



# Campo de gravidade, Terra Normal e distúrbio de gravidade

*Prof. André Luis Albuquerque dos Reis*

A Terra Real

Na Geofísica estamos interessados na componente gravitacional  
que é relacionada com às variações de densidade no interior da  
Terra

Na Geofísica estamos interessados na componente gravitacional que é relacionada com às variações de densidade no interior da Terra

É necessário que a gente consiga retirar todas as componentes que não são de origem gravitacional, como as variações temporais do campo ocasionadas pela atração luni-solar; deriva instrumental e variações na pressão atmosférica

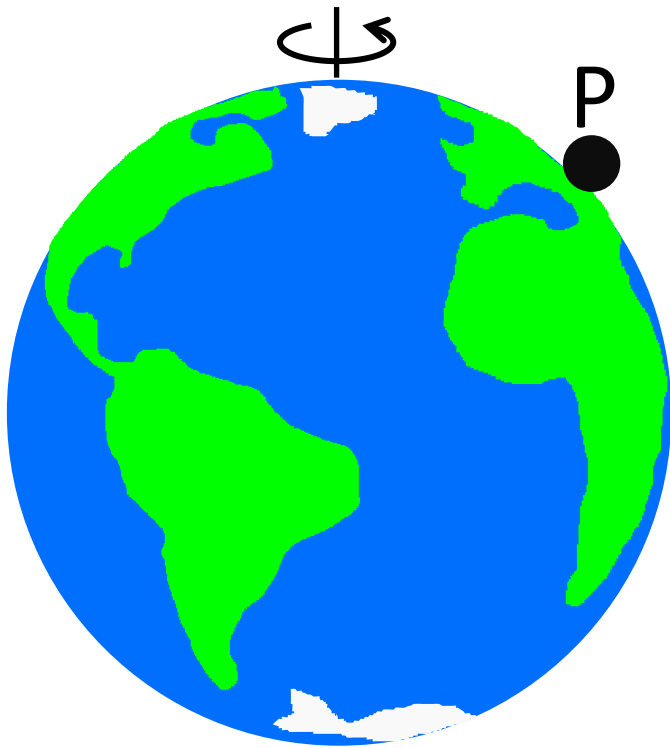
Na Geofísica estamos interessados na componente gravitacional que é relacionada com às variações de densidade no interior da Terra

É necessário que a gente consiga retirar todas as componentes que não são de origem gravitacional, como as variações temporais do campo ocasionadas pela atração luni-solar; deriva instrumental e variações na pressão atmosférica

Para isso, teremos que descrever bem o campo gravitacional e as outras componentes!

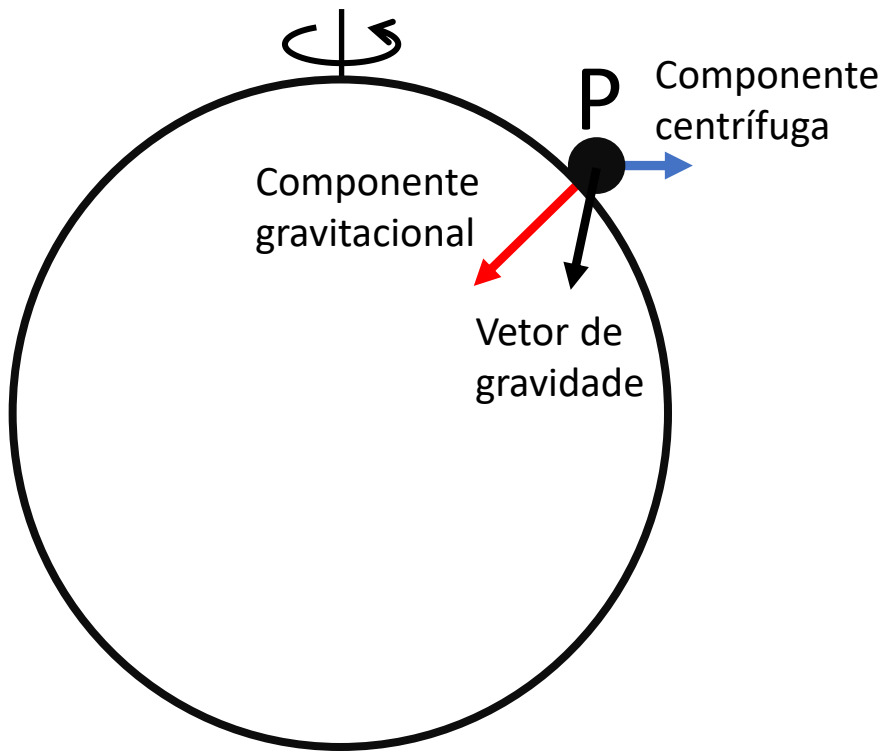
Seja uma massa  
unitária em repouso na  
superfície terrestre

Este corpo experimenta uma **força gravitacional** e uma **força centrífuga**. A resultante destas duas é o vetor gravidade.

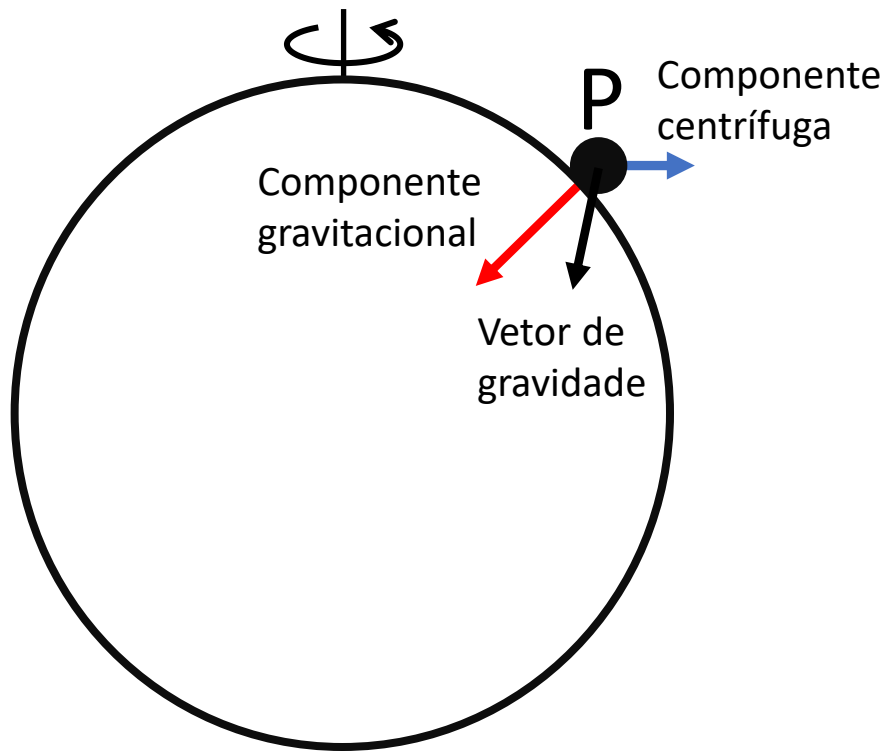


Seja uma massa  
unitária em repouso na  
superfície terrestre

Este corpo experimenta uma **força gravitacional** e uma **força centrífuga**. A resultante destas duas é o vetor gravidade.



Seja uma massa unitária em repouso na superfície terrestre



Este corpo experimenta uma **força gravitacional** e uma **força centrífuga**. A resultante destas duas é o vetor gravidade.

A soma destes vetores é o que chamamos de **vetor de gravidade**.

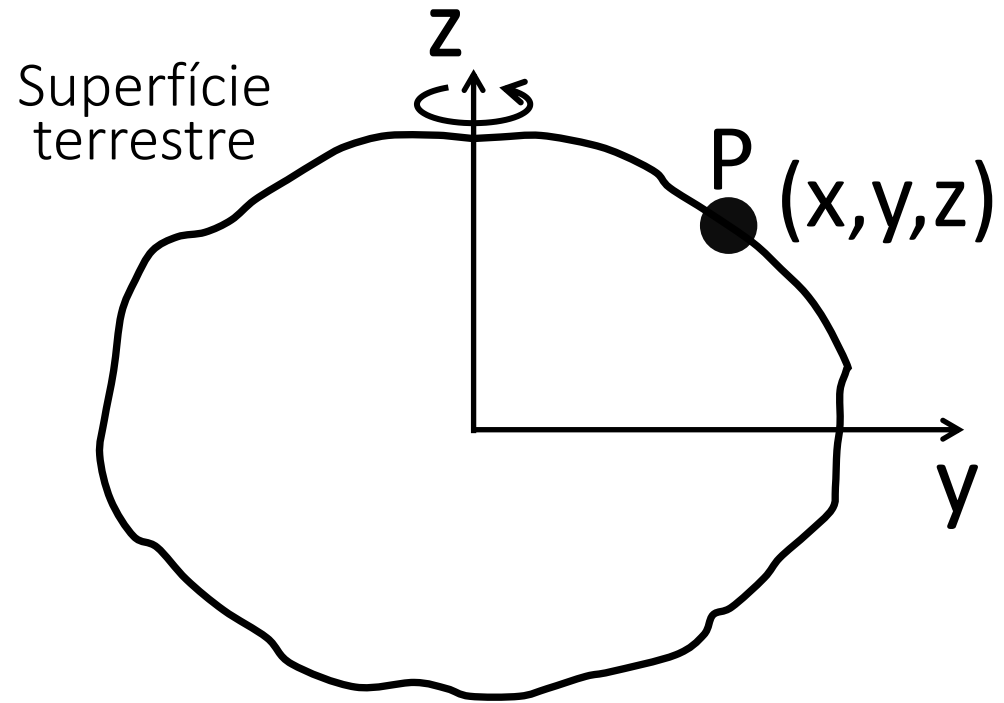
O módulo deste vetor é o que chamamos de **gravidade**!



Seja uma massa  
unitária em repouso na  
superfície terrestre

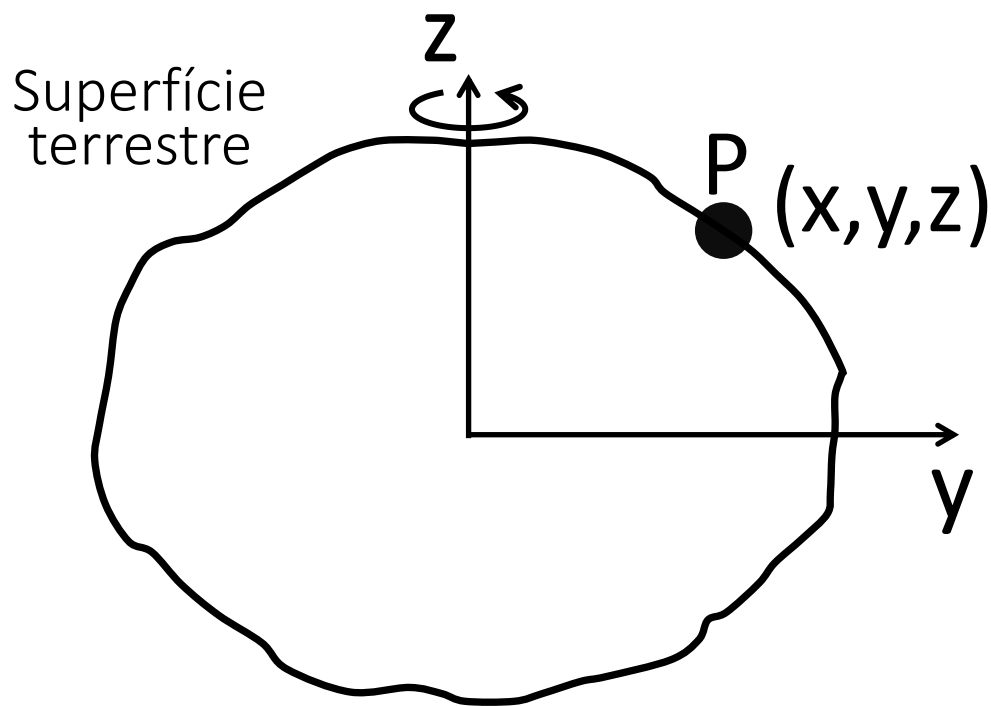
Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade!**

**Terra real**



Seja uma massa  
unitária em repouso na  
superfície terrestre

Terra real

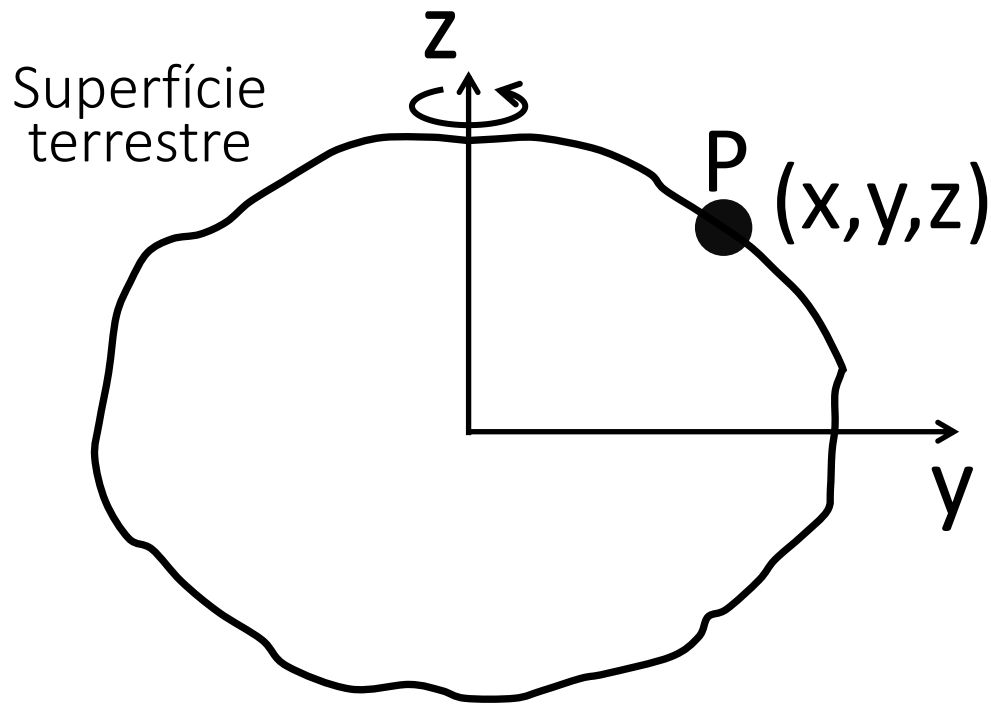


Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade!**

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

Seja uma massa unitária em repouso na superfície terrestre

Terra real



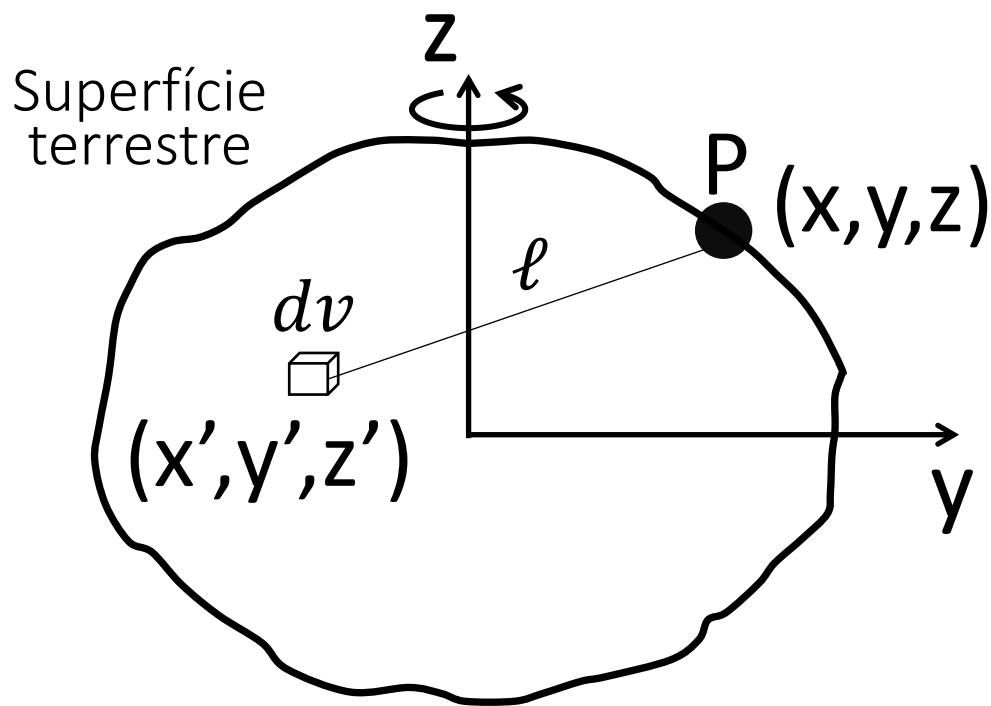
Podemos começar descrevendo o potencial de gravidade!

O potencial de gravidade é a soma entre duas funções escalares: o potencial gravitacional e o potencial centrífugo

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Seja uma massa  
unitária em repouso na  
superfície terrestre

Terra real



Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade!**

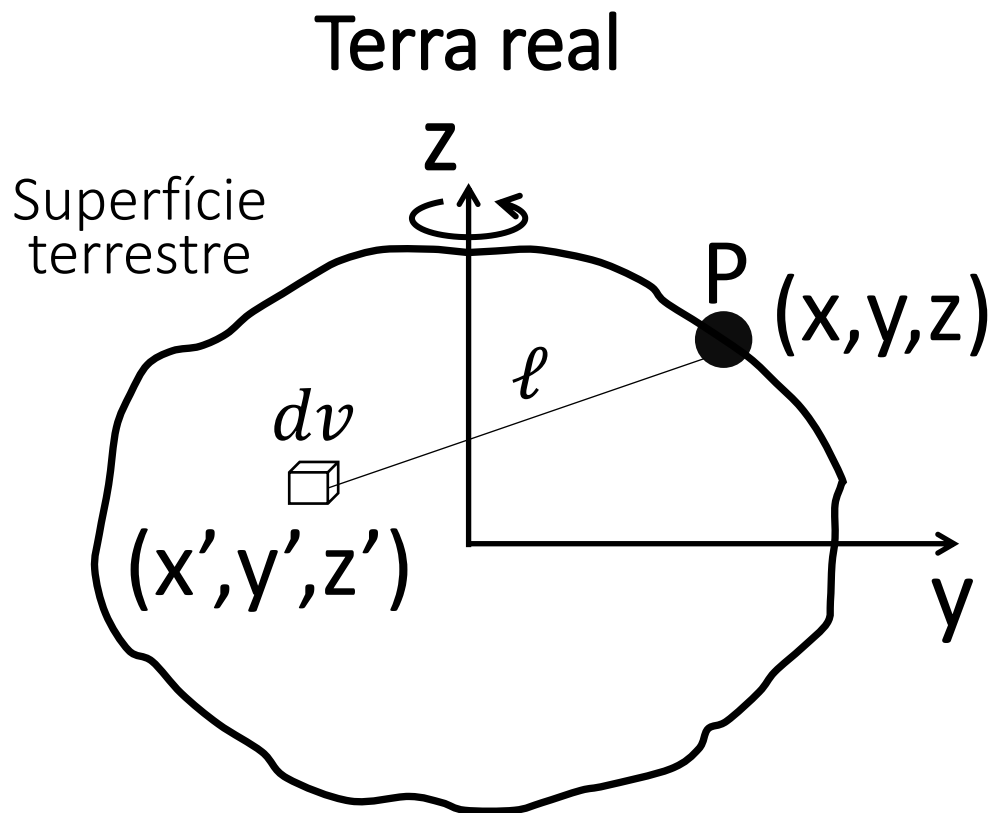
O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Seja uma massa unitária em repouso na superfície terrestre

Podemos começar descrevendo o potencial de gravidade!

O potencial de gravidade é a soma entre duas funções escalares: o **potencial gravitacional** e o **potencial centrífugo**



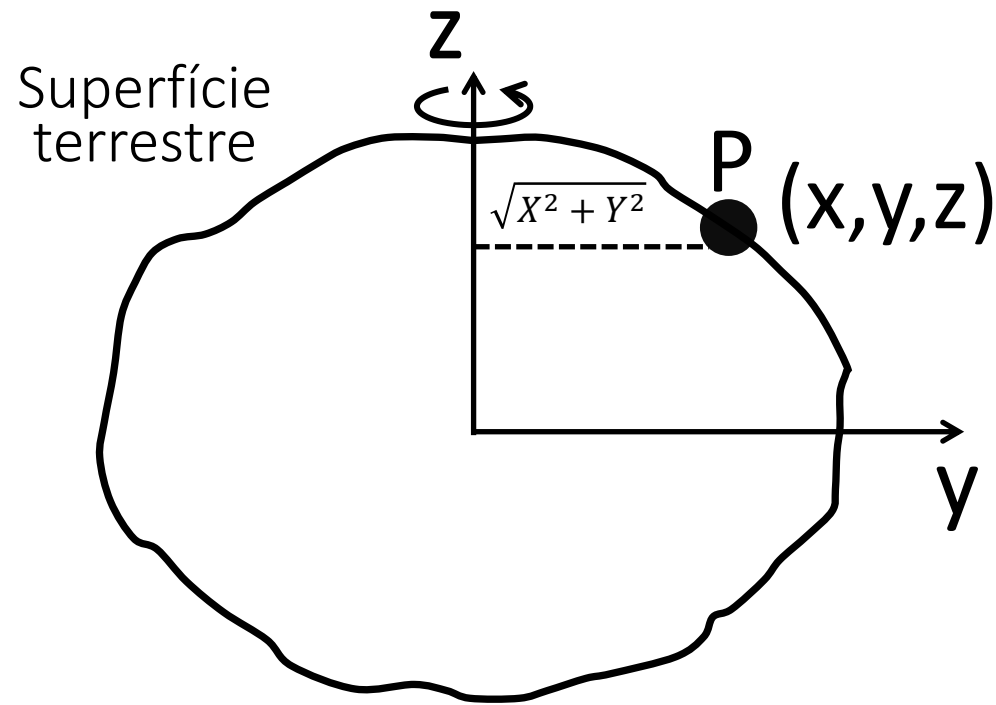
$$W_P = V_P + \Phi_P$$

$$V_P = \kappa_g \iiint \frac{\rho}{\ell} dv$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

Seja uma massa unitária em repouso na superfície terrestre

Terra real



Podemos começar descrevendo o potencial de gravidade!

O potencial de gravidade é a soma entre duas funções escalares: o **potencial gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

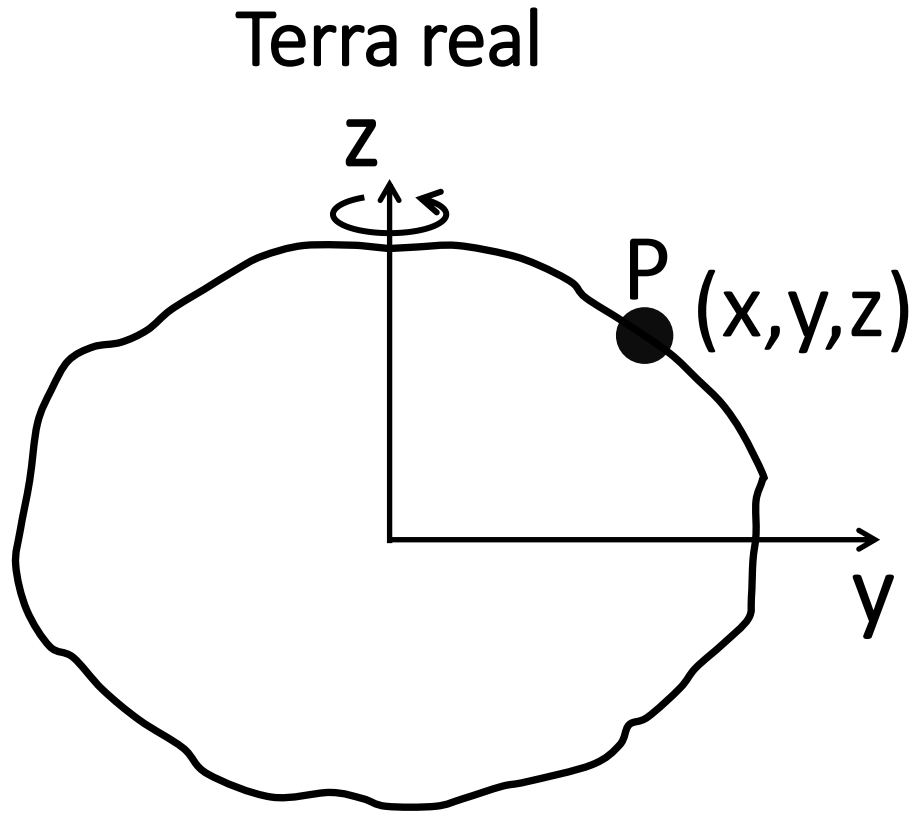
$$V_P = \kappa_g \iiint \frac{\rho}{\ell} dv \quad \Phi_P = \frac{10^5}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2)$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

Se tomarmos o Laplaciano do  
**potencial de gravidade** em  
regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade!**

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**



$$W_P = V_P + \Phi_P$$

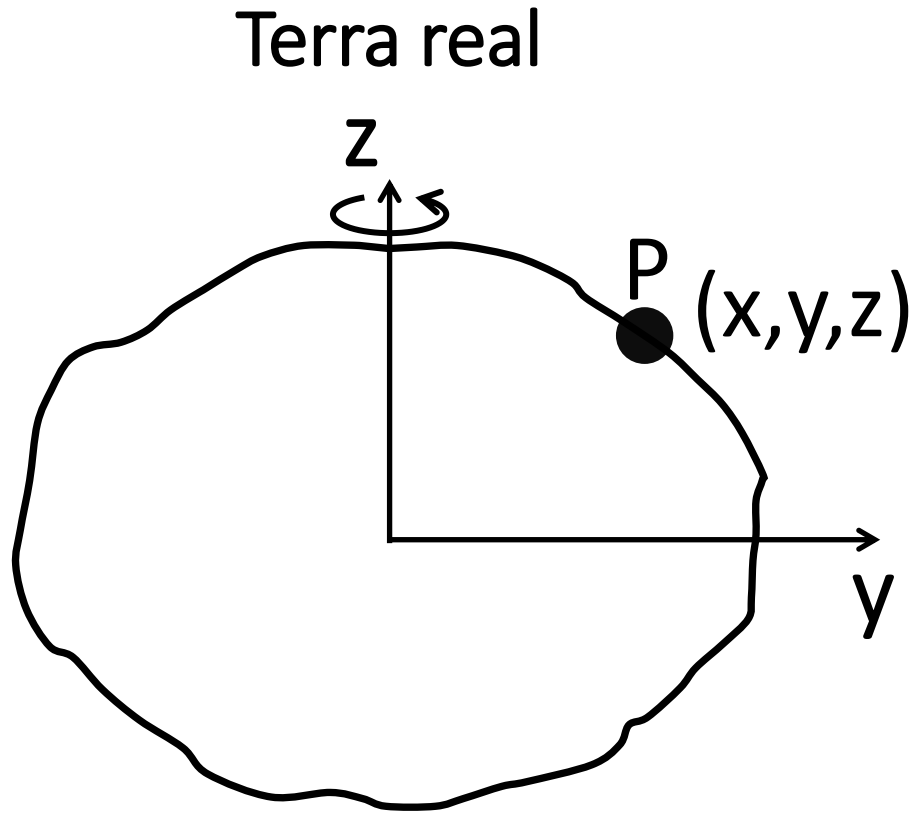
$$V_P = \kappa_g \iiint \frac{\rho}{\ell} dv \quad \Phi_P = \frac{10^5}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2)$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

Se tomarmos o Laplaciano do  
**potencial de gravidade** em  
regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade**!

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**



$$\nabla^2 W_P = \nabla^2 V_P + \nabla^2 \Phi_P$$

$$V_P = \kappa_g \iiint \frac{\rho}{\ell} dv \quad \Phi_P = \frac{10^5}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2)$$

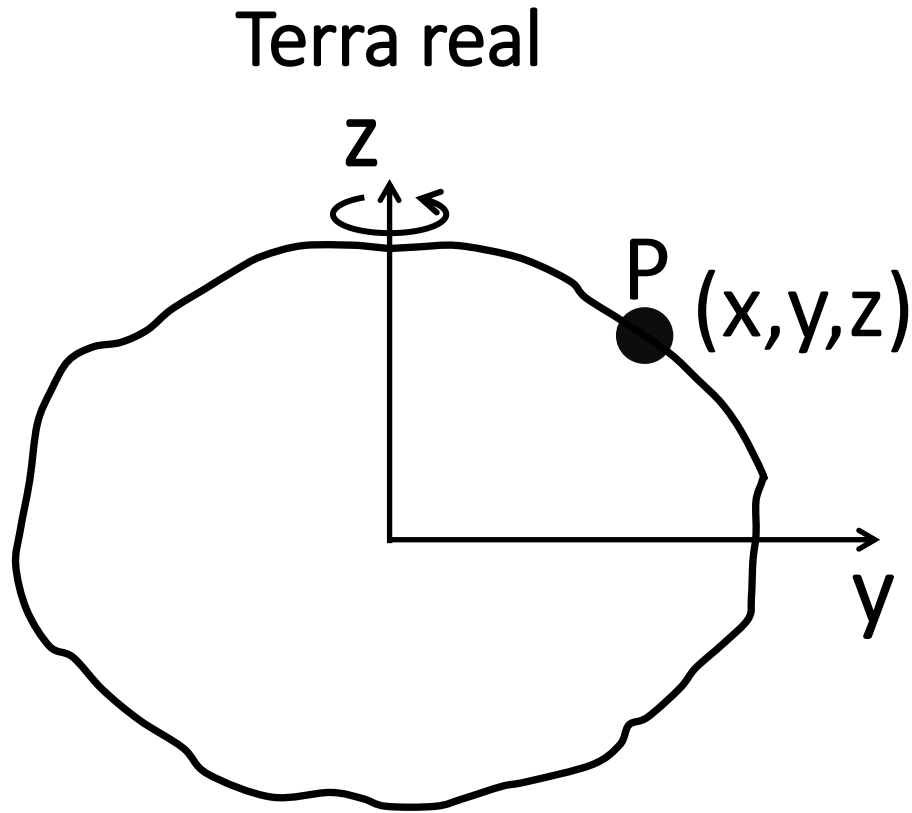
$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$



Se tomarmos o Laplaciano do  
**potencial de gravidade** em  
regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade**!

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**



$$\nabla^2 W_P = \nabla^2 V_P + \nabla^2 \Phi_P$$

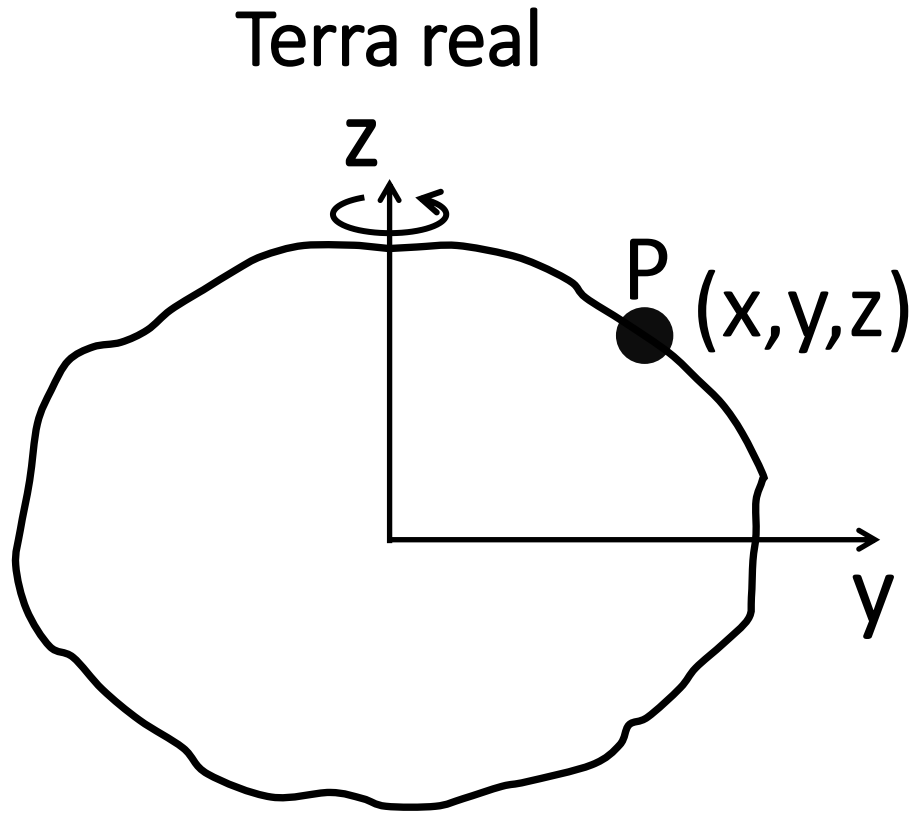
$$V_P = \kappa_g \iiint \frac{\rho}{\ell} dv \quad \Phi_P = \frac{10^5}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2)$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

Se tomarmos o Laplaciano do  
**potencial de gravidade** em  
regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade**!

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**



$$\nabla^2 W_P = \overset{=0}{\cancel{\nabla^2 V_P}} + \nabla^2 \Phi_P$$

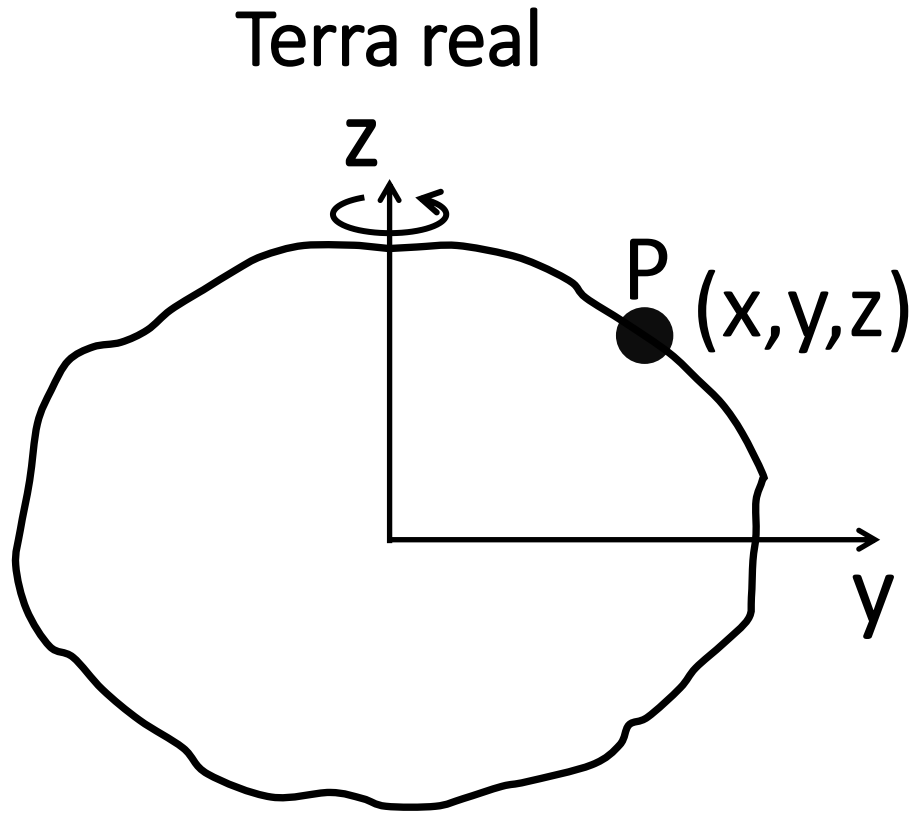
$$V_P = \kappa_g \iiint \frac{\rho}{\ell} dv \quad \Phi_P = \frac{10^5}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2)$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

Se tomarmos o Laplaciano do  
**potencial de gravidade** em  
regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade**!

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**



$$\nabla^2 W_P = \nabla^2 V_P + \nabla^2 \Phi_P$$

$$V_P = \kappa_g \iiint \frac{\rho}{\ell} dv \quad \Phi_P = \frac{10^5}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2)$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

Podemos expandir a **componente  
gravitacional** em harmônicos esféricos!

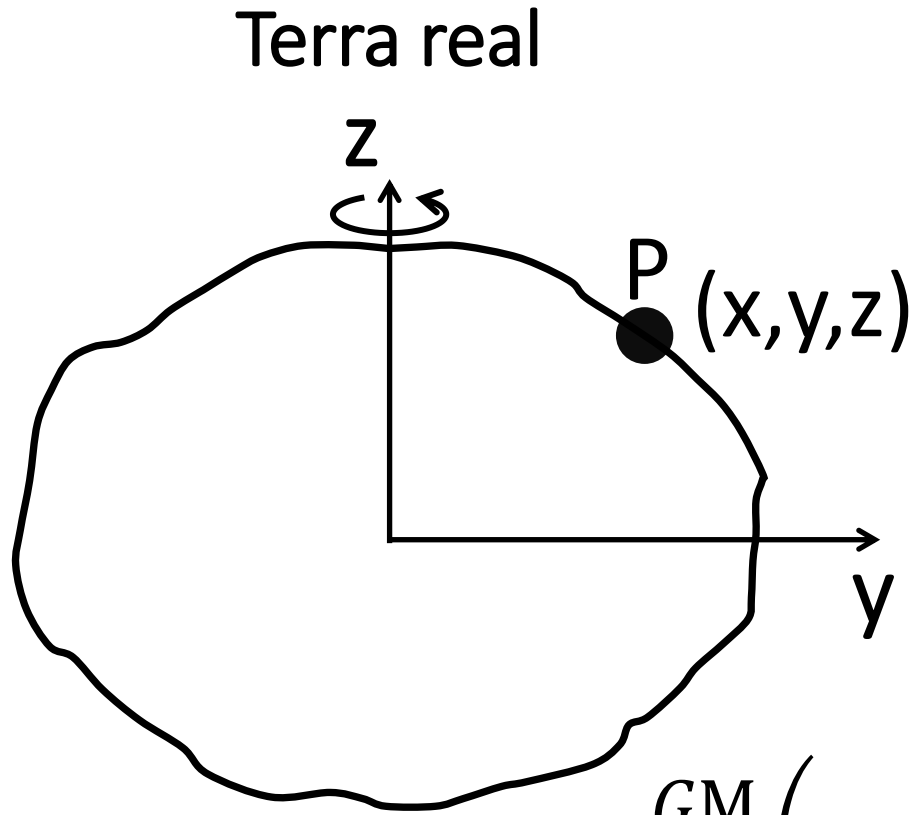
Se tomarmos o Laplaciano do  
**potencial de gravidade** em  
regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade**!

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Potencial em termo de **harmônicos esféricos**!



$$V_P = \frac{GM}{r} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n [C_{nm} R_{nm}(\theta, \lambda) + S_{nm} Q_{nm}(\theta, \lambda)] \right)$$

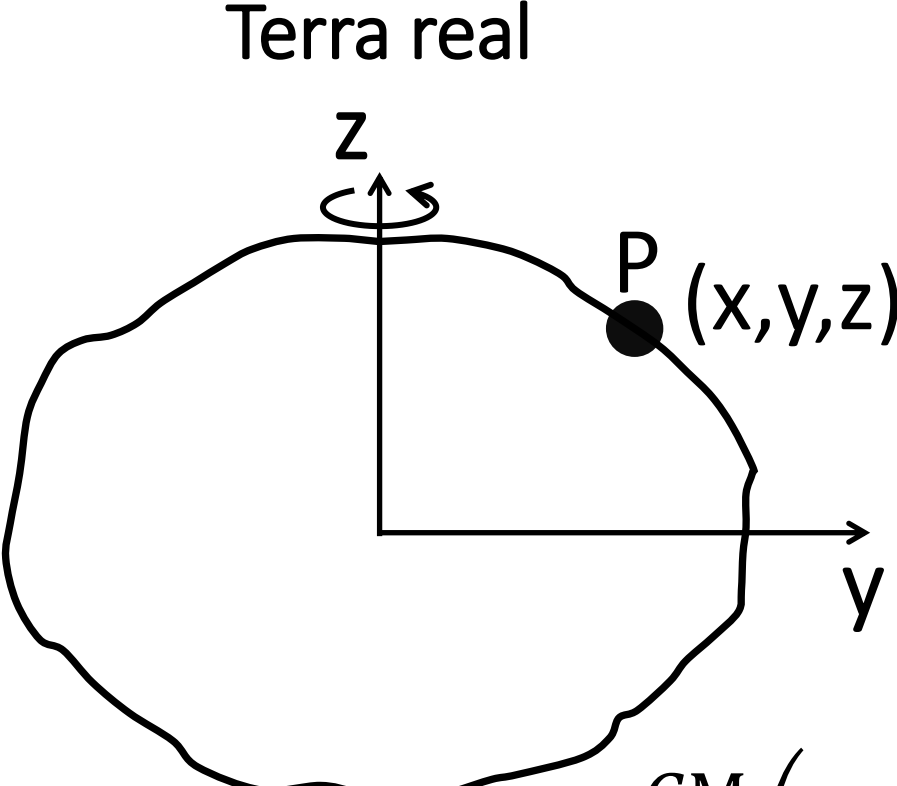
Se tomarmos o Laplaciano do **potencial de gravidade** em regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o **potencial de gravidade**!

O **potencial de gravidade** é a soma entre duas funções escalares: o **potencial gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Potencial em termo de **harmônicos esféricos**!


$$V_P = \frac{GM}{r} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n [C_{nm} R_{nm}(\theta, \lambda) + S_{nm} Q_{nm}(\theta, \lambda)] \right)$$

**Raio equatorial**

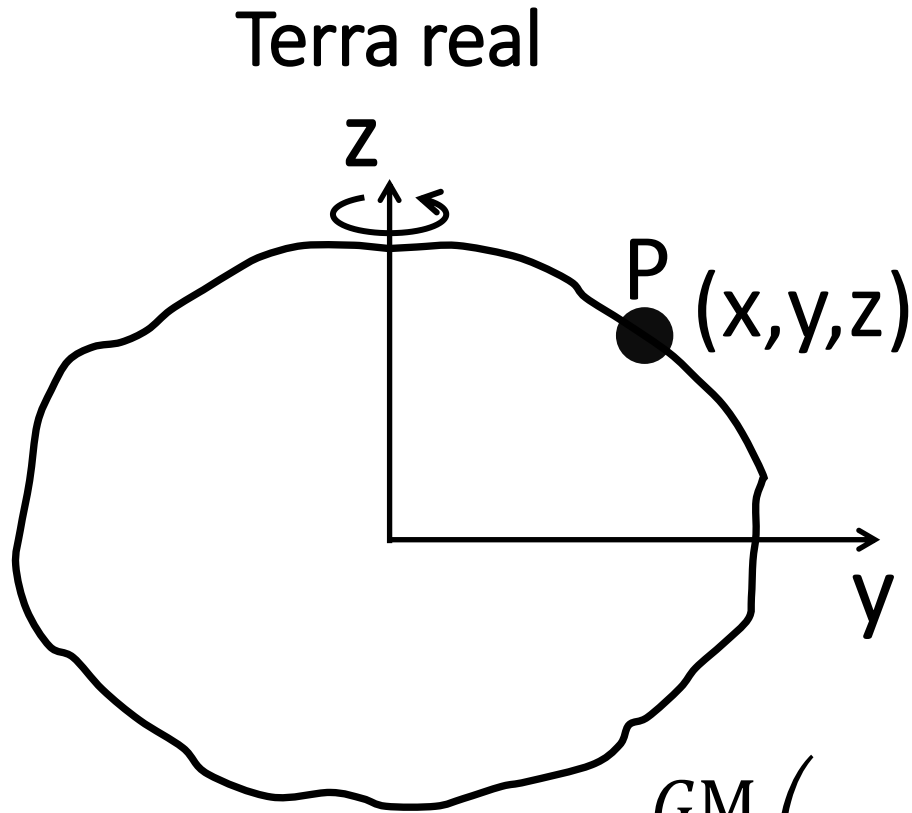
Se tomarmos o Laplaciano do  
**potencial de gravidade** em  
regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade**!

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Potencial em termo de **harmônicos esféricos**!



$$V_P = \frac{GM}{r} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n [C_{nm} R_{nm}(\theta, \lambda) + S_{nm} Q_{nm}(\theta, \lambda)] \right)$$

**n e m são o grau e a ordem, respectivamente**

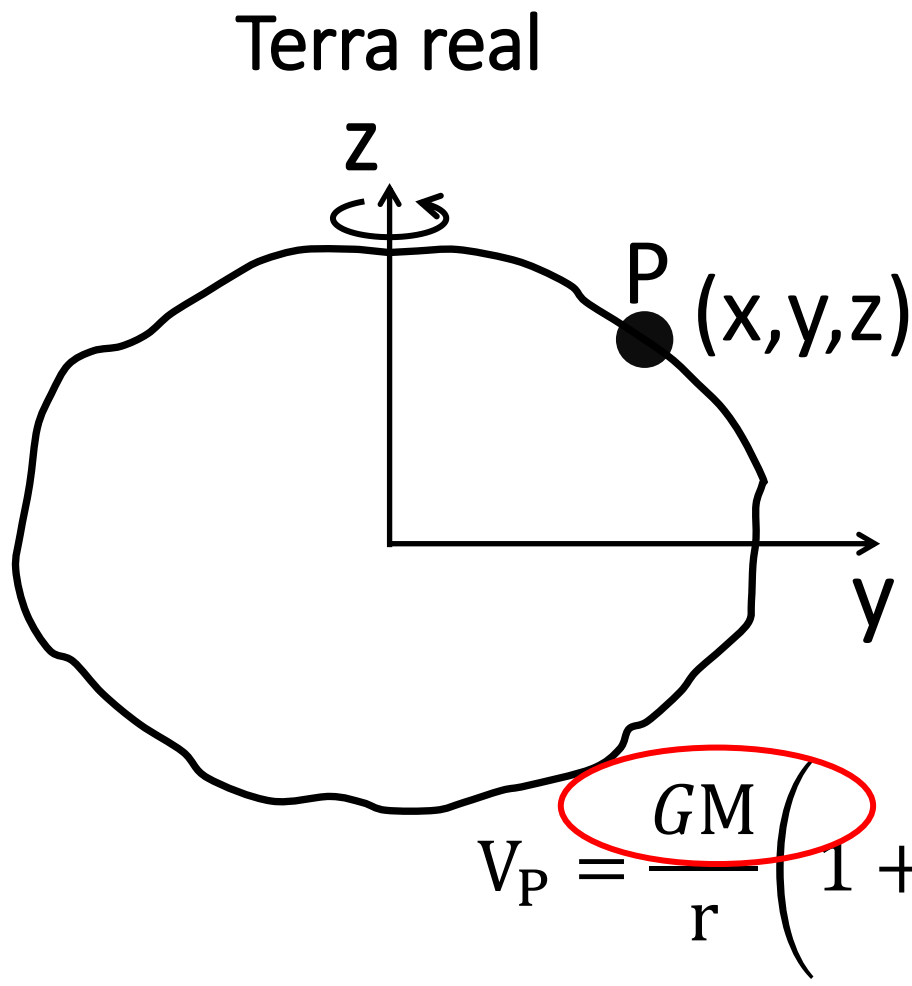
Se tomarmos o Laplaciano do **potencial de gravidade** em regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o **potencial de gravidade**!

O **potencial de gravidade** é a soma entre duas funções escalares: o **potencial gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Potencial em termo de **harmônicos esféricos**!



**Constante gravitacional e a massa da Terra**

Se tomarmos o Laplaciano do  
**potencial de gravidade** em  
regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade**!

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

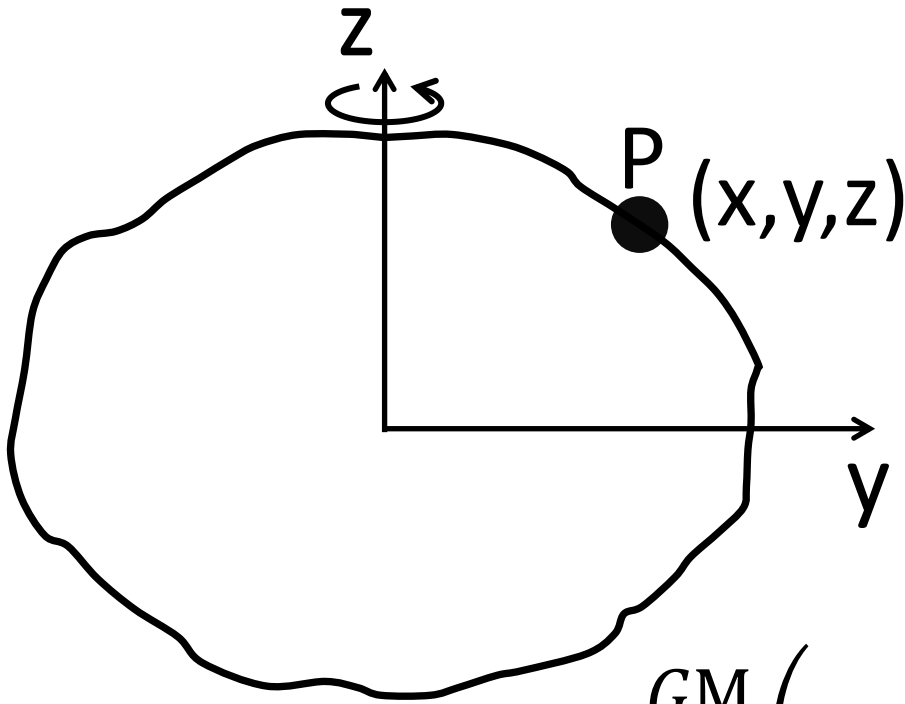
$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Potencial em termo de **harmônicos esféricos**!

$$V_P = \frac{GM}{r} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n [C_{nm} R_{nm}(\theta, \lambda) + S_{nm} Q_{nm}(\theta, \lambda)] \right)$$

**Ângulo azimutal e colatitude**

Terra real

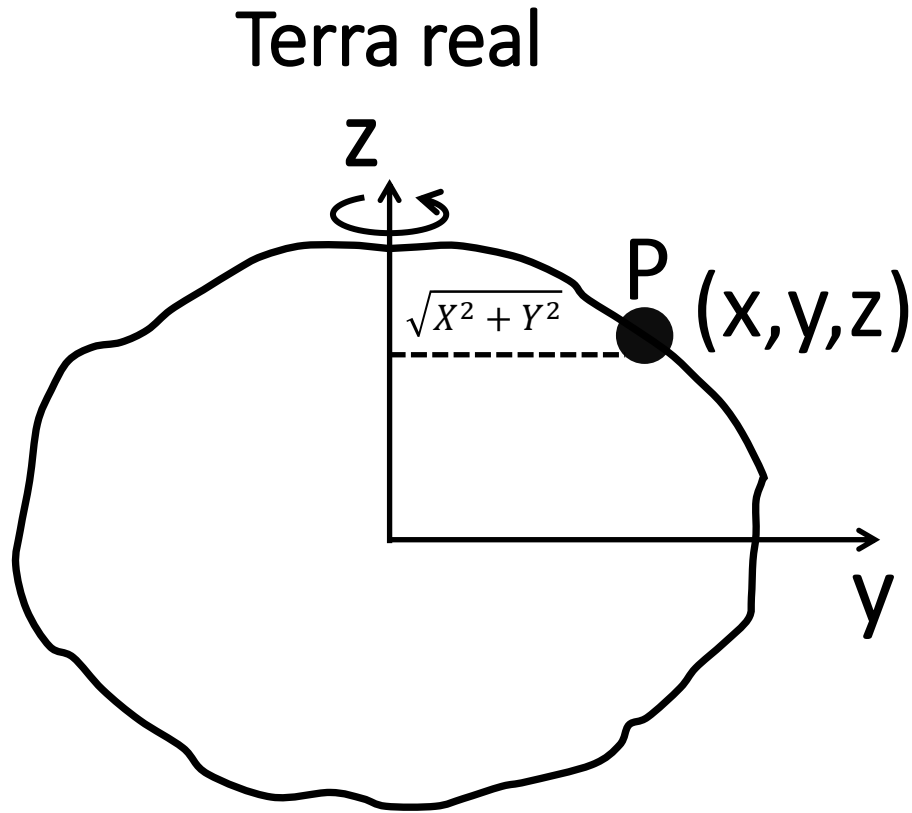




Se tomarmos o Laplaciano do  
**potencial de gravidade** em  
regiões livres de fontes

Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade**!

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

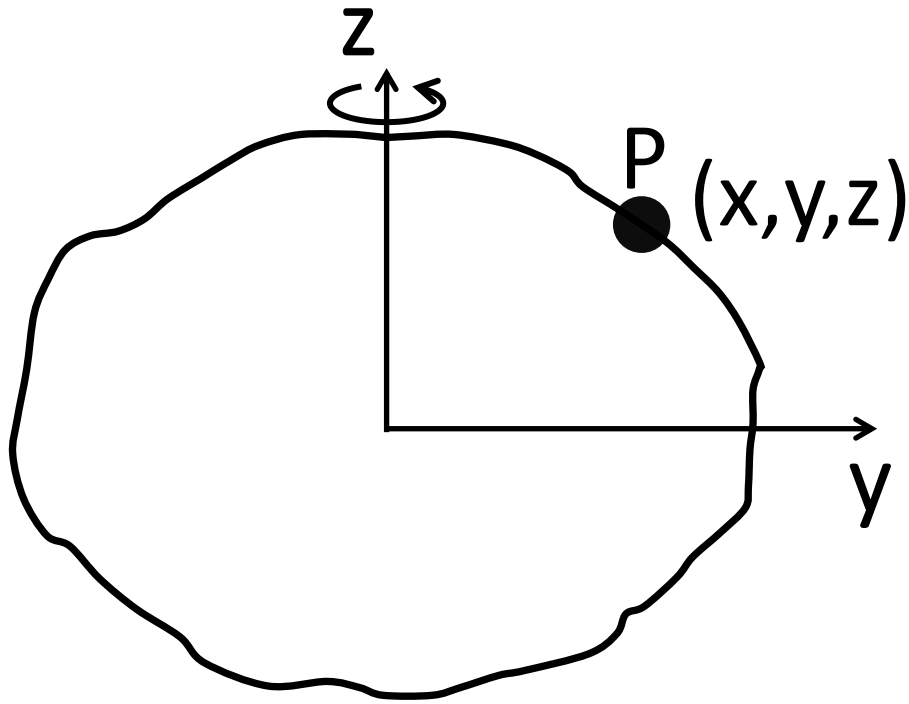


$$\nabla^2 W_P = \nabla^2 V_P + \nabla^2 \Phi_P$$

$$V_P = \kappa_g \iiint \frac{\rho}{\ell} dv \quad \Phi_P = \frac{10^5}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2)$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

Existem superfícies  
pelas quais o potencial  
é constante

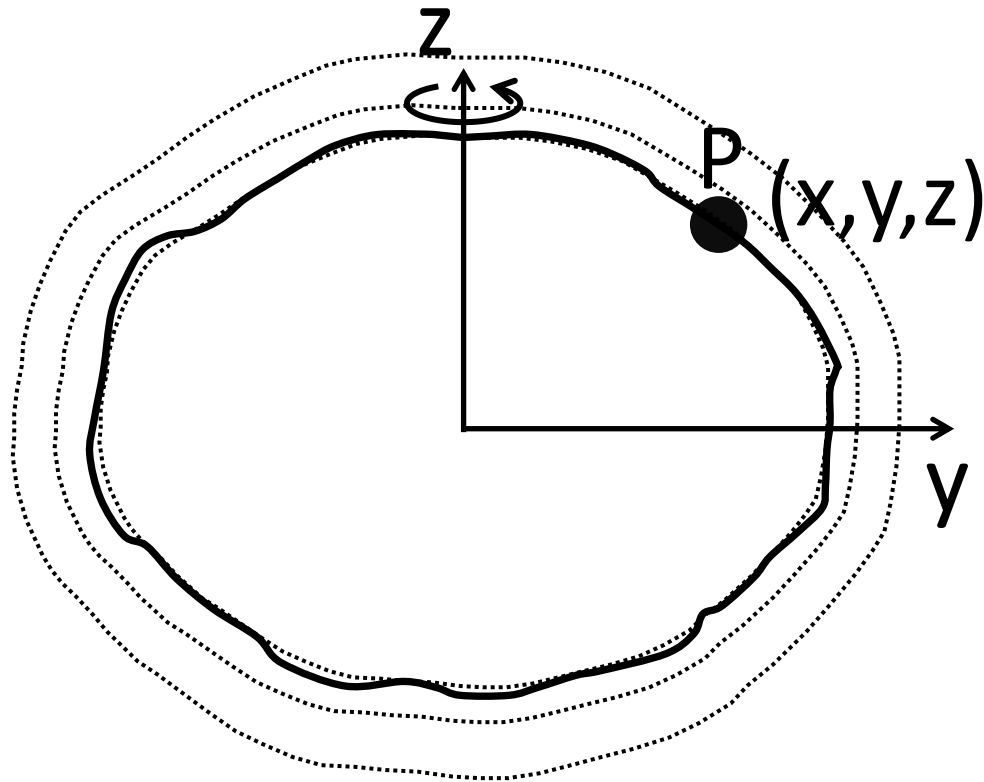


Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade!**

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Existem superfícies  
pelas quais o potencial  
é constante



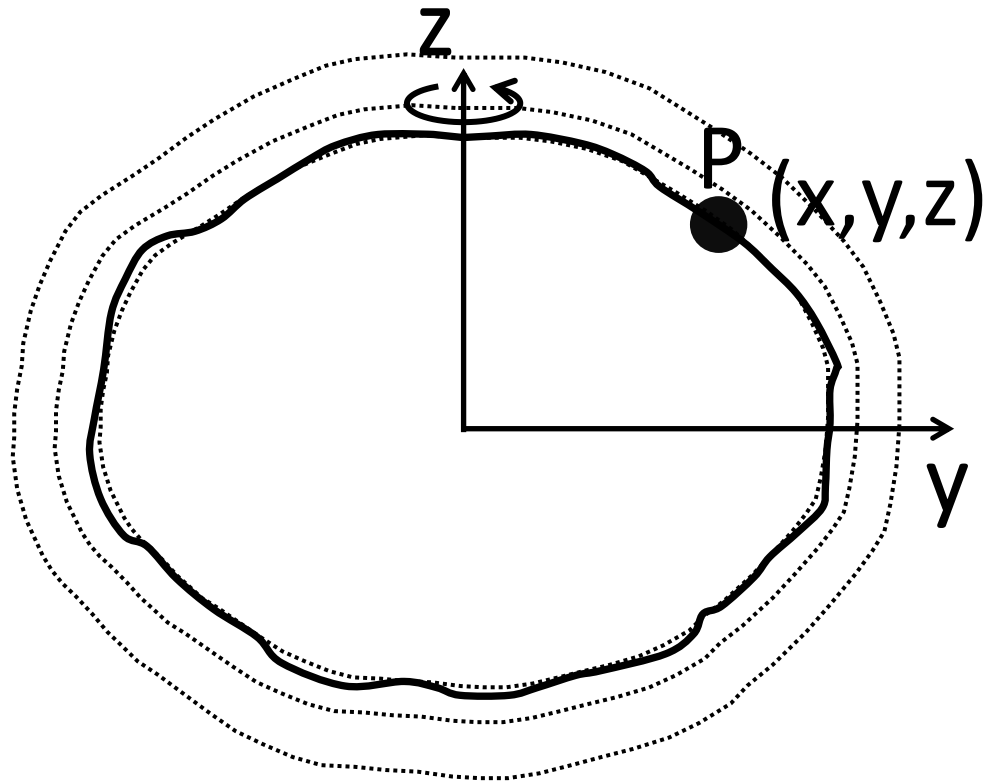
Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade!**

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Estas equipotenciais são  
chamadas de **geopes**

Existem superfícies  
pelas quais o potencial  
é constante



Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade!**

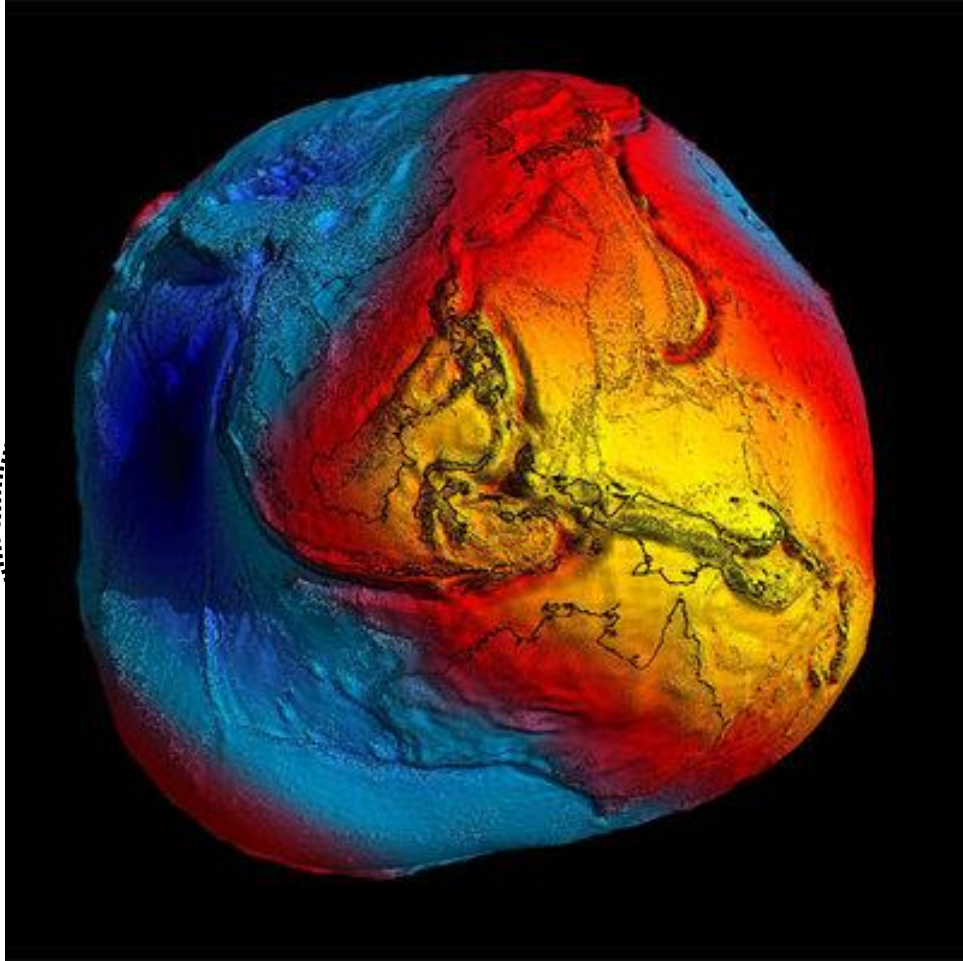
O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Estas equipotenciais são  
chamadas de **geopes**

A geope que coincide com o nível médio  
dos mares não perturbados é chamada de  
**geóide**

Existem superfícies  
pelas quais o potencial  
é constante



Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade!**

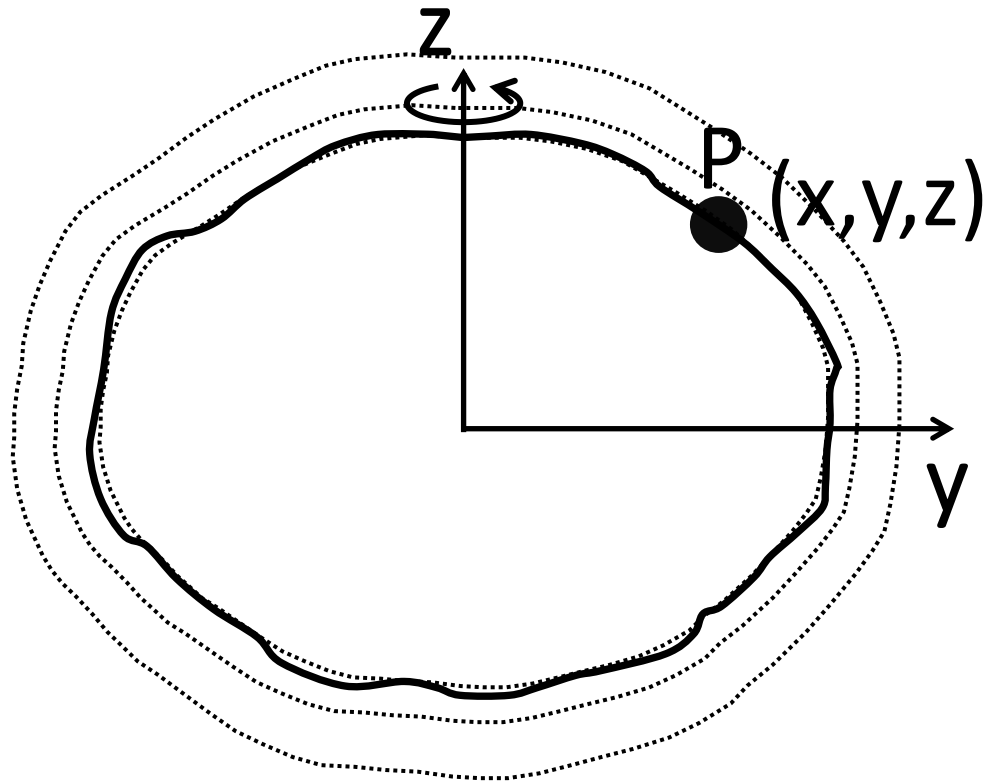
O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial**  
**gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$W_P = V_P + \Phi_P$$

Estas equipotenciais são  
chamadas de **geopes**

A geope que coincide com o nível médio  
dos mares não perturbados é chamada de  
**geóide**

Existem superfícies  
pelas quais o potencial  
é constante

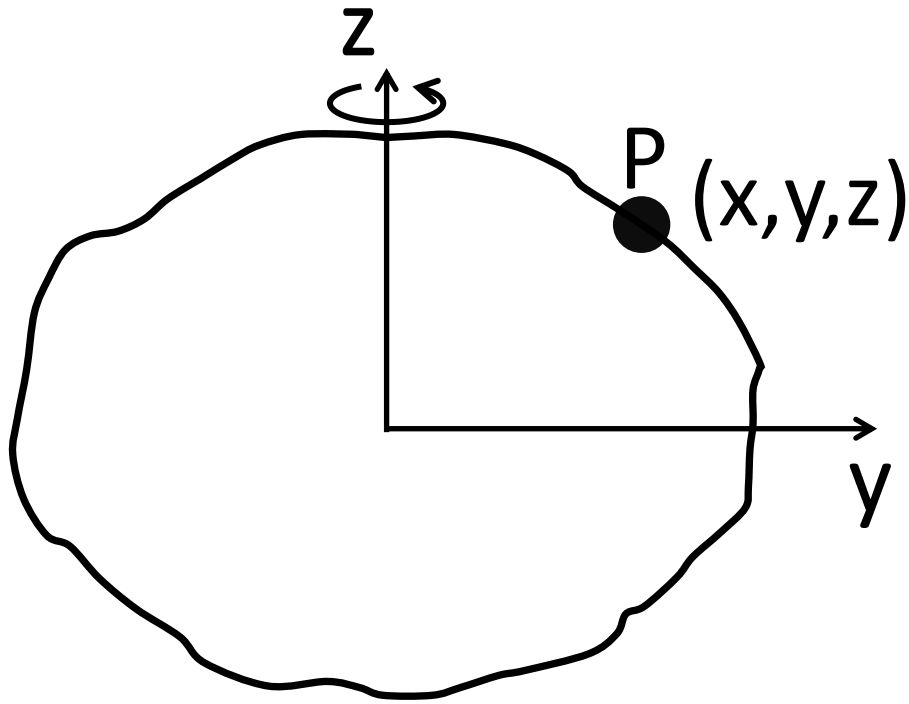


Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade!**

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$\nabla W_P = \nabla V_P + \nabla \Phi_P$$

Existem superfícies  
pelas quais o potencial  
é constante



O módulo deste vetor é o que  
chamamos de gravidade!

Podemos começar descrevendo o  
**potencial de gravidade!**

O **potencial de gravidade** é a soma entre  
duas funções escalares: o **potencial  
gravitacional** e o **potencial centrífugo**

$$\nabla W_P = \nabla V_P + \nabla \Phi_P$$

O vetor gravidade

$$\mathbf{g}_P = \nabla V_P + \nabla \Phi_P$$

A unidade é o **mGal!**

$$1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

International Center for Global  
Earth Model (ICGEM)

## Modelo EIGEN-6C4

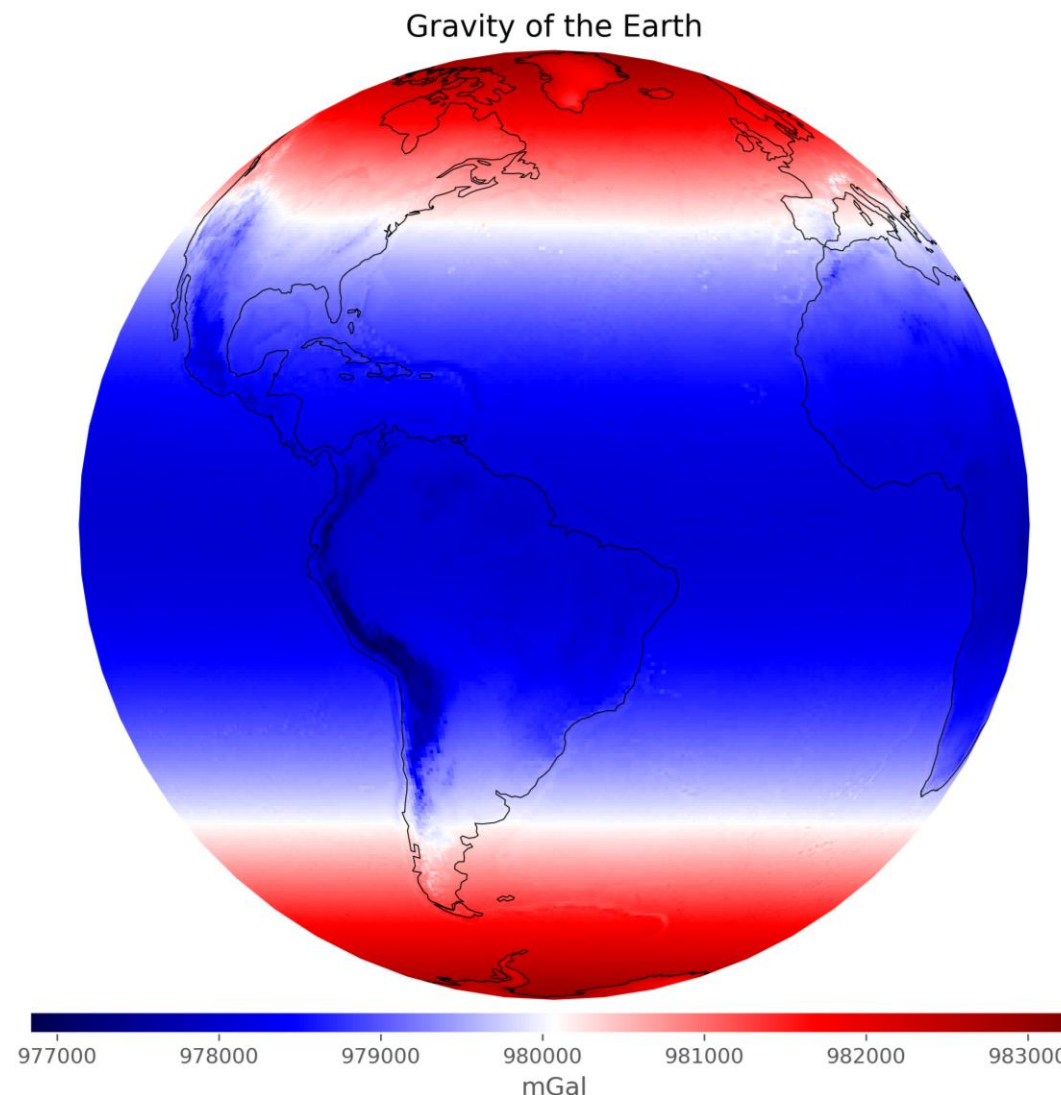
São calculados sobre a superfície  
física da Terra

Utilizam diversos tipo de dados  
(i.e, aerolevantamento, terrestres  
e satélite).

Acabamos de  
descrever **a Terra Real!**

$$|\mathbf{g}_P| = |\nabla V_P| + |\nabla \Phi_P|$$

$\approx 0,5$  graus



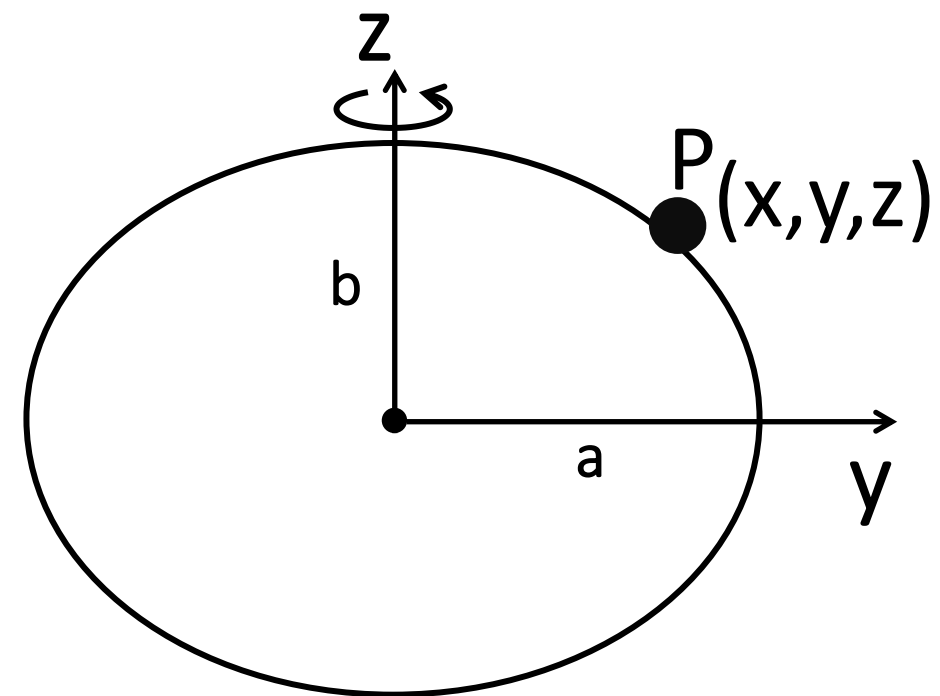


Terra Normal

Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

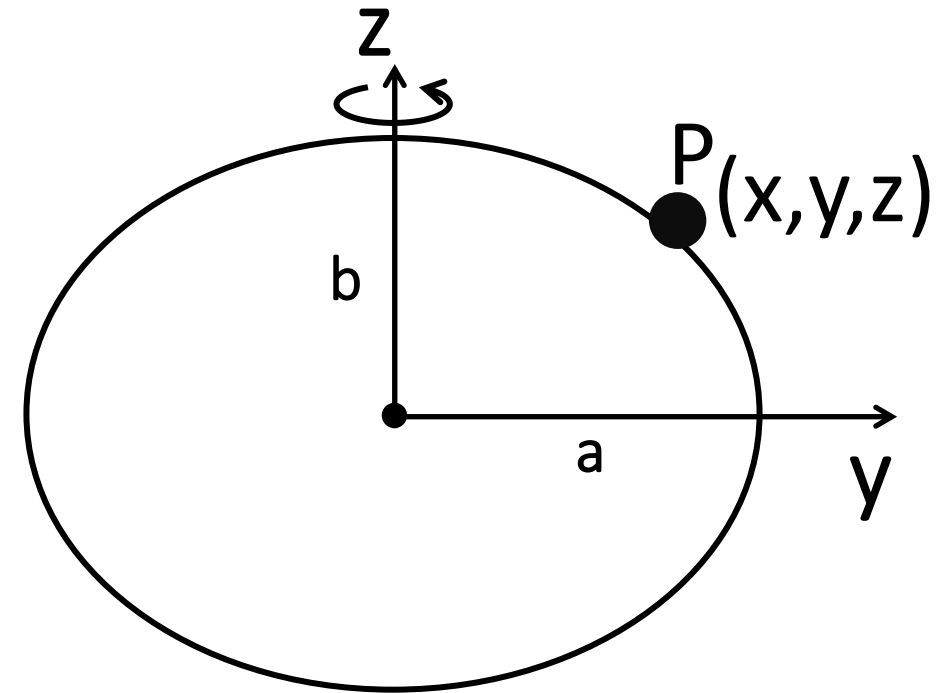
Terra Normal



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;

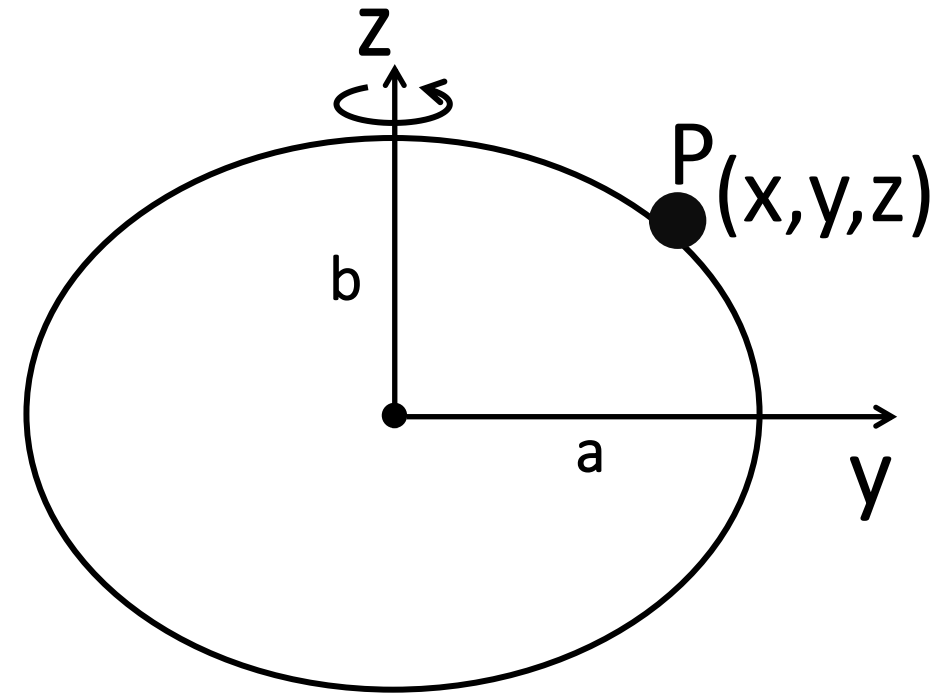
### Terra Normal



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;

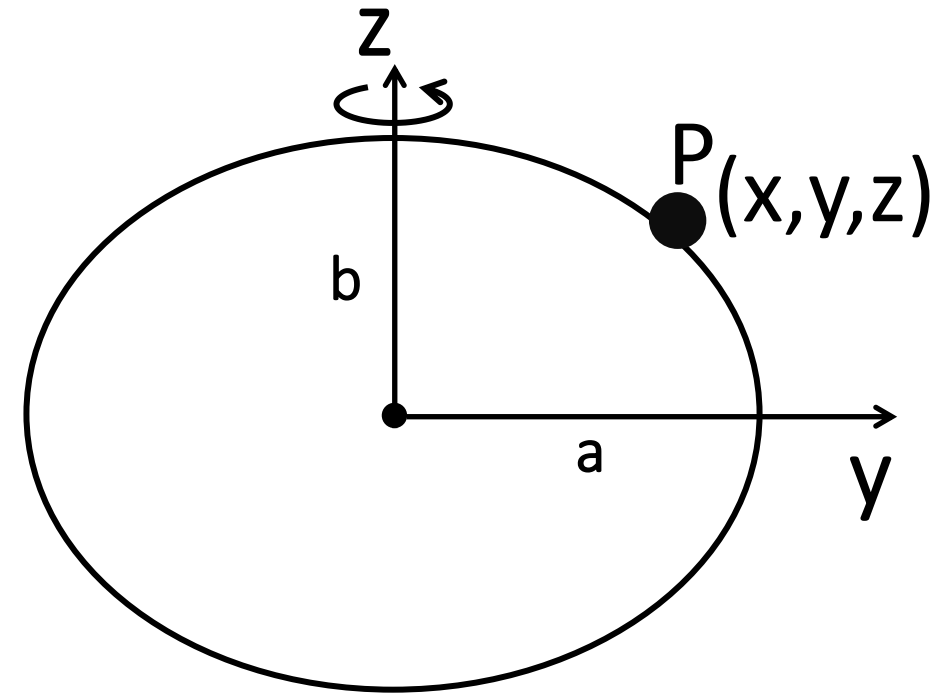
### Terra Normal



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;

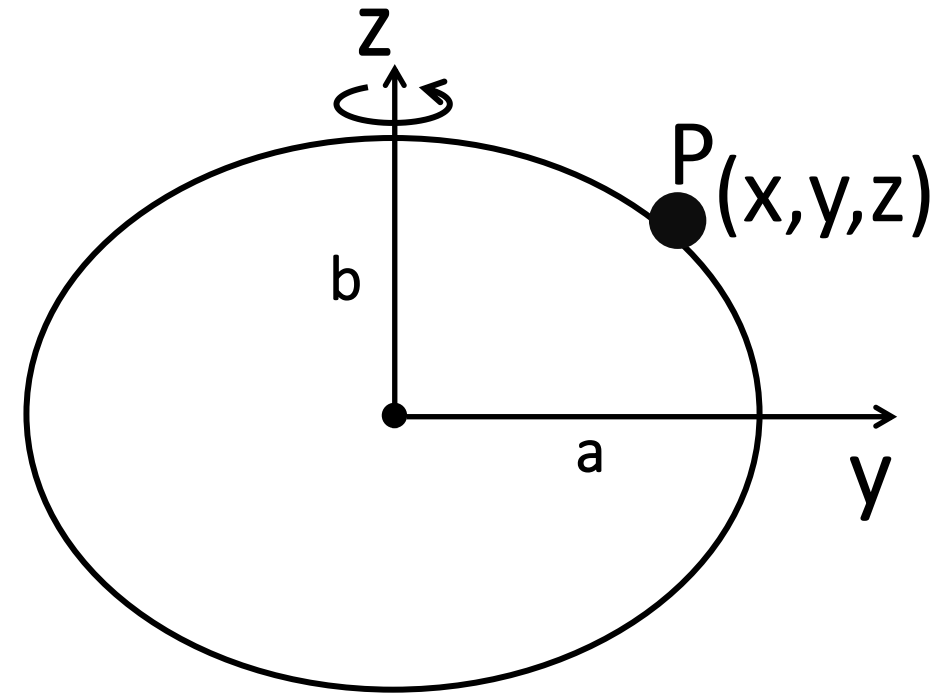
## Terra Normal



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

## Terra Normal

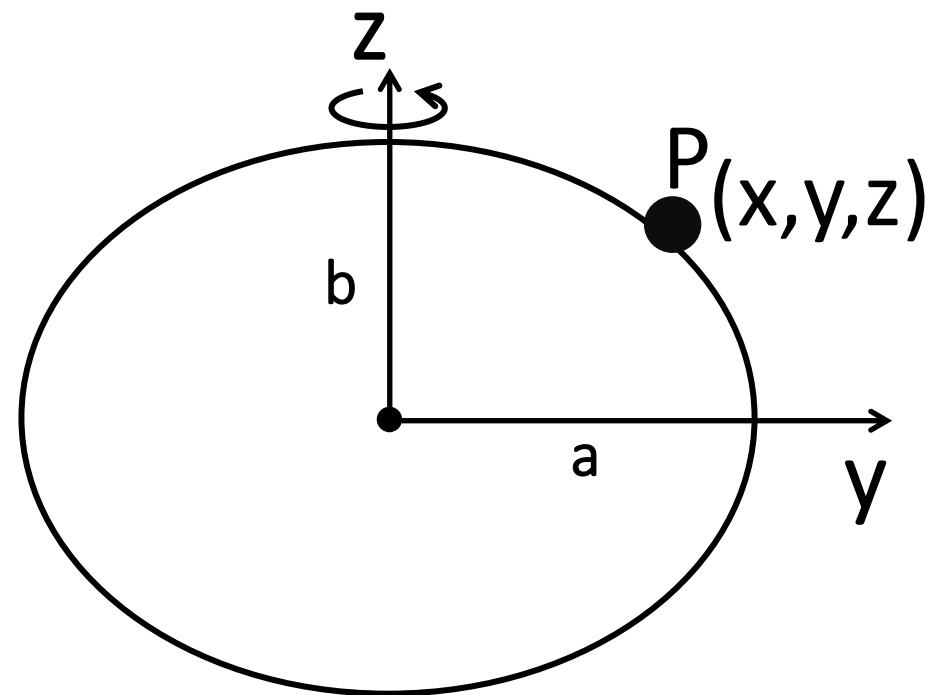


Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

$$\tilde{W}_P = U_P + \Phi_P$$

## Terra Normal





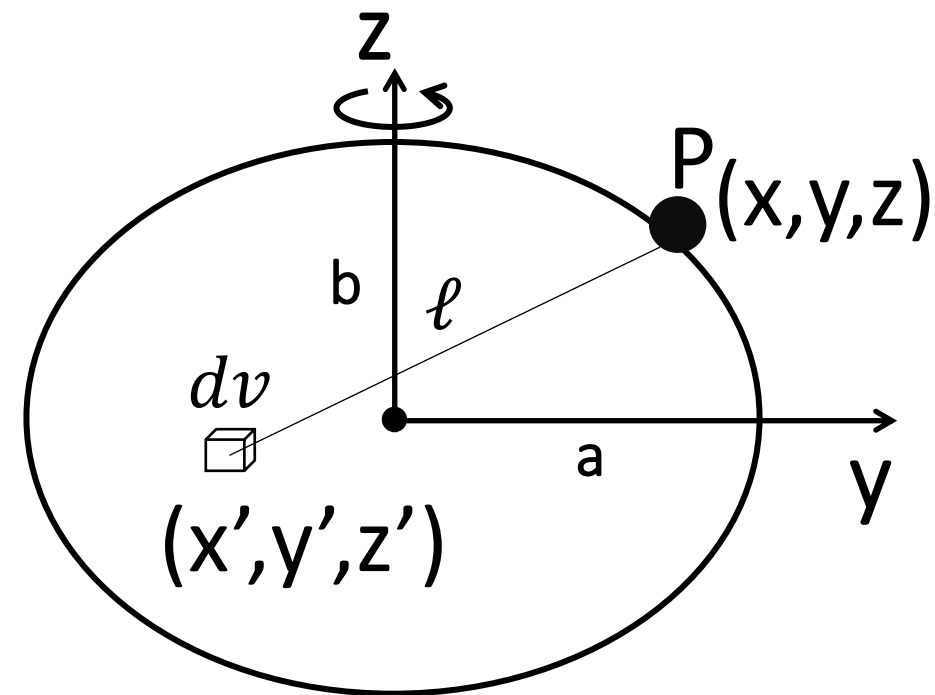
Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

$$\tilde{W}_P = U_P + \Phi_P$$

$$U_P = \kappa_g \iiint \frac{\tilde{\rho}}{\ell} dv$$

## Terra Normal



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

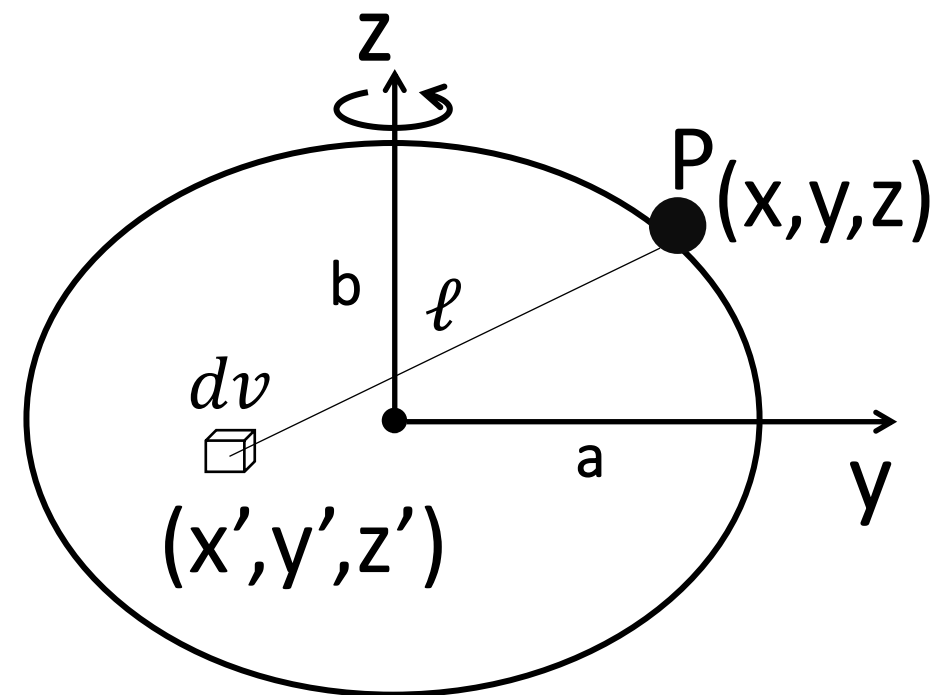
- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

$$\tilde{W}_P = U_P + \Phi_P$$

$$U_P = \kappa_g \iiint \frac{\tilde{\rho}}{\ell} dv$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

## Terra Normal



Podemos aproximar a Terra por um elipsoide

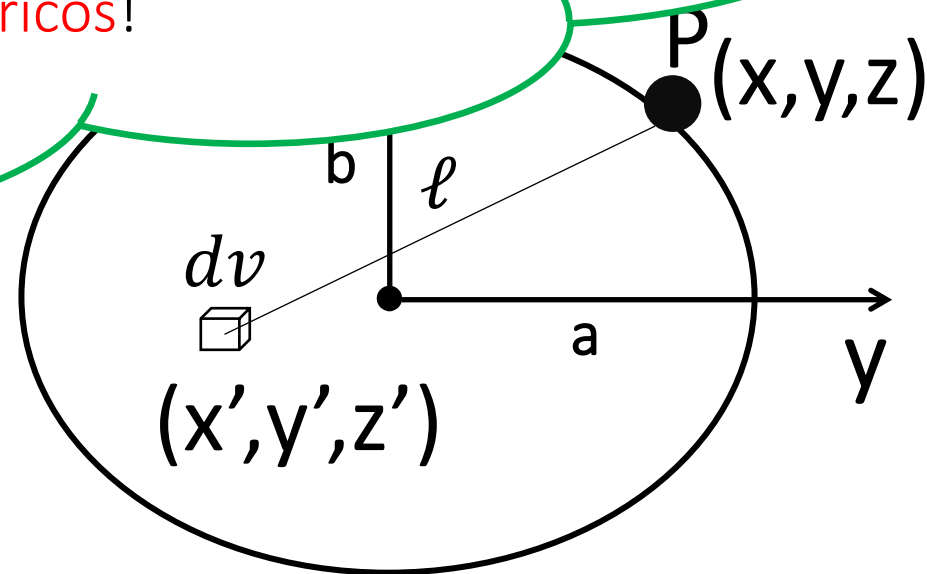
$$V_P = \frac{GM}{r} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n [C_{nm} R_{nm}(\theta, \lambda) + S_{nm} Q_{nm}(\theta, \lambda)] \right)$$

Potencial em harmônicos esféricos!

$$\tilde{W}_P = U_P + \Phi_P$$

$$U_P = \kappa_g \iiint \frac{\tilde{\rho}}{\ell} dv$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

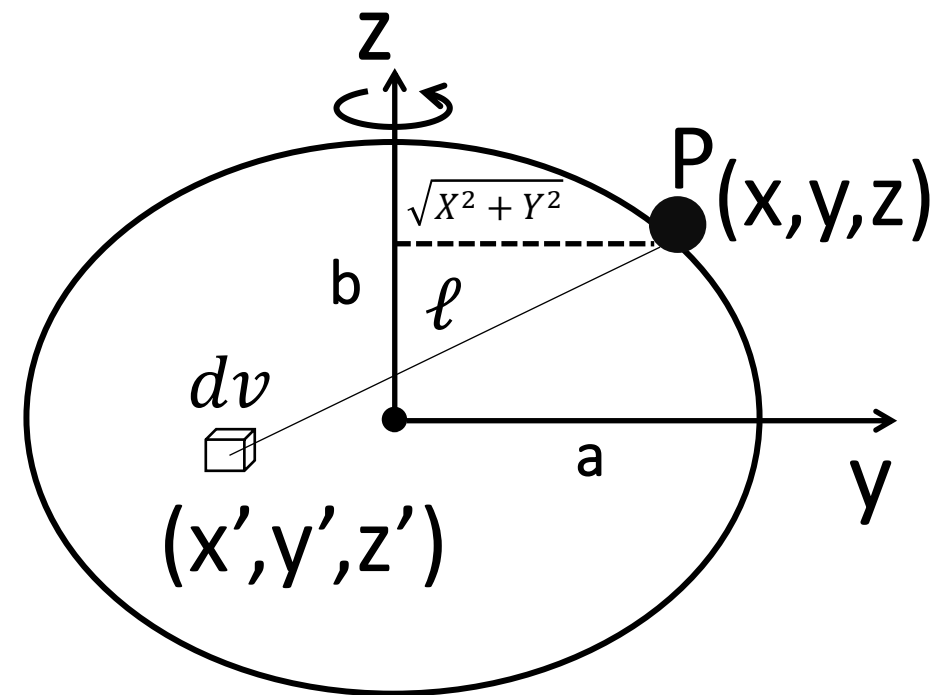
- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

$$\tilde{W}_P = U_P + \Phi_P$$

$$U_P = \kappa_g \iiint \frac{\tilde{\rho}}{\ell} dv \quad \Phi_P = \frac{10^5}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2)$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

## Terra Normal



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

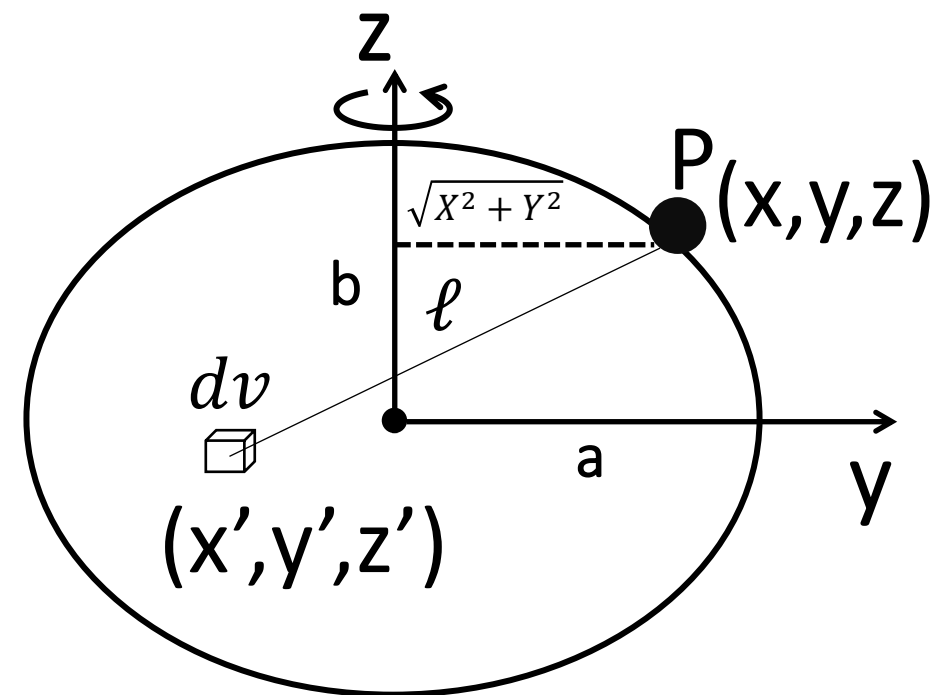
- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

$$\widetilde{\nabla W}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P$$

$$U_P = \kappa_g \iiint \frac{\tilde{\rho}}{\ell} dv \quad \Phi_P = \frac{10^5}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2)$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

## Terra Normal



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

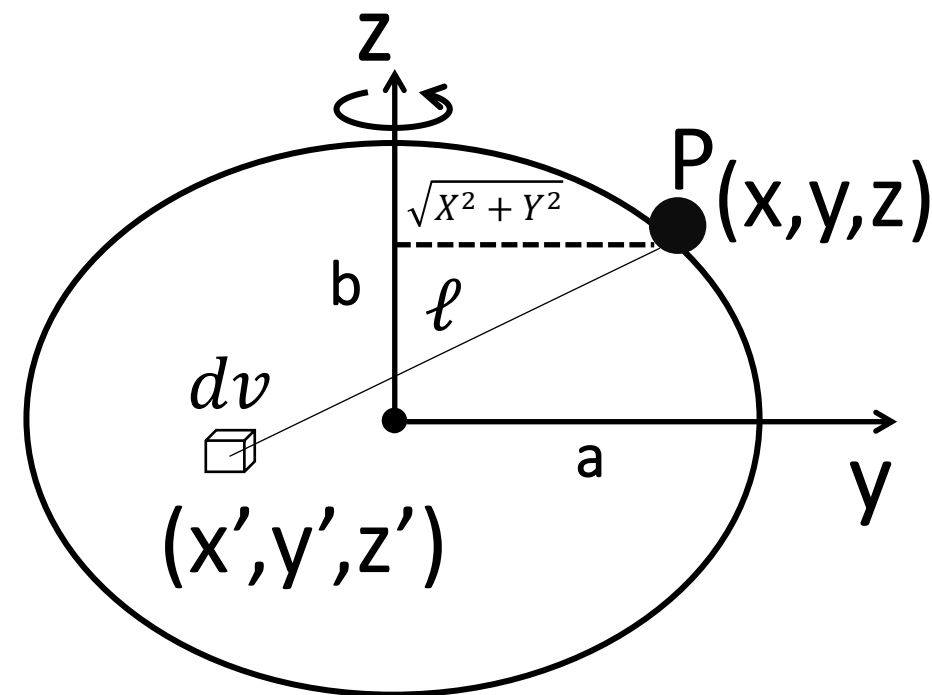
- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

$$\mathbf{Y}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P \quad \text{Vetor gravidade normal}$$

$$U_P = \kappa_g \iiint \frac{\tilde{\rho}}{\ell} dv \quad \Phi_P = \frac{10^5}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2)$$

$$\ell = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$$

## Terra Normal



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

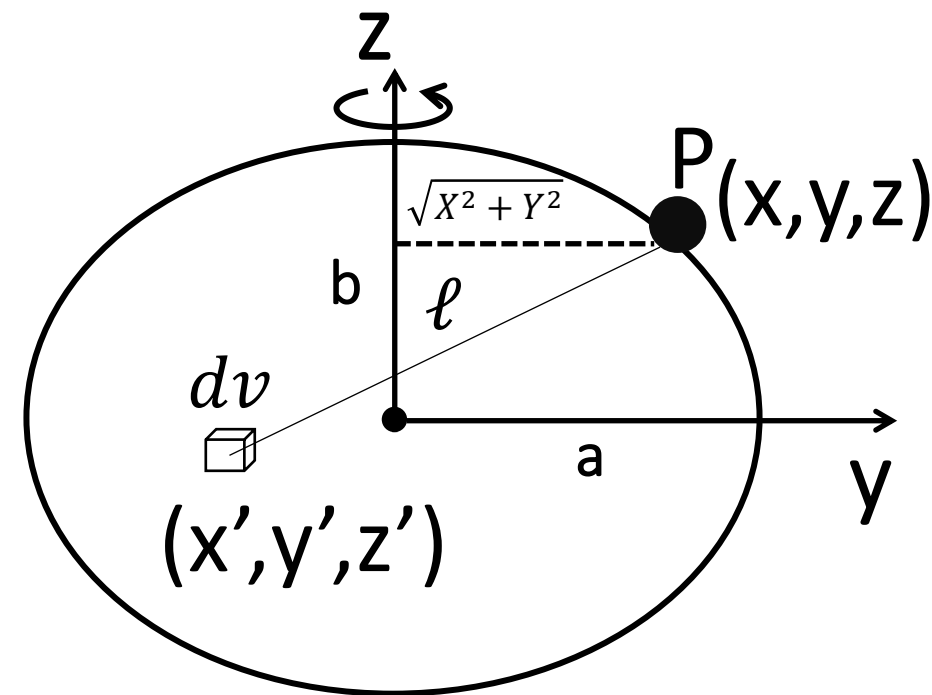
- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

$$\boldsymbol{\gamma}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P \quad \text{Vetor gravidade normal}$$

$$\gamma = \frac{a \gamma_a \cos^2 \varphi + b \gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Somigliana de 1929

## Terra Normal



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

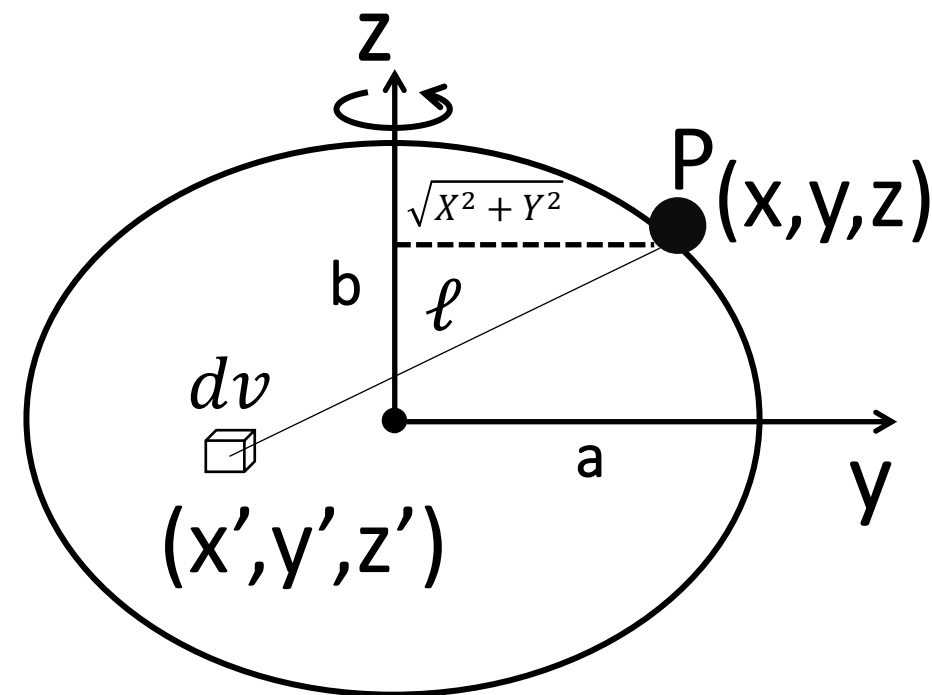
$$\mathbf{\gamma}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P \quad \text{Vetor gravidade normal}$$

$$\gamma = \frac{a \gamma_a \cos^2 \varphi + b \gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Somigliana de 1929

O **gravidade normal**, que é o **módulo do vetor gravidade normal**, pode ser calculado pela **fórmula Somigliana de 1929** (calculado sobre a superfície do elipsoide)

## Terra Normal





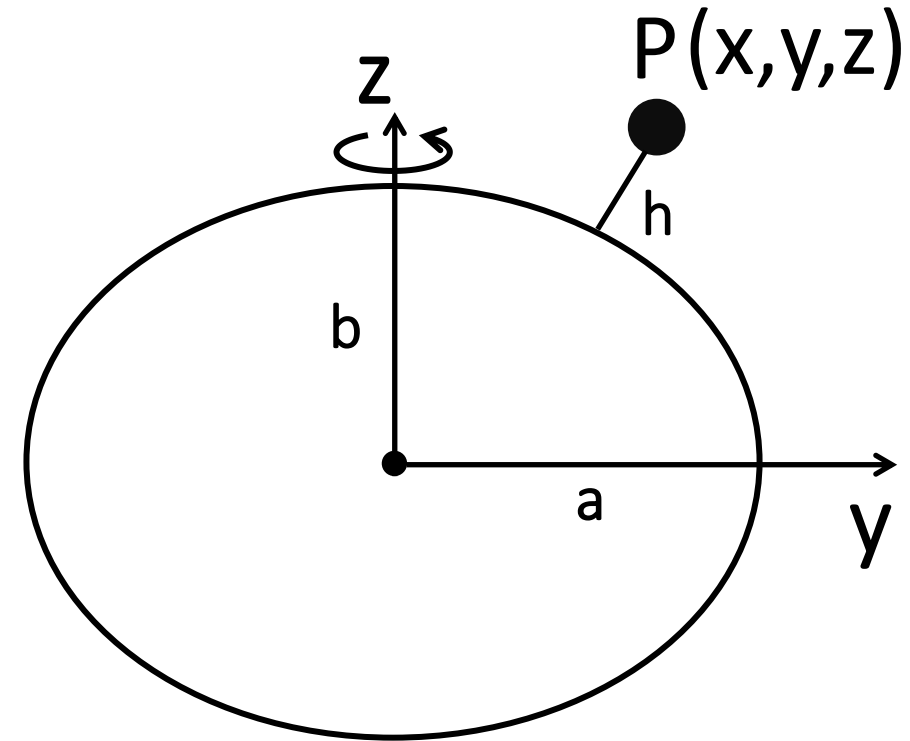
Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

Contudo, existe uma solução analítica para o cálculo da **gravidade normal acima ou abaixo da superfície do elipsoide!**



Li and Gotze (2001)

Terra Normal



$$\mathbf{\gamma}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P \quad \text{Vetor gravidade normal}$$

$$\gamma = \frac{a \gamma_a \cos^2 \varphi + b \gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Somigliana de 1929

O **gravidade normal**, que é o **módulo do vetor gravidade normal**, pode ser calculado pela **fórmula Somigliana de 1929** (calculado sobre a superfície do elipsoide)

Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

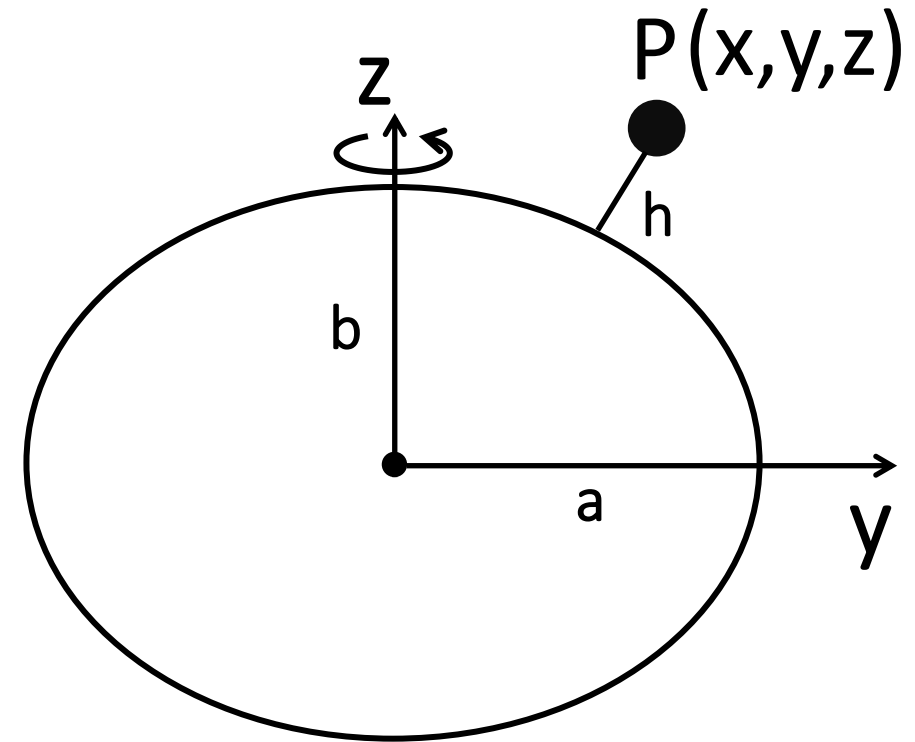
- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

$$\boldsymbol{\gamma}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P \quad \text{Vetor gravidade normal}$$

$$\gamma = \frac{a \gamma_a \cos^2 \varphi + b \gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Somigliana de 1929

O **gravidade normal**, que é o **módulo do vetor gravidade normal**, pode ser calculado pela **fórmula Somigliana de 1929** (calculado sobre a superfície do elipsoide)



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor b coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

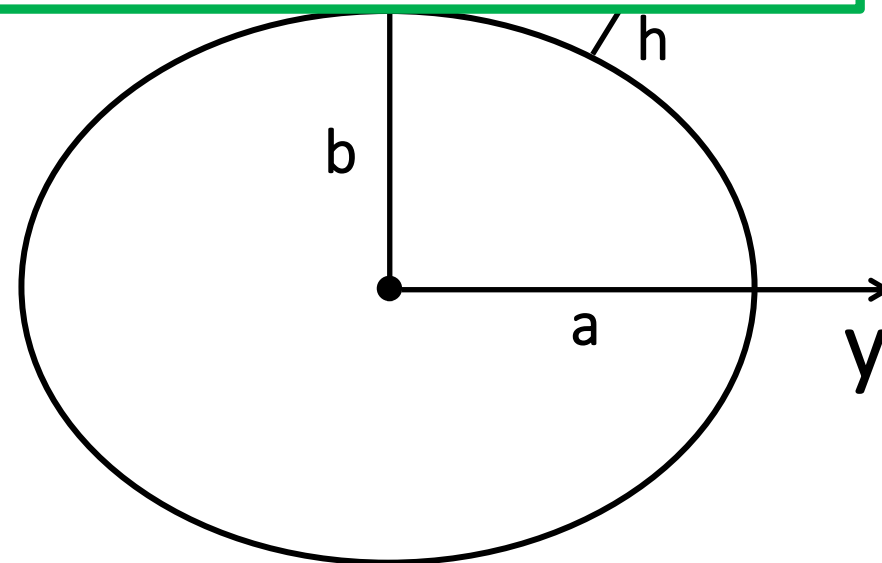
$$\mathbf{\gamma}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P \quad \text{Vetor gravidade normal}$$

$$\gamma = \frac{a \gamma_a \cos^2 \varphi + b \gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Somigliana de 1929

World Geodetic System de 1984  
(WGS 84)

$$\begin{aligned} a &= 6378137,0 \text{ m} \\ f &= 1/298,25722 \\ GM &= 3986004.418 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2 \\ \omega &= 7292115 \cdot 10^{-11} \text{ rad/s} \end{aligned}$$



O **gravidade normal**, que é o **módulo do vetor gravidade normal**, pode ser calculado pela **fórmula Somigliana de 1929** (calculado sobre a superfície do elipsoide)

Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

$$\boldsymbol{\gamma}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P \quad \text{Vetor gravidade normal}$$

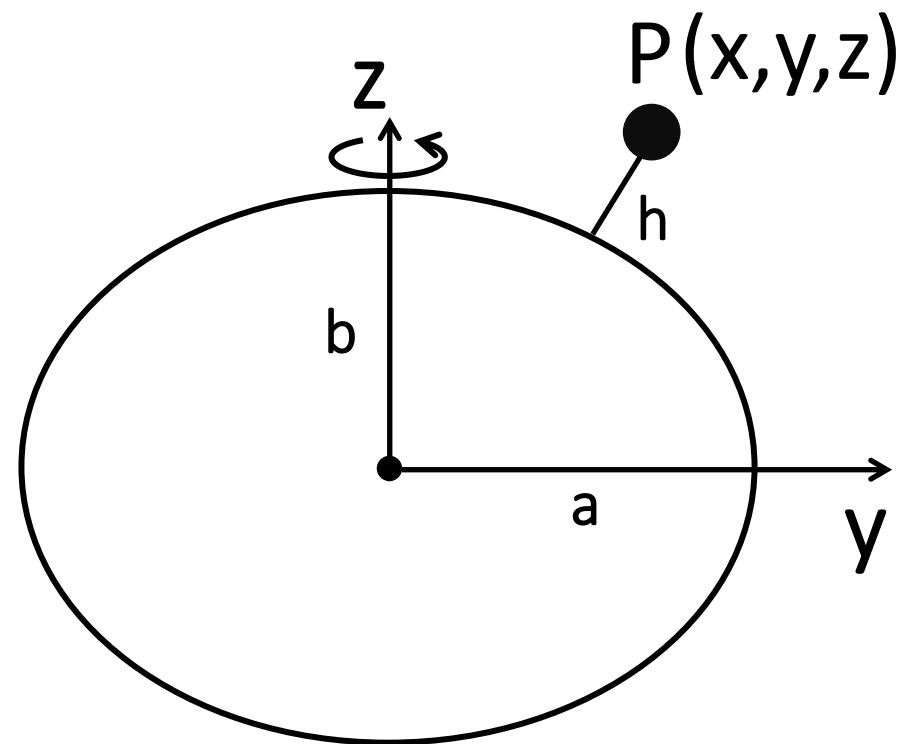
$$\gamma = \frac{a \gamma_a \cos^2 \varphi + b \gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Somigliana de 1929

O **gravidade normal**, que é o **módulo do vetor gravidade normal**, pode ser calculado pela **fórmula Somigliana de 1929** (calculado sobre a superfície do elipsoide)

World Geodetic System de 1984  
(WGS 84)

Sistema de Referência Geocêntrico  
das Américas (SIRGAS 2000)



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

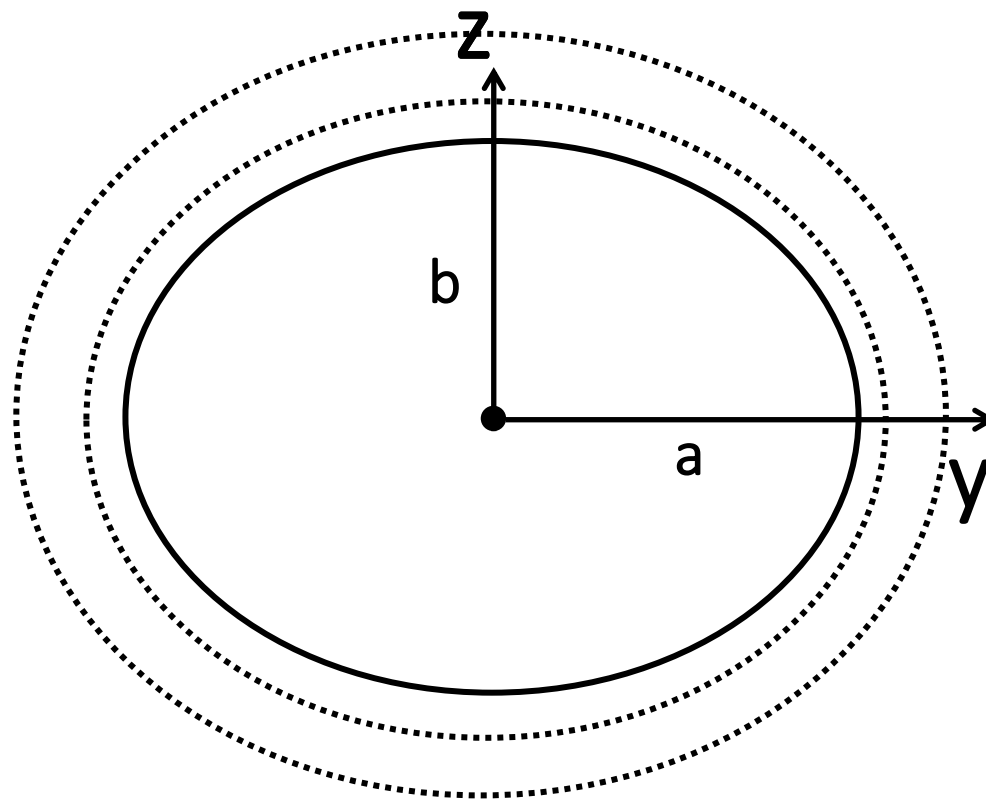
$$\boldsymbol{\gamma}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P \quad \text{Vetor gravidade normal}$$

$$\gamma = \frac{a \gamma_a \cos^2 \varphi + b \gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Somigliana de 1929

(Hofmann-Wellenhof and Moritz, 2005)

Analogamente a Terra real, a terra normal possui equipotenciais



Podemos aproximar a terra por um elipsoide de revolução que possui:

- Origem no centro de massa da terra;
- O semieixo menor  $b$  coincide com o eixo de rotação da terra;
- A mesma massa da terra;
- Mesma velocidade de rotação.

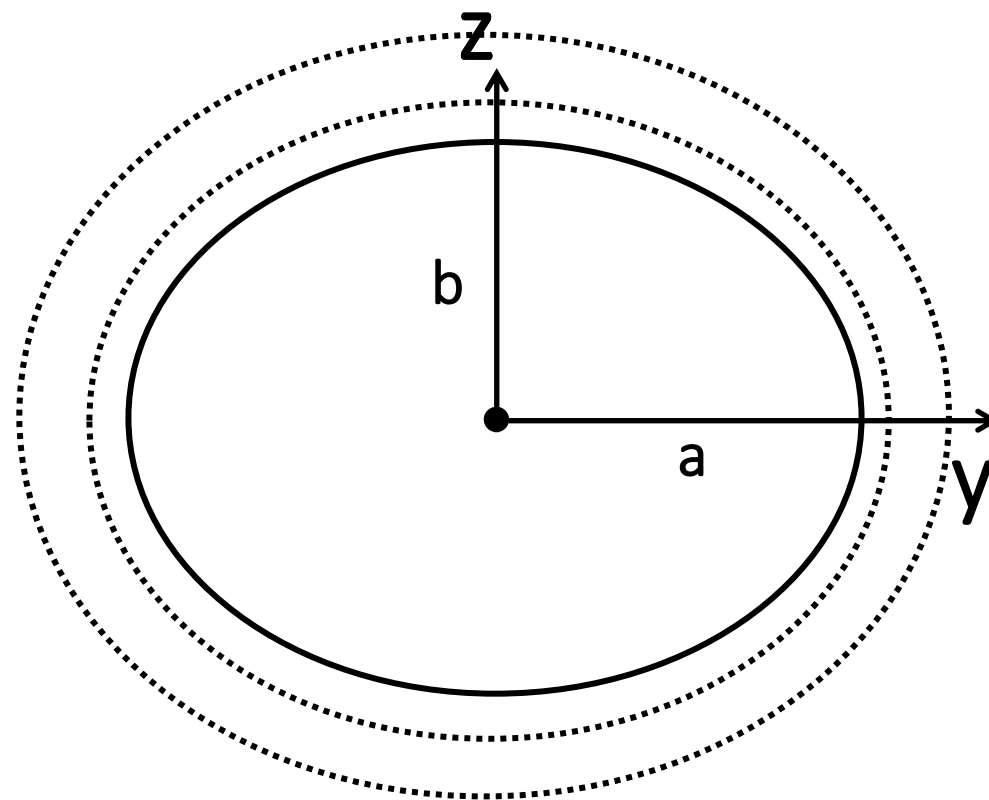
$$\boldsymbol{\gamma}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P \quad \text{Vetor gravidade normal}$$

$$\gamma = \frac{a \gamma_a \cos^2 \varphi + b \gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Somigliana de 1929

(Hofmann-Wellenhof and Moritz, 2005)

Analogamente a Terra real, a terra normal possui equipotenciais



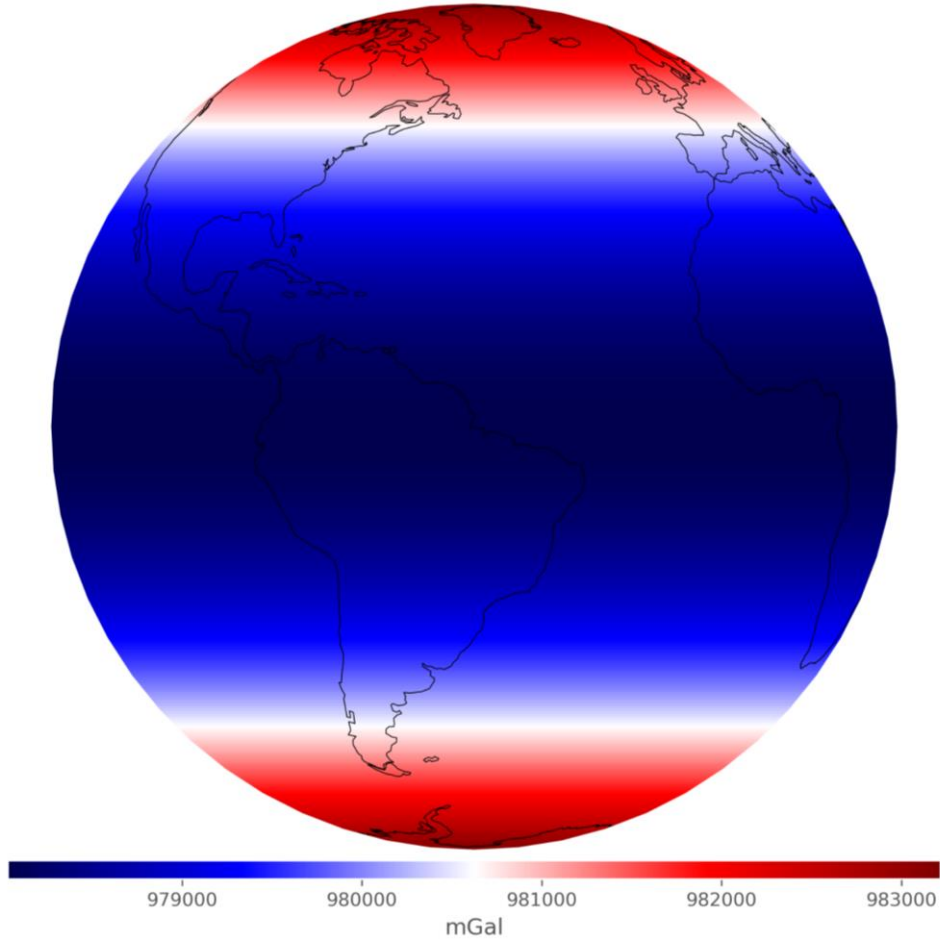
As equipotenciais são chamadas **esferopes**

Elipsoide de Referência  
WGS84

$\approx 0,5$  graus

$$|\gamma_P| = |\nabla U_P| + |\nabla \Phi_P|$$

Normal Gravity over ellipsoid



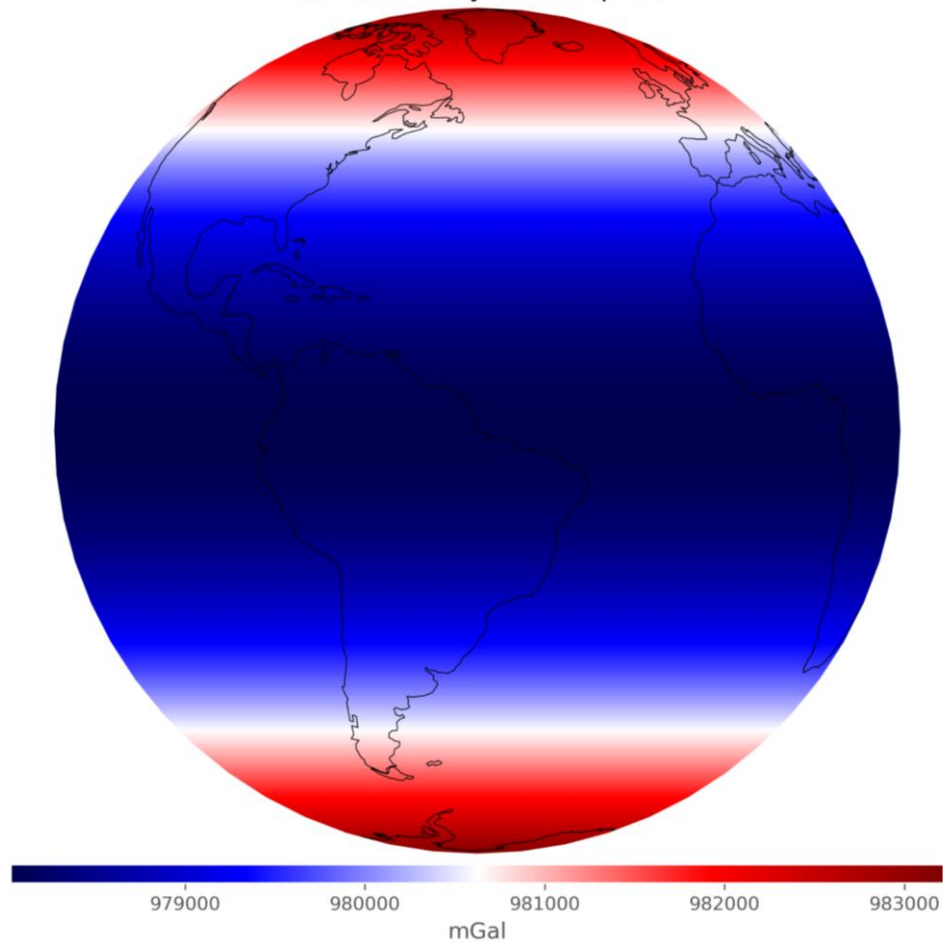
Sobre o elipsoide

Elipsoide de Referência  
WGS84

$\approx 0,5$  graus

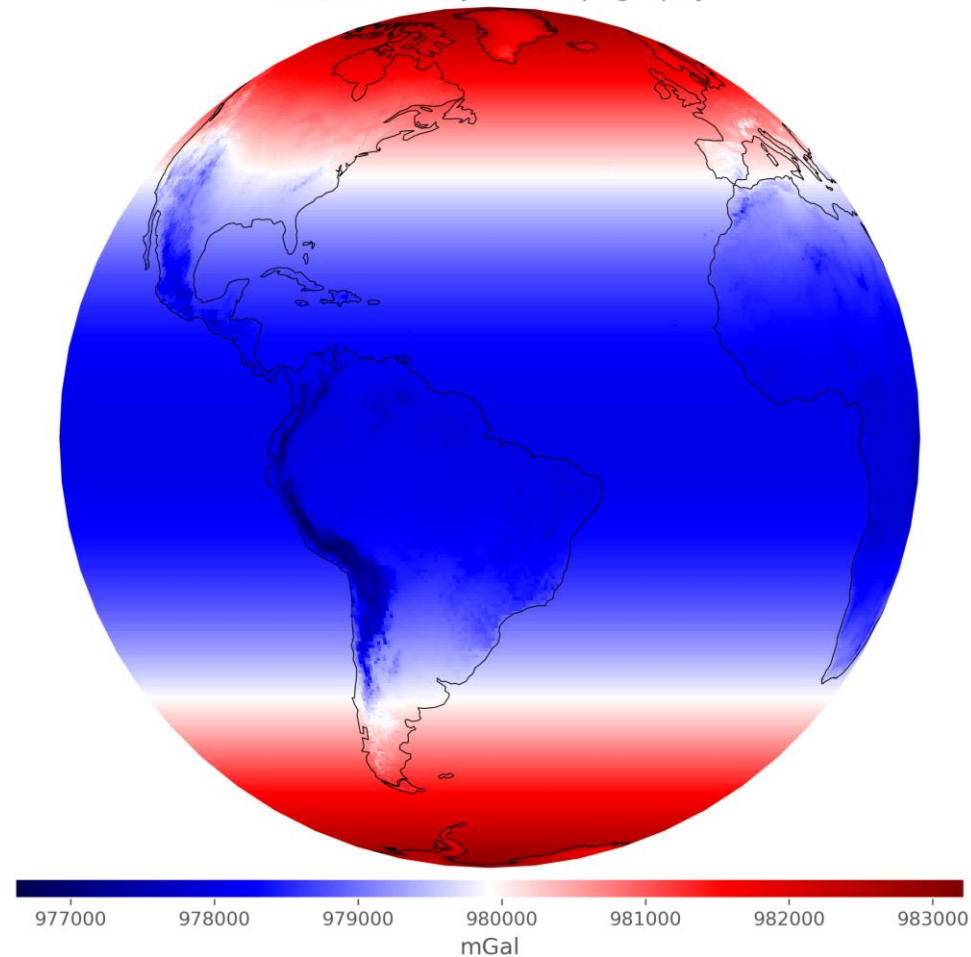
$$|\gamma_P| = |\nabla U_P| + |\nabla \Phi_P|$$

Normal Gravity over ellipsoid



Sobre o elipsoide

Normal Gravity over topography



Sobre a superfície

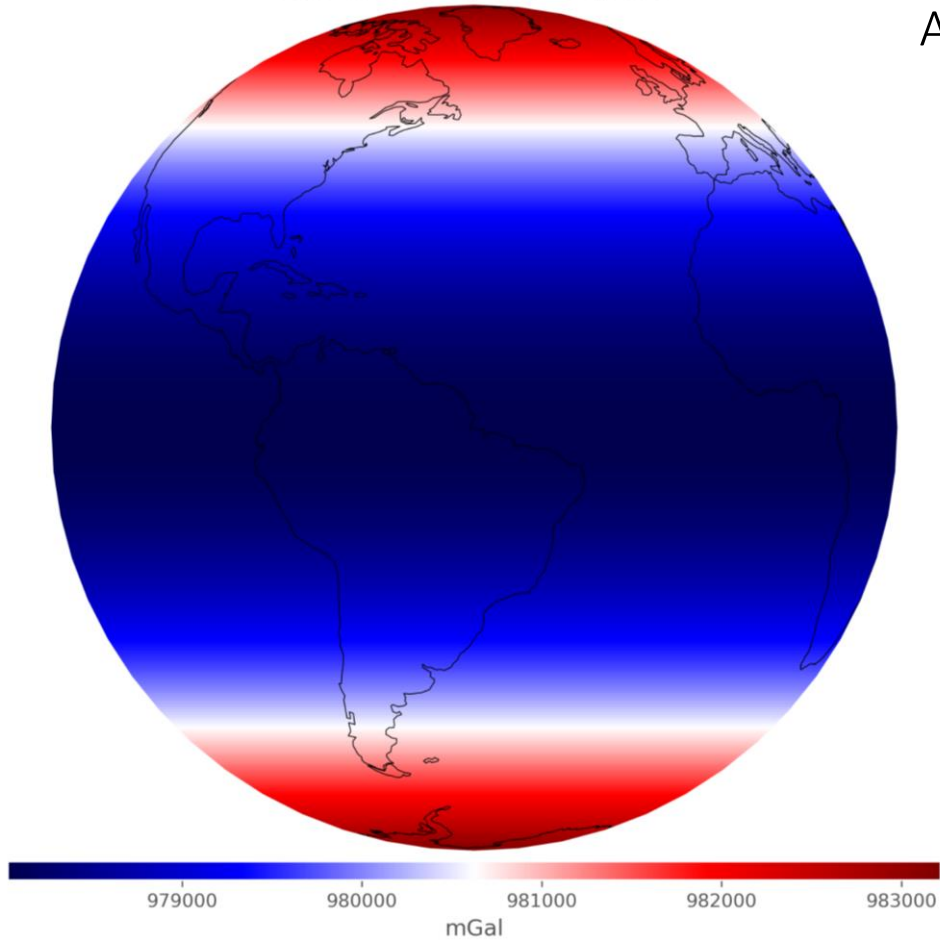


Elipsoide de Referência  
WGS84

$\approx 0,5$  graus

$$|\gamma_P| = |\nabla U_P| + |\nabla \Phi_P|$$

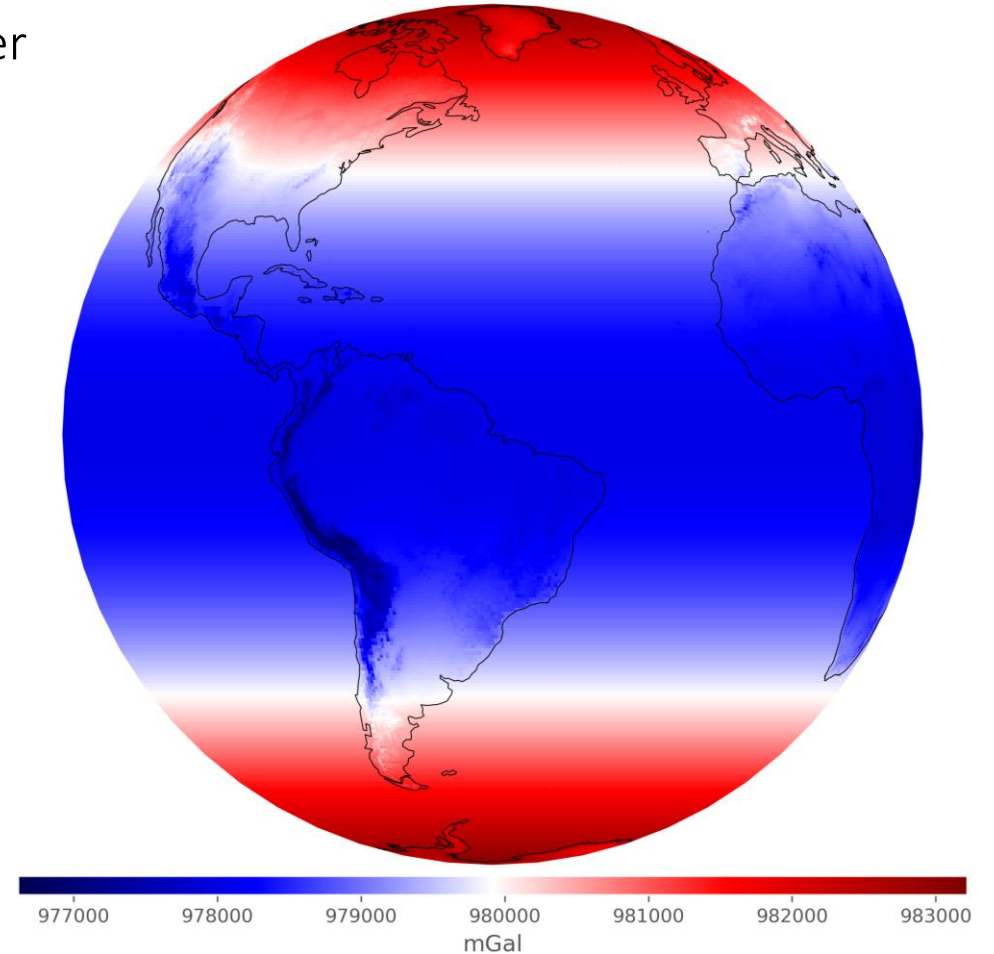
Normal Gravity over ellipsoid



Sobre o elipsoide

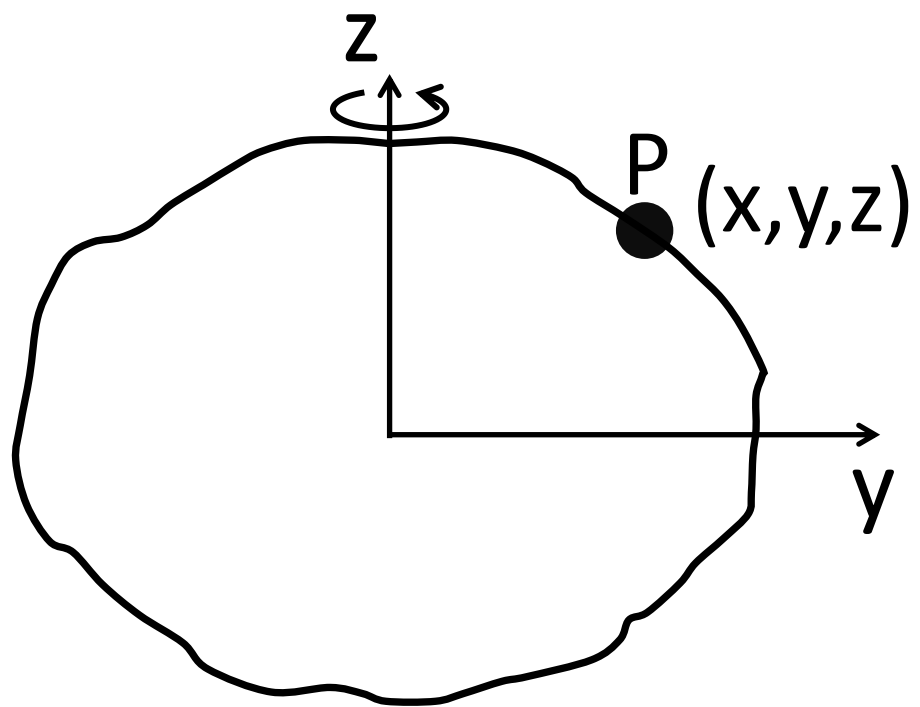
Acabamos de descrever  
a Terra Normal!

Normal Gravity over topography

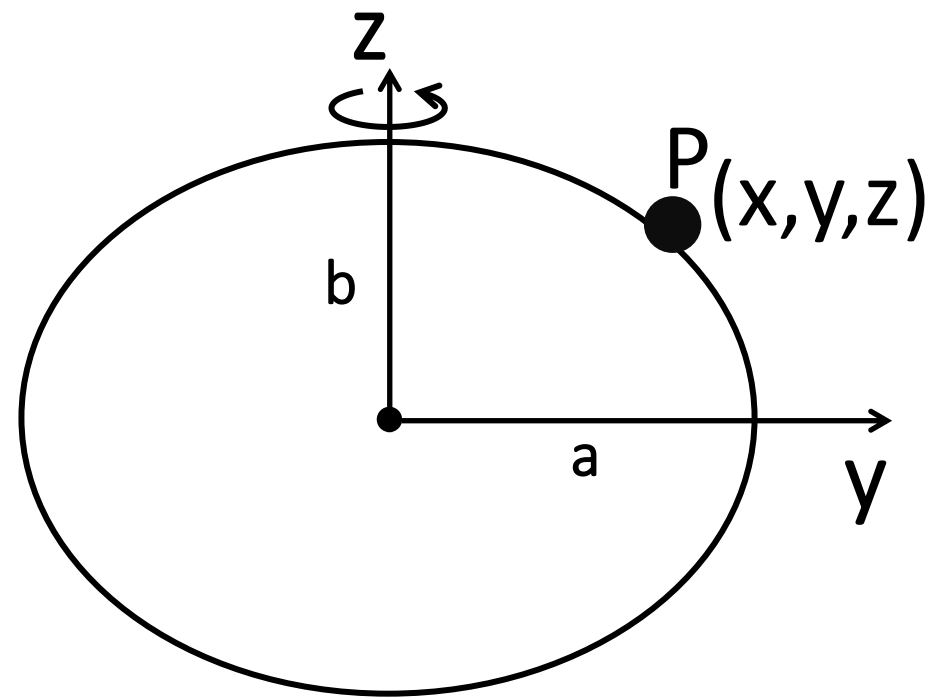


Sobre a superfície

Distúrbio de gravidade



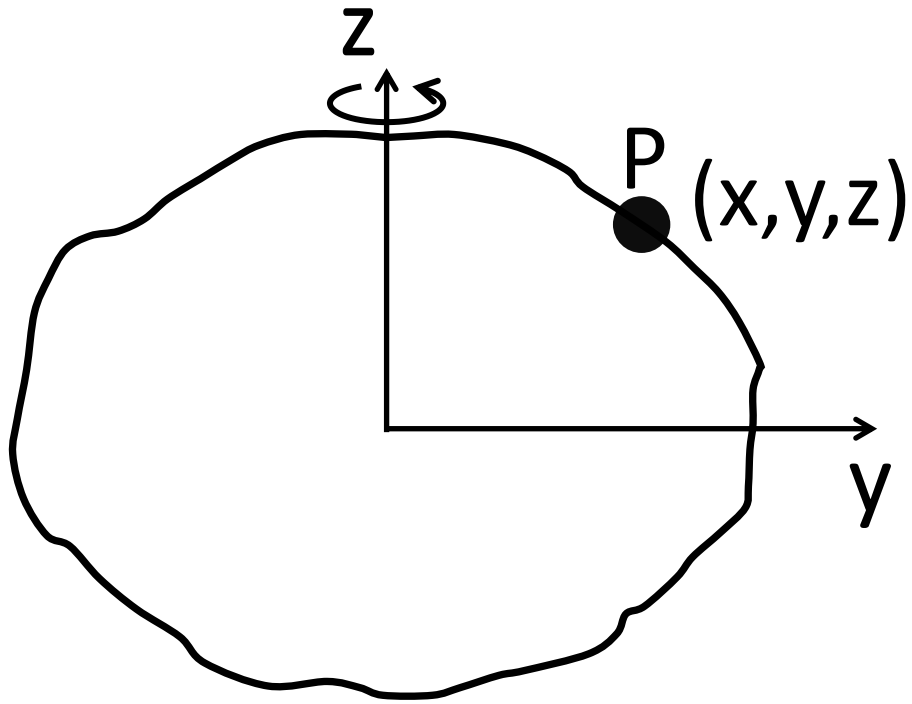
Terra real



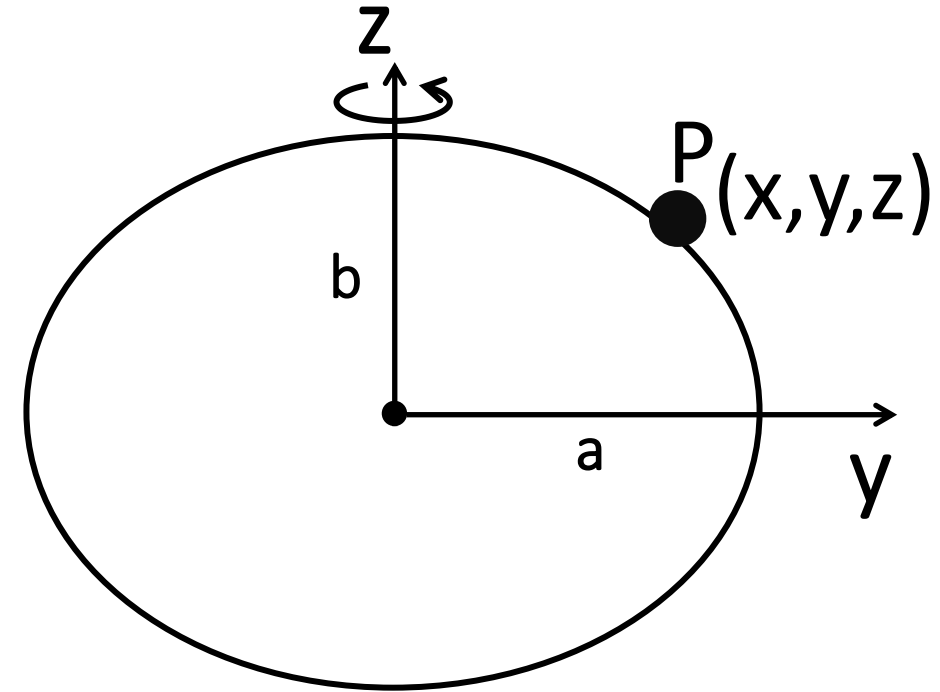
Terra Normal

Vetor  
gravidade

$$\mathbf{g}_P = \nabla V_P + \nabla \Phi_P$$



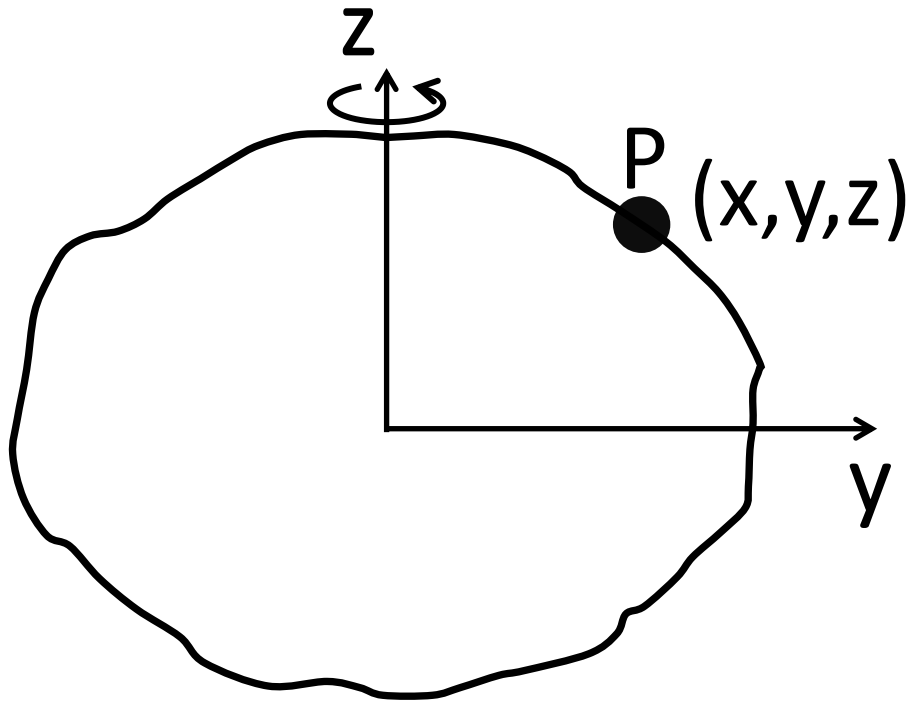
Terra real



Terra Normal

Vetor  
gravidade

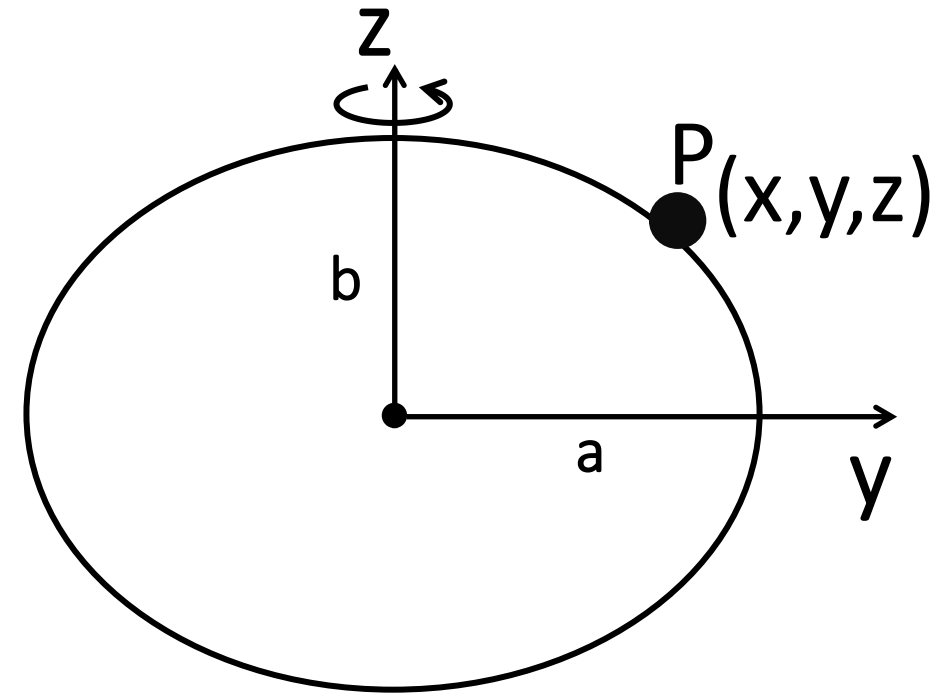
$$\mathbf{g}_P = \nabla V_P + \nabla \Phi_P$$



Terra real

Vetor gravidade  
normal

$$\mathbf{\gamma}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P$$

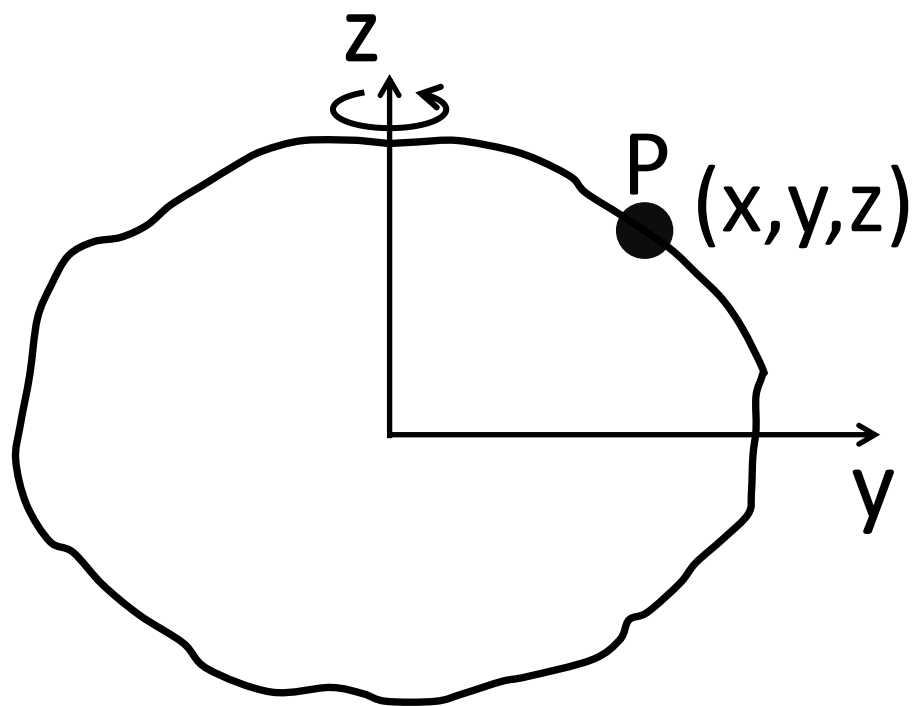


Terra Normal

Vetor gravidade

$$\mathbf{g}_P = \nabla V_P + \nabla \Phi_P$$

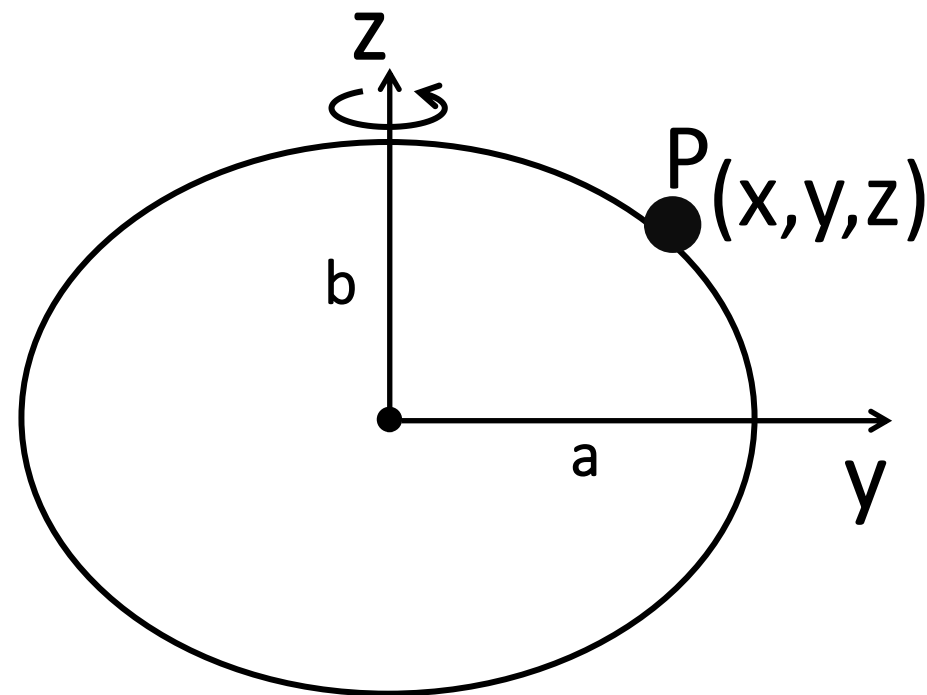
A velocidade de rotação é a mesma!



Terra real

Vetor gravidade normal

$$\mathbf{\gamma}_P = \nabla U_P + \nabla \Phi_P$$



Terra Normal

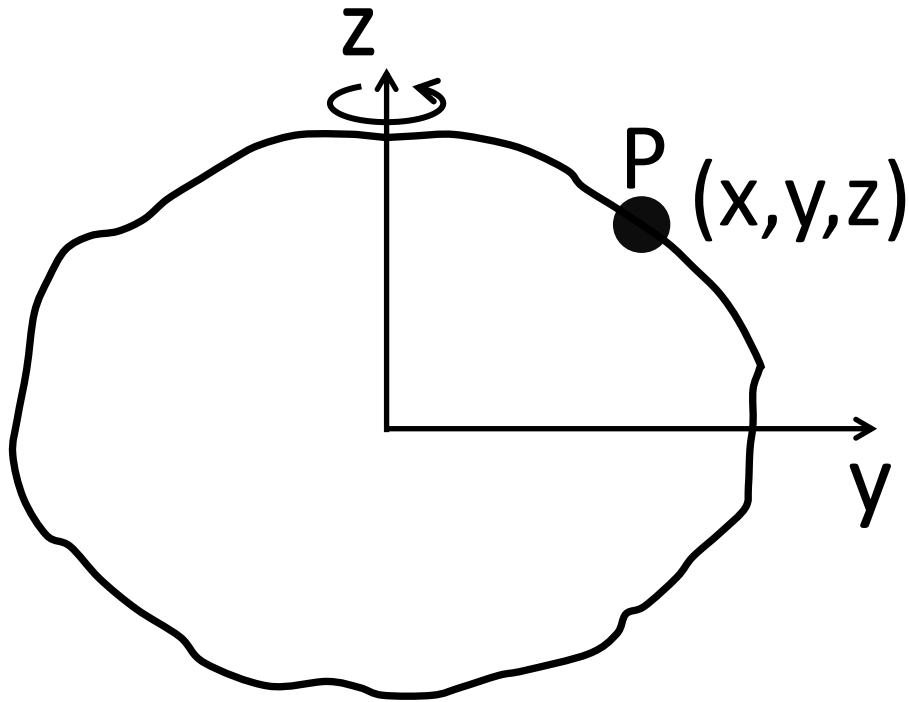
Vetor  
gravidade

$$\mathbf{g}_P = \nabla V_P + \cancel{\nabla \Phi_P}$$

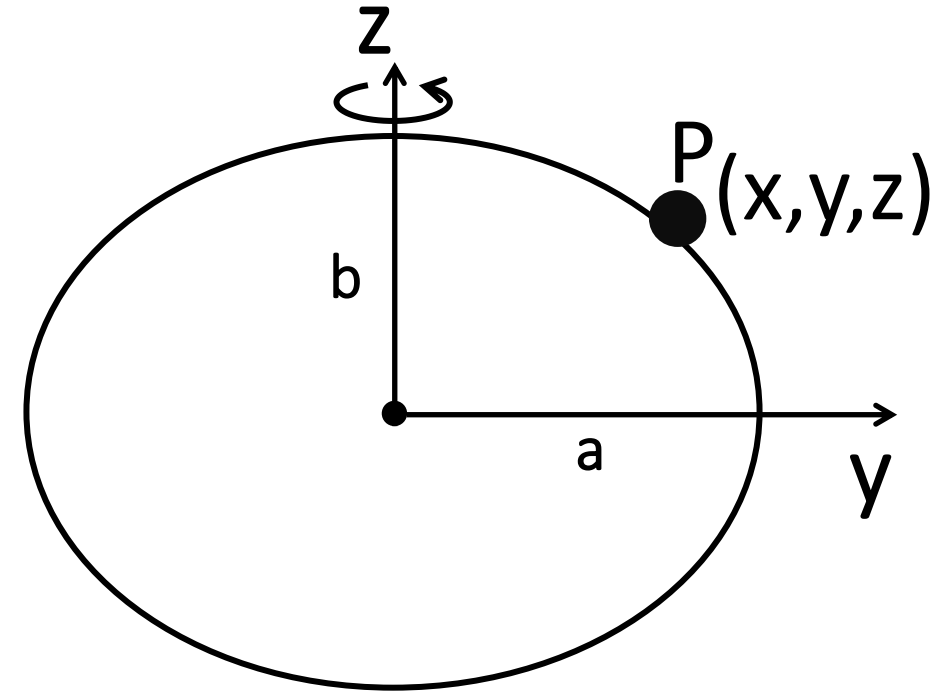
Caso a gravidade e a gravidade  
normal sejam calculadas no  
mesmo ponto P!

Vetor gravidade  
normal

$$\boldsymbol{\gamma}_P = \nabla U_P + \cancel{\nabla \Phi_P}$$



Terra real



Terra Normal

Vetor  
gravidade

$$\mathbf{g}_P = \nabla V_P + \cancel{\nabla \Phi_P}$$

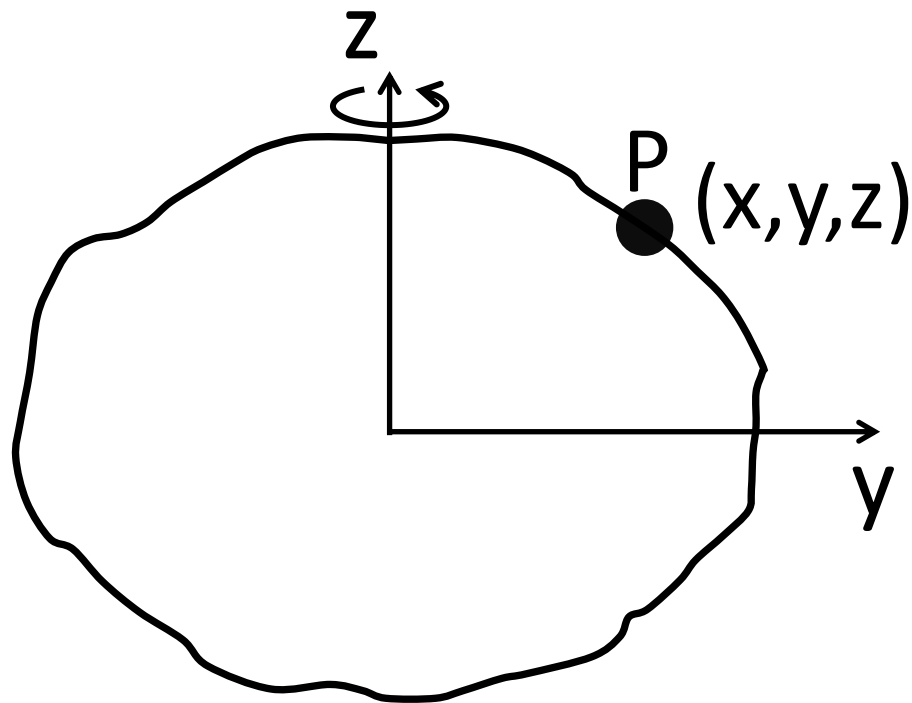
Vetor distúrbio  
de gravidade

$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$

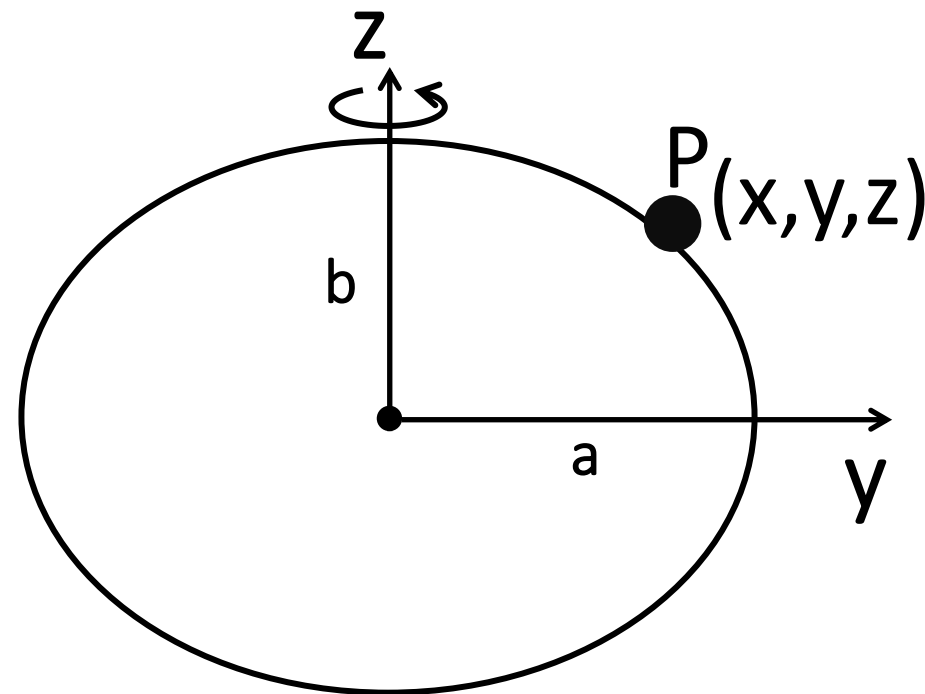
Vetor gravidade  
normal

$$\boldsymbol{\gamma}_P = \nabla U_P + \cancel{\nabla \Phi_P}$$

Distúrbio de  
gravidade



Terra real



Terra Normal



Vetor  
gravidade

$$\mathbf{g}_P = \nabla V_P + \cancel{\nabla \Phi_P}$$

Vetor distúrbio  
de gravidade

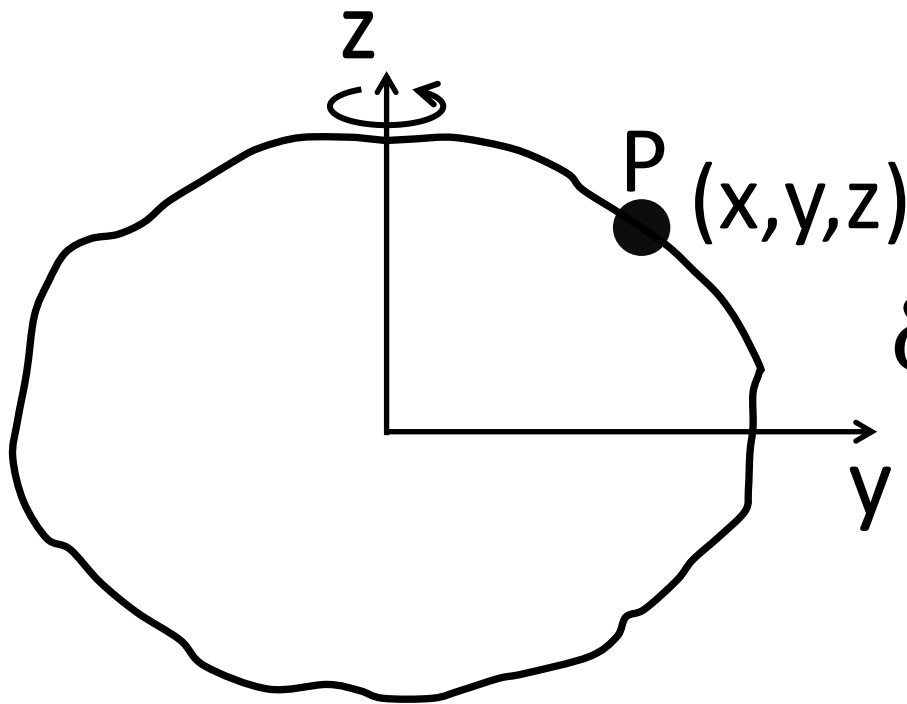
$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$

Vetor gravidade  
normal

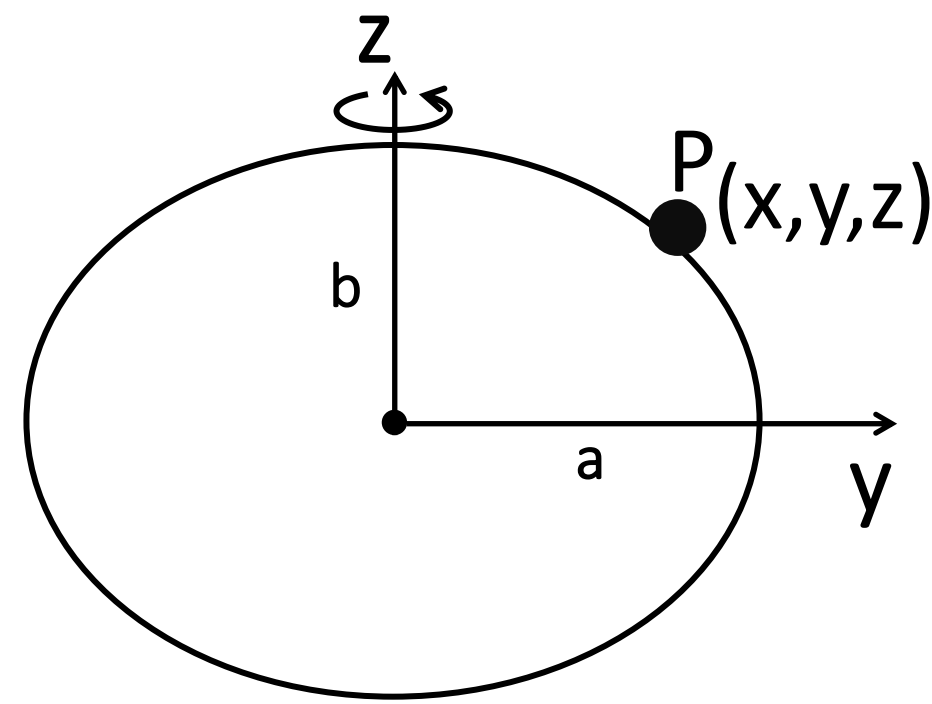
$$\boldsymbol{\gamma}_P = \nabla U_P + \cancel{\nabla \Phi_P}$$

Distúrbio de  
gravidade

$$\delta_P = g_P - \gamma_P$$



Terra real



Terra Normal

Vetor  
gravidade

$$\mathbf{g}_P = \nabla V_P + \cancel{\nabla \Phi_P}$$

Vetor distúrbio  
de gravidade

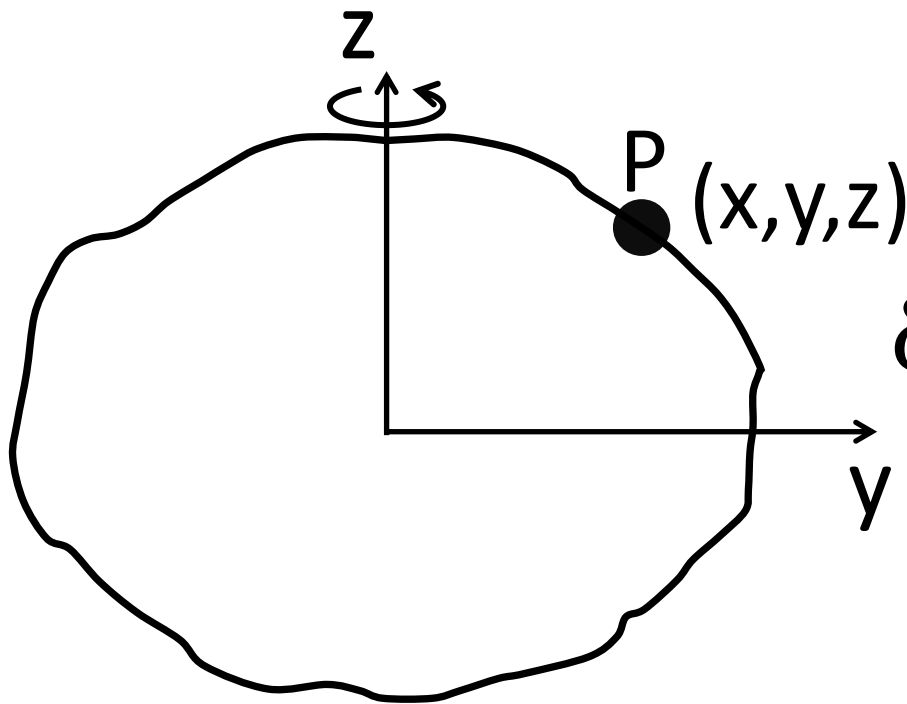
$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$

Vetor gravidade  
normal

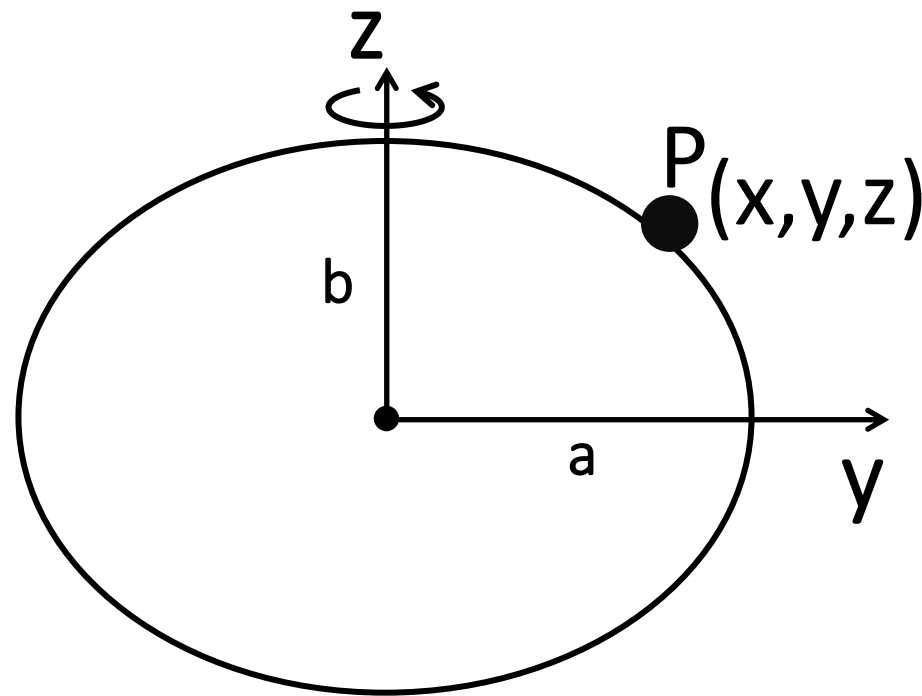
$$\boldsymbol{\gamma}_P = \nabla U_P + \cancel{\nabla \Phi_P}$$

Distúrbio de  
gravidade

$$\delta_P = g_P - \gamma_P$$



Terra real



Terra Normal

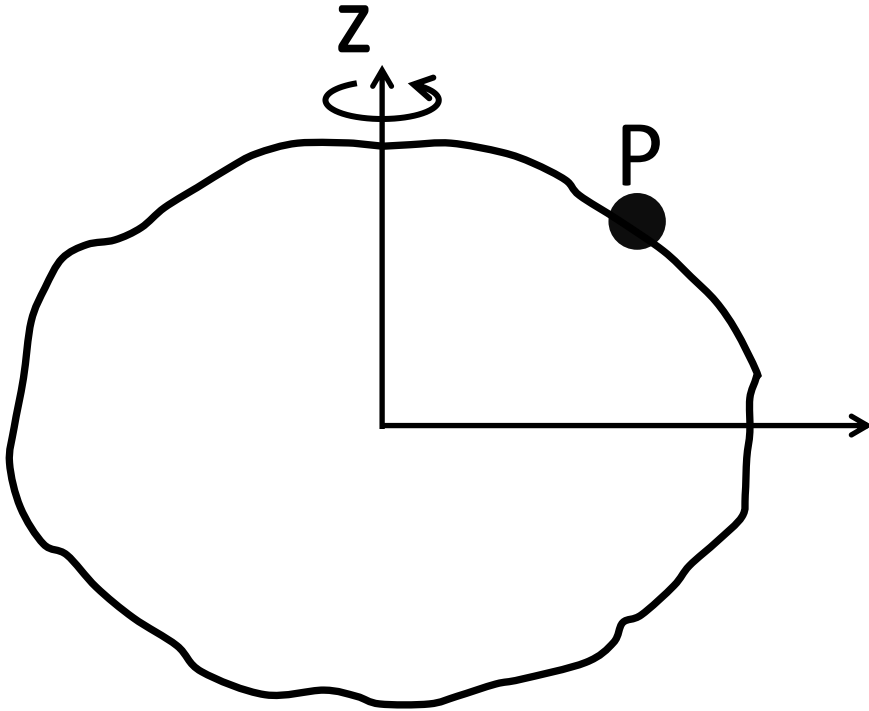
Como a gente consegue ter  
o controle da posição do  
ponto P?

Como definir isso na prática?

Como definir isto na prática?

Vetor distúrbio  
de gravidade

$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$



Distúrbio de  
gravidade

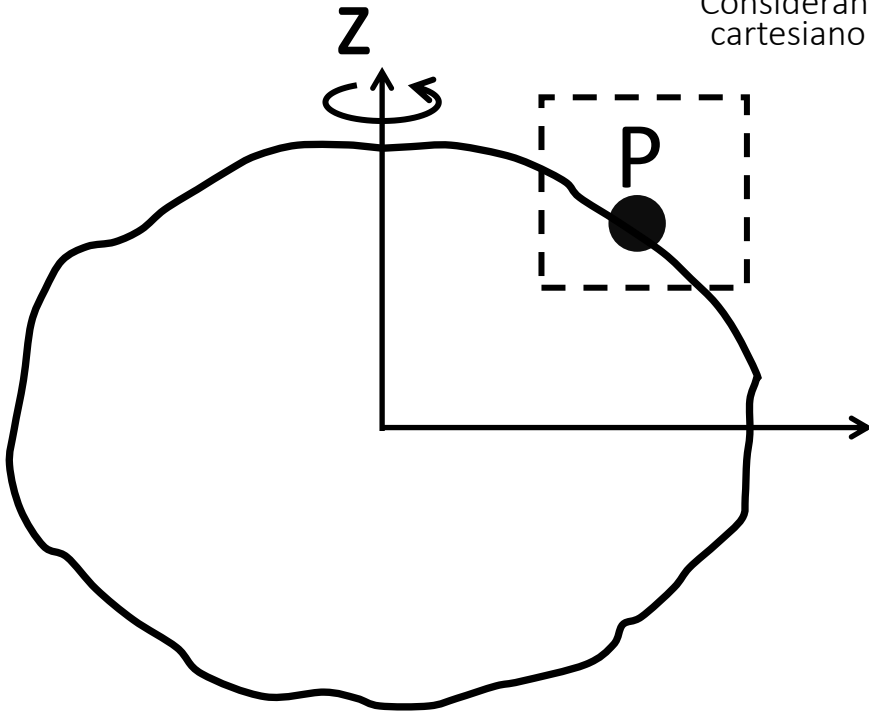
$$\delta_P = g_P - \gamma_P$$

# Como definir isto na prática?

Vetor distúrbio  
de gravidade

$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$

Considerando um sistema  
cartesiano topocêntrico.



Distúrbio de  
gravidade

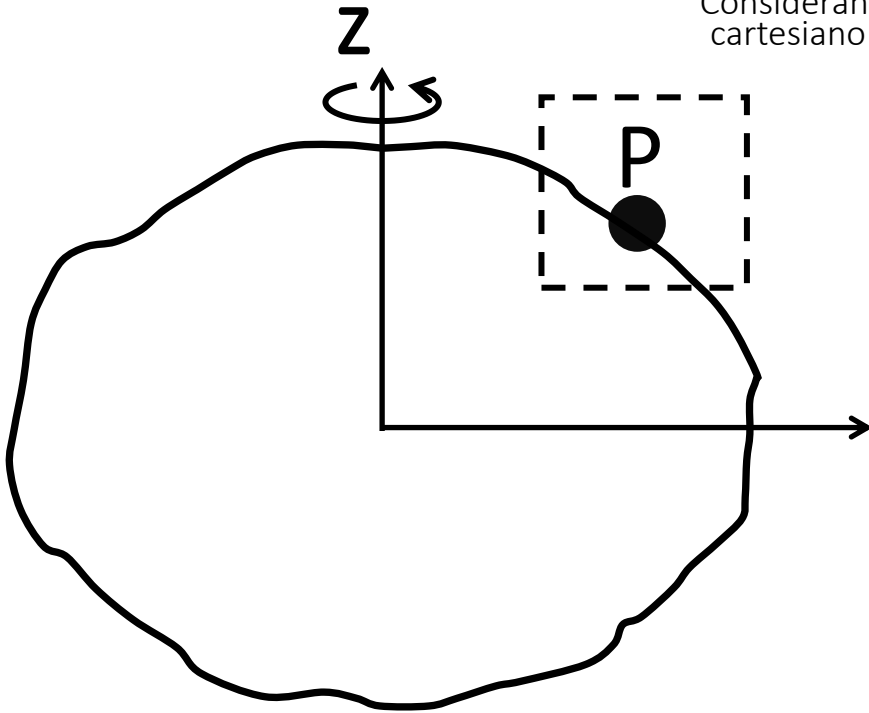
$$\delta_P = g_P - \gamma_P$$

# Como definir isto na prática?

Vetor distúrbio  
de gravidade

$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$

Considerando um sistema  
cartesiano topocêntrico.



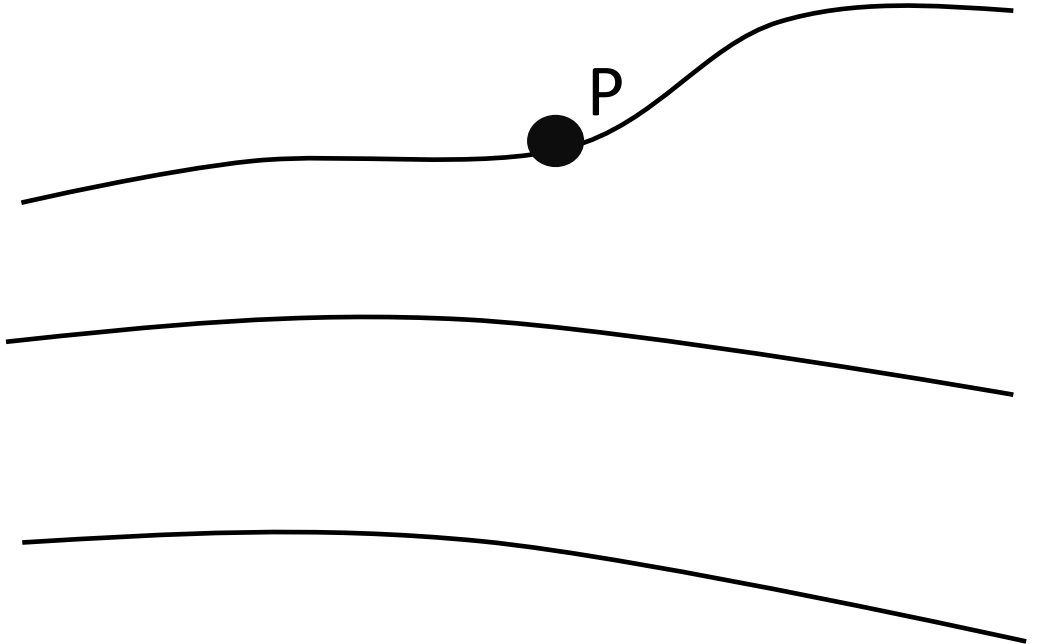
Distúrbio de  
gravidade

$$\delta_P = g_P - \gamma_P$$

Superfície Terrestre

Geóide

Elipsóide

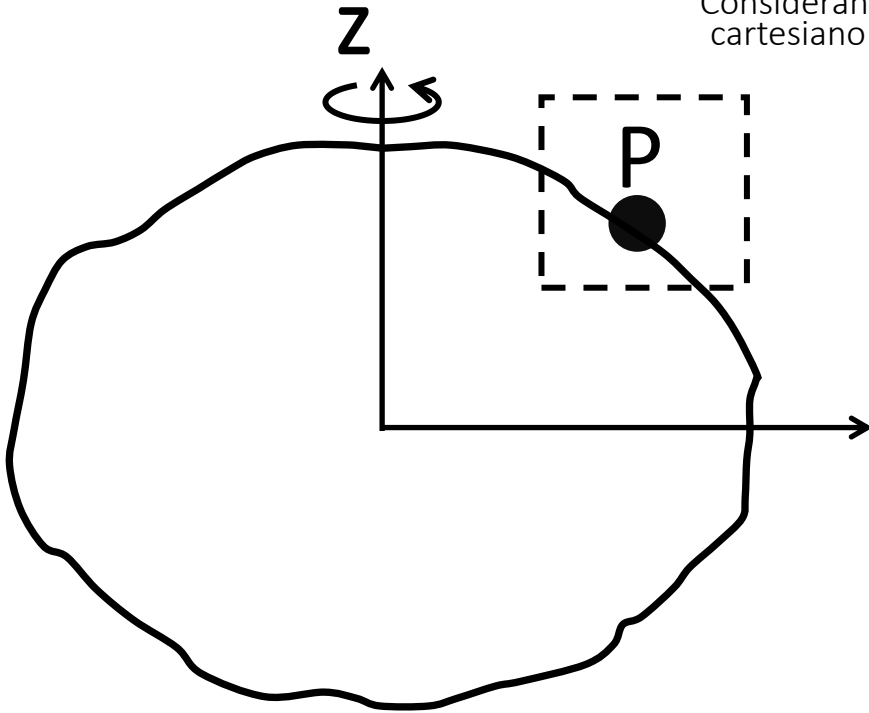


# Como definir isto na prática?

Vetor distúrbio  
de gravidade

$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$

Considerando um sistema  
cartesiano topocêntrico.



Distúrbio de  
gravidade

$$\delta_P = g_P - \gamma_P$$

Superfície Terrestre

Geóide

Elipsóide

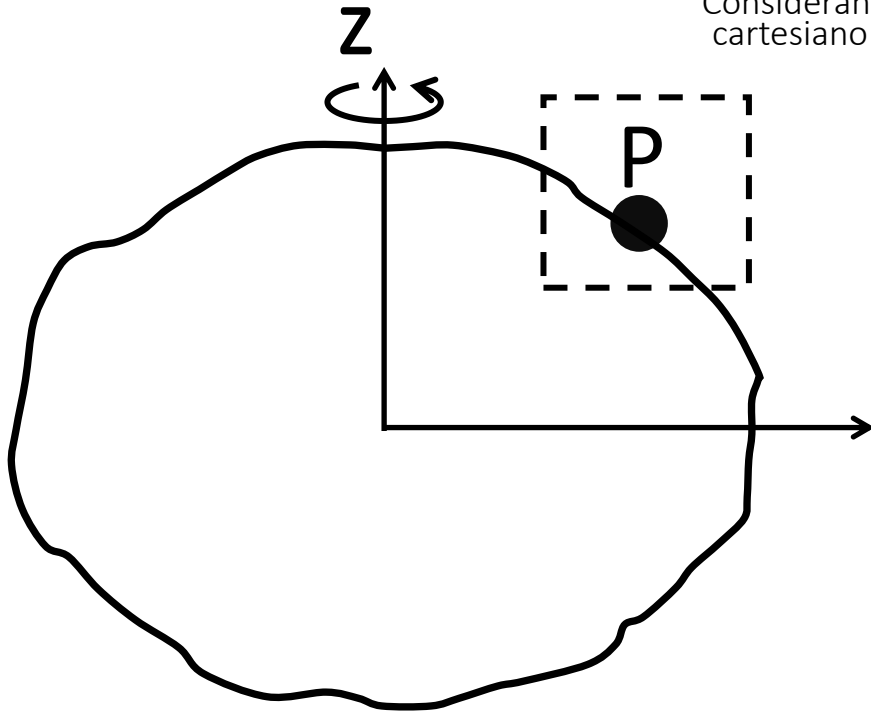
$h$  = Altura ortométrica

# Como definir isto na prática?

Vetor distúrbio  
de gravidade

$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$

Considerando um sistema  
cartesiano topocêntrico.



Distúrbio de  
gravidade

$$\delta_P = g_P - \gamma_P$$

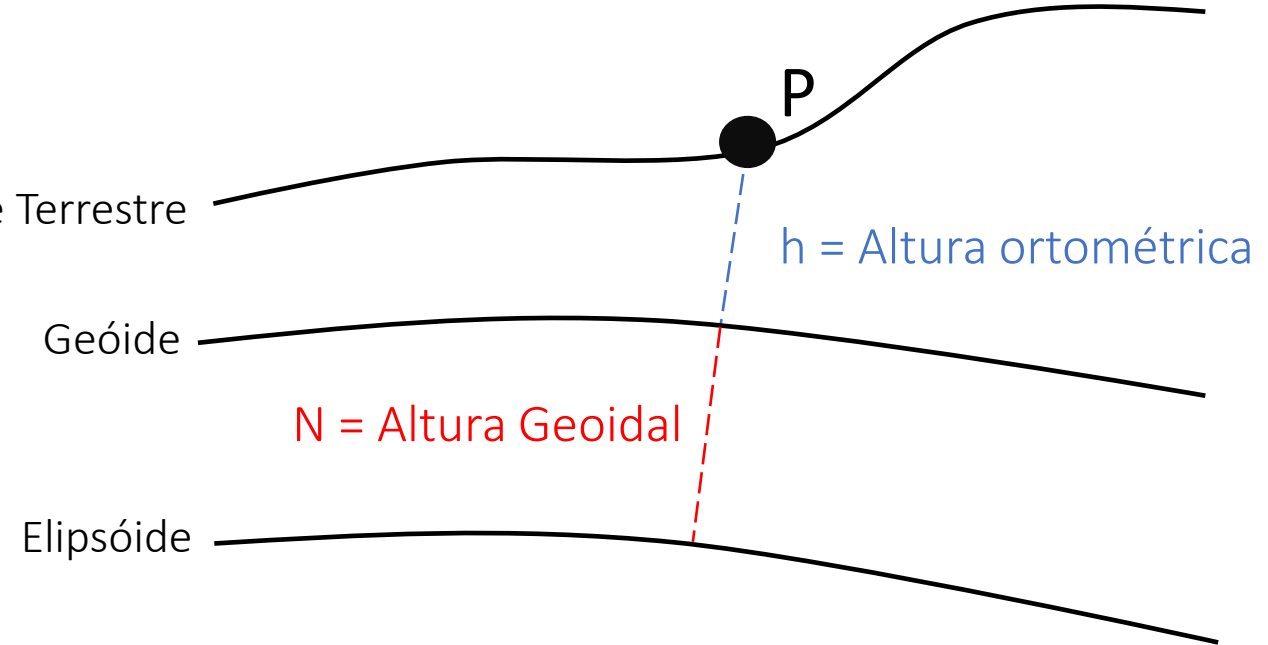
Superfície Terrestre

Geóide

Elipsóide

$h$  = Altura ortométrica

$N$  = Altura Geoidal



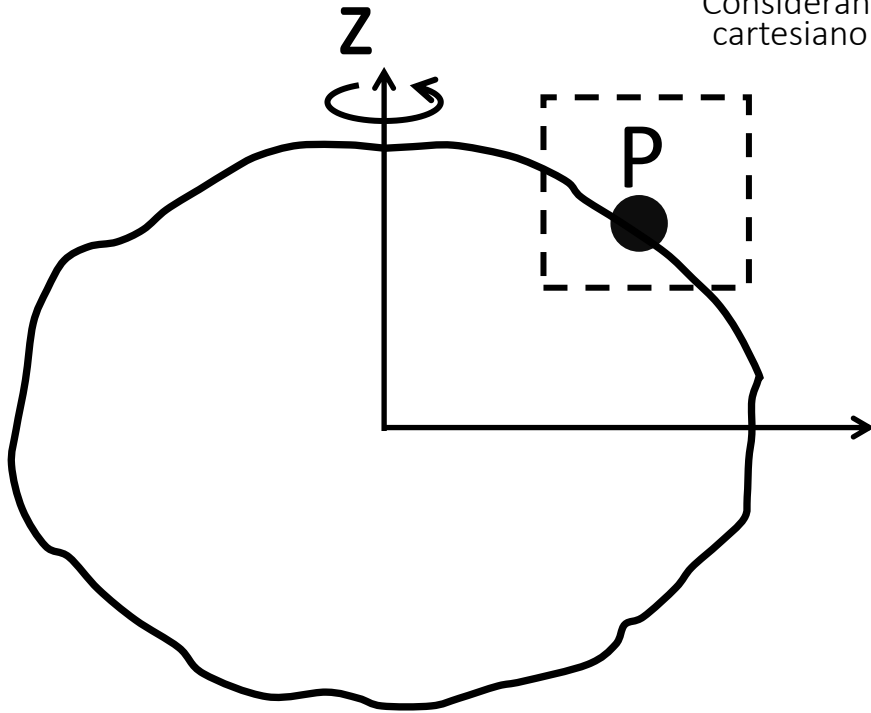


# Como definir isto na prática?

Vetor distúrbio  
de gravidade

$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$

Considerando um sistema  
cartesiano topocêntrico.



Distúrbio de  
gravidade

$$\delta_P = g_P - \gamma_P$$

Superfície Terrestre

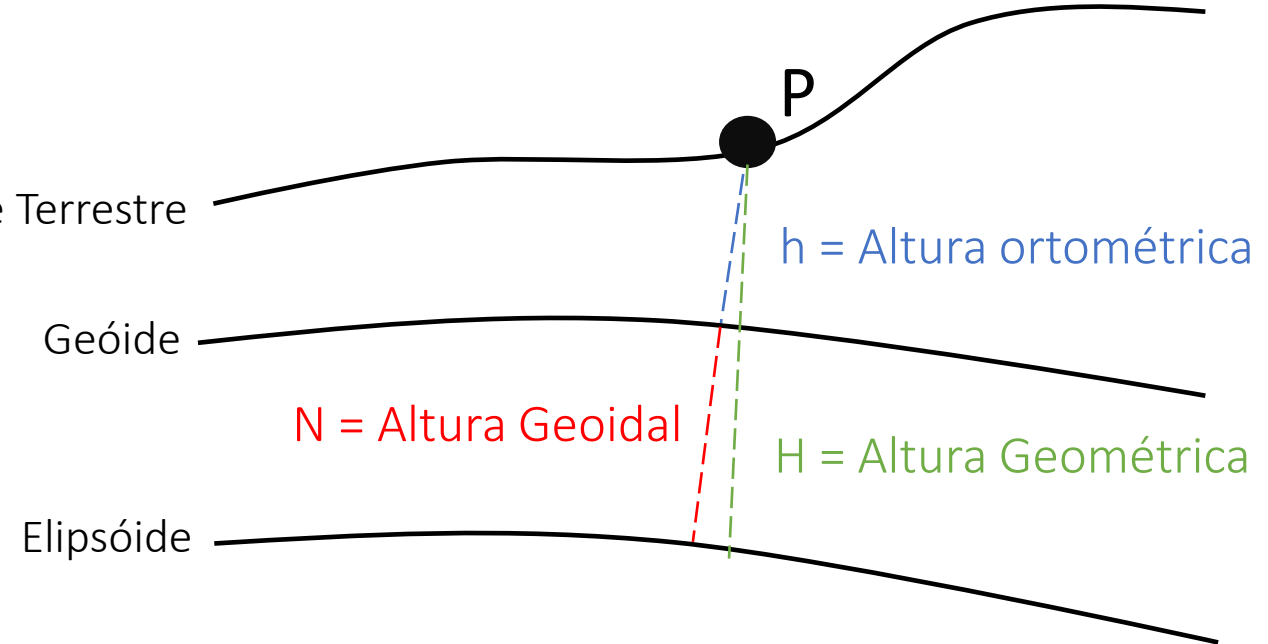
Geóide

Elipsóide

$h$  = Altura ortométrica

$N$  = Altura Geoidal

$H$  = Altura Geométrica

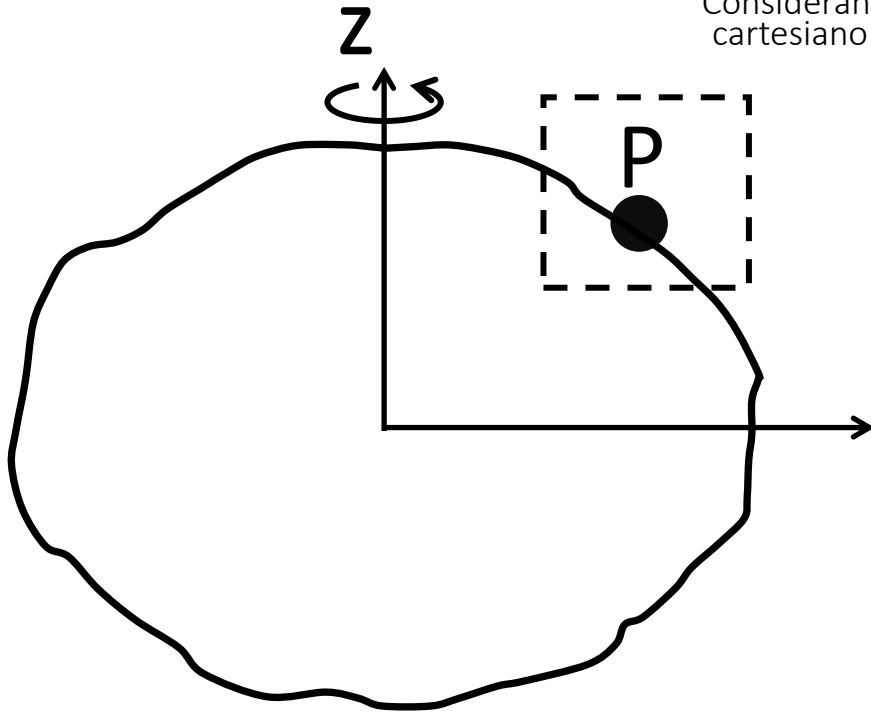


# Como definir isto na prática?

Vetor distúrbio de gravidade

$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$

Considerando um sistema cartesiano topocêntrico.



Distúrbio de gravidade

$$\delta_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P$$

Superfície Terrestre

Geóide

Elipsóide

$h$  = Altura ortométrica

$N$  = Altura Geoidal

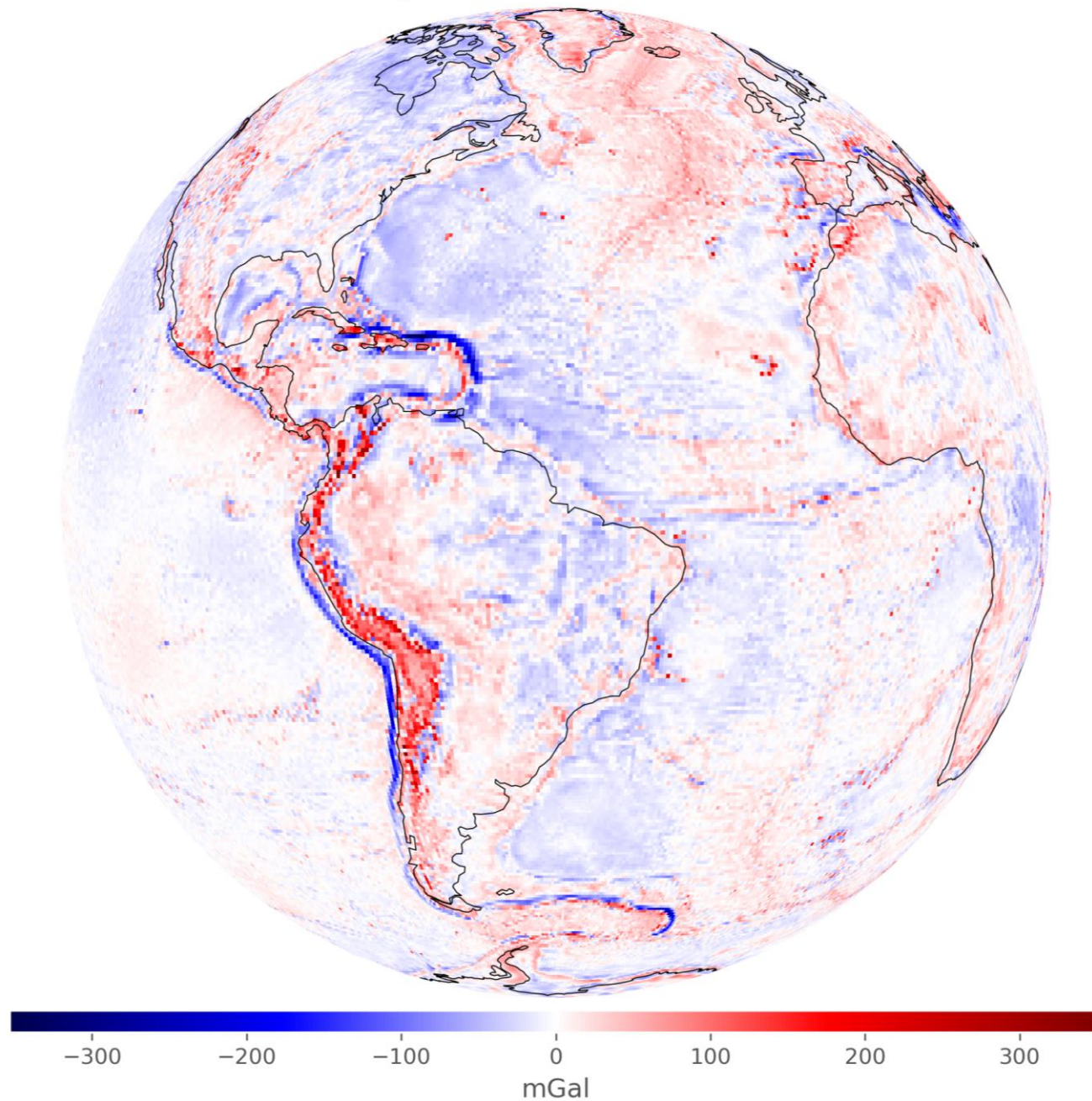
$H$  = Altura Geométrica

A altura dada no GPS!

$$\delta_P = g_P - \gamma_P$$

Distúrbio de  
gravidade

Gravity disturbance of the Earth

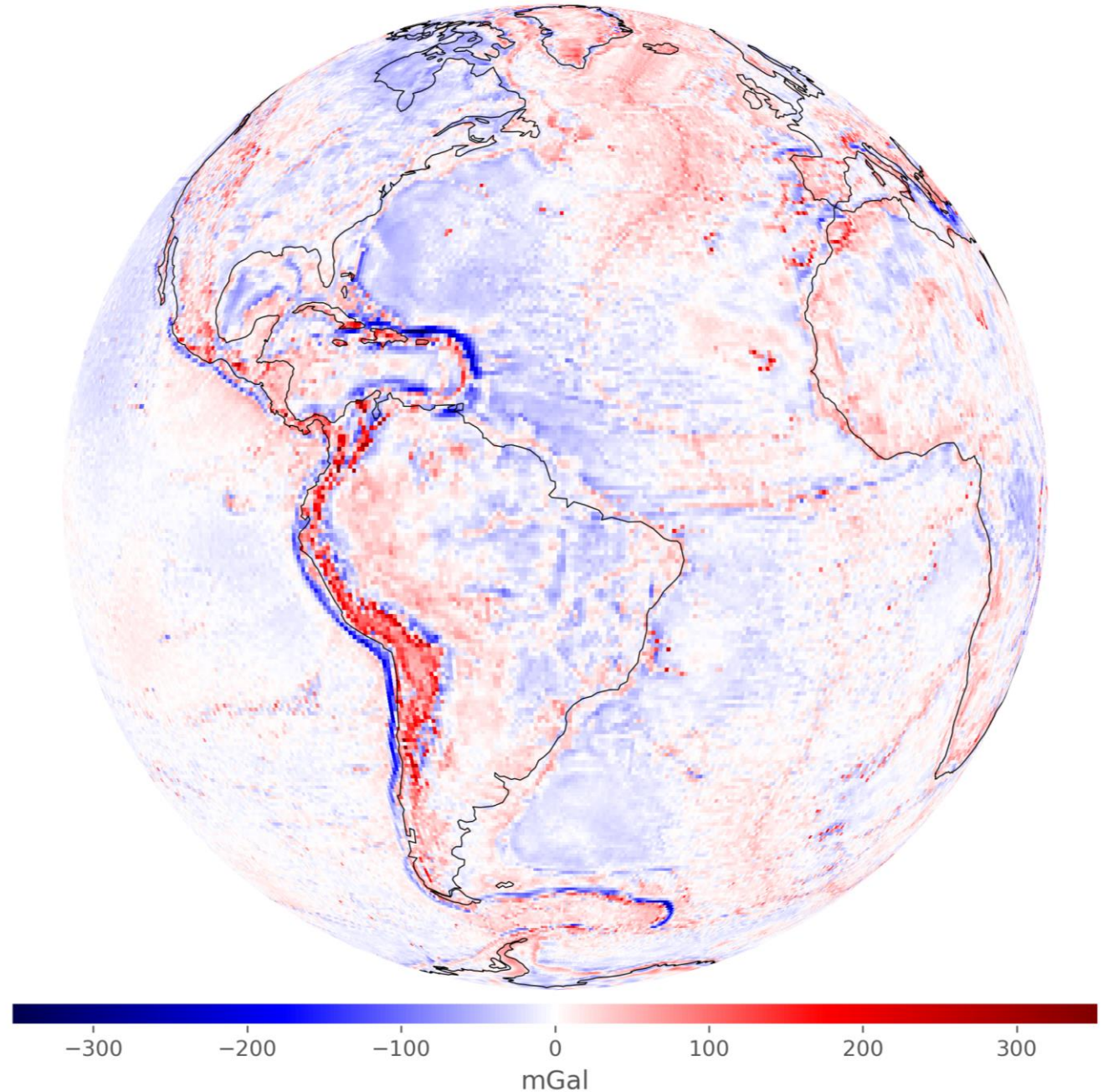


$$\delta_P = g_P - \gamma_P$$

Distúrbio de  
gravidade

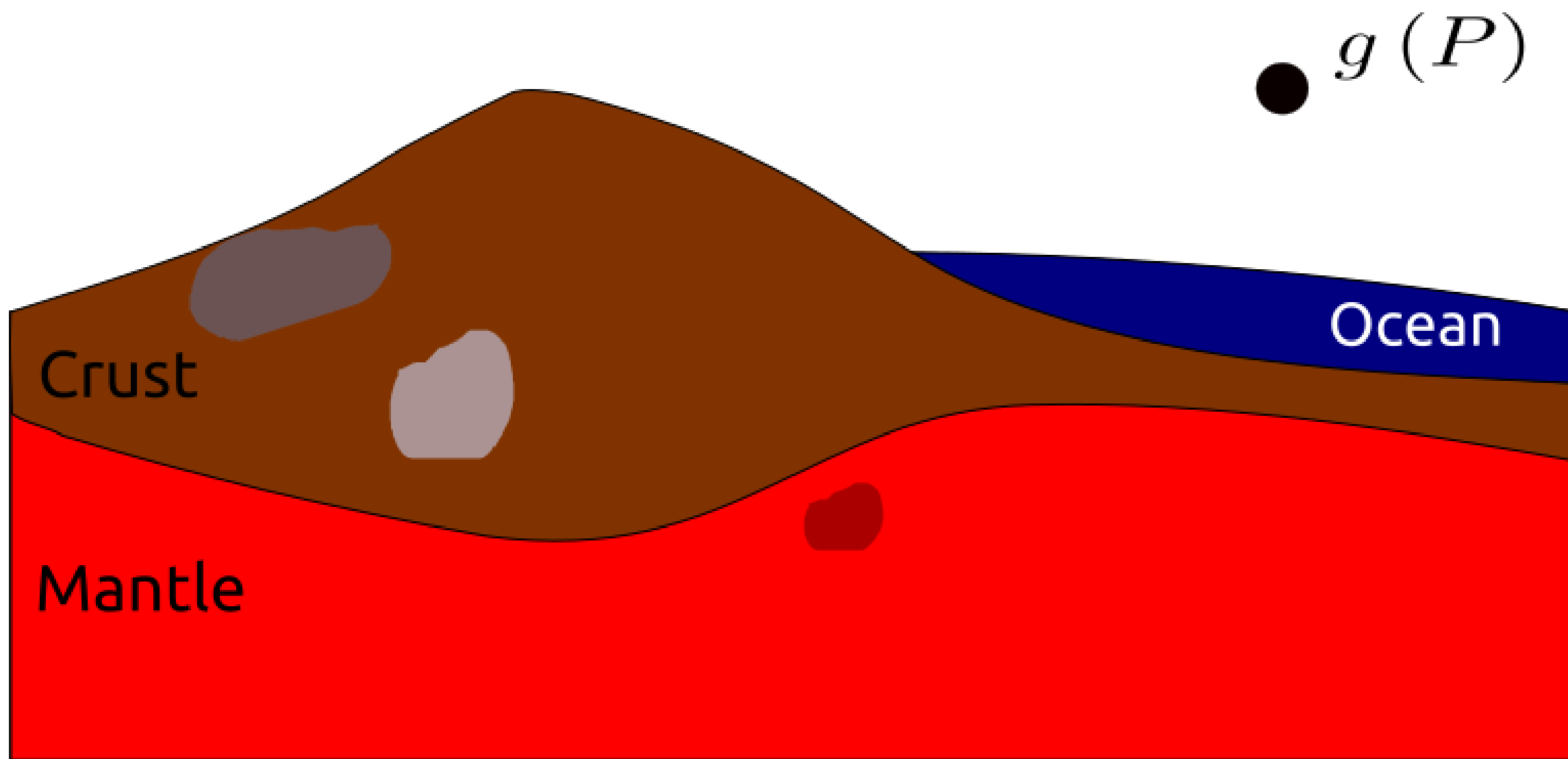
Somente o efeitos das massas  
anômalas posicionadas na crosta e no  
manto, como também o efeito das  
massas topográficas (ou fontes  
gravimétricas)

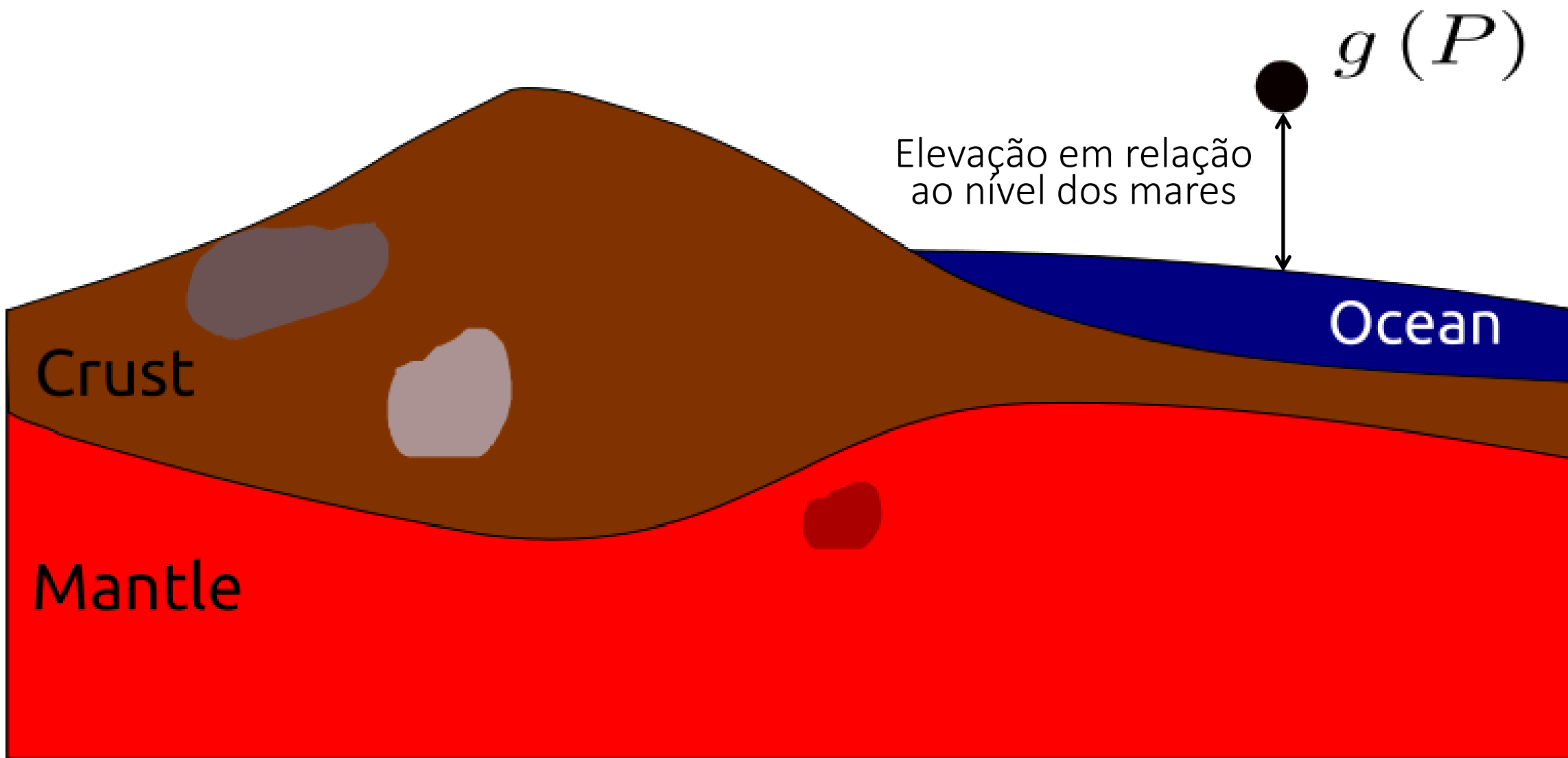
Gravity disturbance of the Earth

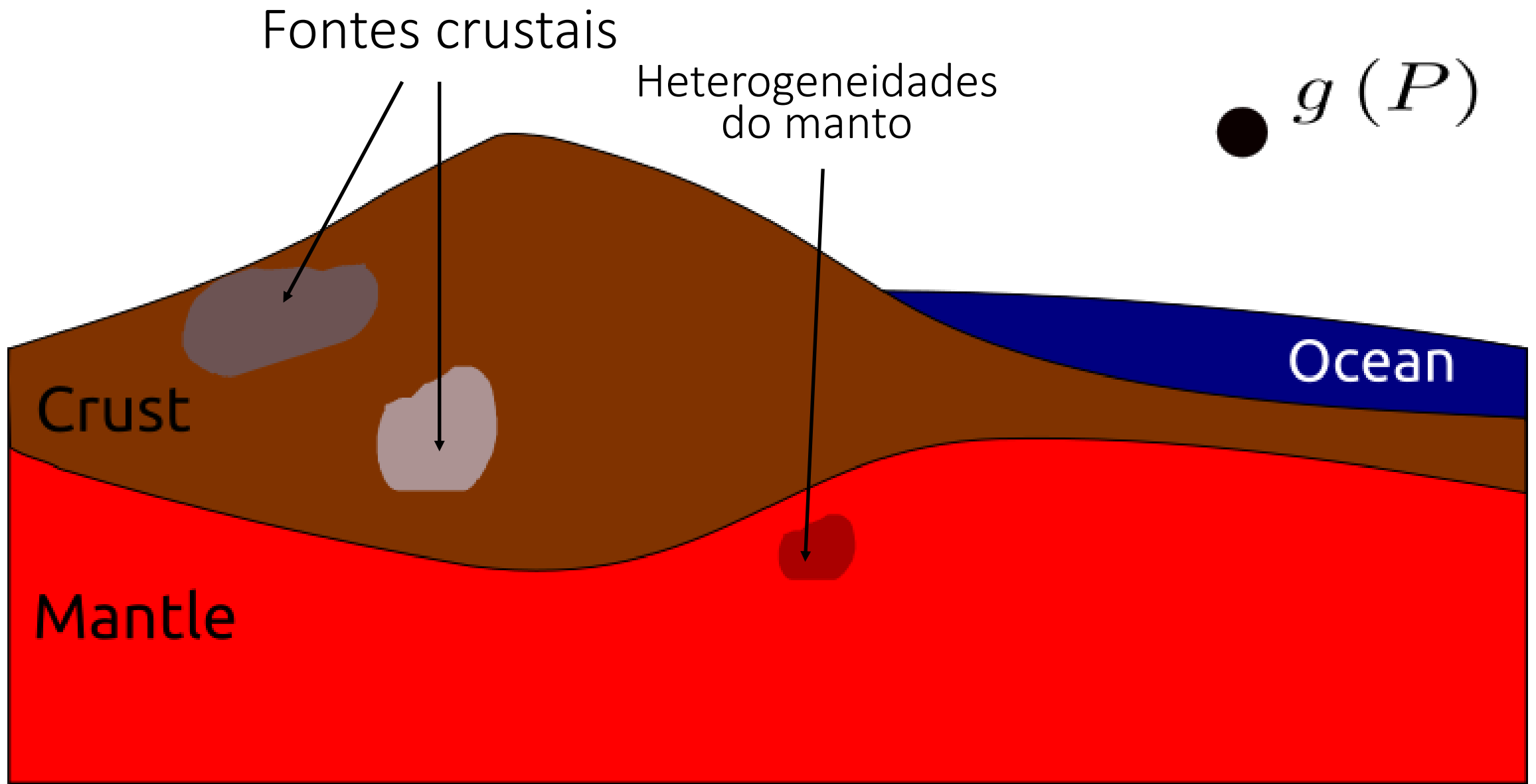


Em resumo:





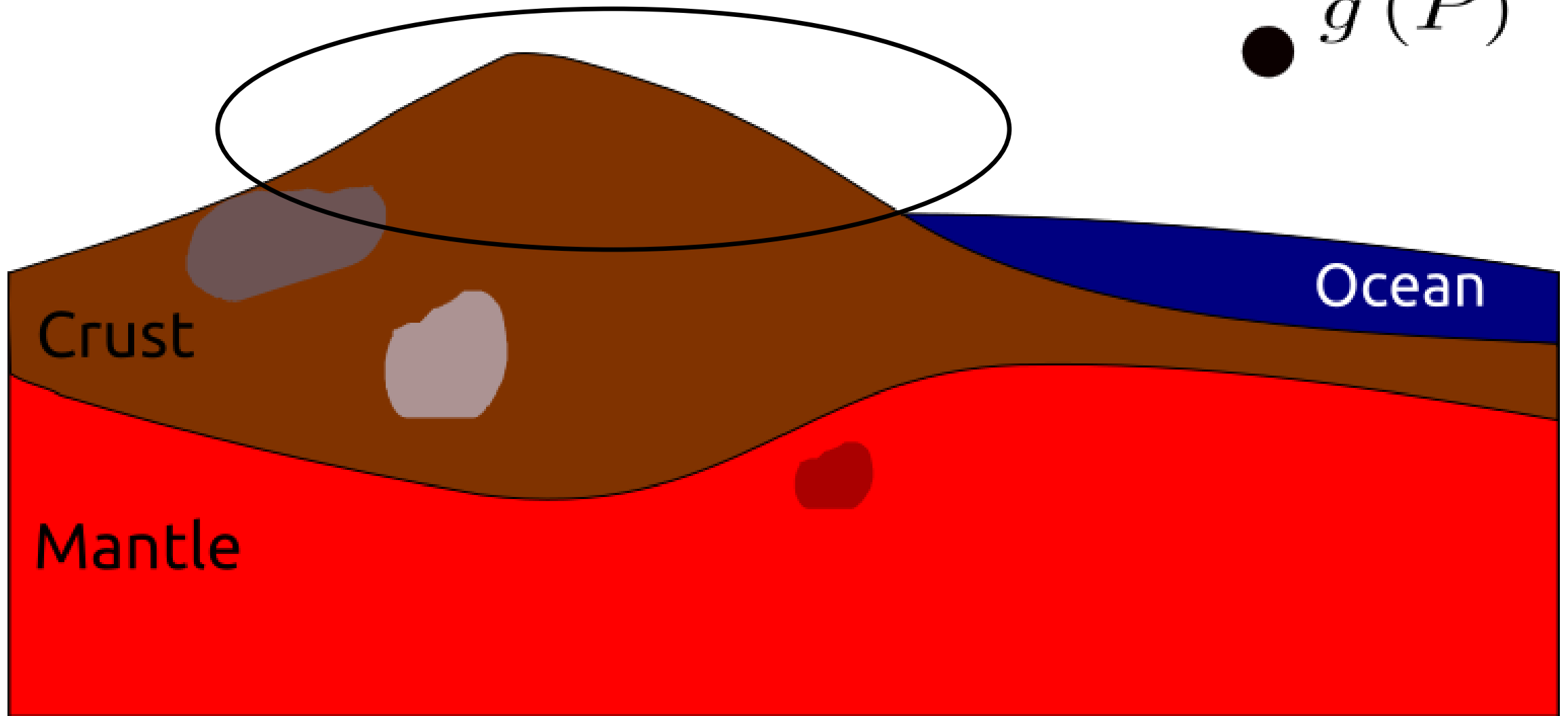


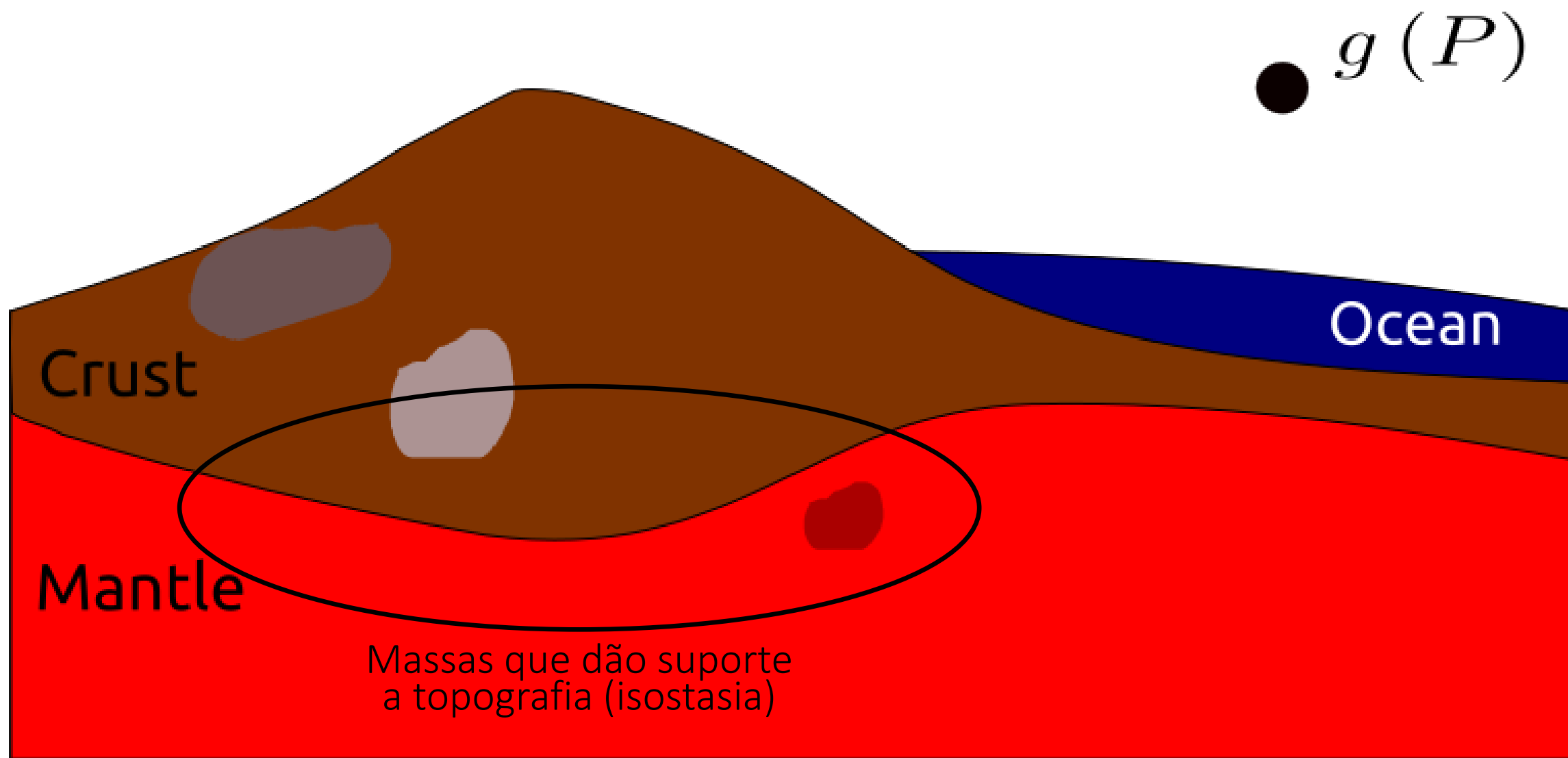




Massas topográficas

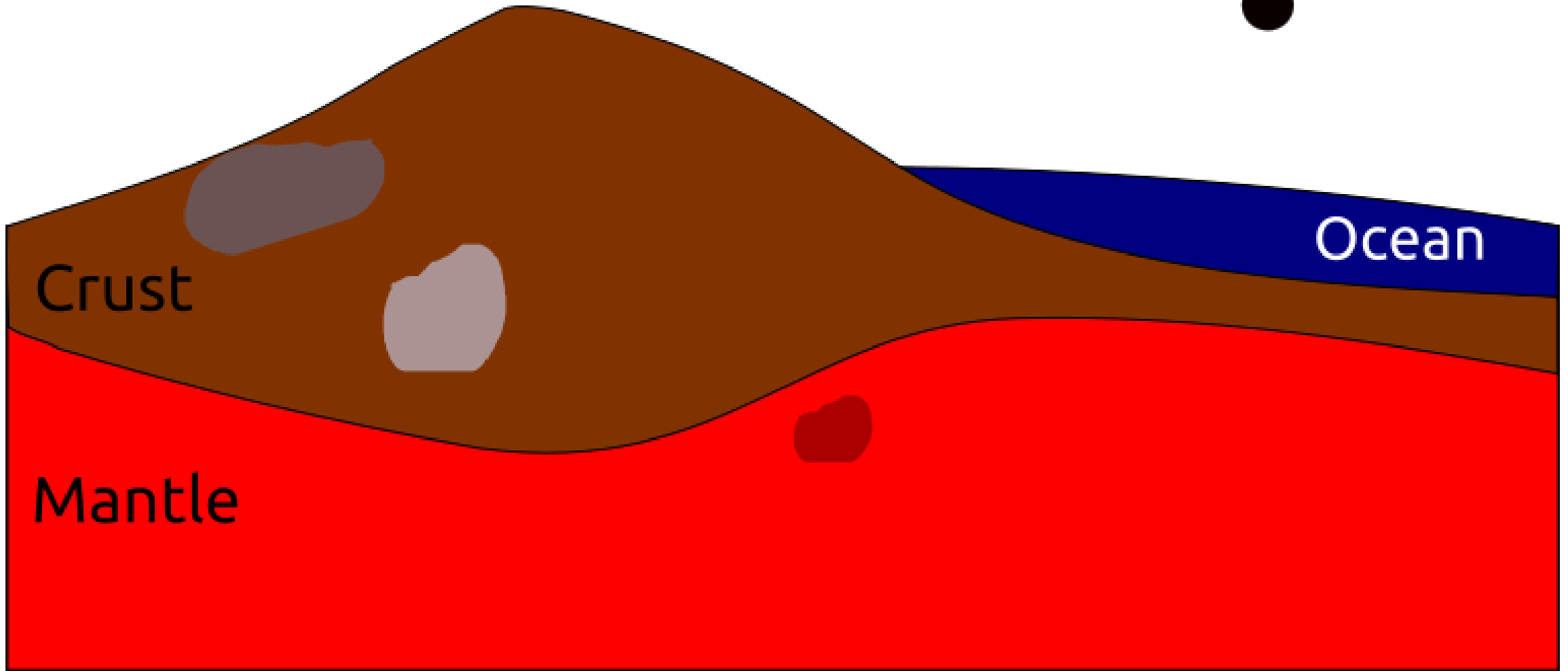
●  $g(P)$





Caso as medições sejam  
realizadas em plataformas  
móveis (aviões, navios e etc)

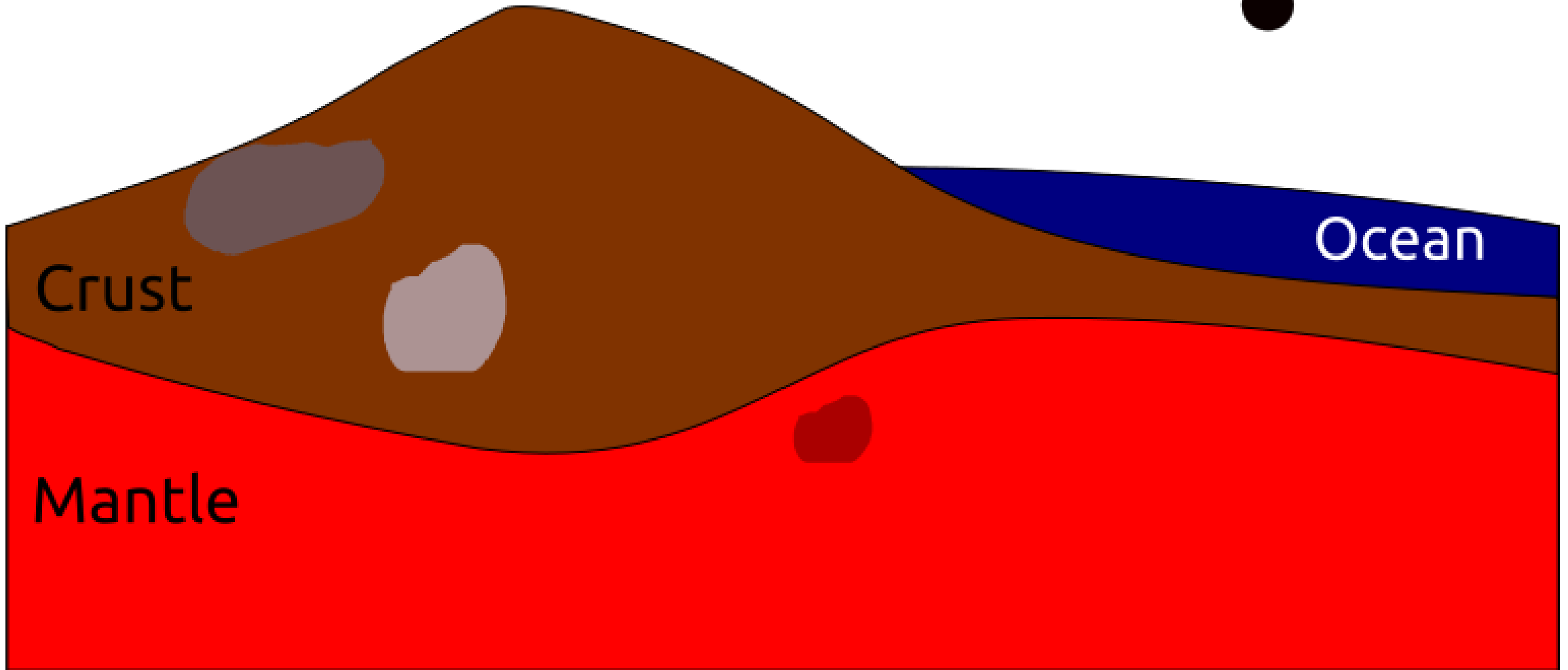
●  $g(P)$



Caso as medições sejam realizadas em plataformas móveis (aviões, navios e etc)

Correção de Eotvos

●  $g(P)$



Caso as medições sejam realizadas em plataformas móveis (aviões, navios e etc)

## Correção de Eotvos



Construímos um modelo de referência  
(Terra Normal)

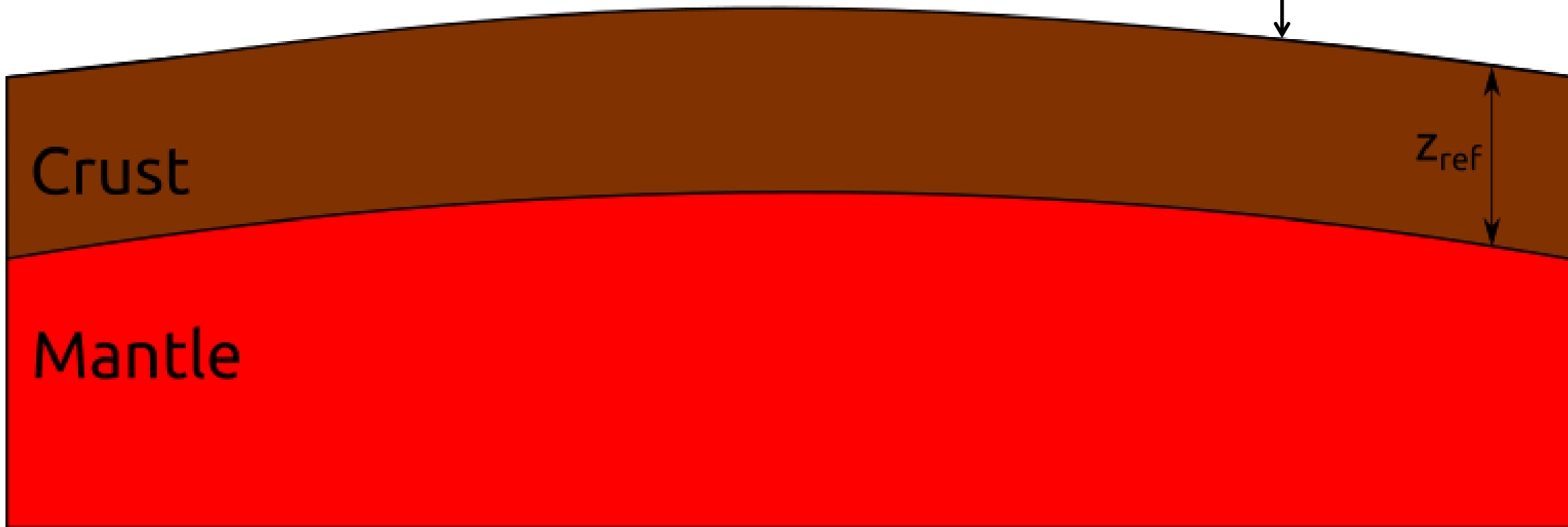
$\gamma(P)$

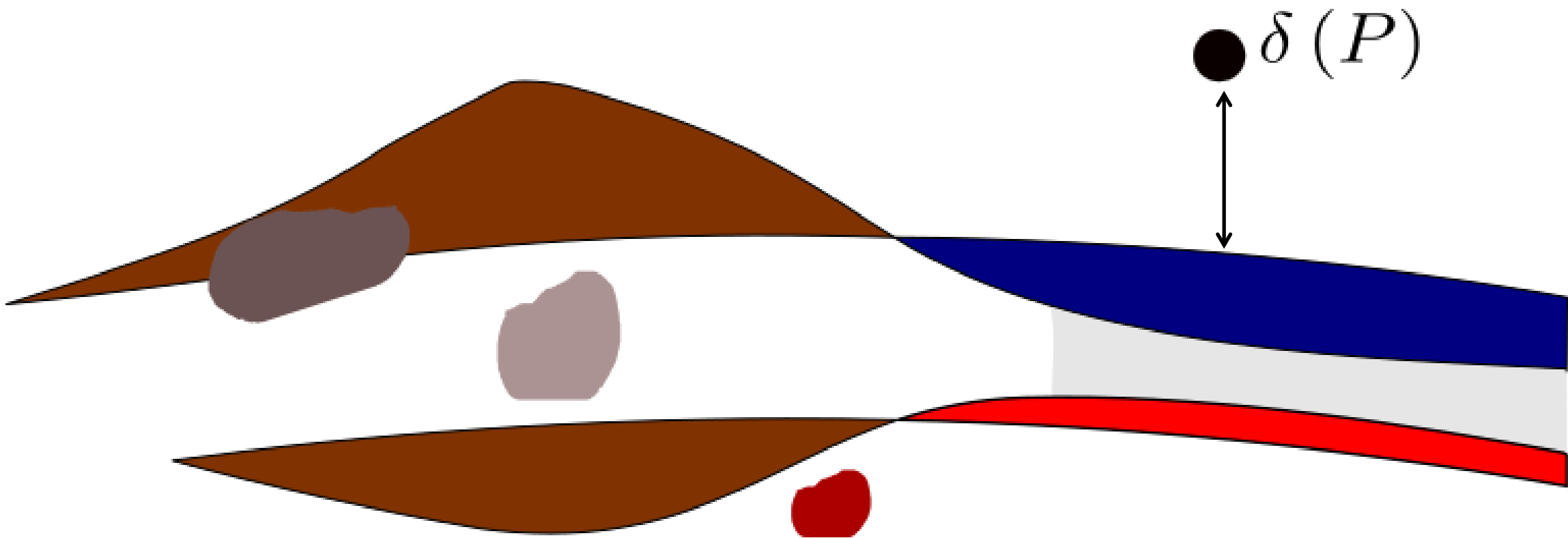


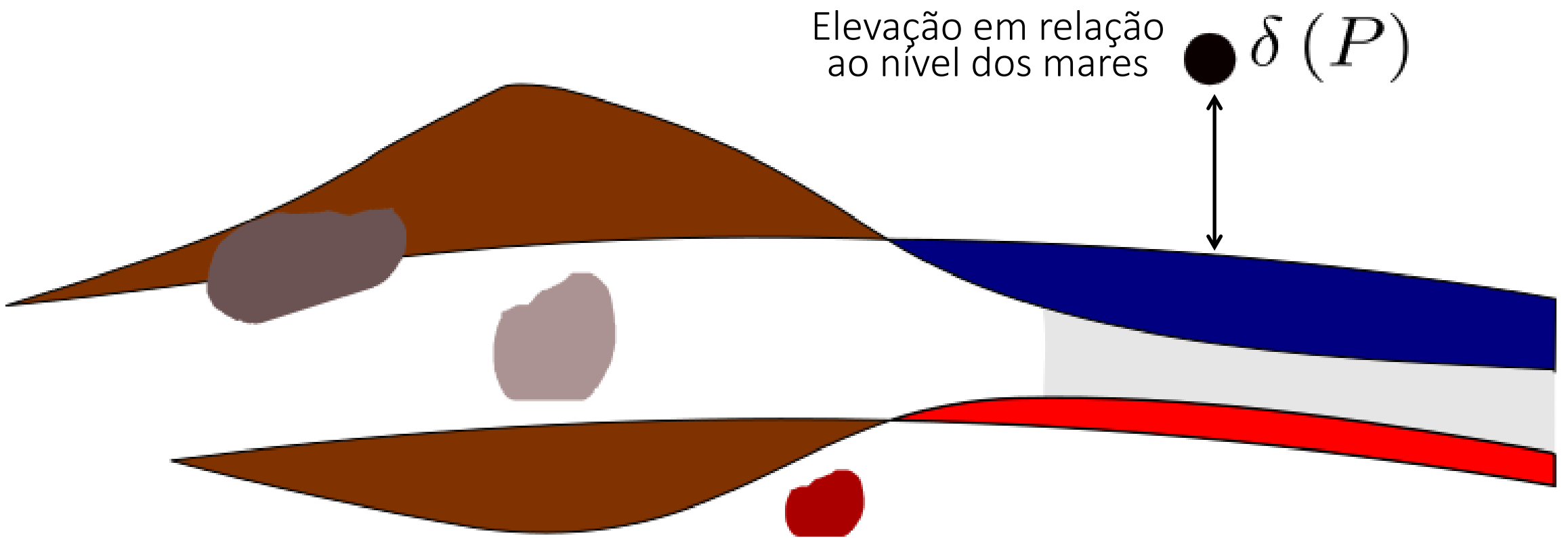
Crust

$z_{\text{ref}}$

Mantle







Elevação em relação  
ao nível dos mares

$\delta(P)$

Uma das etapas do processamento de  
dados de gravidade chamada **correção  
de ar livre!**



# Referências

- Blakely, R. J., 1996, Potential theory in gravity and magnetic applications: Cambridge University Press.
- Hofmann-Wellenhof, B. e H. Moritz, 2005, Physical Geodesy. Springer.
- Li, X., e H. J. Götze, 2001, Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics: Geophysics, 66, 1660-1668. DOI: 10.1190/1.1487109.

Até a próxima aula!