini un mediu de evaluare (memoria) în care vom reține variabilele și valorile curente asociate.

Sintaxă

```
type Name = String
```

```
data    Hask    =    HTrue  
          |      HFalse  
          |      HLit Int  
          |      HIf Hask Hask Hask  
          |      Hask ::=: Hask  
          |      Hask :+: Hask  
          |      HVar Name  
          |      HLam Name Hask  
          |      Hask :$: Hask
```

```
    deriving (Read, Show)
```

```
infix 4 ::=:
```

```
infixl 6 :+:
```

```
infixl 9 :$:
```

Domenii semantice

Domeniul valorilor

```
data    Value    =    VBool Bool
                |
                |    VInt  Int
                |    VFun  (Value -> Value)
                |    VError -- pentru reprezentarea erorilor
```

Mediul de evaluare

```
type    HEnv     =    [(Name, Value)]
```

Domeniul de evaluare

Fiecărei expresii i se va asocia ca denotație o funcție de la medii de evaluare la valori. Deci domeniul de evaluare al expresiilor este

```
type    DomHask   =    HEnv -> Value
```

Afişarea expresiilor din Hask

```
instance Show Value where  
  show (VBool b)    = show b  
  show (VInt i)      = show i  
  show (VFun _)      = "<function>"  
  show VError        = "<error>"
```

Observație

Funcțiile nu pot fi afișate efectiv, ci doar generic.

Egalitate pentru valori

```
instance Eq Value where  
  (VBool b) == (VBool c)   = b == c  
  (VInt i)   == (VInt j)   = i == j  
  (VFun _)   == (VFun _)   = error "Unknown"  
  VError     == VError     = error "Unknown"  
  _          == _          = False
```

Observație

Funcțiile și erorile nu pot fi testate dacă sunt egale.

```
Prelude> :t error  
error :: [Char] -> a  
-- permite afisarea unui mesaj de eroare pentru orice tip
```

Evaluarea expresiilor Mini-Haskell în Haskell

```
type DomHask = HEnv -> Value
```

```
hEval :: Hask -> DomHask
```

```
hEval HTrue r      = VBool True
```

```
hEval HFalse r     = VBool False
```

```
hEval (HLit i) r   = VInt i
```

```
hEval (HIf c d e) r =
```

```
  hif (hEval c r) (hEval d r) (hEval e r)
```

```
  where
```

```
    hif (VBool b) v w = if b then v else w
```

```
    hif _ _ _ = VError
```

Evaluarea expresiilor Mini-Haskell în Haskell

`hEval :: Hask -> DomHask`

-- type DomHask = HEnv -> Value

```
hEval (d ::= e) r = heq (hEval d r) (hEval e r)
```

where

```
    heq (VInt i) (VInt j) = VBool (i == j)
```

```
    heq _ _              = VError
```

```
hEval (d :+: e) r = hadd (hEval d r) (hEval e r)
```

where

```
    hadd (VInt i) (VInt j) = VInt (i + j)
```

```
    hadd _ _              = VError
```

Evaluarea variabilelor Mini-Haskell în Haskell

`hEval :: Hask -> DomHask`

-- type DomHask = HEnv -> Value

- Pentru a evalua o variabilă `HVar x` trebuie să găsim valoarea asociată lui `x` în `HEnv` = `[(Name, Value)]`
- Putem folosi următoarele funcții predefinite:

-- lookup din modulul Data.List

lookup :: (**Eq** a) => a -> [(a,b)] -> **Maybe** b

lookup _key [] = **Nothing**

lookup key ((x,y):xys)

| key == x = **Just** y

| **otherwise** = **lookup** key xys

-- fromMaybe din modulul Data.Maybe

fromMaybe :: a -> **Maybe** a -> a

fromMaybe d x = **case** x **of**

Nothing -> d

Just v -> v

Evaluarea variabilelor Mini-Haskell în Haskell

`hEval :: Hask -> DomHask`

`-- type DomHask = HEnv -> Value`

- Pentru a evalua o variabilă `HVar x` trebuie să găsim valoarea asociată lui `x` în `HEnv` = `[(Name, Value)]`

`hEval (HVar x) r = fromMaybe VError (lookup x r)`

Evaluarea λ -expresiilor Mini-Haskell în Haskell

`hEval :: Hask -> DomHask`

-- type DomHask = HEnv -> Value

`hEval :: Hask -> HEnv -> Value`

- abstractizarea (întoarce o valoare de tip VFun)

`hEval (HLam x e) r = VFun (\ v -> hEval e ((x,v):r))`

- aplicarea (aplică o valoare de tip VFun)

`hEval (d :$: e) r = happ (hEval d r) (hEval e r)`

where

`happ (VFun f) v = f v`

`happ _ _ = VError`

Evaluarea expresiilor Mini-Haskell în Haskell

`hEval :: Hask -> DomHask`

-- type DomHask = HEnv -> Value

```
hEval HTrue r      = VBool True
hEval HFalse r     = VBool False
hEval (HIf c d e) r =
    hif (hEval c r) (hEval d r) (hEval e r)
    where hif (VBool b) v w = if b then v else w
           hif _ _ _      = VError
hEval (HLit i) r      = VInt i
hEval (d ::= e) r     = heq (hEval d r) (hEval e r)
    where heq (VInt i) (VInt j) = VBool (i == j)
           heq _ _             = VError
hEval (d :+: e) r     = hadd (hEval d r) (hEval e r)
    where hadd (VInt i) (VInt j) = VInt (i + j)
           hadd _ _             = VError
hEval (HVar x) r      = fromMaybe VError (lookup x r)
hEval (HLam x e) r     = VFun (\ v -> hEval e ((x,v):r))
hEval (d :$: e) r     = happ (hEval d r) (hEval e r)
    where happ (VFun f) v = f v
           happ _ _      = VError
```

Evaluarea expresiilor Mini-Haskell în Haskell

Test

```
h0 =  
    (HLam "x" (HLam "y" (HVar "x" :+: HVar "y")))  
    :$: HLit 3  
    :$: HLit 4
```

```
test_h0 = hEval h0 [] == VInt 7
```

```
*Main> test_h0
```

```
True
```


Pe săptămâna viitoare!