

NUMERIČNE METODE 2

Finančna matematika

2. domača naloga

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom *ime-priimek-vpisna-2.zip* in jih oddajte preko sistema Moodle (<http://ucilnica.fmf.uni-lj.si>) najkasneje do konca 7. junija 2014. ZIP datoteka naj vsebuje poročilo, v katerem za vsako nalogo opišete postopek reševanja, zapišete rešitev in komentirate rezultate. Rešitvi priložite programe, s katerimi ste naloge rešili. Naloge naj bodo rešene v Matlabu (uporabite lahko tudi Octave ali Scilab).

Naj bodo $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ zadnje štiri cifre vaše vpisne številke in naj bo $A = 2 + \frac{\alpha_3}{10} + \frac{\alpha_4}{100}$.

1. Integral $\int_a^b f(x) dx$ za

$$f(x) = (1 + \alpha_3 + \alpha_4) e^{-\frac{x^2}{4}} \sin x, \quad a = 0, \quad b = 3,$$

izračunajte na naslednje načine:

- (a) S sestavljenim Simpsonovim pravilom, kjer razdelite interval na $2m$ delov, kjer naj bo $m = 1, 5, 20$.
- (b) Z vgrajeno funkcijo `quad` z natančnostjo 10^{-16} .

2. Runge Kutta metoda reda 4:

Uporabi Runge-Kutta metodo reda 4 za iskanje približne rešitve ($y(2)$) naslednje diferencialne enačbe 2 reda.

$$\begin{aligned} t^2 y'' - 2ty' + 2y &= t^3 \log(t) \\ y(1) &= 1, y'(1) = 0 \\ 1 &\leq t \leq 2, \\ \text{kjer je } h &= 0.1. \end{aligned}$$

in primeraj dobljene rezultate s točno rešitvijo;

$$y(t) = \frac{7}{4}t + \frac{1}{2}t^3 \log(t) - \frac{3}{4}t^3$$

Najprej pretvori diferencialno enačbo drugega reda na sistem dveh diferencialnih enačb prvega reda. Naj bo $Y_1(t) = y(t)$ in $Y_2(t) = Y_1'(t)$. Potem dobimo sistem:

$$\begin{aligned} Y_1' &= y' = Y_2 \\ Y_2' &= y'' = \frac{t^3 \log(t) + 2ty' - 2y}{t^3} = \frac{t^3 \log(t) + 2tY_2 - 2Y_1}{t^2} \\ Y_1(1) &= 1, Y_2(1) = 1. \end{aligned}$$

Za reševanje sistema $Y'(t) = f(Y, t)$, $Y(t_0) = Y_0$ uporabi Runge-Kutta metodo:

$$t_{n+1} = t_n + h$$

$$k_1 = f(t_n, Y_n)$$

$$k_2 = f(t_n + \frac{1}{2}h, Y_n + \frac{h}{2}k_1)$$

$$k_3 = f(t_n + \frac{1}{2}h, Y_n + \frac{h}{2}k_2)$$

$$k_4 = f(t_n + h, Y_n + hk_3)$$

$$y(t_{n+1}) = y_n + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Na koncu reši dobljeno diferencialno enačbo s pomočjo vgrajene funkcije `ode45`.
Nariši vse tri krivulje. Ali kaj opaziš?