Numerične metode, 1 domača naloga

Andrej Pangerčič, 63070099

3. januar 2014

Delam s podatki $C_1 = 9$ in $C_2 = 9$.

1 naloga

Nalogo bom začel reševati v 32 bitnica.pni natančnosti in po vsaki operaciji ustrezno zaokrožil mantiso na 12 bitov. Pri vsakem nadaljnem računanju bom razširil 12 bitno mantiso z 11 ničlami in zopet računal v 32 bitni natančnosti. Najprej pretvorim moj x v binarno obliko po standardu IEEE 754:

$$\begin{aligned} x &= 6.999 \\ &= 0|10000001|10111111111011111001111 \end{aligned}$$

Zaradi zahteve naloge vzamem samo prvih 12 bitov števila, nato pa še pogledam trinajsti bit ali je enak 1 in prištejem enico mantisi, če je pogoj izpolnjen. V mojem primeru imam mantiso |101111111110|11111001111| in pogoj je izpolnjen:

$$\begin{aligned} x &= 6.9990234 \\ &= 1.101111111111 * 2^2 \end{aligned}$$

Sedaj izračunam x*x v 32 bitni ninatančnosti:

$$\begin{aligned} x^2 &= 6.9990234 * 6.9990234 \\ &= 48.986328554 \\ &= 1.10000111111001000000000 * 2^5 \end{aligned}$$

Popravim mantiso: 100001111110|01000000000 tako, da samo odrežem odvečne bite. Dobim približek števila:

$$\begin{aligned} x^2 &= 48.984375 \\ &= 1.100001111110 * 2^5 \end{aligned}$$

Izračunam izraz:

$$\begin{aligned} A &= C1 + 2 * C2 + 3 \\ &= 9 + 2 * 9 + 3 = 30 \end{aligned}$$

Izračunam ulomek do konca v 32 bitni natančnosti:

$$\begin{aligned} x^2/30 &= 1.632877618 \\ &= 1.101000100000001000100010 \end{aligned}$$

Zaokrožim ulomek na 12 bitno mantiso 101000100000|01000100010 tako, da zopet odrežem odvečne bite:

$$\begin{aligned} x^2/30 &= 1.6328125 \\ &= 1.101000100000 \end{aligned}$$

Izračunam končni rezultat na 32 bitov natančno:

$$\begin{aligned} x^2/30 - 1 &= -5.366145782 \\ &= 1.01010111011011101110111 * 2^2 \end{aligned}$$

in zaokrožim končni rezultat na 12 bitno mantiso

010101110110|11101110111

tako, da enico prištejem k mantisi:

$$\begin{aligned} x^2/30 - 1 &= -5.366145782 \\ &= -1.010101110111 * 2^2 \end{aligned}$$

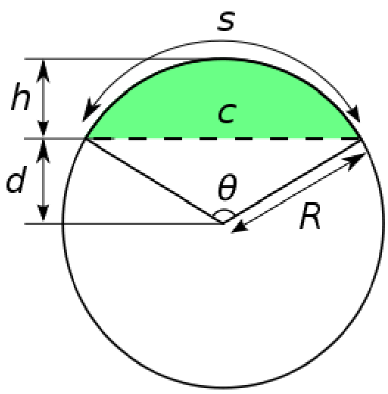
2 naloga

Imam tračnico dolžine c = 199m in razteg v velikosti 18cm. Pomagal si bom s pomočjo formul za krožni odsek:

$$\begin{aligned} s &= \varphi * R \\ c &= 2 * R * sin(\varphi/2) \\ h &= R(1 + cos(\varphi/2)) \end{aligned}$$

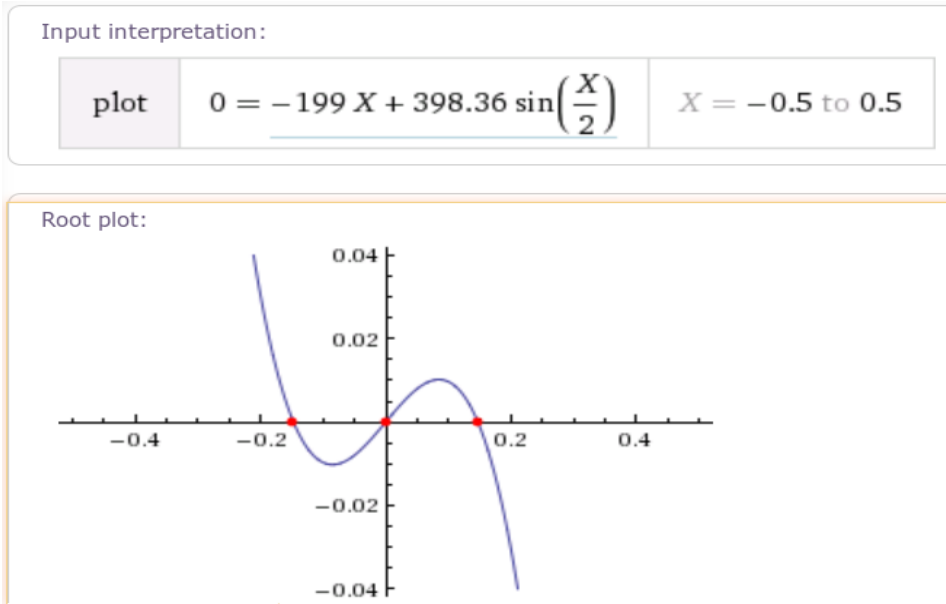
Iz prve enačbe izrazim R in ga vstavim v drugo enačbo, dam c na drugo stran in pomnožim še z φ.

$$\begin{aligned} c &= 2 * \frac{s}{\varphi} * sin(\varphi/2) \\ 0 &= 2 * \frac{s}{\varphi} * sin(\varphi/2) - c \\ 0 &= 2 * s * sin(\varphi/2) - c * \varphi \end{aligned}$$



Zadnjo enačbo vzamem kot funkcijo $\varphi - ja$ in izračunam njene ničle. Če bo takšen φ obstajal za zadnjo enačbo, bo obstjal tudi takšen radij R s katerim lahko na koncu še izračunamo dvig mojega tira.

Najprej s pomočjo wolframalpha pogledam kako funkcija izgleda. Vidim, da ima tri ničle, eno na negativni strani osi x, eno na pozitivni strani, ter tretjo v x = 0. Iz fizikalnega stališča nas zanima samo pozitvna ničla. :)



Metodo bisekcije katera deluje nad funkcijo sem potegnil s strani profesorja Bora Plestenjaka, ter jo malo spremenil. Skripta se ustavi, ko je rešitev znotraj intervala [a,b] in je velikost intervala je manjša od ene sto miljonine.

Program sem klical na sledeči način:

```
y = bisekcija(inline('2*199.18*sin(x/2) - 199 * x'),
```

```
    0.1, 0.2, 1/1000000000)
```

in dobil rezultat za:

$$\varphi = 0.14729157|0901871$$

, po 24 koraku iteracije.

Tangentno metodo sem zopet posnel s strani Bora Plestenjaka in jo klical na sledeči način:

```
y = tangentna(inline('2*199.18*sin(x/2) - 199 * x'),
    inline('199.18 * cos(x/2) - 199'), 0.1, 1/10000000, 10)
```

kjer dobim rešitev

$$\varphi = 0.14729157|1854411$$

v sedmem koraku iteracije. Tu sem moral izračunati še odvod funkcije in ga podati metodi.

Sledi sekantna metoda(zopet sneta iz spletne strani in malenkostno spremenjena) s klicem:

```
y = sekantna(inline('2*199.18*sin(x/2) - 199 * x'),
    0.1, 0.2, 1/10000000, 10)
```

kjer v 8. koraku dobim rešitev $\varphi = 0.14729157|1854425$. Pri tem sem še podal drugi približek za rešitev, katerega sem odčital iz zgornje slike.

Regula falsi s klicem:

```
y = regulafalsi(inline('2*199.18*sin(x/2) - 199 * x'),
    0.1, 0.2, 1/10000000)
```

kjer v 30. koraku dobim rešitev:

$$\varphi = .14729157|1854421$$

Sedaj lahko izračunam R, kjer za φ vzamem rezultat, ki je natančen na 8 decimalk:

$$\begin{aligned} R &= s/\varphi \\ &= 199.18/0.14729157 \\ &= 1352.28377292740m \end{aligned}$$

Na koncuše poračunam višino dviga moje tračnice:

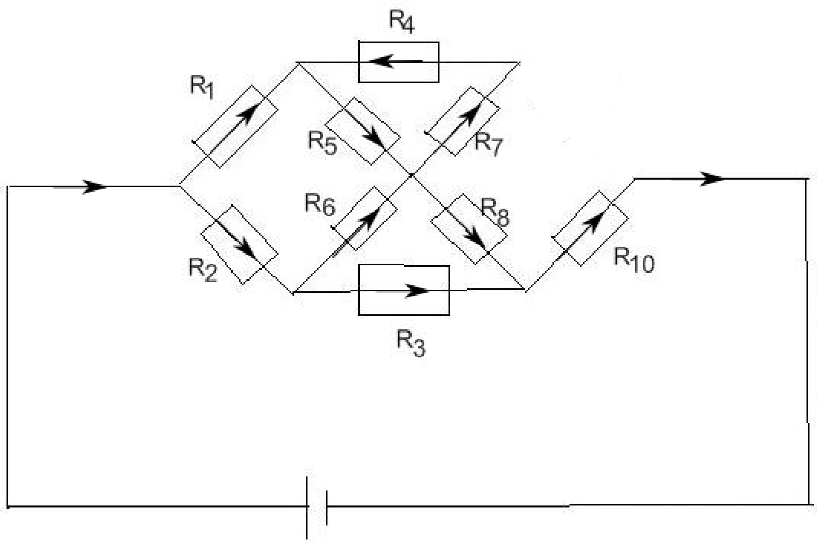
$$\begin{aligned} h &= R(1 + cos(\varphi/2)) \\ &= 3.66553476608998m \end{aligned}$$

3 naloga

Te naloge ne bom rešil...

4 naloga

Imam naslednjo skico vezja in naslednje enačbe:



vsota tokov(I_0 je tok celotnega sistema, ostali I_i pa sovpadajo z upori na skici):

$$I_0 = I_1 + I_2 ==> I_0 - I_1 - I_2 = 0$$
$$I_1 + I_4 = I_5 ==> I_1 + I_4 - I_5 = 0$$
$$I_2 = I_3 + I_6 ==> I_2 - I_3 - I_6 = 0$$
$$I_5 + I_6 = I_7 + I_8 ==> I_5 + I_6 - I_7 - I_8 = 0$$
$$I_3 + I_8 = I_10 ==> I_3 + I_8 - I_10 = 0$$
$$I_0 = I_10 ==> I_0 - I_10 = 0$$

zanke:

$$R_1 * I_1 + R_5 * I_5 - R_2 * I_2 - R_6 * I_6 = 0$$
$$R_4 * I_4 + R_5 * I_5 + R_7 * I_7 = 0$$
$$R_6 * I_6 + R_8 * I_8 - R_3 * I_3 = 0$$

napetost:

$$R_2 * I_2 + R_3 * I_3 + R_10 * I_10 = 2013$$

Keofeciente tokov sem vpisal v matriko A, v vektor b pa vpisal desne strani enačb, ter na koncu rešil še sam sistem:

```
x = A\b
```

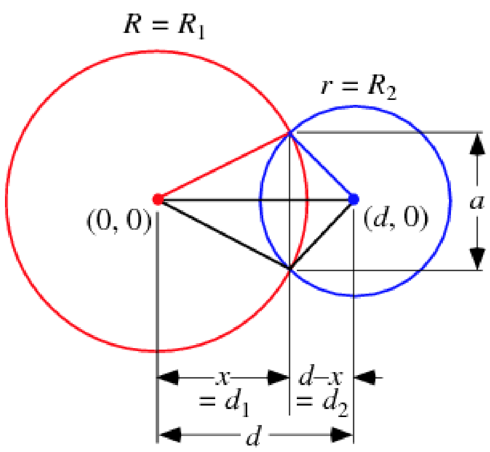
Nadomestno upornost dobim tako, da skupno napetost delim z skupnim tokom:

$$\begin{aligned} R &= \frac{U}{I_0} \\ &= \frac{2013V}{1445.086A} \\ &= 1.3930\Omega \end{aligned}$$

5 naloga

Pri reševanju prvega dela naloge sem si pomagal s spletno stranjo. Kjer sem vzel enačbo:

$$\begin{aligned} P(r,R,d) = r^2cos^{-1}(\frac{d^2+r^2-R^2}{2dr}) + R^2cos^{-1}(\frac{d^2+R^2-r^2}{2dR}) \\ -\frac{1}{2}\sqrt{(-d+r+R)(d+r-R)(d-r+R)(d+r+R)} \end{aligned}$$



V mojem primeru imam naslednje podatke:

$$\begin{aligned} R &= 10m \\ d &= 10m \end{aligned}$$

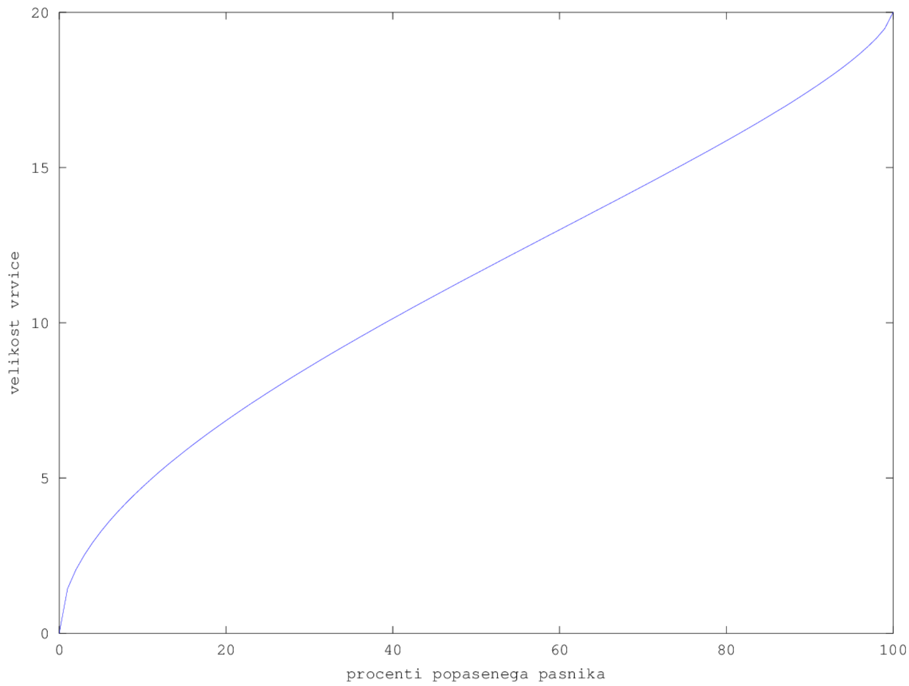
in vem:

$$P(r,10,10) = s\pi 10^2$$

Za podani procent s% popašenega pašnika me zanima koliko more biti dolga vrvica, na katero je pripeta ovčka. Nastavim novo enačbo:

$$g(r) = P(r, 10, 10) - s\pi 10^2$$

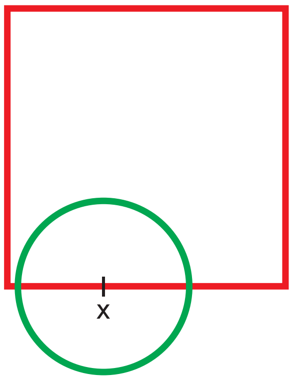
kjer iščem ničle funkcije g(r) z metodo fzero na intervalu [0, 20]m. Rešitev enačbe je dolžine vrvice, ki jo rabimo, da lahko ovca popase s% okroglega pašnika.



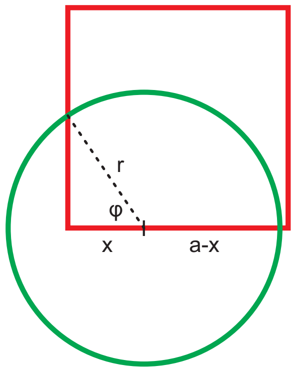
Slika 1: Velikost vrvice narašča v odvisnosti od naraščanja procentov popašenga pašnika

Pri drugem delu sem si izbral pašnik v obliki kvadrata. Ker je težko določiti enolično enačbo za izračun dolžine vrvice, sem si problem razdelil na pet podproblemov. Ker je kvadrat simetričen lik sem rešitve iskal samo na eni stranici. V odvisnosti od pozicije palčke na stranici in procenta s% najprej preverim ali lahko ovca popaše polkrog v kvadratu(prvi podproblem). Če je procent popašenega travnika večji, kot zahtevamo vzamem enačbo prvega podproblema in jo enačim s zahtevanimi procenti in poiščem ničlo funkcije s pomočjo metode fzero. Ničla te enačbe je ravno dolžina vrvice, ki jo ovčka potrebuje, da popase željeni procent pašnika.

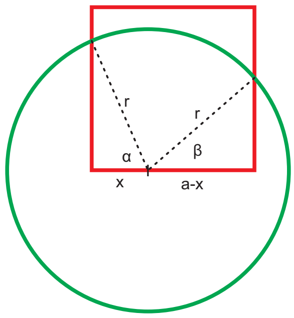
V primeru, da je željeni procent večji, kot pa lahko popašemo na prvi način, izberem naslednji podproblem in probam dobiti velikost vrvice. Če



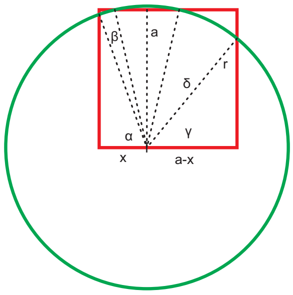
(a) polkrog v kvadratu



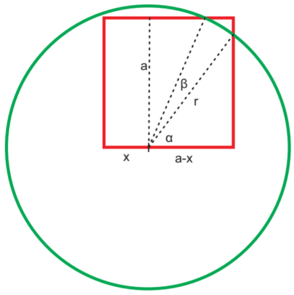
(b) vrvica se dotika vsaj ene stranice



(c) vrvica se dotika dveh stranic



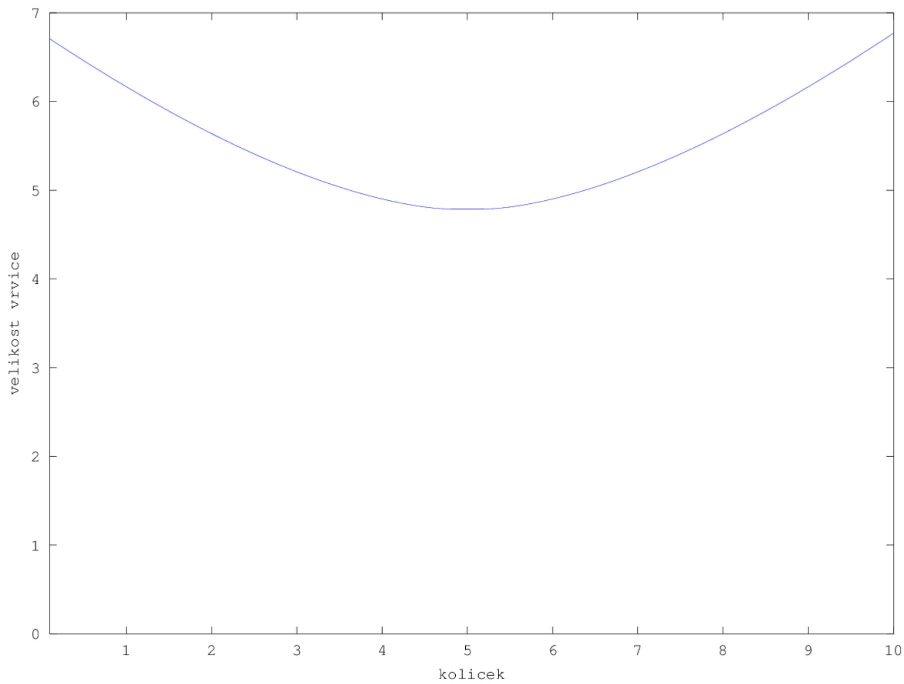
(d) vrvica se dotika vseh treh stranic



(e) skoraj diagonalno reševanje

to ne uspe, mi preostanejo še trije načini reševanja problema.

Klici funkcije občasno vračajo napako, saj nisem uspel najti vseh robnih primerov pri posameznem podproblemu.



Slika 2: Velikost vrvice v odvisnosti od pozicije količka na stranici, kjer more ovca popasti 36% kvadratnega pašnika