



## IEL – protokol k projektu

Andrej, Mokriš  
xmokri01

19. decembra 2021

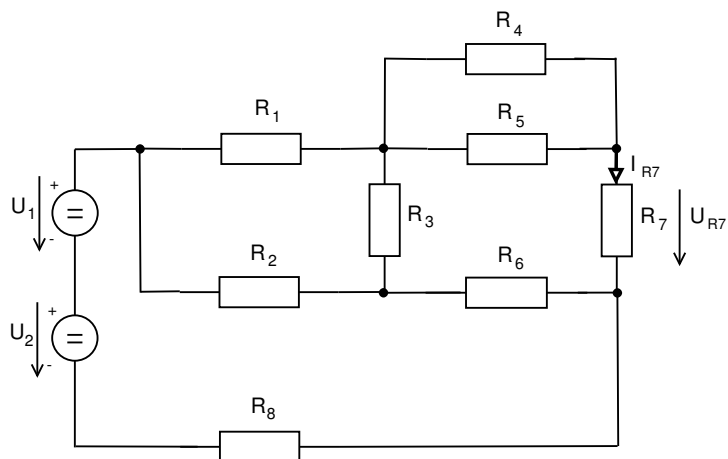
### Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	6
3	Příklad 3	8
4	Příklad 4	10
5	Příklad 5	12
6	Shrnutí výsledků	15

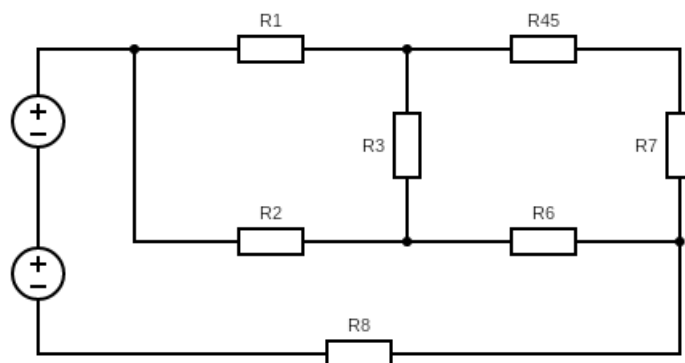
## Příklad 1

Stanovte napětí  $U_{R7}$  a proud  $I_{R7}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]	$R_7$ [ $\Omega$ ]	$R_8$ [ $\Omega$ ]
G	130	60	380	420	330	440	450	650	410	275



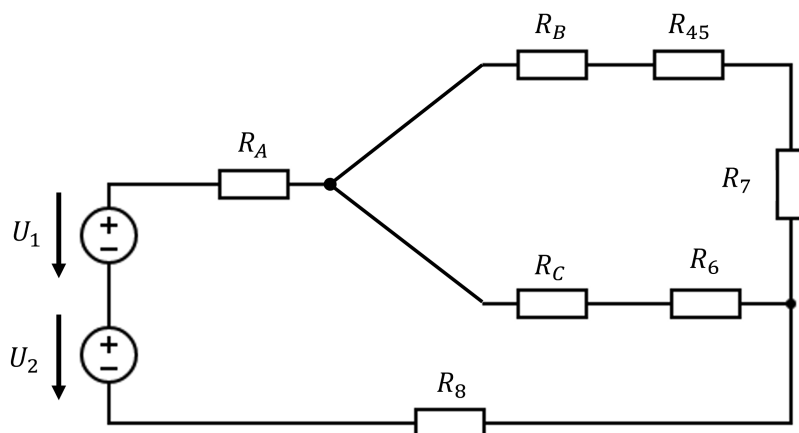
**Krok 1** - Zjednodušení paralelních rezistorů  $R_4$  a  $R_5$



Rezistory  $R_4$  a  $R_5$  zjednodušíme do jednoho rezistora  $R_{45}$  pomocí vzorca pre paralelne zapojené rezistory.

$$R_{45} = \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = \frac{440 \times 450}{440 + 450} = 222,4719\Omega$$

## Krok 2 - Využitie metódy Trojuholník - Hviezda



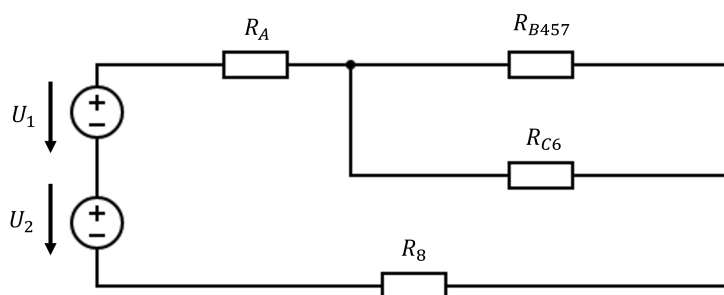
Z rezistorov  $R_1$ ,  $R_2$  a  $R_3$  prevedieme z trojuholníka do hviezdý vypočítame hodnoty  $R_A$ ,  $R_B$  a  $R_C$ .

$$R_A = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{380 \times 420}{380 + 420 + 330} = 141,2389\Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{380 \times 330}{380 + 420 + 330} = 110,9735\Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{420 \times 330}{380 + 420 + 330} = 122,6549\Omega$$

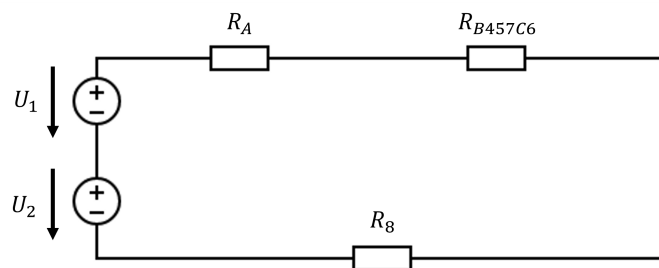
## Krok 3 - Sčítanie rezistorov $R_B$ , $R_{45}$ a $R_7$ zapojených v sérii



$$R_{B457} = R_B + R_{45} + R_7 = 110,9735 + 222,4719 + 410 = 743,4454\Omega$$

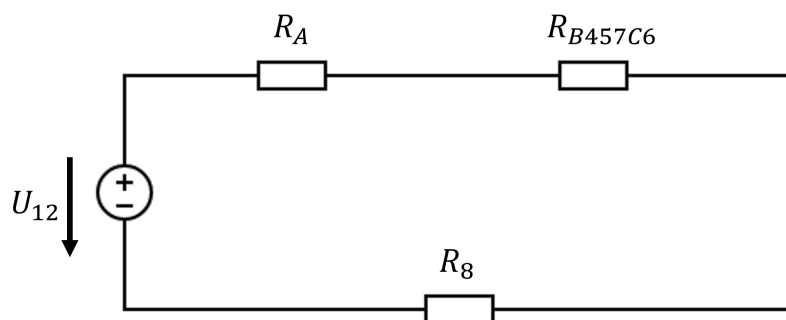
$$R_{C6} = R_C + R_6 = 122,6549 + 650 = 772,6549\Omega$$

**Krok 4** - Zjednodušenie paralelne zapojených rezistorov  $R_{B457}$  a  $R_{C6}$



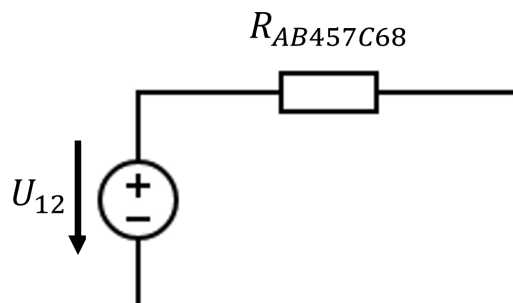
$$R_{B457C6} = \frac{R_{B457} \times R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}} = \frac{743,4454 \times 772.6549}{743,4454 + 772.6549} = 378,8844\Omega$$

**Krok 5** - Sčítanie sériových zdrojov  $U_1$  a  $U_2$



$$U_{12} = U_1 + U_2 = 130 + 60 = 190V$$

**Krok 6** - Výpočet  $R_{EKV}$  - sčítanie sériových rezistorov  $R_{B457C6}$ ,  $R_A$  a  $R_8$



Ostávajúce sériové rezistory zjednodušíme do jedného rezistora označeného ako  $R_{EKV}$

$$R_{EKV} = R_A + R_{B457C6} + R_8 = 141,2389 + 378.8844 + 275 = 795,1233\Omega$$

**Krok 7** - Výpočet prúdu pomocou Ohmovho zákona a  $R_{EKV}$

$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}} = \frac{190}{795,1233} = 0,23895A$$

**Krok 8** - Výpočet  $U_{R_7}$  a  $I_{R_7}$

Vypočítame si napätie na  $R_{B457C6}$  pomocou prúdu  $I$ , ktorý je v sériovom zapojení rovnaký na každom rezistore v danom obvode.

$$U_{R_{B457C6}} = I \times R_{B457C6} = 0,23895 \times 378,8844 = 90,5344V$$

Ďalej vieme, že napätie prechádzajúce cez paralelné rezistory je na týchto rezistoroch taktiež rovnaké a pomocou toho dopočítame prúd na  **$R_{B457}$**

$$U_{R_{B457}} = U_{R_{B457C6}} = 90,5334V$$

Pomocou Ohmovho zákona vieme dopočítať prúd na  **$R_{B457}$**

$$I_{R_{B457}} = \frac{U_{R_{B457}}}{R_{B457}} = \frac{90,5334}{743,4454} = 0,12177A$$

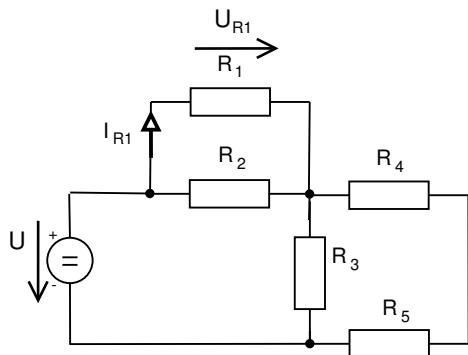
Pomocou  **$I_{R_{B457}}$**  a Ohmovho zákona už vieme dopočítať  **$U_{R_7}$**  a  **$I_{R_7}$**

$$\begin{aligned} I_{R_7} &= I_{R_{B457}} = \mathbf{0,12177A} \\ U_{R_7} &= I_{R_7} \times R_7 = 0,12177 \times 410 = \mathbf{49,9279V} \end{aligned}$$

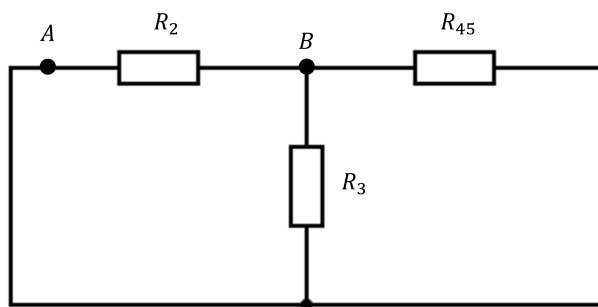
## Příklad 2

Stanovte napětí  $U_{R1}$  a proud  $I_{R1}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	$U$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
D	150	200	200	660	200	550

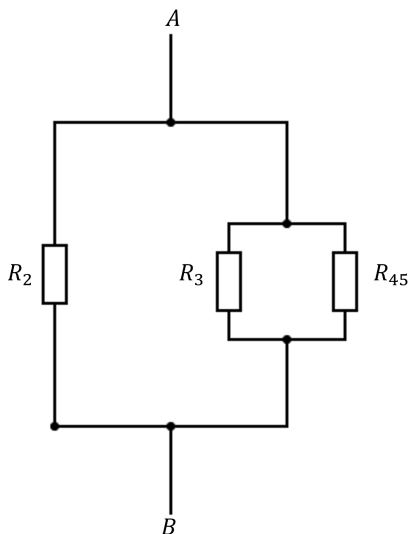


**Krok 1** - Prekreslíme obvod bez  $R_1$ , napáťový zdroj nahradíme skratom a zjednodušíme sériové rezistory  $R_4$  a  $R_5$



$$R_{45} = R_4 + R_5 = 200 + 550 = 750\Omega$$

**Krok 2** - Vypočítame vnútorný odpor  $R_i$  - odpor medzi bodmi A a B



$$R_{453} = \frac{R_3 \times R_{45}}{R_3 + R_{45}} = \frac{660 \times 750}{660 + 750} = 351,0638\Omega$$

$$R_i = \frac{R_2 \times R_{453}}{R_2 + R_{453}} = \frac{200 \times 351,0638}{200 + 351,0638} = 127,4131\Omega$$

**Krok 3** - Vypočítame  $U_i$  pomocou smyčkového prúdu  $I_A$

$$\begin{pmatrix} R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3 + R_{45} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \\ 0 \end{pmatrix}$$

Do matice dosadíme hodnoty a spočítame determinant

$$M = \begin{pmatrix} 860 & -660 \\ -660 & 1410 \end{pmatrix}$$

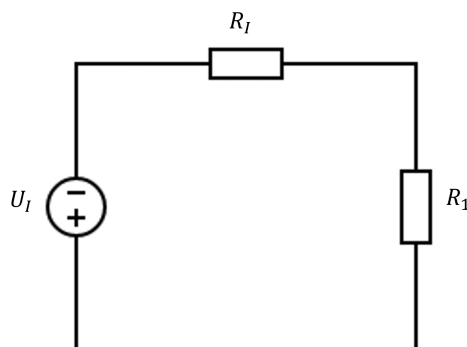
Použijeme Cramerovo pravidlo a determinanty matíc pre výpočet  $I_A$ :

$$I_A = \frac{211500}{777000} = 0.2722A$$

$$U_i = U_{R_2}$$

$$U_i = I_A \times R_2 = 0.2722 \times 200 = 54,44V$$

**Krok 4** - Cez ekvivalentný obvod, ktorý obsahuje vnútorné napätie, vnútorný odpor a rezistor  $R_1$ , ktorého hodnoty chceme vypočítať, dopočítame  $U_{R_1}$  a  $I_{R_1}$



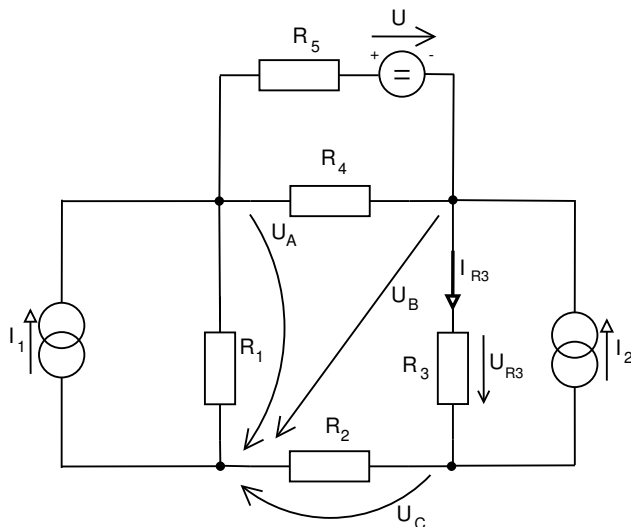
$$I_{R_1} = \frac{U_i}{R_1 + R_i} = \frac{54,44}{200 + 127,4131} = 0,166273A$$

$$U_{R_1} = R_1 \times I_{R_1} = 200 \times 0,166273 = 33,2546V$$

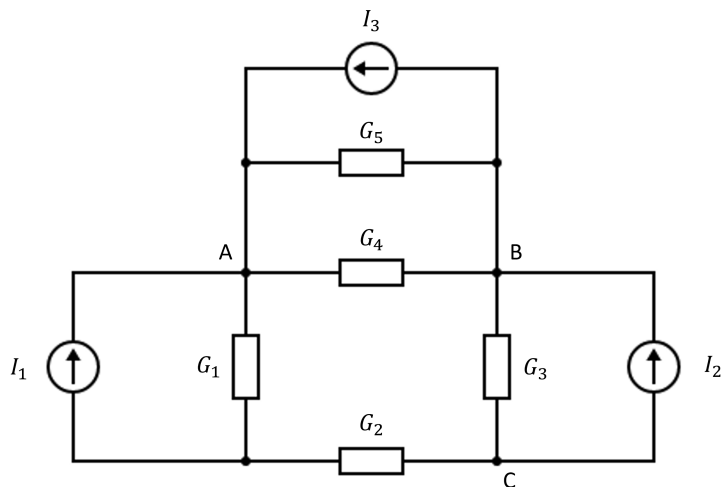
### Příklad 3

Stanovte napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ ).

sk.	$U$ [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
H	130	0.95	0.50	47	39	58	28	25



**Krok 1** - Odpor prepočítame na vodivosť a napäťové zdroje na prúdové zdroje



$$G = \frac{1}{R}$$

$$I_3 = G_5 \times U = \frac{1}{25} \times 130 = 5,2A$$



**Krok 2** - Pomocou metódy uzlových napätí vypočítame  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$

$$A : U_A(-G_1 - G_4 - G_5) + U_B(G_4 + G_6) = -I_1 - I_3$$

$$B : U_A(G_4 + G_5) + U_B(-G_4 - G_3 - G_5) + U_C(-G_3) = I_2 + I_3$$

$$C : U_B(G_3) + U_C(G_2 + G_3) = I_2$$

$$\begin{pmatrix} -G_1 - G_4 - G_5 & G_4 + G_5 & 0 \\ G_4 + G_5 & -G_4 - G_3 - G_5 & -G_3 \\ 0 & G_3 & G_2 + G_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_1 - I_3 \\ -I_2 + I_3 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Do matic dosadíme hodnoty a neznáme vypočítame pomocou determinantov matic a Cramerového pravidla:

$$\begin{pmatrix} -\frac{3191}{32900} & \frac{53}{700} & 0 \\ \frac{53}{700} & -\frac{1887}{20300} & -\frac{1}{58} \\ 0 & \frac{1}{58} & \frac{97}{2262} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6,15 \\ 4,7 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

$$U_A = 60,504V$$

$$U_B = -3,72V$$

$$U_C = 13,15548V$$

**Krok 3** - Pomocou  $U_B$  a  $U_C$  vypočítame  $U_{R_3}$  a  $I_{R_3}$

$$U_{R_3} = U_C + U_B = -3,72 + 13,15548 = 9,4355V$$

$$I_{R_3} = \frac{U_{R_3}}{R_3} = \frac{9,4335}{58} = 0,1627A$$

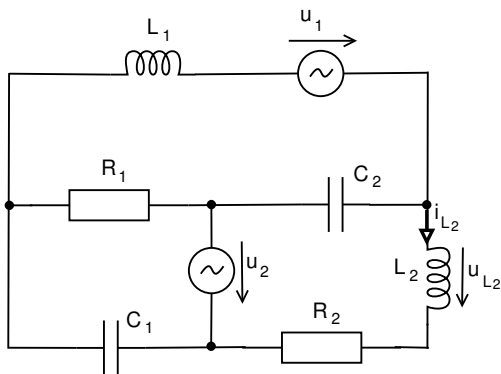
## Příklad 4

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$ .

Ve vztahu pro napětí  $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$  určete  $|U_{L_2}|$  a  $\varphi_{L_2}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ ).

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$C_1$ [ $\mu$ F]	$C_2$ [ $\mu$ F]	$f$ [Hz]
G	5	5	13	12	140	60	160	80	60



**Krok 1** - Určíme  $\omega$ ,  $Z_{L1}$ ,  $Z_{L2}$ ,  $Z_{C1}$ ,  $Z_{C2}$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60$$

$$\omega = 120\pi$$

$$Z_L = j\omega L$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

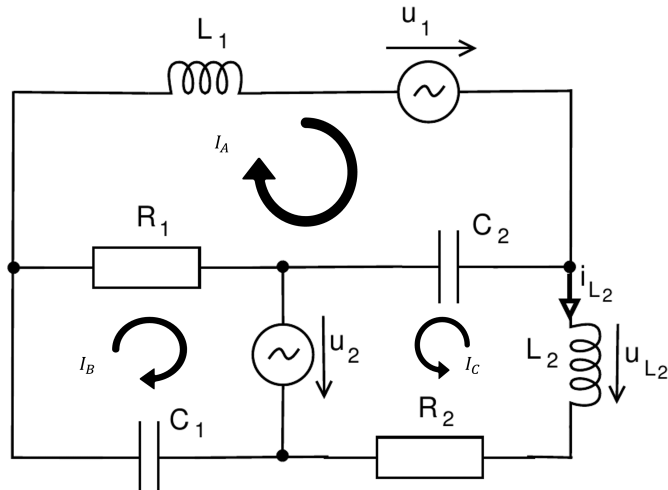
$$Z_{L1} = 52,7787j\Omega$$

$$Z_{L2} = 22,6194j\Omega$$

$$Z_{C1} = -16,5786j\Omega$$

$$Z_{C2} = -33,1572j\Omega$$

**Krok 2** - Zostavit rovnice pre smyčkové prúdy  $I_A$ ,  $I_B$  a  $I_C$



$$\begin{aligned}
I_A : I_A(L_1 + C_2 + R_1) + I_B(-R_1) + I_C(C_2) &= -U_1 \\
I_B : I_A(-R_1) + I_B(R_1 + C_1) + I_C(0) &= -U_2 \\
I_C &= I_A(C_2) + I_B(0) + I_C(C_2 + R_2 + L_2) = -U_2
\end{aligned}$$

**Krok 3** - Z rovníc postavíme matice a pomocou Cramerového pravidla a determinantov matíc vypočítame neznámu  $I_C$ , ktorú budeme potrebovať na ďalší výpočet

$$\begin{pmatrix} 19,6215j + 13 & -13 & -33,1572j \\ -13 & 13 - 16,5786j & 0 \\ -33,1572j & 0 & -10,5378j + 12 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$M = 18612,6139 - 21179.7337j$$

$$M_C = -4374,9847 - 4508,2245j$$

$$I_C = 0,0176 - 0,222098jA$$

**Krok 4** - Pomocou vypočítaného  $I_C$  vypočítame napätie na cievke  $L_2$

$$U_{L_2} = I_C \times Z_{L_2}$$

$$U_{L_2} = 0,0176 - 0,222098j \times 22,6194j = 5,0396 + 0,3998jA$$

$$U_{L_2} = \sqrt{5,02374^2 + 0,3998^2} = \mathbf{5,0396 \text{ V}}$$

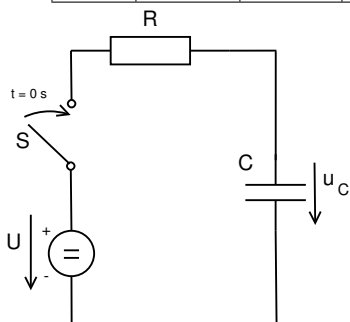
**Krok 5** - Vypočítame fázový posun  $\varphi$

$$\varphi_{C_1} = \arctan \frac{Im(U_{L_2})}{Re(U_{L_2})} = \arctan \frac{0,3998}{5,0396} = 0,0791rad$$

## Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase  $t = 0$  [s] sepne spínač  $S$ . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $u_C = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	$U$ [V]	$R$ [ $\Omega$ ]	$C$ [F]	$u_C(0)$ [V]
D	35	5	25	15



**Krok 1** - Opíšeme obvod rovnicou pomocí Ohmovho zákona a II. Kirchhoffového zákona

$$\begin{aligned}
 U_R + U_C - U &= 0V \\
 R \times i + U_C - U &= 0V \\
 I &= \frac{U_R}{R} = \frac{U - U_C}{R}
 \end{aligned}$$

**Krok 2** - Zostavíme rovnicu  $u'_c$

$$u'_c = \frac{i}{C} = \frac{\frac{U - U_C}{R}}{C} = \frac{U - U_C}{R \times C} = \frac{35 - U_C}{5 \times 25}$$

**Krok 3** - Zostavíme diferenciálnu rovnicu

$$u'_c + U_C \times \frac{1}{125} = \frac{7}{25}$$

**Krok 4** - Riešenie charakteristickej rovnice pre  $\lambda$

$$\lambda + \frac{1}{R \times C} = 0$$

$$\lambda + \frac{1}{125} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{125}$$

**Krok 5** - Očakávané riešenie

$$u_c(t) = k(t) \times e^{\lambda \times t}$$

$$u_c(t) = k(t) \times e^{-\frac{t}{125}}$$

**Krok 6** - Dosadíme do všeobecnej rovnice a zderivujeme

$$u'_c(t) = k'(t) \times e^{-\frac{t}{125}} + k(t) \left(-\frac{1}{125}\right) e^{-\frac{t}{125}}$$

**Krok 7** - Dosadíme do diferenciálnej rovnice z kroku 3

$$u'_c + U_C \times \frac{1}{125} = \frac{7}{25}$$

$$k'(t) \times e^{-\frac{t}{125}} + k(t) \left(-\frac{1}{125}\right) e^{-\frac{t}{125}} + U_C \times \frac{1}{125} = \frac{7}{25}$$

$$k'(t) \times e^{\frac{t}{125}} = 0$$

**Krok 8** - Zbavíme sa derivácie pomocou integrácie

$$k'(t) = \frac{7}{25} \times e^{\frac{t}{125}}$$

$$\int k'(t) = \int \frac{7}{25} e^{\frac{t}{125}}$$

$$k(t) = 35 e^{\frac{t}{125}} + K$$

**Krok 9** - Dosadíme do očakávaného riešenia

$$\begin{aligned}u_c(t) &= k(t) \times e^{-\frac{t}{125}} \\u_c(t) &= (35e^{\frac{t}{125}} + K) \times e^{-\frac{t}{125}} \\u_c(t) &= 35 + Ke^{-\frac{t}{125}}\end{aligned}$$

**Krok 10** - Dosadíme počiatočnú podmienku

$$\begin{aligned}u_c &= 35e^{\frac{t}{125}} + K \\15 &= 35 + K \\K &= -20\end{aligned}$$

Výsledok:

$$u_c(t) = 35 - 20e^{-\frac{t}{125}}$$

**Krok 11** - Skúška správnosti riešenia

$$\begin{aligned}u'_c + U_C \times \frac{1}{125} &= \frac{7}{25} \\u'_c + \frac{1}{125} \times (35 - 20e^{-\frac{t}{125}}) &= \frac{7}{25} \\u'_c + \frac{35}{125} - \frac{20e^{-\frac{t}{125}}}{125} &= \frac{7}{25} \\u'_c &= \frac{20e^{-\frac{t}{125}}}{125} \\u'_c + U_C \times \frac{1}{125} &= \frac{7}{25} \\\frac{20e^{-\frac{t}{125}}}{125} + (35 - 20e^{-\frac{t}{125}}) \times \frac{1}{125} &= \frac{7}{25} \\\frac{4e^{-\frac{t}{125}}}{25} + (7 - 4e^{-\frac{t}{125}}) \times \frac{1}{25} &= \frac{7}{25} \\\frac{4e^{-\frac{t}{125}}}{25} + \frac{7}{25} - \frac{4e^{-\frac{t}{125}}}{25} &= \frac{7}{25} \\\mathbf{0} &= \mathbf{0}\end{aligned}$$

## Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky	
1	G	$U_{R7} = 49,9279$	$I_{R7} = 0,1218A$
2	D	$U_{R1} = 33,2546V$	$I_{R1} = 166,2731mA$
3	H	$U_{R3} = 9,4355V$	$I_{R3} = 0,1627A$
4	G	$ U_{L2}  = 5,0396V$	$\varphi_{L2} = 0,0791rad$
5	D	$u_C = 35 - 20e^{-\frac{t}{125}}$	