

Algoritmy – IAL

prof. Ing. Jan M. Honzík, CSc.

Ing. Ivana Burgetová, Ph.D.

Ing. Bohuslav Křena, Ph.D.

FIT VUT v Brně

2017/18

Obsah

- Organizační informace
- Algoritmy a datové struktury – úvod
- Algoritmický jazyk - přehled
- Složitost algoritmů – základní pojmy

Úvod

- Garant: prof. Ing. Jan M. Honzík, CSc.,
- Přednášky:
 - Ing. Ivana Burgetová, Ph.D. (úterý 8:00 – 10:50)
 - Ing. Bohuslav Křena, Ph.D. (středa 14:00 – 16:50)
- Konzultace k domácím úlohám a k projektu:
 - Ing. Kamil Jeřábek (DÚ1)
 - Ing. Radek Hranický (DÚ2)
 - Ing. Kamil Jeřábek (náhradní projekt)
- Dokumentový sklad a karta předmětu IAL
- Slovník pojmů: <http://www.nist.gov/dads/>

Úvod

- Rozdělení bodů:
 - 2 domácí úlohy (po 10 b)
 - projekt s obhajobou pro tým 3-4 studentů, obhajující bude vybrán losem (15 bodů)
 - půlsestrální zkouška (14 bodů)
 - semestrální zkouška (51 bodů)
 - prémiové body
- Pro udělení **zápočtu** je nutné získat minimálně 20 bodů za semestr (tj. 40,8 %)
- v IS je zapsaných přes 400 studentů ve dvou přednáškových skupinách. Je to hodně. Prosíme o spolupráci i shovívavost

Úvod

- Termíny:
 - Půlsemestrální zkouška: 31. 10. a 1. 11. 2017 v době přednášky
 - 1. domácí úkol: 9. 10. – 29. 10. 2017
 - 2. domácí úkol: 30. 10. – 19. 11. 2017
 - Projekt: 6. 12. 2017

Studijní zdroje

- **Studijní zdroje:**

- **Studijní opora IAL** – text cca 260 stran (+ příklady) elektronicky přístupný. Obsahuje organizační i obsahové informace. Opora je základní studijní zdroj. Obsah opory:
 - Předmluva
 - Úvod do datových struktur a algoritmů
 - Abstraktní datové typy
 - Vyhledávání
 - Řazení
 - Závěr
- Slajdy z přednášek jsou oporou přednášejícího! Nelze je považovat za postačující studijní zdroj! Za chyby a překlepy v nich vyučující neručí.
- Cormen, T.H., Leiserson, Ch.E., Rivest, R.L.: **Introduction to Algorithms**.
- Sedgewick, R.: **Algoritmy v C.**, Addison Wesley 1998. Softpress 2003.

Ikony (piktogramy) opory

Ikona



Navrhovaný význam

Počítačové cvičení, příklad

Ikona



Navrhovaný význam

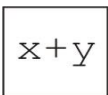
Správné řešení



Otázka, příklad k řešení



Obtížná část



Příklad



Důležitá část



Slovo tutora, komentář



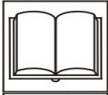
Cíl



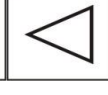
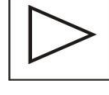
Potřebný čas pro studium,
doplněno číslicí přes hodiny



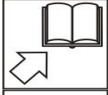
Definice



Reference



Zajímavé místo (levá, pravá
varianta)



Souhrn



Rozšiřující látka, informace,
znalosti. Nejsou předmětem
zkoušky.

Přibližný odhad časové náročnosti předmětu

- 1 kredit = 25-30 hodin práce (hodina 50min?)
- 5 kreditům odpovídá min 125-150 hod. studijní práce, z toho:
- přednášky 39 hod
- 2 domácí úlohy 26 hod
- práce na projektu 35 hod
- průběžné studium 20 hod
- příprava na půlsem. a záv. zk. 30 hod

Metodické informace

- Jazyk zápisu algoritmů (jazyk realizace programů, jazyk při zkoušce)
- odborná a anglická terminologie
- žargon a jeho vymezení
- srozumitelnost zápisu (komentáře, dokumentace, navigace, identifikátory a názvy, grafická úprava zápisu, indentace, pravidla českého jazyka - pravopis)

Učební cíle a kompetence - specifické

- Seznámit se základními principy složitosti algoritmů.
- Seznámit se s principy dynamického přidělování paměti.
- Seznámit se se základními abstraktními datovými typy a strukturami, naučit se je implementovat a používat.
- Seznámit se s vyhledávacími metodami, naučit se je implementovat a používat.
- Seznámit se s řadicími metodami , naučit se je implementovat a používat.
- Naučit se rekurzivní a nerekurzivní zápisy základních algoritmů.
- Naučit se porozumět principům a analyzovat algoritmy vyhledávání a řazení.
- Osvojit si zásady dobrého programovacího stylu.

Učební cíle a kompetence - generické

- Naučit se základům týmové práce při tvorbě malého projektu.
- Naučit se základům tvorby dokumentace projektu.
- Naučit se základům prezentace projektu a obhajobě dosažených výsledků.
- Seznámit se se základy anglické terminologie v oblasti algoritmizace.

Anotace

- Přehled základních datových struktur a jejich použití.
- Principy dynamického přidělování paměti.
- Specifikace abstraktních datových typů (ADT).
Specifikace a implementace ADT: seznamy, zásobník, fronta, pole, vyhledávací tabulka, graf, binární strom.
- Algoritmy nad binárním stromem.
- Vyhledávání: sekvenční, v neseřazeném a seřazeném poli, vyhledávání se zarážkou, binární vyhledávání, binární vyhledávací strom, vyvážený strom (AVL).
- Vyhledávání v tabulkách s rozptýlenými položkami.

- Řazení, principy, řazení bez přesunu položek, řazení podle více klíčů.
- Nejznámější metody řazení:
 - Select-sort,
 - Bubble-sort,
 - Heap-sort,
 - Insert-sort a jeho varianty,
 - Shell-sort,
 - Quick sort v rekurzivní a nerekurzivní notaci,
 - Merge-sort, List-merge-sort,
 - Radix-sort.

- Sekvenční metody řazení.
- Rekurze a algoritmy s návratem.
- Vyhledávání podřetězců v textu.
- Dokazování programů, tvorba dokázaných programů.

Přibližný rozpis přednášek

1. Algoritmický jazyk. Přehled datových struktur. Asymptotická časová složitost.
2. Abstraktní datový typ a jeho specifikace. Specifikace, implementace a použití ADT seznam.
3. Specifikace, implementace a použití ADT zásobník, fronta, pole, množina, graf.
4. ADT binární strom, algoritmy nad binárním stromem.
5. Vyhledávání, sekvenční, v poli, binární vyhledávání, binární vyhledávací stromy.
6. AVL strom, vyhledávání v tabulkách s rozptýlenými položkami.
7. Půlsemestrální zkouška
8. Řazení, principy, bez přesunu, s vícenásobným klíčem. Metody řazení polí.
9. Metody řazení polí, řazení souborů.
10. Pokročilé algoritmy.
11. Vyhledávání v textu.
12. Rekurze, algoritmy s návratem, dynamické programování.
13. Úvod do dokazování správnosti programů, opakování.

Algoritmy a datové struktury

- Algoritmus:
 - **konečná**, uspořádaná množina úplně definovaných **pravidel** pro vyřešení nějakého **problému**.
 - **posloupnost** výpočetních kroků, které transformují **vstup** na **výstup**.
 - nástroj pro řešení dobře specifikovaného výpočetního **problému** (specifikovaného pomocí vztahů mezi vstupy a výstupy)
 - **správnost** algoritmu - pro libovolný vstup skončí s korektním výstupem
 - **vlastnosti**: konečnost, obecnost, determinovanost, resultativnost, elementárnost

Algoritmy a datové struktury

- Datové struktury:
 - Způsob uložení a organizace dat za účelem umožnění přístupu k datům a jejich modifikaci
 - Usnadňují řešení problémů
- Programovací techniky:
 - Rozděl a panuj (divide and conquer)
 - Dynamické programování
 - Hledání s návratem (backtracking)
- Složitost algoritmů
- Možnosti paralelizace

Úvod do datových struktur a algoritmů

- Algoritmický jazyk
- Pojmy:
 - syntax
 - sémantika
 - pseudopříkaz
 - příkaz
- Komentář

Vybrané identifikátory-klíčová slova

- `begin, end` levá a pravá příkazová závorka
- `type, var` specif. typů a deklarace proměnných
- `integer, real, boolean, char` standardní jednod. typy
- `array, record, (file, set)` standardní strukt. typy
- `for, to, downto, while, repeat, until`
vybraná slova pro tvorbu cyklů
- `if, then, else, case, of` konstrukce altern. příkazů
- `procedure, function` dekl. procedury resp. funkce
- `div, mod, not, and, or` aritmetické a logické operátory
- `false, true` literály booleovských hodnot

Datové typy a struktury

- Datové typy se dělí na **jednoduché**, **strukturované** a **typ ukazatel**. Nad všemi datovými typy je definována operace přiřazení "**:=**". což je varianta symbolu "**←**". (Rozdíl od jazyka C, kde je "**=**").
- Podmínkou přiřazení je **kompatibilita vzhledem k přiřazení**
- Pro usnadnění zápisu bude algoritmický jazyk používat operace výměny hodnot (*swap*) ve tvaru "**B:=A**", která nahrazuje trojici příkazů "**P:=A; A:=B; B:=P**"

- Pro jednoduché datové typy vystačíme ve většině příkladů s ordinálními typy **integer**, **výčtovým typem** a **typy char** a **boolean**.
- Definice: Ordinální typ je jednoduchý typ, pro jehož každou hodnotu (s výjimkou největší) existuje právě jedna následující a (s výjimkou nejmenší) právě jedna předcházející hodnota.
- Definice: Výraz je předpis na získání hodnoty daného typu a je současně nositelem této hodnoty.
- Příklad: Zápis "5+7" je předpisem i nositelem hodnoty
- Typ integer: +, -, *, div, mod, (/)
- Výčtový typ (nahrazuje číselník – převodní tabulku)
TStav= (svobodny, zenaty, rozvedeny, vdovec)

Existují mechanismy pro změnu typu – funkce `trunc(r)`, `real(i)` aj. Většinou je nebudeme potřebovat

Typ znak - "char" je ordinální typ. Deklarace typu má tvar:

```
var  
    ch1, ch2:char;
```

Pro převod celočíselné hodnoty proměnné `i` z rozsahu 0..9 na znak (číslici) lze zapsat výraz:

```
chr(ord('0') + i)
```

Nebudeme používat „magických čísel“ v podobě číselných kódů.

Typ boolean je ordinální typ, který nabývá dvou hodnot, jejichž zápis je false a true. Na základě ordinality typu platí, že $\text{true} = \text{succ}(\text{false})$.

Deklarace proměnných typu boolean má tvar:

var

```
B1, B2, B3, B4: boolean;
```

Nad typem boolean jsou definovány operace:

negace	"not"
logický součin (konjunkce)	"and"
logický součet (disjunkce)	"or,,

Zkratové vyhodnocení Booleovských výrazů:

$B1 \text{ and } B2 \text{ and } B3 \text{ and } \dots \text{ and } B_N$, pro $(B_i = \text{false}) \rightarrow$ celý výraz false

$B1 \text{ or } B2 \text{ or } B3 \text{ or } \dots \text{ or } B_N$, pro $(B_i = \text{true}) \rightarrow$ celý výraz true

- **Definice:**
- **Skalární typ je jednoduchý typ, pro jehož každé dva prvky lze stanovit, zda jsou si rovny nebo zda je jeden z nich menší nebo větší než druhý.**
- Pro operace relace budeme používat tyto dyadické *) operátory
- ekvivalence (rovno) =
- nerovno \neq nebo v kódu programu častěji $<>$
- menší než $<$
- menší roven \leq nebo v kódu programu častěji $<=$
- větší než $>$
- větší roven \geq nebo v kódu programu častěji $>=$

*) dyadický (z řečtiny) totéž co binární (z latiny)

Strukturované datové typy.

Strukturovaný datový typ sestává z komponent jiného (dříve definovaného) typu, kterému říkáme **kompoziční typ**. Pokud jsou všechny komponenty strukturovaného typu stejného kompozičního typu, říkáme, že strukturovaný typ je **homogenní**. Komponentám homogenního typu se někdy říká **položky** (*item*), zatím co komponentám heterogenního typu se říká **složky** (*component*). Strukturovaný typ má **strukturovanou hodnotu** (*structured value*). Tato hodnota je definovaná tehdy, když jsou definované hodnoty všech jejích komponent.

Komponentou strukturovaného typu může být jiný, dříve definovaný strukturovaný typ. To vede k možnosti vytvářet hierarchické a rekurzivní struktury.

Pole - array

Pole (array) je homogenní ortogonální (pravoúhlý) datový typ. Jednorozměrné pole je **vektor**, dvojrozměrné je **matice**.

Typ pole je specifikován **rozsahem svých dimenzí** (rozměrů) a komponentním typem. Pole, jehož jméno a velikost dimenzí jsou pevně dána deklarací a nemohou se měnit v průběhu programu, se nazývá **statické**.

Pokus o přístup k prvku pole, jehož index je mimo **rozsah**, způsobí chybu.

type

```
TVektor = array[1..100] of integer; (* vektor sta  
celých čísel *)  
TMaticeV = array[1..10] of TVektor; (* vektor  
deseti vektorů o 100 celých číslech, tedy matice  
10*100 *)  
TMaticeP = array[1..10,1..100] of integer;  
(* matice o deseti řádcích a 100 sloupcích celých  
čísel *)
```

Jazyky blízké stroji, používají většinou jen horní hodnotu rozsahu dimenze (s implicitní spodní hranicí rovnou nule). V jazycích vyššího typu se používá i dolní hranice, nejčastěji s hodnotou 1. Uvědomme si, že dva vektory:

```
TVekt0 = array[0..9] of integer;  
TVekt1 = array[1..10] of integer;  
mají stejný počet prvků.
```

```
int mojePole[10]    //pole celých čísel v C s indexy 0..9
```

Algoritmu, v němž postupně projdeme (a postupně stejným způsobem zpracujeme) všechny prvky homogenní datové struktury, říkáme průchod. Pro práci s maticí jsou nejtypičtější průchody **"po řádcích"** a **"po sloupcích"**. Při průchodu po řádcích se pro každý řádek postupně mění hodnoty sloupcového (druhého, pravého) indexu. Až se vyčerpají všechny jeho hodnoty, zvýší se hodnota řádkového (prvního, levého) indexu. Obecně říkáme, že **při průchodu vícerozměrným polem "po řádcích", se rychlost změny indexu snižuje zprava doleva.**

Řetězec (*string*) je strukturovaný homogenní datový typ. Položkami řetězce je typ **znak** a řetězec má vlastnosti podobné jednorozměrnému poli znaků. Nad typem řetězec je definován bohatý repertoár operací.

Konstruktor je operace, která dovoluje ustavit strukturovanou hodnotu strukturovaného typu výčtem všech jeho komponent.

Nad řetězcem je definován konstruktor.

Příklad: $s := \text{'CANON'}$ je totéž jako:

```
s[1] := 'C' ; s[2] := 'A' ; s[3] := 'N' ; s[4] := 'O' ;  
s[5] := 'N' ;
```

Záznam (*record*) je obecně strukturovaný **statický** **heterogenní** datový typ. Jeho komponenty mohou být libovolného, dříve definovaného typu a často jim říkáme **složky** (*component*).

Jména a počet jeho komponent jsou dány při specifikaci typu a nemohou se měnit v průběhu programu. Protože komponentou záznamu může být i jiný strukturovaný typ, lze vytvářet záznamy s obecně neomezenou hierarchickou strukturou.

```

type
    TDatum=record    (* Záznam typu data v roce *)
        rok,den,mesic:integer;
    end;

    TOsoba=record (* osoba se jménem a datem narození *)
        jmeno:string;
        datnar: TDatum
    end;

var
    Os1, Os2:TOsoba;
    Dat:TDatum;
    roknar:integer;

```

```

typedef struct tdatum {
    int rok, den, mesic;
} TDatum;

typedef struct tosoba{
    char *jmeno;
    TDatum datnar;
} TOsoba;

TOsoba os1, os2;

...

```

```
...
    Dat.rok:=1990; (* ustavení roku data narození *)
    Dat.mes:=2;    (* ustavení měsíce data narození *)
    Dat.den:=29;   (* ustavení dne data narození *)

Os1.jmeno:='Novak'; (* ustavení jména osoby *)
Os1.datnar:=Dat;    (* ustavení data narození osoby *)
Os1.datnar.rok:=1950; (* oprava data narození osoby *)

roknar:=Os2.datnar.rok; (* uložení roku narození
osoby Os2 do proměnné integer roknar*)

...
```

Záznam je klíčová datová struktura pro tvorbu dynamických datových struktur. Umožňuje v jedné struktuře existenci pracovních položek i ukazatelů.

Typ ukazatel je spjat s dynamickými typy. Prvek dynamického typu vzniká v průběhu výpočtu jako výsledek operace (procedury) "**new (Uk)**", která v části paměti určené po dynamické struktuře vyhradí místo pro prvek (podle jeho velikosti) a ukazateli Uk přiřadí hodnotu, která umožní přístup k tomuto místu. Vytvořený prvek se zruší operací dispose. **Hodnota ukazatele použitého v dispose není definována!**

Dynamický prvek nemá jméno a jeho hodnota se tedy nezpřístupňuje identifikátorem, ale prostřednictvím ukazatele.

Pro specifikaci typu ukazatel a pro referenci (zpřístupnění) dynamického prvku budeme používat zápisu s pascalovským symbolem "**^**" (tzv. "šipka-notace").

Typ ukazatel má zvláštní hodnotu označovanou jako "**nil**", která má sémantiku "**ukazatel, který neukazuje na žádný prvek**" nebo "**prázdný ukazatel**". Hodnota "nil" je kompatibilní se všemi hodnotami typu ukazatel.

type

```
TUkUz=^TUzel;    (* TUzel je záznam uzlu bin. stromu *)
TUzel=record      (* Specifikace typu Uzel *)
    DataUzlu:string;    (* data uzlu *)
    LUK,PUK:TUkUz (*levý a pravý uk. na uzly synů *)
end;
```

...

var

```
UkKoren:TUkUz; (*statická proměnná typu ukazatel *)
```

```
typedef struct tuzel{
    char *dataUzlu;
    struct tuzel *LUK, *PUK;
}TUzel;
TUzel *ukKoren;
```

```
new(UkKoren);  
(* vytvoření dynamického prvku, zpřístupňovaného  
statickým ukazatelem UkKoren *)  
  
UkKoren^.DataUzlu:='KAREL';  
(* reference dynamického prvku s přiřazením hodnoty  
typu string složce DataUzlu *)  
...  
dispose(UkKoren); (* zrušení prvku zpřístupňovaného  
ukazatelem UkKoren *)
```

```
ukKoren = (TUzel *) malloc(sizeof(TUzel));  
if ( ukKoren == NULL ) {  
    printf("Málo paměti \n");  
    exit(1);  
}  
ukKoren->dataUzlu = "KAREL";  
free(ukKoren);
```

Příkazy

Příkazy lze rozdělit na **jednoduché, strukturované a příkazy procedury**.

Jednoduché příkazy. Nejdůležitějším jednoduchým příkazem je **přiřazovací příkaz**. Přiřazovací příkaz přiřazuje proměnné na levé straně hodnotu na pravé straně přiřazovacího operátoru ":=". Proměnná i výraz musí být vzájemně **kompatibilní vzhledem k přiřazení**. Pro účely algoritmického jazyka postačí zjednodušená definice.

Definice (zjednodušená) :

Dva prvky jsou kompatibilní vzhledem k přiřazení, když jsou oba identického (ekvivalentního) typu.

Prázdný příkaz má postavení příkazu a neodpovídá mu žádná činnost ve fázi výpočtu. Na základě definice středníku, jako oddělovače dvou příkazu, lze zápis:

```
... ; ; ...
```

interpretovat, jako prázdný příkaz oddělený dvěma středníky a zápis:

```
... ; end
```

jako prázdný příkaz mezi středníkem a pravou příkazovou závorkou end.

Strukturované příkazy

Mezi strukturované příkazy algoritmického jazyka jsou zařazeny **složený příkaz, alternativní příkaz a příkaz cyklu**.

Složený příkaz je definován jako sekvence příkazů oddělených středníky, uzavřená mezi příkazové závorky begin a end.

Alternativní příkazy jsou: **podmíněný příkaz, alternativní příkaz (úplný podmíněný příkaz) a vícečetný alternativní příkaz case**.

Podmíněný příkaz je příkaz, který se provede, když má jeho booleovský řídící výraz hodnotu true.

Příkl.:

```
if B  
then S
```

Příkaz S se provede, když má booleovský výraz B hodnotu true; v jiném případě má příkaz význam prázdného příkazu. Příkazem S může být libovolný (jeden) příkaz (např. složený příkaz).

Alternativní příkaz (úplný podmíněný příkaz) provede jednu ze dvou alternativ v závislosti na hodnotě řídicího booleovského výrazu B

Příkl:

```
if B  
then S1  
else S2
```

V případě, že B má hodnotu true, provede se příkaz S1, jinak se provede příkaz B2.

Pozn. Beprostředně před "else" se nesmí vyskytnout středník. Středník odděluje dva příkazy a mezi "then" a "else" smí být jen jeden příkaz (byť strukturovaný).

Konvence zápisu ve tvaru:

```
if B
then begin
  S (* příkaz *)
end else begin
  S (* příkaz *)
end (* if B *)
```

tomu zabraňuje.

Vícečetný alternativní příkaz case je řízen **výrazem** ordinálního typu. Použití řídké. Více ve studijní opoře (SO).

Příkazy cyklu

Příkazy cyklu dělíme na **počítané** (explicitní), **nepočítané** (implicitní) a **nekonečné**.

Počítaný cyklus (for) se použije v případě, kdy můžeme explicitně stanovit počet jeho opakování. Řídicí proměnná (počítadlo) je ordinárního typu a pascalovské pojetí předpokládá jeho inkrementaci (zvýšení na hodnotu následníka) nebo dekrementaci snížení na hodnotu předchůdce). Vlastní průchod cyklem (jedno provedení těla cyklu, smyčka) má podobu jednoho příkazu uvedeného za vybraným slovem do. Po skončení příkazu cyklu provedením jeho posledního průchodu se předpokládá **nedefinovaná hodnota řídicí proměnné**.

Příklad:

```
for i:=1 to 100 do begin
```

```
    Sum:=Sum + Pole[i]
```

```
end; (* for *)
```

```
...
```

```
for j:= 50 downto 30 do begin
```

```
    if Pole[i] >= 0
```

```
    then Sum:=Sum + Pole[i]
```

```
    else Sum:=Sum - Pole[i]
```

```
end;
```

Nepočítané cykly se dělí podle toho, kdy se provádí test na konec cyklu.

Cyklus while (označovaný také jako cyklus "nula nebo n krát"), provádí test před začátkem průchodu cyklem, na základě hodnoty booleovského výrazu B. Cyklus se provede, pokud má výraz B hodnotu "true". Má následující syntaktické schéma:

while B do S

Ve většině případů předchází cyklu typu while nastavení počátečních podmínek cyklu.

Příklad:

```
i:=1;          (* nastavení počítadla *)
F:=1;          (* nastavení multiplikační proměnné *)
while F < 100 do begin
(*Výpočet nejmenší hodnoty faktoriálu větší než 100*)
  i:=i+1
  F:=F*i;
end (* while *)
(* F = i! *)
```

Cyklus `repeat - until` (označovaný také jako „cyklus jedna nebo n krát“), provádí test na konci průchodu a jeho tělo se musí provést alespoň jednou. Cyklus se ukončí, je-li hodnota řídicí proměnné B rovna "true". V některých případech, kdy je z povahy algoritmu zřejmé, že se cyklus provede nejméně jednou, může vést použití cyklu "repeat - until" ke kratšímu a jednoduššímu zápisu. Cyklus má následující syntaktické schéma:

```
repeat  
  S  
until B
```

```
do  
  statement  
while (expression)  
  //Pozor! Cyklus se provádí,  
  //dokud platí B
```

Příklad:

```
i:=1; (* nastavení počítadla *)  
F:=1; (* nastavení multiplikační proměnné *)
```

repeat

```
(*Výpočet nejmenší hodnoty fakt. větší nebo rovné 100*)
```

```
  i:=i+1;
```

```
  F:=F*I;
```

```
until F>=100;
```

```
(* F=i! *)
```

Příkaz with se tváří jako cyklus, má ale spíše vlastnost složeného příkazu ohraničujícího sekvenci příkazů, na něž se vztahuje zjednodušení přístupu ke složkám jednoho záznamu.

Příkaz má podobu:

```
with I do  
begin S  
end
```

kde I je identifikátor proměnné typu záznam. Pak ve všech příkazech v rámci těla tohoto "cyklu" se nemusí složky záznamu I zapisovat s referenční předponou "I".

Budeme ho používat k zjednodušení zápisu.

Příklad: Místo zápisu

begin

```
Osoba.jmeno:='NOVAK';  
Osoba.RokNar:=1980;  
Osoba.vyska:=180;  
Osoba.vaha:=78
```

end;

Ize zapsat jednodušší zápis:

with Osoba **do**

begin

```
jmeno:='NOVAK';  
RokNar:=1980;  
vyska:=180;  
vaha:=78
```

end;

a vyhnout se tak opakovanému zápisu stejného identifikátoru (Osoba) téhož záznamu.

Grafická úprava zápisu - odsazování (indentation)

```
for i := 1 to 10 do begin    (* cyklus pro aktivitu A *)  
    (* tělo cyklu *)  
end (* for i:= *);
```

```
while B do begin    (* cyklus pro aktivitu B *)  
    (* tělo cyklu *)  
end (* while B *);
```

```
repeat    (*cyklus pro aktivitu C *)  
    (* tělo cyklu *)  
until Konec;
```

Procedury a funkce

Procedura (funkce) je nástroj zvyšování abstrakce příkazů (výrazů). Má formu "uzavřeného podprogramu"; to znamená, že na místě každého použití (volání) procedury (funkce) se překladem generuje skok do podprogramu, který je obecně umístěn na jiném místě paměti, než hlavní program. Po provedení podprogramu se řízení vrací za skok do podprogramu.

Pro použití procedury se v sekci deklarace uvede "předpis" na provedení procedury, který sestává z "hlavičky" a z "těla" procedury (funkce). V hlavním programu se procedura "vyvolá" **příkazem procedury**. Funkce se vyvolá **zápisem funkce** na místě výrazu.

Hlavička procedury (funkce) sestává z vybraného slova "**procedure**" ("**function**"), identifikátoru a seznamu formálních parametrů. Formální parametry jsou odděleny (po skupinách parametrů téhož typu) středníkem. Formální parametry předávané odkazem jsou uvedeny vybraným slovem "**var**". Ostatní parametry jsou předávané hodnotou.

Příklad:

```
procedure NejdNeklesPosl (var Pole:TPole; pocet:integer;  
var zacatek, delka:integer);
```

Určení délky nejdelší neklesající posloupnosti (NNP) hodnot po sobě jsoucích prvků typu integer v jednorozměrném poli **Pole**. Pole má "**pocet**" prvků (pocet>0). Výsledná nejdelší neklesající posloupnost začíná na indexu "**zacatek**" a má "**delka**" prvků. V případě více shodných NNP je výsledkem první NNP v pořadí od začátku pole.

```
void NejdNeklesPosl (TPole *pole, int pocet,  
int *zacatek, int *delka);
```

Tělo procedury má tvar bloku, tzn., že sestává z nepovinné úvodní sekce dovolující specifikaci konstant, typů a deklaraci proměnných a procedur (funkcí) následovanou složeným příkazem.

Příklad (tělo procedury NejdNeklesPosl):

```
var    (* deklarace lokálních proměnných *)
    PomDel, PomZac: integer; (* pom. délka a začátek *)
    i, h: integer ;        (* počítadlo a pracovní hodnota*)
begin  (* vlastní tělo procedury *)
    (* inicializace proměnných *)
    delka:=1;
    zac:=1;
    PomDel:=1
    ....    (* Viz Studijní Opora *)
end;
```

Vyvolání procedury má postavení příkazu a sestává ze **jména** procedury a **seznamu skutečných parametrů**.

Skutečné parametry musí souhlasit s formálními co do **počtu, pořadí i typu**. Skutečné parametry, odpovídající formálním parametrům předávané odkazem, jsou identifikátory proměnných odpovídajícího typu. Skutečné parametry předávané hodnotou, jsou výrazy odpovídajícího typu. Tato vlastnost je typická pro jazyky se **silnou kontrolou typů**.

Funkce má vlastnosti procedury, ale má postavení **výrazu** s hodnotou, jejímž nositelem je **vyvolání (zápis) funkce**.

Hlavička funkce je doplněna identifikátorem typu hodnoty funkce. V algoritmickém jazyce může funkce nabývat hodnot typů: "**integer**", "**real**", "**char**", "**boolean**", "výčtového typu" a typu "**string**". V těle funkce musí být alespoň jeden příkaz, v němž se jménu funkce přiřazuje hodnota. Hodnota, která je přiřazena při provedení těla funkce jménu funkce, je **vracená výsledná hodnota funkce**. Jméno funkce se smí v těle funkce použít jen na místě proměnné (na levé straně přiřazovacího výrazu nebo jako výstupní parametr procedury). Na jiném místě se interpretuje jako rekurzivní volání této funkce.

Volba, zda daný algoritmus nebo část programu má mít formu procedury nebo funkce je dána zkušeností a programovacím stylem programátora.

Funkci volíme nejčastěji tehdy, když výsledkem úseku je jedna hodnota jednoduchého typu (jakým může být funkce).

Velmi častým použitím je funkce typu boolean.

Vícenásobné volání téže funkce se stejnými parametry je neefektivní.

Rekurzivní volání procedury (funkce) je konstrukce, při níž procedura (funkce) je volána v těle sebe samé. Rekurse je účinným nástrojem zápisu řady algoritmů.

Rekurzivní volání funkce má vždy tvar výrazu, který je součástí (nejčastěji přiřazovacího) příkazu.

Definice: Vyvolání procedury (funkce) má stejný účinek, jako kdyby na tomto místě bylo tělo procedury, v němž jsou všechny formální parametry předávané odkazem nahrazeny odpovídajícími skutečnými parametry a všem formálním parametrům předávaným hodnotou jsou přiřazeny hodnoty jim odpovídajících skutečných parametrů před provedením prvního příkazu těla procedury.

Parametry jsou významným prostředkem k předávání informace mezi procedurou (funkcí) a jejím okolím.

Procedury "**bez parametrů**" jsou výjimkou a je účelné se jim vyhýbat!

Seznam parametrů vytváří rozhraní (*interface*) a je jako "konektor", kterým je "černá skříňka" procedury připojena k programu.

Existují případy, kdy jsou rozumné důvody pro použití globálních proměnných. Je na to ale vždy nutno upozornit v komentáři procedury! Komunikace mimo parametry má často podobu "**vedlejšího jevu**".

Vedlejší jev (*side effect*) je pojem, kterým se označuje změna hodnoty globální proměnné uvnitř těla procedury. Častým případem je vstupní parametr předávaný odkazem.

Vedlejší jev je většinou nežádoucí a nebezpečný. Více si přečtěte v SO. Budeme se mu vyhýbat

Základní pojmy složitosti algoritmů

Časová a prostorová složitost algoritmu.

(**Nezaměňujeme pojem časová složitost s dobou běhu programu!**)

Asymptotická časová složitost je nejčastějším hodnoticím kriteriem pro algoritmy. Vyjadřuje se porovnáním algoritmu s jistou funkcí pro N blížícímu se nekonečnu. Porovnání má podobu tří různých složitostí:

- O Omikron (velké O , \mathcal{O} , *big O*) - horní hranici chování
- Ω Omega - dolní hranici chování
- Θ Theta - vyjadřuje třídu chování

Pozn. V následujícím textu budeme pro kvantifikátory používat následující identifikátory:

$\exists \rightarrow Exist$

$\forall \rightarrow ForAll$

Složitost Omikron

Složitost vyjádřenou zápisem **Omikron** (nebo také Big O, 'O) vyjadřuje **horní hranici** časového chování algoritmu.

Omikron ($g(n)$) označuje **množinu funkcí $f(n)$** , pro které platí:

$$\{f(n) : \textbf{Exist } (c>0, n_0>0) \text{ takové, že } \textbf{ForAll } n \geq n_0 \text{ platí } [0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)]\}$$

kde **c** a **n_0** jsou určité vhodné kladné konstanty.

Pak zápis **$f(n) = \text{Omikron}(g(n))$** , nebo **$O(g(n))$**

označuje, že funkce $f(n)$ je rostoucí **maximálně tak rychle** jako funkce $g(n)$. Funkce $g(n)$ je horní hranicí množiny takových funkcí, určené zápisem **$\text{Omikron}(g(n))$** nebo **$O(g(n))$** .

Složitost Omega

$\Omega(g(n))$, nebo také $(\Omega(g(n)))$ označuje množinu všech funkcí $f(n)$ pro které platí:

$\{f(n) : \textbf{Exist } (c > 0, n_0 > 0) \text{ takové, že } \textbf{ForAll } n \geq n_0$
platí $[0 \leq c \cdot g(n) \leq f(n)]\}$

kde c a n_0 jsou určité vhodné kladné konstanty.

Pak zápis $f(n) = \Omega(g(n))$ nebo $\Omega(g(n))$ označuje, že funkce $f(n)$ je rostoucí minimálně tak rychle, jako funkce $g(n)$. Funkce $g(n)$ je dolní hranicí množiny všech funkcí, určených zápisem $\Omega(g(n))$ nebo $\Omega(g(n))$.

Složitost Theta

Theta(g(n)) nebo ($\Theta(g(n))$) označuje množinu všech funkcí $f(n)$, pro něž platí :

$\{f(n) : \textbf{Exist } (c_1 > 0, c_2 > 0, n_0 > 0) \text{ takové, že}$

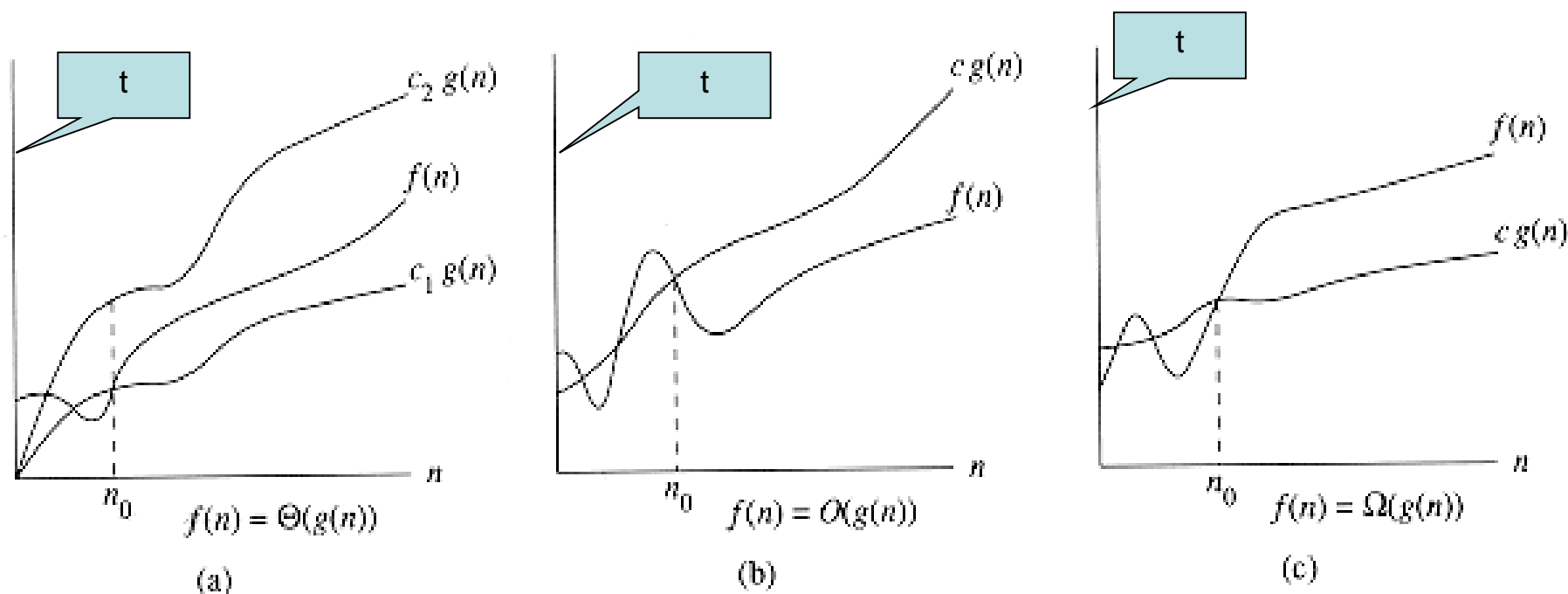
ForAll $(n \geq n_0)$ platí $[0 \leq c_1 * g(n) \leq f(n) \leq c_2 * g(n)]\}$

kde c_1, c_2 and n_0 jsou vhodné kladné konstanty.

Složitost vyjádřená zápisem Theta (Θ) označuje časové chování shodné jako daná funkce.

Pak zápis $f(n) = \text{Theta}(g(n))$ nebo $\Theta(g(n))$ označuje, že funkce $f(n)$ roste tak rychle jako funkce $g(n)$. Funkce $g(n)$ vyjadřuje horní a současně dolní hranici množiny funkcí, označených zápisem $\text{Theta}(g(n))$ nebo $\Theta(g(n))$.

Grafické vyjádření složitosti



Časová složitost – vliv řádu algoritmu a kardinality úlohy

Algoritmus N	$33n$	$46 n \log n$	$13 n^2$	$3.4 n^3$	2^n
10	0.00033 s	0.015 s	0.0013 s	0.0034 s	0.001 s
100	0.0033 s	0.03 s	0.13 s	3.4 s	$4 \cdot 10^{14}$ století
1000	0.033 s	0.45 s	13 s	94 hod	
10 000	0.33 s	6.1 s	22 min	39 dní	
100 000	3.3 s	1.3 min	1.5 dní	108 roků	
Maximální velikost n pro čas					
1 s	30 000	2 000	280	67	20
1 min	1 800 000	82 000	2 200	260	26

Řád a konstanta

	CRAY – 1 Fortran	TRS-80 Basic
n	$3n^3$	19 500 000 n
10	3×10^{-6} s	200×10^{-3} s
100	3×10^{-3} s	2 s
1 000	3 s	20 s
2 500	50 s	50 s
10 000	49 min	3.2 min
1 000 000	95 let	5.4 hod

Klasifikace algoritmů podle časové složitosti

1. $\Theta(1)$ je označení algoritmů s konstantní časovou složitostí.
2. $\Theta(\lg(n))$ je označení algoritmů s logaritmickou časovou složitostí. Základ logaritmu není podstatný, protože různé základy se liší pouze konstantou vzájemného převodu. Touto složitostí se vyznačují např. rychlé vyhledávací algoritmy.
3. $\Theta(n)$ je označení algoritmů s lineární časovou složitostí. Tuto složitost mají běžné vyhledávací algoritmy a řada algoritmů sekvenčně zpracovávajících datové struktury.
4. $\Theta(n \cdot \lg(n))$ je označení algoritmů nazvané také **“linearitymické”**. Tuto časovou složitost mají např. rychlé řadící algoritmy, založené na modelu porovnávacího vyhledávání.

5. $\Theta(n^2)$ je označení algoritmů s kvadratickou časovou složitostí. Takovou časovou složitostí se vyznačují algoritmy sestavené z dvojnásobného počítaného cyklu do n . Patří mezi ně řada klasických řadicích algoritmů (např. bublinové řazení).
6. $\Theta(n^3)$ je označení algoritmů s kubickou časovou složitostí. Algoritmy s touto časovou složitostí jsou prakticky použitelné především pro málo rozsáhlé problémy. Kdykoli se n zdvojnásobí, čas zpracování je osminásobný.
7. $\Theta(k^n, k \exp n)$, kde k je přirozené číslo, je označení algoritmů s exponenciální (pro $k=2$ binomickou) časovou složitostí. Existuje několik prakticky použitelných algoritmů s touto složitostí. Velmi často se označují jako algoritmy pracující s “hrubou silou” (brute-force algorithms). Kdykoli se n zdvojnásobí je čas řešení kvadrátem.