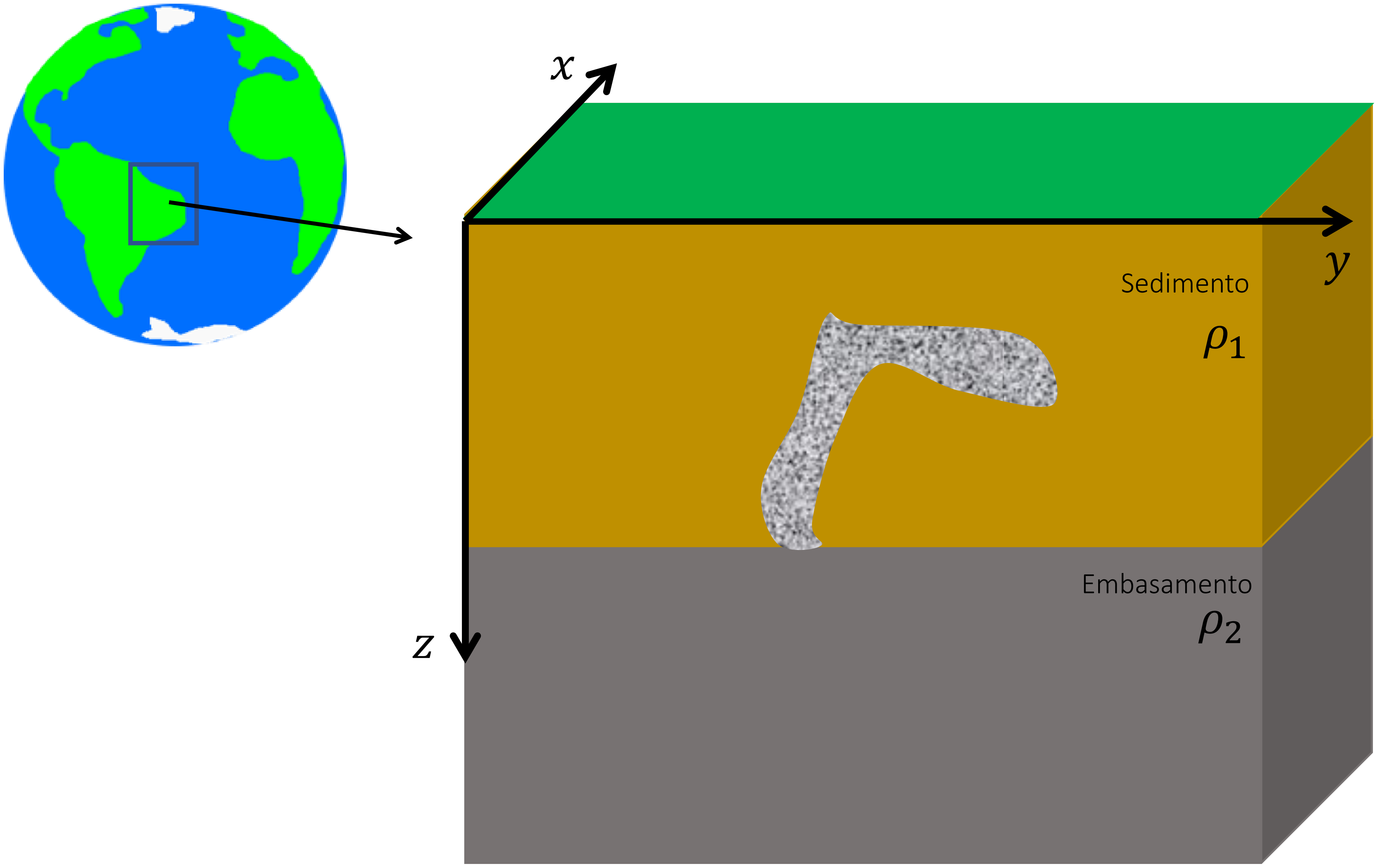
Introdução a Inversão de dados magnéticos e de gravidade (**Parte II**): Exemplos de aplicações

Prof. André Luis Albuquerque dos Reis

Rio de Janeiro 2021

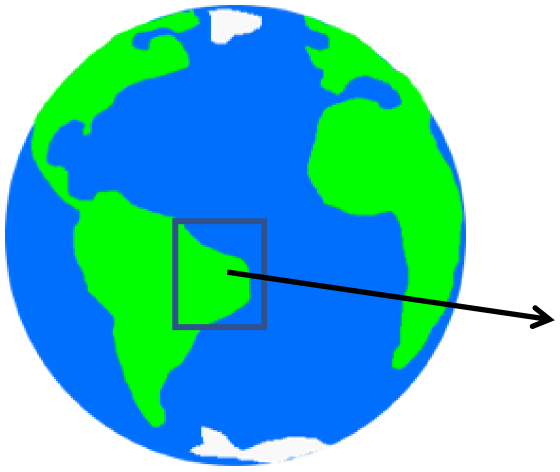
Inversão de dados potenciais

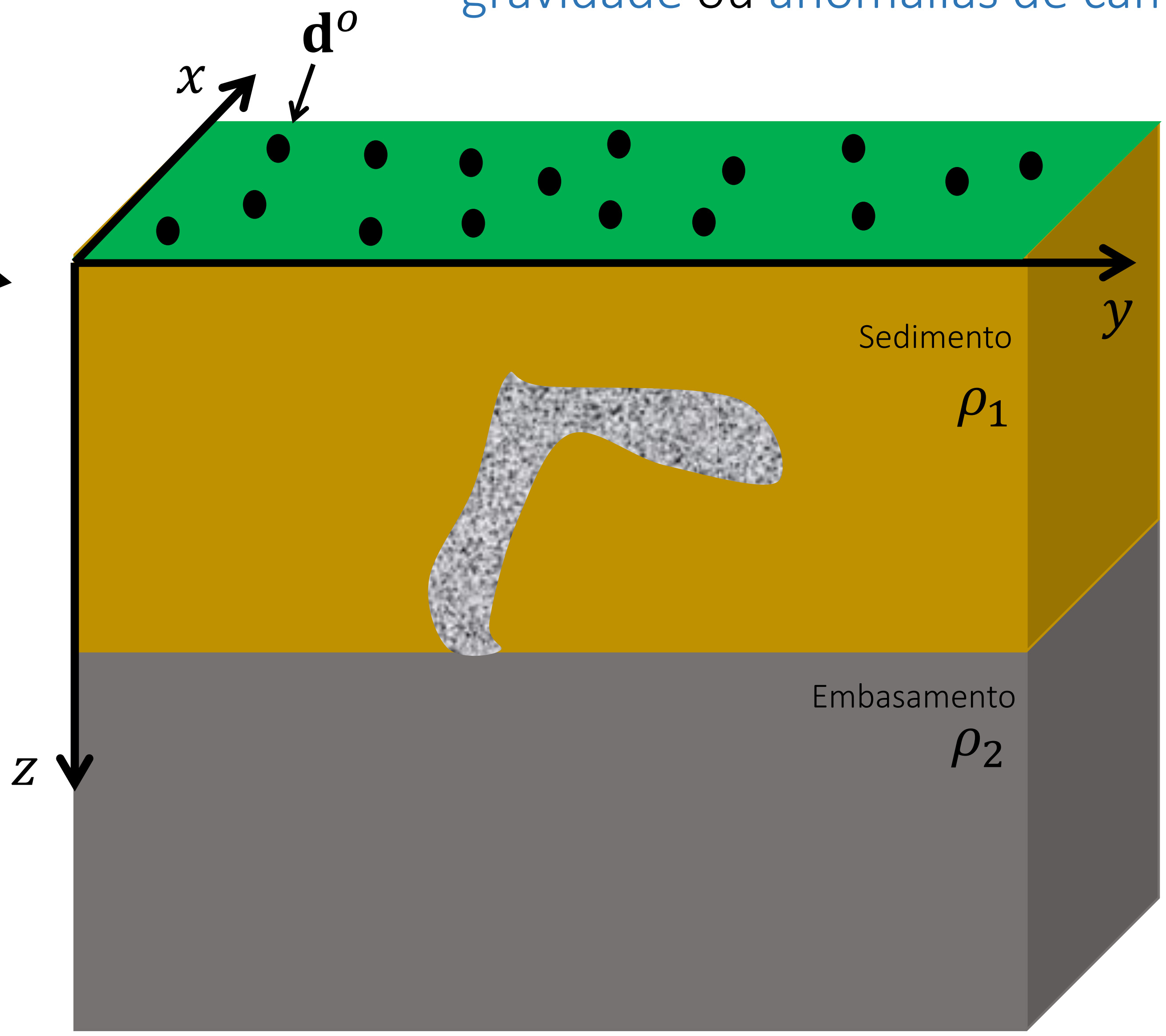
Como funciona isso?



Como funciona isso?

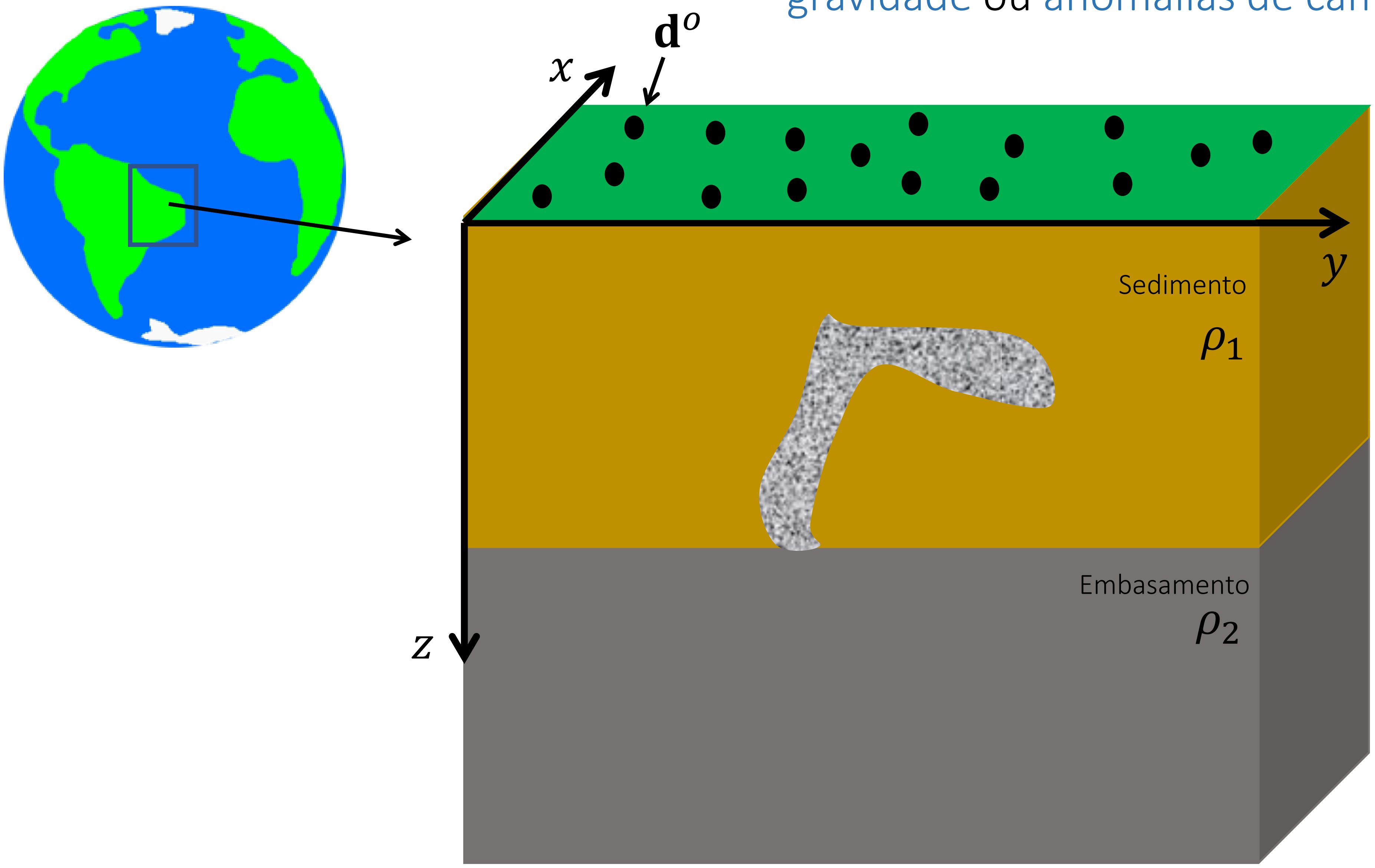
Um conjunto de dados observados, que podem ser dados de distúrbio de gravidade ou anomalias de campo total





Como funciona isso?

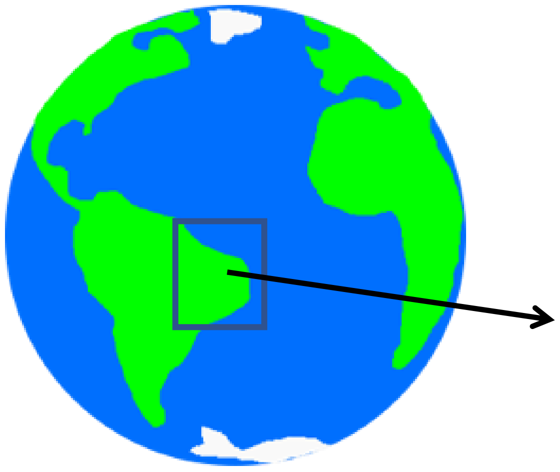
Um conjunto de dados observados, que podem ser dados de distúrbio de gravidade ou anomalias de campo total

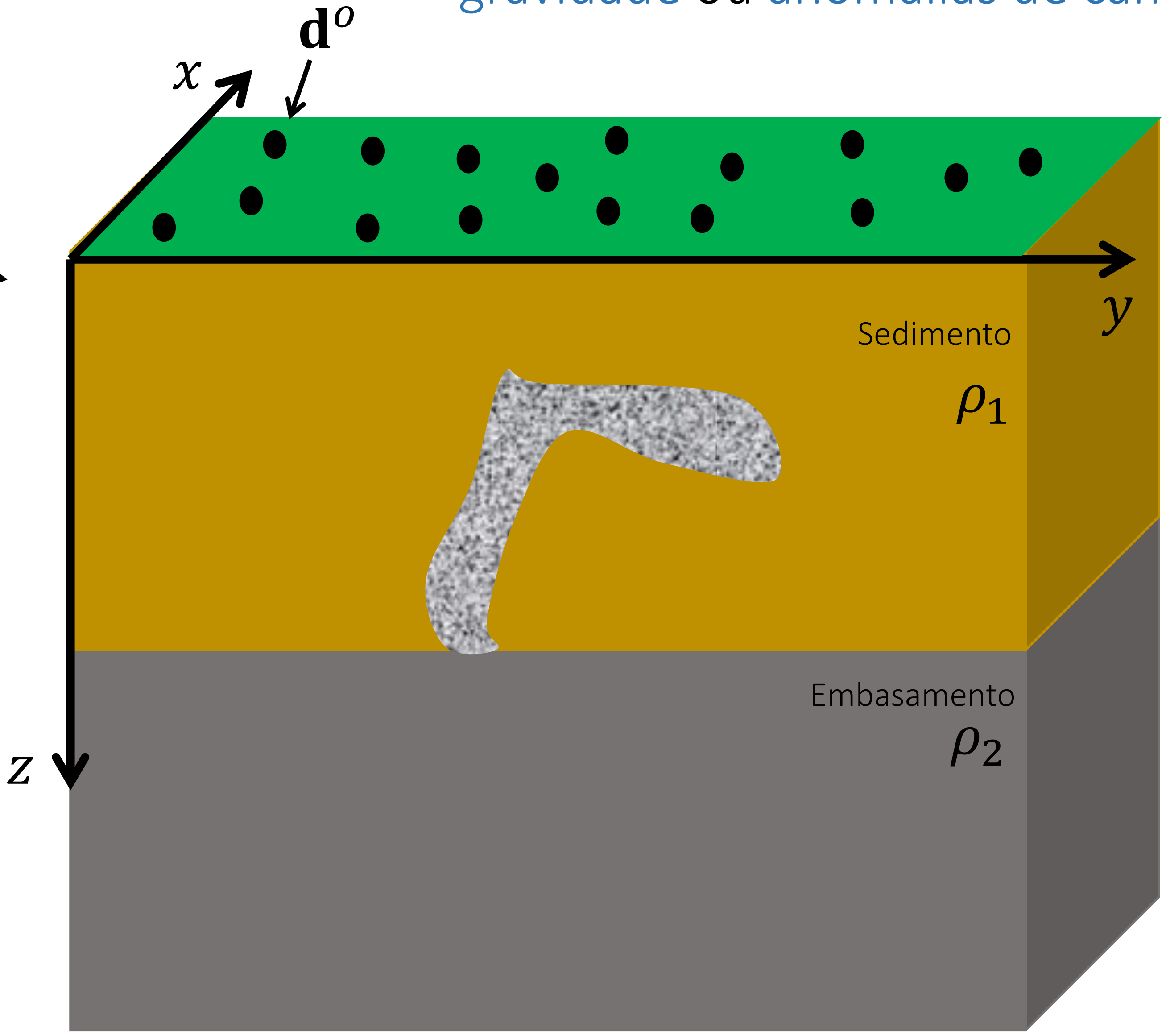


A partir destas medições podemos estimar as propriedades físicas da fonte geológica, ou até mesmo a sua geometria.

Como funciona isso?

Um conjunto de dados observados, que podem ser dados de distúrbio de gravidade ou anomalias de campo total



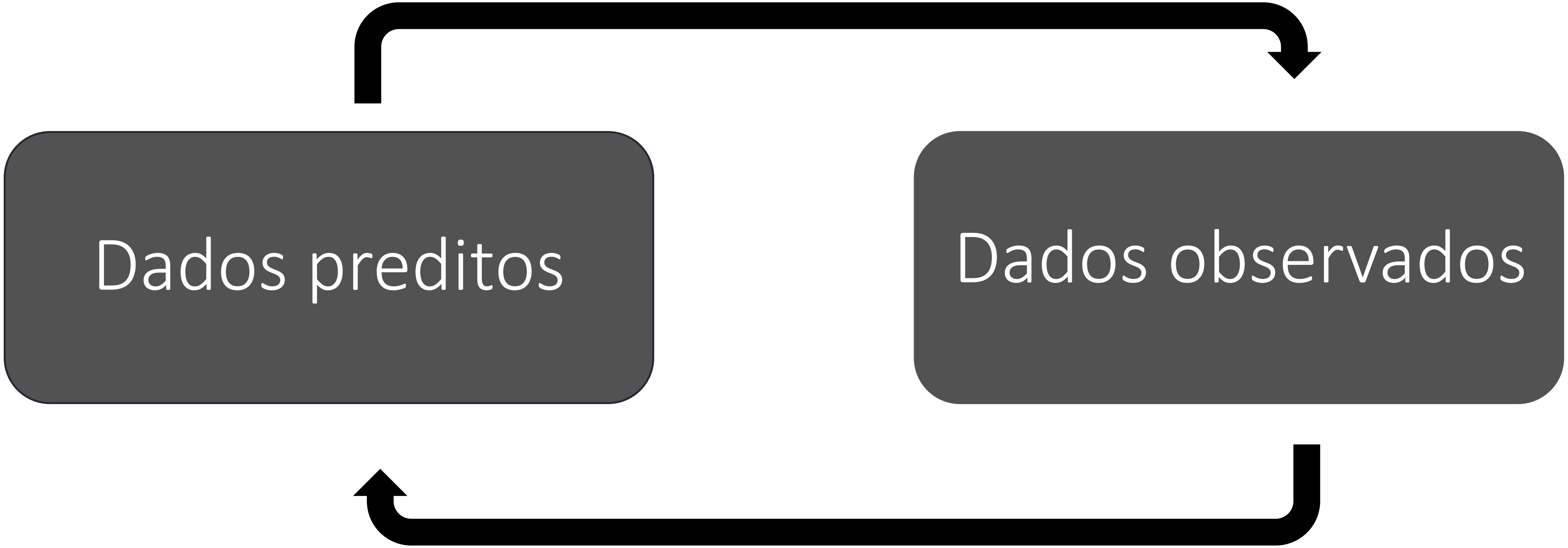


A partir destas medições podemos estimar as propriedades físicas da fonte geológica, ou até mesmo a sua geometria.

Para esta finalidade, precisamos **formalizar matematicamente o processo de inversão**.

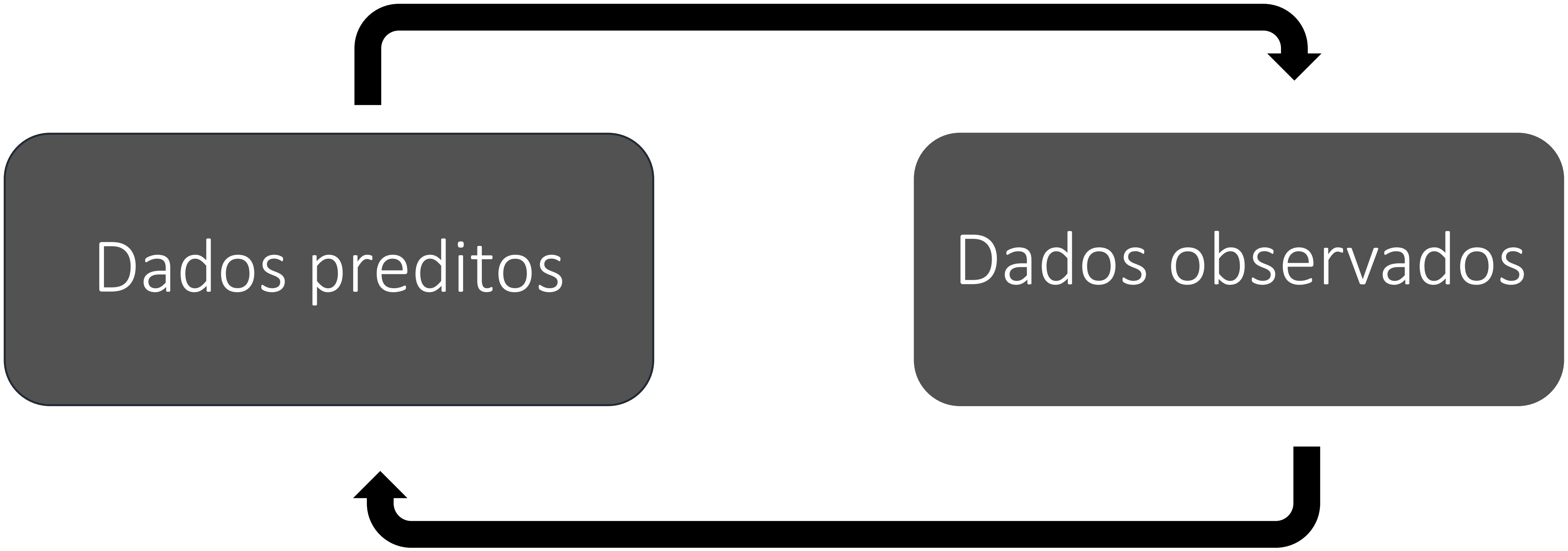
Formulação matemática de um problema inverso

Problema direto: *"Sintoniza" manualmente* o conjunto de parâmetros e compara com os dados observados.



Problema inverso: *estima automaticamente* o conjunto de parâmetros a partir dos dados observados.

Problema direto: *“Sintoniza” manualmente* o conjunto de parâmetros e compara com os dados observados.



Problema inverso: *estima automaticamente* o conjunto de parâmetros a partir dos dados observados.

Problema direto: *“Sintoniza” manualmente* o conjunto de parâmetros e compara com os dados observados.

Dados observados: dados medidos na superfície da Terra.

Dados preditos

$\mathbf{d}^{o}$

Dados observados

Problema inverso: *estima automaticamente* o conjunto de parâmetros a partir dos dados observados.

Problema direto: *“Sintoniza” manualmente* o conjunto de parâmetros e compara com os dados observados.

Dados observados: dados medidos na superfície da Terra.

$$\mathbf{d}^p = f(\mathbf{p})$$

Dados preditos

$$\mathbf{d}^o$$

Dados observados

Dados preditos: dados gerados pelo modelo, que é dada pela relação física e matemática do problema a ser resolvido.

Problema inverso: *estima automaticamente* o conjunto de parâmetros a partir dos dados observados.

Problema direto: *"Sintoniza" manualmente* o conjunto de parâmetros e compara com os dados observados.

Vetor de parâmetros: conjunto de variáveis que descrevem o modelo.

Dados observados: dados medidos na superfície da Terra.

$$\mathbf{d}^p = f(\mathbf{p})$$

Dados preditos

$$\mathbf{d}^o$$

Dados observados

Dados preditos: dados gerados pelo modelo, que é dada pela relação física e matemática do problema a ser resolvido.

Problema inverso: *estima automaticamente* o conjunto de parâmetros a partir dos dados observados.

Problema direto: *“Sintoniza” manualmente* o conjunto de parâmetros e compara com os dados observados.

Vetor de parâmetros: conjunto de variáveis que descrevem o modelo.

Dados observados: dados medidos na superfície da Terra.

$$\mathbf{d}^p = f(\mathbf{p})$$

Dados preditos

$$\mathbf{d}^o$$

Dados observados

Dados preditos: dados gerados pelo modelo, que é dada pela relação física e matemática do problema a ser resolvido.

Problema inverso: *estima automaticamente* o conjunto de parâmetros a partir dos dados observados.

Linear

Não linear

$$\mathbf{d}^p = f(\mathbf{p})$$

Dados preditos

$$\mathbf{d}^o$$

Dados observados

$$\mathbf{d}^{p} = f(\mathbf{p})$$

Dados preditos

$$\mathbf{d}^{o}$$

Dados observados

$$\mathbf{d}^{o} = \begin{bmatrix} \mathrm{d}^{1o} \\ \vdots \\ \mathrm{d}^{No} \end{bmatrix}$$

[N x 1]

Vetor de dados observados

$$\mathbf{d}^{p} = \begin{bmatrix} \mathrm{d}^{1p} \\ \vdots \\ \mathrm{d}^{Np} \end{bmatrix}$$

[N x 1]

Vetor de dados preditos

$\mathbf{d}^{p} = f(\mathbf{p})$

Dados preditos

$\mathbf{d}^{o}$

Dados observados

$$\mathbf{d}^{o} = \begin{bmatrix} \mathrm{d}^{1o} \\ \vdots \\ \mathrm{d}^{No} \end{bmatrix}$$

[N x 1]

Vetor de dados observados

$$\mathbf{d}^p = \begin{bmatrix} \mathrm{d}^{1p} \\ \vdots \\ \mathrm{d}^{Np} \end{bmatrix}$$

[N x 1]

Vetor de dados preditos

$$\mathbf{d}^p = f(\mathbf{p})$$

Dados preditos

$$\mathbf{d}^o$$

Dados observados

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathrm{p}^{1} \\ \vdots \\ p^{M} \end{bmatrix}$$

[M x 1]

Vetor de parâmetros

$$\mathbf{d}^o = \begin{bmatrix} \mathrm{d}^{1o} \\ \vdots \\ \mathrm{d}^{No} \end{bmatrix}$$

[N x 1]

Vetor de dados observados

O que procuramos na inversão é um conjunto de parâmetros que minimize a distância entre o vetor de dados preditos e o vetor de dados observados!

O que procuramos na inversão é um conjunto de parâmetros que minimize a distância entre o vetor de dados preditos e o vetor de dados observados!

Este processo é realizado através de um processo de otimização, no qual minimizamos uma função que mede a norma Euclidiana entre os dois vetores.

O que procuramos na inversão é um conjunto de parâmetros que minimize a distância entre o vetor de dados preditos e o vetor de dados observados!

$$\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{d}^o - f(\mathbf{p})\|_2^2$$

Função de ajuste

Função de ajuste

$$\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{d}^o - f(\mathbf{p})\|_2^2$$

Função de ajuste

$$\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{d}^o - f(\mathbf{p})\|_2^2$$

Minimizar esta função quer dizer que:

$$\boldsymbol{\nabla}\psi(\mathbf{p}) = 0$$

Tomarmos o gradiente desta função e igualarmos a zero.

Função de ajuste

$$\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{d}^o - f(\mathbf{p})\|_2^2$$

Minimizar esta função quer dizer que:

$$\nabla\psi(\mathbf{p}) = 0$$

$$\nabla\psi(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \partial_{\mathrm{p}^1}\psi(\mathbf{p}) \\ \vdots \\ \partial_{\mathrm{p}^M}\psi(\mathbf{p}) \end{bmatrix}$$

Função de ajuste

$$\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{d}^o - f(\mathbf{p})\|_2^2$$

Uma vez que esta função é minimizada:

Função de ajuste

$$\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{d}^o - f(\mathbf{p})\|_2^2$$

Uma vez que esta função é minimizada:

$$(\mathbf{G}^T\mathbf{G})\mathbf{p}^{\#} = G^T\mathbf{d}^o$$

Estimador de mínimos quadrados (Linear)

Função de ajuste

$$\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{d}^o - f(\mathbf{p})\|_2^2$$

Uma vez que esta função é minimizada:

$$(\mathbf{G}^T\mathbf{G})\mathbf{p}^\# = G^T\mathbf{d}^o$$

Estimador de mínimos quadrados (Linear)

$$\left(\mathbf{G}^{kT}\boldsymbol{G}^k\right)\Delta\mathbf{p}^k = \mathbf{G}^{kT}\left[\mathbf{d}^o - f\left(\mathbf{p}^k\right)\right]$$

Método de Gauss-Newton (Não linear)

Função de ajuste

$$\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{d}^o - f(\mathbf{p})\|_2^2$$

Uma vez que esta função é minimizada:

$$(\mathbf{G}^T\mathbf{G})\mathbf{p}^{\#} = G^T\mathbf{d}^o$$

Matriz de sensibilidade: matriz de dimensão N x M, que expressa a sensibilidade do i-ésimo dado predito em relação ao j-ésimo parâmetro do modelo.

Estimador de mínimos quadrados (Linear)

$$\left(\mathbf{G}^{kT}\boldsymbol{G}^k\right)\Delta\mathbf{p}^k = \mathbf{G}^{kT}\left[\mathbf{d}^o - f\left(\mathbf{p}^k\right)\right]$$

Método de Gauss-Newton (Não linear)

No entanto, devido a própria natureza do problema inverso, os dados não são suficientes para descrever os fenômenos físicos que surgem na Geofísica.

No entanto, devido a própria natureza do problema inverso, os dados não são suficientes para descrever os fenômenos físicos que surgem na Geofísica.

Por este motivo, dizemos que o problema é mal-posto. Ou seja, ele sofre com três fatores: falta de unicidade, instabilidade ou inexistência da solução.

Falta de unicidade: é a existência de diversos conjuntos de parâmetros que descrever um mesmo conjunto de dados

Falta de unicidade: é a existência de diversos conjuntos de parâmetros que descrever um mesmo conjunto de dados

Instabilidade: uma pequena perturbação nos dados gera conjuntos diferentes de parâmetros

Para contornar este problema devemos adicionar mais informações ao nosso problema inverso (i.e. informações a priori)

Para contornar este problema devemos adicionar mais informações ao nosso problema inverso (i.e. informações a priori)

Estas informações podem ser de origem matemática ou geológica, e isto é o que chamamos de regularização!

Função Objetivo

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \psi(\mathbf{p}) + \mu\theta(\mathbf{p})$$

Função Objetivo

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \psi(\mathbf{p}) + \mu\theta(\mathbf{p})$$

Somamos a função de ajuste o que chamamos de função regularizadora, em que μ é o que chamamos de parâmetro de regularização.

Função Objetivo

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \psi(\mathbf{p}) + \mu\theta(\mathbf{p})$$

Exemplo: Regularização de Tikhonov de ordem 1 (Suavidade)

Função Objetivo

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \psi(\mathbf{p}) + \mu\theta(\mathbf{p})$$

Exemplo: Regularização de Tikhonov de ordem 1 (Suavidade)

$$\theta(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^T\mathbf{R}^T\mathbf{R}\mathbf{p}$$

Esta vínculo impõe que parâmetros adjacentes variem suavemente.

Função Objetivo

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \psi(\mathbf{p}) + \mu\theta(\mathbf{p})$$

Uma vez que esta função é minimizada:

Função Objetivo

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \psi(\mathbf{p}) + \mu\theta(\mathbf{p})$$

Uma vez que esta função é minimizada:

$$(\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \mu\mathbf{R}^T\mathbf{R})\mathbf{p}^{\#} = G^T\mathbf{d}^o$$

Estimador de mínimos quadrados regularizado (Linear)

Função Objetivo

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \psi(\mathbf{p}) + \mu\theta(\mathbf{p})$$

Uma vez que esta função é minimizada:

$$(\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \mu\mathbf{R}^T\mathbf{R})\mathbf{p}^\# = G^T\mathbf{d}^o$$

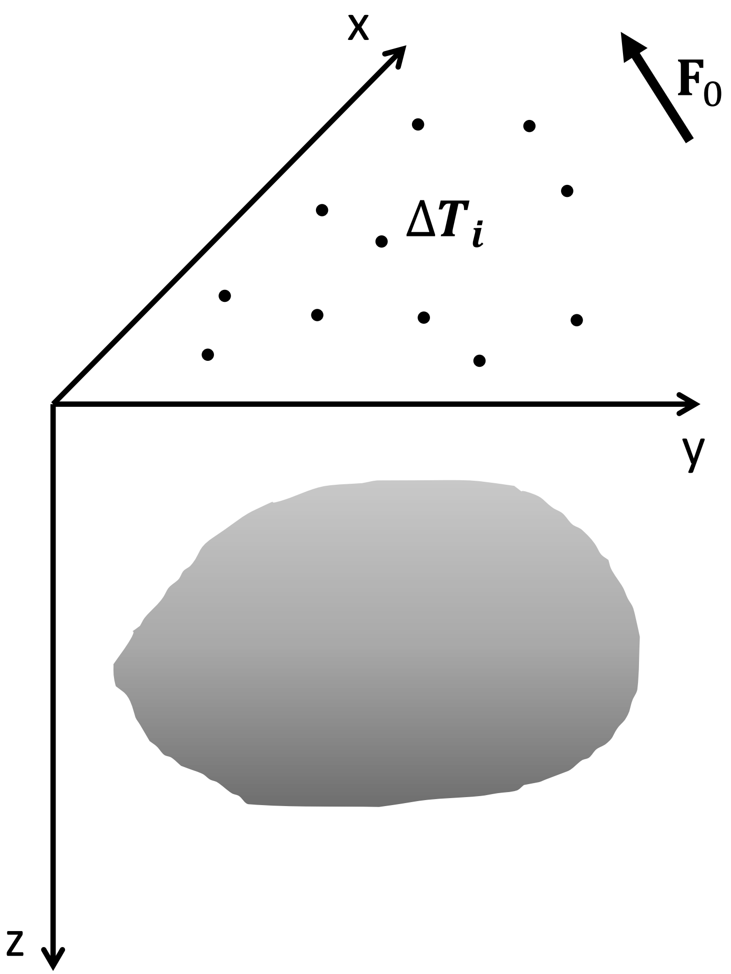
Estimador de mínimos quadrados regularizado (Linear)

$$\left(\mathbf{G}^{kT}\boldsymbol{G}^k + \mu\mathbf{R}^T\mathbf{R}\right)\Delta\mathbf{p}^k = \mathbf{G}^{kT}\left[\mathbf{d}^o - f\left(\mathbf{p}^k\right)\right] - \mu\mathbf{R}^T\mathbf{R}\mathbf{p}^k$$

Método de Gauss-Newton regularizado (Não linear)

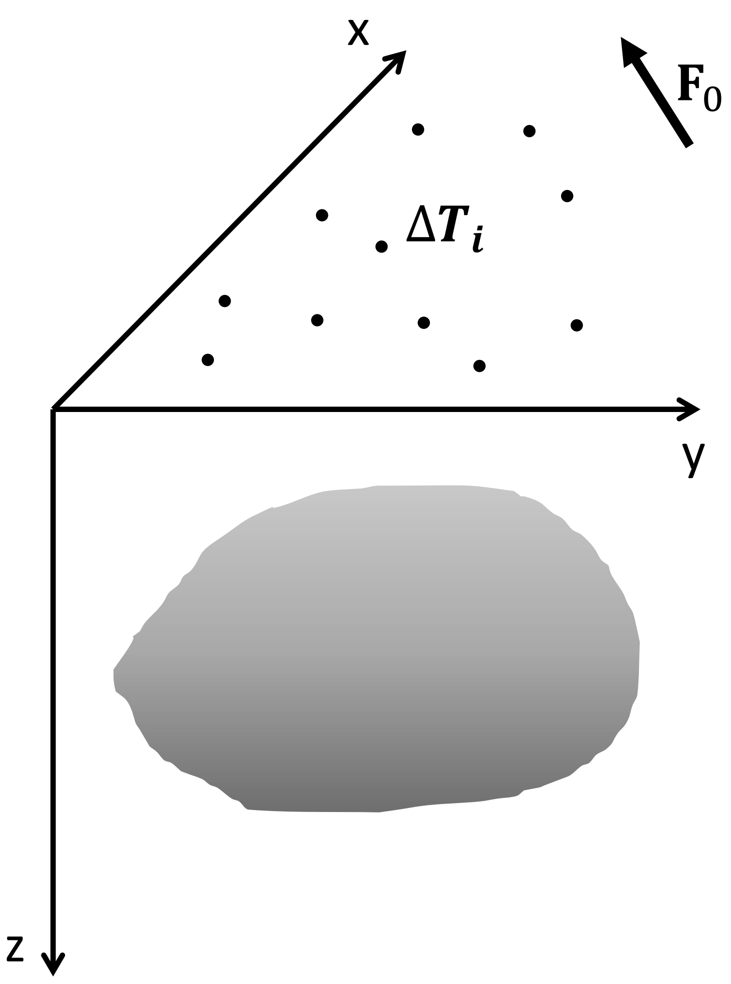
Estimativa da direção da magnetização total de corpos aproximadamente esféricos

Fonte magnética 3D



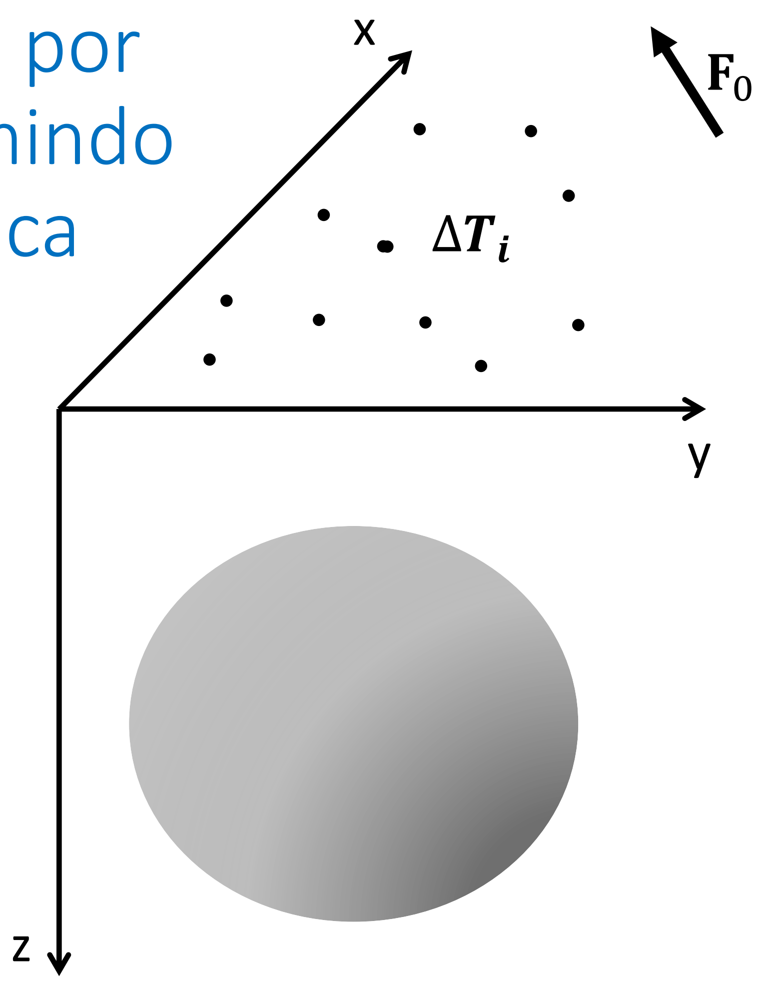
Oliveira Jr et al (2015)

Fonte magnética 3D



Reproduzir o efeito gerado por uma fonte magnética assumindo que esta fonte seja esférica

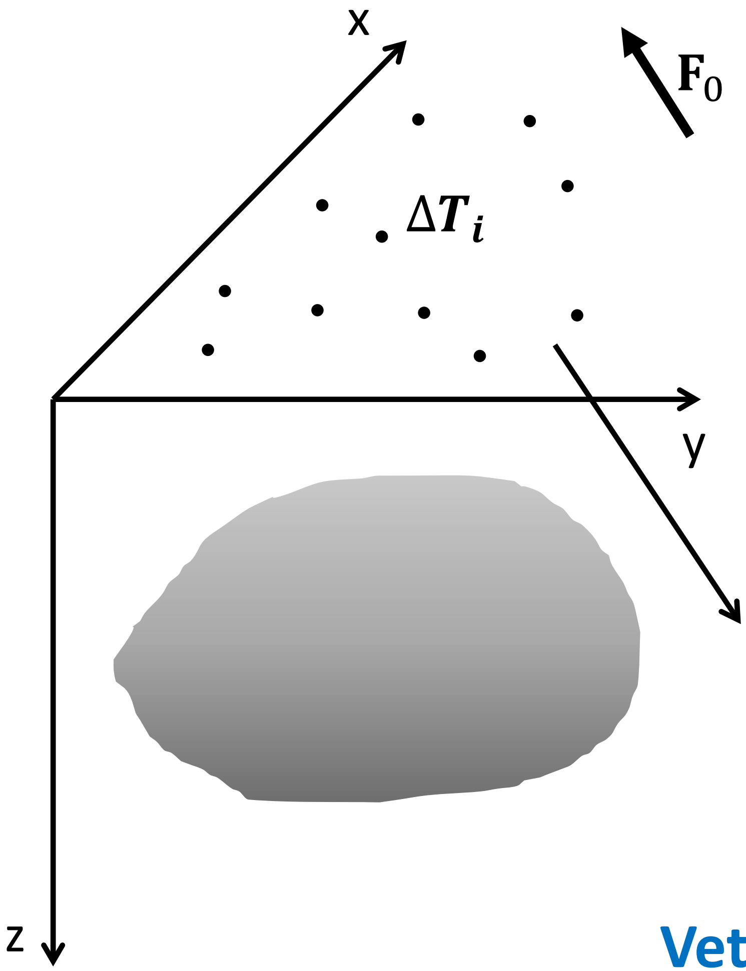
Modelo esférico



Oliveira Jr et al (2015)

Fonte magnética 3D

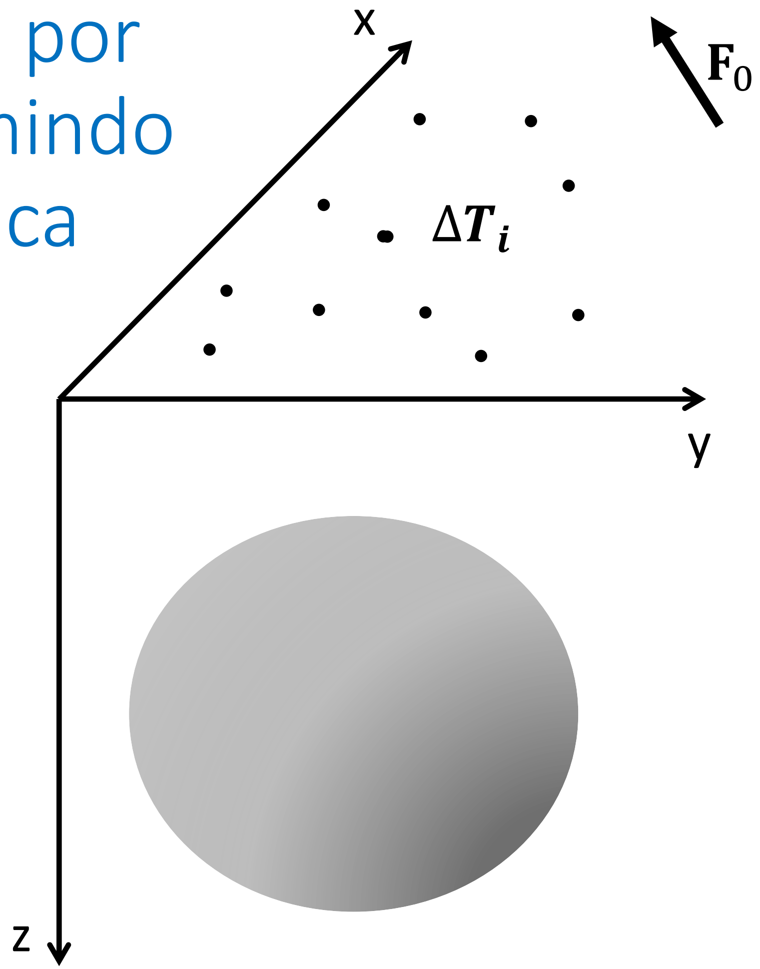
Modelo esférico



Reproduzir o efeito gerado por uma fonte magnética assumindo que esta fonte seja esférica

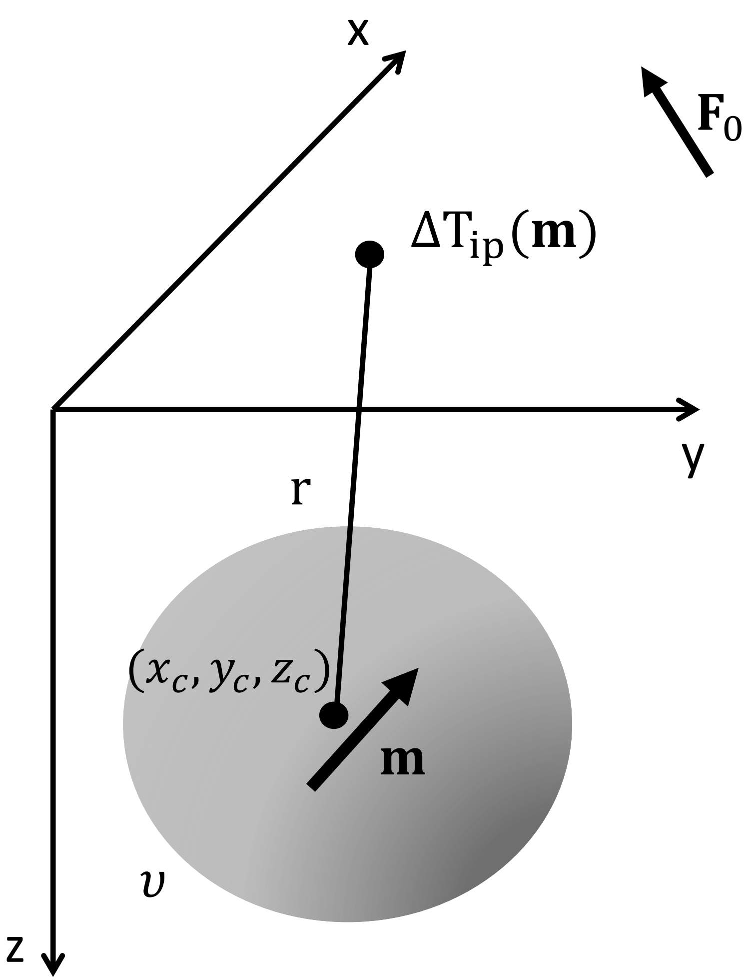
$$\Delta \mathbf{T}^o = \begin{bmatrix} \Delta \mathrm{T}^1 \\ \vdots \\ \Delta \mathrm{T}^N \end{bmatrix}$$

Vetor de dados observados

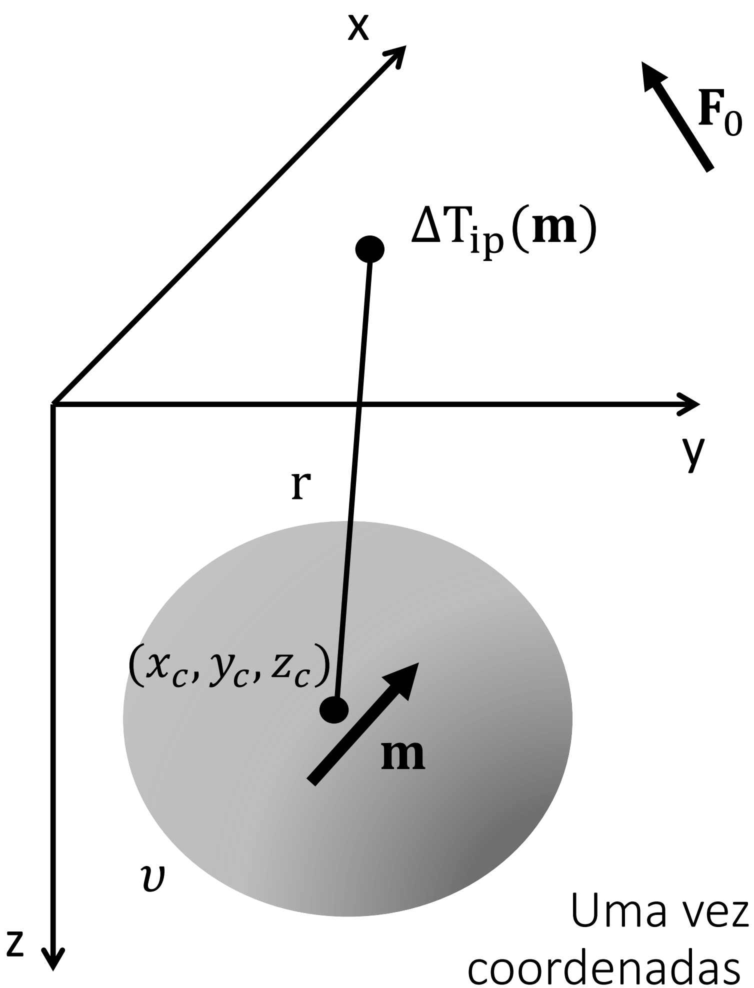


Oliveira Jr et al (2015)

Modelo esférico



Modelo esférico



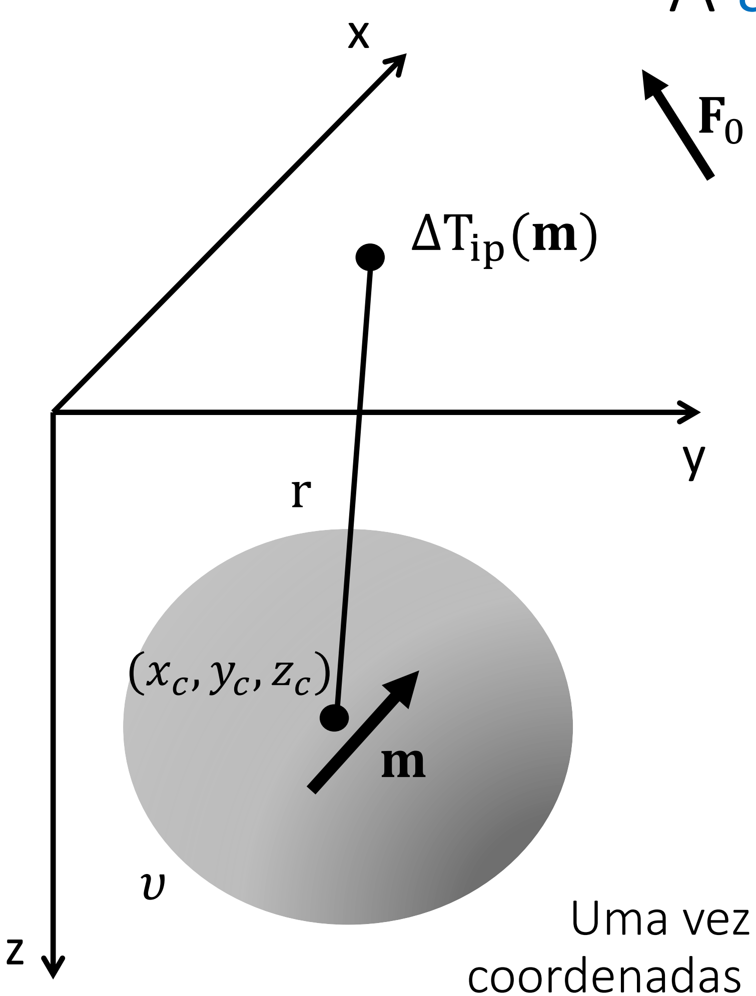
Uma vez que estimamos a direção em coordenadas Cartesianas, conseguimos calcular a inclinação, declinação e intensidade do corpo

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

Vetor de dados preditos

Modelo esférico

A anomalia de campo total gerada por uma esfera de volume υ na i-ésima posição é dada por



Uma vez que estimamos a direção em coordenadas Cartesianas, conseguimos calcular a inclinação, declinação e intensidade do corpo

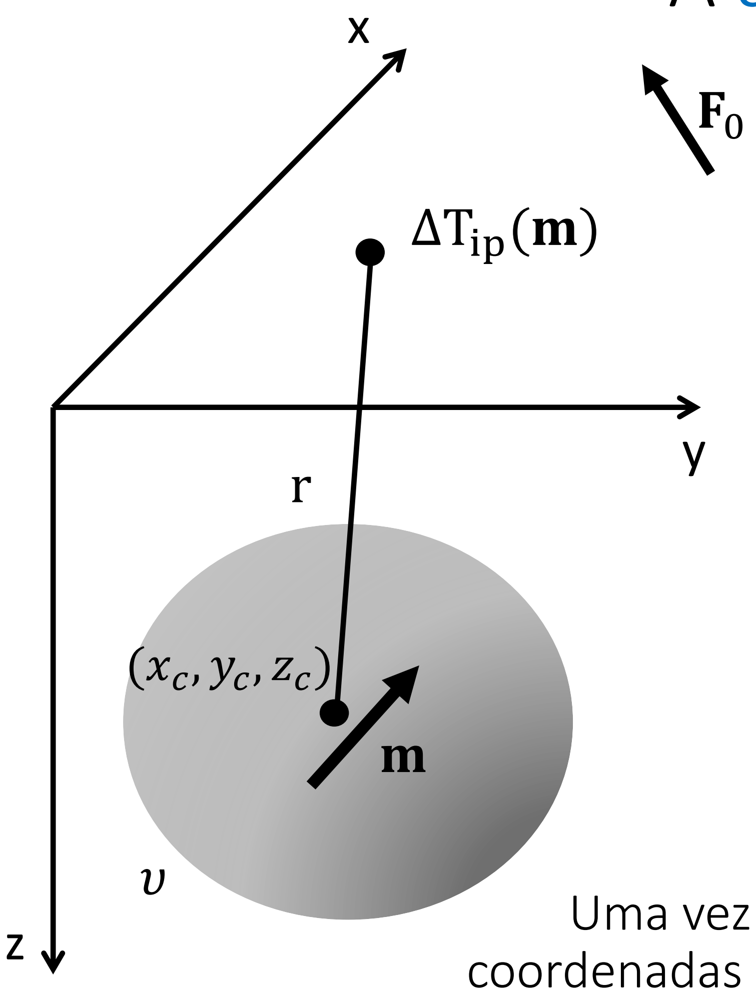
$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

Vetor de dados preditos

Modelo esférico

A anomalia de campo total gerada por uma esfera de volume υ na i-ésima posição é dada por

$$\Delta \mathrm{T_{ip}}(\mathbf{m}) = \gamma_{\mathrm{m}} \upsilon \hat{\mathrm{F}}_0^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_i \mathbf{m}$$

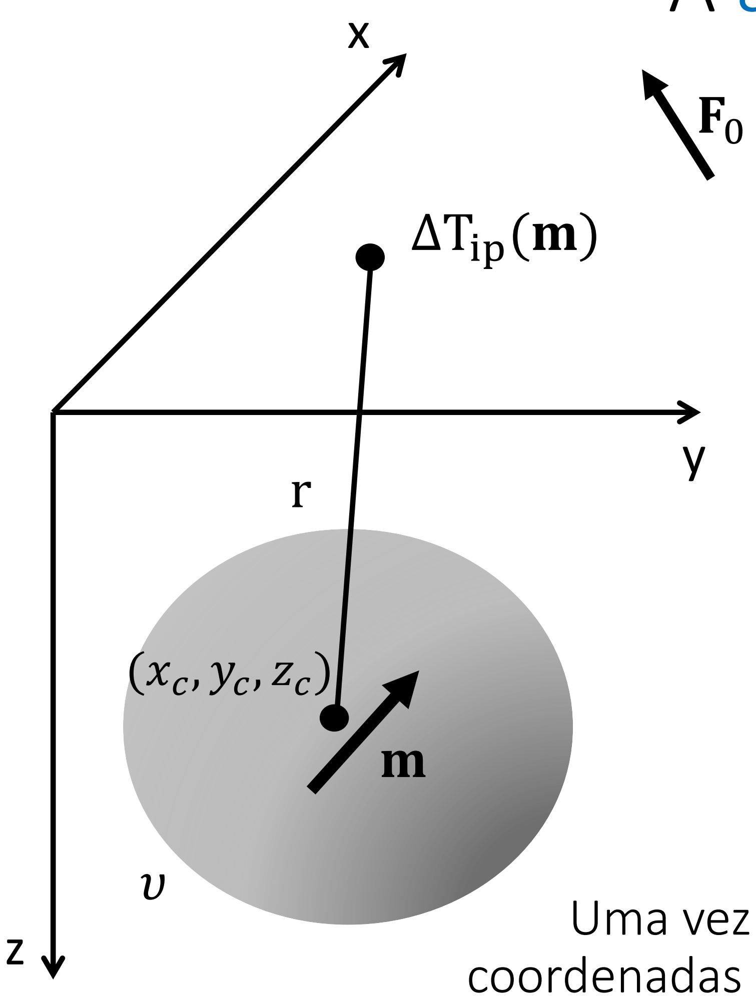


Uma vez que estimamos a direção em coordenadas Cartesianas, conseguimos calcular a inclinação, declinação e intensidade do corpo

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

Vetor de dados preditos

Modelo esférico



A anomalia de campo total gerada por uma esfera de volume υ na i-ésima posição é dada por

$$\Delta T_{ip}(\mathbf{m}) = \gamma_m \upsilon \hat{F}_0^T \mathbf{M}_i \mathbf{m}$$

em que

$$\hat{\boldsymbol{F}}_0 = \begin{bmatrix} \cos I_0 \sin D_0 \\ \cos I_0 \sin I_0 \\ \sin I_0 \end{bmatrix}$$

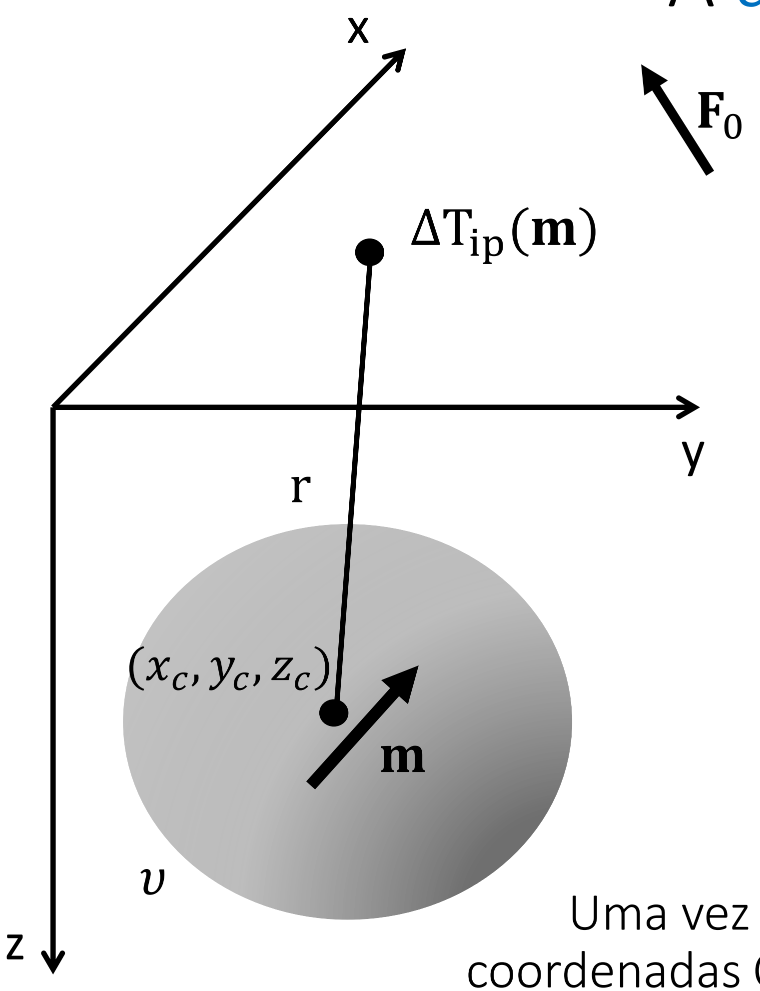
Direção do campo principal

Uma vez que estimamos a direção em coordenadas Cartesianas, conseguimos calcular a inclinação, declinação e intensidade do corpo

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

Vetor de dados preditos

Modelo esférico



A anomalia de campo total gerada por uma esfera de volume υ na i-ésima posição é dada por

$$\Delta\mathrm{T}_{\mathrm{ip}}(\mathbf{m}) = \gamma_{\mathrm{m}}\upsilon\hat{\mathrm{F}}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_i\mathbf{m}$$

em que

$$\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathbf{0}} = \begin{bmatrix} \cos I_0 \sin D_0 \\ \cos I_0 \sin I_0 \\ \sin I_0 \end{bmatrix}$$

Direção do campo principal

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} \partial_{xx}\frac{1}{r} & \partial_{xy}\frac{1}{r} & \partial_{xz}\frac{1}{r} \\ \partial_{yx}\frac{1}{r} & \partial_{yy}\frac{1}{r} & \partial_{yz}\frac{1}{r} \\ \partial_{zx}\frac{1}{r} & \partial_{zy}\frac{1}{r} & \partial_{zz}\frac{1}{r} \end{bmatrix}$$

Uma vez que estimamos a direção em coordenadas Cartesianas, conseguimos calcular a inclinação, declinação e intensidade do corpo

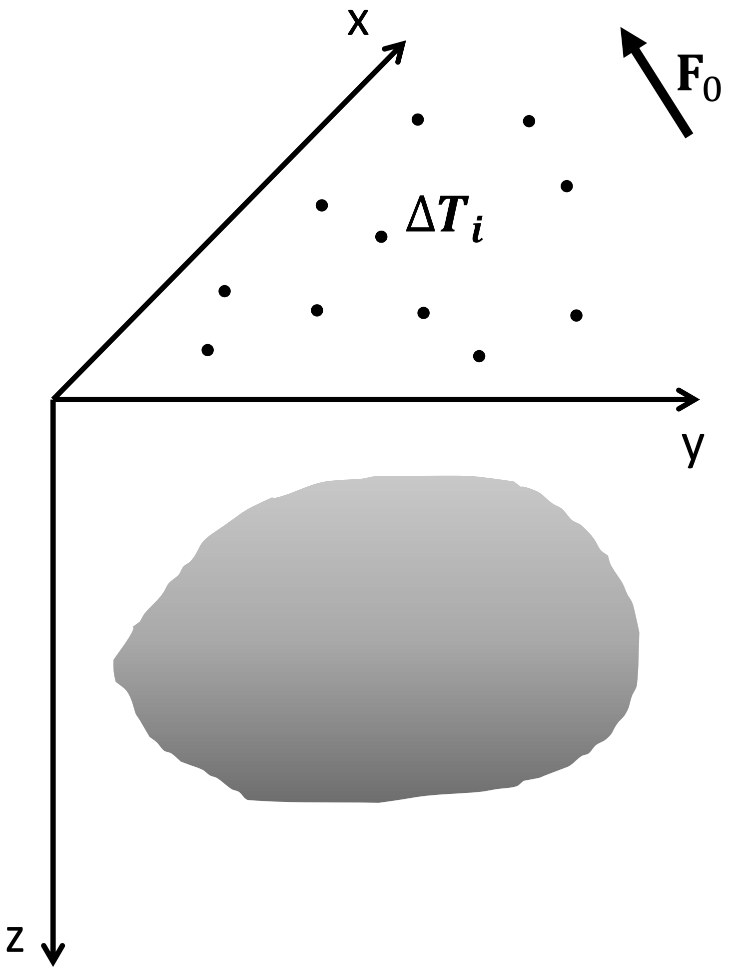
$$\frac{1}{\mathrm{r}} = \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 + (z_i - z_c)^2}}$$

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

Vetor de dados preditos

Depende das coordenadas do centro e da i-ésima posição de observação

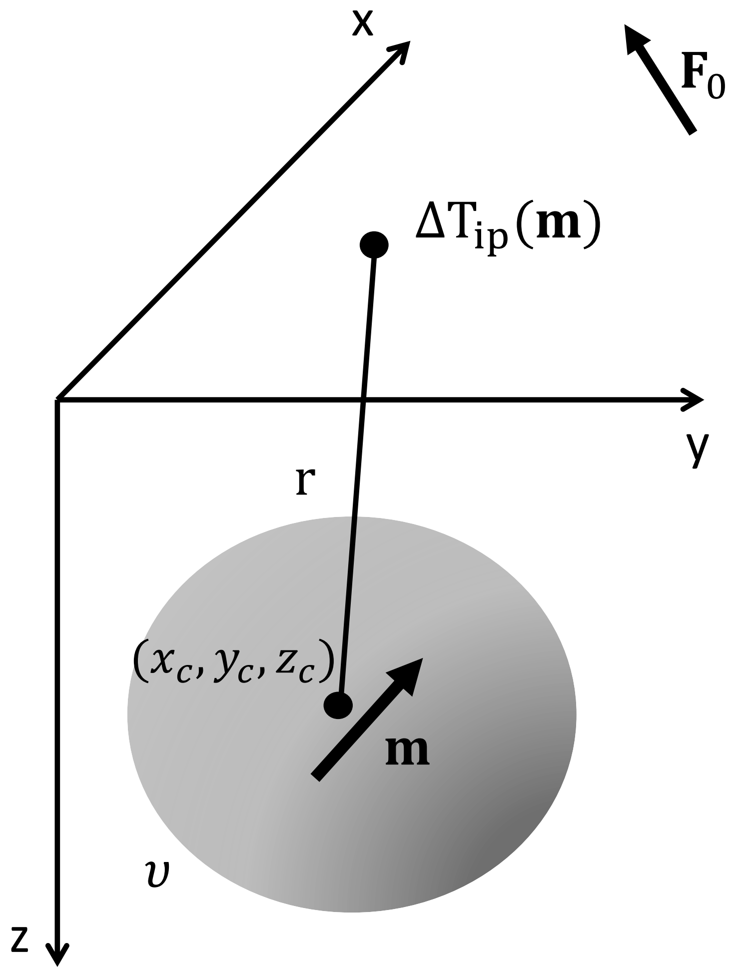
Fonte magnética 3D



$\Delta\mathbf{T}^o$

Vetor de dados observados

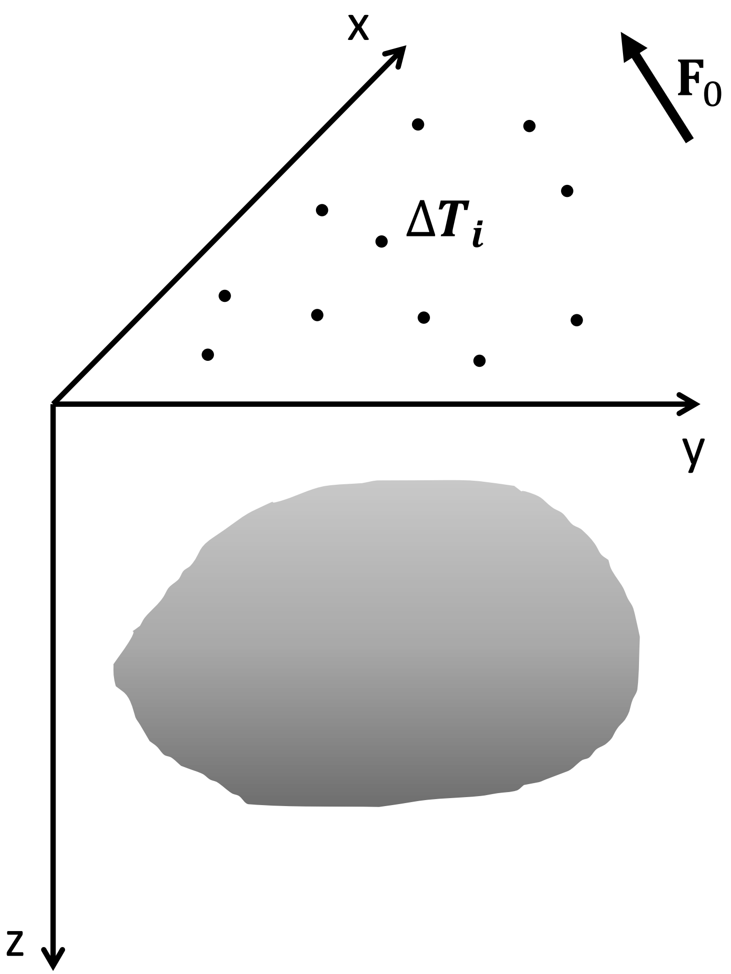
Modelo esférico



$\Delta\mathbf{T}(\mathrm{m})$

Vetor de dados preditos

Fonte magnética 3D

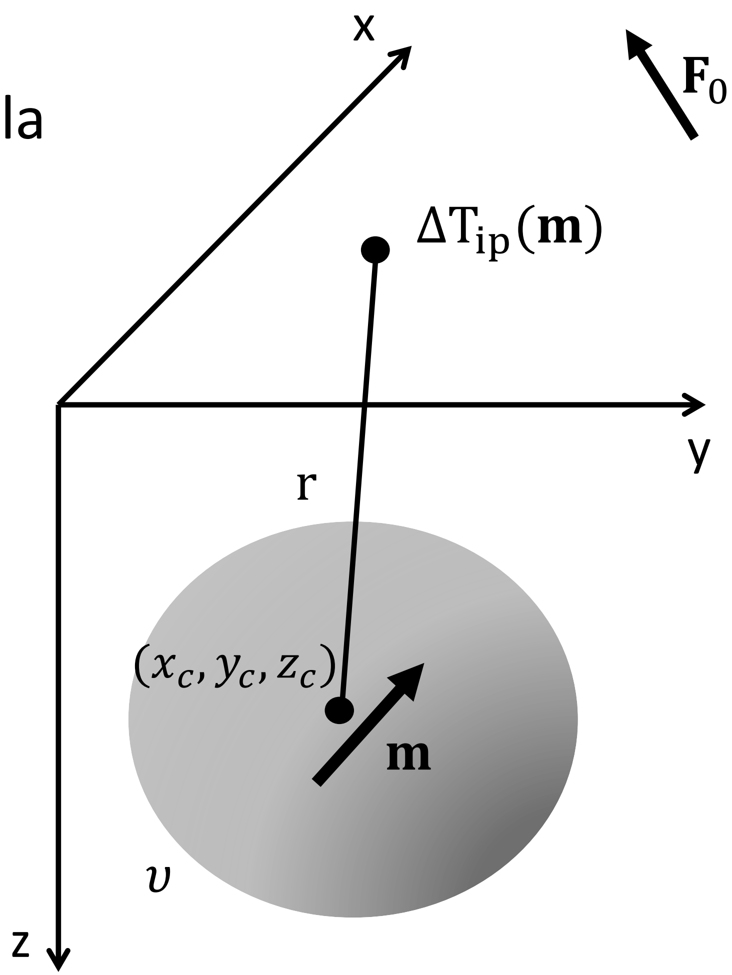


$\Delta \mathbf{T}^o$

Vetor de dados observados

Queremos estimar uma **direção de magnetização** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

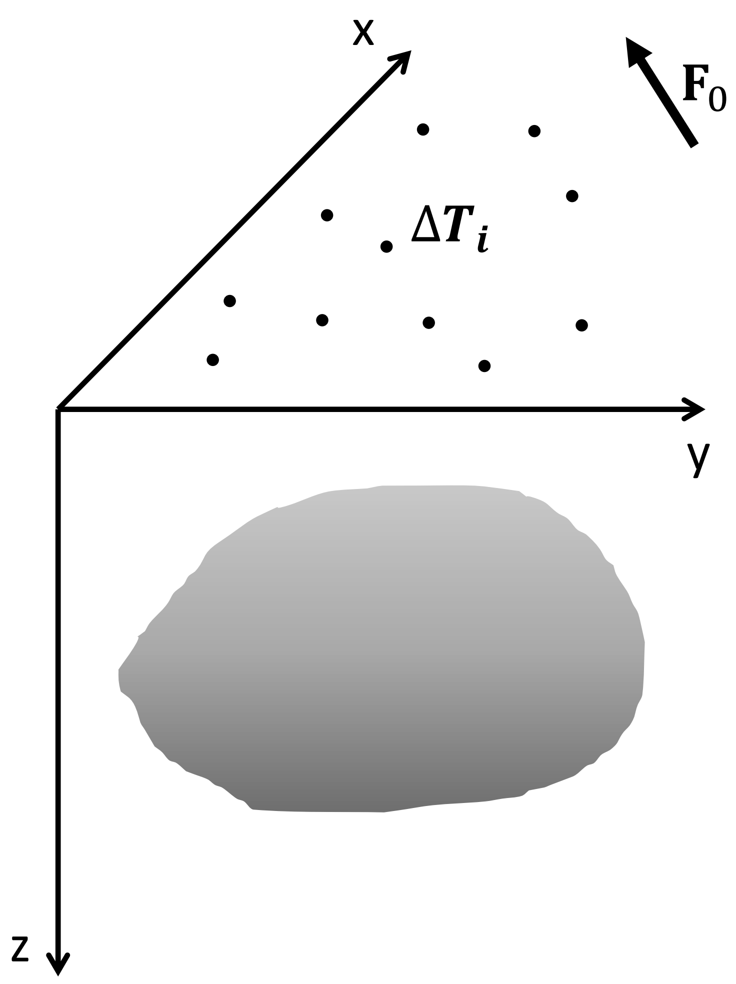
Modelo esférico



$\Delta \mathbf{T}(\mathrm{m})$

Vetor de dados preditos

Fonte magnética 3D



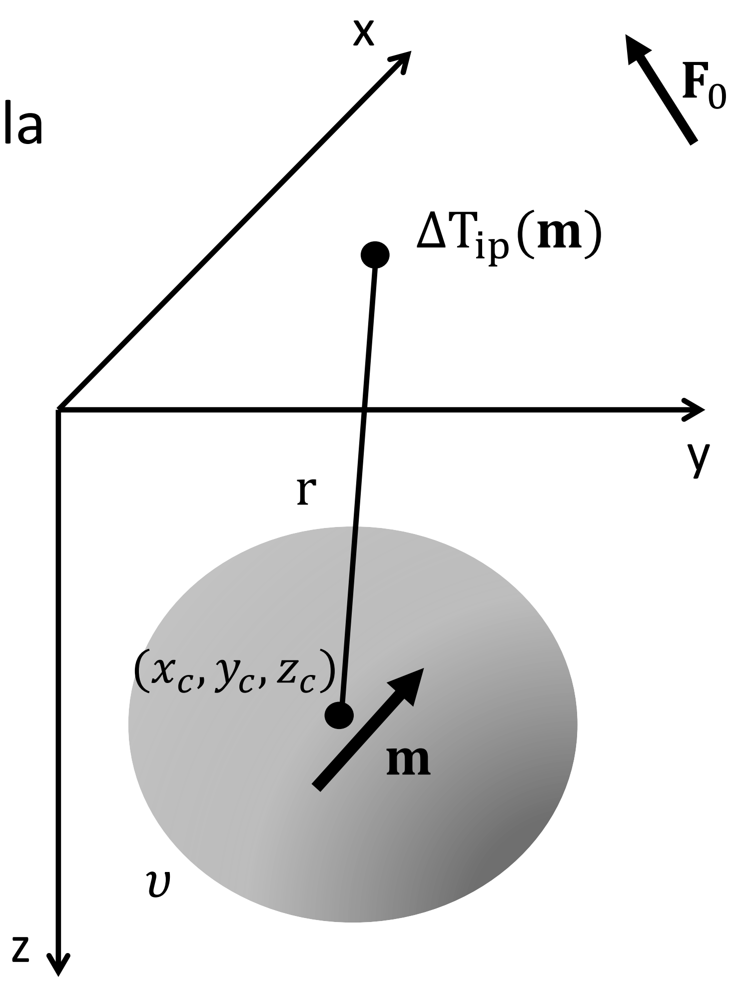
$\Delta\mathbf{T}^o$

Vetor de dados observados

Queremos estimar uma **direção de magnetização** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

Assumindo que sabemos a **posição do centro** da esfera!

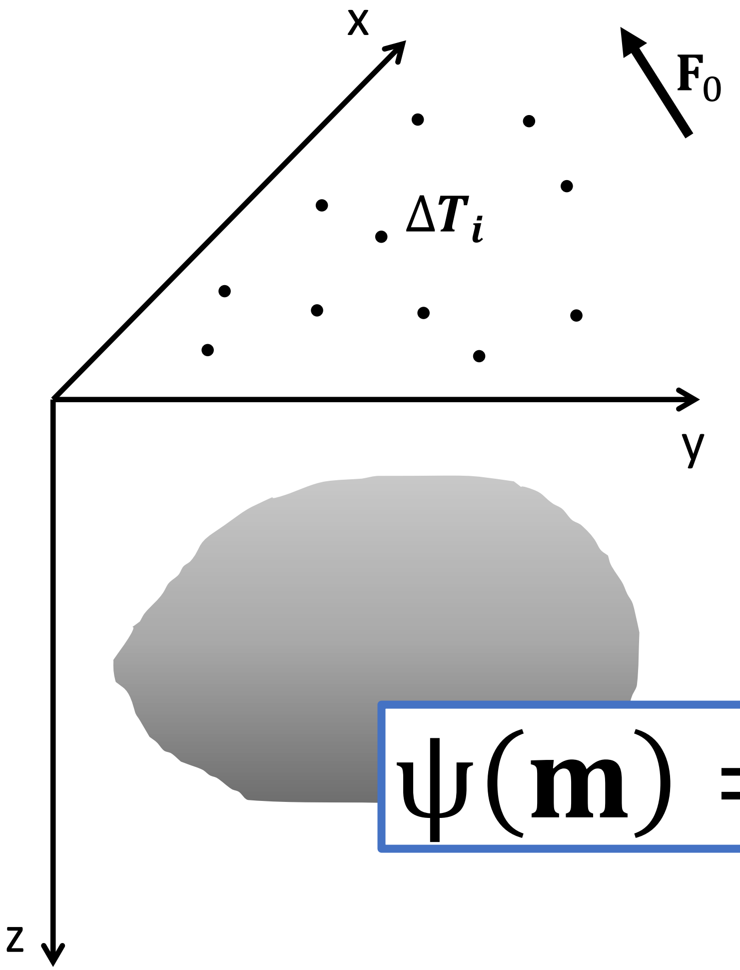
Modelo esférico



$\Delta\mathbf{T}(\mathrm{m})$

Vetor de dados preditos

Fonte magnética 3D



$\Delta\mathbf{T}^{o}$

Vetor de dados observados

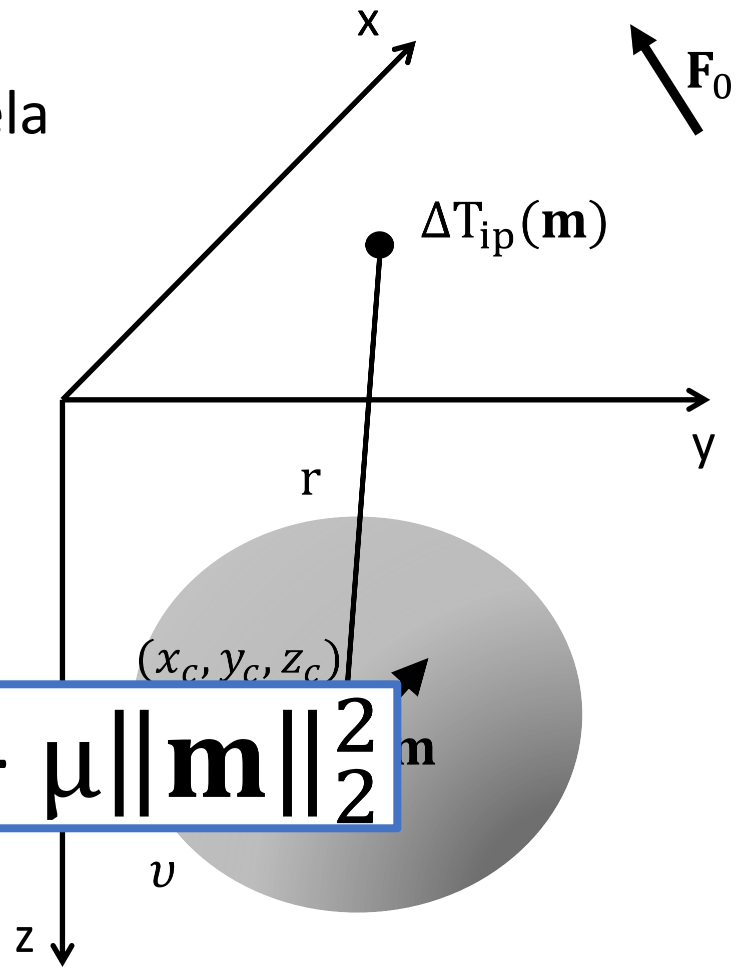
Queremos estimar uma **direção de magnetização** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

Assumindo que sabemos a **posição do centro** da esfera!

Função objetivo

$$\psi(\mathbf{m}) = \|\Delta\mathbf{T}^{o} - \Delta\mathbf{T}(\mathbf{m})\|_2^2 + \mu\|\mathbf{m}\|_2^2$$

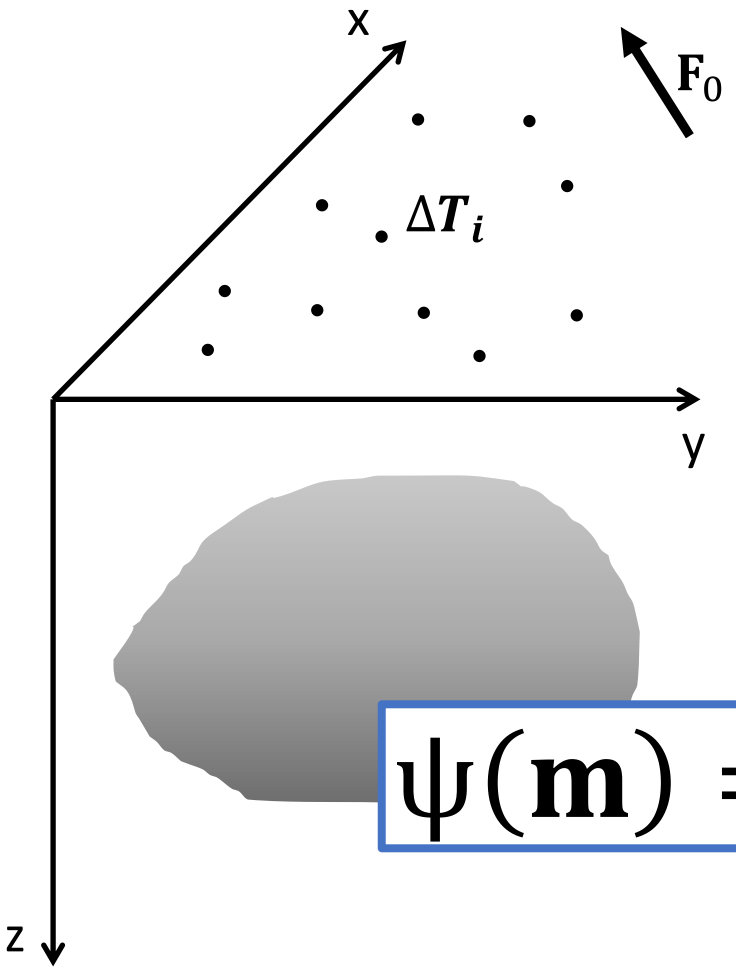
Modelo esférico



$\Delta\mathbf{T}(\mathrm{m})$

Vetor de dados preditos

Fonte magnética 3D



$\Delta \mathbf{T}^{o}$

Vetor de dados observados

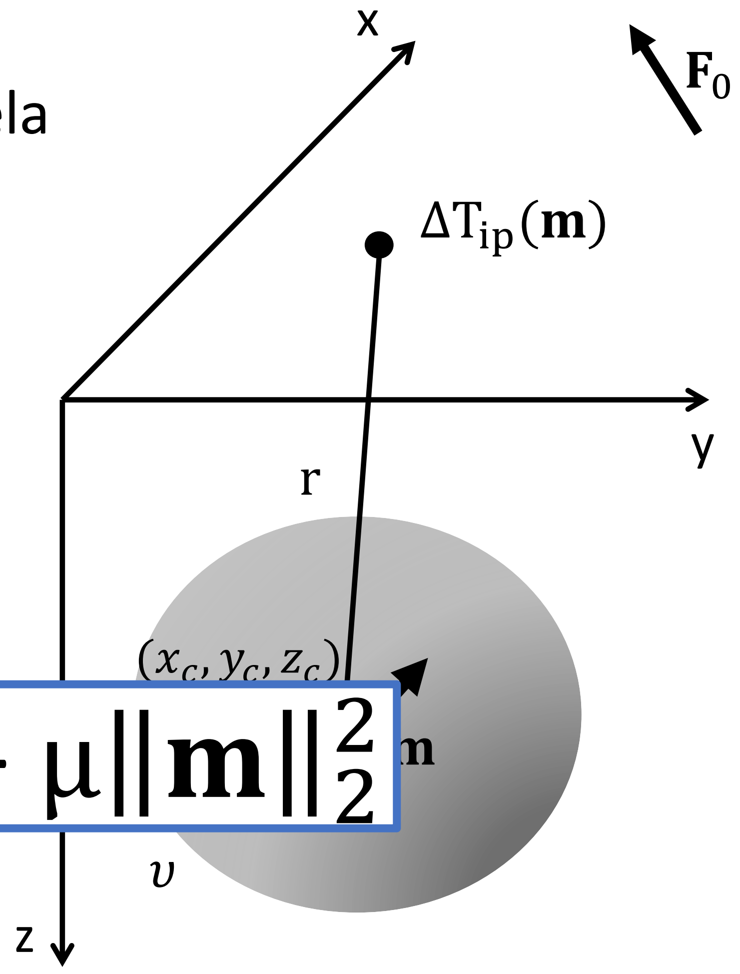
Queremos estimar uma **direção de magnetização** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

Assumindo que sabemos a **posição do centro** da esfera!

Função de ajuste

$$\psi(\mathbf{m}) = \|\Delta\mathbf{T}^{o} - \Delta\mathbf{T}(\mathbf{m})\|_2^2 + \mu\|\mathbf{m}\|_2^2$$

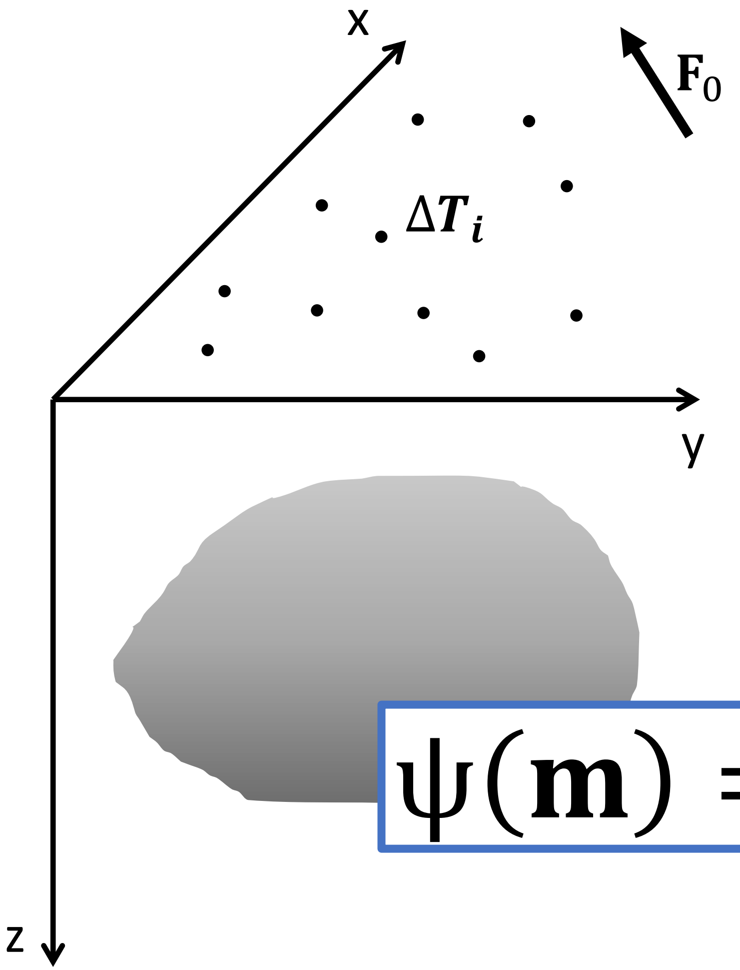
Modelo esférico



$\Delta\mathbf{T}(\mathrm{m})$

Vetor de dados preditos

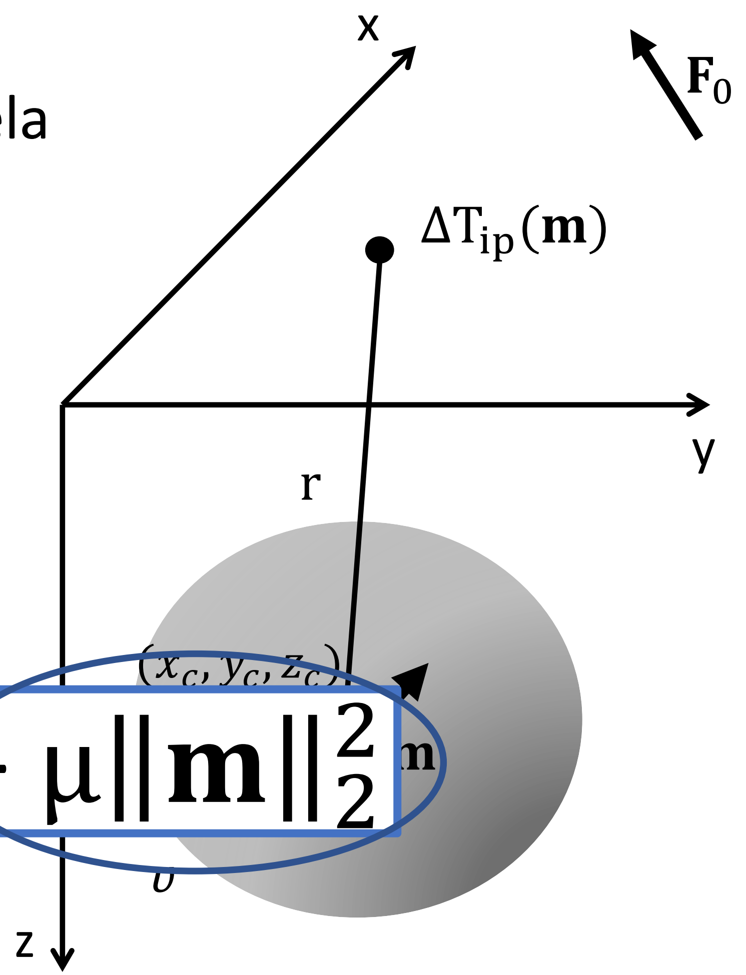
Fonte magnética 3D



Queremos estimar uma **direção de magnetização** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

Assumindo que sabemos a **posição do centro** da esfera!

Modelo esférico



Função regularizadora

$$\boxed{\psi(\mathbf{m}) = \|\Delta\mathbf{T}^o - \Delta\mathbf{T}(\mathbf{m})\|_2^2 + \mu\|\mathbf{m}\|_2^2}$$

Tikhonov de ordem 0

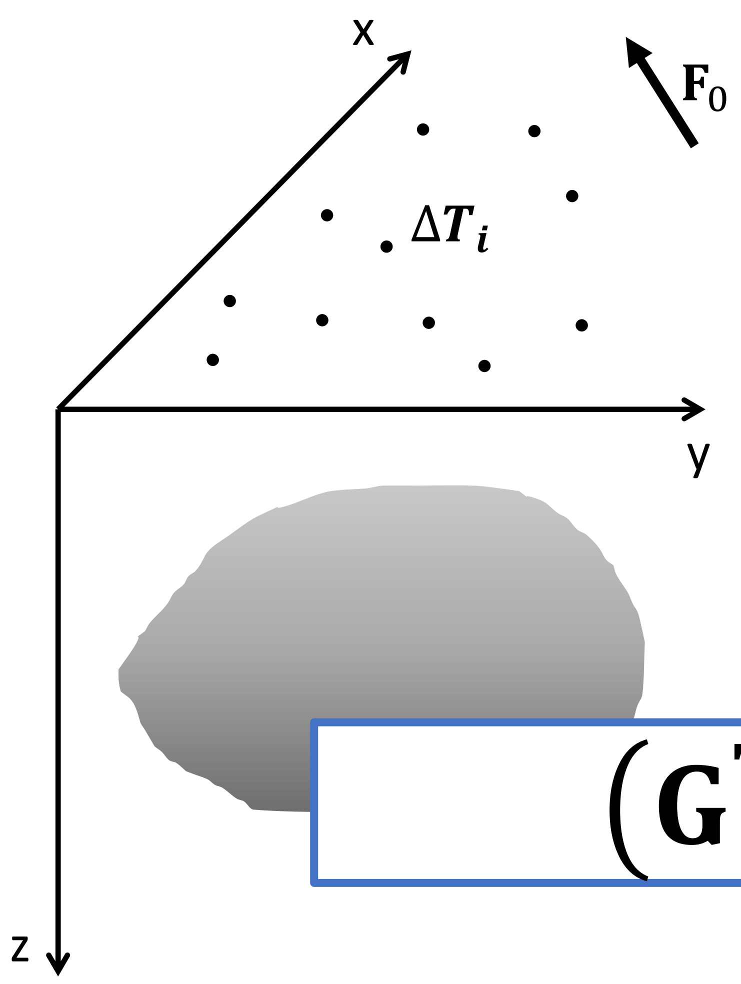
$\Delta\mathbf{T}^o$

Vetor de dados observados

$\Delta\mathbf{T}(\mathrm{m})$

Vetor de dados preditos

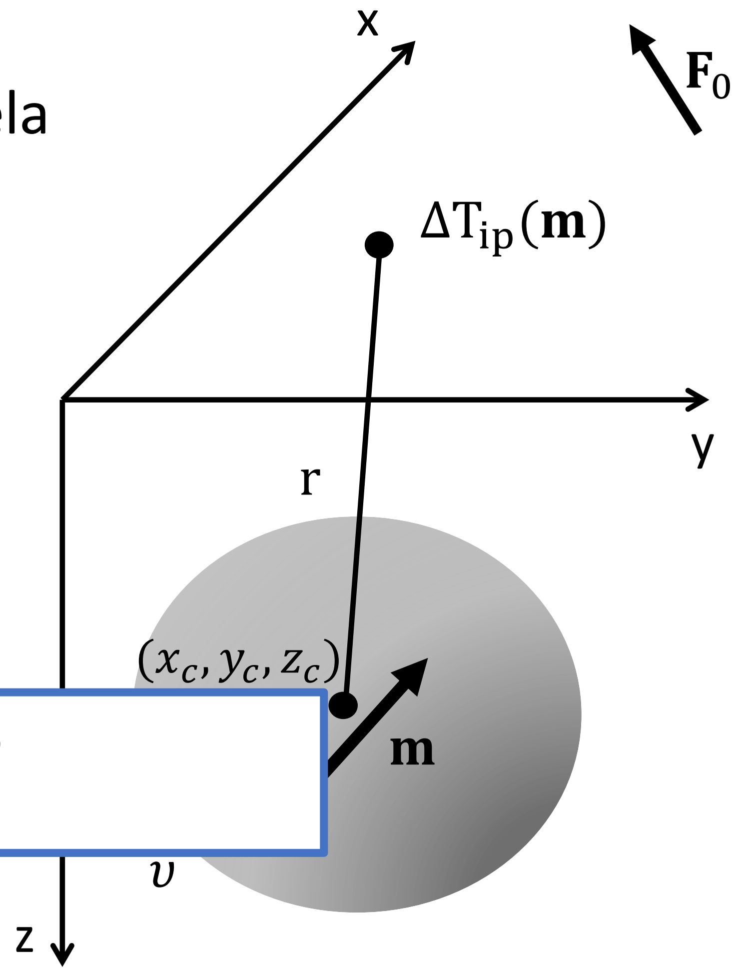
Fonte magnética 3D



Queremos estimar uma **direção de magnetização** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

Assumindo que sabemos a **posição do centro** da esfera!

Modelo esférico



Resolvendo...

$$\boxed{\left(\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} + \mu\mathbf{I}\right)\bar{\mathbf{m}} = \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{T}^{o}}$$

Estimador de mínimos quadrados regularizado

$\Delta\mathbf{T}^{o}$

Vetor de dados observados

$\Delta\mathbf{T}(\mathrm{m})$

Vetor de dados preditos

Simulação numérica

Simulação numérica

Simulação numérica

Esfera com centro nas coordenadas $(0,0,200)$
e com raio igual a 80 m.

$$h = 100\ m$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

$$(dx, dy) = (20, 40)$$

Simulação numérica

Esfera com centro nas coordenadas $(0{,}0{,}200)$ e com raio igual a 80 m.

$$h = 100\ m$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

$$(dx, dy) = (20, 40)$$

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização verdadeira

Simulação numérica

Esfera com centro nas coordenadas $(0,0,200)$ e com raio igual a 80 m.

$$h = 100\,m$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

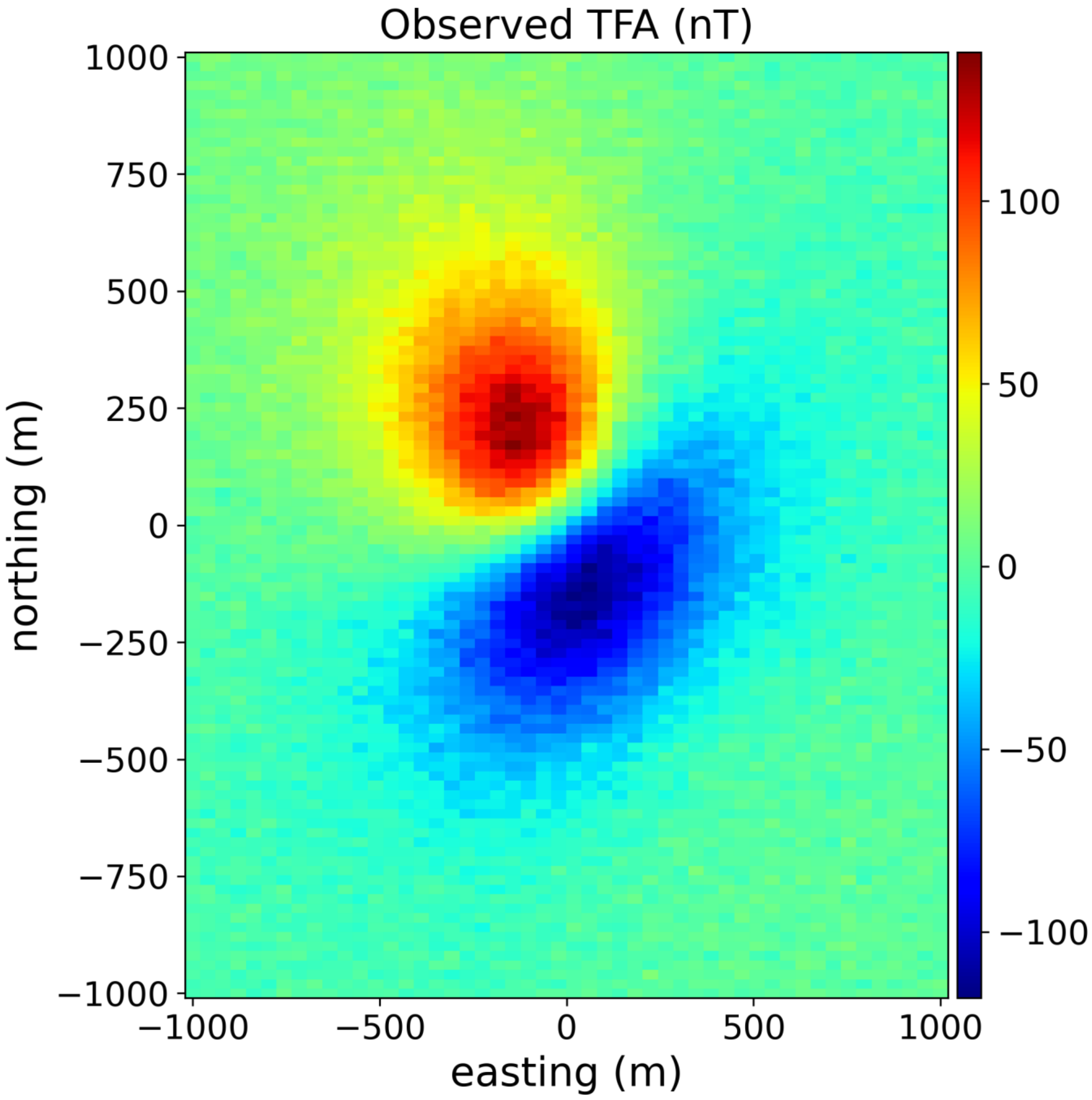
$$(dx, dy) = (20, 40)$$

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização verdadeira



Simulação numérica

Esfera com centro nas coordenadas (0,0,200) e com raio igual a 80 m.

$$h = 100\,m$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

$$(dx, dy) = (20, 40)$$

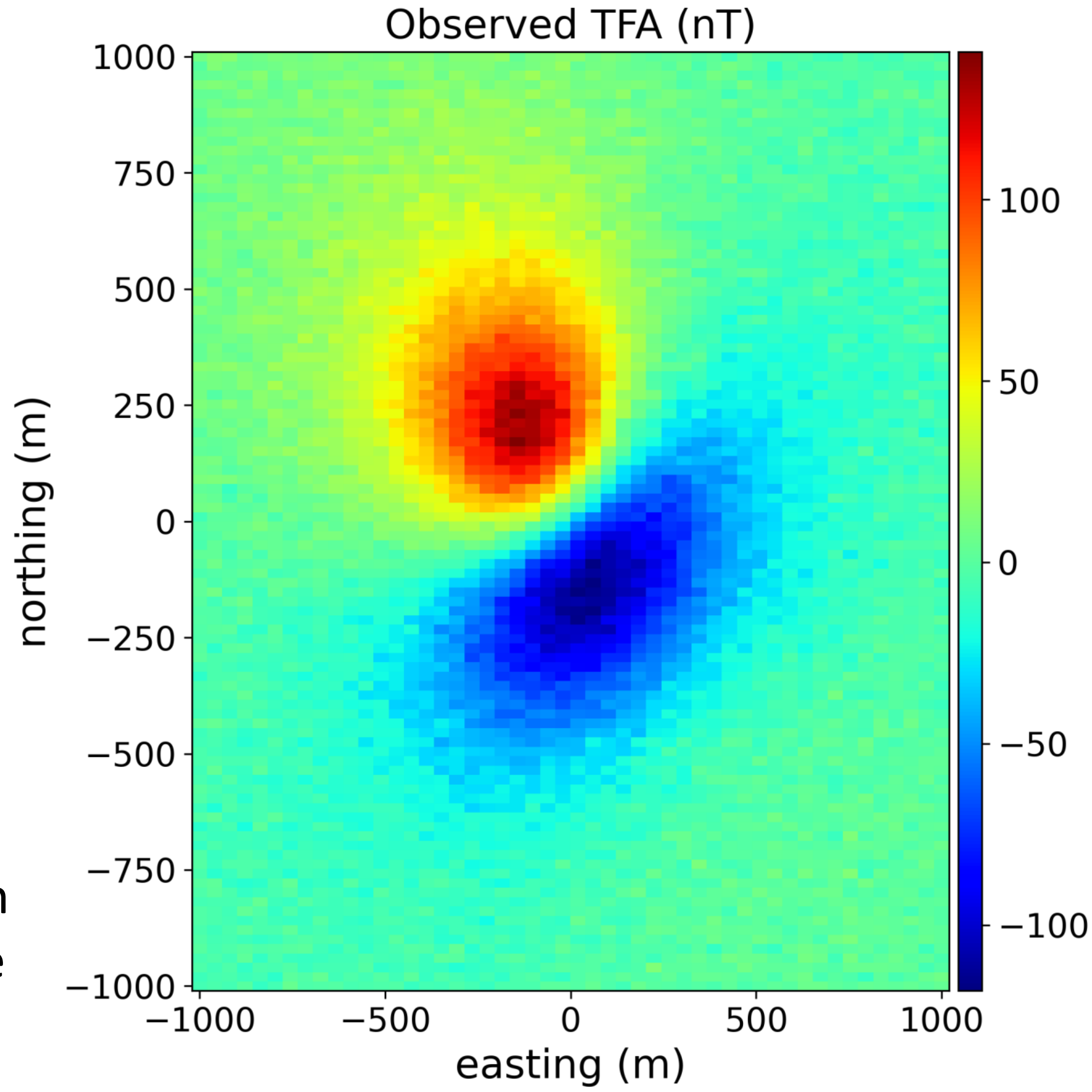
$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização verdadeira

Os dados foram contaminados com ruído gaussiano de **média zero** e **4 nT**!



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização verdadeira

Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

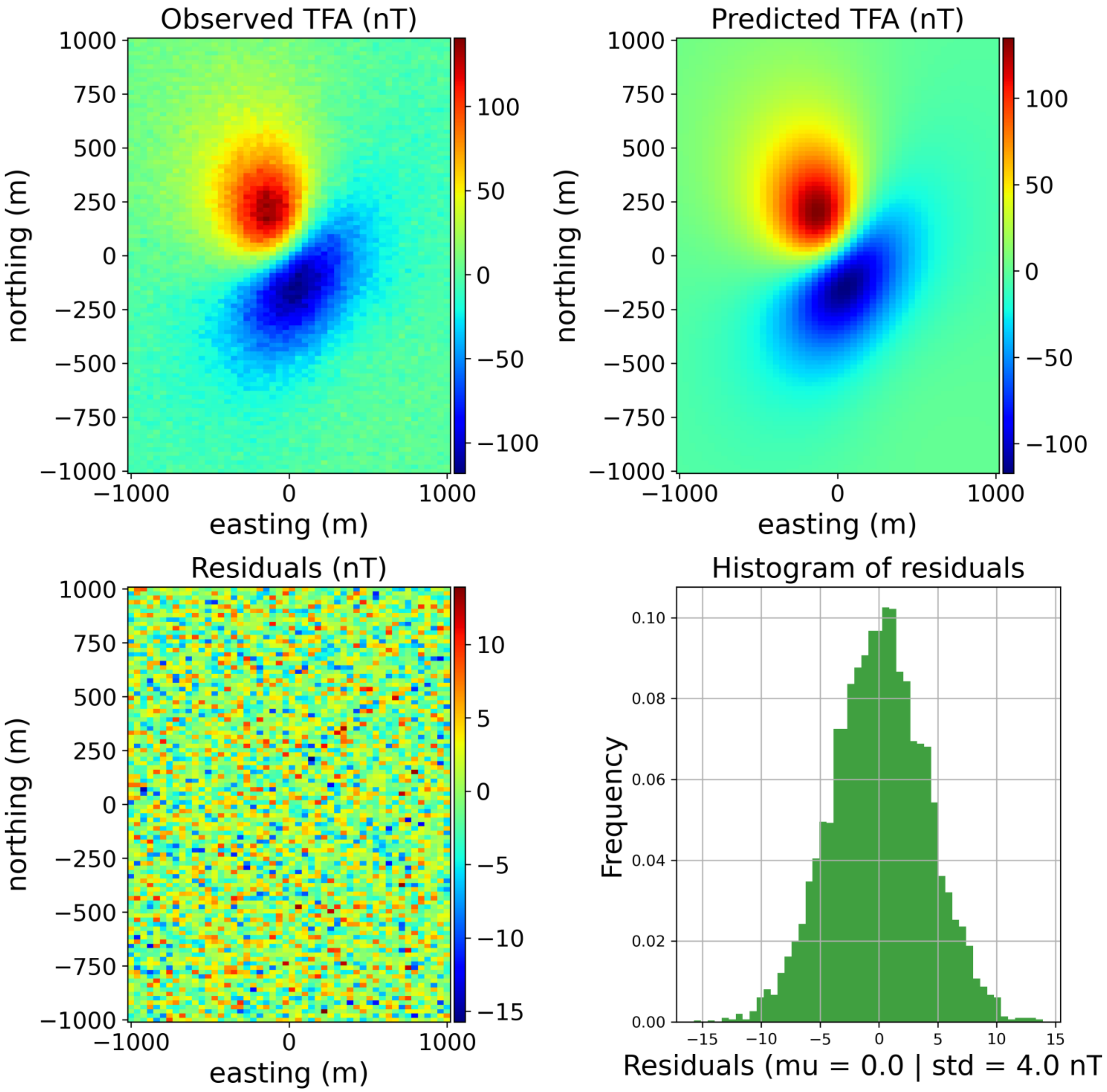
Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização verdadeira

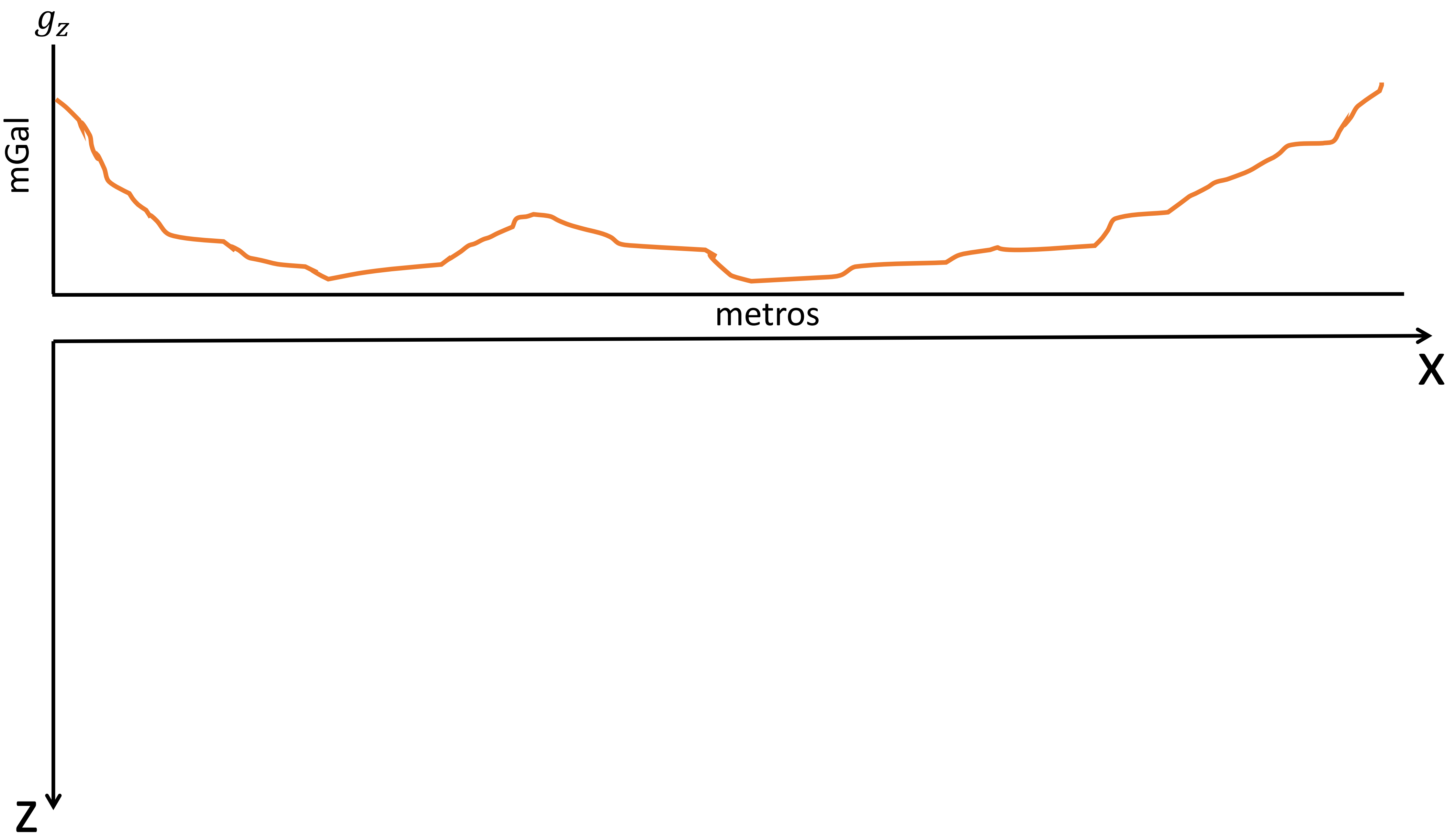
$$(I, D) = (-39.9°, -50.1°)$$

Direção de magnetização estimada

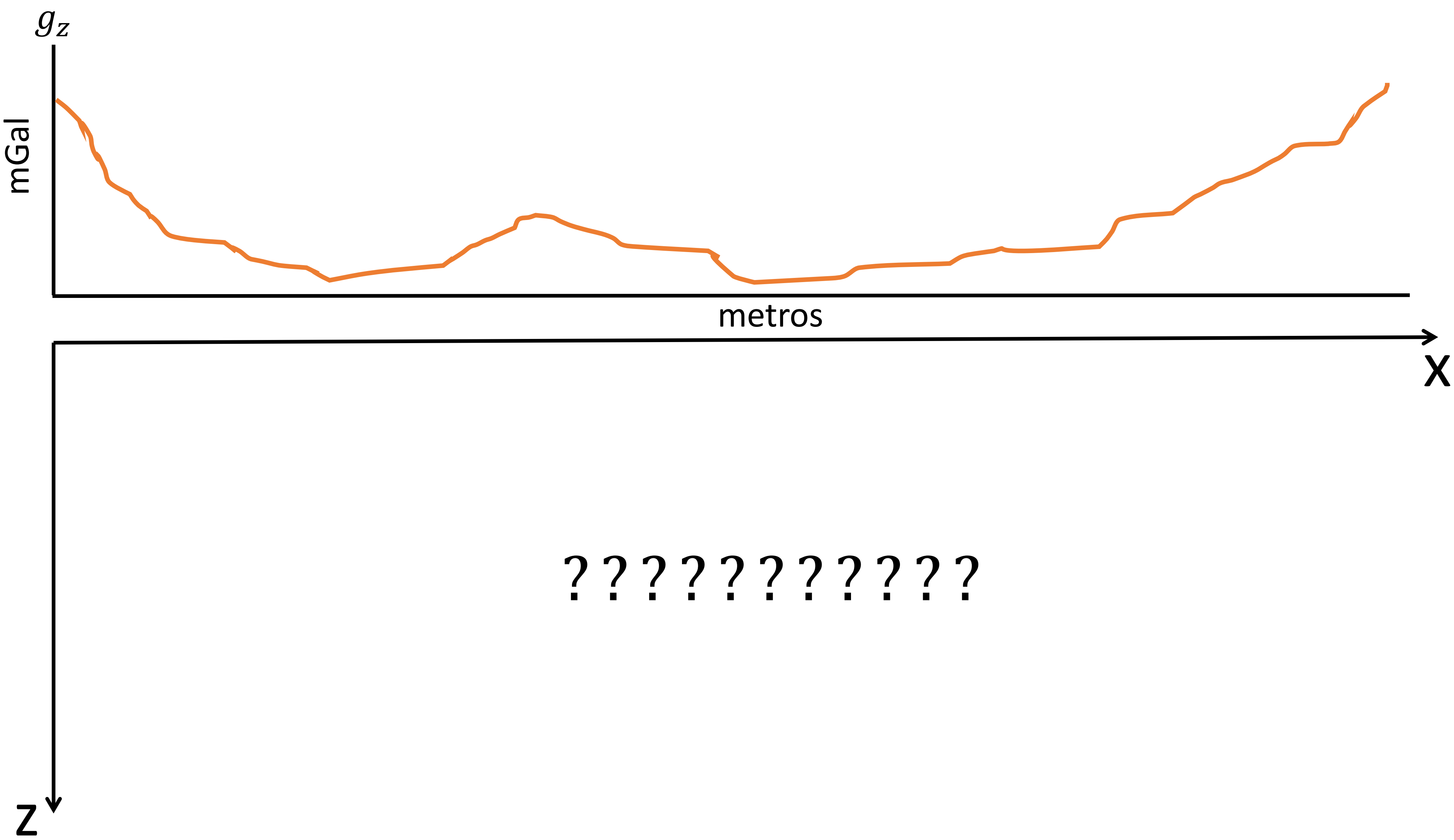


Estimativa do relevo do embasamento de uma Bacia sedimentar

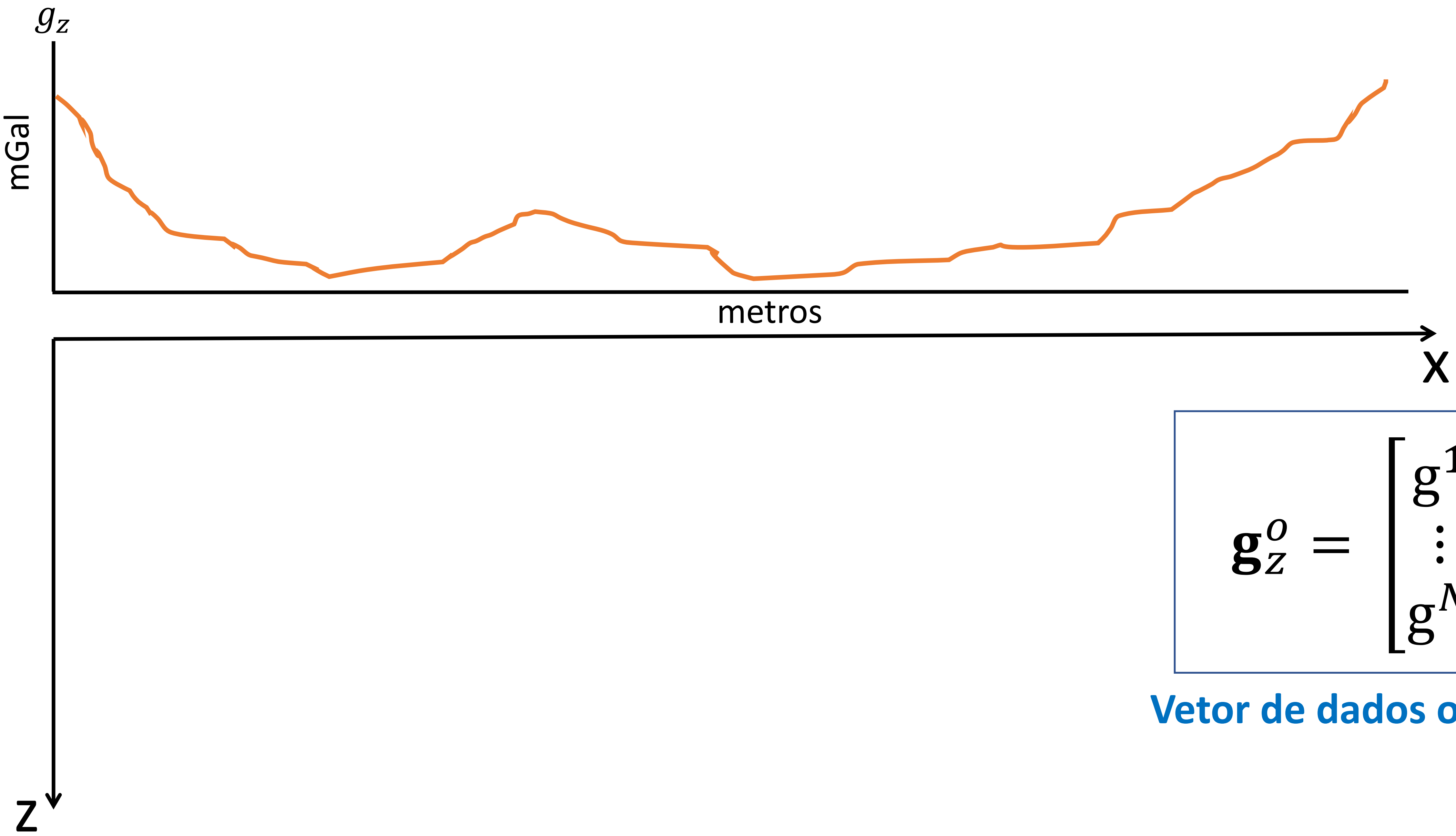
Bacia sedimentar 2D



Bacia sedimentar 2D



Bacia sedimentar 2D

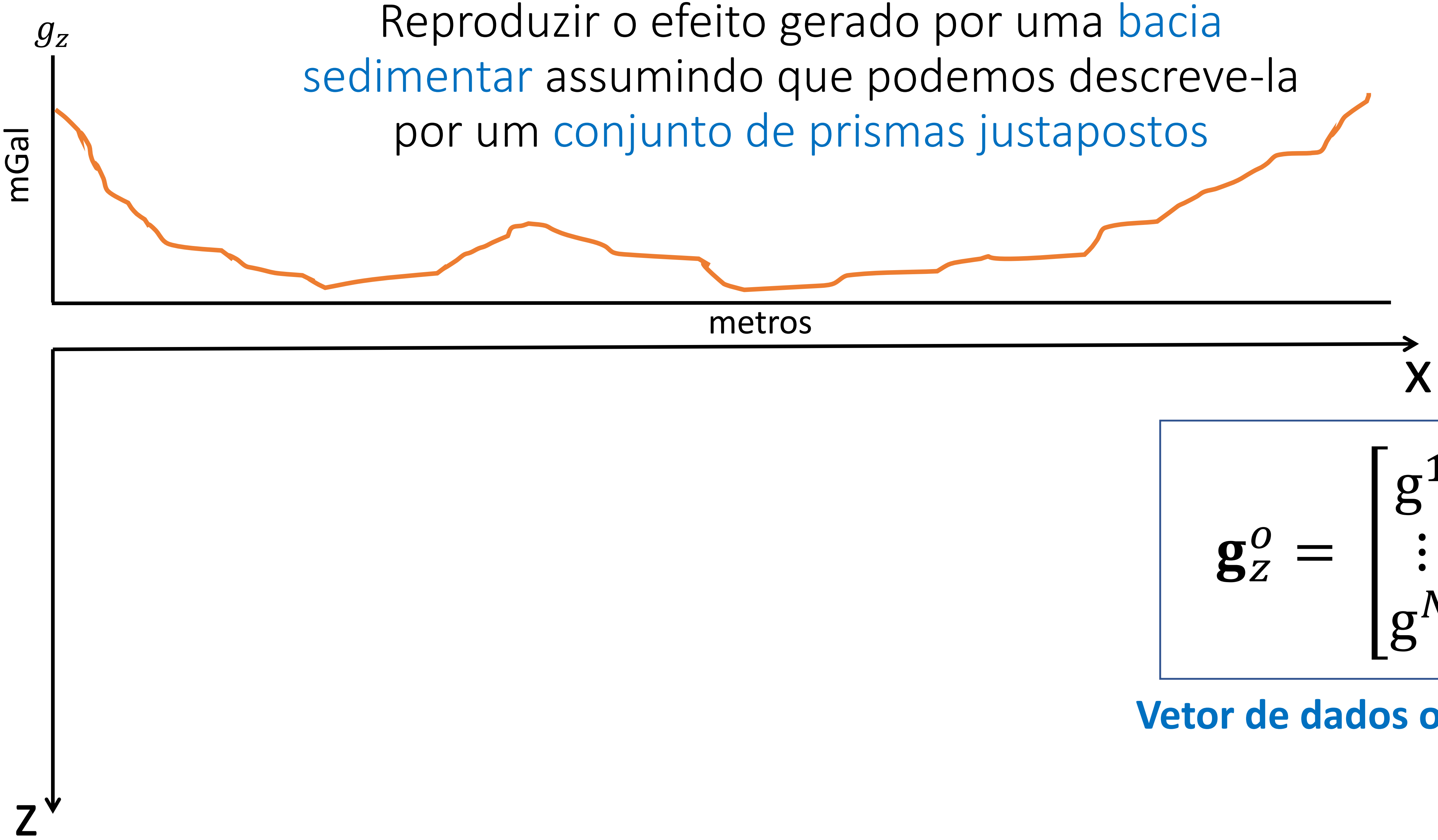


$$\mathbf{g}_z^o = \begin{bmatrix} g^1 \\ \vdots \\ g^N \end{bmatrix}$$

Vetor de dados observados

Bacia sedimentar 2D

Reproduzir o efeito gerado por uma bacia sedimentar assumindo que podemos descreve-la por um conjunto de prismas justapostos

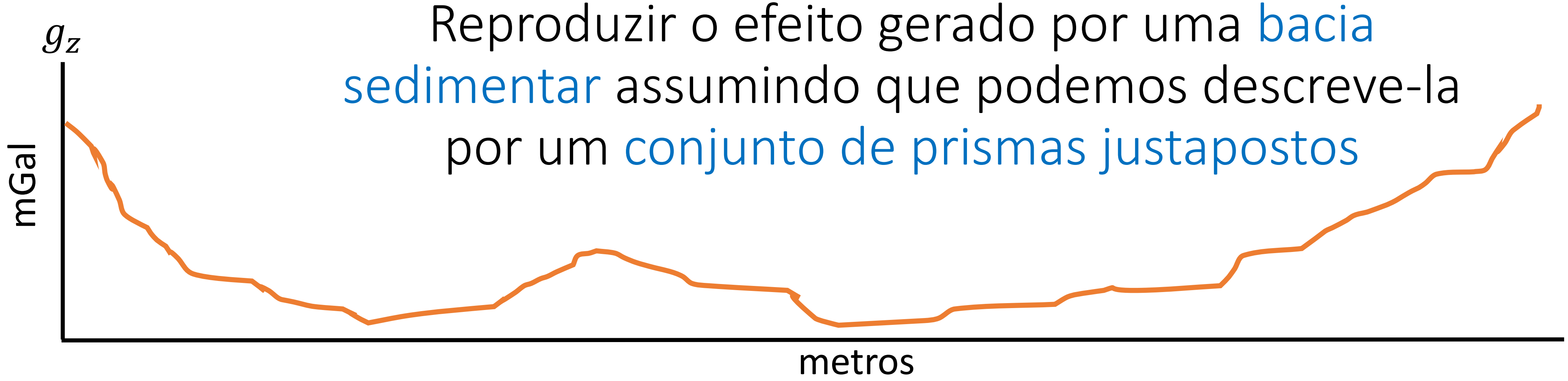


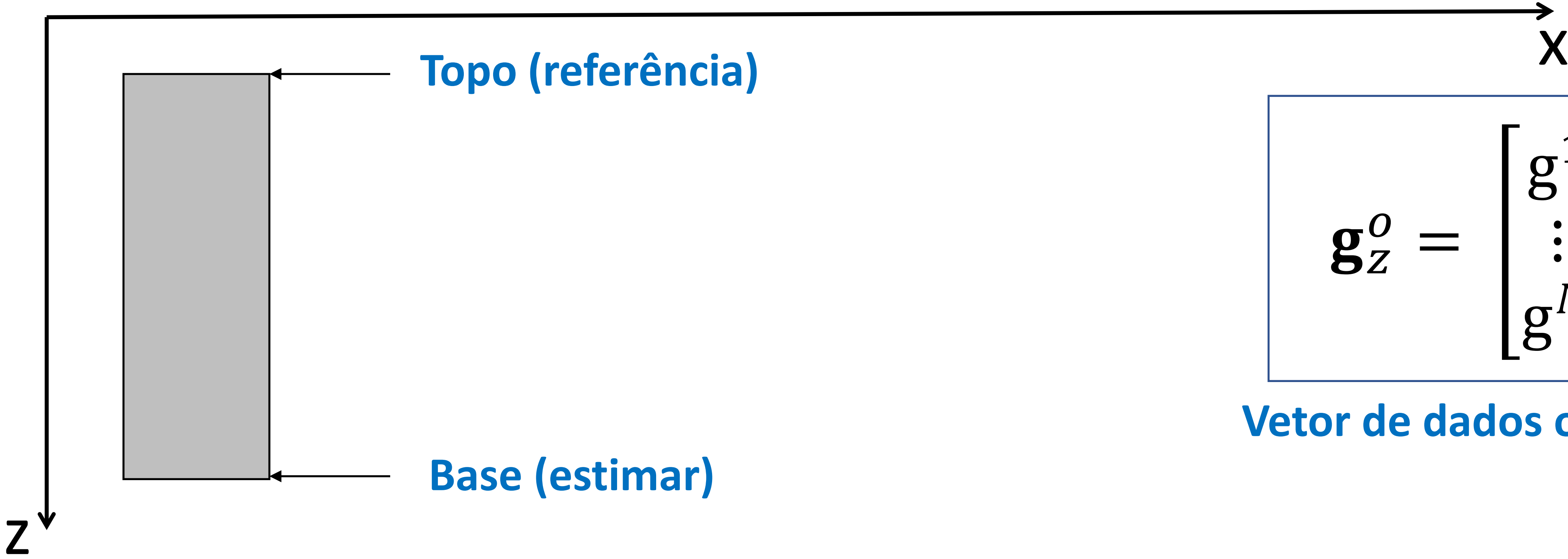
$$\mathbf{g}_z^o = \begin{bmatrix} g^1 \\ \vdots \\ g^N \end{bmatrix}$$

Vetor de dados observados

Bacia sedimentar 2D

Reproduzir o efeito gerado por uma bacia sedimentar assumindo que podemos descreve-la por um conjunto de prismas justapostos



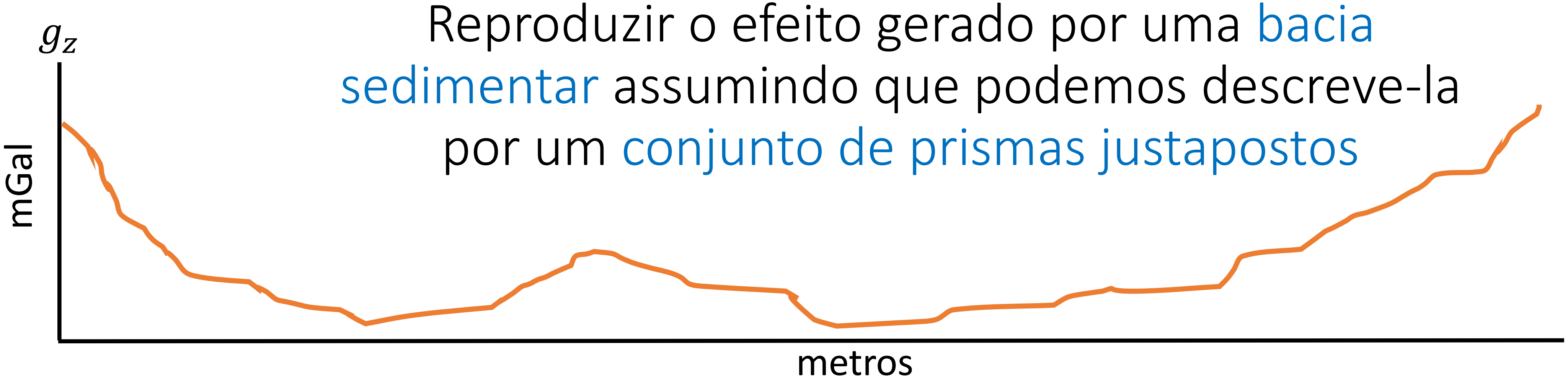


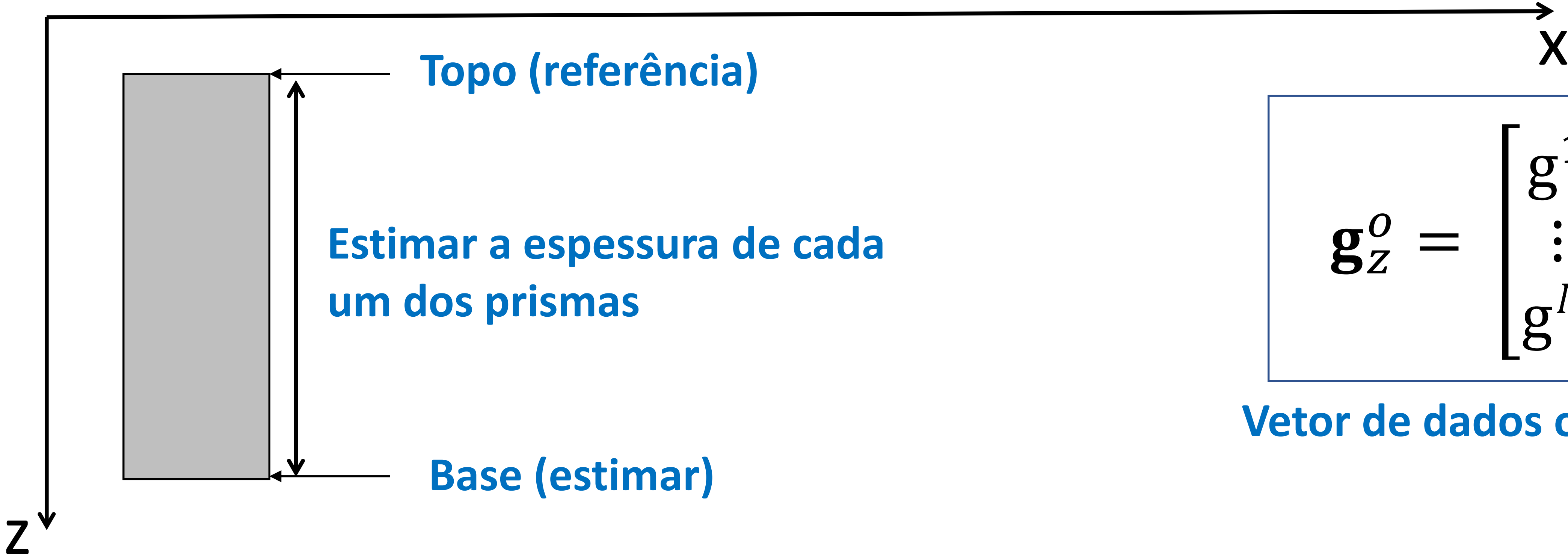
$$\mathbf{g}_z^o = \begin{bmatrix} \mathrm{g}^1 \\ \vdots \\ \mathrm{g}^N \end{bmatrix}$$

Vetor de dados observados

Bacia sedimentar 2D

Reproduzir o efeito gerado por uma bacia sedimentar assumindo que podemos descreve-la por um conjunto de prismas justapostos



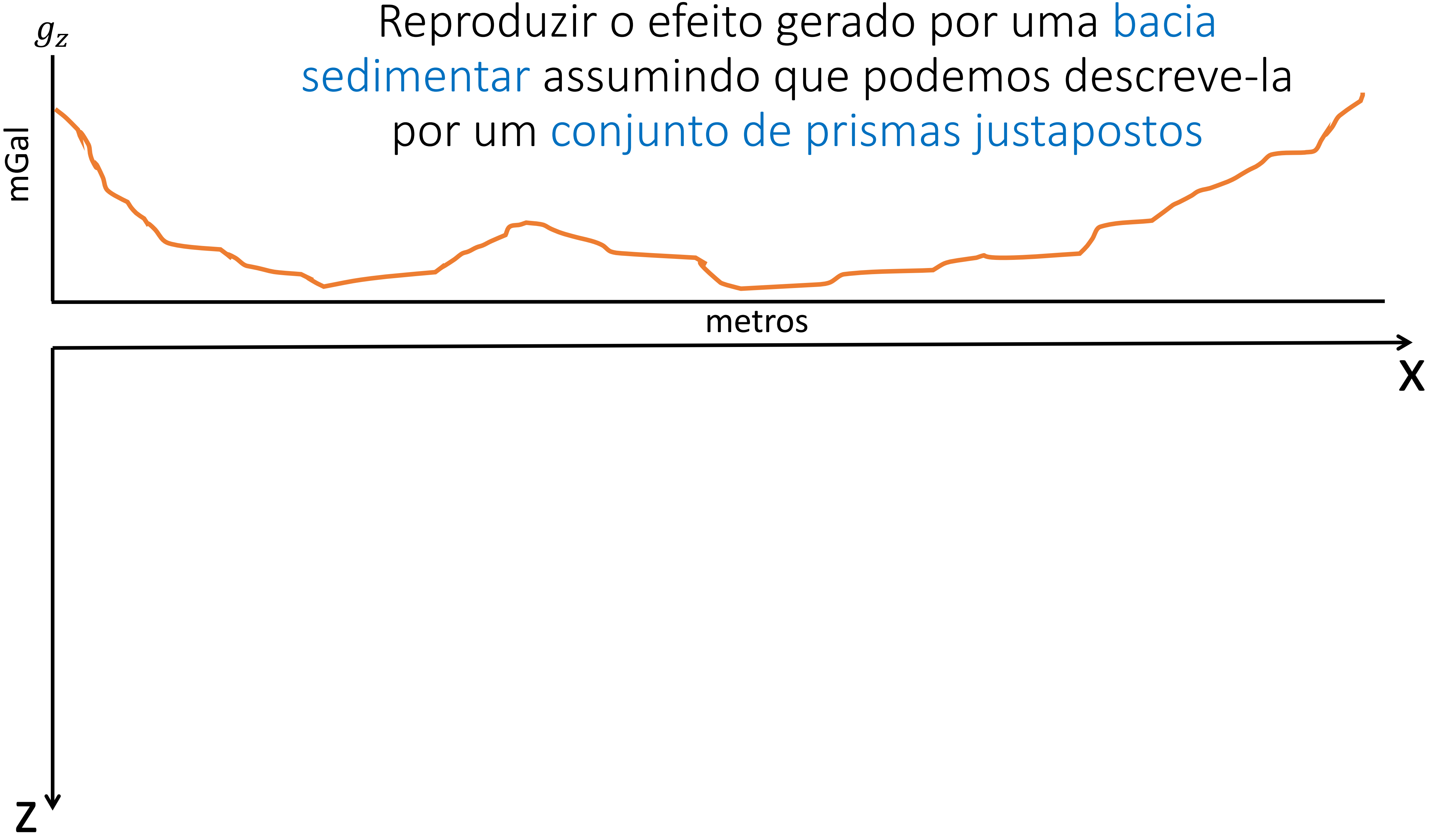


$$\mathbf{g}_z^o = \begin{bmatrix} \mathrm{g}^1 \\ \vdots \\ \mathrm{g}^N \end{bmatrix}$$

Vetor de dados observados

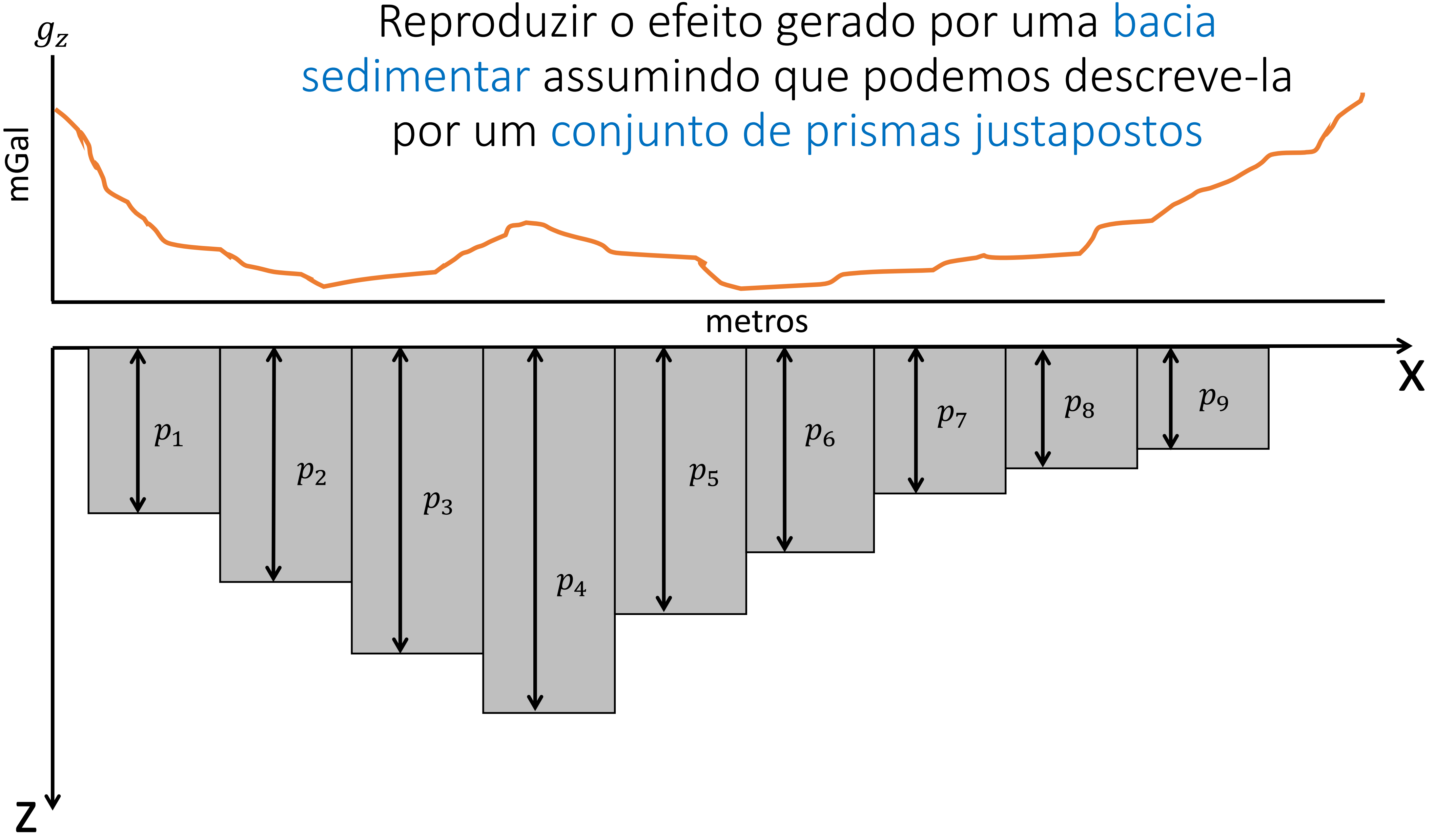
Bacia sedimentar 2D

Reproduzir o efeito gerado por uma bacia sedimentar assumindo que podemos descreve-la por um conjunto de prismas justapostos



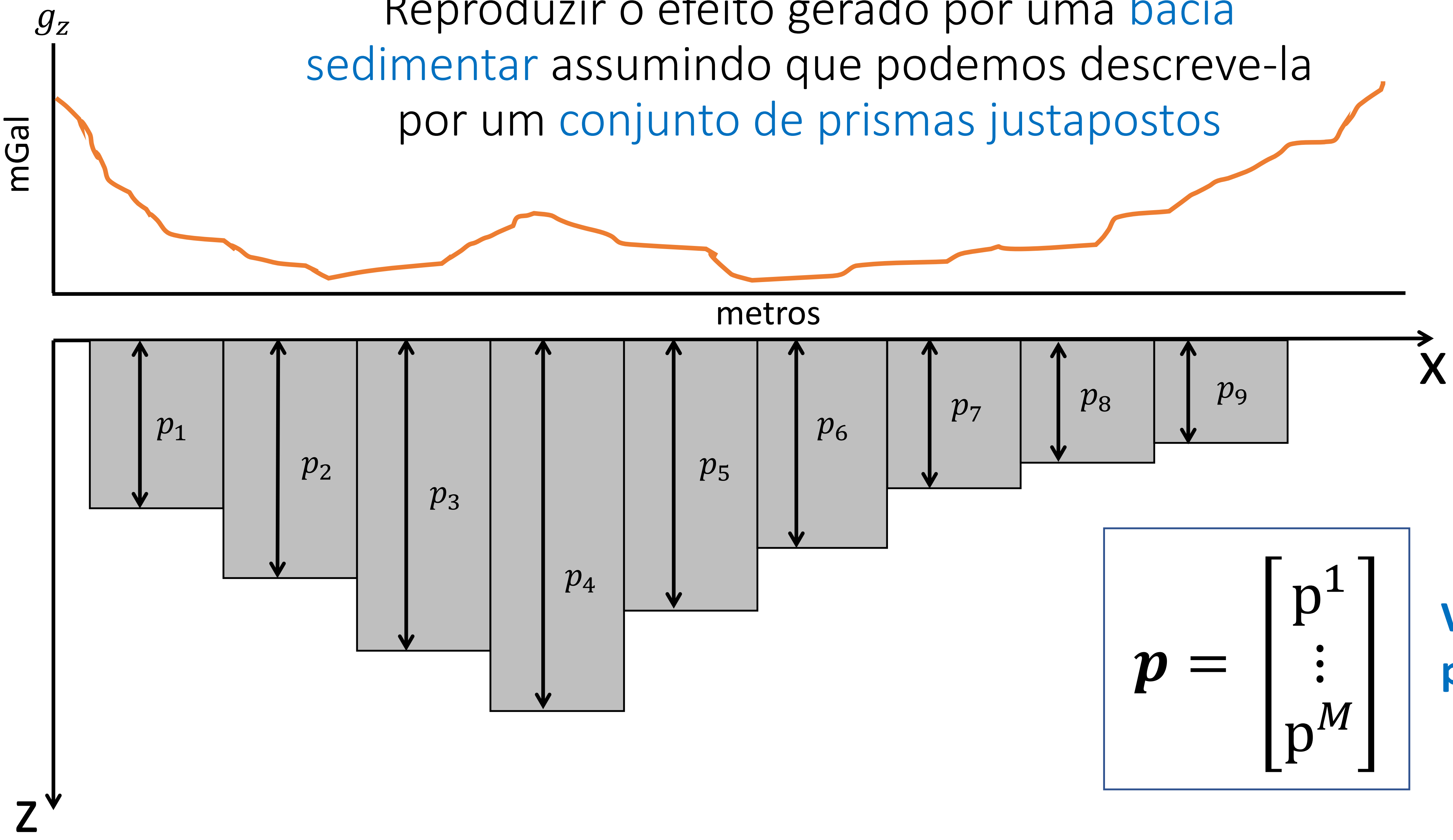
Bacia sedimentar 2D

Reproduzir o efeito gerado por uma bacia sedimentar assumindo que podemos descreve-la por um conjunto de prismas justapostos



Bacia sedimentar 2D

Reproduzir o efeito gerado por uma bacia sedimentar assumindo que podemos descreve-la por um conjunto de prismas justapostos

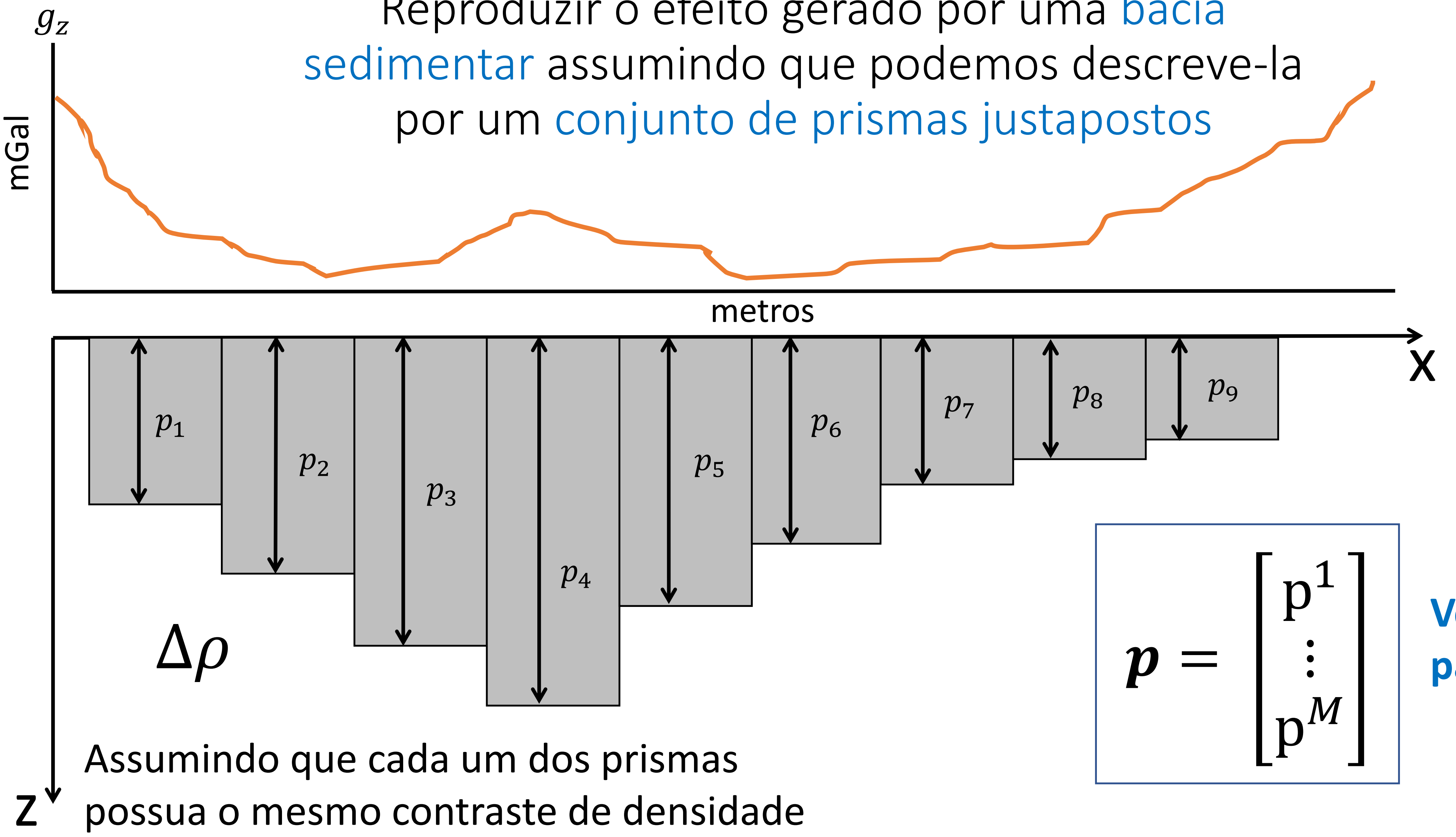


$$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} \mathrm{p}^1 \\ \vdots \\ \mathrm{p}^M \end{bmatrix}$$

Vetor de parâmetros

Bacia sedimentar 2D

Reproduzir o efeito gerado por uma bacia sedimentar assumindo que podemos descreve-la por um conjunto de prismas justapostos



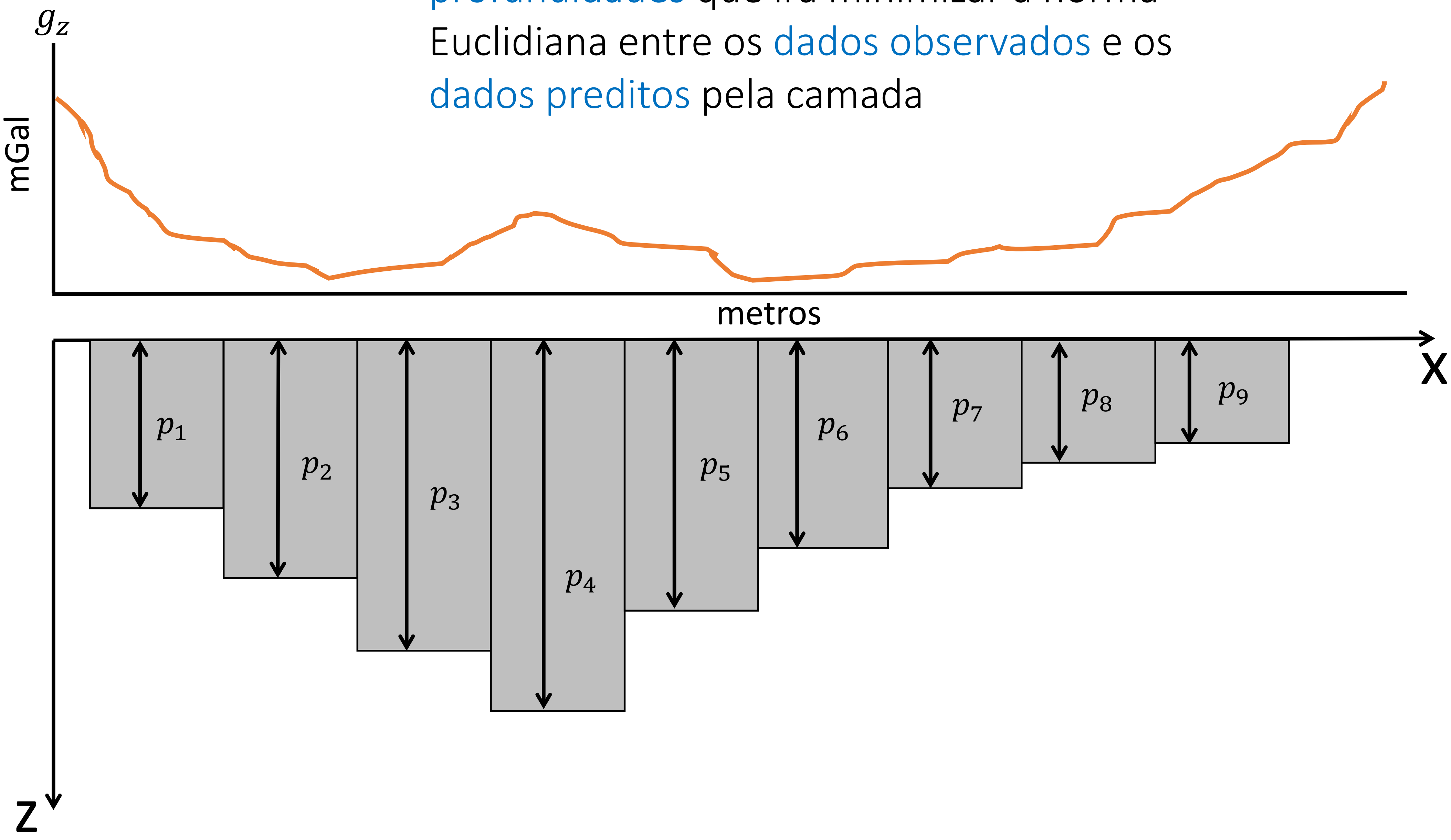
Assumindo que cada um dos prismas possua o mesmo contraste de densidade

$$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} \mathrm{p}^1 \\ \vdots \\ \mathrm{p}^M \end{bmatrix}$$

Vetor de parâmetros

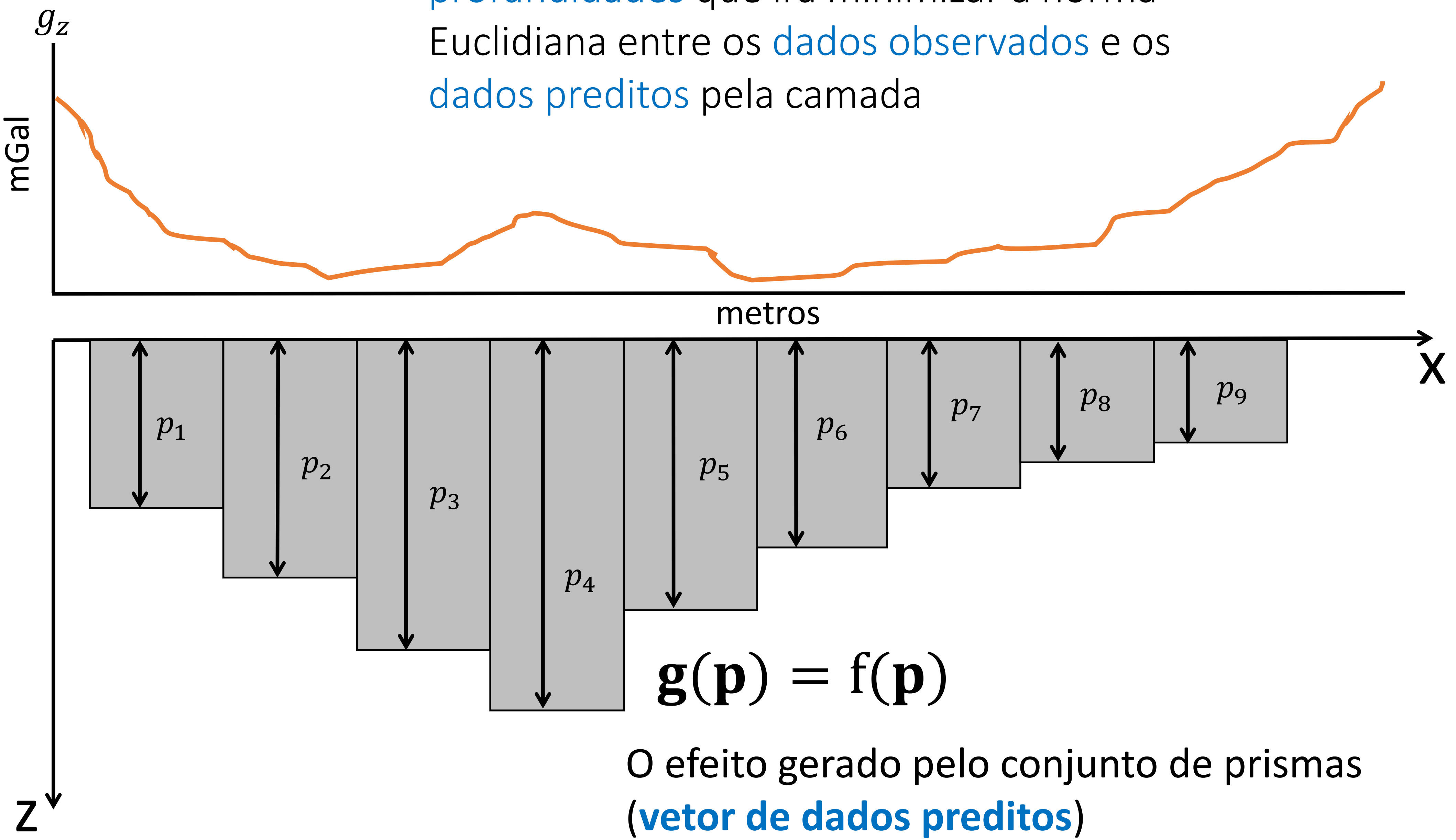
Bacia sedimentar 2D

Queremos estimar um conjunto de profundidades que irá minimizar a norma Euclidiana entre os dados observados e os dados preditos pela camada



Bacia sedimentar 2D

Queremos estimar um conjunto de profundidades que irá minimizar a norma Euclidiana entre os dados observados e os dados preditos pela camada

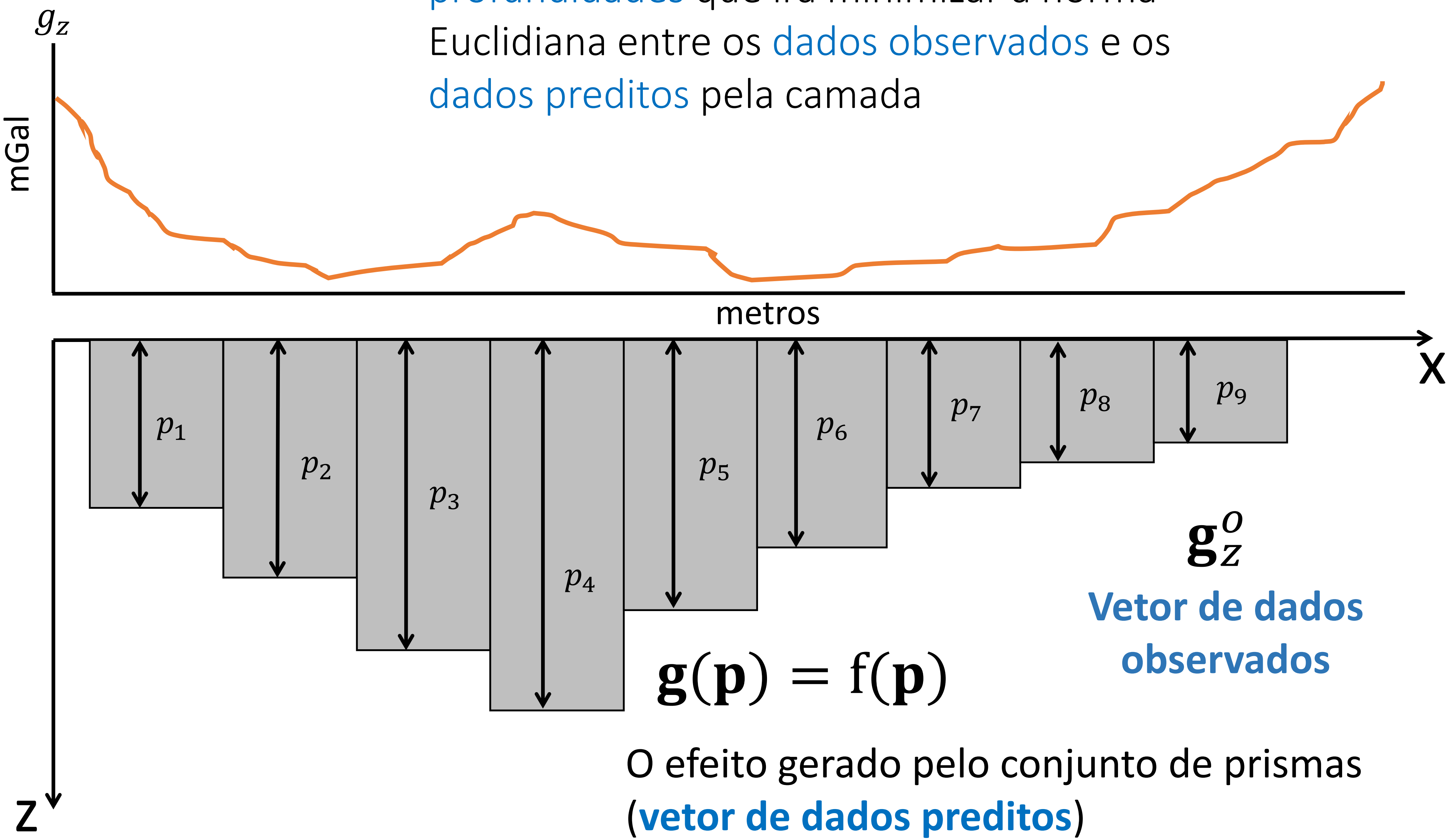


$$\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathrm{f}(\mathbf{p})$$

O efeito gerado pelo conjunto de prismas (**vetor de dados preditos**)

Bacia sedimentar 2D

Queremos estimar um conjunto de profundidades que irá minimizar a norma Euclidiana entre os dados observados e os dados preditos pela camada



$$\mathbf{g}_z^o$$

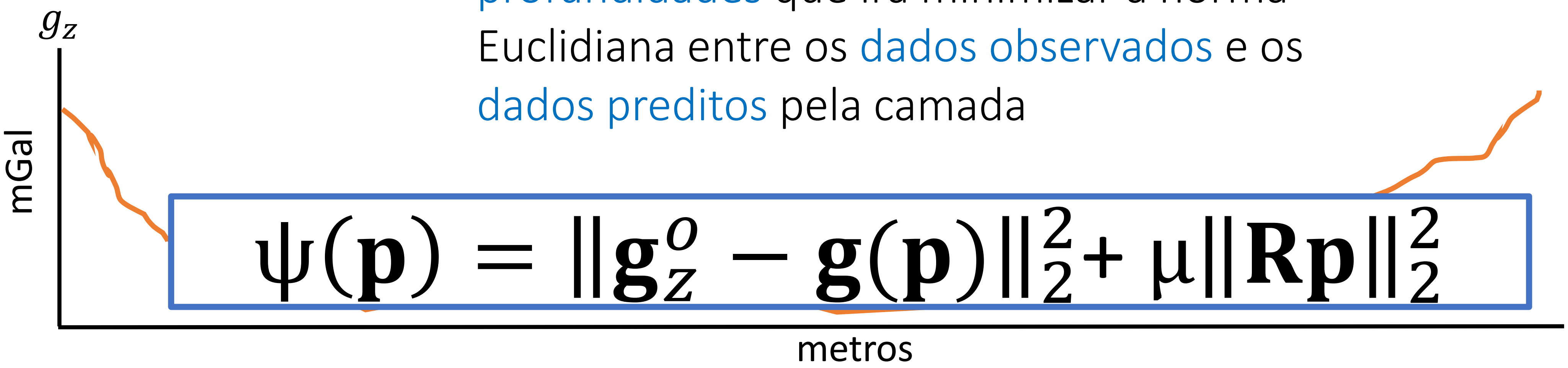
Vetor de dados observados

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathrm{f}(\mathbf{p})$$

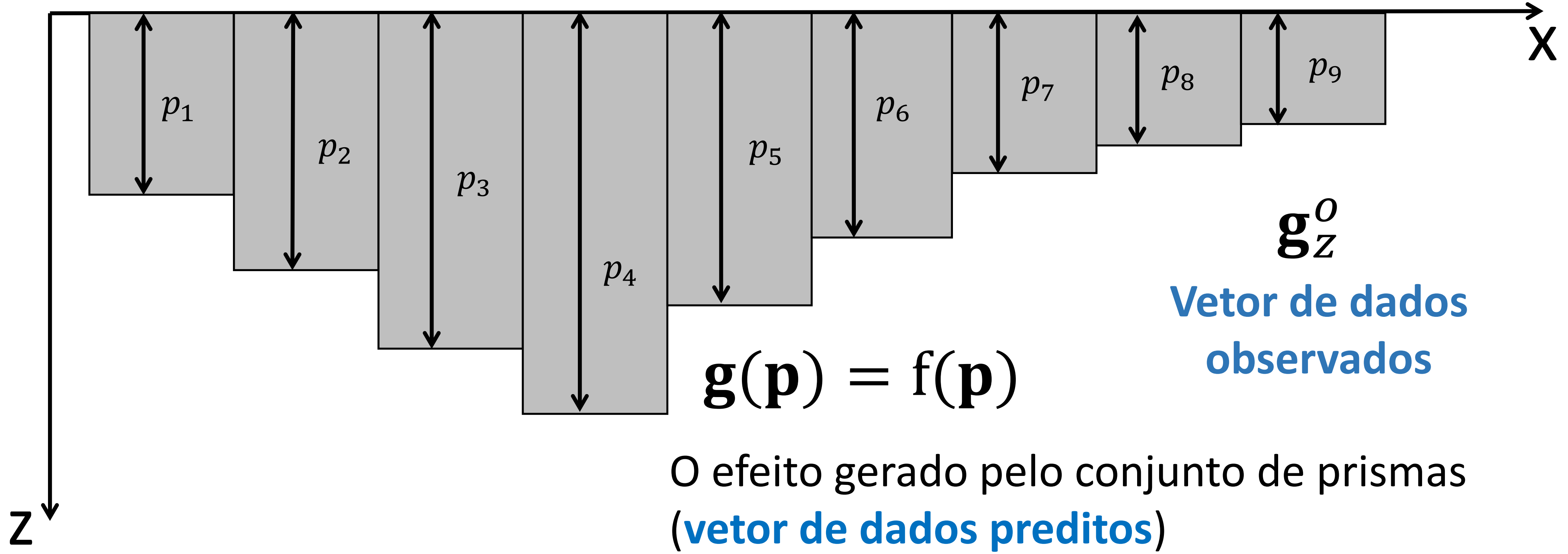
O efeito gerado pelo conjunto de prismas (**vetor de dados preditos**)

Bacia sedimentar 2D

Queremos estimar um conjunto de profundidades que irá minimizar a norma Euclidiana entre os dados observados e os dados preditos pela camada



$$\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{g}_z^o - \mathbf{g}(\mathbf{p})\|_2^2 + \mu\|\mathbf{R}\mathbf{p}\|_2^2$$



$$\mathbf{g}_z^o$$

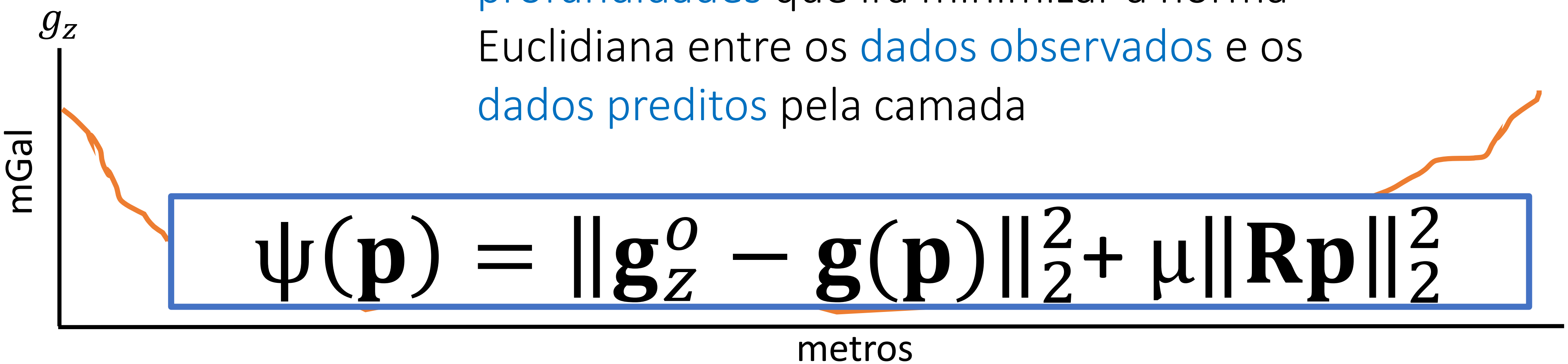
Vetor de dados observados

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathrm{f}(\mathbf{p})$$

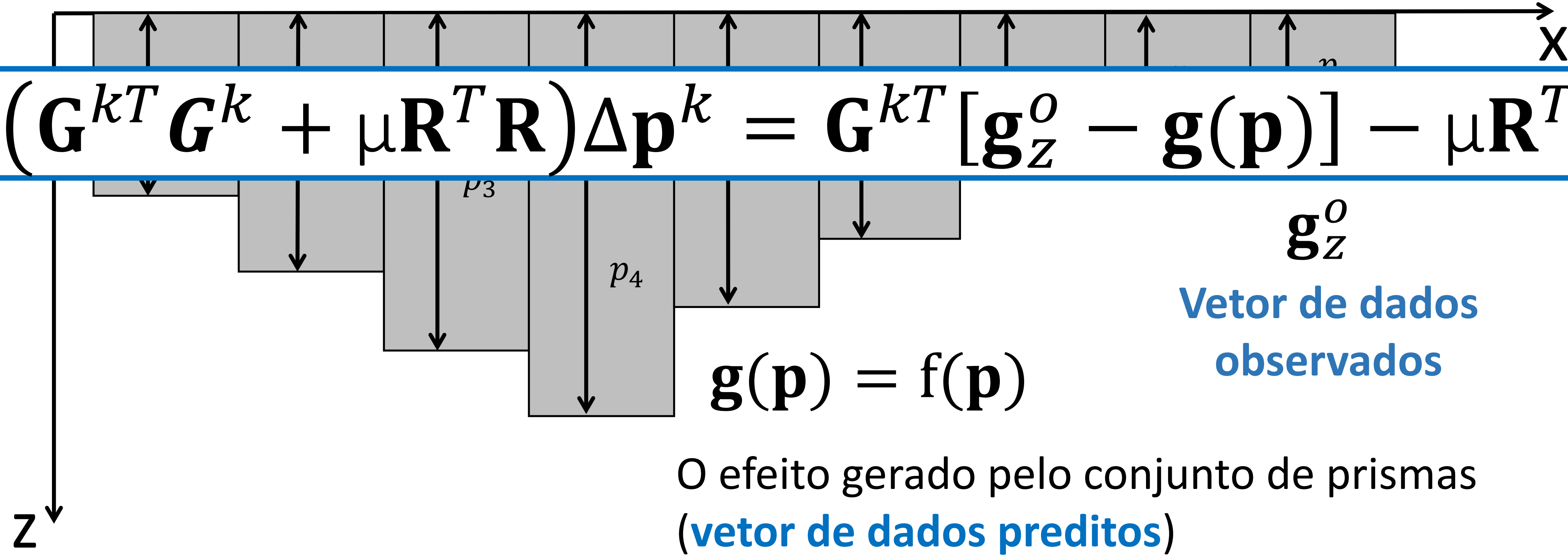
O efeito gerado pelo conjunto de prismas (**vetor de dados preditos**)

Bacia sedimentar 2D

Queremos estimar um conjunto de profundidades que irá minimizar a norma Euclidiana entre os dados observados e os dados preditos pela camada



$$\boxed{\psi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{g}_z^o - \mathbf{g}(\mathbf{p})\|_2^2 + \mu\|\mathbf{R}\mathbf{p}\|_2^2}$$



$$\boxed{\left(\mathbf{G}^{kT}\boldsymbol{G}^k + \mu\mathbf{R}^T\mathbf{R}\right)\Delta\mathbf{p}^k = \mathbf{G}^{kT}[\mathbf{g}_z^o - \mathbf{g}(\mathbf{p})] - \mu\mathbf{R}^T\mathbf{R}\mathbf{p}^k}$$

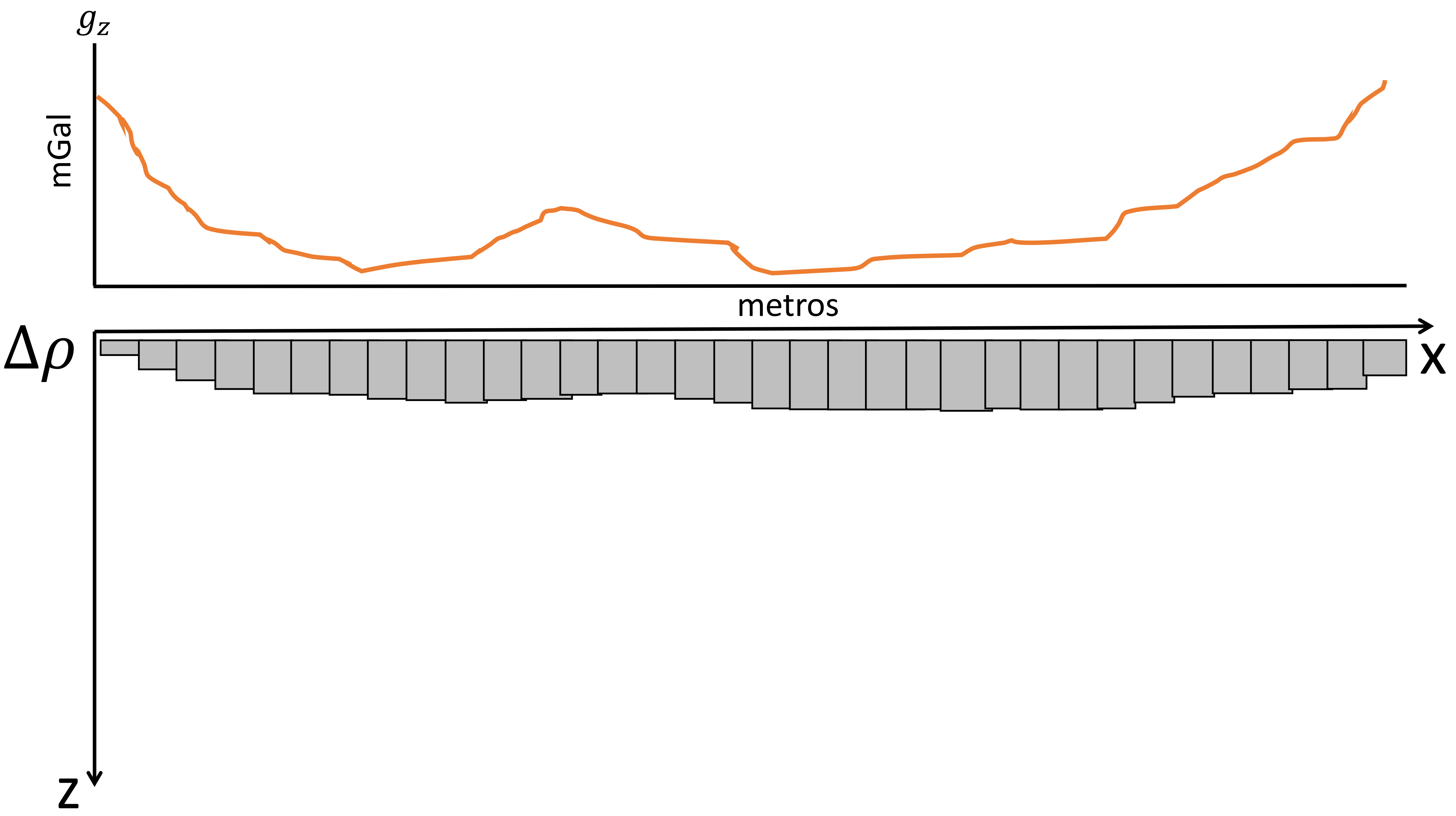
$\mathbf{g}_z^o$

Vetor de dados observados

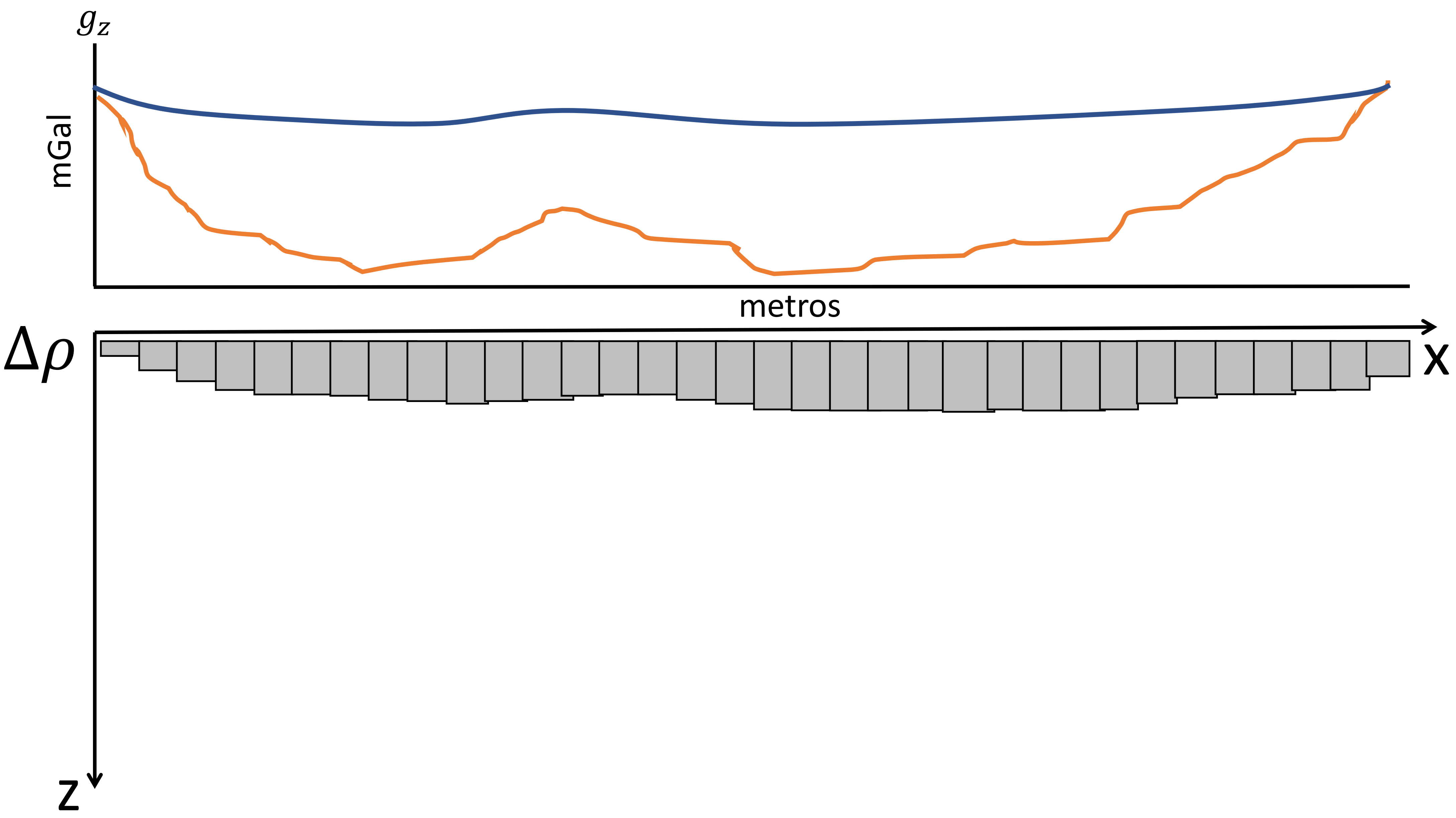
$$\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathrm{f}(\mathbf{p})$$

O efeito gerado pelo conjunto de prismas (**vetor de dados preditos**)

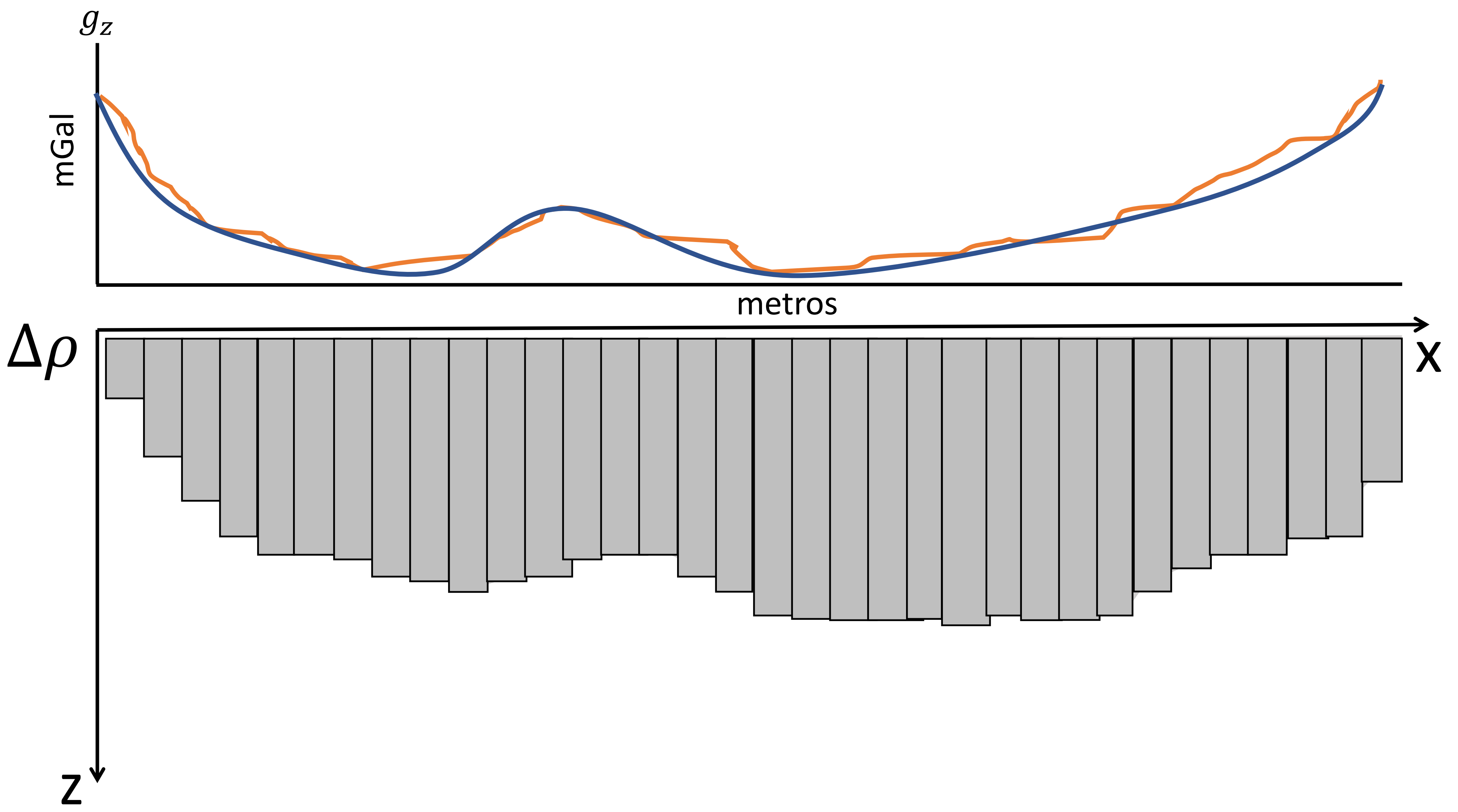
Bacia sedimentar 2D



Bacia sedimentar 2D

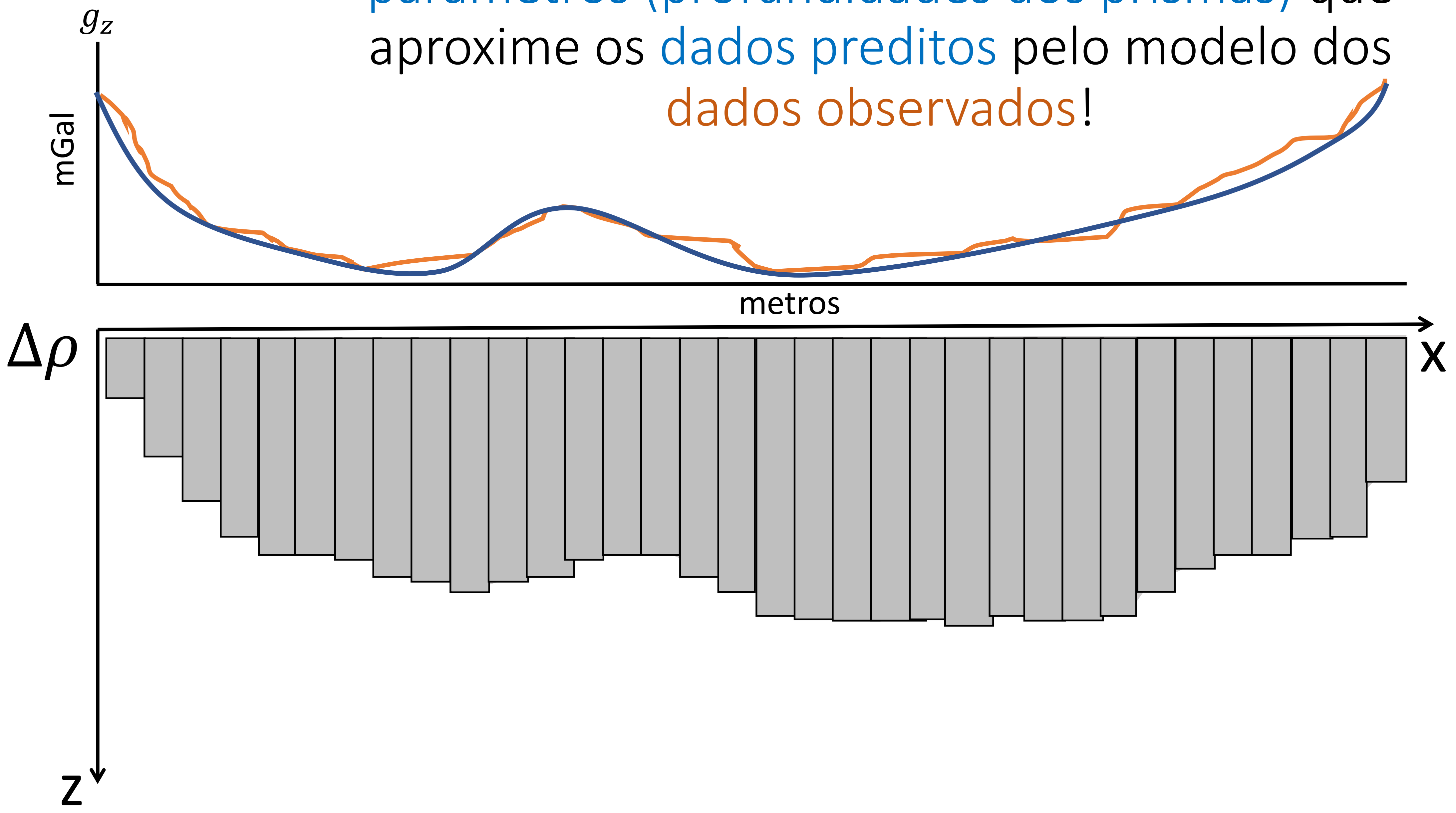


Bacia sedimentar 2D

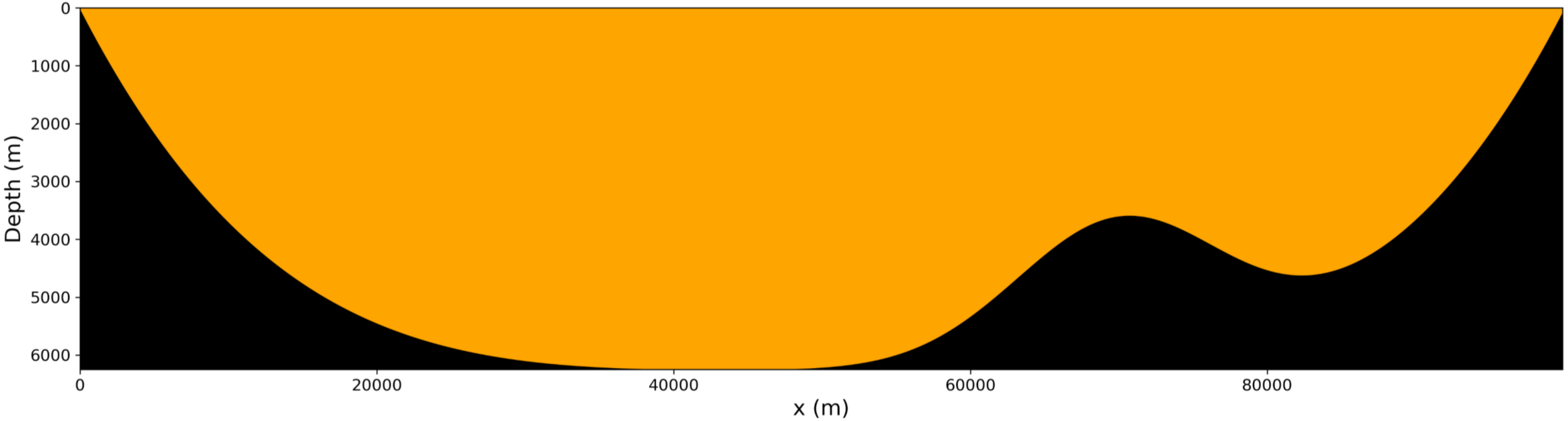


Bacia sedimentar 2D

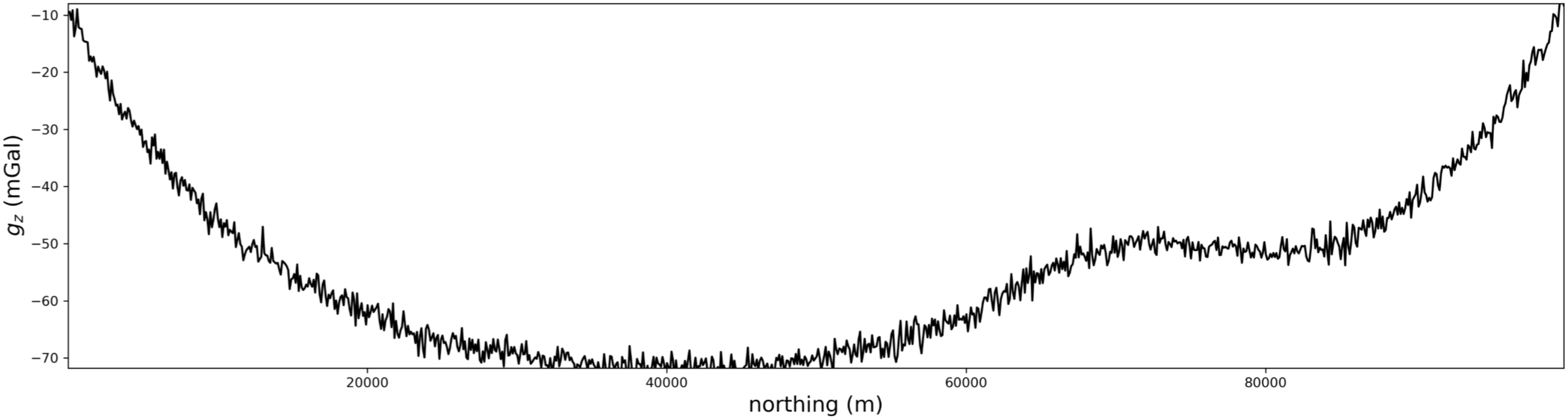
Conseguimos encontrar um conjunto de parâmetros (profundidades dos prismas) que aproxime os dados preditos pelo modelo dos dados observados!



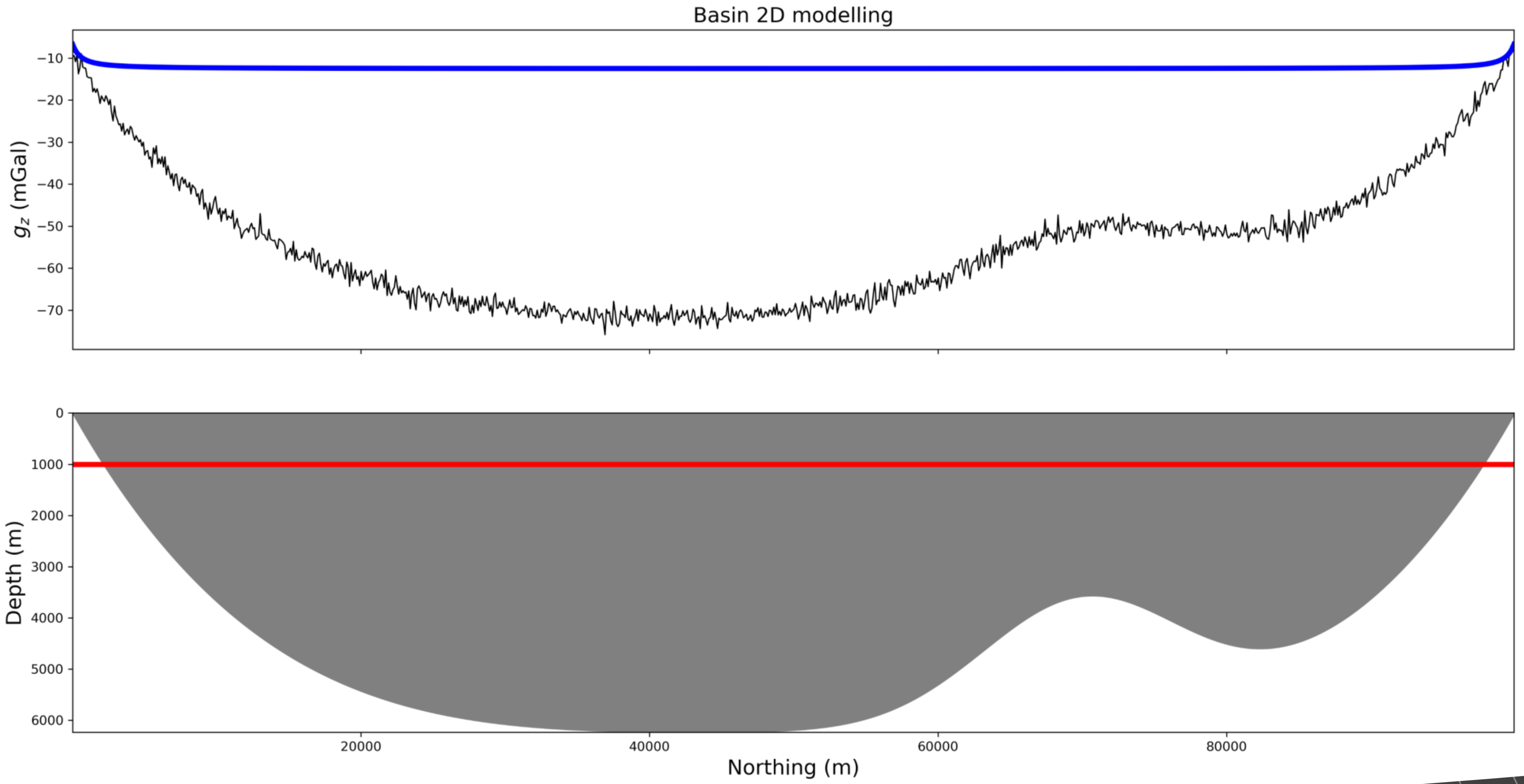
Simulação numérica



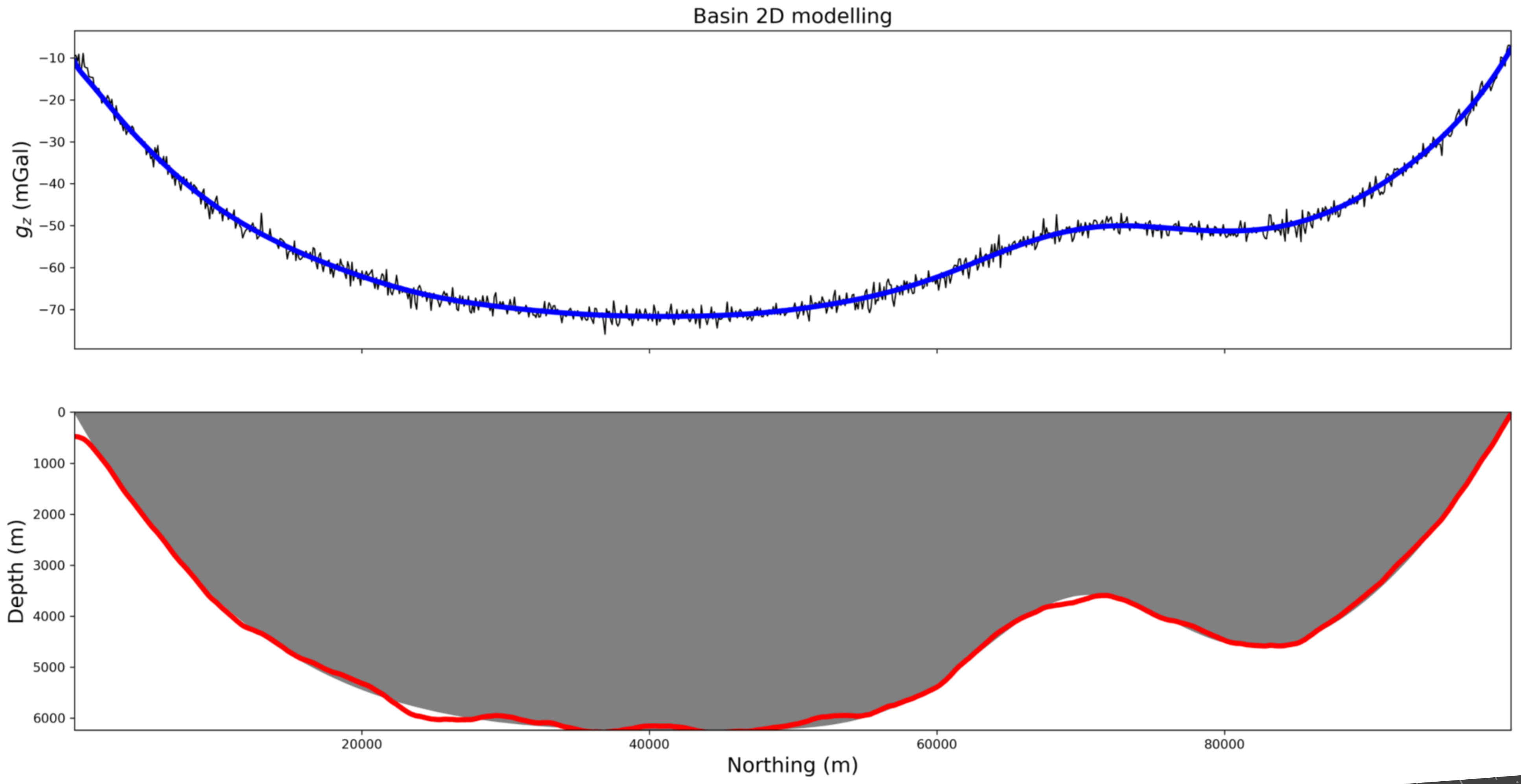
Bacia sedimentar 2D



Bacia sedimentar 2D



Bacia sedimentar 2D

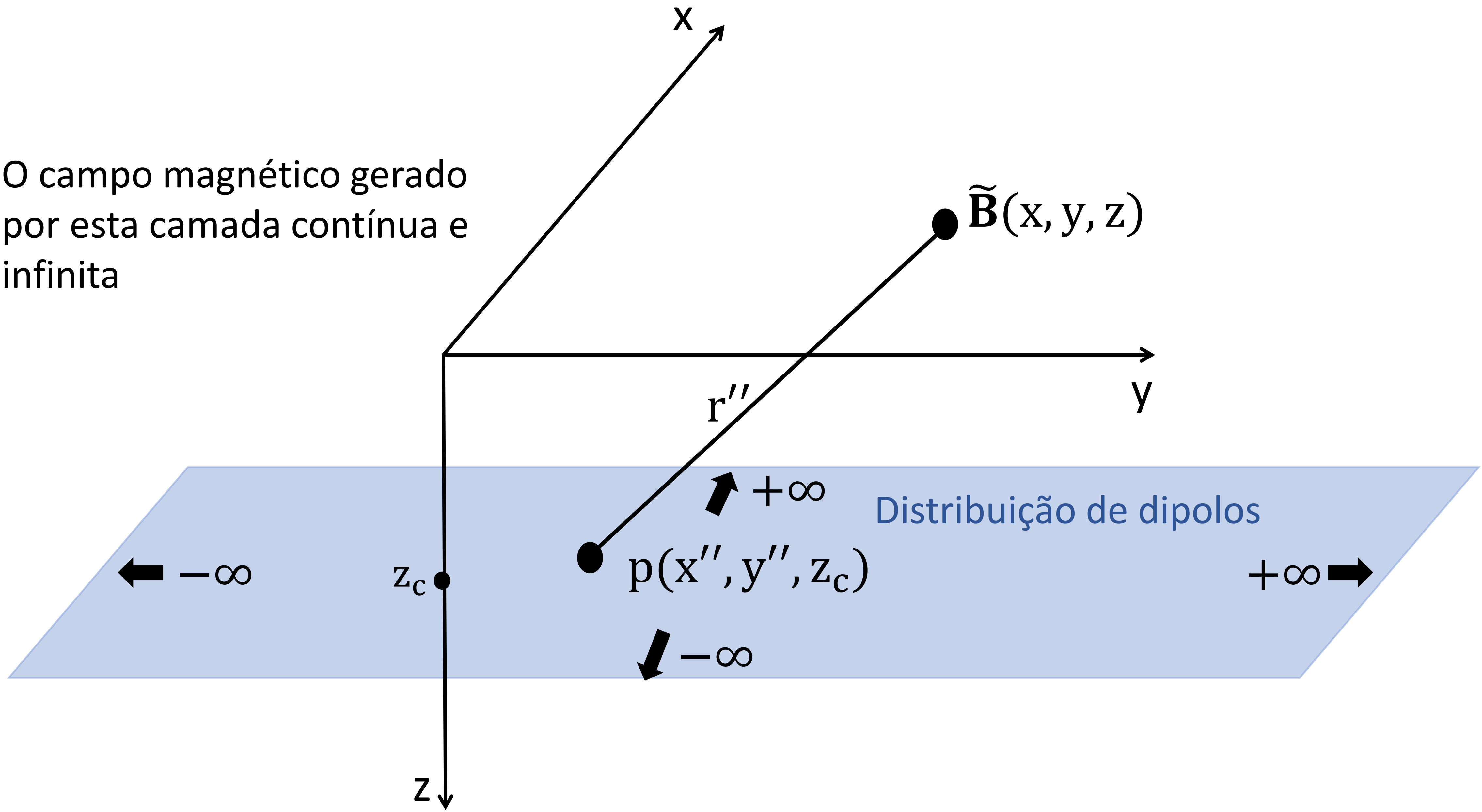


Bacia sedimentar 2D

Processamento de dados potenciais utilizando a técnica da Camada equivalente

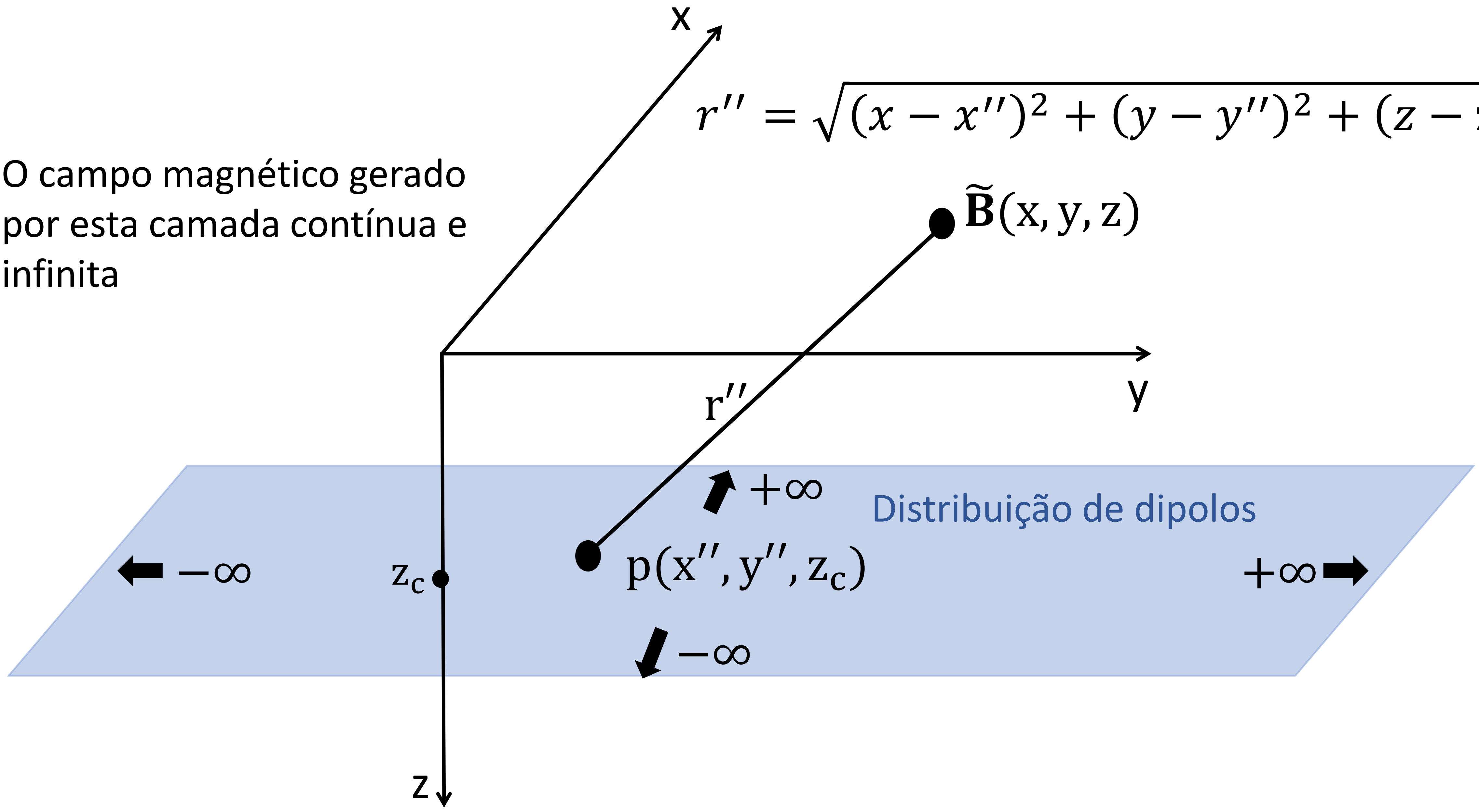
É possível recuperar os dados gerados por uma distribuição de propriedade física tridimensional através de uma distribuição 2D

O campo magnético gerado por esta camada contínua e infinita



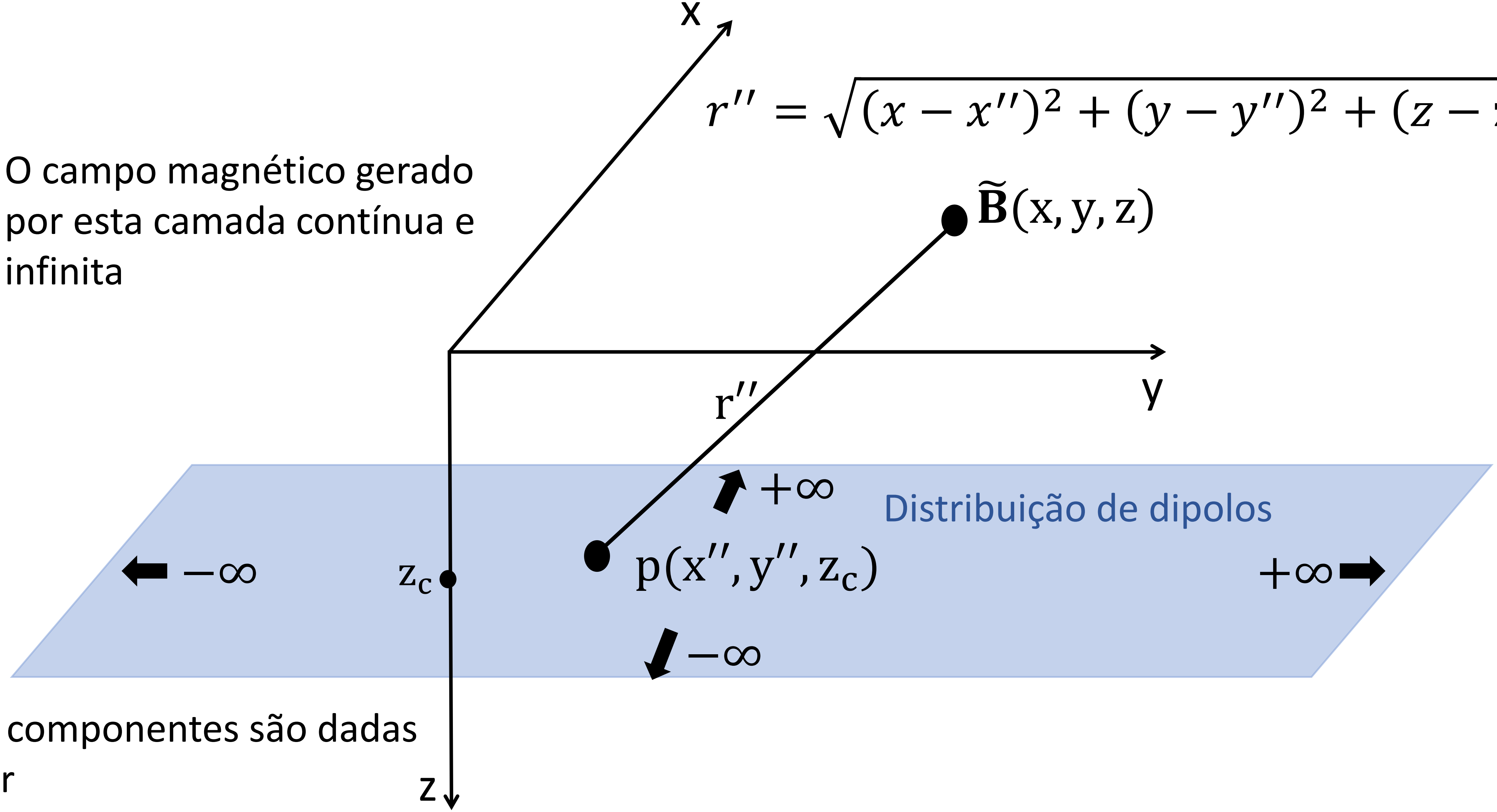
$$r'' = \sqrt{(x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z_c)^2}$$

O campo magnético gerado por esta camada contínua e infinita



$$r'' = \sqrt{(x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z_c)^2}$$

O campo magnético gerado por esta camada contínua e infinita

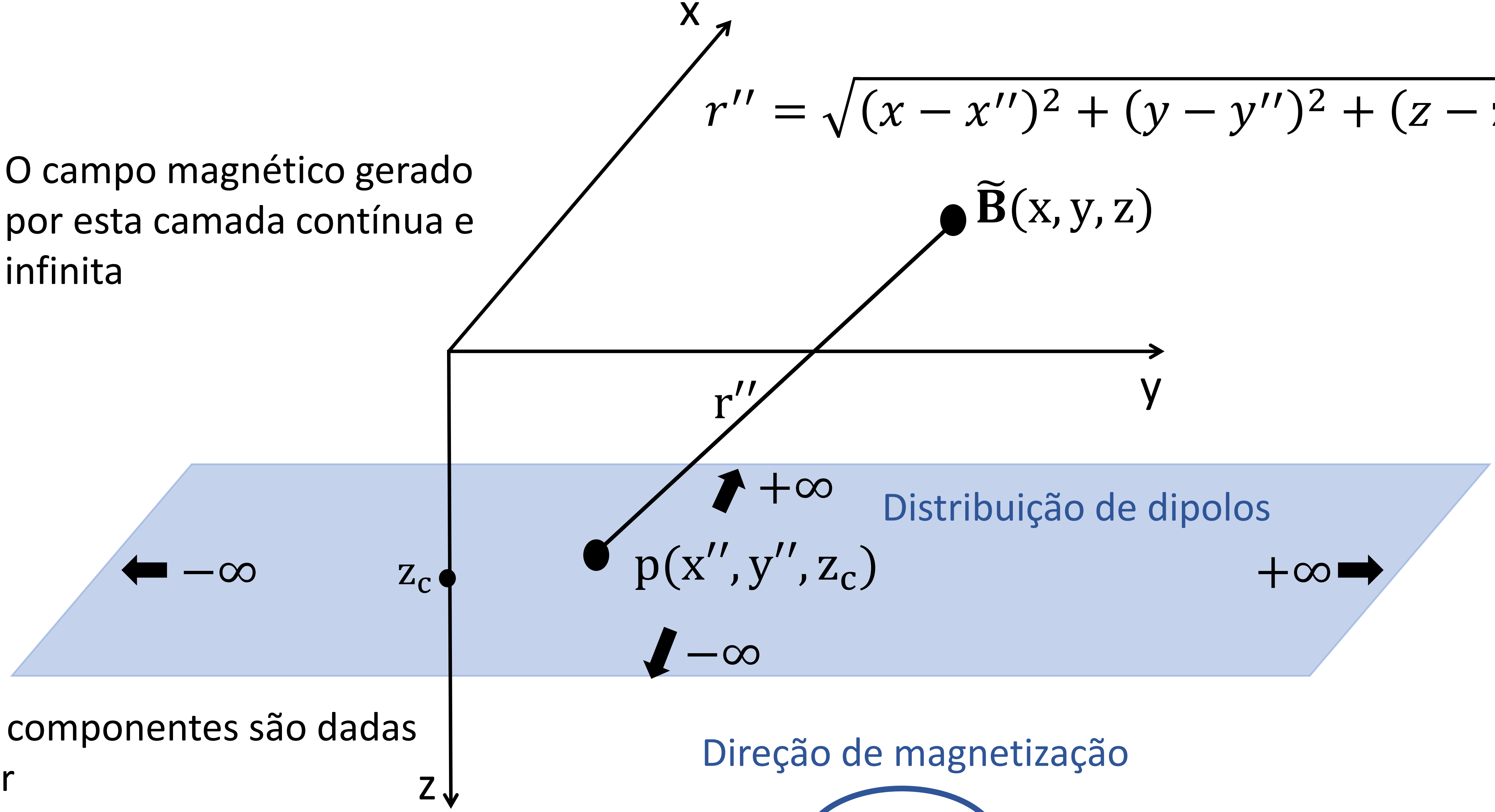


As componentes são dadas por

$$\widetilde{B_\alpha}(x, y, z) = \gamma_m \iint p(x'', y'', z_c)\mathbf{m}.\,\partial_\alpha \nabla \frac{1}{r''}\, dS'' \qquad z_c > z$$

$$r'' = \sqrt{(x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z_c)^2}$$

O campo magnético gerado por esta camada contínua e infinita

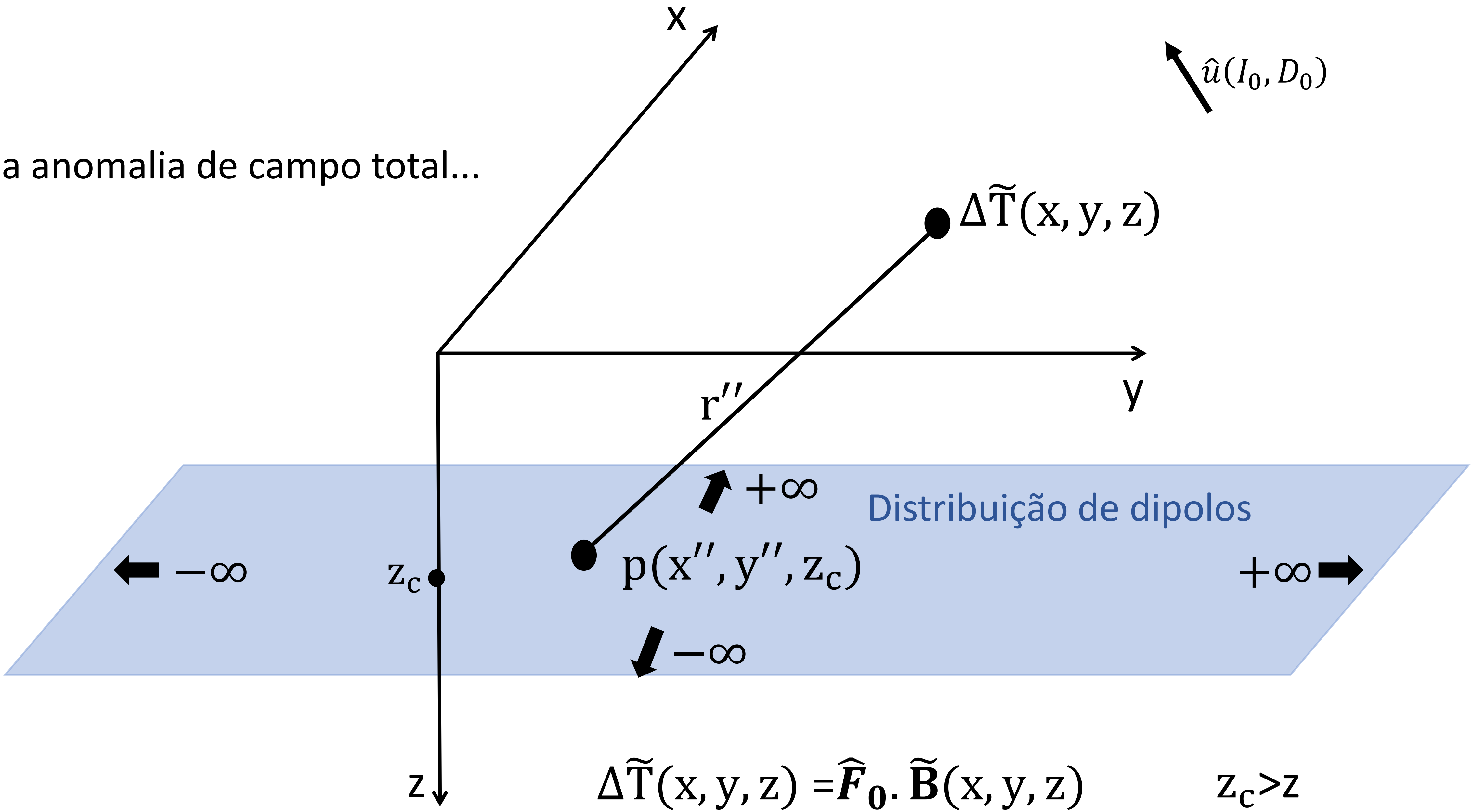


As componentes são dadas por

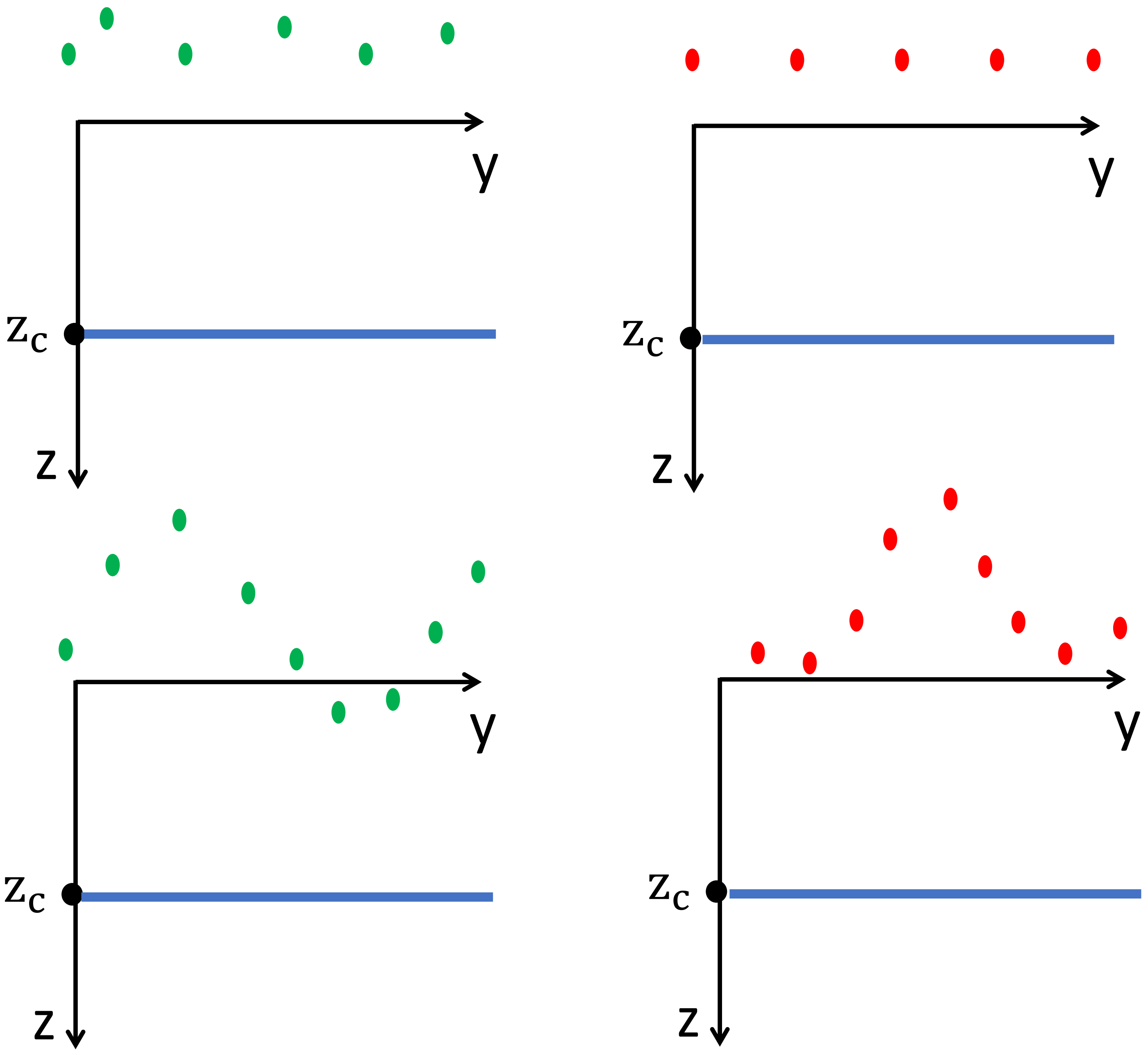
Direção de magnetização

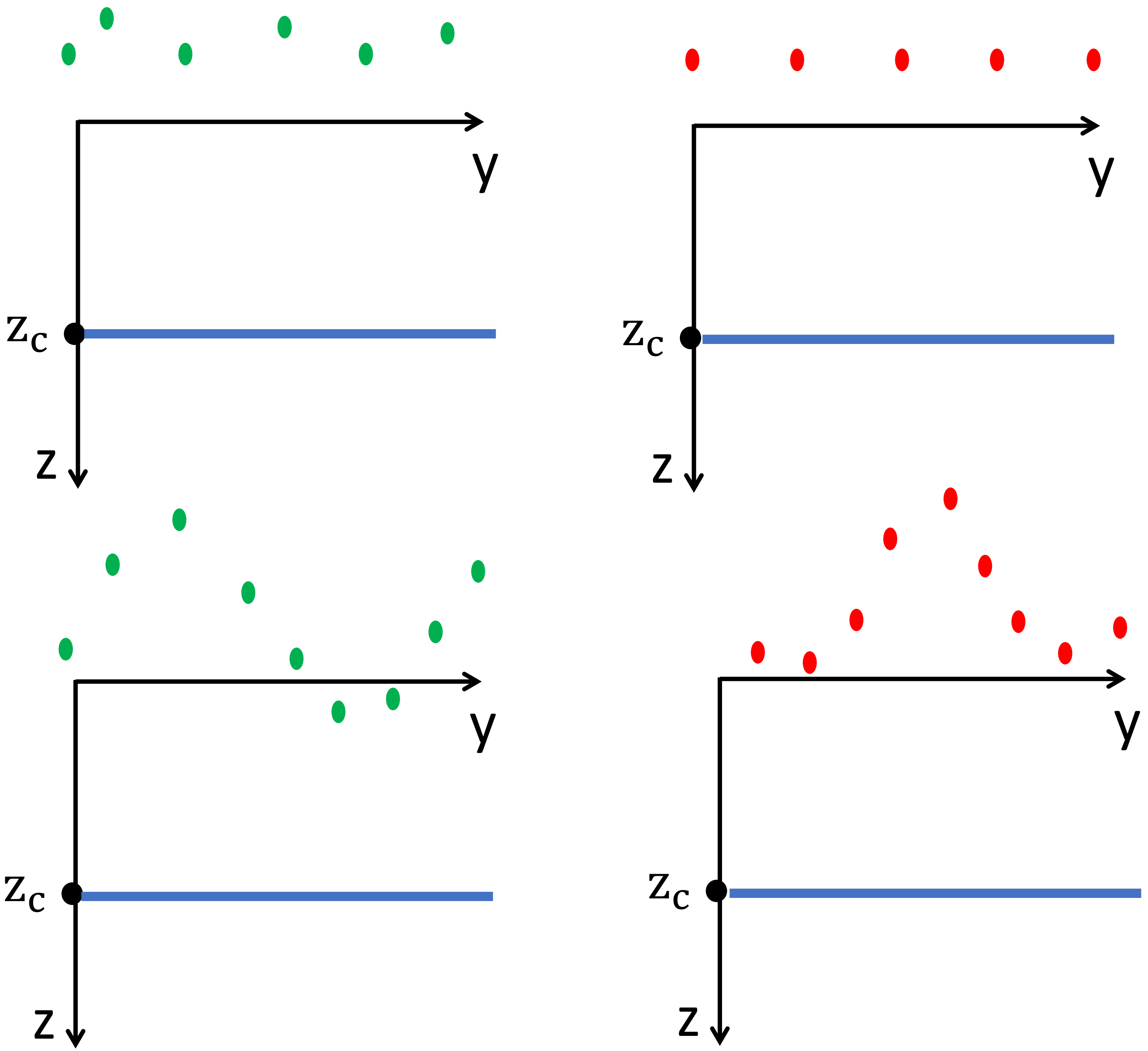
$$\widetilde{B_\alpha}(x, y, z) = \gamma_m \iint p(x'', y'', z_c)\,\mathbf{m}.\,\partial_\alpha \boldsymbol{\nabla} \frac{1}{r''}\, dS'' \qquad z_c > z$$

E a anomalia de campo total...

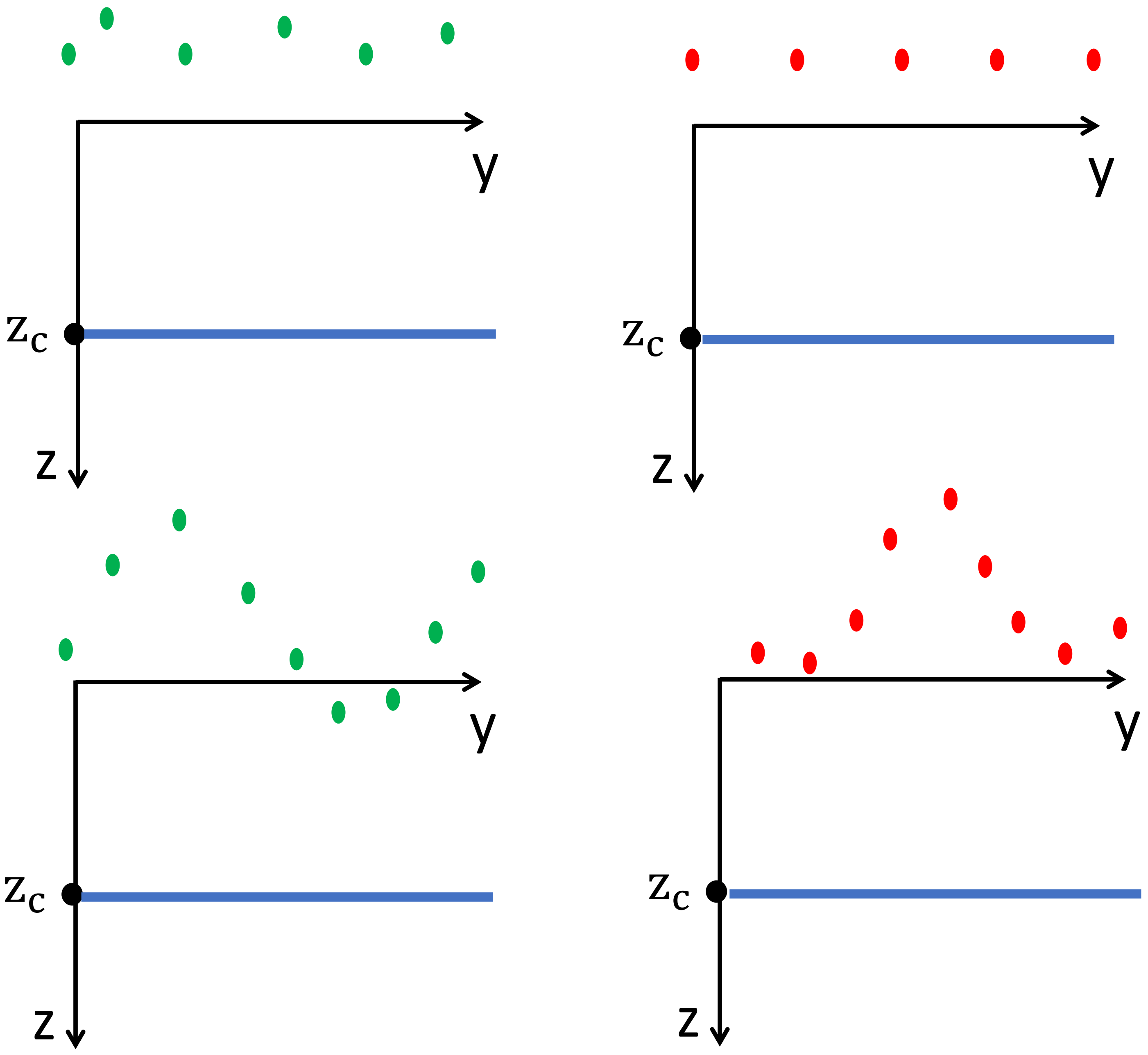


$$\Delta\widetilde{T}(x,y,z) = \widehat{\boldsymbol{F}}_{\mathbf{0}} . \widetilde{\mathbf{B}}(x,y,z) \qquad z_c > z$$


y
zc
z
y
zc
z
y
zc
z
y
zc
z

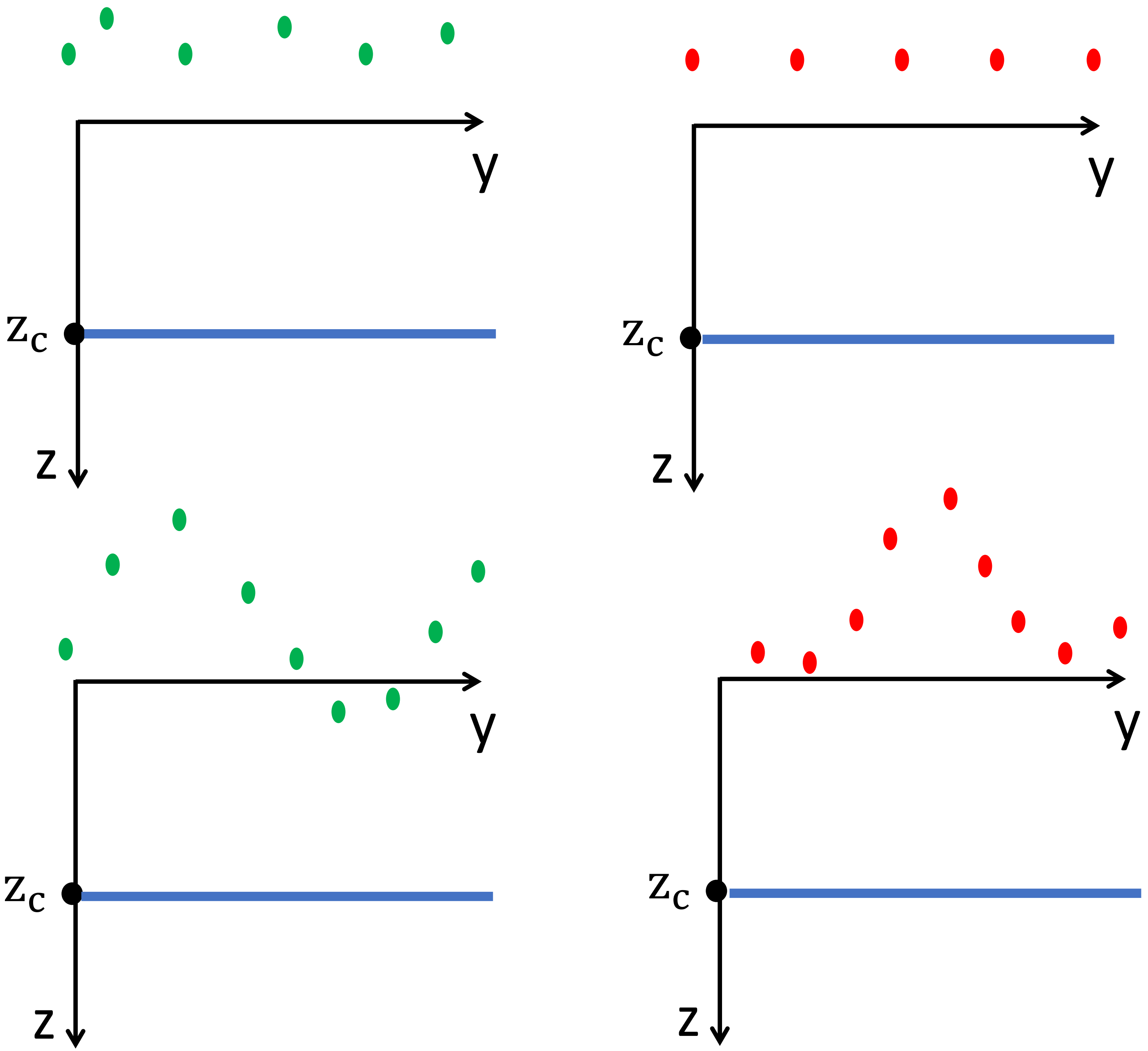


Comumente utilizada na literatura para processamento de dados potenciais no **domínio do espaço**!



Comumente utilizada na literatura para processamento de dados potenciais no **domínio do espaço**!

Tais como **interpolação**, **continuação para cima**, **redução ao polo** e algumas outras aplicações.



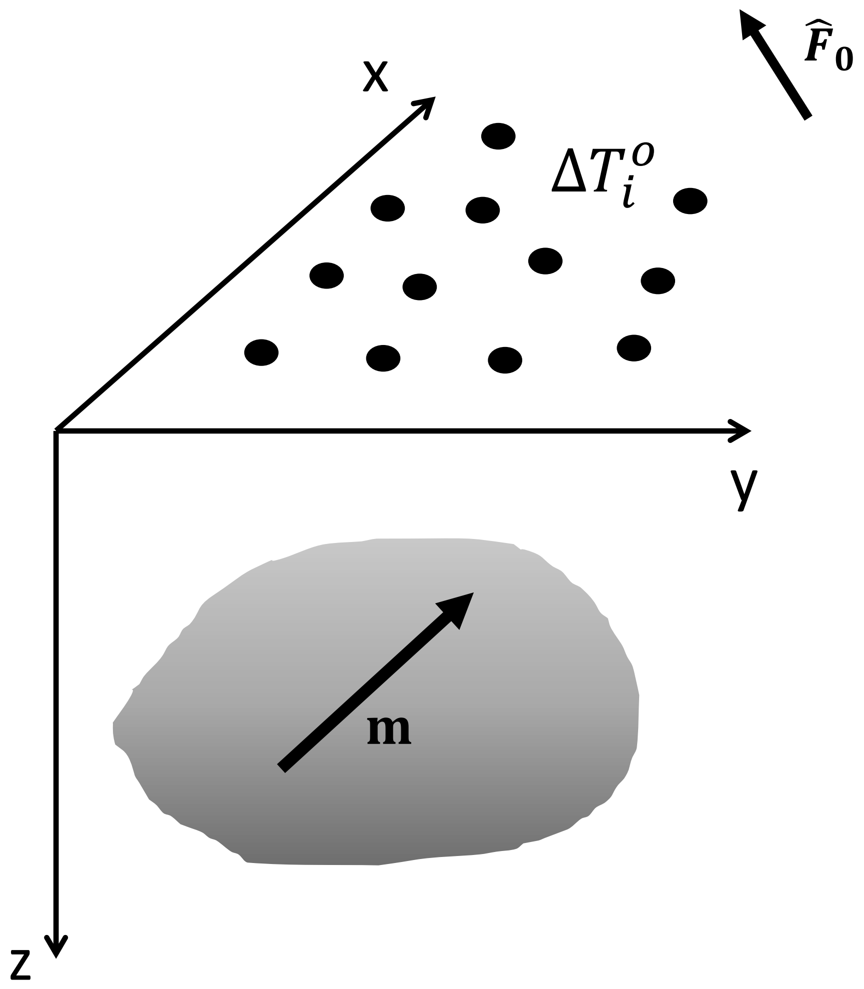
Comumente utilizada na literatura para processamento de dados potenciais no **domínio do espaço**!

Tais como **interpolação**, **continuação para cima**, **redução ao polo** e algumas outras aplicações.

Estima uma **distribuição de propriedade física** sobre a camada através de um **problema inverso linear**.

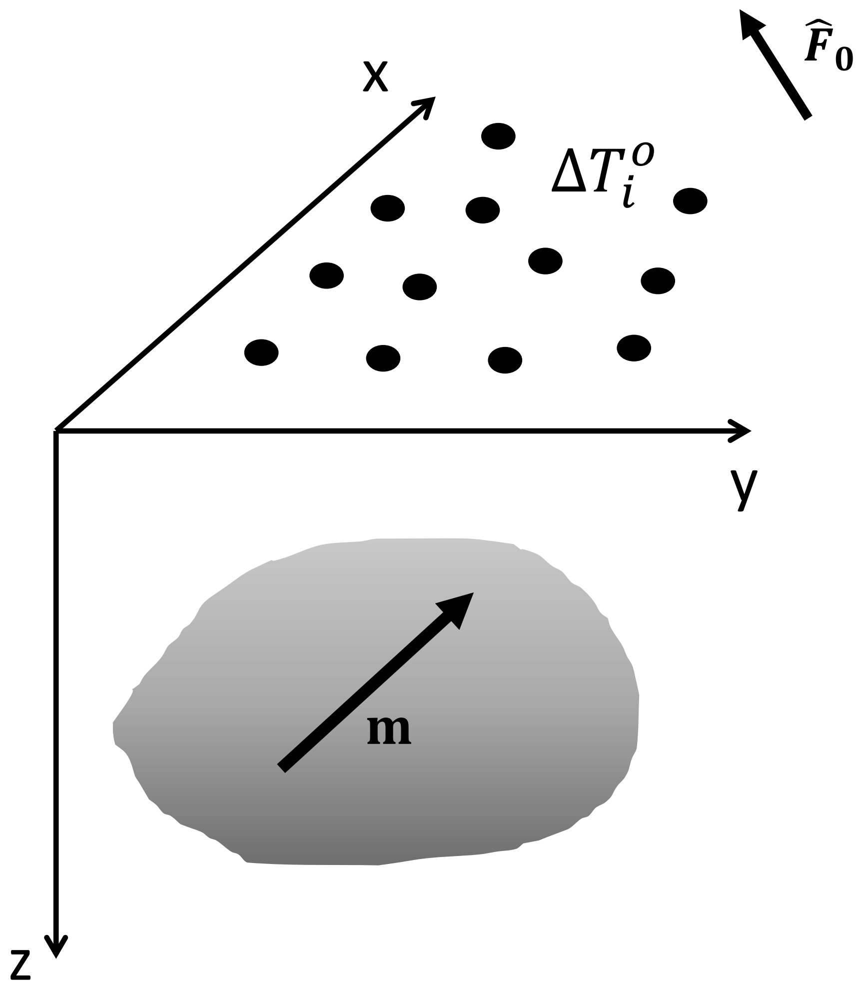
Problema direto e problema inverso da camada equivalente

Fonte geológica



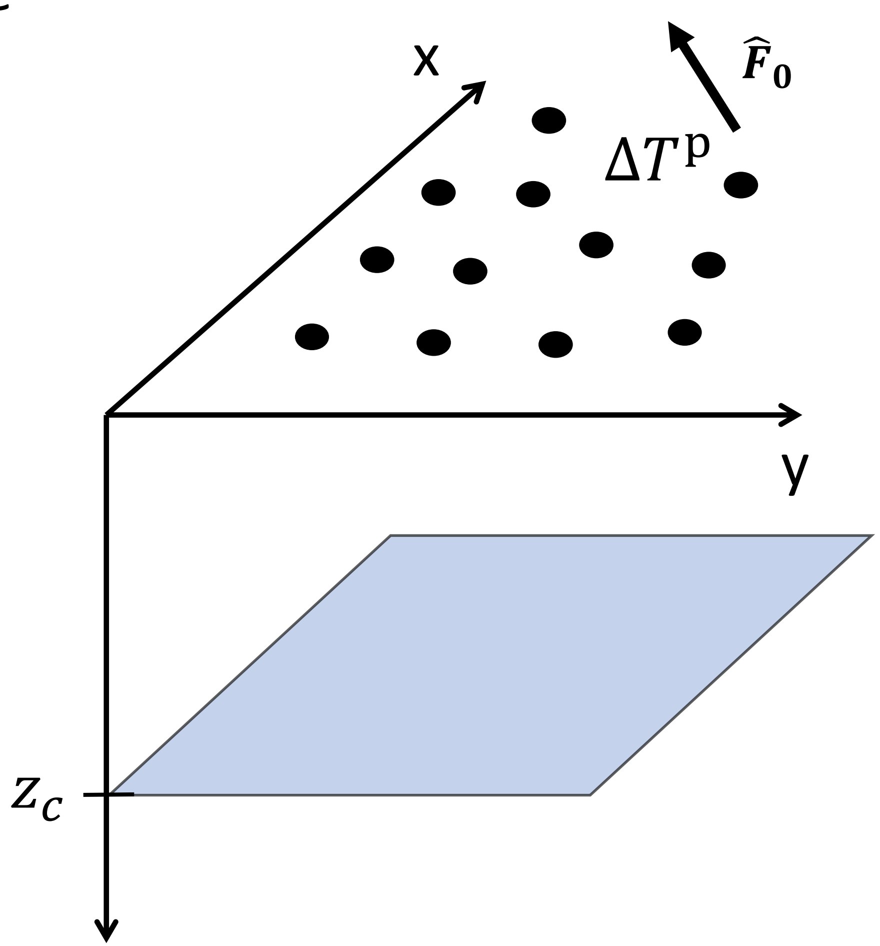
Conjunto discreto de observações gerado por uma **rocha magnetizada** em subsuperfície

Fonte geológica



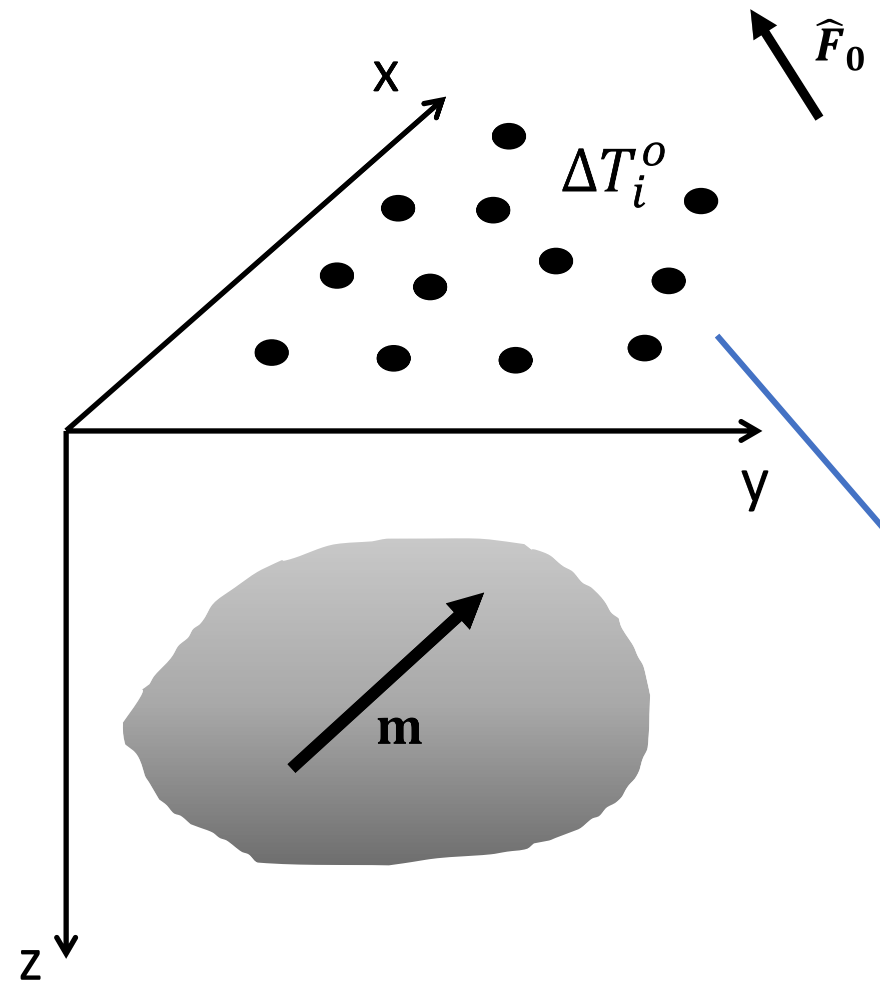
Conjunto discreto de observações gerado por uma **rocha magnetizada** em subsuperfície

Camada equivalente



Reproduzir estes dados utilizando uma camada equivalente

Fonte geológica



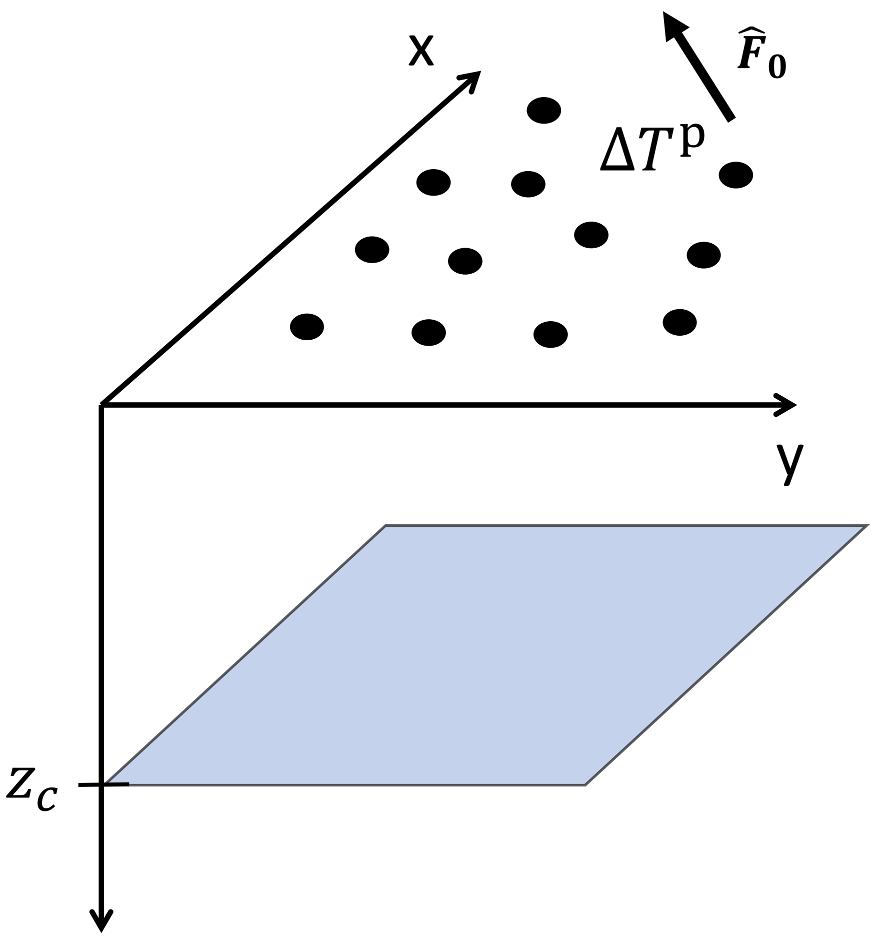
Conjunto discreto de observações gerado por uma **rocha magnetizada** em subsuperfície

$\Delta \mathbf{T}^o$

Vetor de dados observados

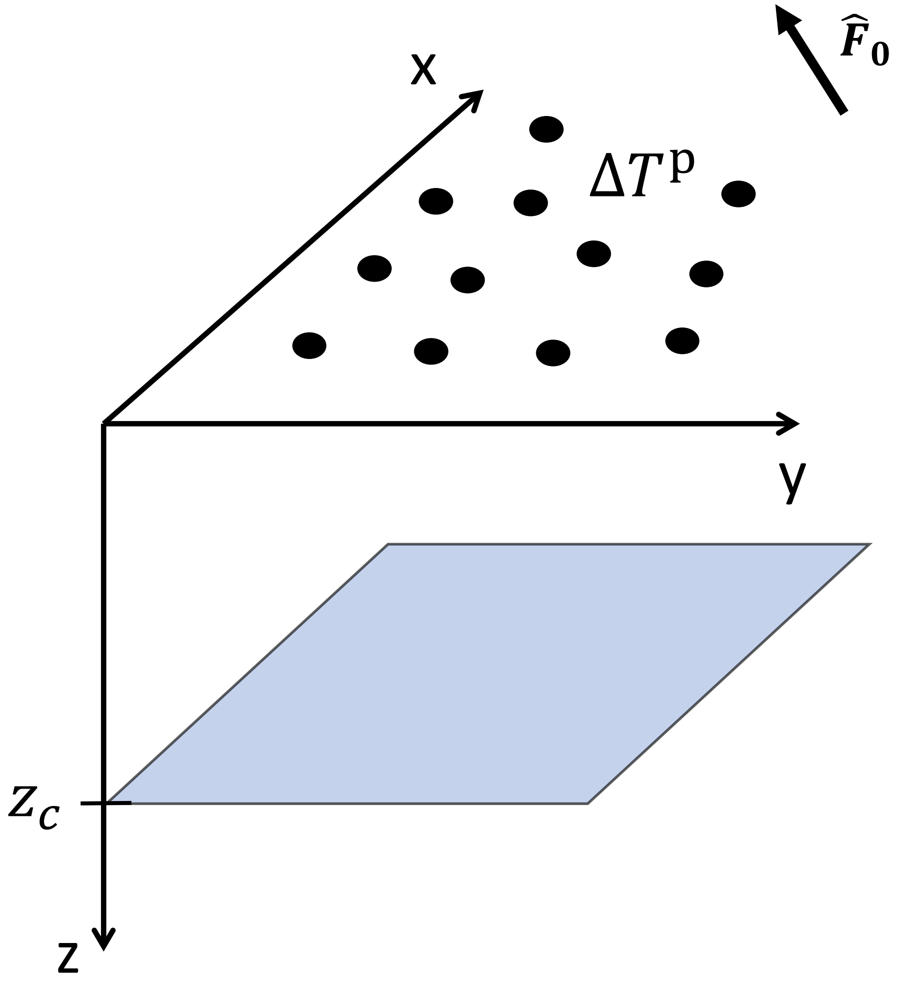
Agrupando estas observações em um vetor!

Camada equivalente

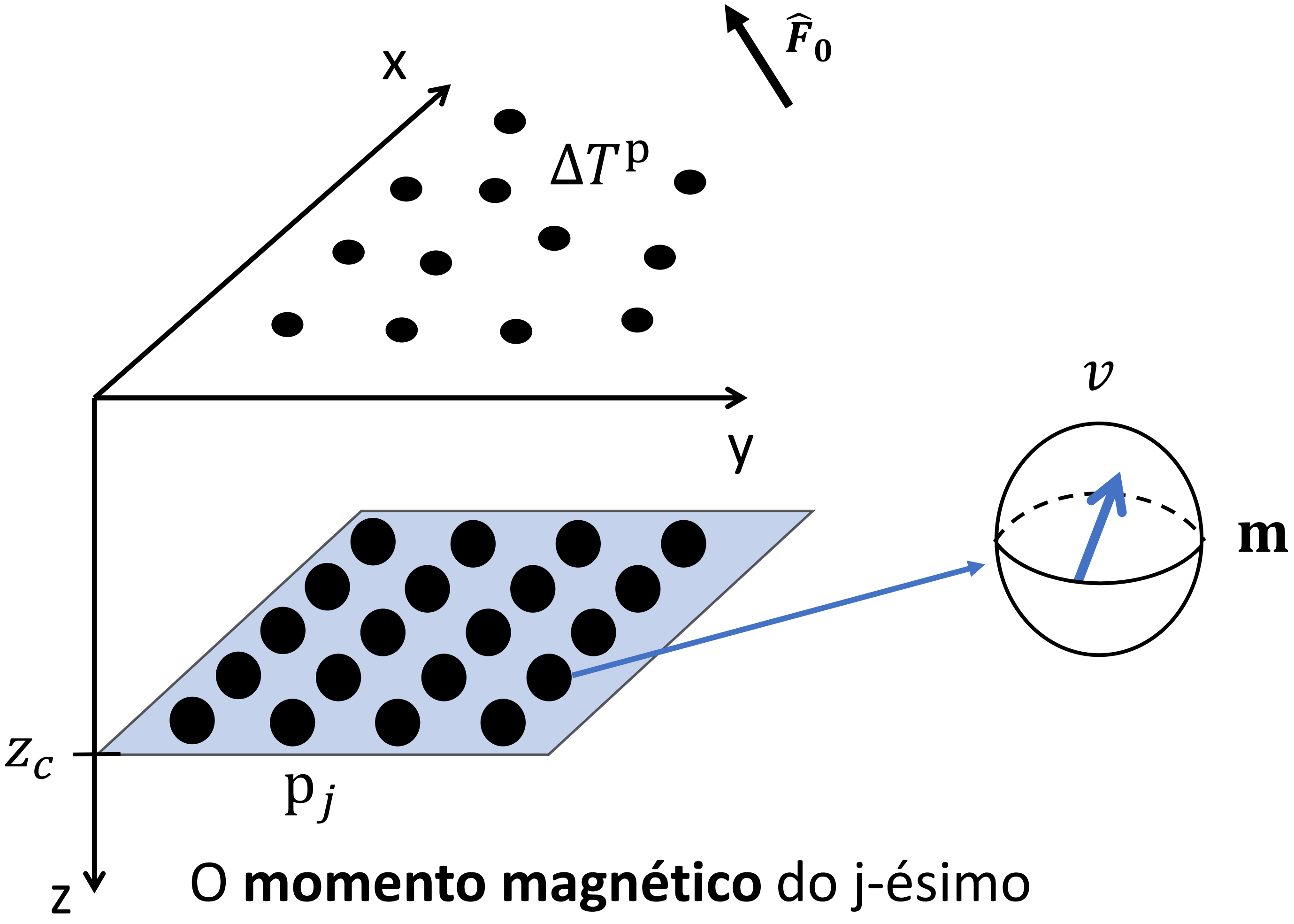


Reproduzir estes dados utilizando uma camada equivalente

Camada equivalente

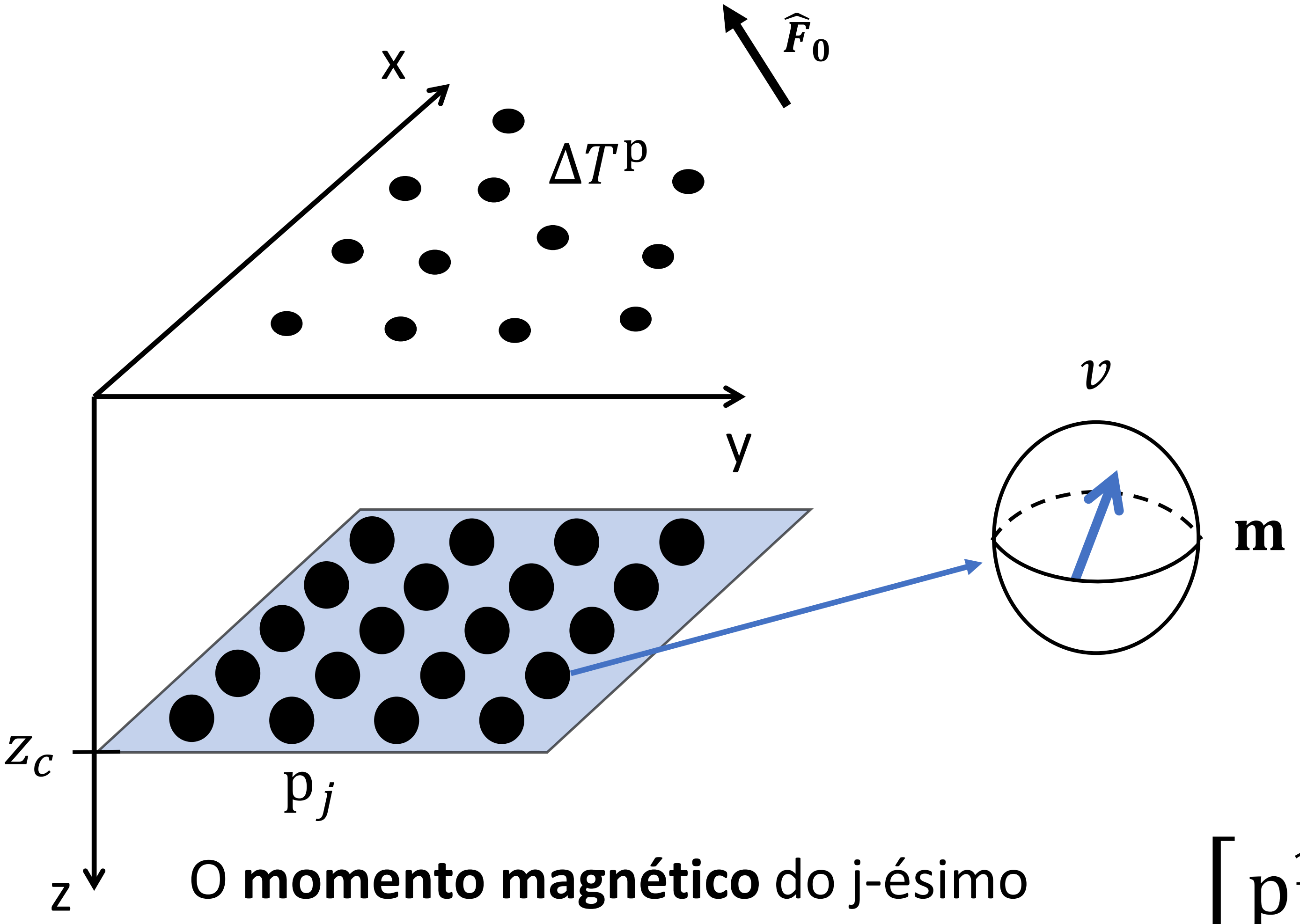


Camada equivalente



O **momento magnético** do j-ésimo dipolo, j= 1,...,M.

Camada equivalente

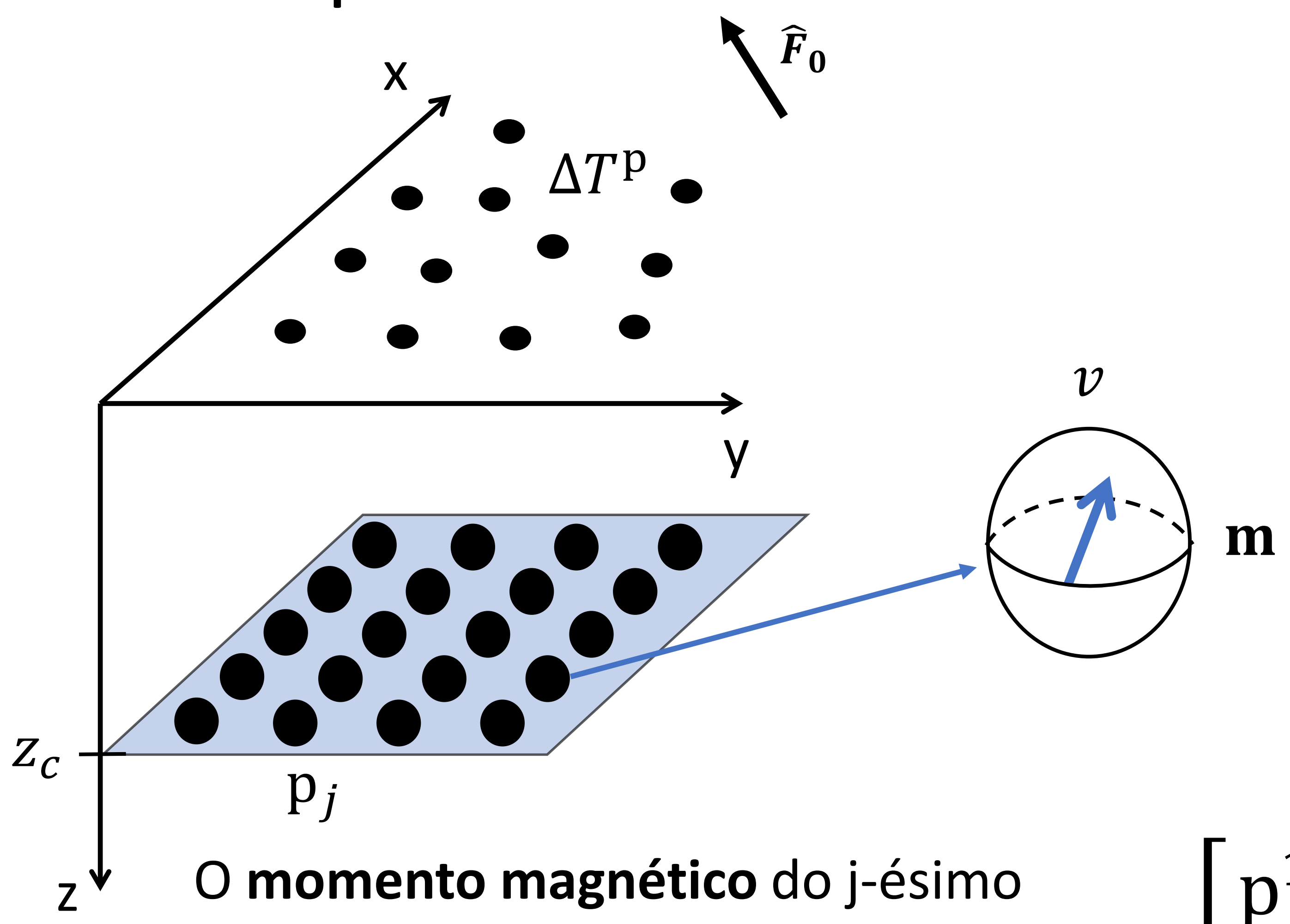


O **momento magnético** do j-ésimo dipolo, j= 1,...,M.

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathrm{p}^1 \\ \vdots \\ \mathrm{p}^M \end{bmatrix}$$

Vetor de parâmetros

Camada equivalente



O efeito produzido por esse conjunto de fontes no **i-ésimo ponto de observação** é dado por

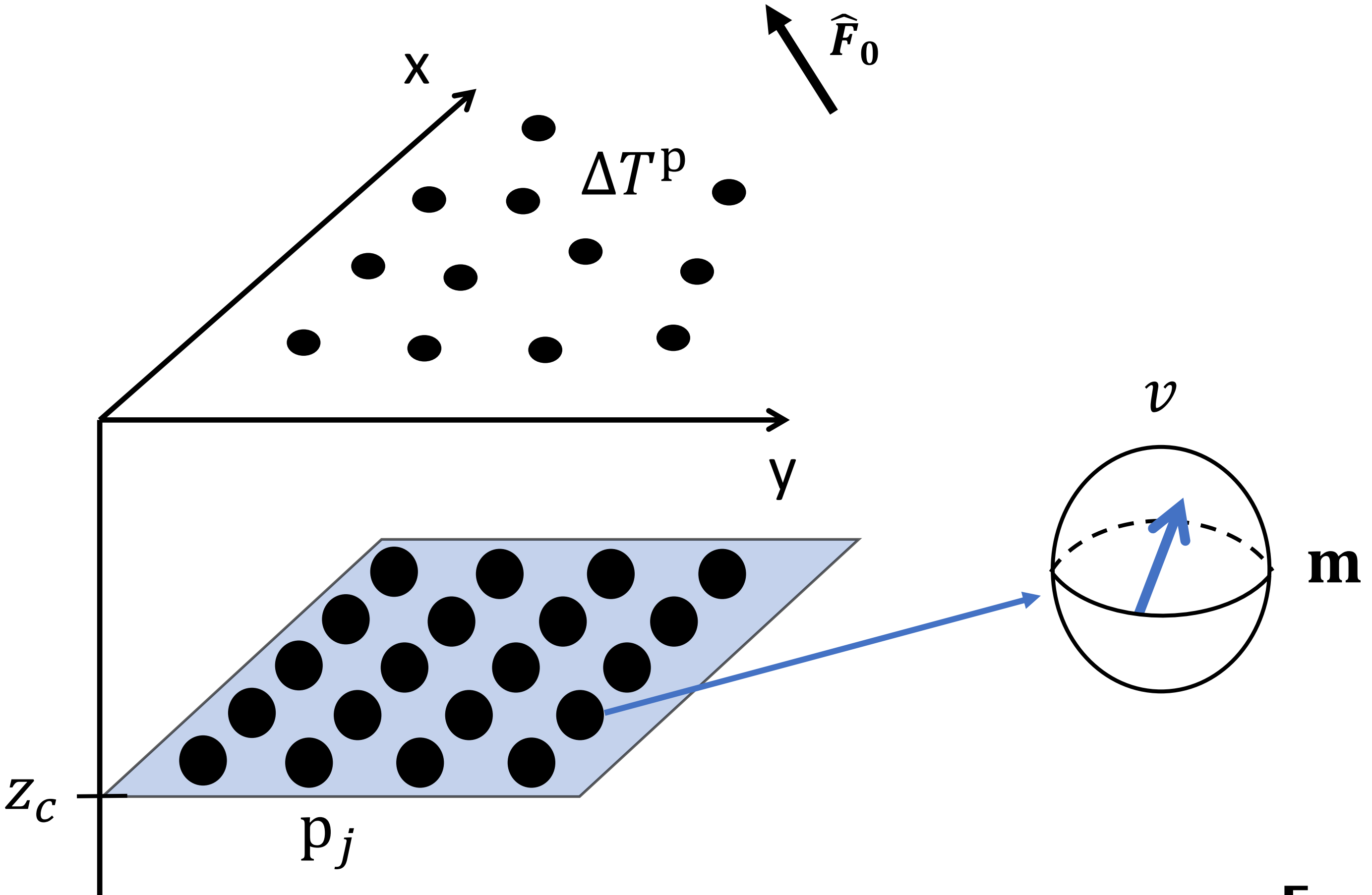
$$\Delta T_i(\mathbf{p}) = \mathbf{g}_i{}^T\mathbf{p}$$

O **momento magnético** do j-ésimo dipolo, j= 1,...,M.

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathrm{p}^1 \\ \vdots \\ \mathrm{p}^M \end{bmatrix}$$

Vetor de parâmetros

Camada equivalente



O **momento magnético** do j-ésimo dipolo, j= 1,...,M.

O efeito produzido por esse conjunto de fontes no **i-ésimo ponto de observação** é dado por

$$\Delta T_i(\mathbf{p}) = \mathbf{g}_i{}^T \mathbf{p}$$

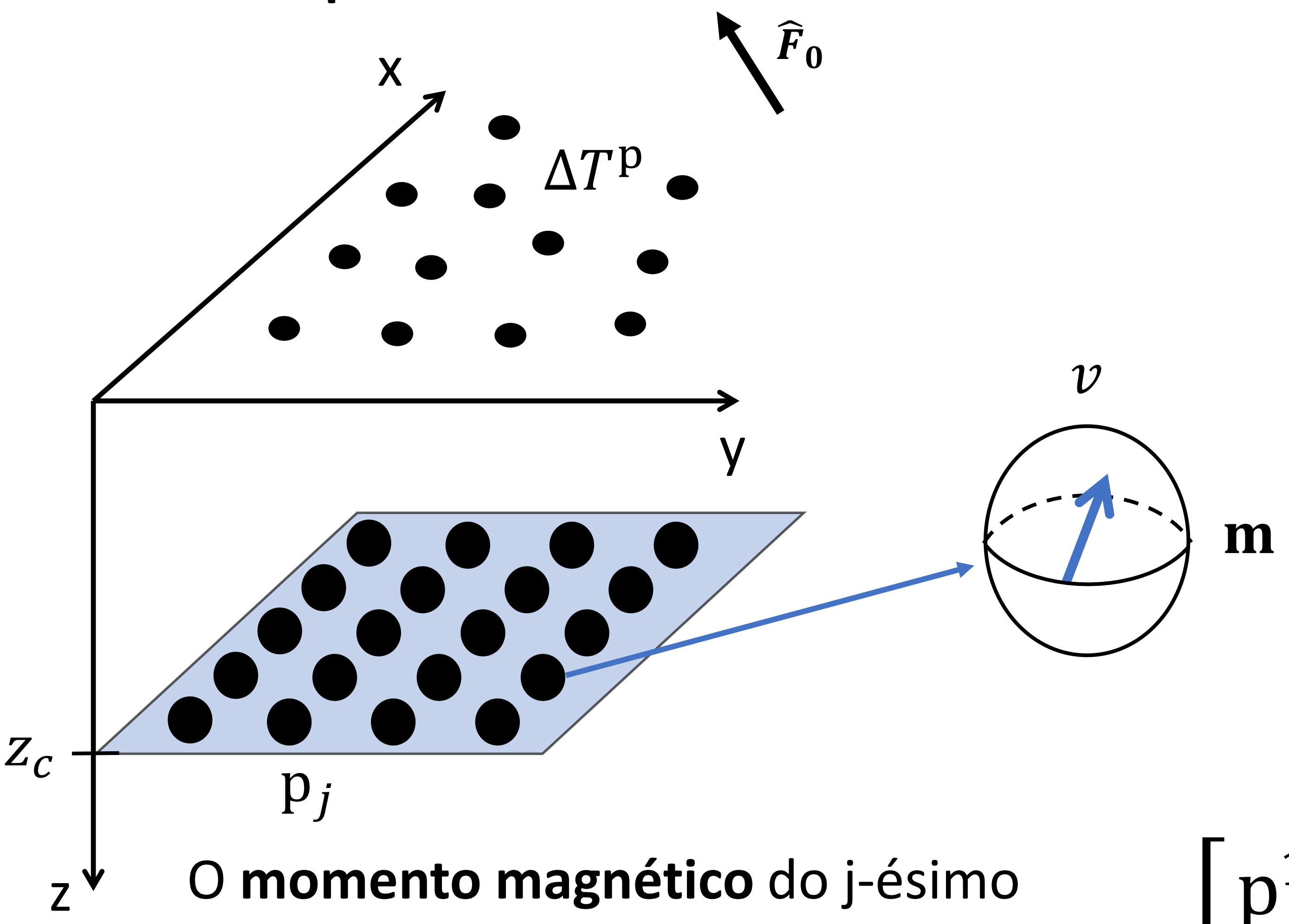
em que o **j-ésimo** elemento do vetor $\mathbf{g}_i$ é dado por

$$g_{ij} = \gamma_{\mathrm{m}} \hat{\boldsymbol{F}}_0^T \mathbf{M}_{ij} \, \hat{\mathbf{m}}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathrm{p}^1 \\ \vdots \\ \mathrm{p}^M \end{bmatrix}$$

Vetor de parâmetros

Camada equivalente



O **momento magnético** do j-ésimo dipolo, j= 1,...,M.

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathrm{p}^1 \\ \vdots \\ \mathrm{p}^M \end{bmatrix}$$

Vetor de parâmetros

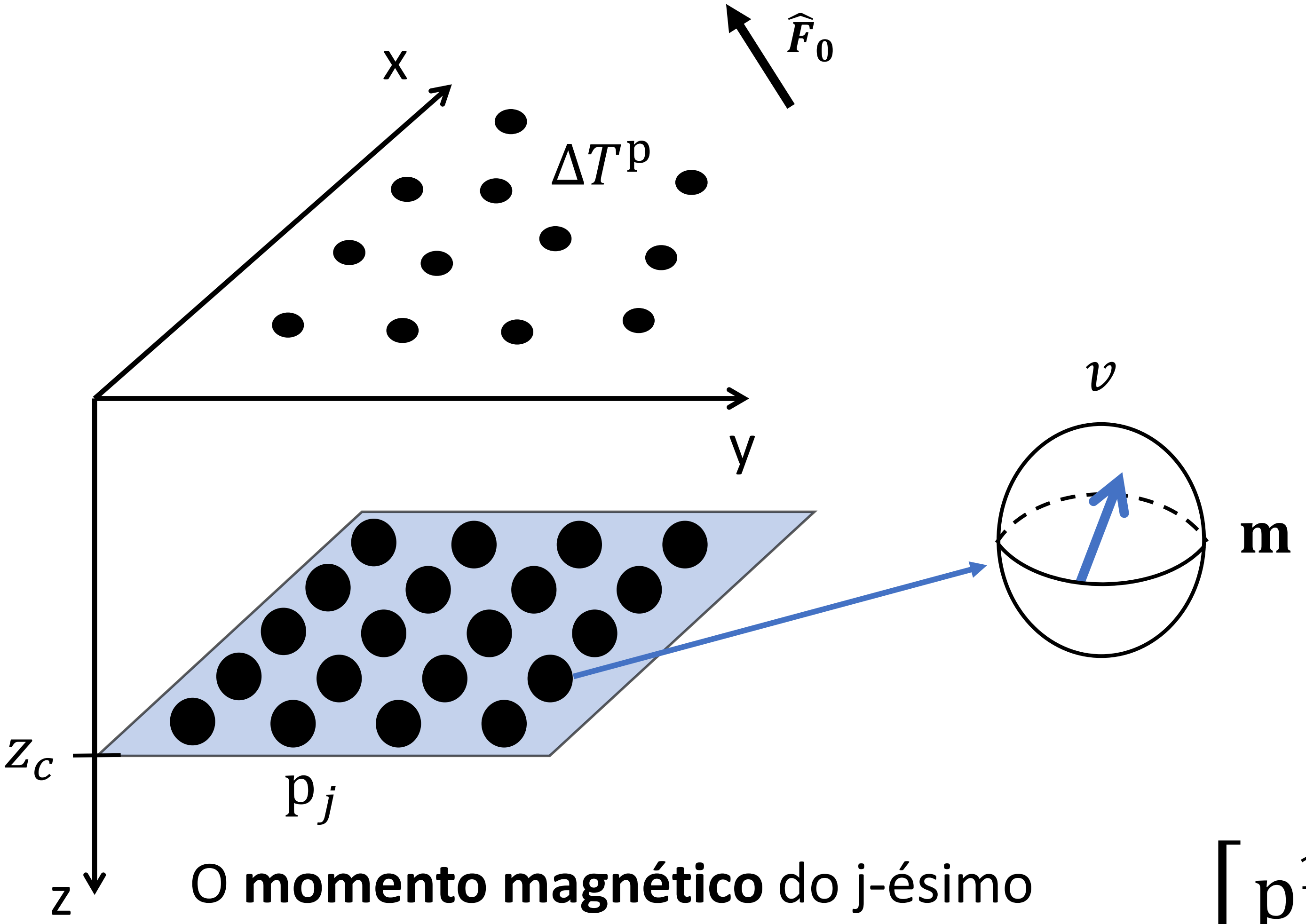
O efeito produzido por esse conjunto de fontes no **i-ésimo ponto de observação** é dado por

$$\Delta T_i(\mathbf{p}) = \mathbf{g}_i{}^T \mathbf{p}$$

em que o **j-ésimo** elemento do vetor $\mathbf{g}_i$ é dado por

$$\mathrm{g}_{ij} = \gamma_{\mathrm{m}} \,\widehat{\boldsymbol{F}}_0^T \mathbf{M}_{ij} \,\hat{\mathbf{m}}$$

Camada equivalente



O efeito produzido por esse conjunto de fontes no **i-ésimo ponto de observação** é dado por

$$\Delta T_i(\mathbf{p}) = \mathbf{g}_i{}^T\mathbf{p}$$

em que o **j-ésimo** elemento do vetor $\mathbf{g}_i$ é dado por

$$\mathrm{g}_{ij} = \gamma_{\mathrm{m}}\, \hat{\boldsymbol{F}}_0^T \mathbf{M}_{ij}\, \hat{\mathbf{m}}$$

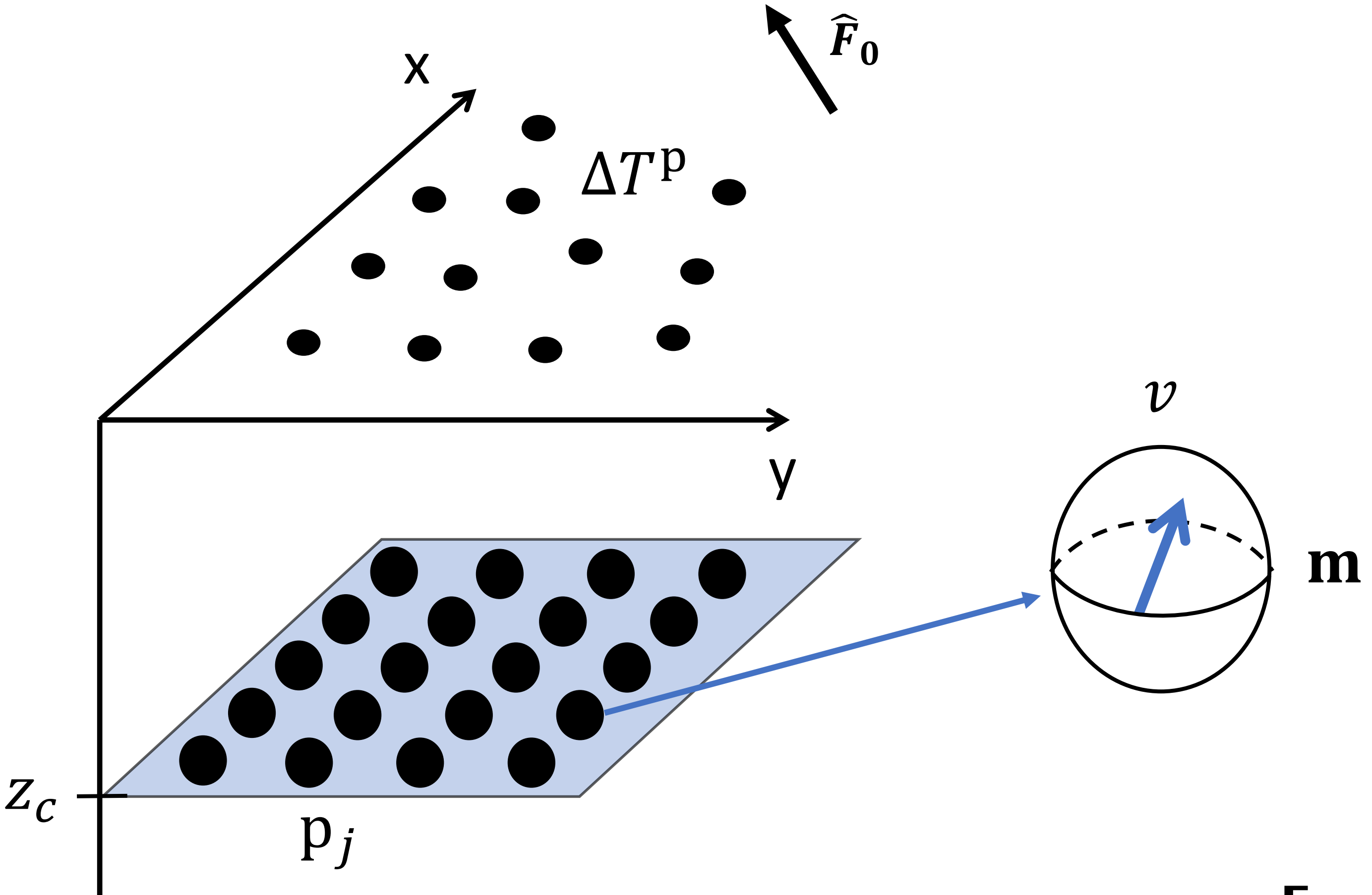
O **momento magnético** do j-ésimo dipolo, j= 1,...,M.

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathrm{p}^1 \\ \vdots \\ \mathrm{p}^M \end{bmatrix}$$

Vetor de parâmetros

$$\mathbf{M}_{ij} = \begin{bmatrix} \partial_{xx}\frac{1}{r''} & \partial_{xy}\frac{1}{r''} & \partial_{xz}\frac{1}{r''} \\ \partial_{yx}\frac{1}{r''} & \partial_{yy}\frac{1}{r''} & \partial_{yz}\frac{1}{r''} \\ \partial_{zx}\frac{1}{r''} & \partial_{zy}\frac{1}{r''} & \partial_{zz}\frac{1}{r''} \end{bmatrix}$$

Camada equivalente



O **momento magnético** do j-ésimo dipolo, j= 1,...,M.

O efeito produzido por esse conjunto de fontes no **i-ésimo ponto de observação** é dado por

$$\Delta T_i(\mathbf{p}) = \mathbf{g}_i{}^T\mathbf{p}$$

em que o **j-ésimo** elemento do vetor $\mathbf{g}_i$ é dado por

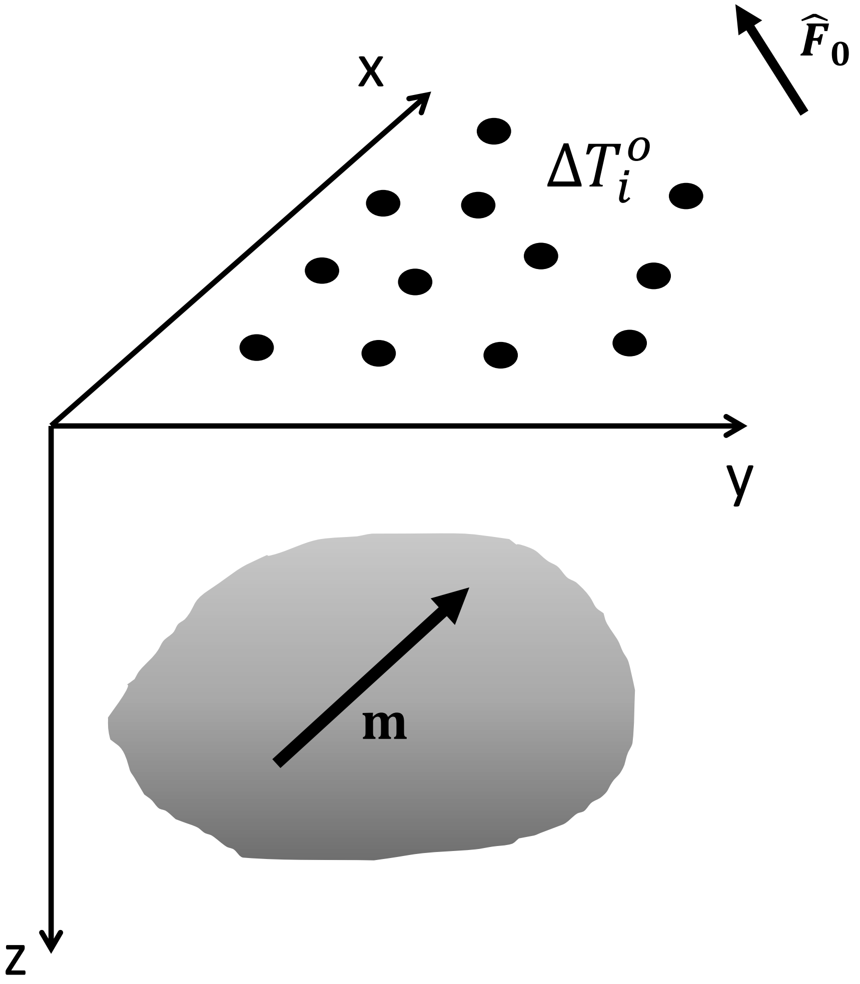
$$\mathrm{g}_{ij} = \gamma_{\mathrm{m}}\, \hat{\boldsymbol{F}}_0^T \mathbf{M}_{ij}\, \hat{\mathbf{m}}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathrm{p}^1 \\ \vdots \\ \mathrm{p}^M \end{bmatrix}$$

Vetor de parâmetros

$$\mathbf{M}_{ij} = \begin{bmatrix} \partial_{xx}\frac{1}{r''} & \partial_{xy}\frac{1}{r''} & \partial_{xz}\frac{1}{r''} \\ \partial_{yx}\frac{1}{r''} & \partial_{yy}\frac{1}{r''} & \partial_{yz}\frac{1}{r''} \\ \partial_{zx}\frac{1}{r''} & \partial_{zy}\frac{1}{r''} & \partial_{zz}\frac{1}{r''} \end{bmatrix}$$

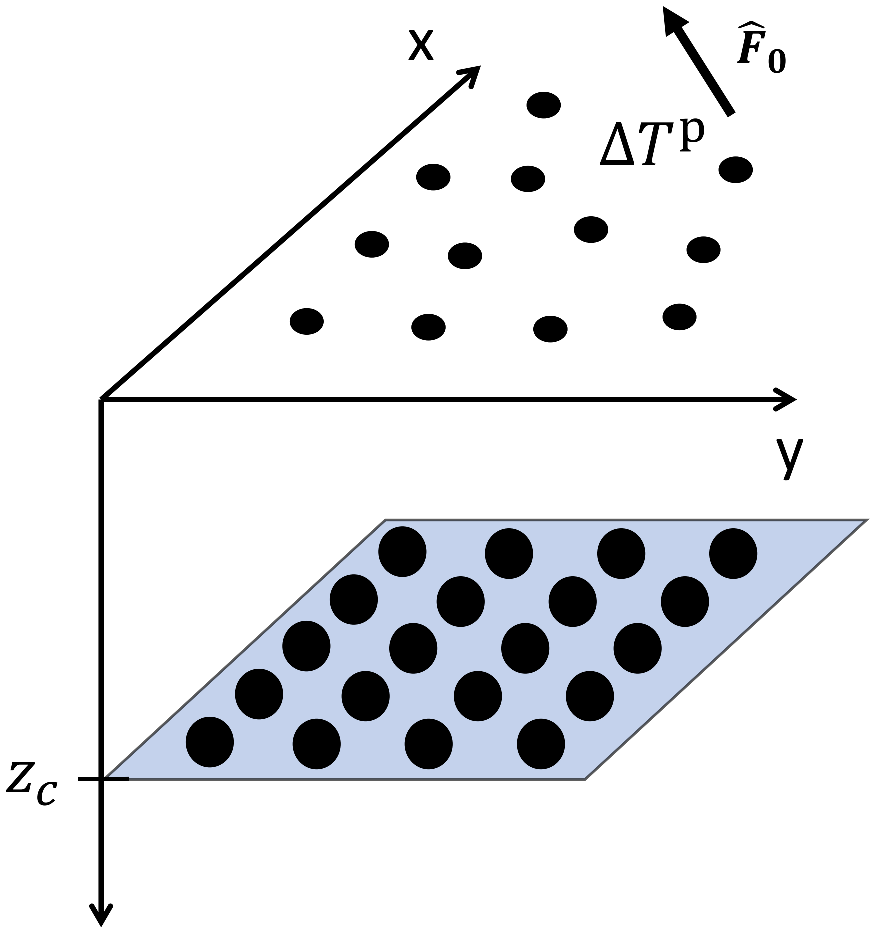
Fonte geológica



$\Delta \mathbf{T}^o$

Vetor de dados observados

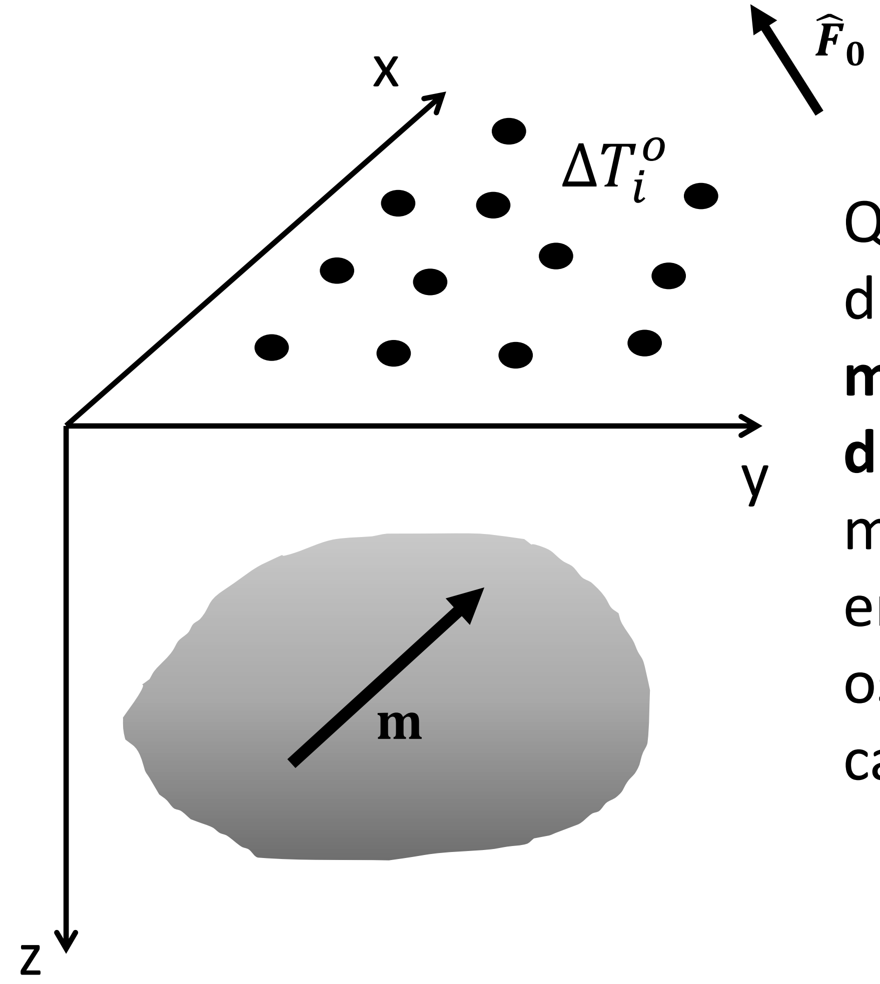
Camada equivalente



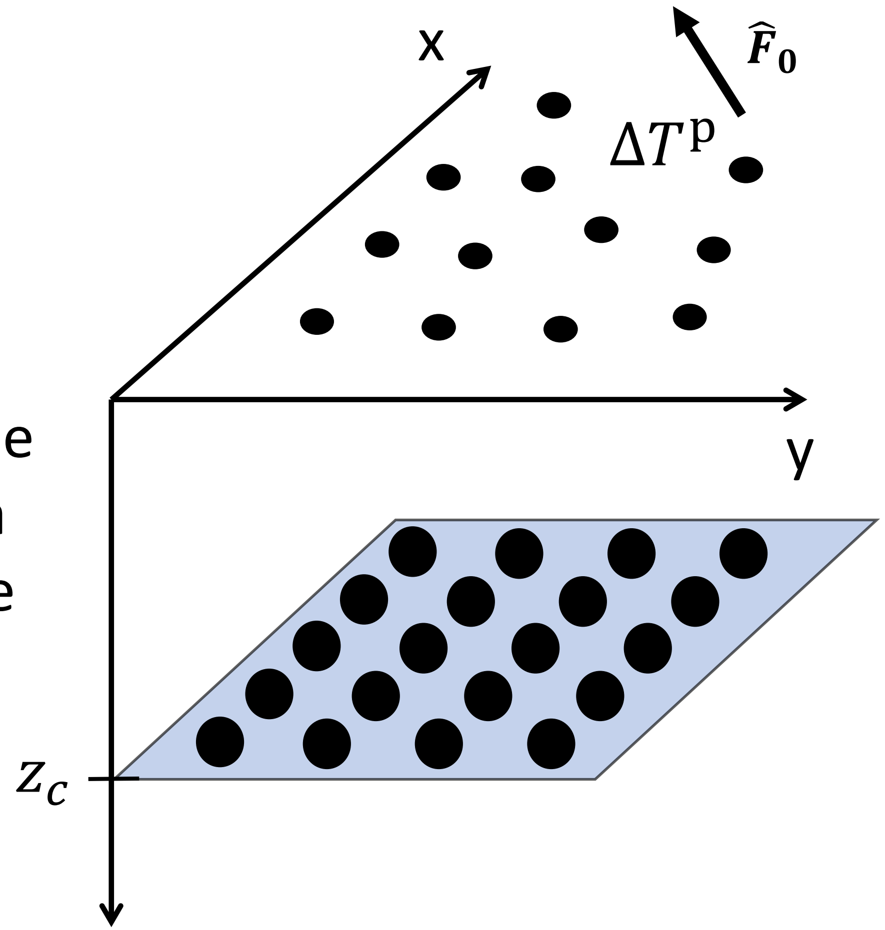
$\Delta \mathbf{T}(\mathrm{p})$

Vetor de dados preditos

Fonte geológica



Camada equivalente



Queremos estimar uma distribuição de **momentos magnético positiva** e uma **direção de magnetização** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

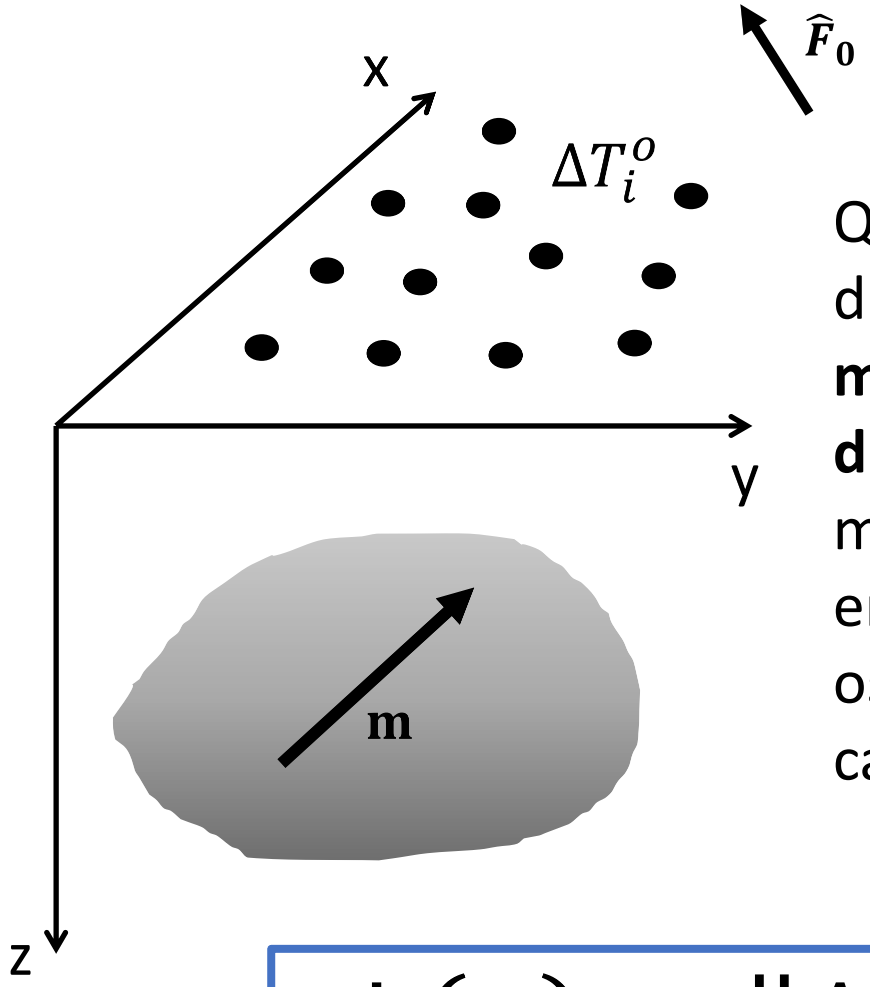
$\Delta\mathbf{T}^o$

Vetor de dados observados

$\Delta\mathbf{T}(\mathrm{p})$

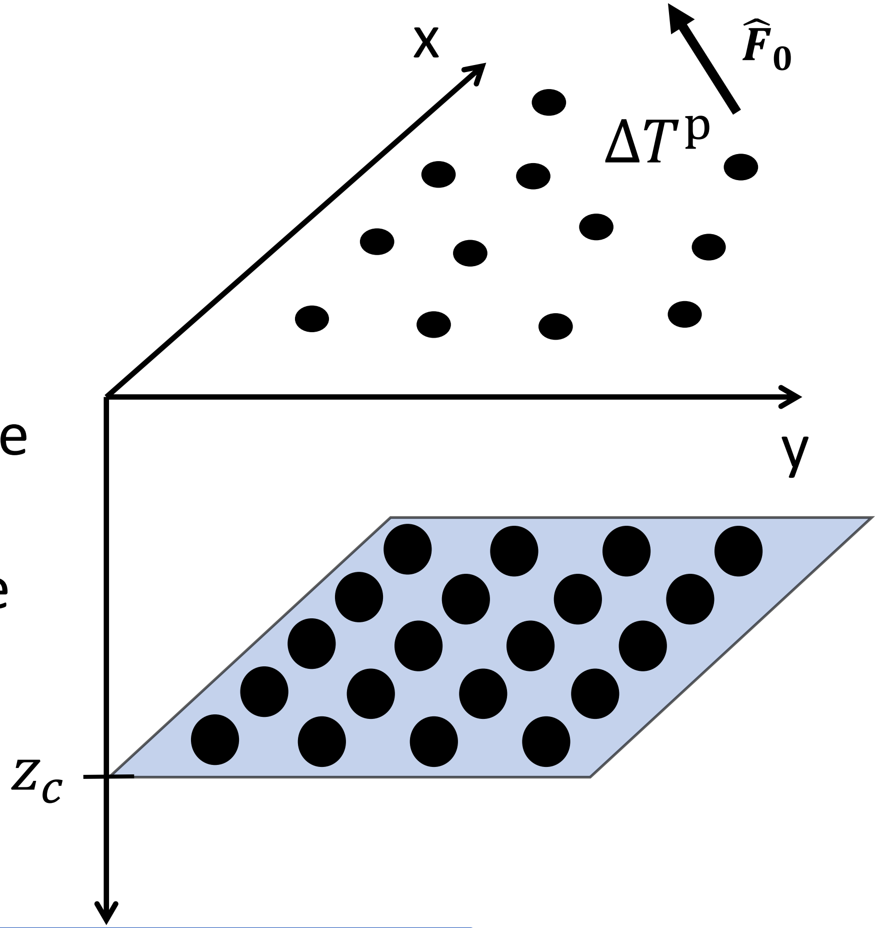
Vetor de dados preditos

Fonte geológica



Queremos estimar uma distribuição de **momentos magnético positiva** e uma **direção de magnetização** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

Camada equivalente



Função objetivo

$$\boxed{\psi(\mathbf{p}) = \|\Delta\mathbf{T}^{o} - \Delta\mathbf{T}(\mathbf{p})\|_2^2 + \mu\|\mathbf{p}\|_2^2}$$

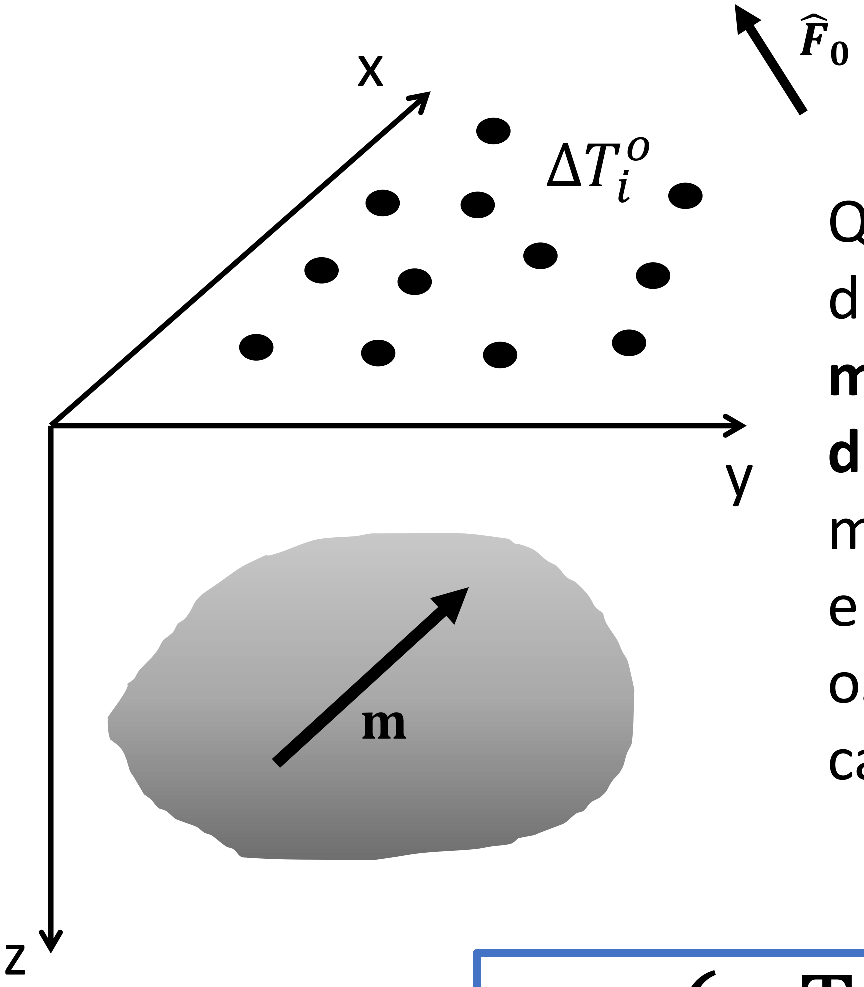
$\Delta\mathbf{T}^{o}$

Vetor de dados observados

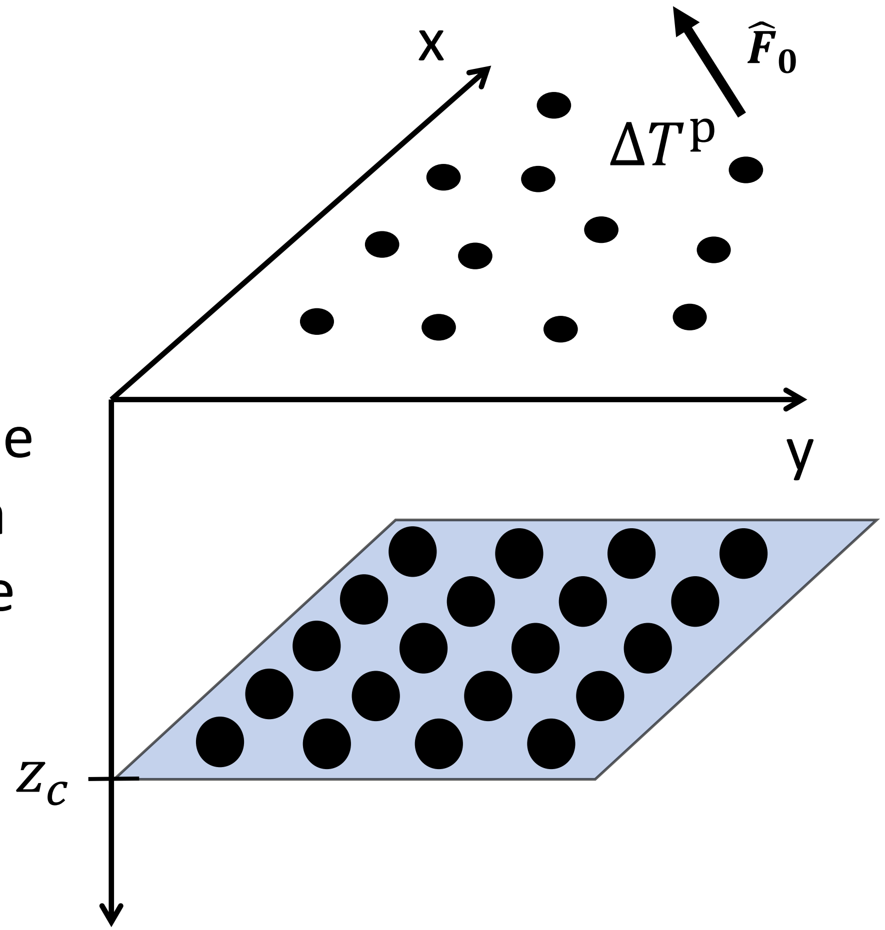
$\Delta\mathbf{T}(\mathrm{p})$

Vetor de dados preditos

Fonte geológica



Camada equivalente



Queremos estimar uma distribuição de **momentos magnético positiva** e uma **direção de magnetização** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

$$\boxed{\left(\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} + \mu\mathbf{I}\right)\overline{\mathbf{p}} = \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{T}^{o}}$$

$\Delta\mathbf{T}^{o}$

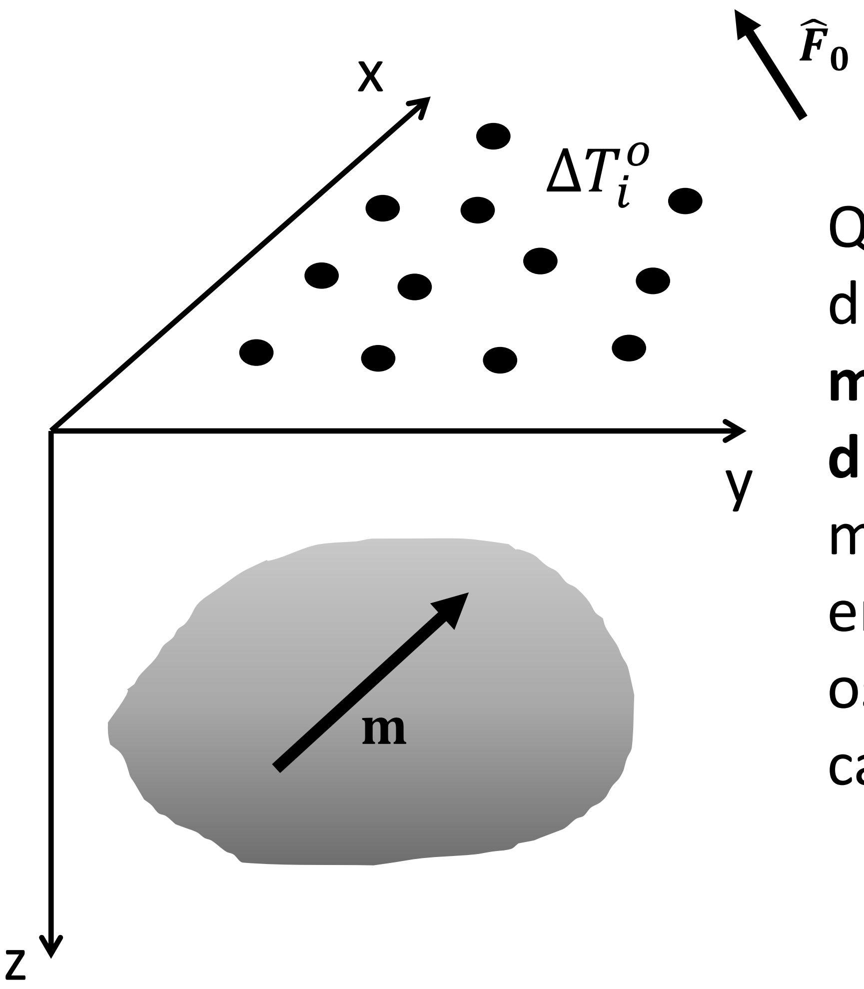
Vetor de dados observados

Estimador de mínimos quadrados regularizado

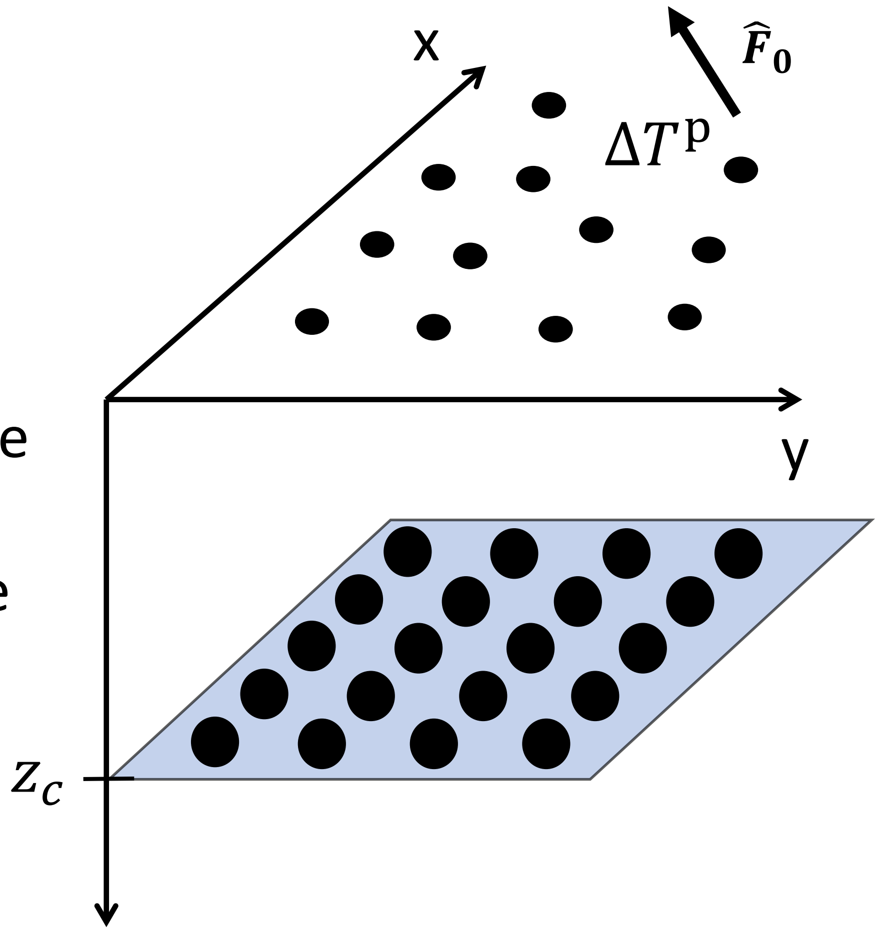
$\Delta\mathbf{T}(\mathrm{p})$

Vetor de dados preditos

Fonte geológica



Camada equivalente



Queremos estimar uma distribuição de **momentos magnético positiva** e uma **direção de magnetização** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

$\Delta \mathbf{T}^o$

Vetor de dados observados

$$\boxed{\Delta \mathbf{T} = \mathbf{T}\bar{\mathbf{p}}}$$

Dado transformado

$\Delta \mathbf{T}(\mathrm{p})$

Vetor de dados preditos

Redução ao polo utilizando a Camada equivalente

Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100\ m$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

$$(dx, dy) = (20, 40)$$

Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100\,m$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

$$(dx, dy) = (20, 40)$$

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização verdadeira

Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100\,m$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

$$(dx, dy) = (20, 40)$$

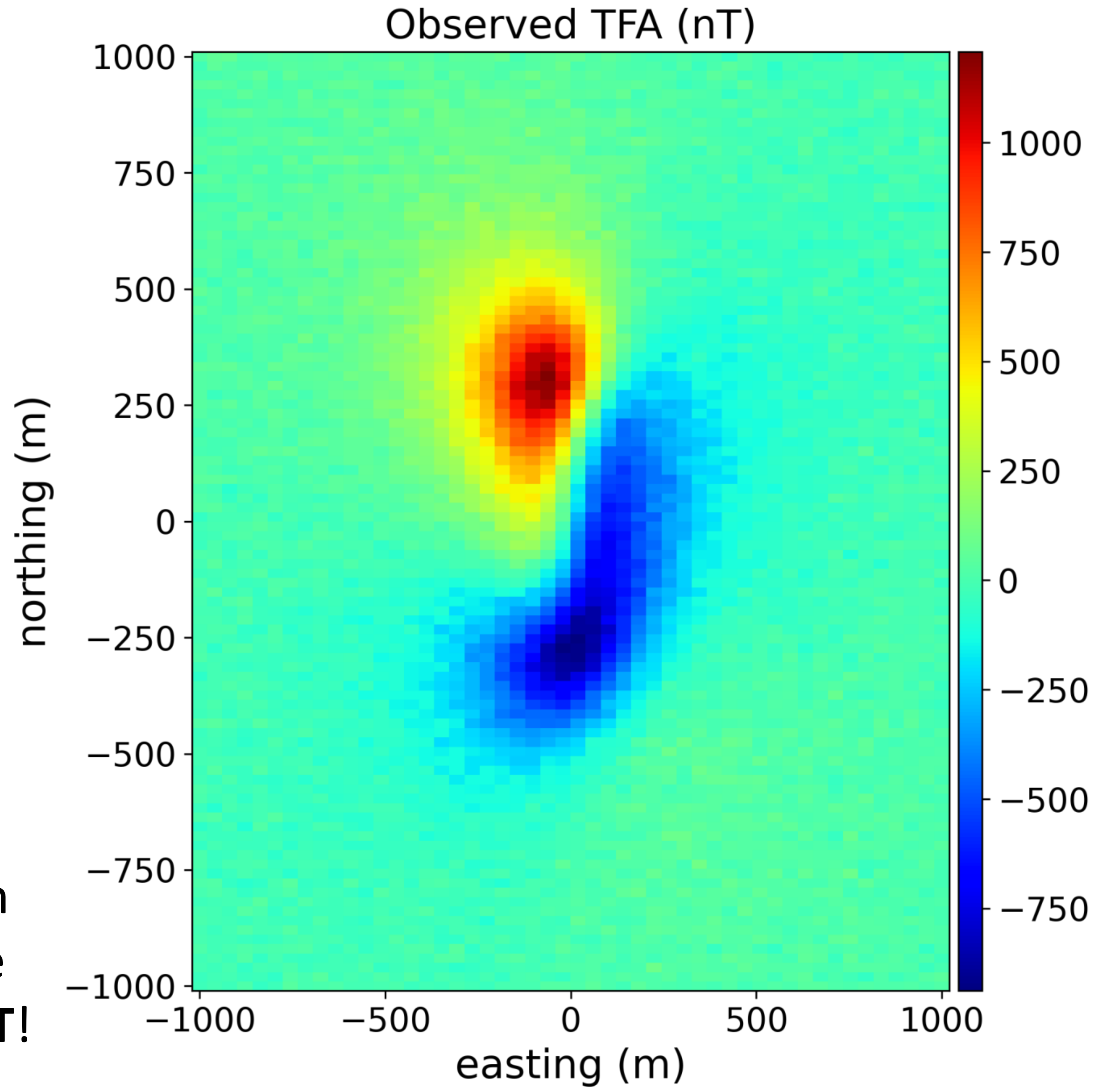
$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização verdadeira

Os dados foram contaminados com ruído gaussiano de **média zero** e **25 nT**!



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização do corpo

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização dos dipolos

Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

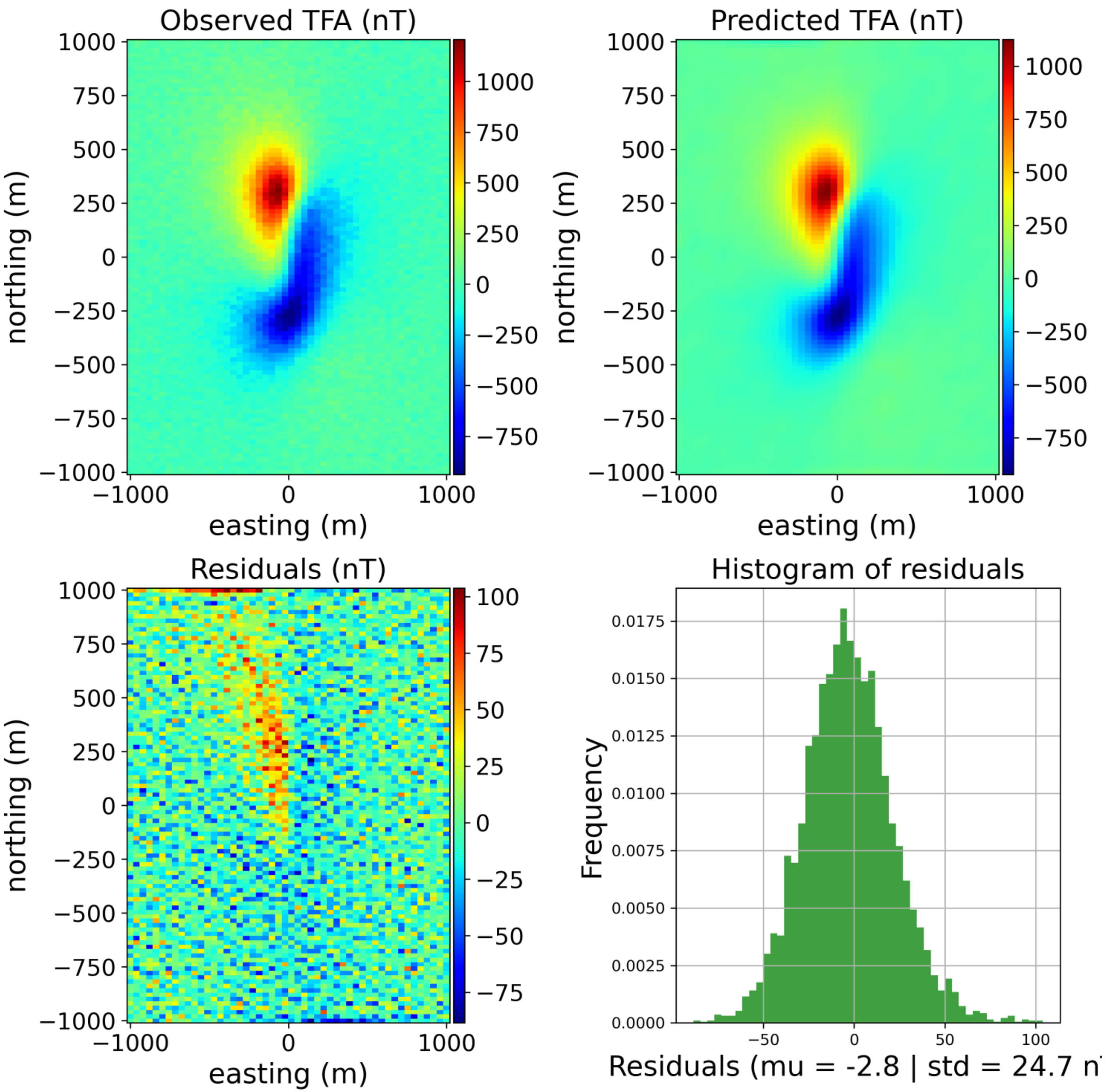
Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização do corpo

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização dos dipolos



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

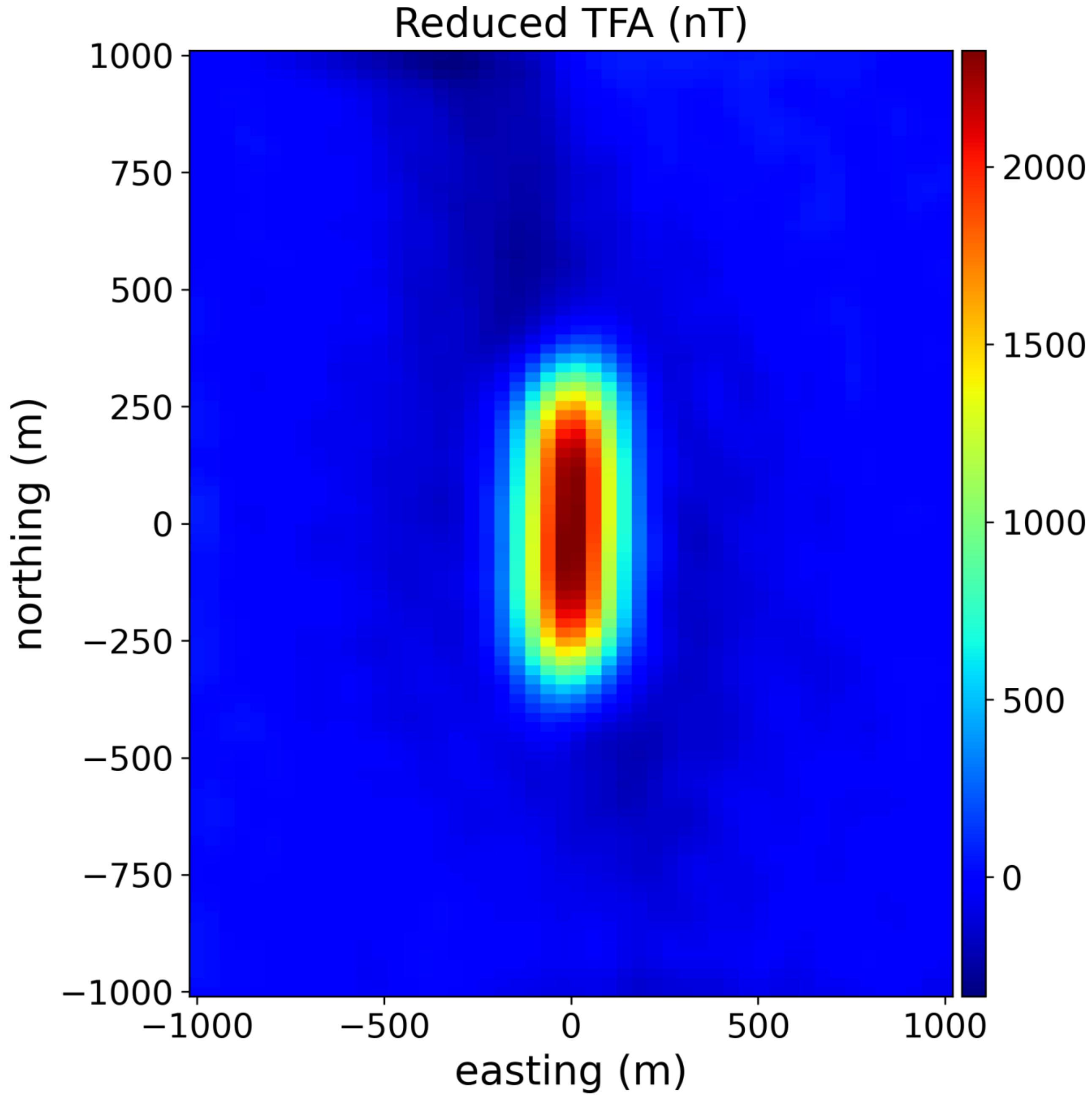
Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização do corpo

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização dos dipolos



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

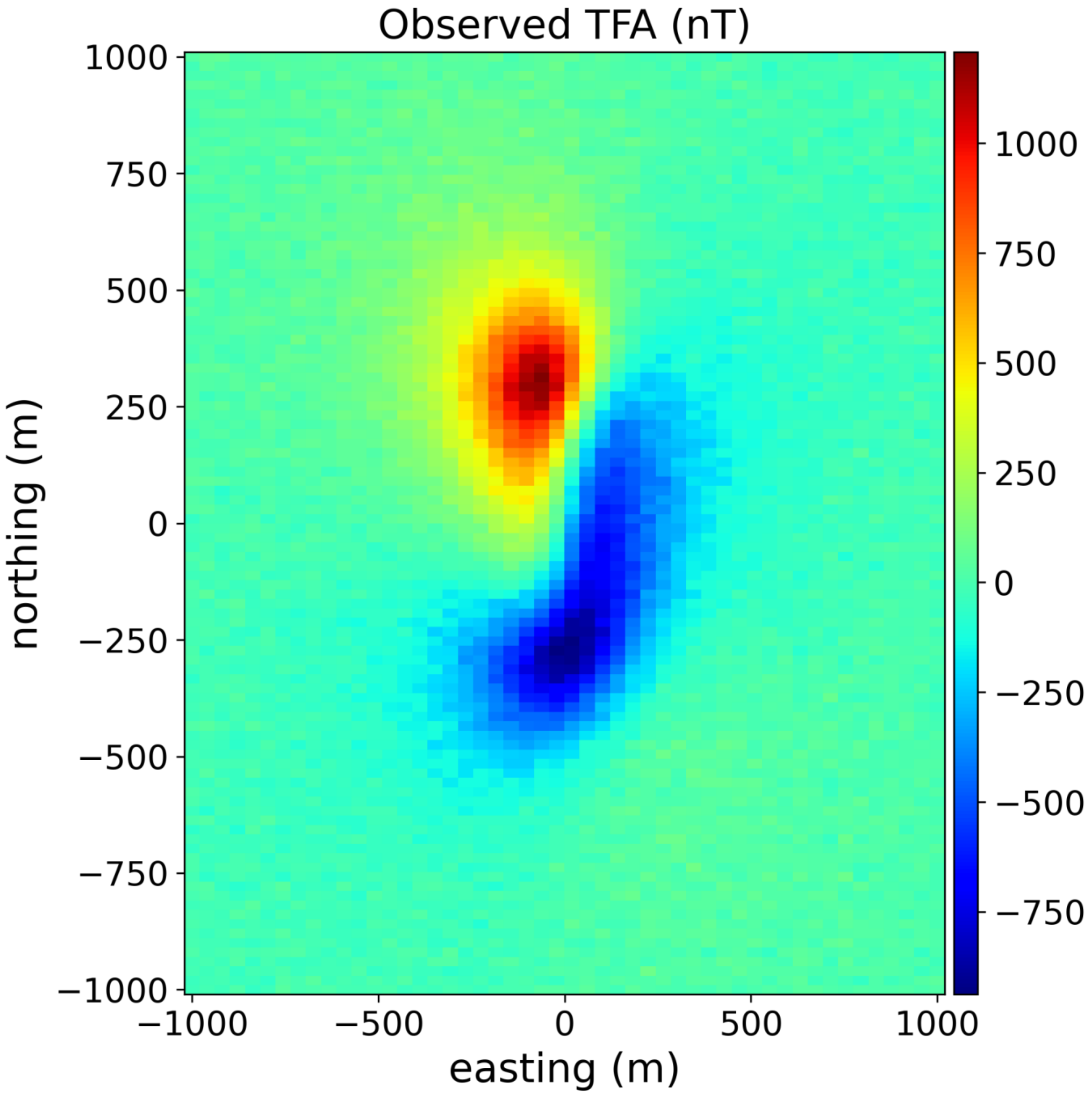
Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização do corpo

$$(I, D) = (-15°, -15°)$$

Direção de magnetização dos dipolos



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

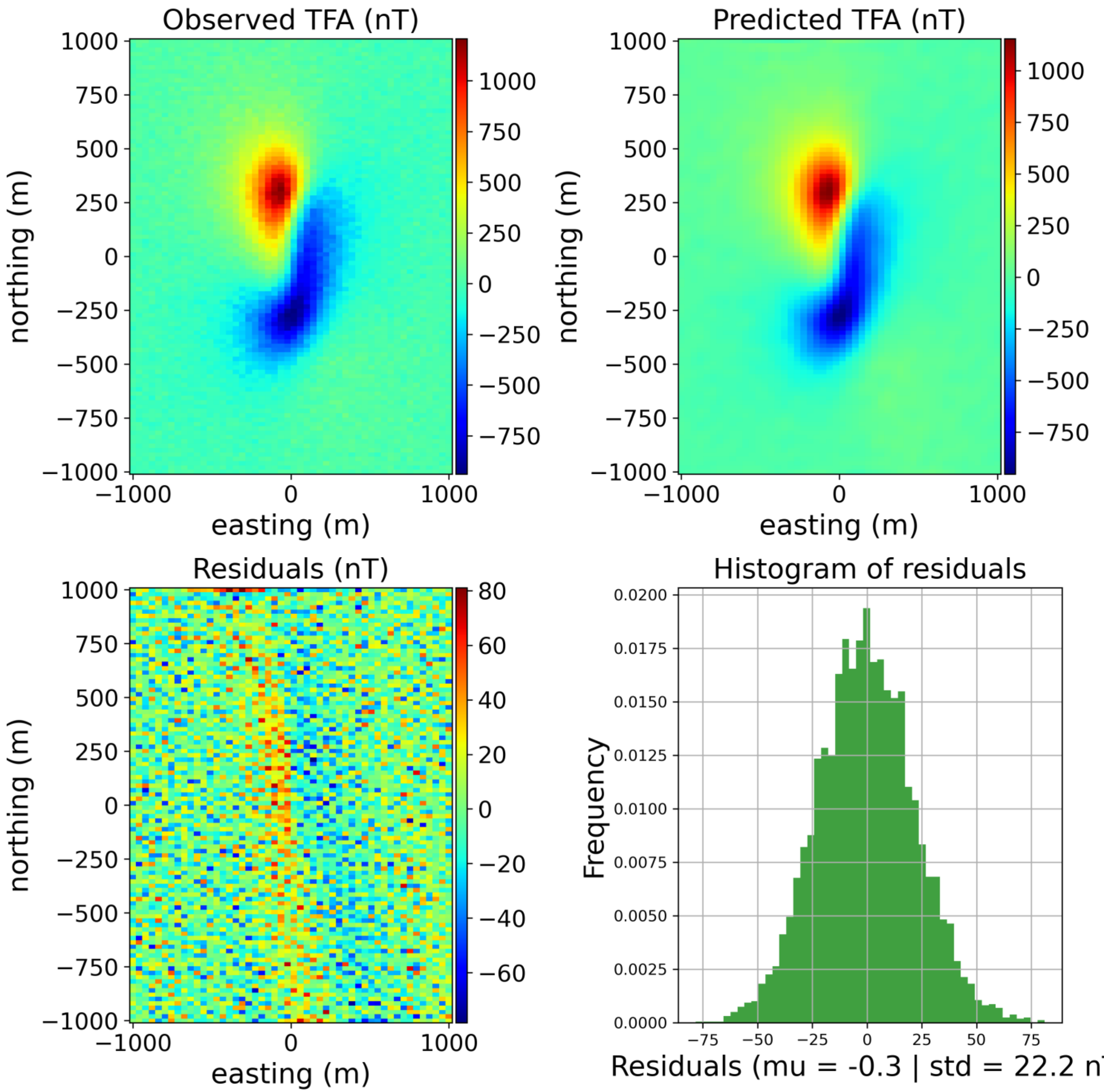
Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização do corpo

$$(I, D) = (-15°, -15°)$$

Direção de magnetização dos dipolos



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

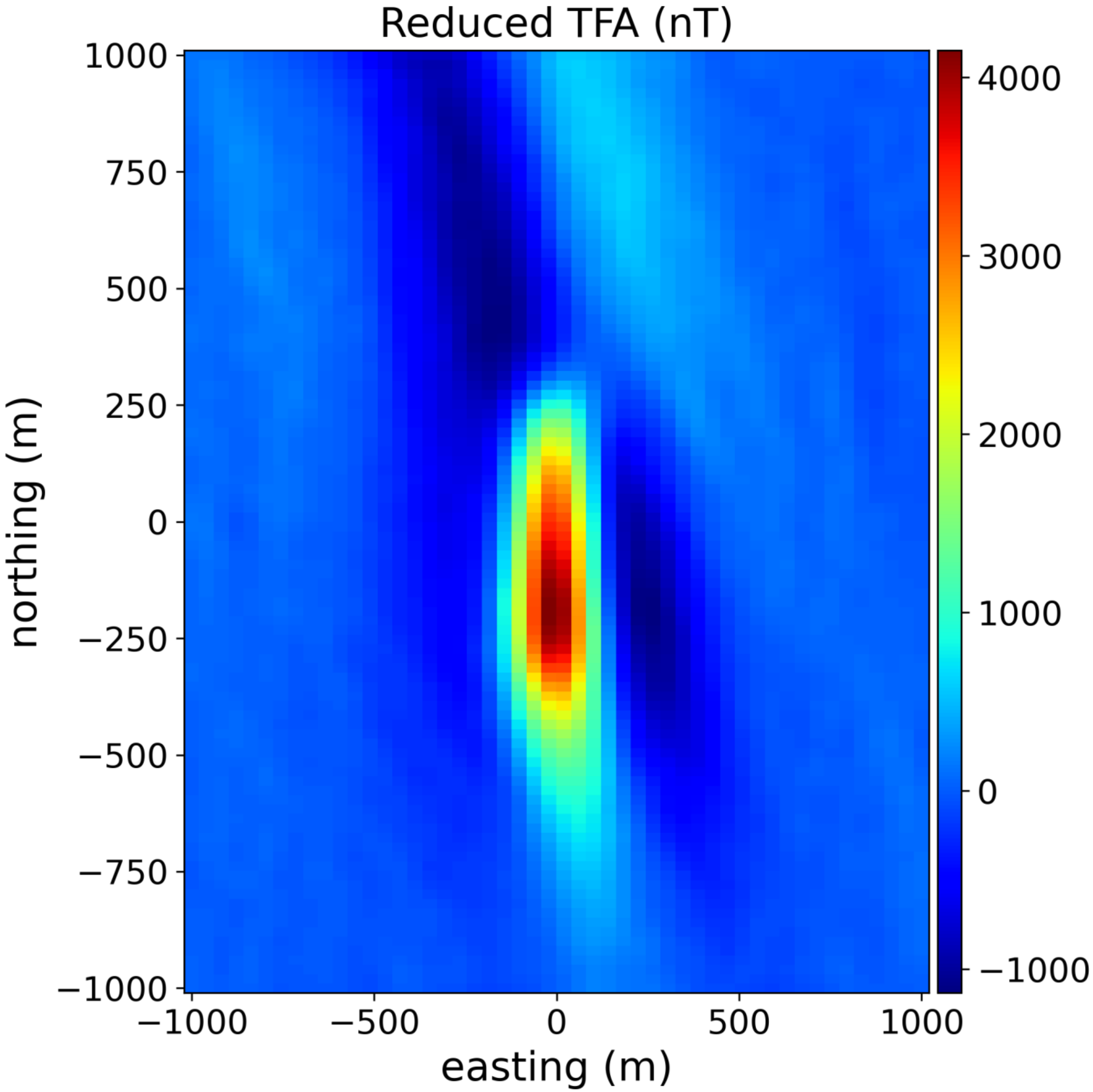
Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização do corpo

$$(I, D) = (-15°, -15°)$$

Direção de magnetização dos dipolos



Continuação para cima utilizando a Camada equivalente

Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100\,m$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

$$(dx, dy) = (20, 40)$$

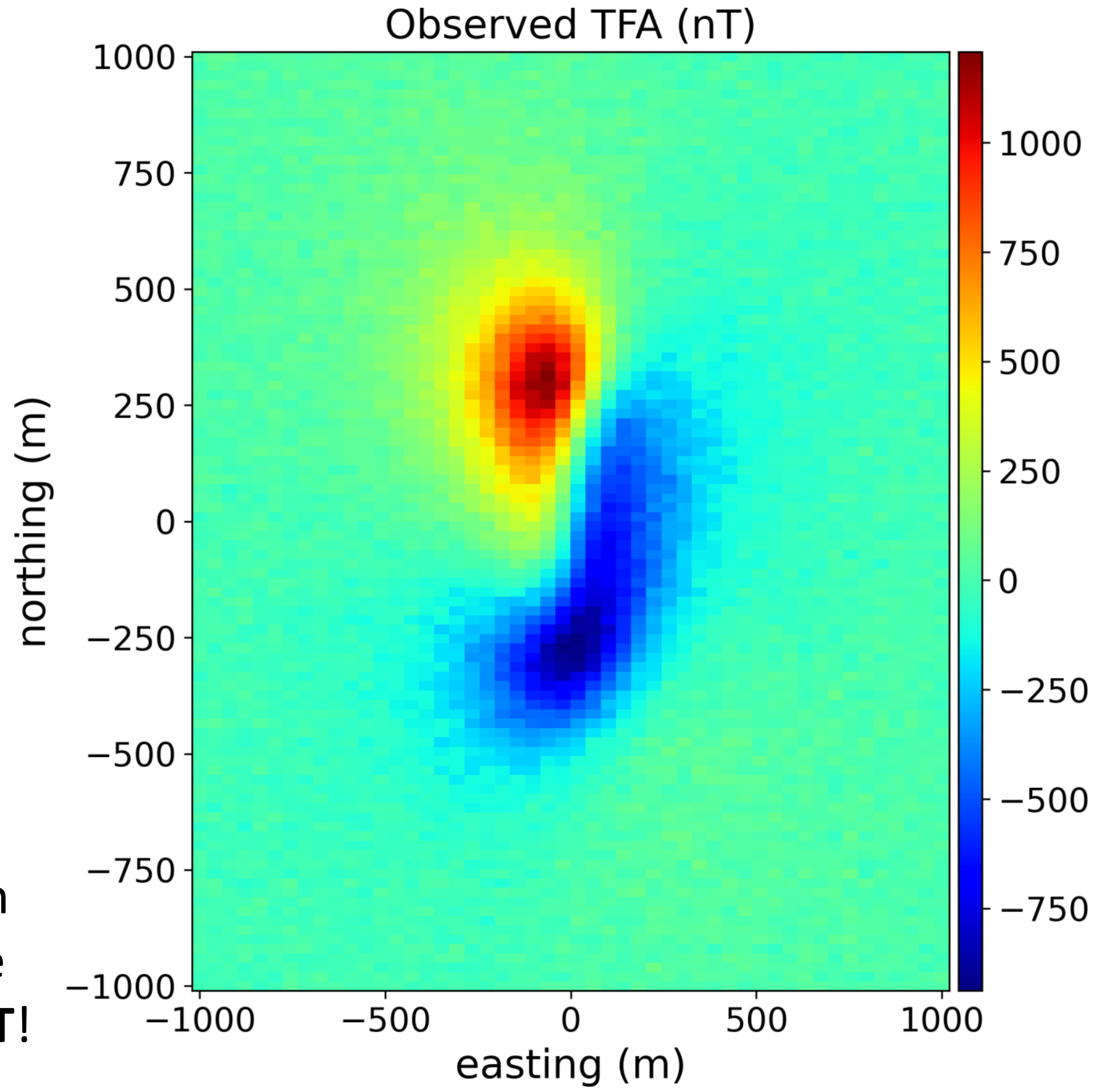
$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização verdadeira

Os dados foram contaminados com ruído gaussiano de **média zero** e **25 nT**!



Resultado da inversão

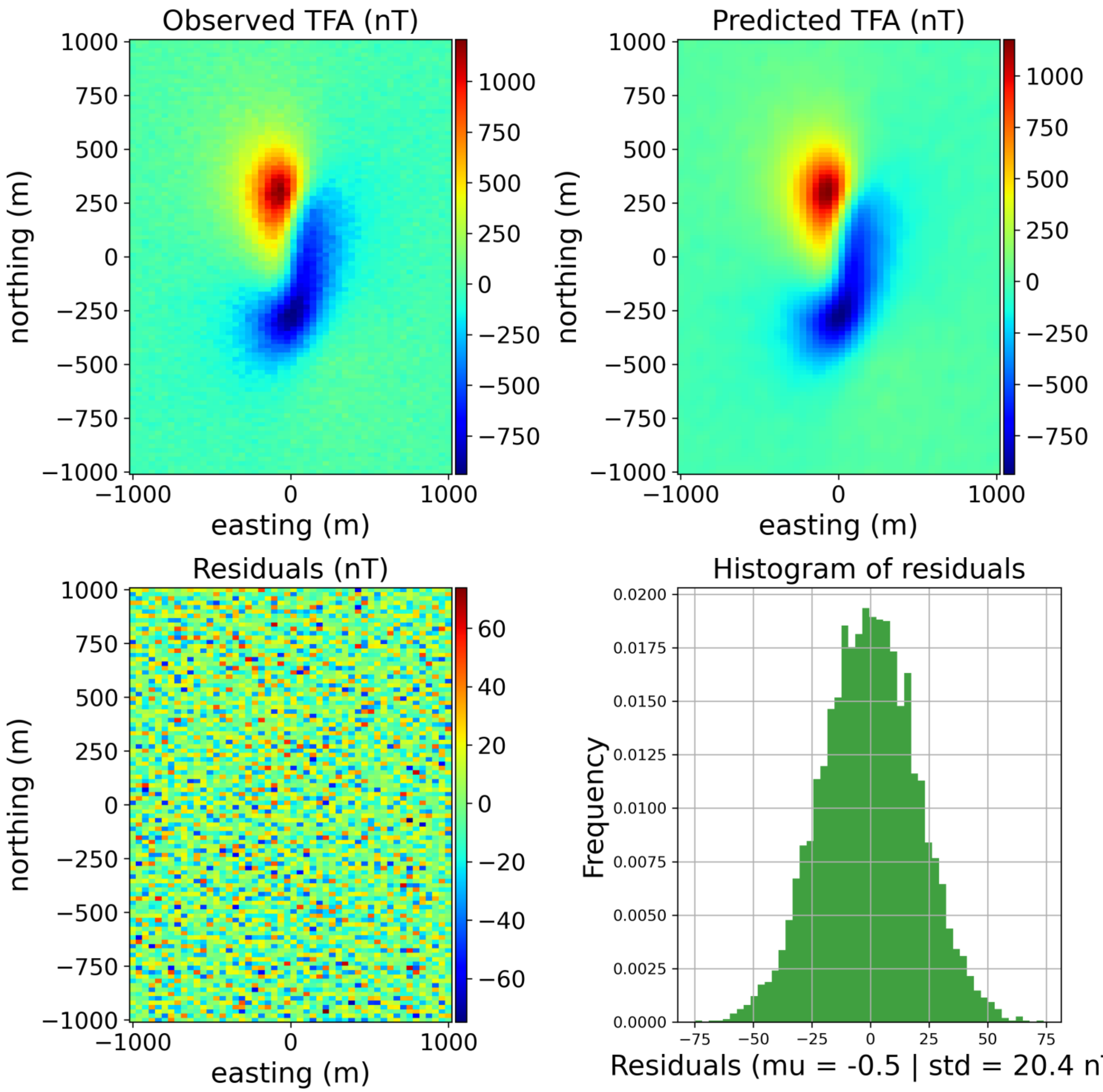
$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização do corpo

$$\mathbf{h = 100\ m}$$



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização do corpo

$$\mathbf{h = 100\ m}$$

$$\mathbf{h_{up} = 500\ m}$$

Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15°, -15°)$$

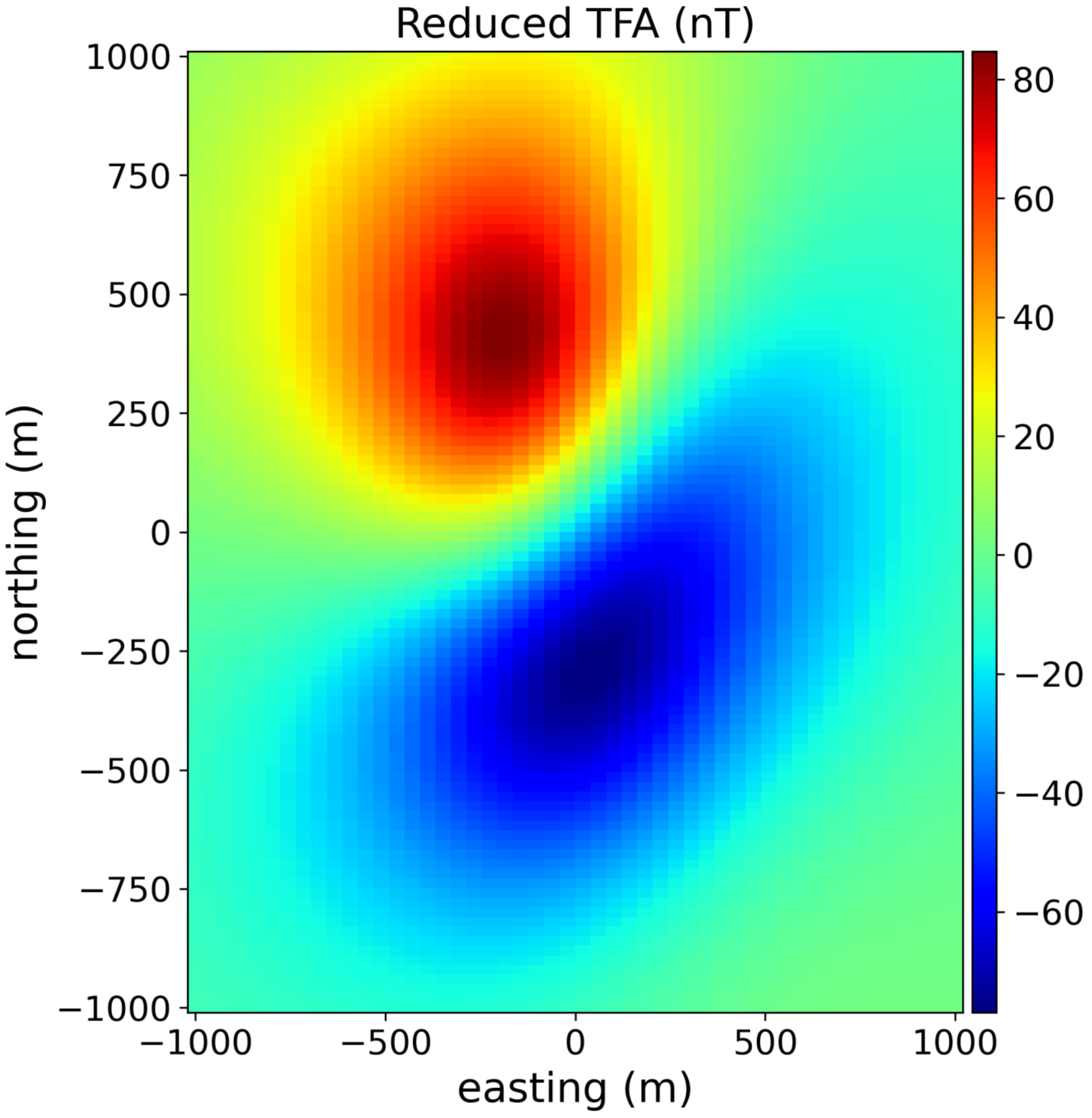
Direção do campo geomagnético

$$(I, D) = (-40°, -50°)$$

Direção de magnetização do corpo

$$\mathbf{h = 100\ m}$$

$$\mathbf{h_{up} = 500\ m}$$



OBRIGADO!