Metoda puleni intervalu (bisekce):

Spojita na intervale, f(a) a f(b) maju opacne znamienka, hladame vzdy stred

Newtonova metoda (metoda tecen):

Konvergencia: Fourierova podmienka f'(x) a f''(x) spojite a nemenia znamienko, potom x_0 zvolime ked f(x)*f''(x)>0

Zvolime x_0 dalsie ako $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$,

Metoda proste iterace:

Konvergencia: MAX(x=<a,b>) |g'(x)| < 1

Upravime na **x**=g(x) a potom pocitame ako $x_{k+1} = g(x_k)$

Jacobiho metoda:

Konvergencia: musi byt riadkovo alebo stlpcovo dominantna

Naraz vyjadrime z 1. rovnice 1. neznamu, z 2. rovnice 2. neznamu, z 3. rovnice 3. neznamu .

Gauss-Seidelova metoda:

Rovnaka ale postupne s novymi hodnotami dosadzame.

Konvergencia: riadkovo dominantna alebo stlpcovo dominantna alebo pozitivne definitni

Pozitivne definitni: prepisanie na tvar A^T*Ax=A^T*b

Metoda proste iterace pro soustavu:

Upravime na tvar x= g1(x,y), y=g2(x,y) a tak pocitame aj dalsie aproximacie

Newtonova metoda pro soustavu:

Upravim na tvar f1(x,y)=0, f2(x,y)=0, spravim maticu prvych derivacii[f1'x : f1'y ; f2'x : f2'y], dosadim do nej x0 a y0. Vytvorim rovnice f1'x*delta1 + f1'y*delta2= -f1(xk,yk) a f2'x*delta1 + f2'y*delta2= -f2(xk,yk). Vypocitam delta1 a delta2, $x_{k+1}=x_k$+delta1, $y_{k+1}=y_k$+delta2.

Lagrangeuv interpolacni polynom:

$$P_n(x) = f_0 * \frac{(x-x_1)*(x-x_2)\ldots(x-x_n)}{(x_0-x_1)*(x_0-x_2)\ldots(x_0-x_n)} + f_1 * \frac{(x-x_0)*(x-x_2)\ldots(x-x_n)}{(x_1-x_0)*(x_1-x_2)\ldots(x_1-x_n)} + \cdots + f_n * \frac{(x-x_0)*(x-x_1)\ldots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)*(x_n-x_1)\ldots(x_n-x_{n-1})}$$

Newtonuv interpolacni polynom:

$$P_n(x) = a_0 + a_1 * (x - x_0) + a_2 * (x - x_0) * (x - x_1) + \cdots + a_n * (x - x_0) * (x - x_1) \ldots (x - x_{n-1})$$

Tabulka pomernych diferencii $f[x_i, x_{i+1}] = \frac{f_{i+1}-f_i}{x_{i+1}-x_i}$

a tiez $f[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}] = \frac{f[x_{i+1},x_{i+2}]-f[x_i,x_{i+1}]}{x_{i+2}-x_i}$

Potom f0=a0, f[0,1]=a1, f[0,1,2]=a2

Linearni splajn:

Spojene body priamkami: $S_i(x) = f_i + \frac{f_{i+1}-f_i}{x_{i+1}-x_i} * (x - x_i)$

Kubicky splajn:

Podmienky: najviac x^3, body spojenia funkcii musia mat rovnaku 0. 1. a 2. Derivaciu

Nejmensi ctverce-primka:

$$y = c_0 + c_1 * x$$

$$c_0 * (n+1) + c_1 * \sum_{i=0}^{n} x_i = \sum_{i=0}^{n} y_i$$

$$c_0 * \sum_{i=0}^{n} x_i + c_1 * \sum_{i=0}^{n} x_i^2 = \sum_{i=0}^{n} x_i * y_i$$

Nejmensi ctverce-parabola:

$$y = c_0 + c_1 * x + c_2 * x^2$$

$$c_0 * (n+1) + c_1 * \sum_{i=0}^{n} x_i + c_2 * \sum_{i=0}^{n} x_i^2 = \sum_{i=0}^{n} y_i$$

$$c_0 * \sum_{i=0}^{n} x_i + c_1 * \sum_{i=0}^{n} x_i^2 + c_2 * \sum_{i=0}^{n} x_i^3 = \sum_{i=0}^{n} x_i * y_i$$

$$c_0 * \sum_{i=0}^{n} x_i^2 + c_1 * \sum_{i=0}^{n} x_i^3 + c_2 * \sum_{i=0}^{n} x_i^4 = \sum_{i=0}^{n} x_i^2 * y_i$$

Numericke derivovani:

$$\boldsymbol{f'_x = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}}$$

Pre 3 body: $f'(x_0) = \frac{-3*f(x_0)+4*f(x_1)-f(x_2)}{2*h}$

$$f'(x_1) = \frac{f(x_2)-f(x_0)}{2*h}$$

$$f'(x_2) = \frac{f(x_0)-4*f(x_1)+3*f(x_2)}{2*h}$$

$$f''(x_1) = \frac{f(x_0)-2*f(x_1)+f(x_2)}{h^2}$$

Numericke integrovani:

Lichobeznikova metoda:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2}*(f(a)+f(b))$$

Slozena lichobeznikova metoda:

$h = \frac{b-a}{n}$ n-pocet dielikov (m)

$$\int_a^b f(x)dx = h*(\frac{1}{2}*f(x_0)+f(x_1)+\cdots+f(x_{n-1}) + \frac{1}{2}*f(x_n))$$

Chyba lichobeznikovej metody:

$$|int - Lnum| \leq \frac{(b-a)^3}{12*n^2}*MAX(f =< a,b >)|f''(t)|$$

Simpsonova metoda:

Uzly a, (a+b)/2, b $\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{6}*(f(a)+4*f(\frac{a+b}{2})+f(b))$

Slozena simpsonova metoda:

$h = \frac{b-a}{n}$, n musi byt sude

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}*(f(x_0)+4*\sum_{\substack{0<i<n \\ i\ je\ liche}} f(x_i)+2*\sum_{\substack{0<i<n \\ i\ je\ sude}} f(x_i)+f(x_n))$$

Chyba simpsonovej metody:

$$|int - Snum| \leq \frac{(b-a)^5}{180*n^4}*MAX(f =< a,b >)|f^{(4)}(t)|$$

Diferencialne rovnice:

Eulerova metoda:

$$y_{i+1} = y_i + h*f(x_i,y_i)$$

1. Modifikovana eulerova metoda:

$$y_{i+1} = y_i + h*k_2$$

$$k_1 = f(x_i,y_i)$$

$$k_2 = f(x_i+\frac{h}{2}, y_i+\frac{h}{2}*k_1)$$

2. Modifikovana eulerova metoda:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}*(k_1+k_2)$$

$$k_1 = f(x_i,y_i)$$

$$k_2 = f(x_i+h, y_i+h*k_1)$$

Metoda Runge-Kutta 4.radu: hodime na tvar: f(x,y)=y'=....

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}*h*(k_1+2*k_2+2*k_3+k_4)$$

$$k_1 = f(x_i,y_i)$$

$$k_2 = f(x_i+\frac{1}{2}*h, y_i+\frac{1}{2}*h*k_1)$$

$$k_3 = f(x_i+\frac{1}{2}*h, y_i+\frac{1}{2}*h*k_2)$$

$$k_4 = f(x_i+h, y_i+h*k_3)$$

PRAVDEPODOBNOST:

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ pravdepodobnost javu B za podminky, ze nastal jav A

Ked nezalezi na mieste napr. 6x hadzeme a padne 3x L a 3x R tak je to $\binom{6}{3}/2\text{\^{}}6$, teda 20/64

napr. 6x hadzeme pocet L > pocet R, teda $P = \frac{\binom{6}{0}\binom{6}{1}\binom{6}{2}}{64}$

P(cerviva)=P(cerviva|dodavatel1)*P(dodavatel1)+ P(cerviva|dodavatel2)*P(dodavatel2)

$$P(dodavatel2|cerviva) = \frac{P(dodavatel2) * P(cerviva|dodavatel2)}{P(cerviva)}$$

Bayesuv vzorec:

$$P(Hj|A) = \frac{P(Hj \cap A)}{P(A)} = \frac{P(Hj) * P(A|Hj)}{P(A)} = \frac{P(Hj) * P(A|Hj)}{\sum_{i=1}^{n} P(Hi) * P(A|Hi)}$$

Stredna hodnota diskretnej nahodnej veliciny:

$$EX = \sum_x x * p(x)$$

Rozptyl:

$DX=E*(X-EX)^2$

$$DX = \sum_x x^2 * p(x) - (EX)^2$$

Smerodajna odchylka:

$$delta = \sqrt{DX}$$

Geometricke rozdeleni: hadzeme vela krat kym nepadne 6. PST ze padne najneskor v druhom hode? p(0)+p(1)

$X \sim Ge(p)$ $\quad p(k) = p^k * (1-p)$ $\quad EX = \frac{p}{1-p}$ $\quad DX = \frac{p}{(1-p)^2}$

Binomicke rozdeleni: hadzeme n-krat kockou, p je pst, ze padane 6. Aka je pst ze 6 padne 2x? p(2)

$X \sim Bi(n,p)$ $\quad p(k) = \binom{n}{k} * p^k - (1-p)^{n-k}$ $\quad EX = n * p$ $\quad DX = n * p * (1-p)$

Hypergeometricke rozdeleni: 16 kariet(N), 4 esa(M). Nahodne 3 karty(n). X udava pocet es v trojici.

$X \sim Hg(N,M,n)$ $\quad p(k) = \frac{\binom{M}{k} * \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ $\quad EX = n * \frac{M}{N}$ $\quad DX = n * \frac{M}{N} * \left(1 - \frac{M}{N}\right) * \frac{N-n}{N-1}$

Poissonovo rozdeleni: urcime si casovu jednotku. X =pocet udalosti za jednotku casu, priemerne nastava λ udalosti za jednotku casu. k=kolko udalosti sa stalo

$X \sim Po(\lambda)$ $\quad p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} * e^{-\lambda}$ $\quad EX = \lambda$ $\quad DX = \lambda$

NAHODNE VELICINY:
Distribucni funkce:
Diskretna

$$\sum_{x_i : p(x_i) > 0} p(x_i) = 1$$

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{i<x} p(t_i)\ ;\ i = 1,2,3 \ldots$$

Spojita
-je spojita a nadvazuje na seba, neklesajuca

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$

Hustota pravdepodobnosti:
Spojita

$$f(x) = F'(x)$$

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

Stredna hodnota: $EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x * f(x)dx$

Rozptyl: $DX = E(X - EX)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - EX)^2 * f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 * f(x)dx$

Kvantil: $\alpha - kvantil\ F(x_\alpha) = P(X < x_\alpha) = \alpha$

Je to hranicni hodnota, pod kterou zustane $\alpha * 100\%$ hodnot

Median = 0.5-kvantil

Exponencialni rozdeleni: podobne ako poissonove rozdeleni. X=doba medzi dvoma vyskytmi udalosti ked vieme ze priemerne nastava λ udalosti za jednotku casu

$X \sim Exp(\lambda)$ f$(x) = \begin{cases} \lambda * e^{-\lambda * x}\ pro\ x \geq 0 \\ 0\ pro\ x < 0 \end{cases}$

$$\mathrm{F}(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda * x}\ pro\ x \geq 0 \\ 0\ pro\ x < 0 \end{cases}$$

$EX = \frac{1}{\lambda}$ $DX = \frac{1}{\lambda^2}$

Normalni rozdeleni:

$$f(x) = \frac{1}{\pi * \sqrt{2 * \pi}} * e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2*\pi^2}}$$

$X = No(\mu, \sigma^2)$ $EX = \mu$ $DX = \sigma^2$

Standardizovane normalni rozdeleni:

$$U \sim No(0,1)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2 * \pi}} * e^{\frac{-x^2}{2}}$$

Distribucni funkce: $\Phi(u) = P(U < u)$

$$\Phi(-\mathrm{u}) = 1 - \Phi(\mathrm{u})$$

Transformacia na standardizovane normalni rozdeleni:

$$U = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Moivre-Laplaceova veta: Podmienky:

n*p>5, n*(1-)>5, n*p*(1-p)>9

$X \sim Bi(n, p) => X \sim No(\mu, \sigma^2)$

$\mu = n * p$ $\sigma^2 = n * p * (1 - p)$

$$P(a < X < b) = P\left(\frac{a - \mu}{\sigma} < U < \frac{b - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{\mathrm{b} - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\mathrm{a} - \mu}{\sigma}\right)$$

Aproximacia s korekciou: Podmienky: a,b su cele cisla

$$P(a < X < b) = P(a - 0.5 < X < b + 0.5) = \Phi\left(\frac{\mathrm{b} + 0.5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\mathrm{a} - 0.5 - \mu}{\sigma}\right)$$

Testovani hypotez:

Nulova hypoteza-je to nahoda

Alternativna hypoteza – nie je to nahoda

Urcena hladina vyznamnosti – $\alpha = 0.01$ => kriticka hodnota T=$\mu_{0.99}$

$$P(X > T) = 0.01$$

$$T = \mu_{0.99}$$

$$P(X < T) = 0.99$$

Zmenime na normlane rozdeleni a vypocitame T. to porovname so zadanou hodnotou.

Priemer hodnot veliciny X:

Vypocitam priemer z hodnot

$X \sim No(\mu, \sigma^2)$ $\bar{X} \sim No(\mu, \frac{\sigma^2}{N})$

Smerodajna odchylka: $\frac{\sigma}{\sqrt{N^2}}$

u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$
0,00	0,5000000	0,30	0,6179114	0,60	0,7257469	0,90	0,8159399	1,20	0,8849303
0,01	0,5039894	0,31	0,6217195	0,61	0,7290691	0,91	0,8185887	1,21	0,8868606
0,02	0,5079783	0,32	0,6255158	0,62	0,7323711	0,92	0,8212136	1,22	0,8887676
0,03	0,5119665	0,33	0,6293000	0,63	0,7356527	0,93	0,8238145	1,23	0,8906514
0,04	0,5159534	0,34	0,6330717	0,64	0,7389137	0,94	0,8263912	1,24	0,8925123
0,05	0,5199388	0,35	0,6368307	0,65	0,7421539	0,95	0,8289439	1,25	0,8943502
0,06	0,5239222	0,36	0,6405764	0,66	0,7453731	0,96	0,8314724	1,26	0,8961653
0,07	0,5279032	0,37	0,6443088	0,67	0,7485711	0,97	0,8339768	1,27	0,8979577
0,08	0,5318814	0,38	0,6480273	0,68	0,7517478	0,98	0,8364569	1,28	0,8997274
0,09	0,5358564	0,39	0,6517317	0,69	0,7549029	0,99	0,8389129	1,29	0,9014747
0,10	0,5398278	0,40	0,6554217	0,70	0,7580363	1,00	0,8413447	1,30	0,9031995
0,11	0,5437953	0,41	0,6590970	0,71	0,7611479	1,01	0,8437524	1,31	0,9049021
0,12	0,5477584	0,42	0,6627573	0,72	0,7642375	1,02	0,8461358	1,32	0,9065825
0,13	0,5517168	0,43	0,6664022	0,73	0,7673049	1,03	0,8484950	1,33	0,9082409
0,14	0,5556700	0,44	0,6700314	0,74	0,7703500	1,04	0,8508300	1,34	0,9098773
0,15	0,5596177	0,45	0,6736448	0,75	0,7733726	1,05	0,8531409	1,35	0,9114920
0,16	0,5635595	0,46	0,6772419	0,76	0,7763727	1,06	0,8554277	1,36	0,9130850
0,17	0,5674949	0,47	0,6808225	0,77	0,7793501	1,07	0,8576903	1,37	0,9146565
0,18	0,5714237	0,48	0,6843863	0,78	0,7823046	1,08	0,8599289	1,38	0,9162067
0,19	0,5753454	0,49	0,6879331	0,79	0,7852361	1,09	0,8621434	1,39	0,9177356
0,20	0,5792597	0,50	0,6914625	0,80	0,7881446	1,10	0,8643339	1,40	0,9192433
0,21	0,5831662	0,51	0,6949743	0,81	0,7910299	1,11	0,8665005	1,41	0,9207302
0,22	0,5870604	0,52	0,6984682	0,82	0,7938919	1,12	0,8686431	1,42	0,9221962
0,23	0,5909541	0,53	0,7019440	0,83	0,7967306	1,13	0,8707619	1,43	0,9236415
0,24	0,5948349	0,54	0,7054015	0,84	0,7995458	1,14	0,8728568	1,44	0,9250663
0,25	0,5987063	0,55	0,7088403	0,85	0,8023375	1,15	0,8749281	1,45	0,9264707
0,26	0,6025681	0,56	0,7122603	0,86	0,8051055	1,16	0,8769756	1,46	0,9278550
0,27	0,6064199	0,57	0,7156612	0,87	0,8078498	1,17	0,8789995	1,47	0,9292191
0,28	0,6102612	0,58	0,7190427	0,88	0,8105703	1,18	0,8809999	1,48	0,9305634
0,29	0,6140919	0,59	0,7224047	0,89	0,8132671	1,19	0,8829768	1,49	0,9318879

u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$	u	$\Phi(u)$
1,50	0,9331928	1,80	0,9640697	2,10	0,9821356	2,40	0,9918025	4,50	0,9999966
1,51	0,9344783	1,81	0,9648521	2,11	0,9825708	2,41	0,9920237	5,00	0,9999997
1,52	0,9357445	1,82	0,9656205	2,12	0,9829970	2,42	0,9922397	5,50	0,9999999
1,53	0,9369916	1,83	0,9663750	2,13	0,9834142	2,43	0,9924506		
1,54	0,9382198	1,84	0,9671159	2,14	0,9838226	2,44	0,9926564		
1,55	0,9394392	1,85	0,9678432	2,15	0,9842224	2,45	0,9928572		
1,56	0,9406201	1,86	0,9685572	2,16	0,9846137	2,46	0,9930531		
1,57	0,9417924	1,87	0,9692581	2,17	0,9849966	2,47	0,9932443		
1,58	0,9429466	1,88	0,9699460	2,18	0,9853713	2,48	0,9934309		
1,59	0,9440826	1,89	0,9706210	2,19	0,9857379	2,49	0,9936128		
1,60	0,9452007	1,90	0,9712834	2,20	0,9860966	2,50	0,9937903		
1,61	0,9463011	1,91	0,9719334	2,21	0,9864474	2,51	0,9939634		
1,62	0,9473839	1,92	0,9725711	2,22	0,9867906	2,52	0,9941323		
1,63	0,9484493	1,93	0,9731966	2,23	0,9871263	2,53	0,9942969		
1,64	0,9494974	1,94	0,9738102	2,24	0,9874545	2,54	0,9944574		
1,65	0,9505285	1,95	0,9744119	2,25	0,9877755	2,55	0,9946139		
1,66	0,9515428	1,96	0,9750021	2,26	0,9880894	2,56	0,9947664		
1,67	0,9525403	1,97	0,9755808	2,27	0,9883962	2,57	0,9949151		
1,68	0,9535213	1,98	0,9761482	2,28	0,9886962	2,58	0,9950600		
1,69	0,9544860	1,99	0,9767045	2,29	0,9889893	2,59	0,9952012		
1,70	0,9554345	2,00	0,9772499	2,30	0,9892759	2,60	0,9953388		
1,71	0,9563671	2,01	0,9777844	2,31	0,9895559	2,70	0,9965330		
1,72	0,9572838	2,02	0,9783083	2,32	0,9898296	2,80	0,9974449		
1,73	0,9581849	2,03	0,9788217	2,33	0,9900969	2,90	0,9981342		
1,74	0,9590705	2,04	0,9793248	2,34	0,9903581	3,00	0,9986501		
1,75	0,9599408	2,05	0,9798178	2,35	0,9906133	3,20	0,9993129		
1,76	0,9607961	2,06	0,9803007	2,36	0,9908625	3,40	0,9996631		
1,77	0,9616364	2,07	0,9807738	2,37	0,9911060	3,60	0,9998409		
1,78	0,9624620	2,08	0,9812372	2,38	0,9913437	3,80	0,9999277		
1,79	0,9632730	2,09	0,9816911	2,39	0,9915758	4,00	0,9999683		