



Inversão não-linear: Métodos Heurísticos

Prof. André L. A. dos Reis

Rio de Janeiro 2022

Objetivos da aula

- * Os métodos por gradiente (revisão)

- * Métodos Heurísticos

- * Exemplos:

- Algoritmo genético
- Simulated annealing

Os métodos por gradiente

Modelagem direta: *sintoniza manualmente* o conjunto de parâmetros e compara com os dados observados

Dados preditos: dados gerados por um conjunto de parâmetros que descrevem o nosso modelo, que nos traz a relação física e matemática do problema

Dados observados: medições realizadas na superfície da Terra

$$\mathbf{d}^p = \mathbf{f}(\mathbf{p})$$

Dados preditos

$$\mathbf{d}^o$$

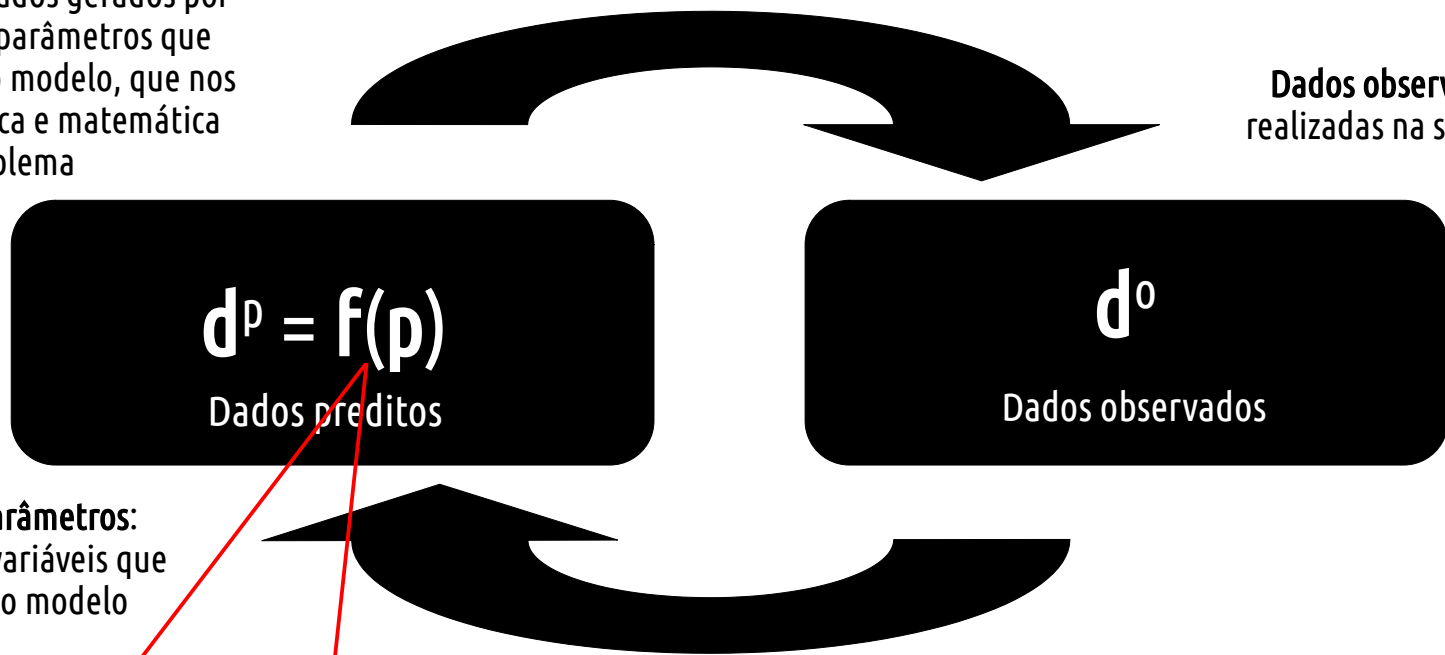
Dados observados

Vetor de parâmetros: conjunto de variáveis que descrevem o modelo

Problema inverso: *estima automaticamente* o conjunto de parâmetros a partir dos dados observados

Linear

Não-linear



Os métodos determinísticos

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

Vetor de parâmetros

$$\mathbf{d}^p = \begin{bmatrix} d_1^p \\ \vdots \\ d_N^p \end{bmatrix}$$

Vetor de dados preditos

$$\mathbf{d}^o = \begin{bmatrix} d_1^o \\ \vdots \\ d_N^o \end{bmatrix}$$

Vetor de dados observados

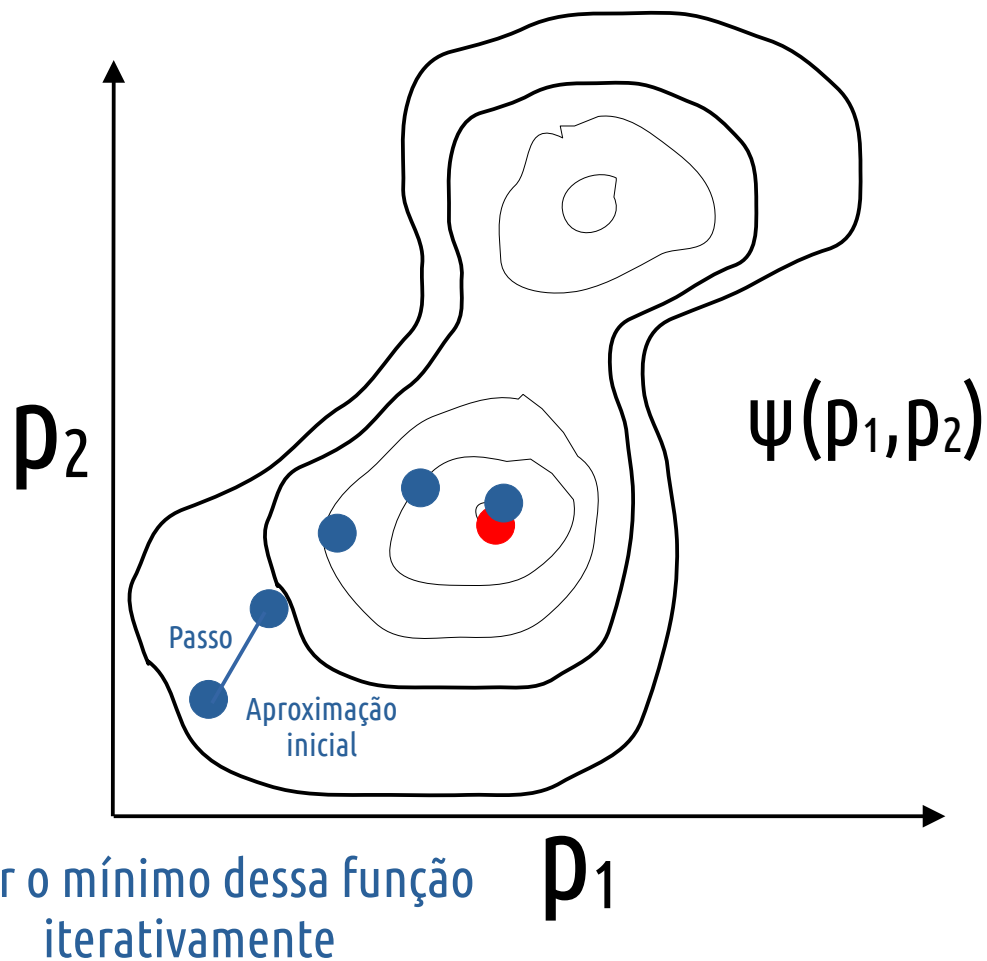
$$\nabla \psi(\mathbf{p}) = \mathbf{0}$$

O gradiente da função
de ajuste

$$\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{d}^o - \mathbf{d}^p\|_2^2$$

Função de ajuste

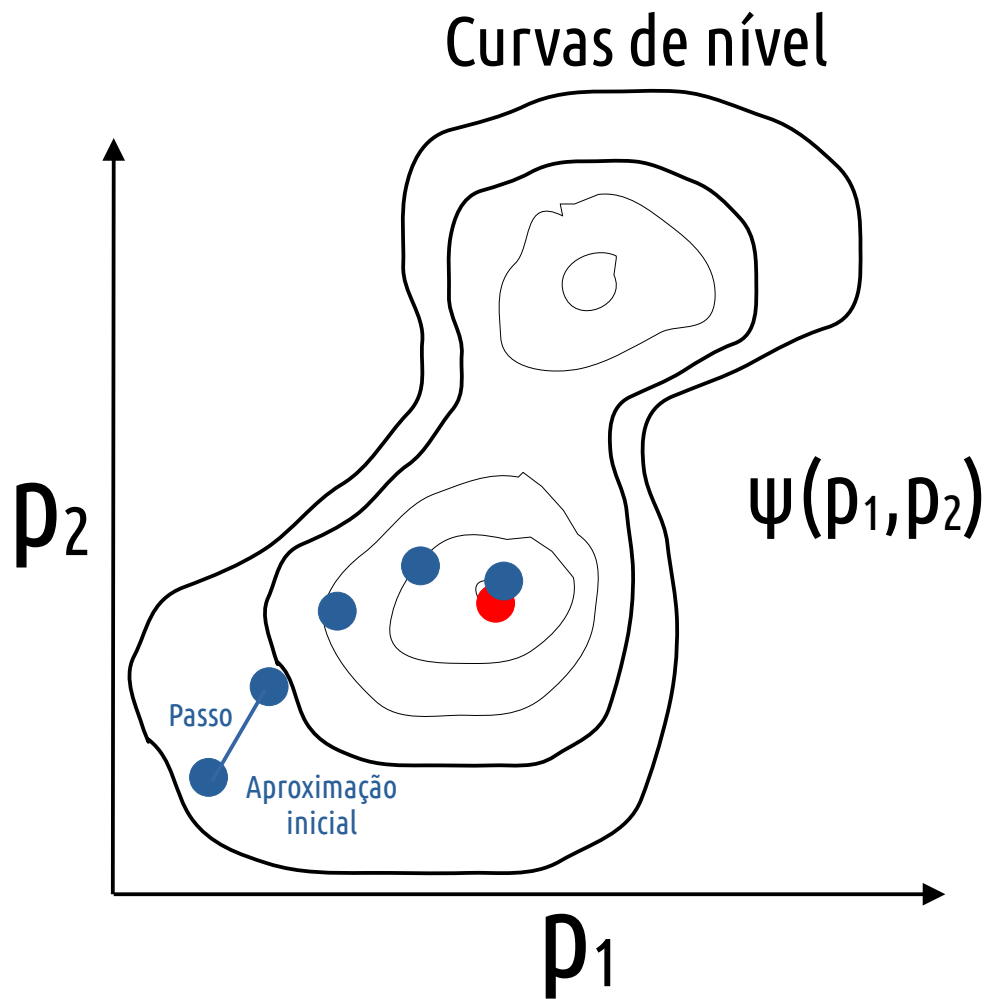
Curvas de nível



Os métodos determinísticos

Existem dois tipos de métodos que minimizam estas funções:

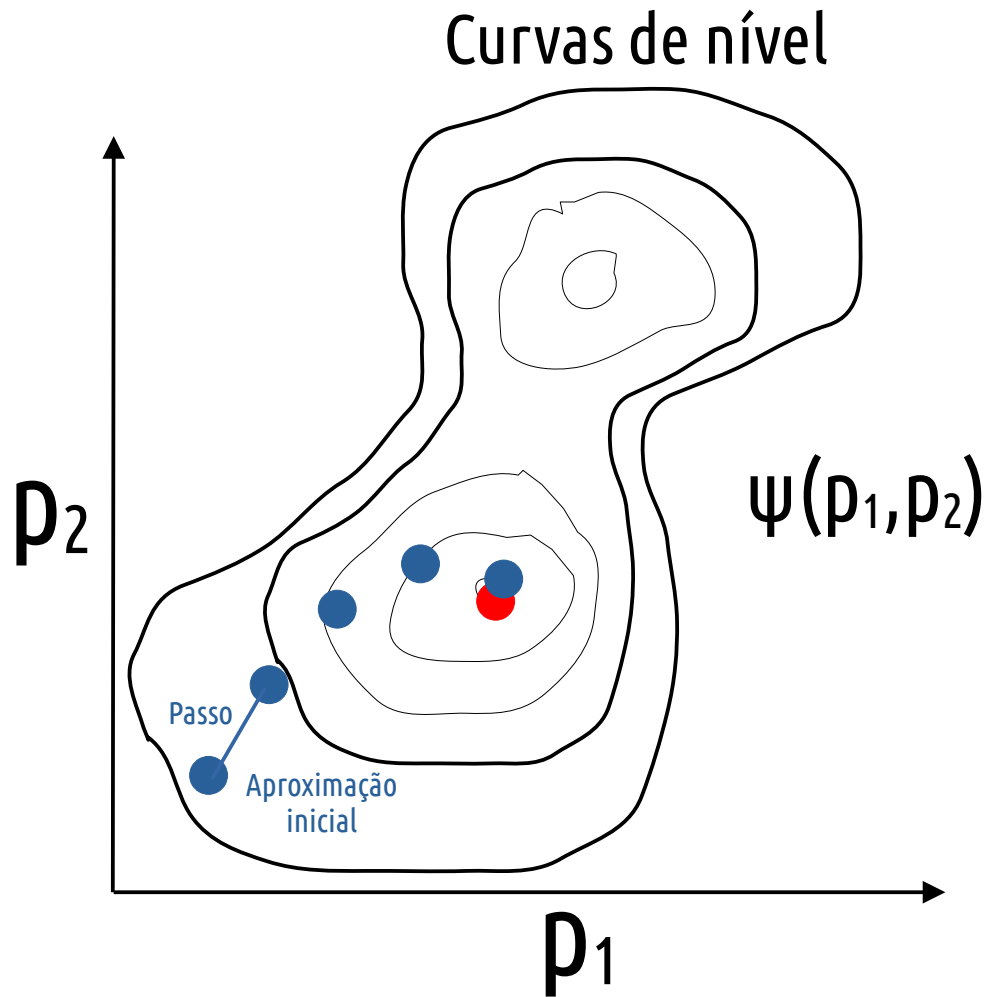
Métodos por gradiente
(Determinísticos)



Os métodos determinísticos

Métodos por gradiente :

- Steepest descent
- Newton
- Gauss-Newton
- Levenberg-Marquardt



Os métodos determinísticos

Problema não-linear

$$\mathbf{d}^p \neq \mathbf{G}\mathbf{p}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}_0)\Delta\mathbf{p} = -\mathbf{J}(\mathbf{p}_0)$$

Sistema de equações

Steepest Descent : $1/\eta$

Newton : $\mathbf{H}(\mathbf{p}_0)$

Gauss-Newton : $\mathbf{J}^T(\mathbf{p}_0)\mathbf{J}(\mathbf{p}_0)$

Levenberg-Marquardt : $\mathbf{J}^T(\mathbf{p}_0)\mathbf{J}(\mathbf{p}_0) + \lambda\mathbf{I}$

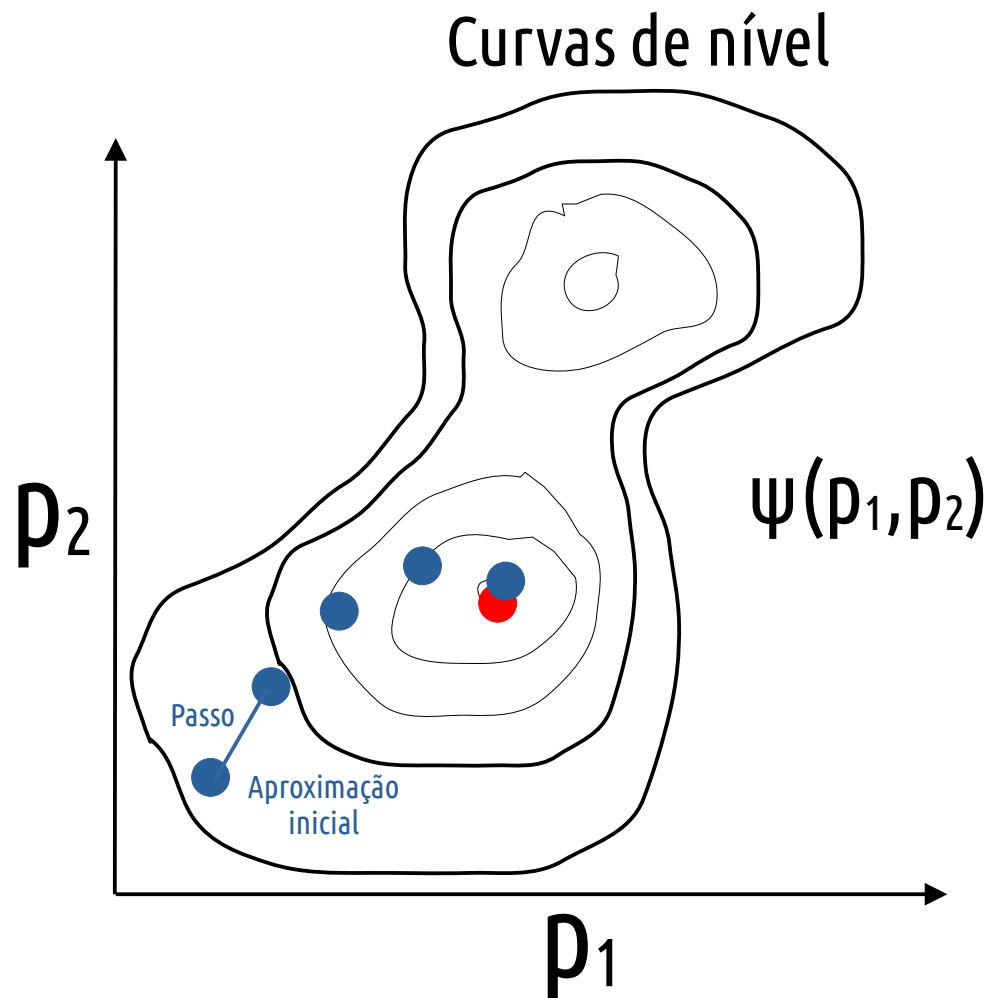
Métodos heurísticos

Os métodos heurísticos

Existem dois tipos de métodos que minimizam estas funções:

Métodos por gradiente
(Determinísticos)

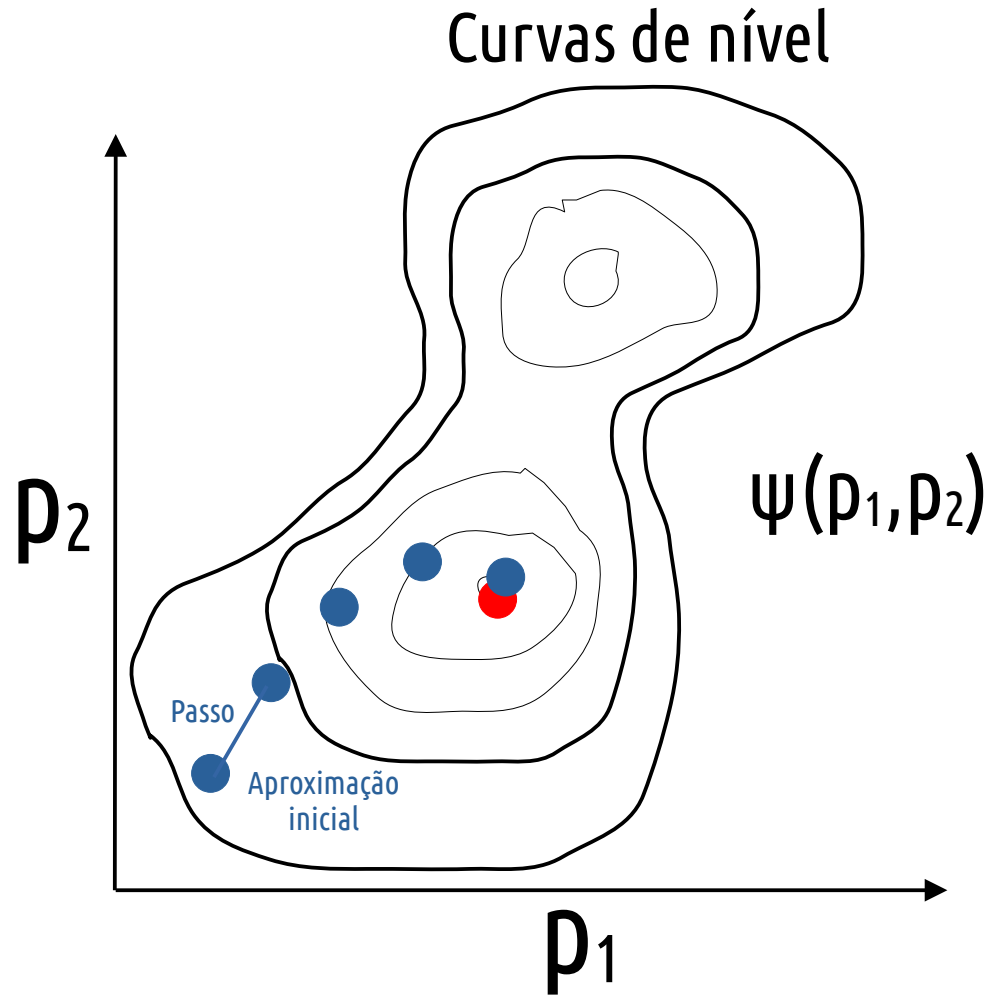
Métodos Heurísticos



Os métodos heurísticos

Métodos Heurísticos :

- Simulated Annealing
- Colônia de formigas
- Algoritmo Genético
- Busca Tabu
- Busca dispersa



São métodos por busca feitos por algoritmos para encontrar soluções para um dado problema.

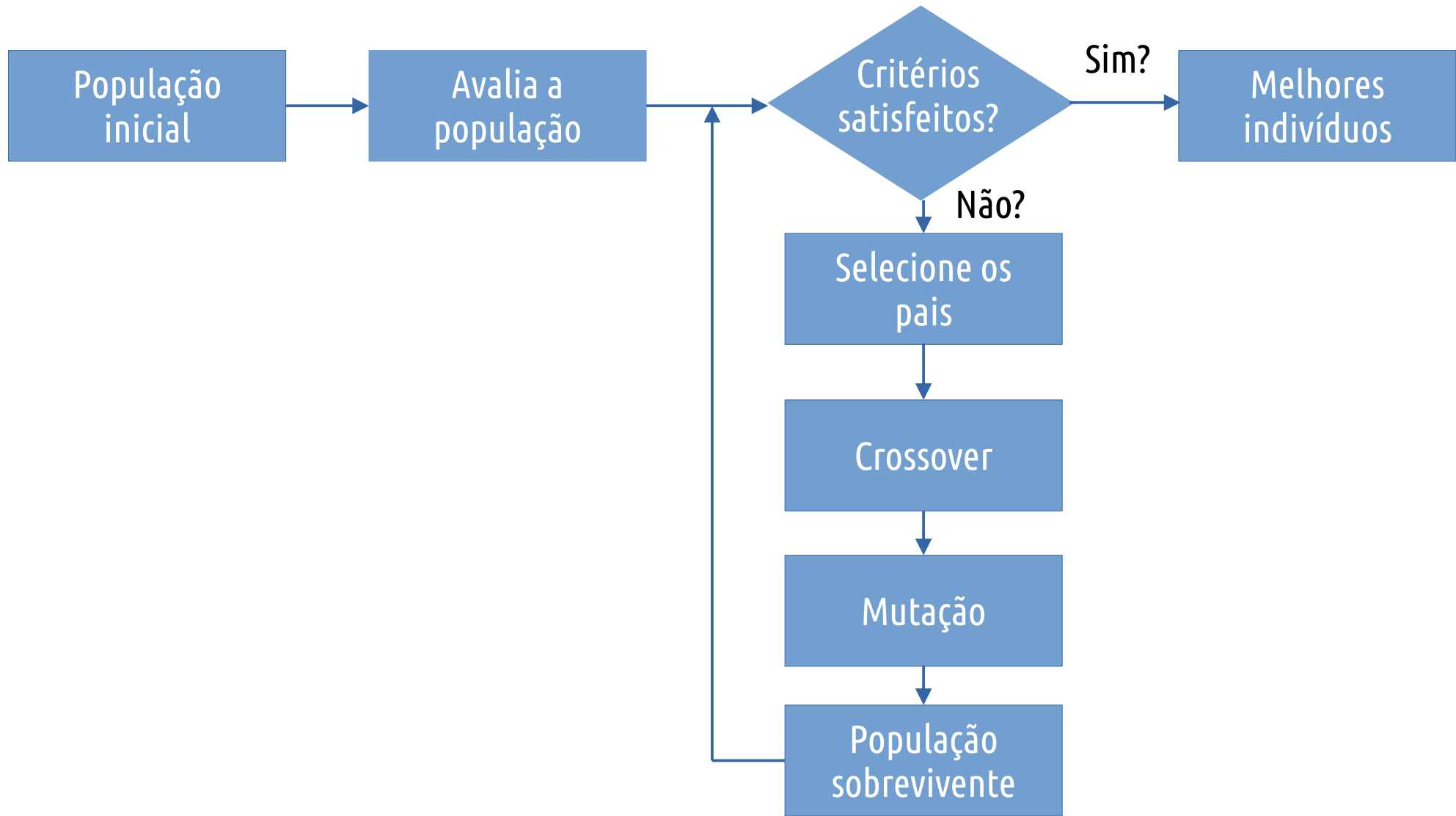
A vantagem é que neste tipo de otimização alguns procedimentos matemáticos são dispensados, tais como derivadas e outros cálculos.

Algoritmo genético (AG)

É uma ferramenta de otimização que se baseia na seleção natural das espécies, no qual aqueles indivíduos mais aptos tem mais chance de sobrevivência.

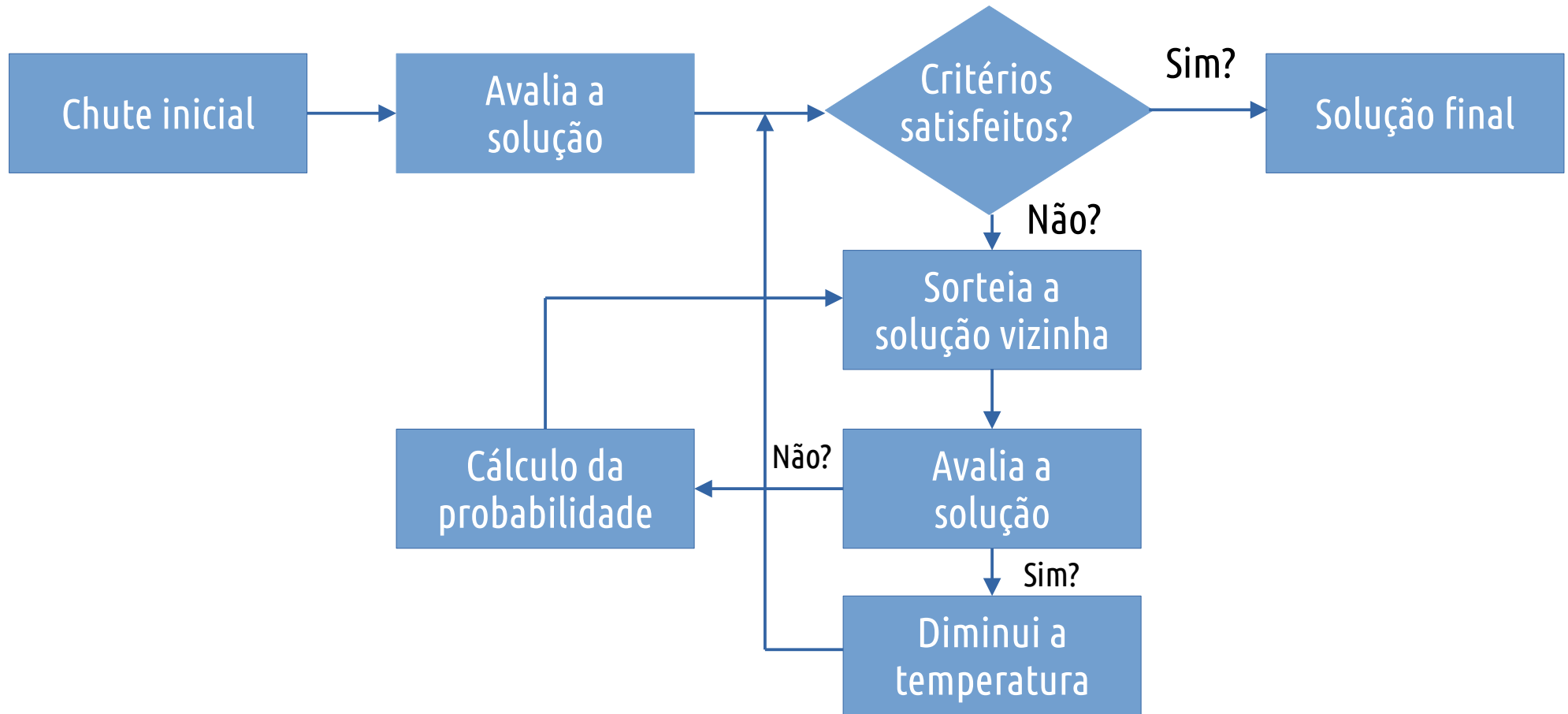
AG em algumas etapas...

1. **Definição da população inicial** : Um conjunto de indivíduos escolhidos aleatoriamente dentro dos limites de busca;
2. **Avaliação da população** : Aptidão desta população inicial em minimizar a função objetivo;
3. **Seleção dos pais** : Selecionar os indivíduos mais aptos dentre os membros da população.
4. **Crossover** : A etapa de cruzamento é onde os pais são pareados e gerarão uma geração de indivíduos mais aptos geneticamente.
5. **Mutação** : Aqui alguns indivíduos irão sofrer mutação de forma aleatória.
6. **Avaliação da população** : O mesmo da etapa 2.
7. **Elitismo** : A replicação dos indivíduos mais aptos.



Simulated annealing (SA)

Tem como fundamento a termodinâmica que procura simular o resfriamento de um conjunto de átomos aquecidos.



Até breve!