



Processamentos de dados potenciais

Prof. André Luis Albuquerque dos Reis

Rio de Janeiro 2021

Processamento de dados potenciais utilizando a técnica da Camada equivalente

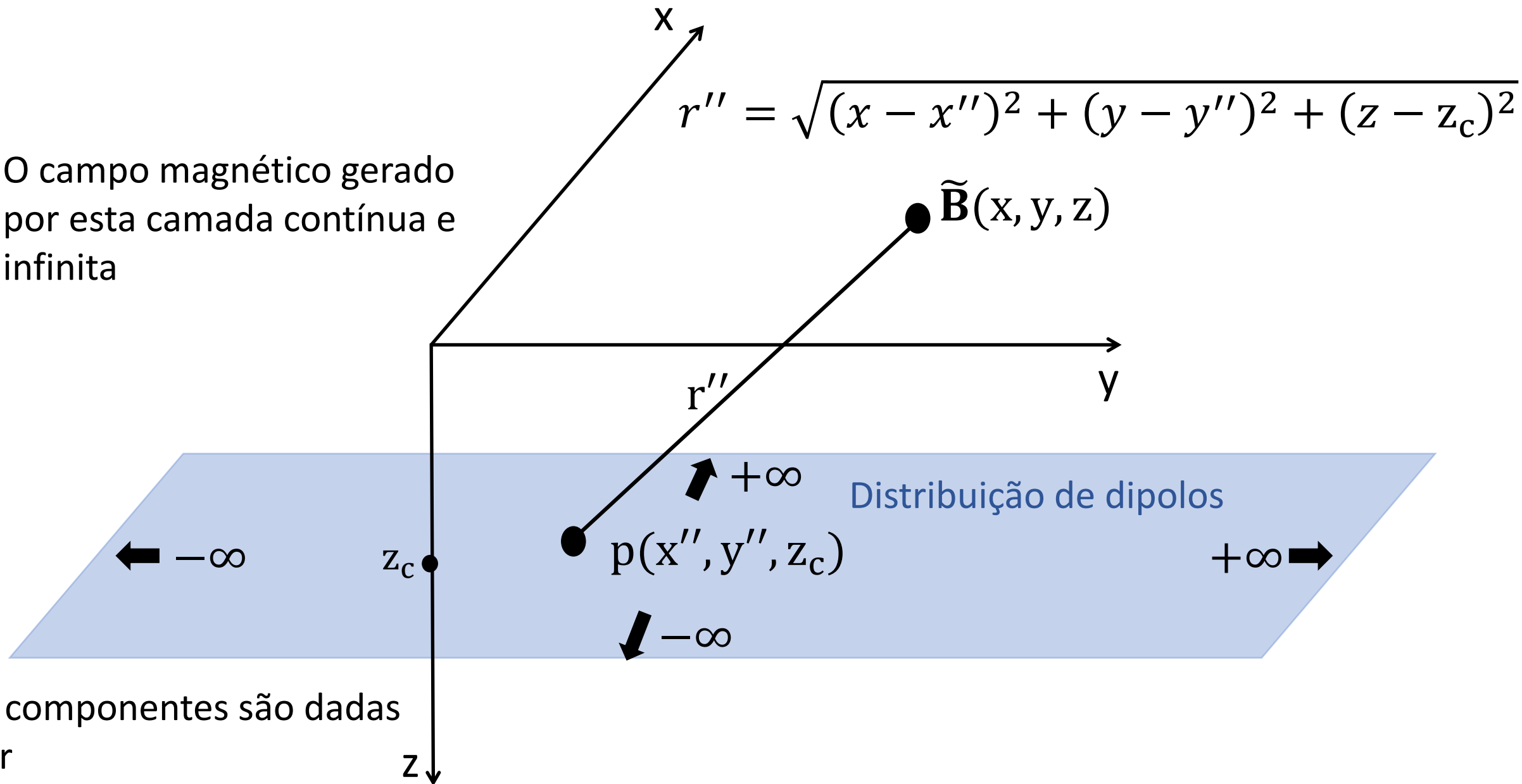
É possível recuperar os dados gerados por
uma distribuição de propriedade física
tridimensional através de uma distribuição 2D

O campo magnético gerado por esta camada contínua e infinita

As componentes são dadas por

$$\widetilde{B}_\alpha(x, y, z) = \gamma_m \iint p(x'', y'', z_c) \mathbf{m} \cdot \partial_\alpha \nabla \frac{1}{r''} dS''$$

$$z_c > z$$



O campo magnético gerado por esta camada contínua e infinita

$$r'' = \sqrt{(x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z_c)^2}$$

$\tilde{\mathbf{B}}(x, y, z)$

r''

y

Distribuição de dipolos

$+\infty$

$-\infty$

z_c

$-\infty$

$+\infty$

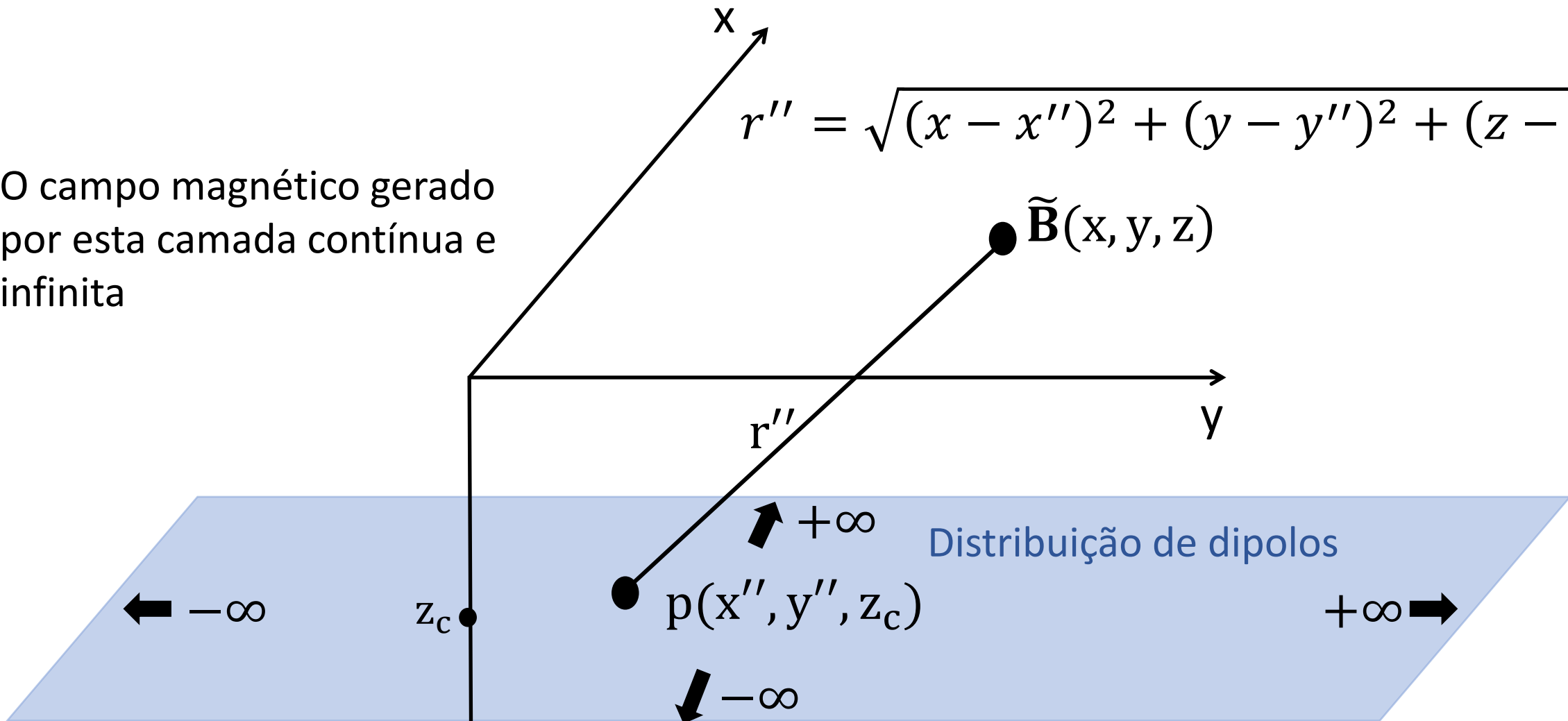
$p(x'', y'', z_c)$

Direção de magnetização

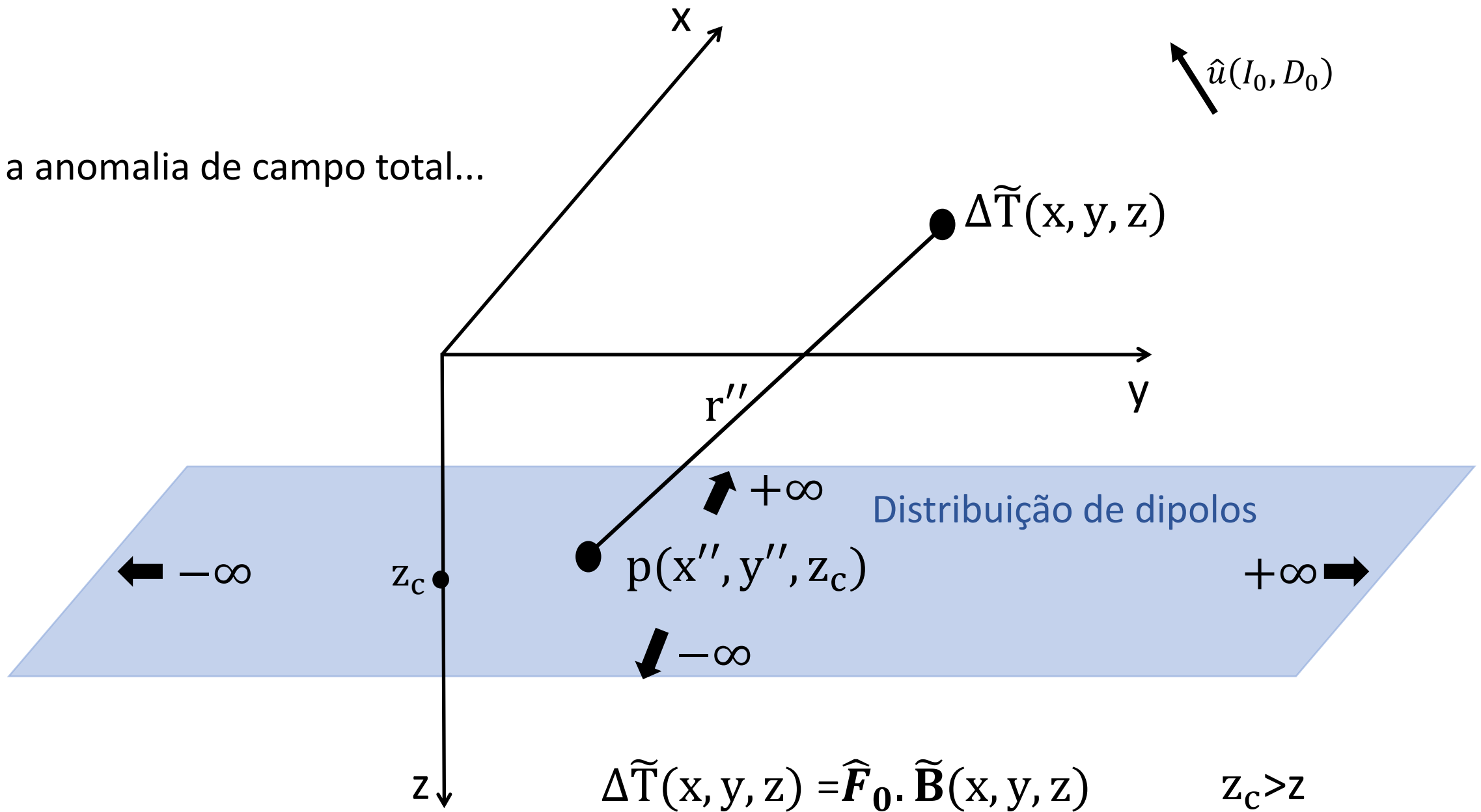
As componentes são dadas por

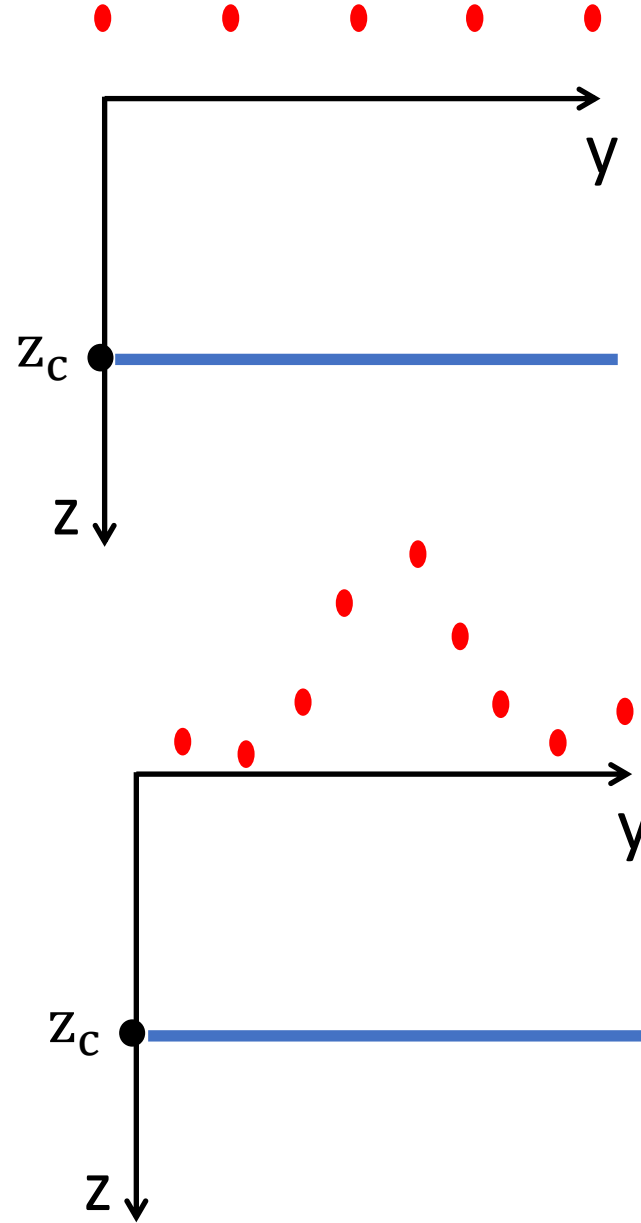
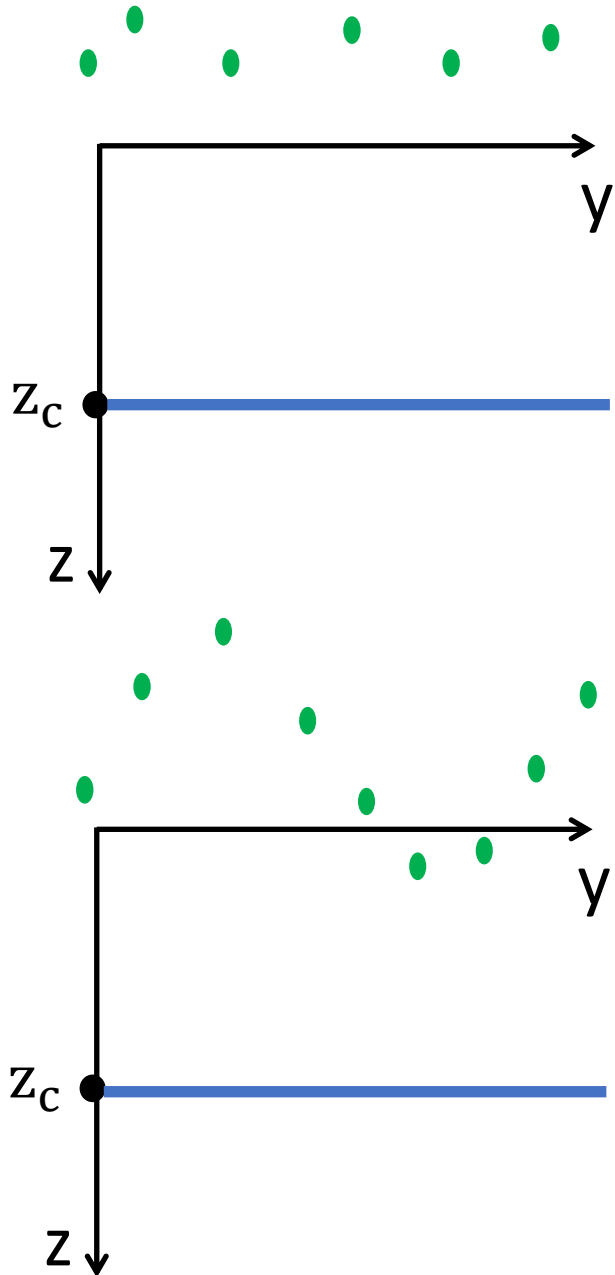
$$\tilde{B}_\alpha(x, y, z) = \gamma_m \iint p(x'', y'', z_c) \mathbf{m} \cdot \partial_\alpha \nabla \frac{1}{r''} dS''$$

$z_c > z$



E a anomalia de campo total...





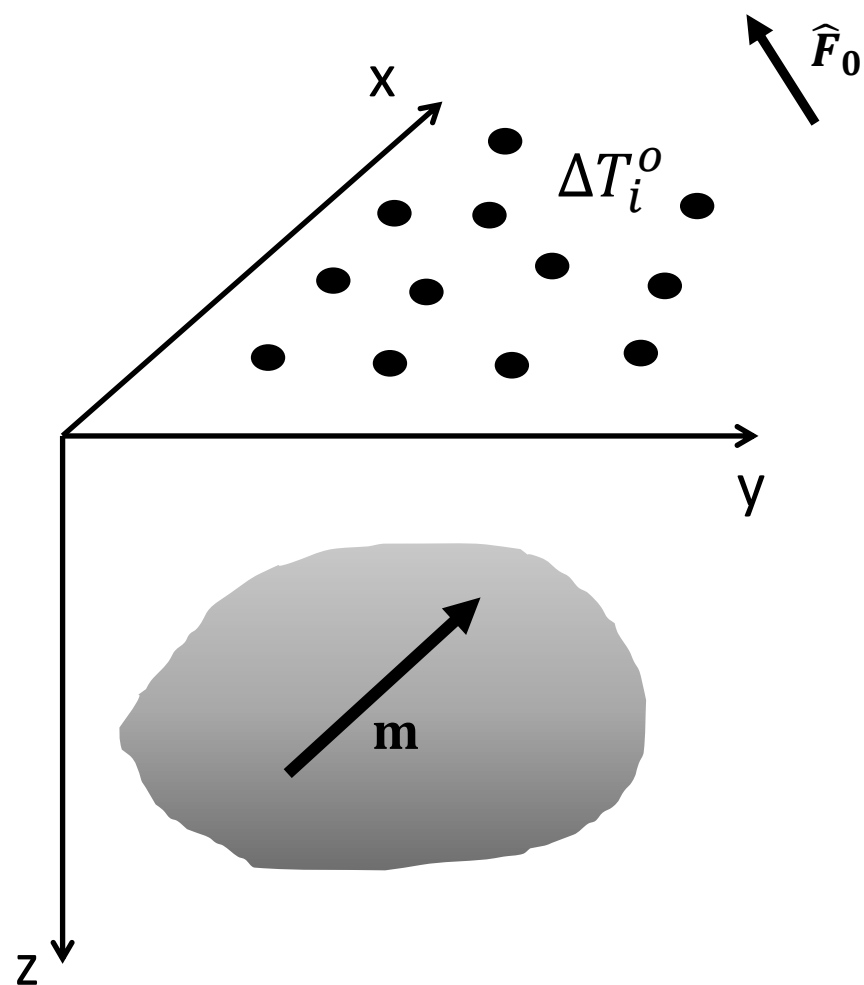
Comumente utilizada na literatura para processamento de dados potenciais no **domínio do espaço!**

Tais como **interpolação**, **continuação para cima**, **redução ao polo** e algumas outras aplicações.

Estima uma **distribuição de propriedade física** sobre a camada através de um **problema inverso linear**.

Problema direto e problema inverso da camada equivalente

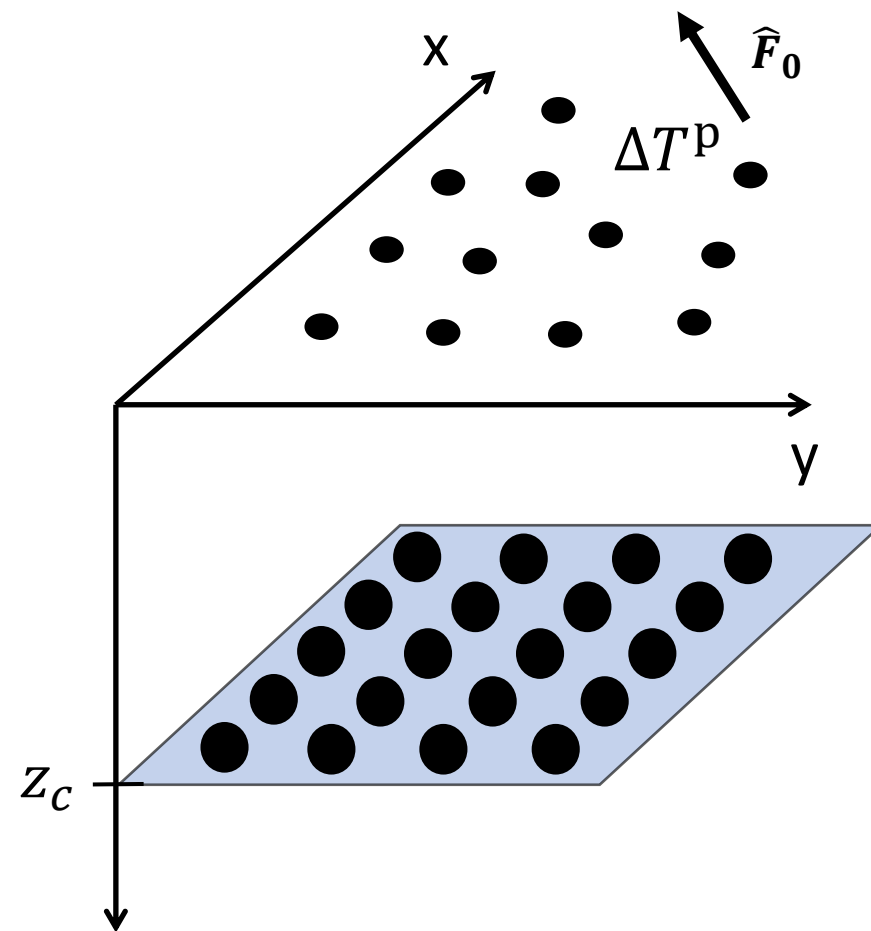
Fonte geológica



ΔT^o

Vetor de dados
observados

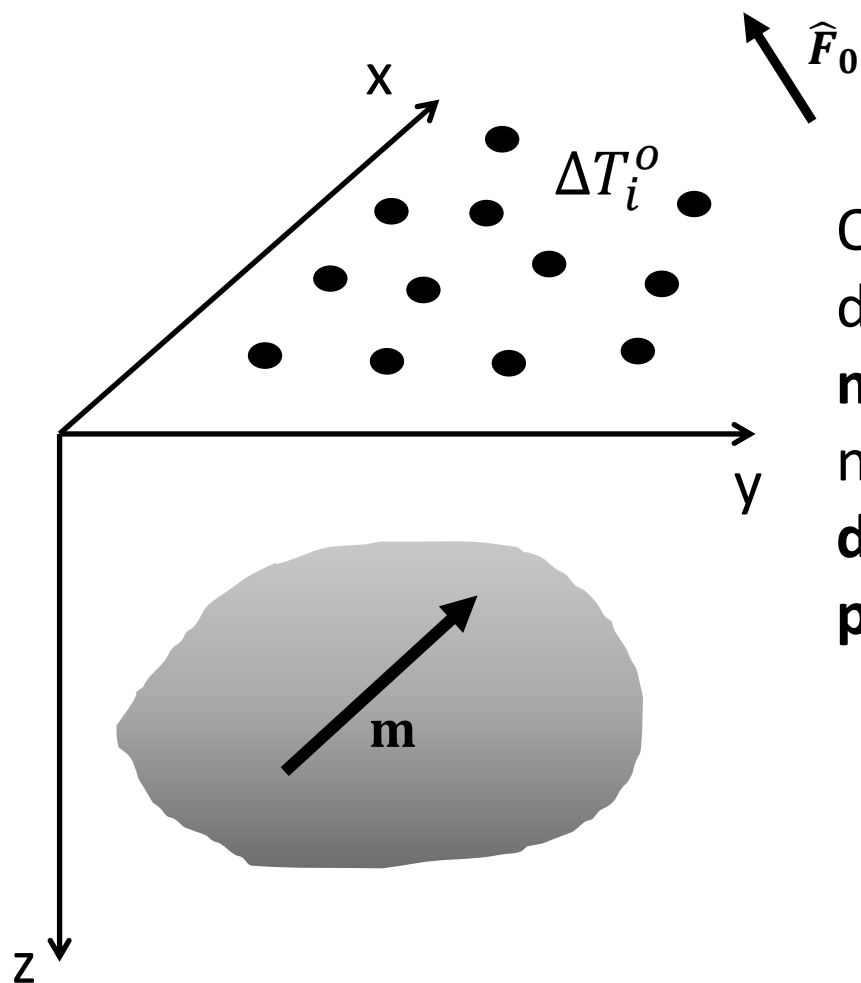
Camada equivalente



$\Delta T(p)$

Vetor de dados
preditos

Fonte geológica

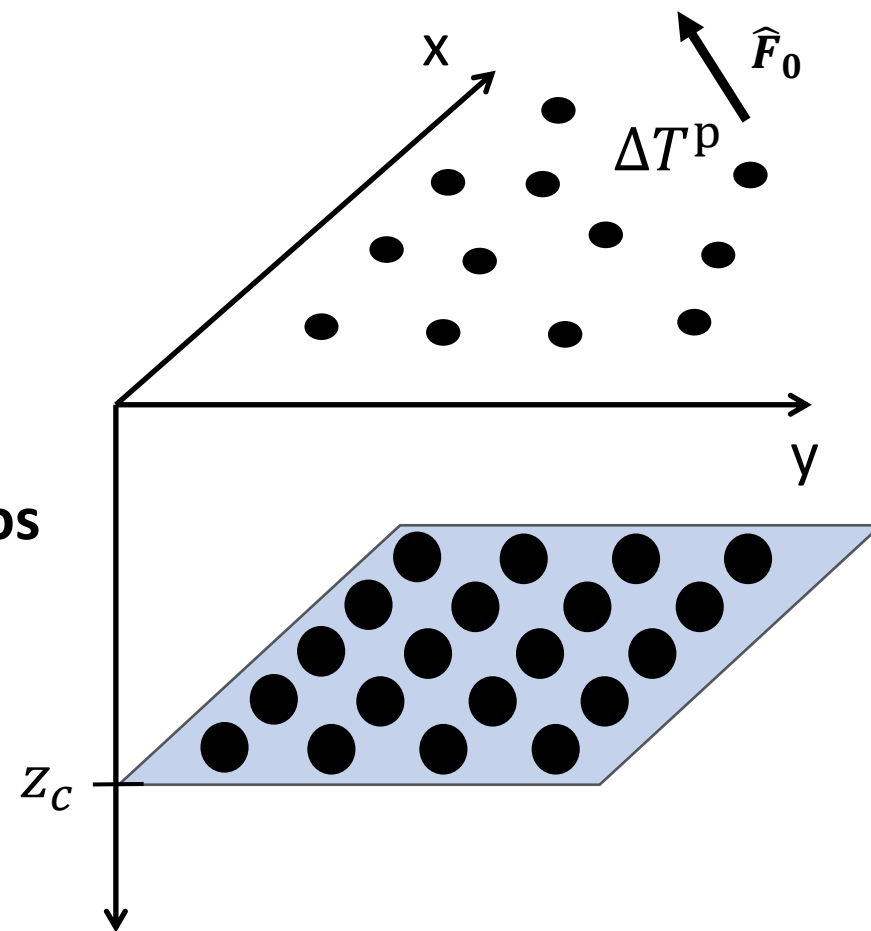


Queremos estimar uma distribuição de **momentos magnético** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

$\Delta \mathbf{T}^o$

Vetor de dados
observados

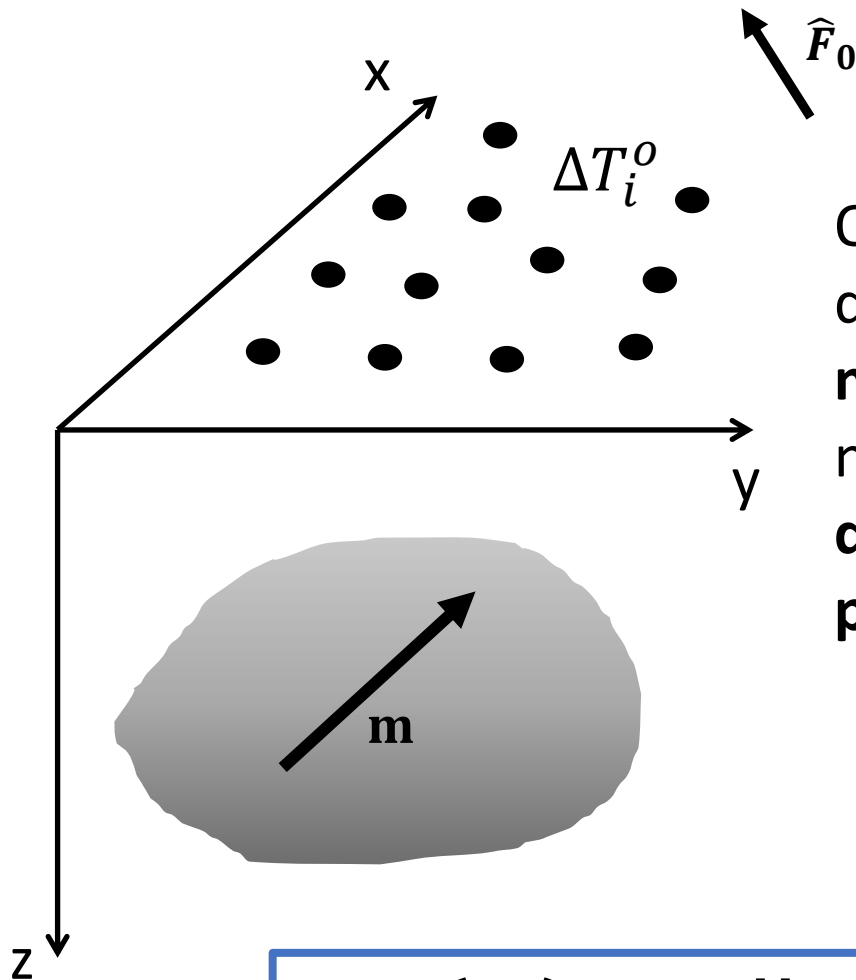
Camada equivalente



$\Delta \mathbf{T}(p)$

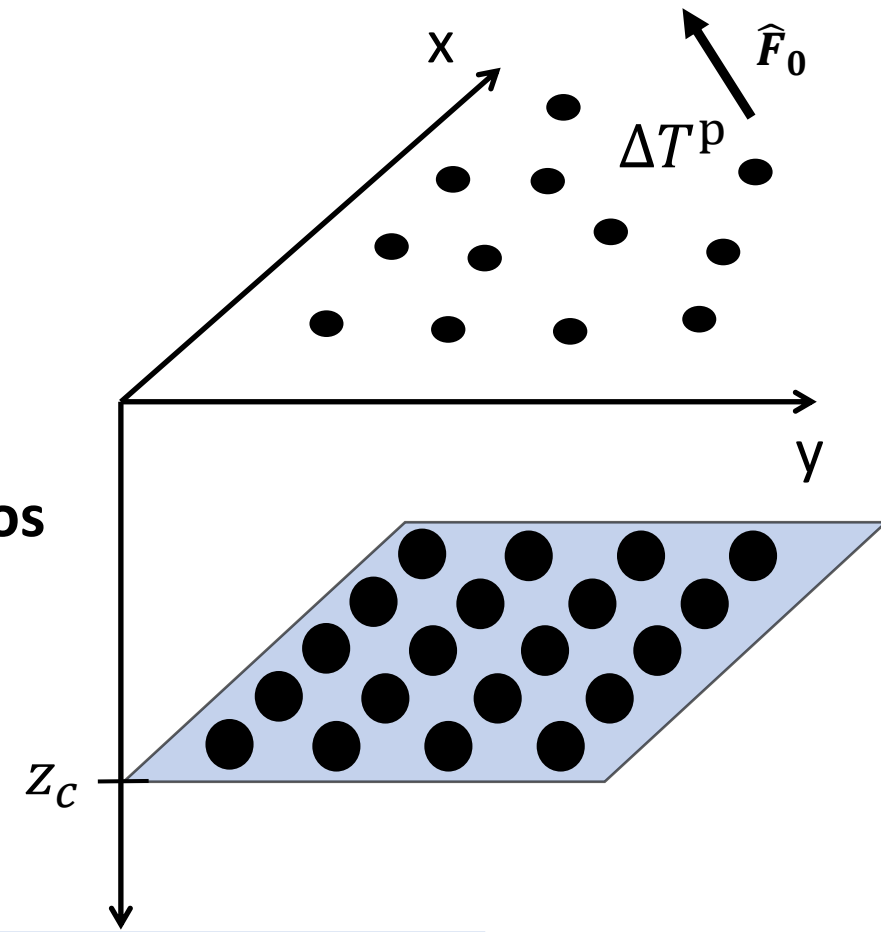
Vetor de dados
preditos₁₀

Fonte geológica



Queremos estimar uma distribuição de **momentos magnético** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

Camada equivalente



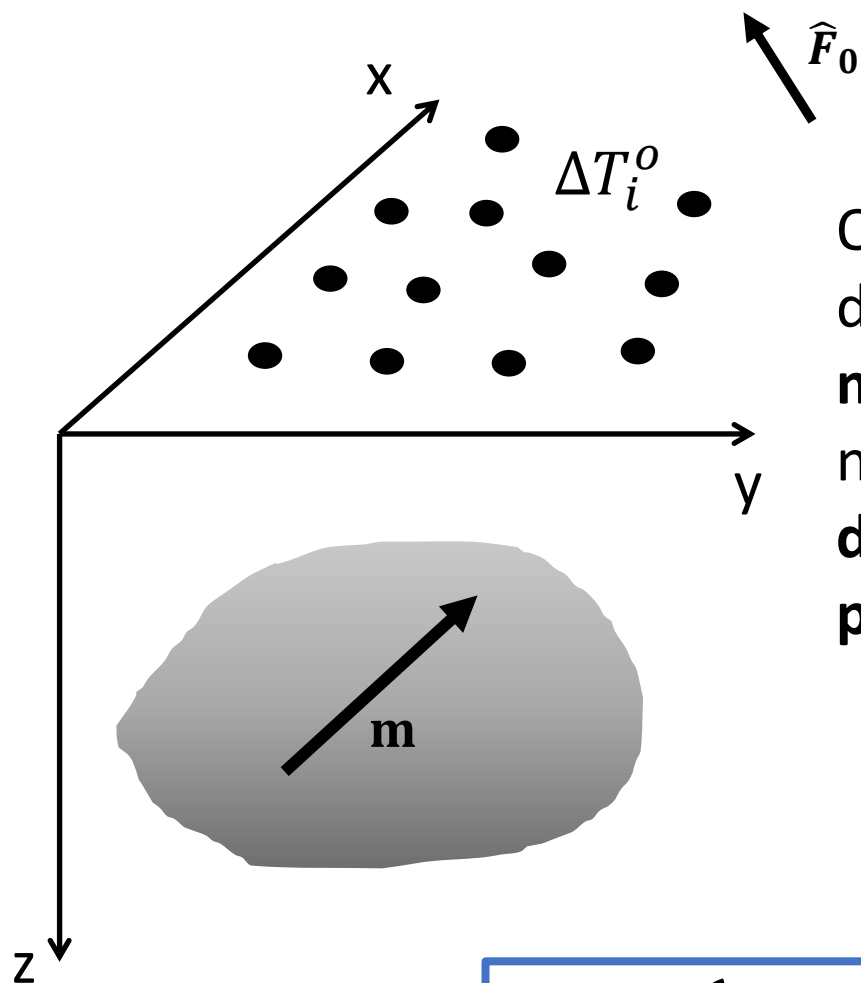
Função objetivo

$$\psi(\mathbf{p}) = \|\Delta\mathbf{T}^o - \Delta\mathbf{T}(\mathbf{p})\|_2^2 + \mu\|\mathbf{p}\|_2^2$$

Vetor de dados
observados

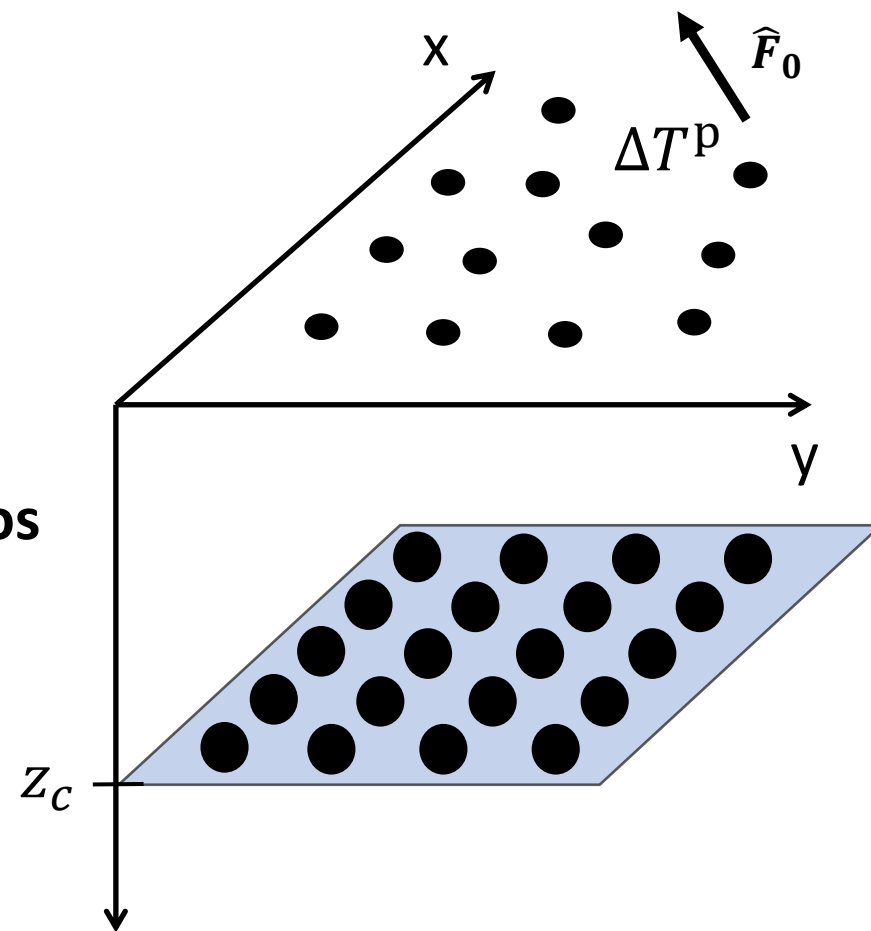
Vetor de dados
preditos₁₁

Fonte geológica



Queremos estimar uma distribuição de **momentos magnético** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

Camada equivalente



$$(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mu \mathbf{I}) \bar{\mathbf{p}} = \mathbf{G}^T \Delta \mathbf{T}^o$$

$\Delta \mathbf{T}^o$

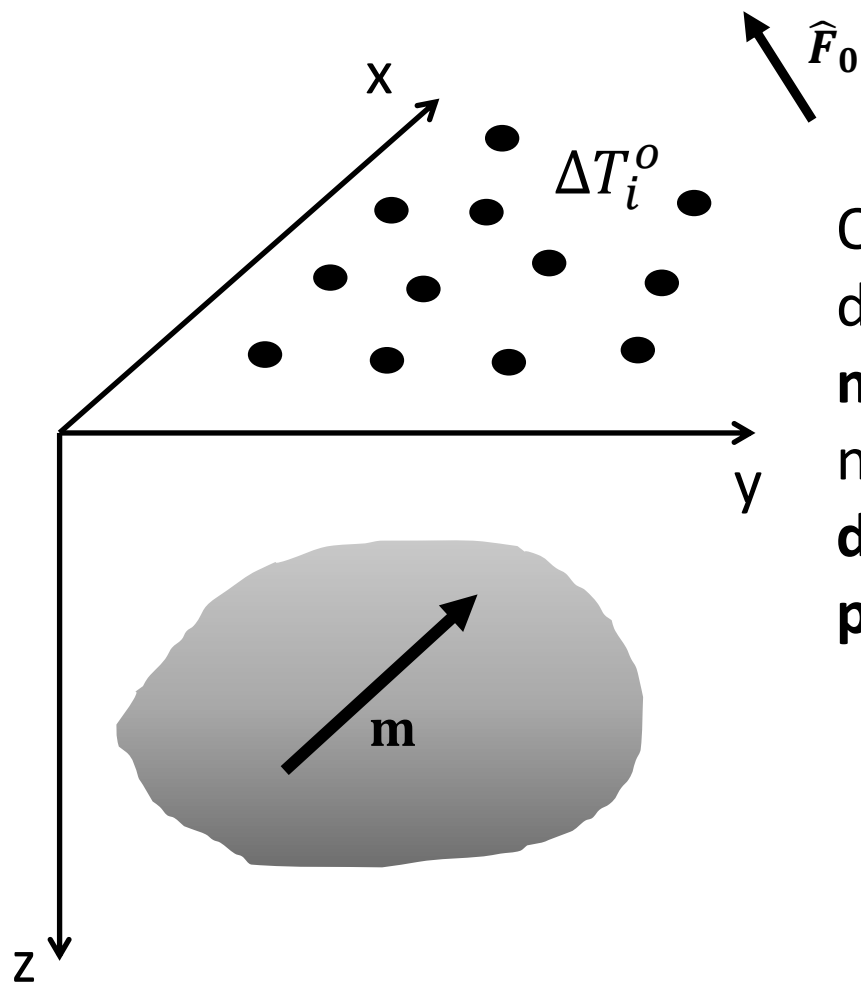
Vetor de dados
observados

Estimador de mínimos quadrados
regularizado

$\Delta \mathbf{T}(p)$

Vetor de dados
preditos₁₂

Fonte geológica



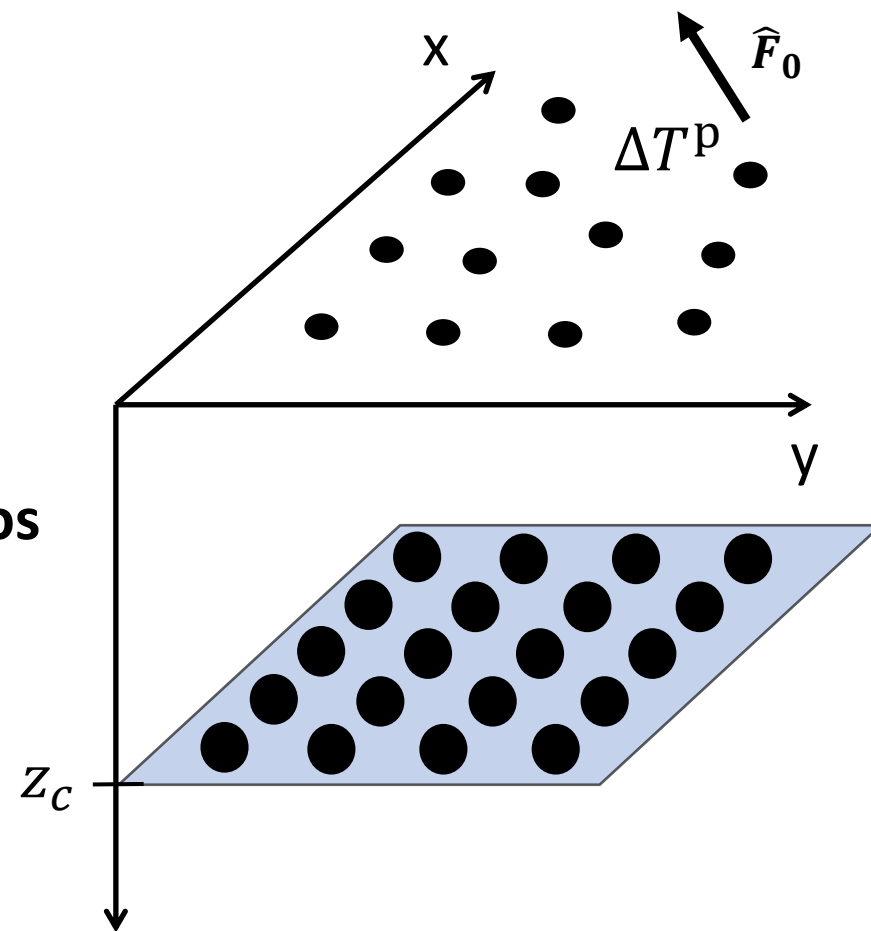
Queremos estimar uma distribuição de **momentos magnético** que minimiza a norma Euclidiana entre os **dados observados** e os **dados preditos** pela camada

ΔT^o
Vetor de dados
observados

$$\Delta T = T \bar{p}$$

Dado transformado

Camada equivalente



$\Delta T(p)$
Vetor de dados
preditos₁₃

Redução ao polo utilizando a Camada equivalente

Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100 \text{ m}$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

$$(dx, dy) = (20, 40)$$

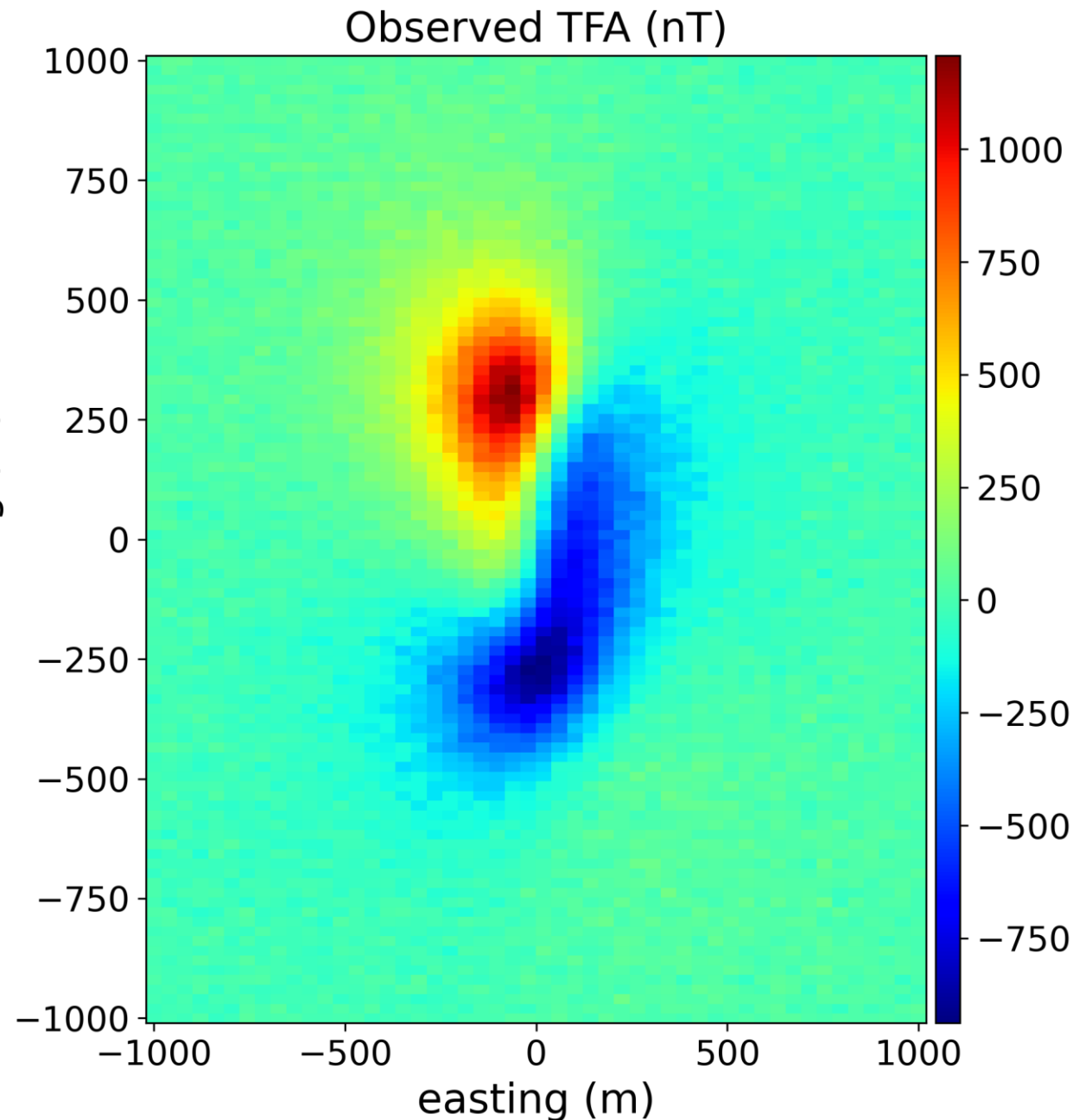
$$(I_0, D_0) = (-15^\circ, -15^\circ)$$

**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-40^\circ, -50^\circ)$$

**Direção de
magnetização
verdadeira**

Os dados foram
contaminados com
ruído gaussiano de
média zero e 25 nT!



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15^\circ, -15^\circ)$$

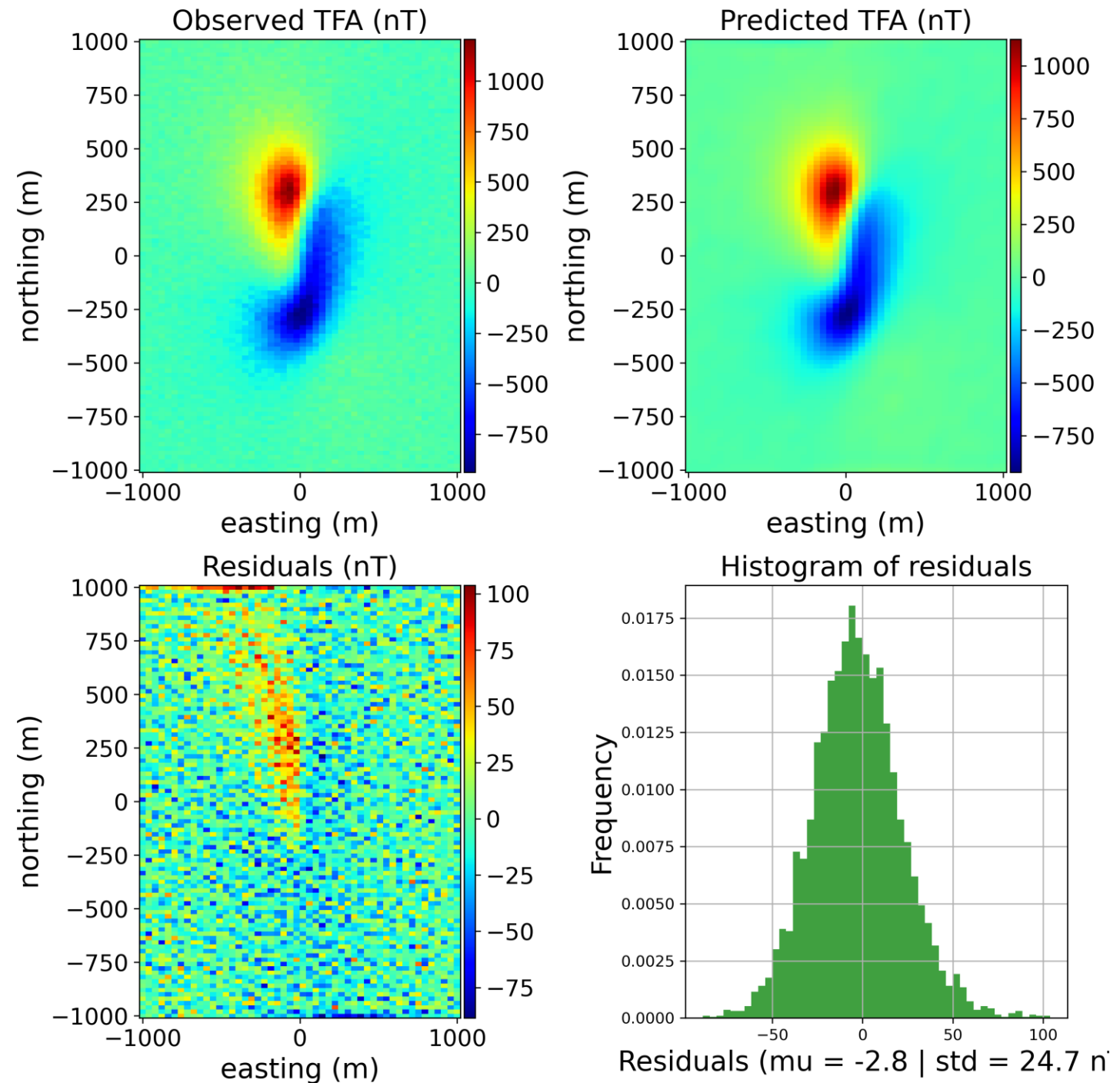
**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-40^\circ, -50^\circ)$$

**Direção de
magnetização do
corpo**

$$(I, D) = (-40^\circ, -50^\circ)$$

**Direção de
magnetização dos
dipolos**



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15^\circ, -15^\circ)$$

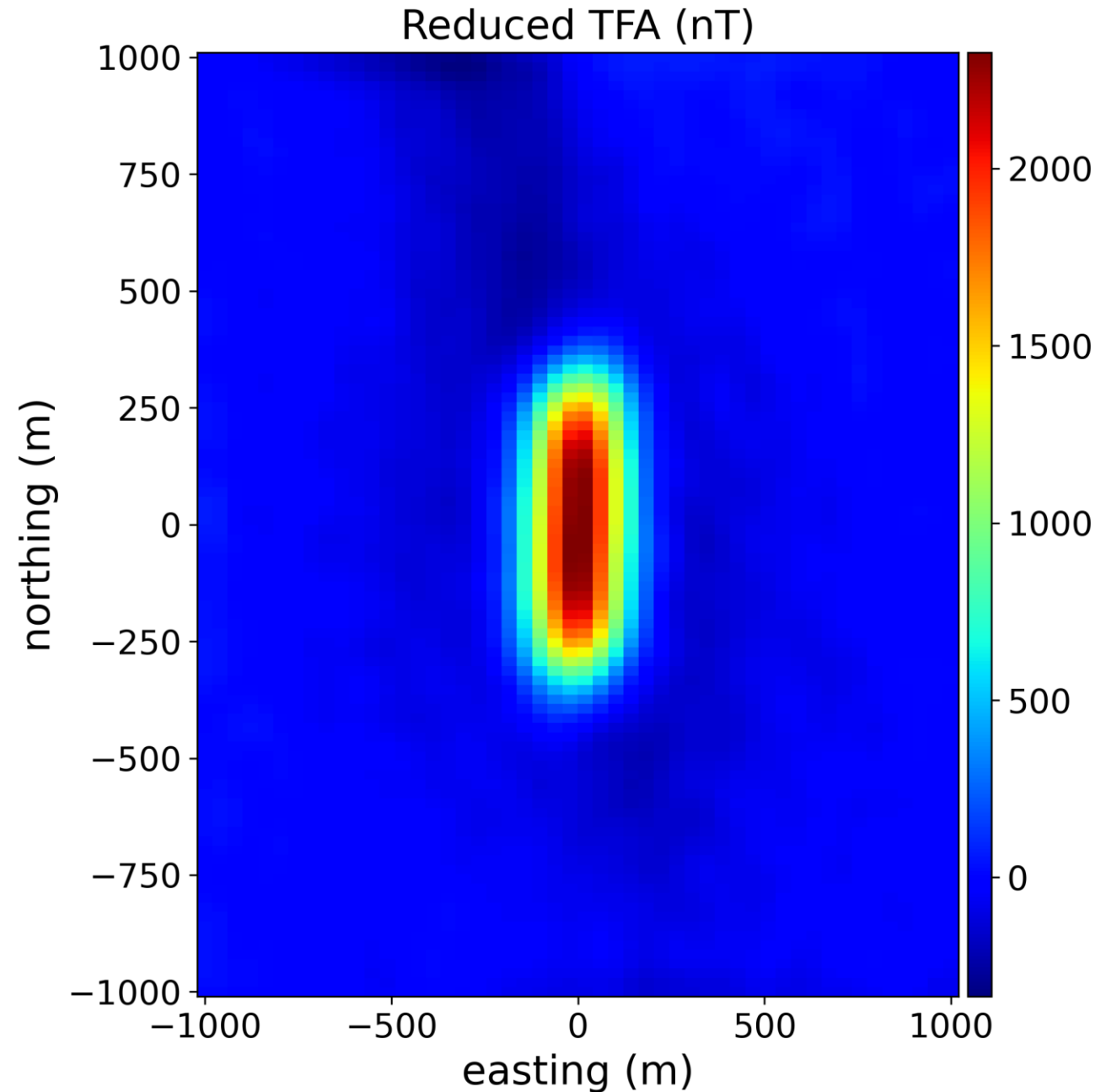
**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-40^\circ, -50^\circ)$$

**Direção de
magnetização do
corpo**

$$(I, D) = (-40^\circ, -50^\circ)$$

**Direção de
magnetização dos
dipolos**



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15^\circ, -15^\circ)$$

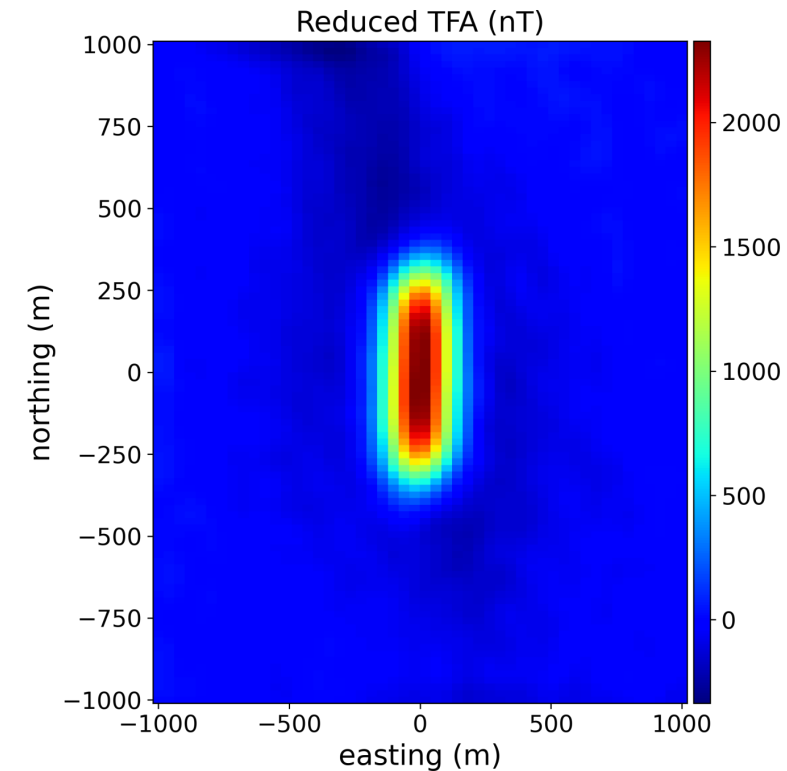
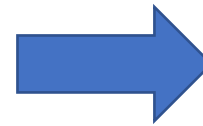
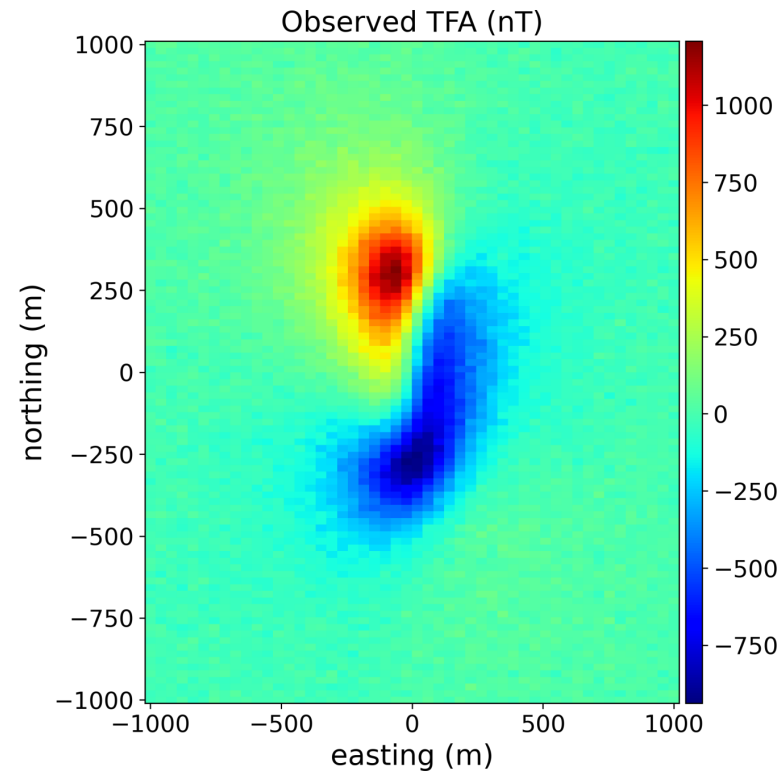
**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-40^\circ, -50^\circ)$$

**Direção de
magnetização do
corpo**

$$(I, D) = (-40^\circ, -50^\circ)$$

**Direção de
magnetização dos
dipolos**



Continuação para cima utilizando a Camada equivalente

Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100 \text{ m}$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

$$(dx, dy) = (20, 40)$$

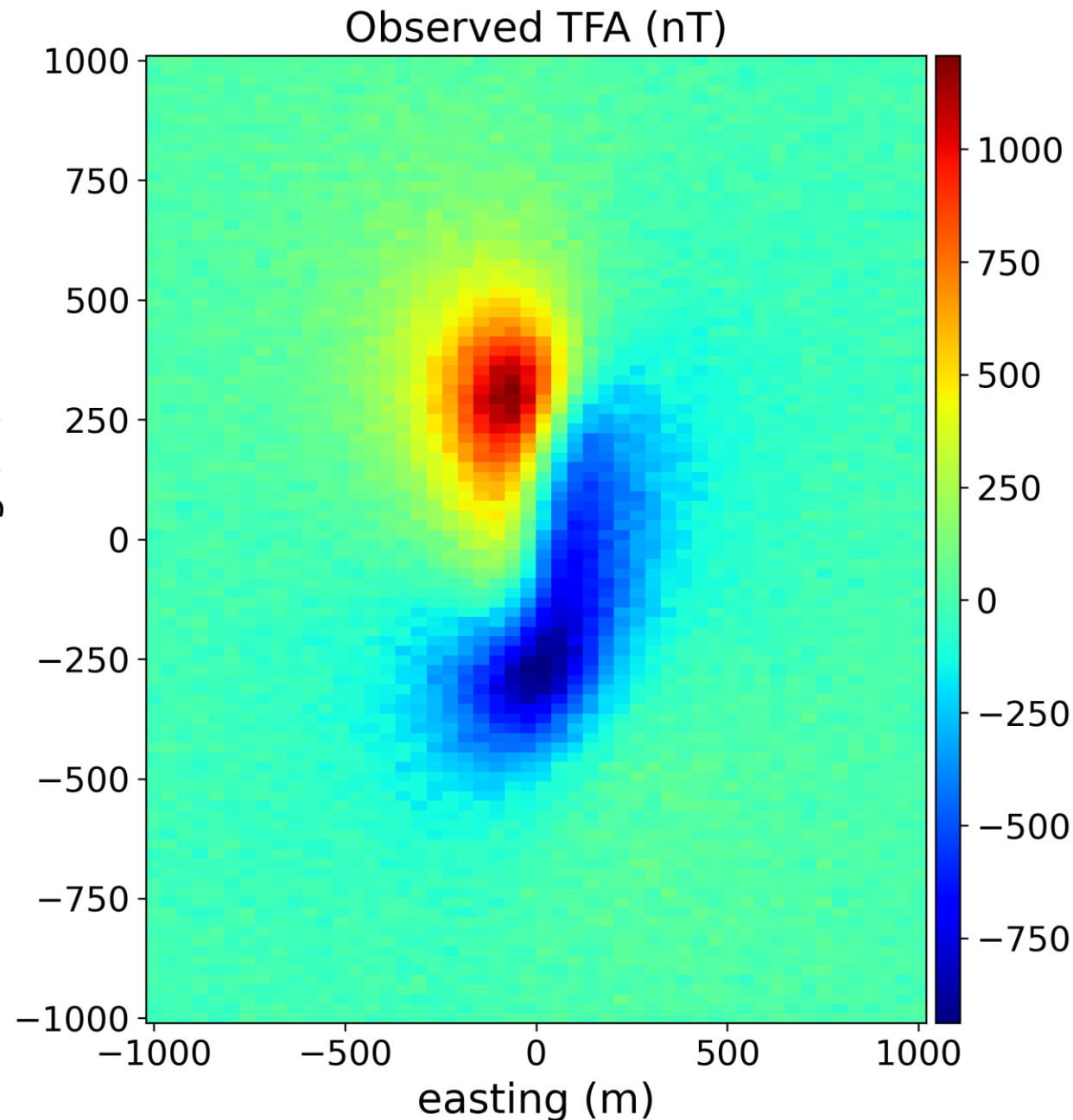
$$(I_0, D_0) = (-15^\circ, -15^\circ)$$

**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-40^\circ, -50^\circ)$$

**Direção de
magnetização
verdadeira**

Os dados foram
contaminados com
ruído gaussiano de
média zero e 25 nT!



Resultado da inversão

$$(I_0, D_0) = (-15^\circ, -15^\circ)$$

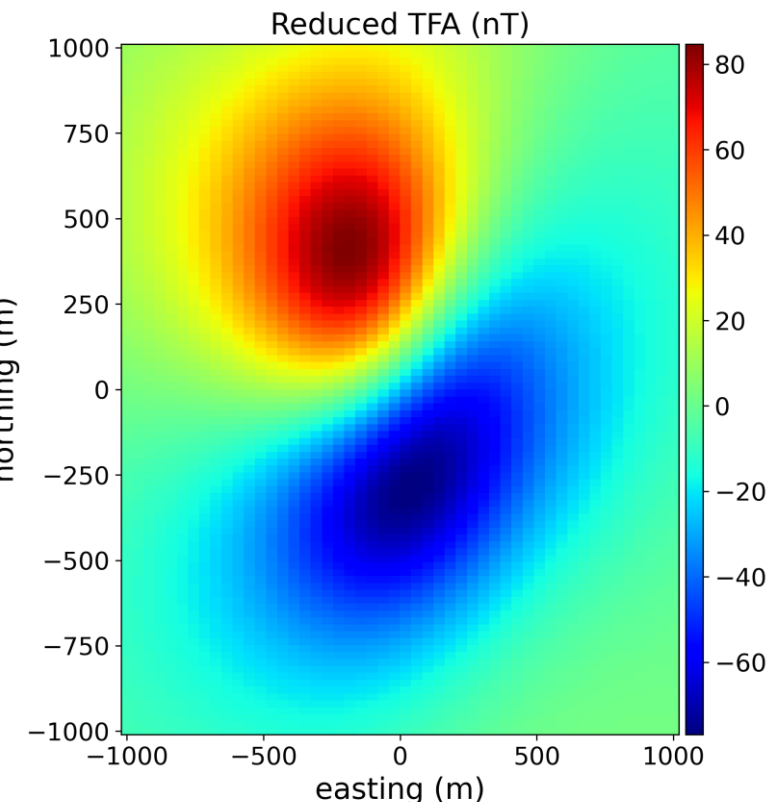
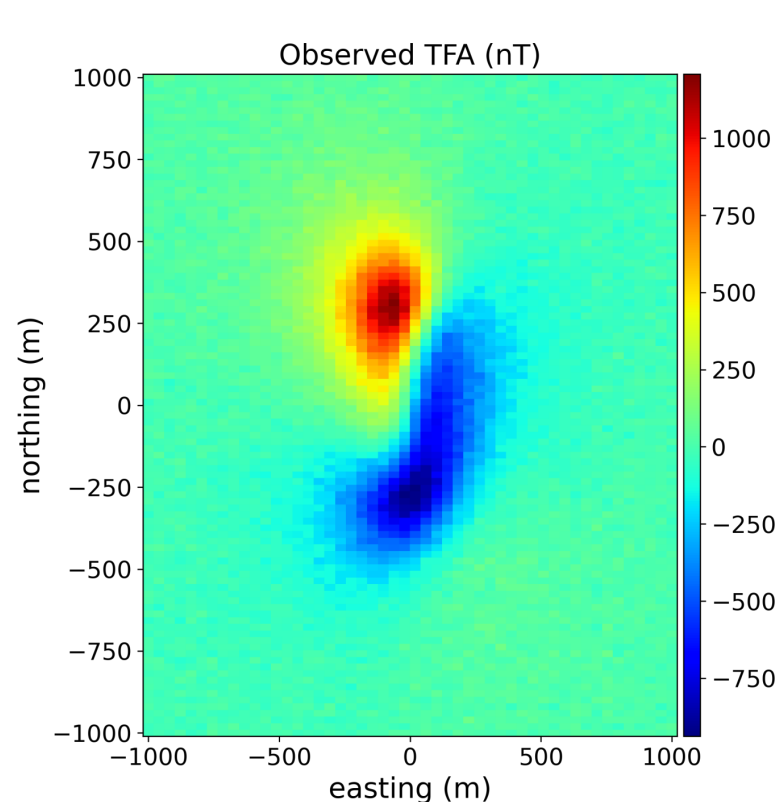
**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-40^\circ, -50^\circ)$$

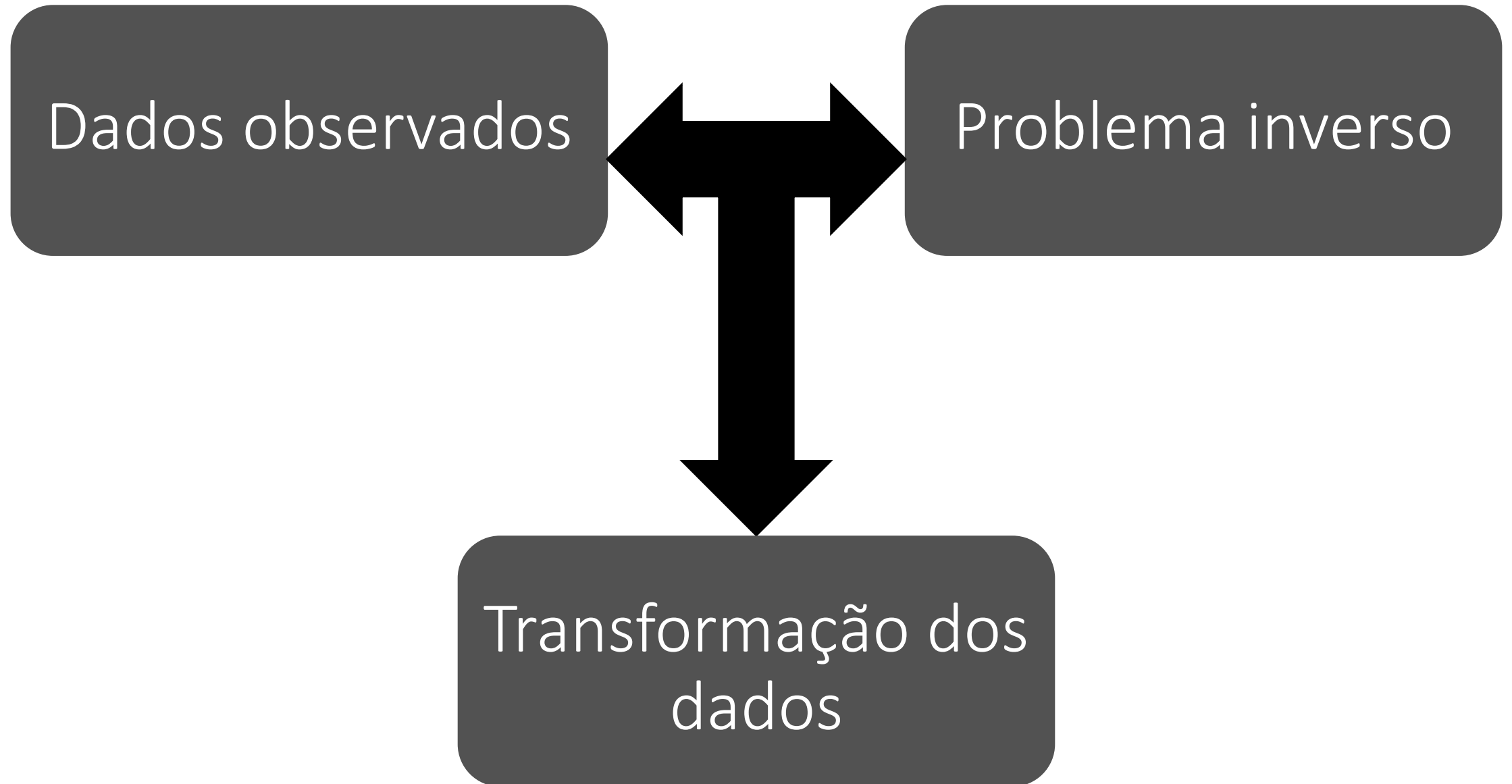
**Direção de
magnetização do
corpo**

$$h = 100 \text{ m}$$

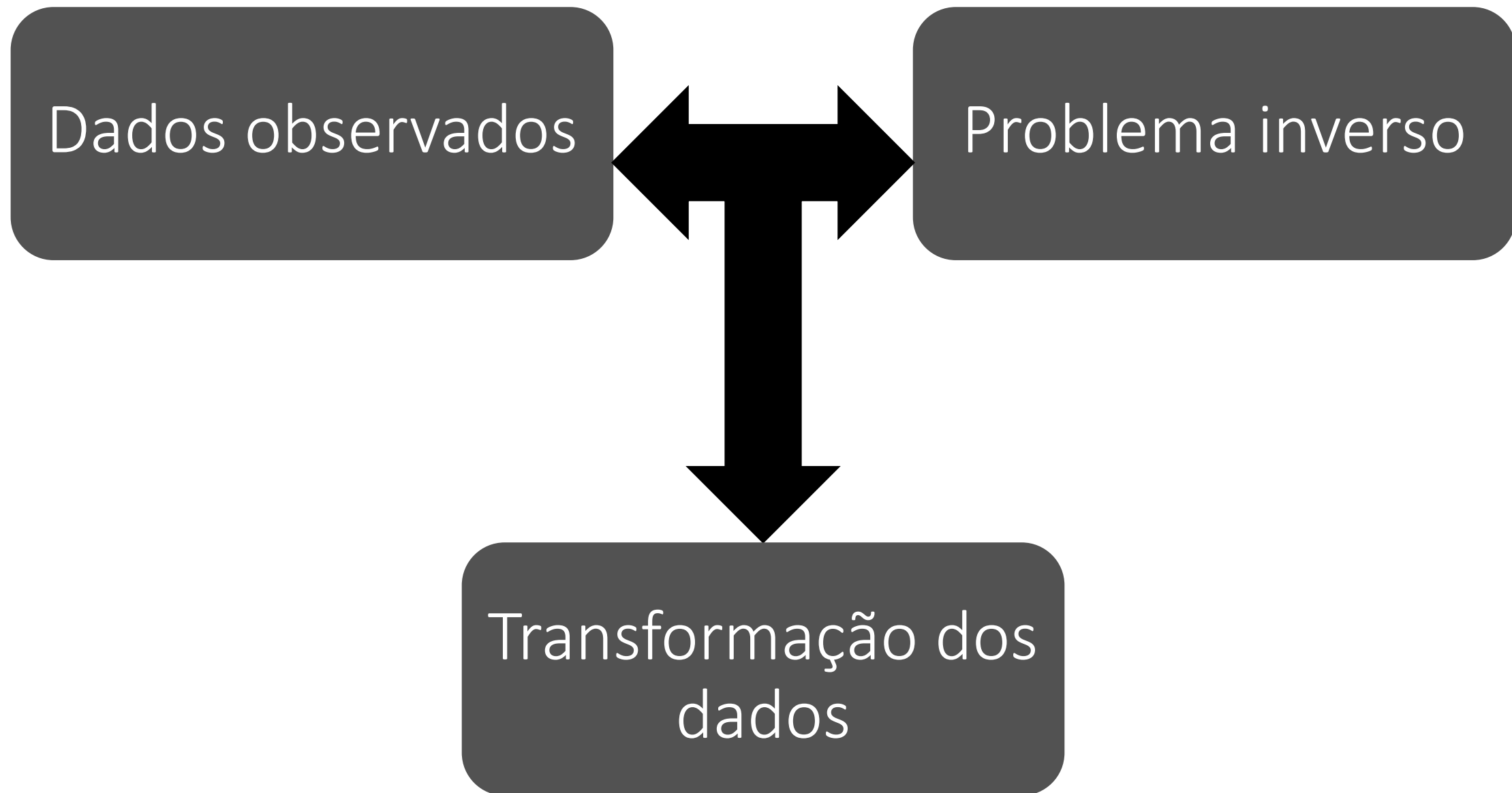
$$h_{\text{up}} = 500 \text{ m}$$



Em resumo:



Estima um conjunto de parâmetros resolvendo um sistema linear



Estima um conjunto de parâmetros resolvendo um sistema linear



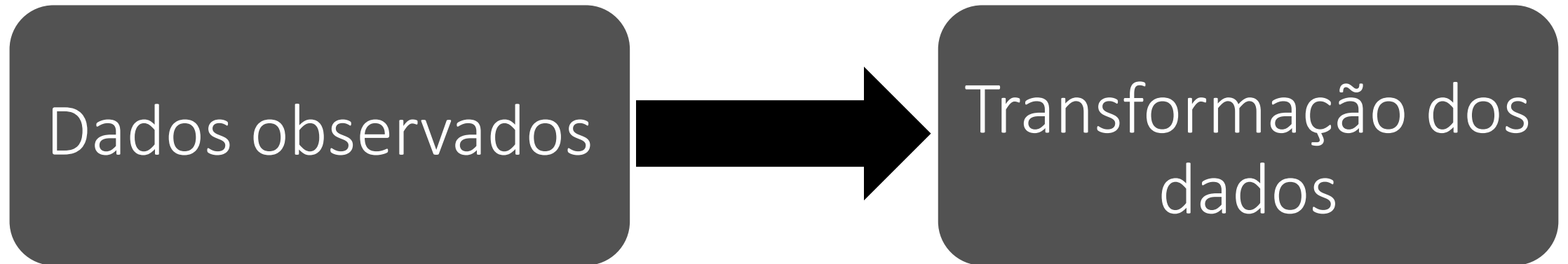
Processamento de dados potenciais no domínio da frequência

Diferente da técnica da camada equivalente (domínio do espaço), os processamentos no domínio da frequência são realizados através da transformada de Fourier

Diferente da técnica da camada equivalente (domínio do espaço), os processamentos no domínio da frequência são realizados através da transformada de Fourier

É um procedimento no qual dispensa a formulação de um problema inverso!

Realiza uma transformação nos dados observados e aplica um filtro no domínio de fourier



O que é uma transformada de
Fourier?

É uma transformação que decompõe um determinado sinal em seu conteúdo de frequências e amplitudes, no qual, em termos práticos, as operações neste domínio se tornam mais simples.

É uma transformação que decompõe um determinado sinal em seu conteúdo de frequências e amplitudes, no qual, em termos práticos, as operações neste domínio se tornam mais simples.

$$F(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$

Transformada de Fourier

É uma transformação que decompõe um determinado sinal em seu conteúdo de frequências e amplitudes, no qual, em termos práticos, as operações neste domínio se tornam mais simples.

$$F(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$

Transformada de Fourier

Número de
onda

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

É uma transformação que decompõe um determinado sinal em seu conteúdo de frequências e amplitudes, no qual, em termos práticos, as operações neste domínio se tornam mais simples.

$$F(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$

Transformada de Fourier

Número de
onda

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

É, de modo geral, uma função complexa!

Uma outra operação que é de particular importância é a transformada inversa de Fourier.

Uma outra operação que é de particular importância é a transformada inversa de Fourier.

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k) e^{-ikx} dk$$

Transformada inversa de Fourier

Uma outra operação que é de particular importância é a **transformada inversa de Fourier**.

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k) e^{-ikx} dk$$

Transformada inversa de Fourier

Existe a extensão da transformada de Fourier para funções com mais variáveis.

Portanto a transformada de Fourier e sua inversa para uma função de duas variáveis serão dadas por:

$$F(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy$$

Transformada de Fourier

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

Transformada inversa de Fourier

De forma mais simplificada, podemos expressar a transformada de Fourier somente como:

De forma mais simplificada, podemos expressar a transformada de Fourier somente como:

$$\mathcal{F}[f] = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy$$

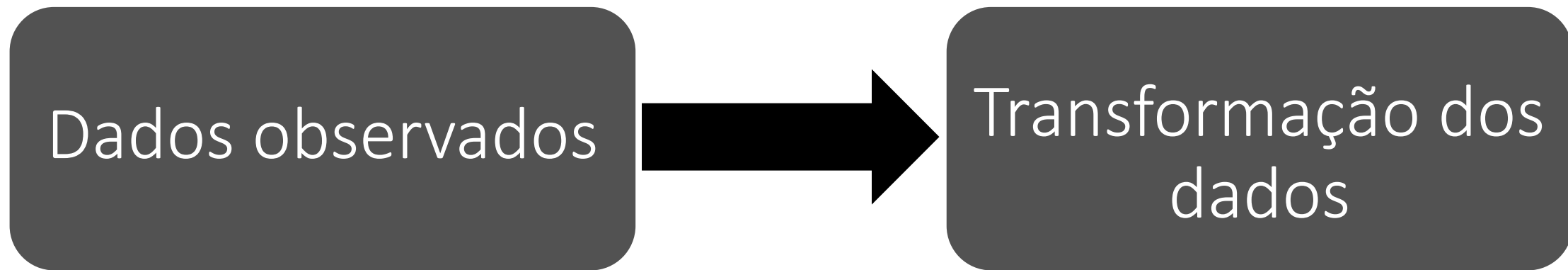
Transformada de Fourier

$$\mathcal{F}^{-1}[f] = \frac{1}{4\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} F(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

Transformada inversa de Fourier

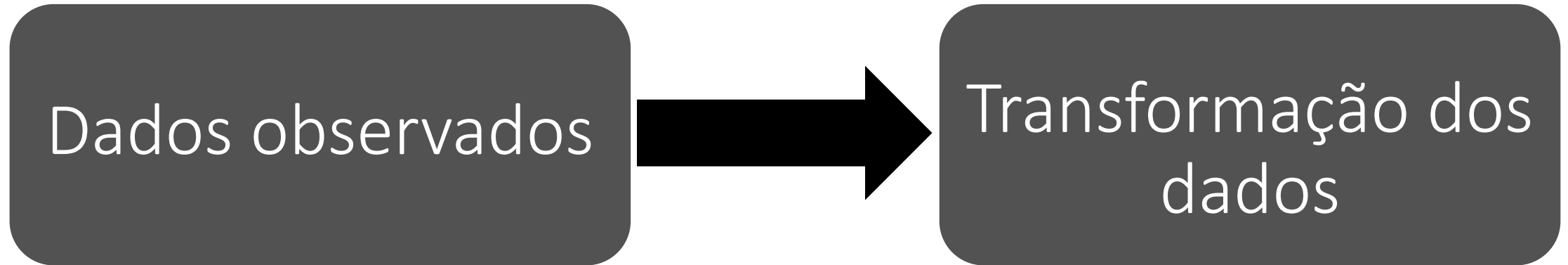
É a partir das operações realizadas no domínio de Fourier que podemos fazer modelagens e transformações nos dados potenciais!

Como acontece na prática?



Como acontece na prática?

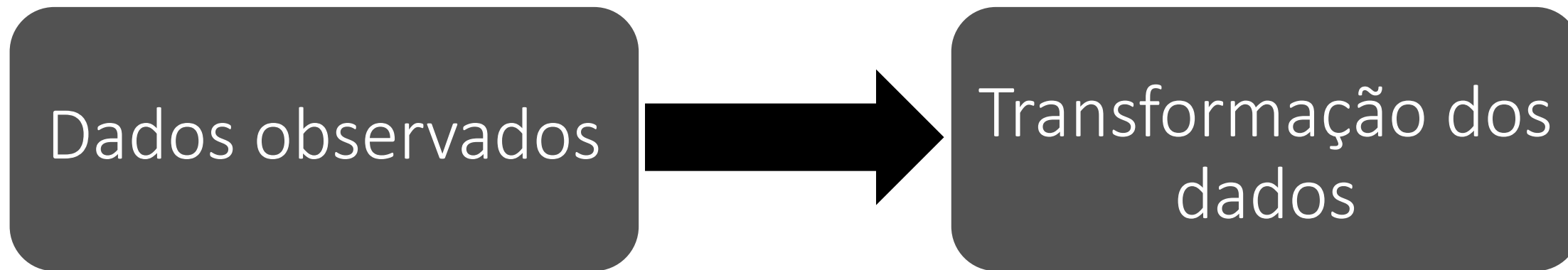
Realiza uma transformação nos dados observados e aplica um filtro no domínio de fourier



$$\mathcal{F}[\mathbf{d}^{tr}] = \mathcal{F}[\mathbf{d}^o] * \mathcal{F}[\psi]$$

Como acontece na prática?

Realiza uma transformação nos dados observados e aplica um filtro no domínio de fourier

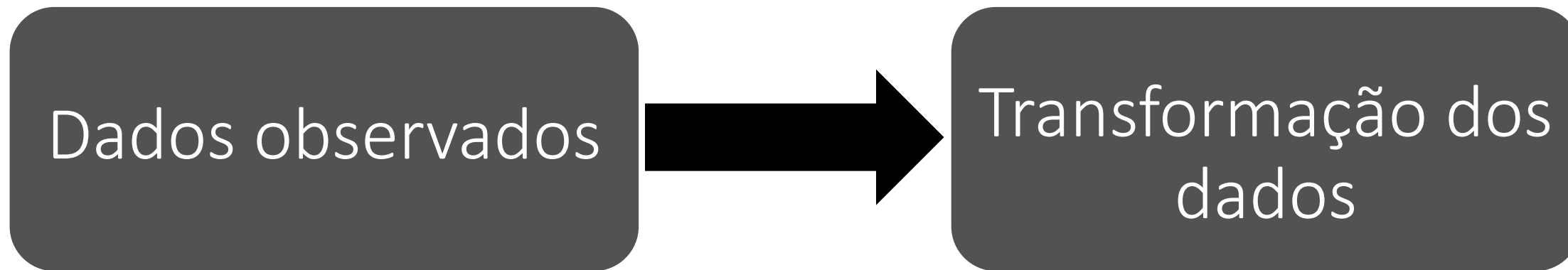


$$\mathcal{F}[\mathbf{d}^{tr}] = \mathcal{F}[\mathbf{d}^o] * \mathcal{F}[\psi]$$

Um processo de convolução!

Como acontece na prática?

Realiza uma transformação nos dados observados e aplica um filtro no domínio de fourier



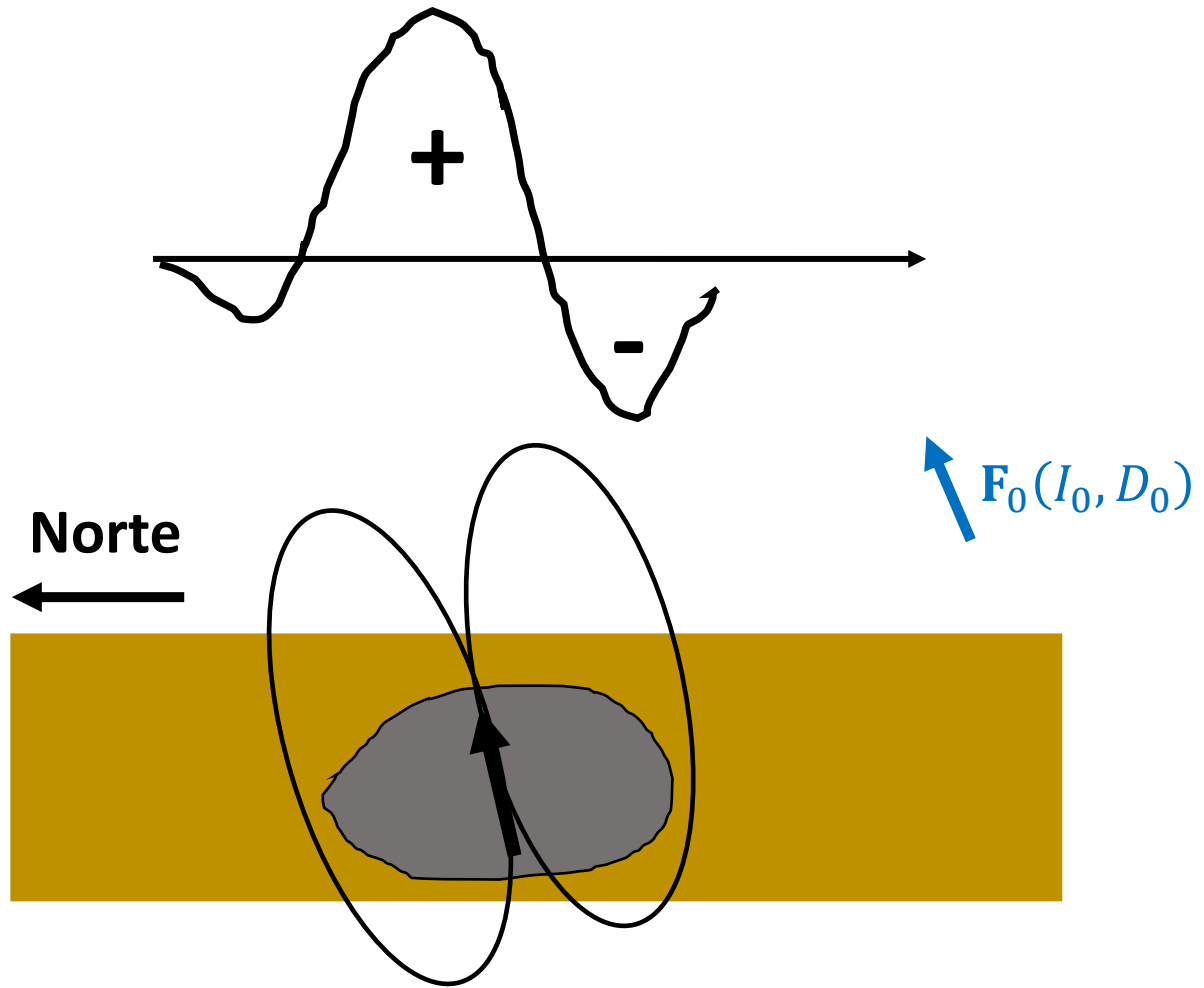
$$\mathcal{F}[\mathbf{d}^{tr}] = \mathcal{F}[\mathbf{d}^o] * \mathcal{F}[\psi]$$

Um processo de convolução!

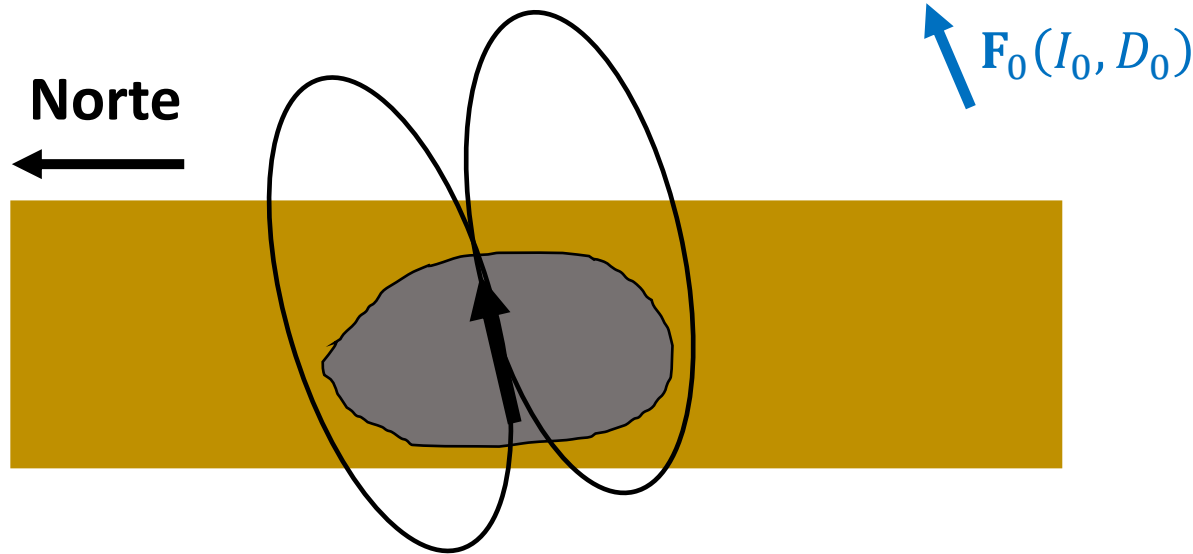
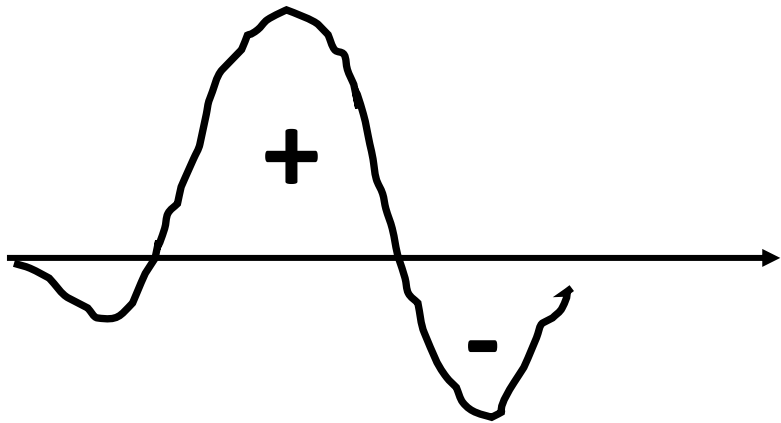
$$\mathcal{F}[\mathbf{d}^{tr}] \rightarrow \mathcal{F}^{-1}[\mathbf{d}^{tr}]$$

Redução ao polo

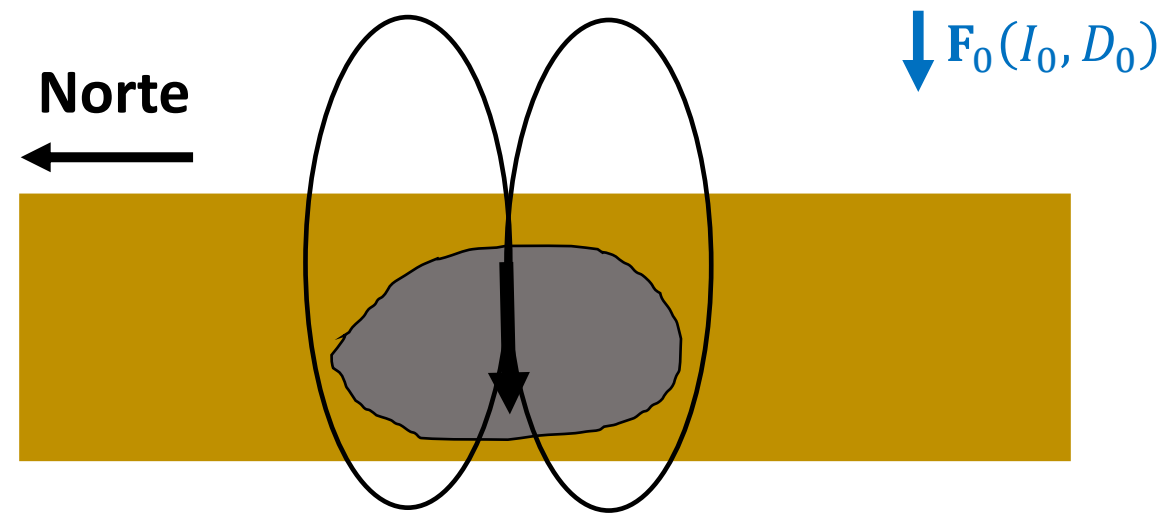
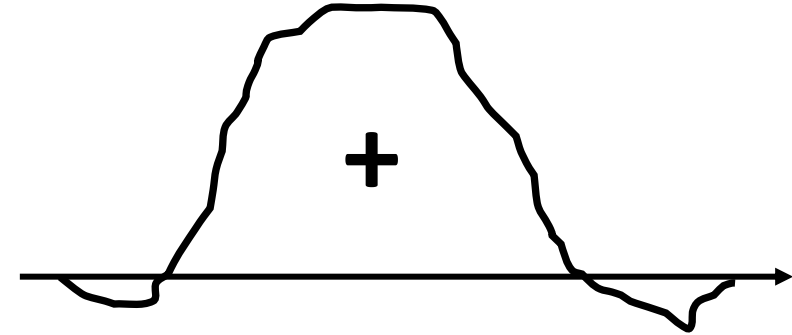
Hemisfério Sul



Hemisfério Sul

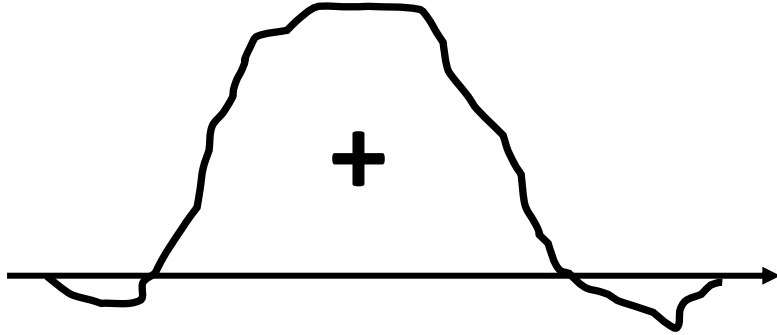


Polo Norte

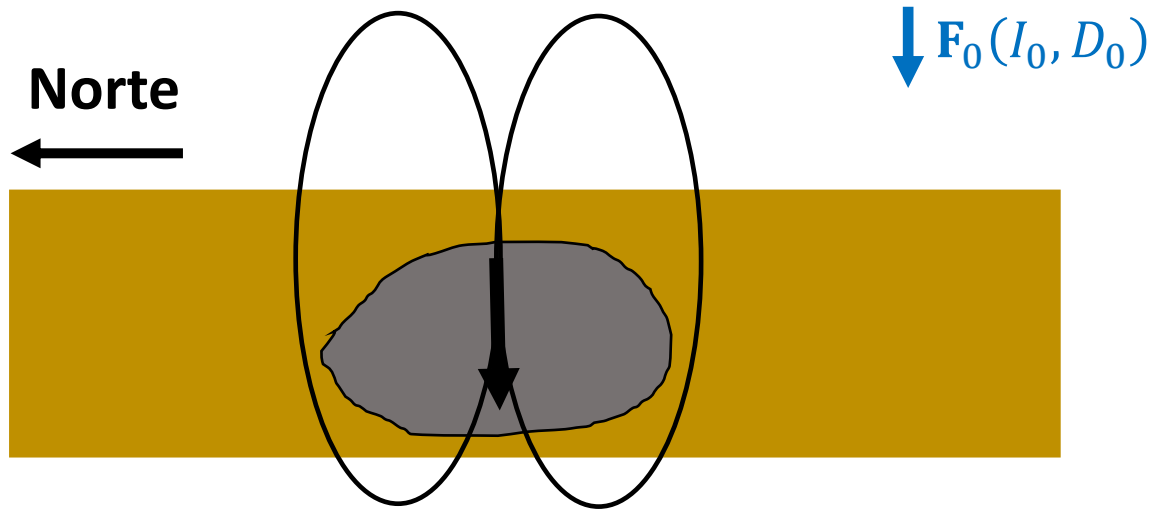


Magnetizado na vertical!

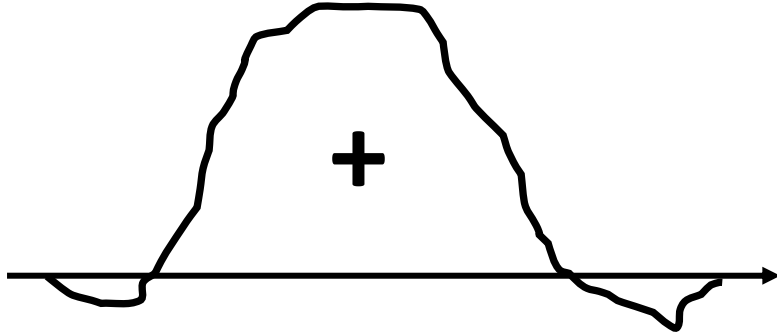
Polo Norte



Redução ao polo



Polo Norte

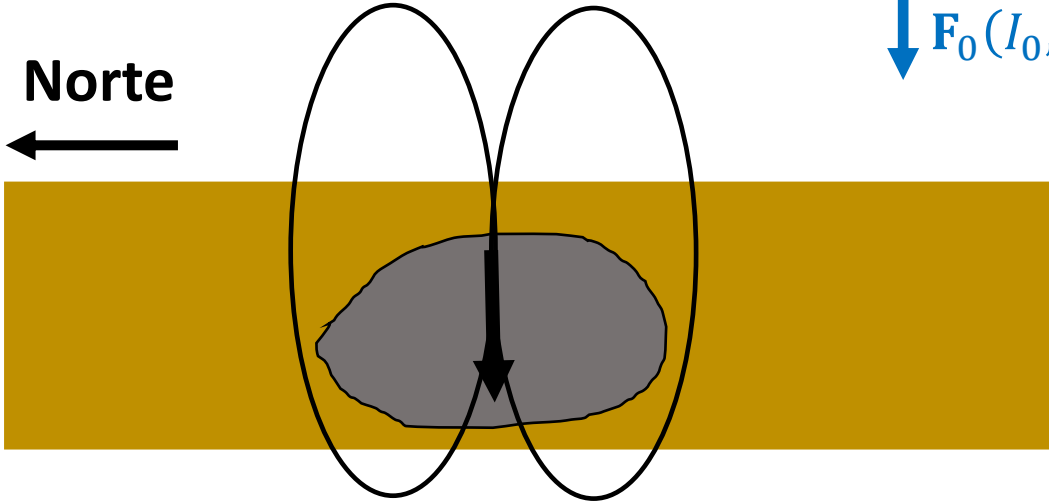


Redução ao polo

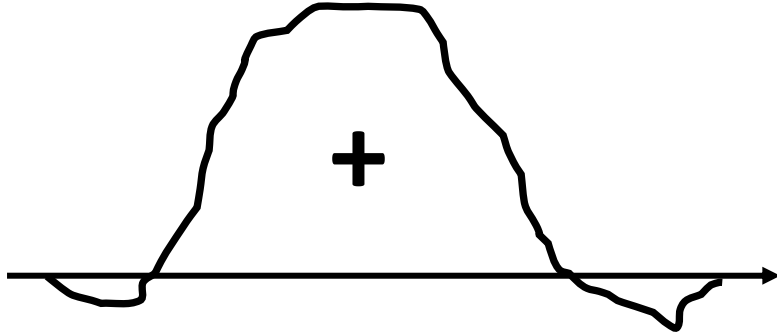
$$\mathcal{F}[\Delta T^{rt\tilde{p}}] = \mathcal{F}[\Delta T^o] * \mathcal{F}[\psi]$$

Norte

↓ $F_0(I_0, D_0)$



Polo Norte



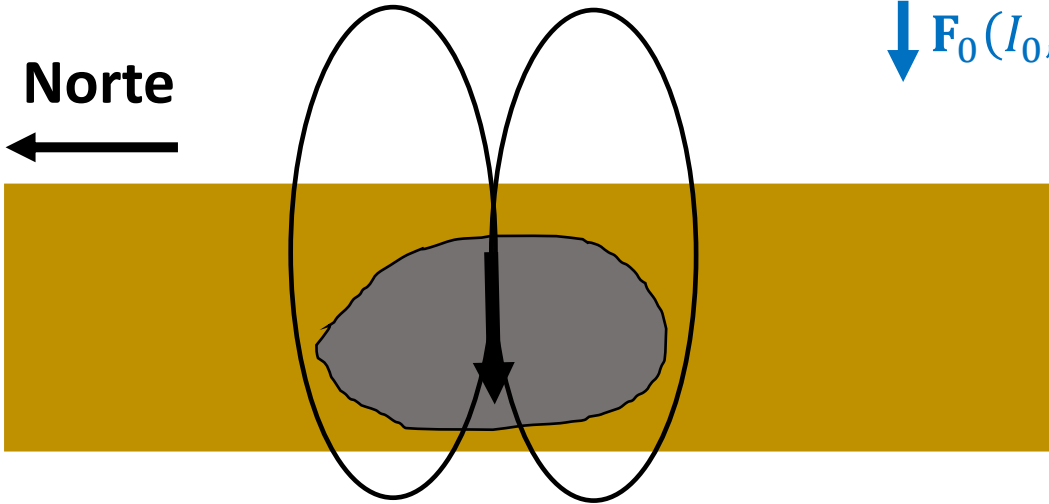
Redução ao polo

$$\mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^{rtp}] = \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o] * \mathcal{F}[\psi]$$

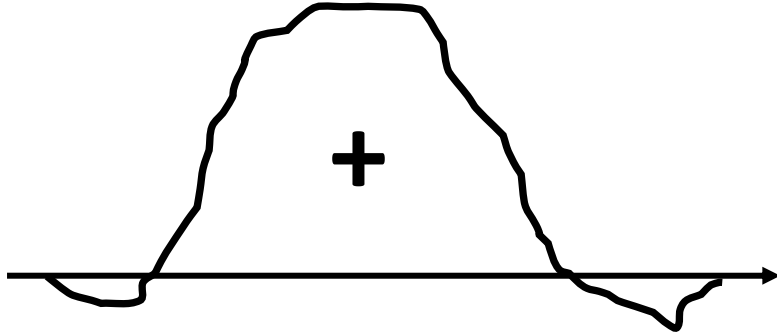
$$\mathcal{F}[\psi] = \frac{|k|^2}{a_1 k_x^2 + a_2 k_y^2 + a_3 k_x k_y + i|k|(b_1 k_x + b_2 k_y)}$$

Norte

↓ $\mathbf{F}_0(I_0, D_0)$



Polo Norte



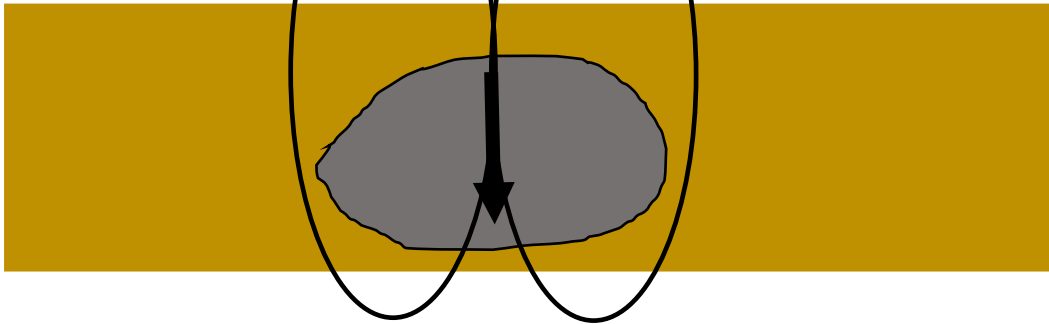
Redução ao polo

$$\mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^{rtp}] = \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o] * \mathcal{F}[\psi]$$

$$\mathcal{F}[\psi] = \frac{|k|^2}{a_1 k_x^2 + a_2 k_y^2 + a_3 k_x k_y + i|k|(b_1 k_x + b_2 k_y)}$$

↓ $\mathbf{F}_0(I_0, D_0)$

Norte



$$a_1 = m_z F_{0z} - m_x F_{0x}$$

$$a_2 = m_z F_{0z} - m_y F_{0y}$$

$$a_3 = -m_y F_{0x} - m_x F_{0y}$$

$$b_1 = m_x F_{0z} + m_z F_{0x}$$

$$b_2 = m_y F_{0z} + m_z F_{0y}$$

Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100 \text{ m}$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

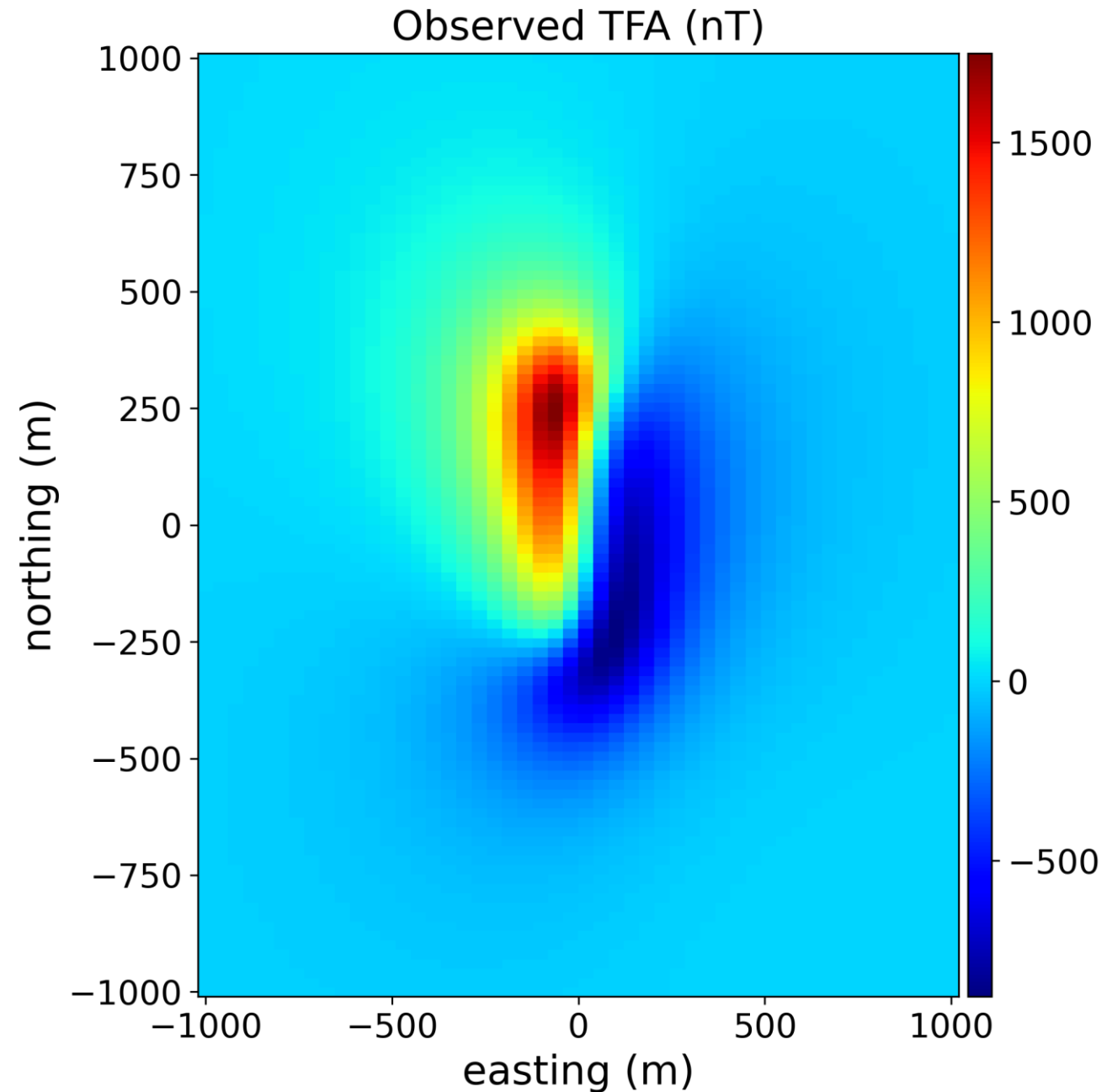
$$(dx, dy) = (20, 40)$$

$$(I_0, D_0) = (-50^\circ, -40^\circ)$$

**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-30^\circ, -30^\circ)$$

**Direção de
magnetização
verdadeira**



Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100 \text{ m}$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

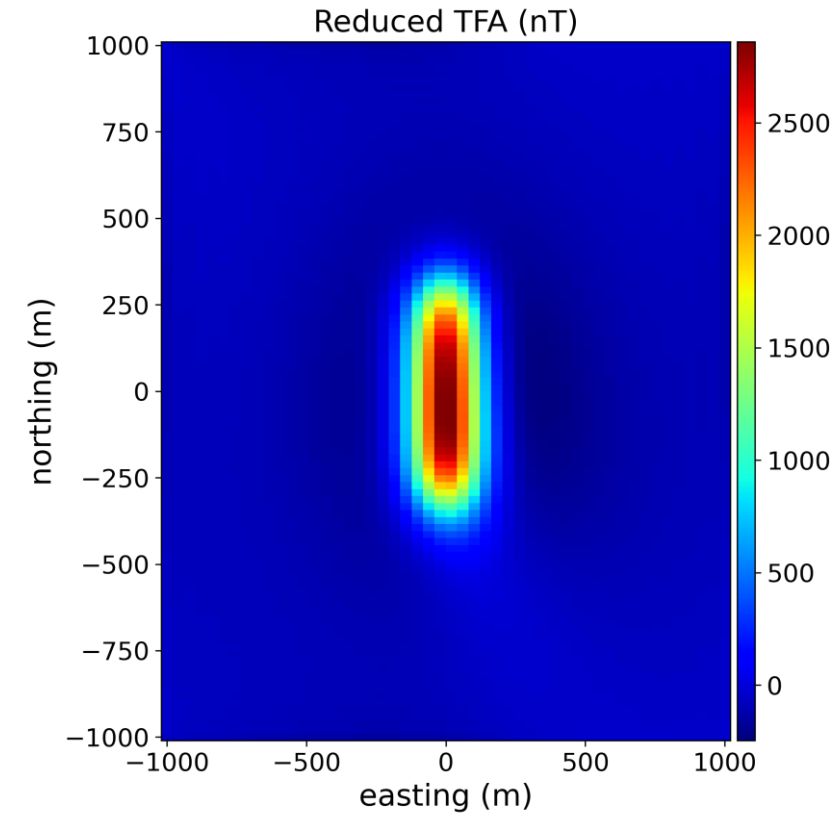
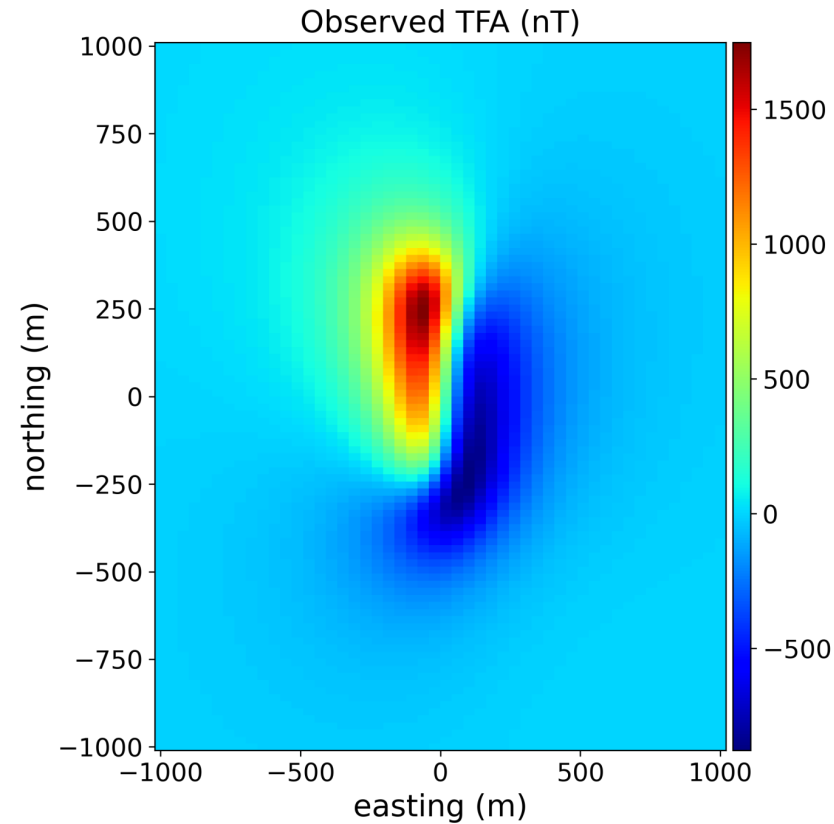
$$(dx, dy) = (20, 40)$$

$$(I_0, D_0) = (-50^\circ, -40^\circ)$$

**Direção do campo
geomagnético**

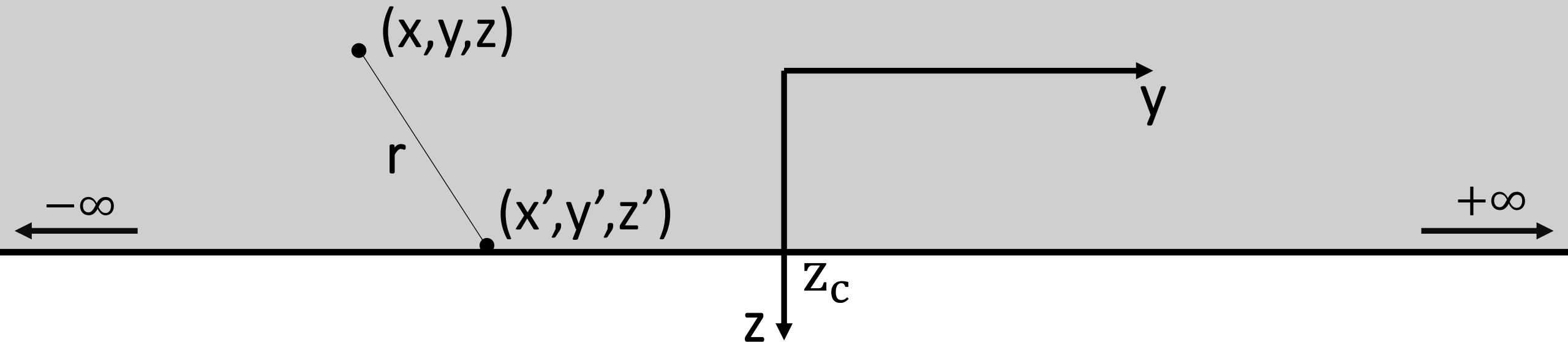
$$(I, D) = (-30^\circ, -30^\circ)$$

**Direção de
magnetização
verdadeira**



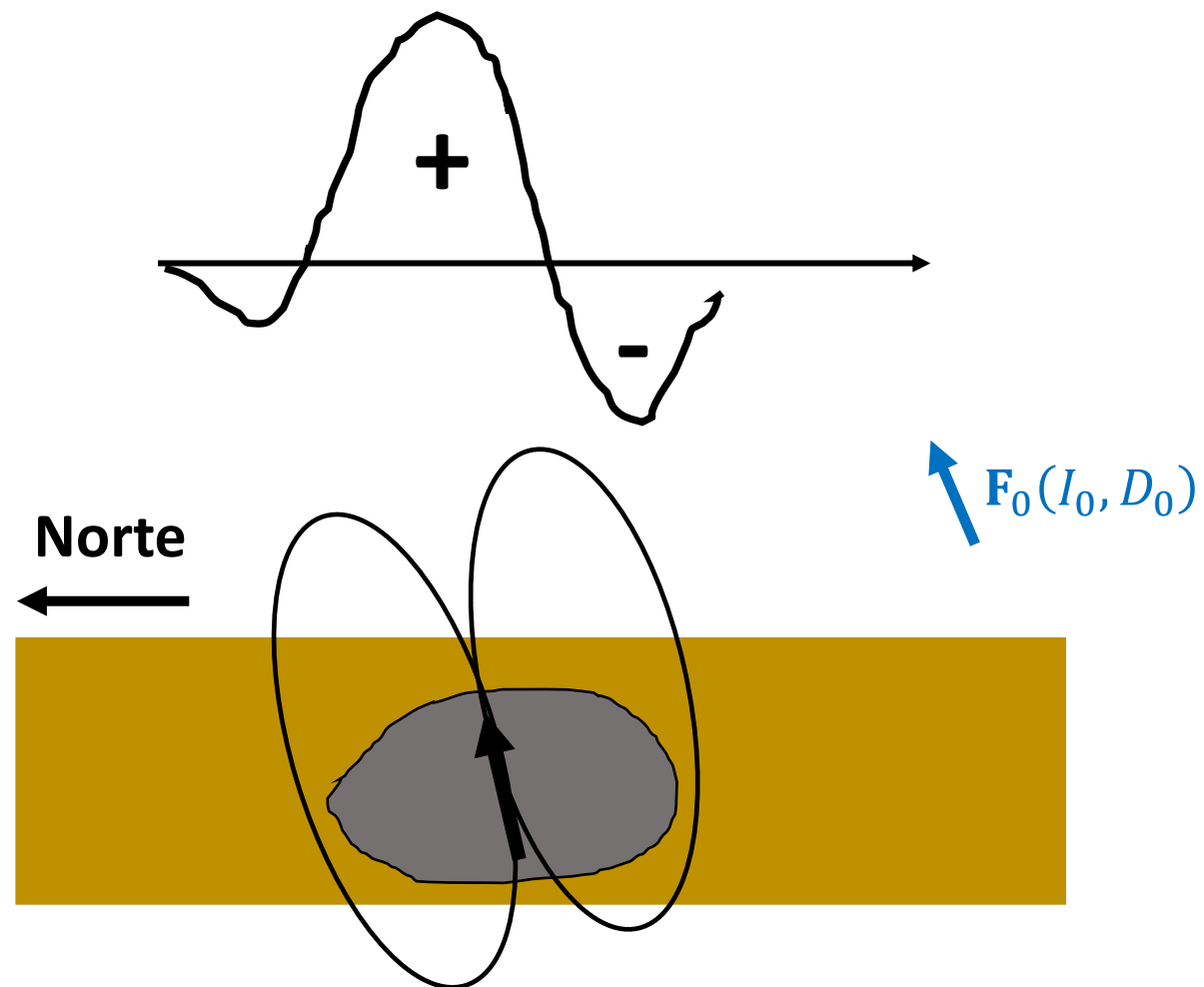
Continuação para cima

Equação de Continuação para cima

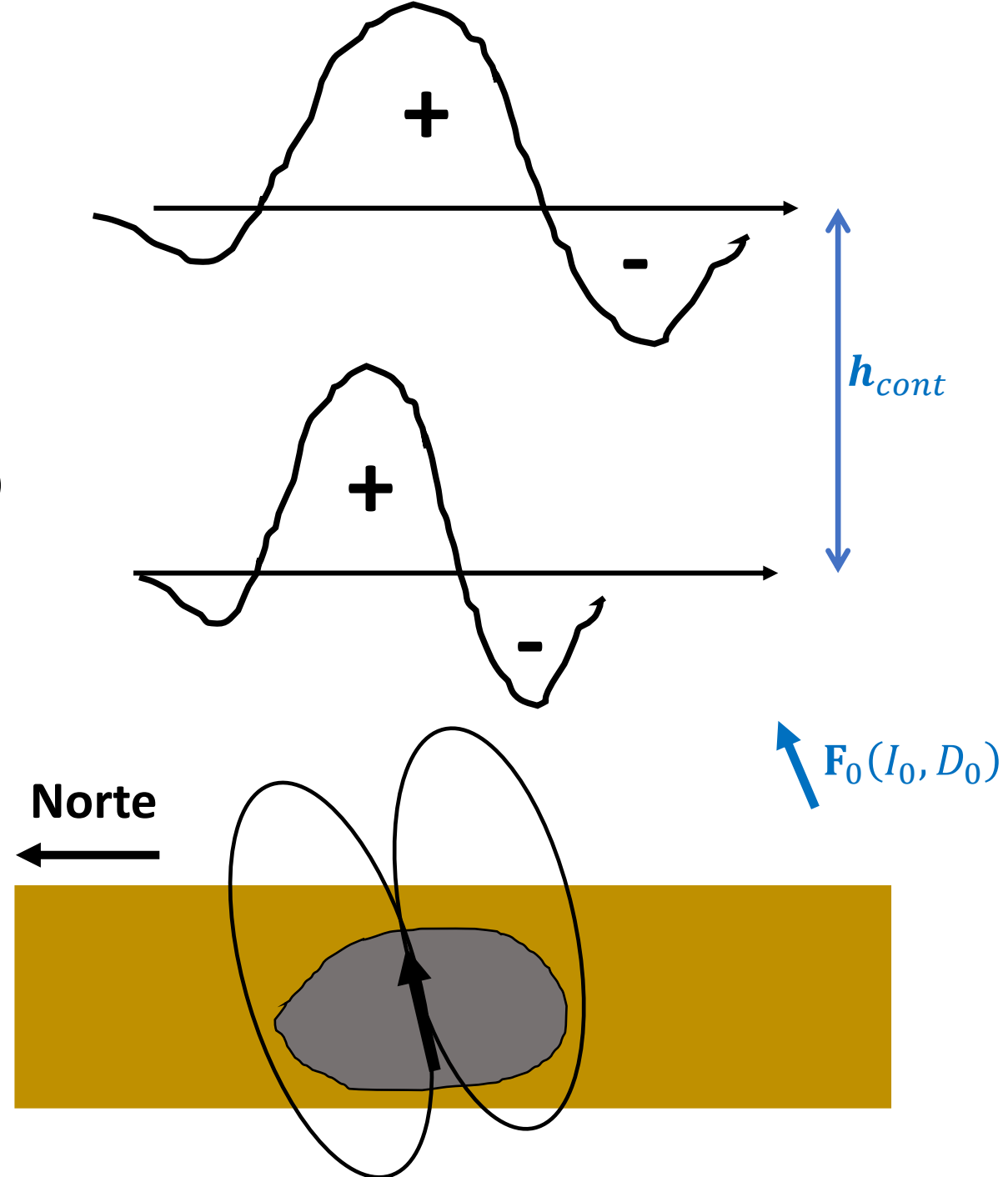


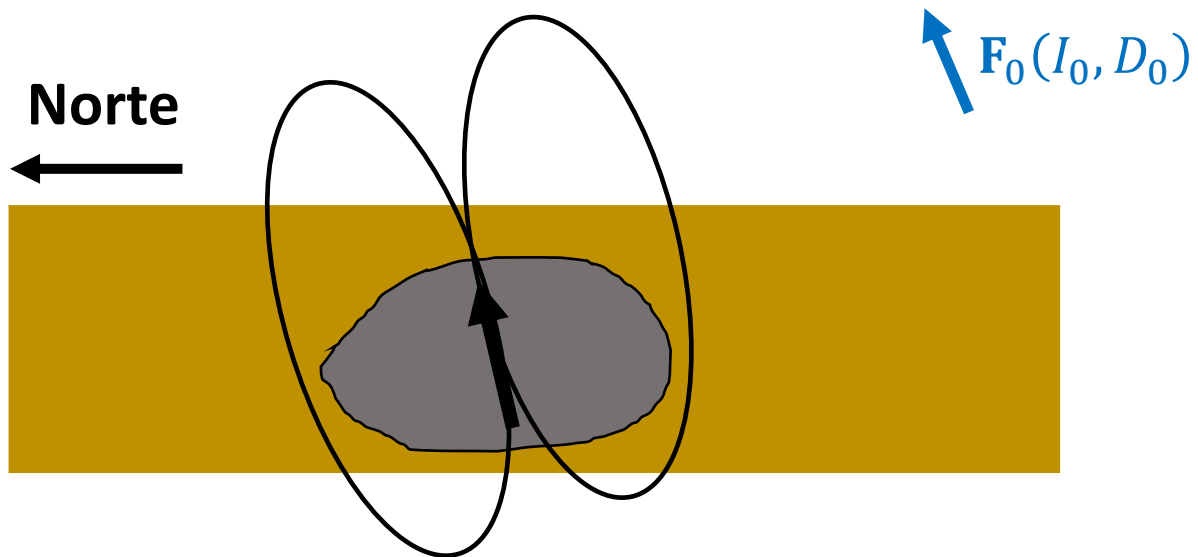
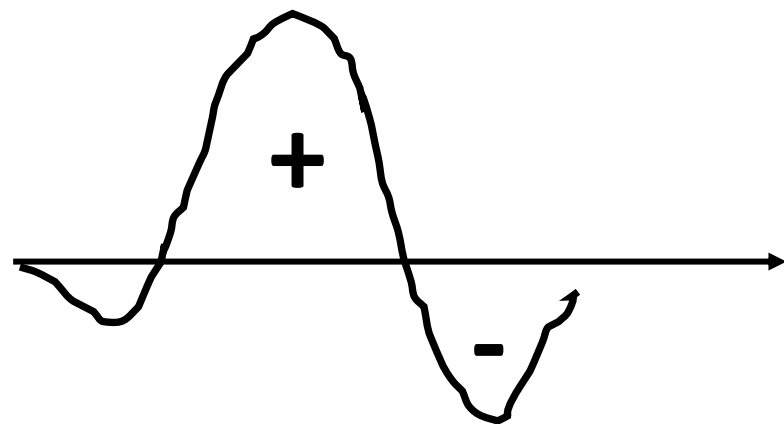
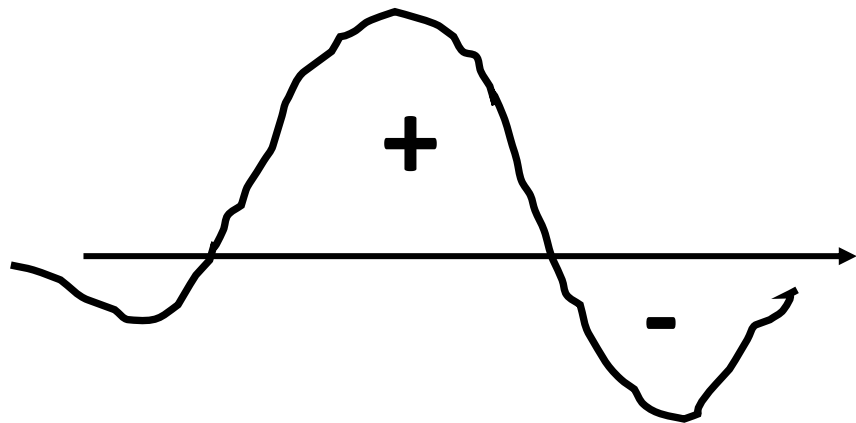
$$U(x, y, z) = \frac{(z_c - z)}{2\pi} \iint_{-\infty - \infty}^{+\infty + \infty} \frac{U(x', y', z_c)}{[(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z_c)^2]^{\frac{3}{2}}} dx' dy'$$

Integral de continuação para cima

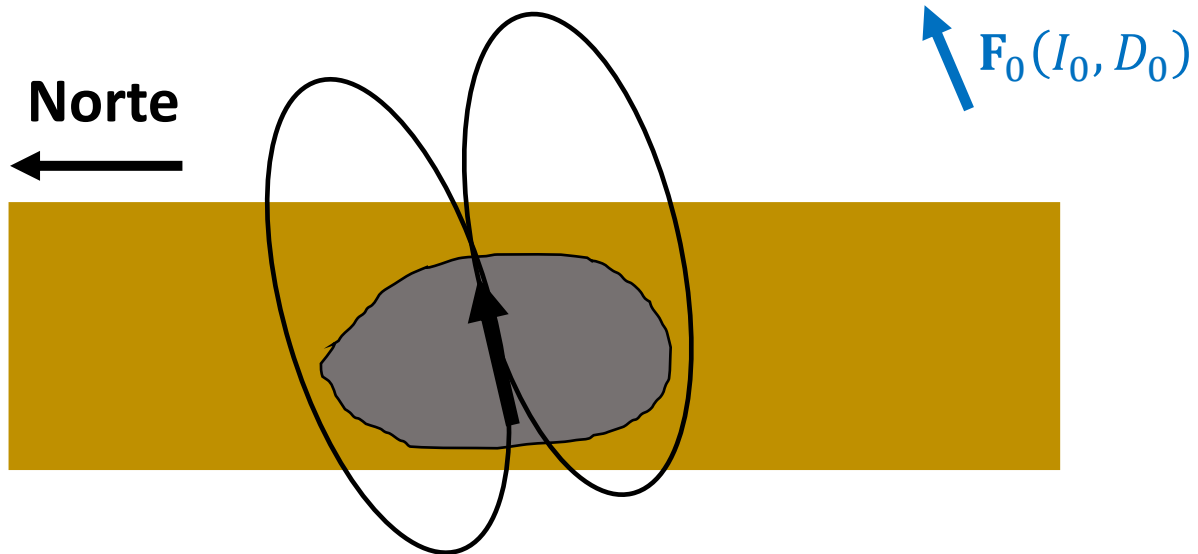
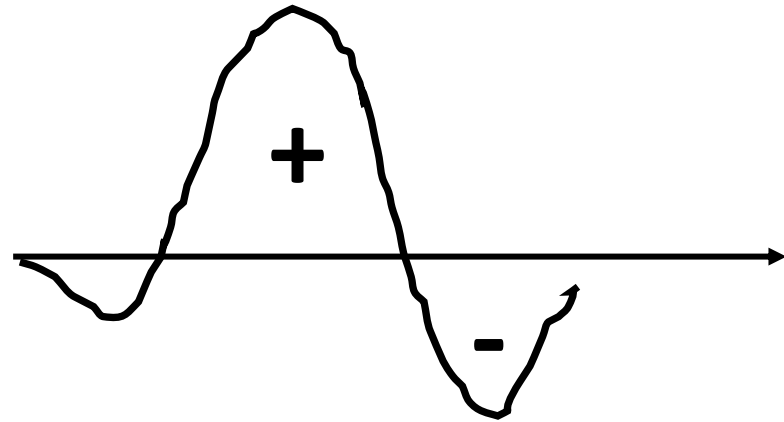
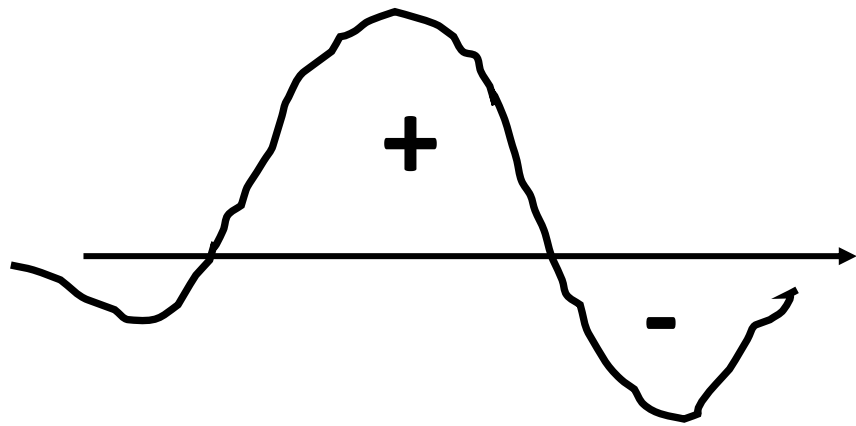


Calcular o campo
em uma altura
diferente!



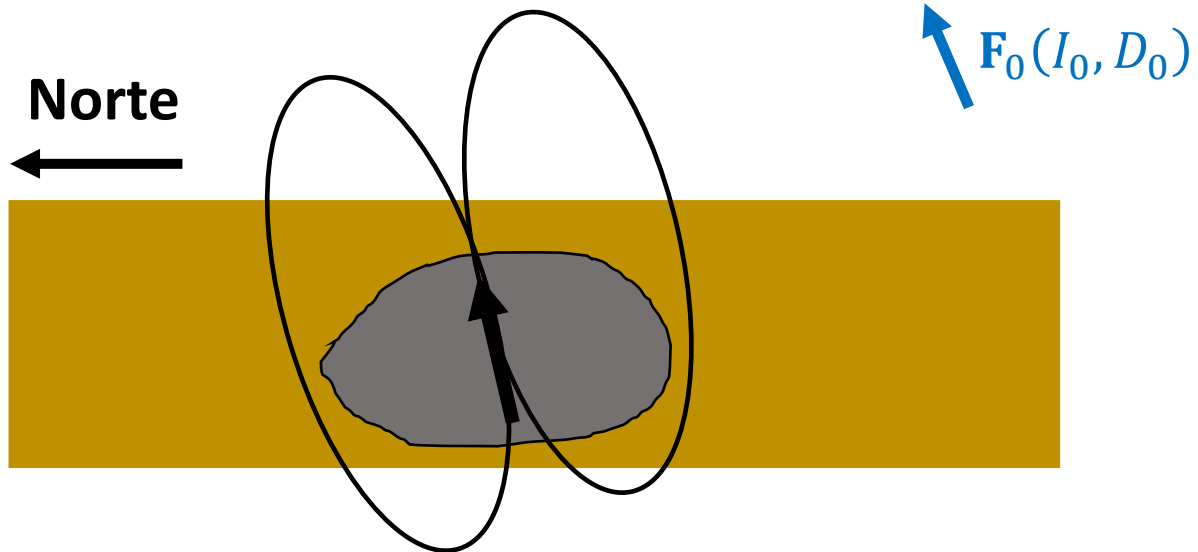
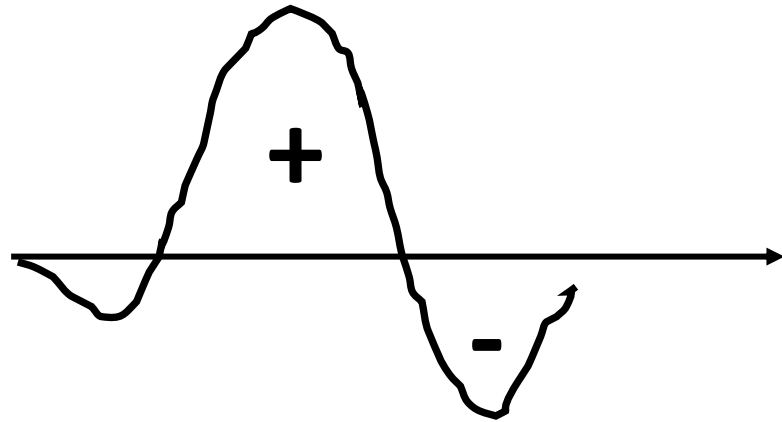
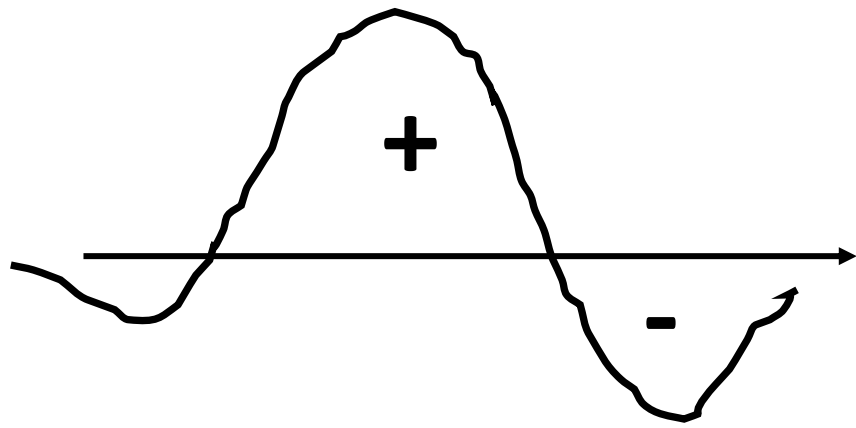


Continuação para cima



Continuação para cima

$$\mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^{rtp}] = \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o] * \mathcal{F}[\psi]$$



Continuação para cima

$$\mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^{rtp}] = \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o] * \mathcal{F}[\psi]$$

$$\mathcal{F}[\psi] = e^{-|k|\Delta z}$$

Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100 \text{ m}$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

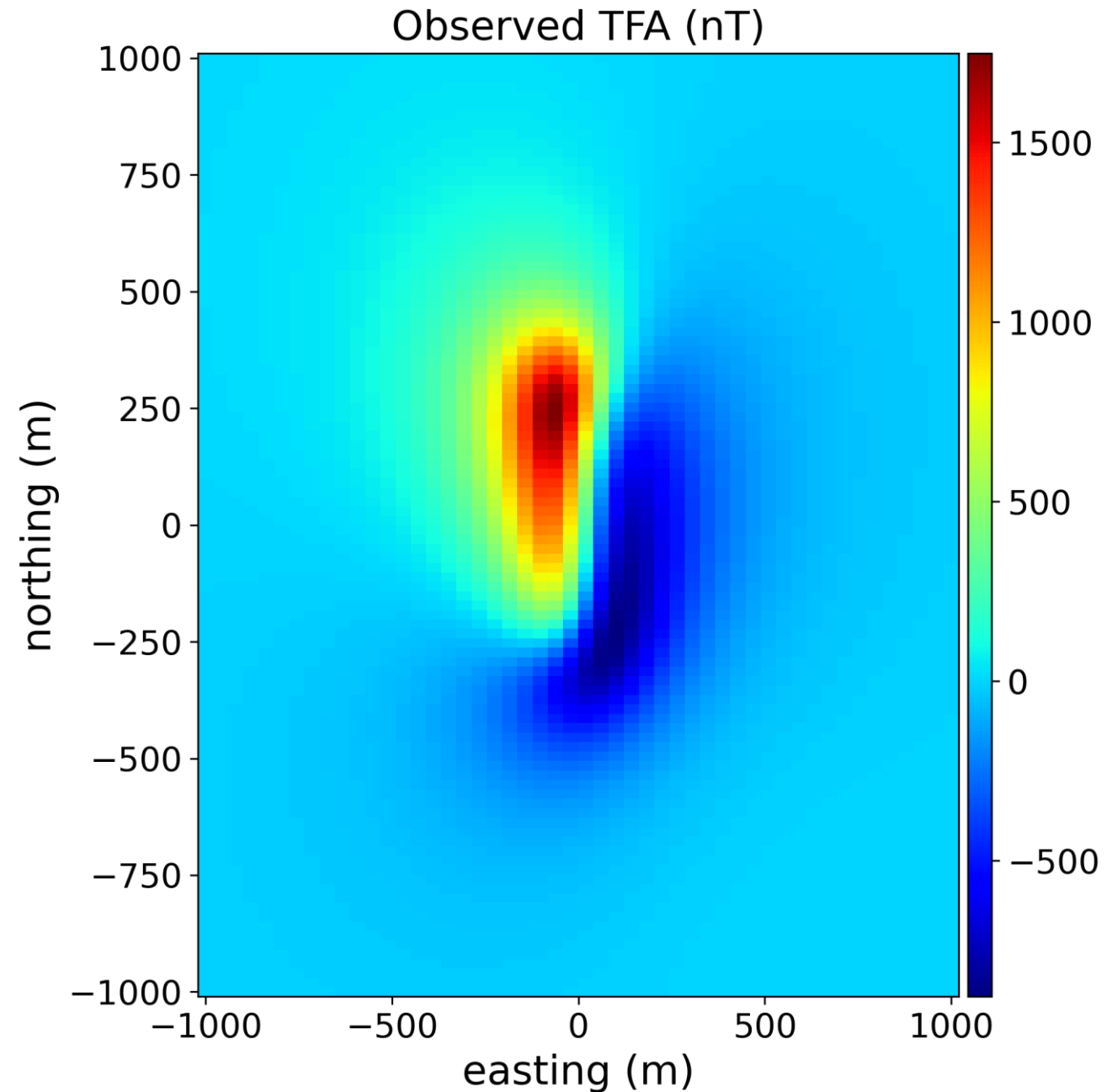
$$(dx, dy) = (20, 40)$$

$$(I_0, D_0) = (-50^\circ, -40^\circ)$$

**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-30^\circ, -30^\circ)$$

**Direção de
magnetização
verdadeira**



Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100 \text{ m}$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

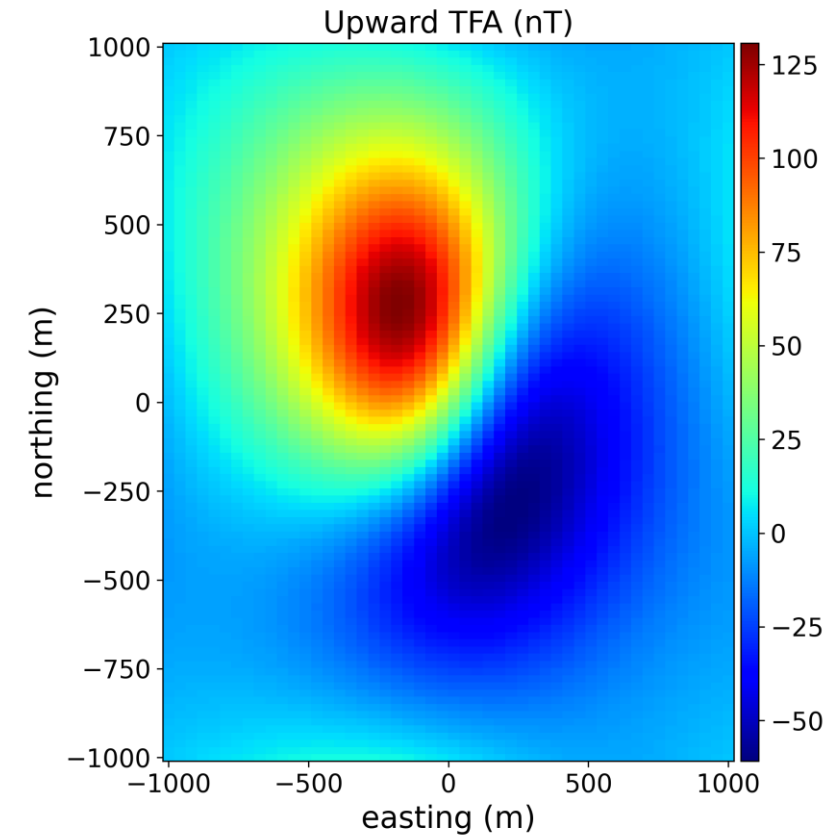
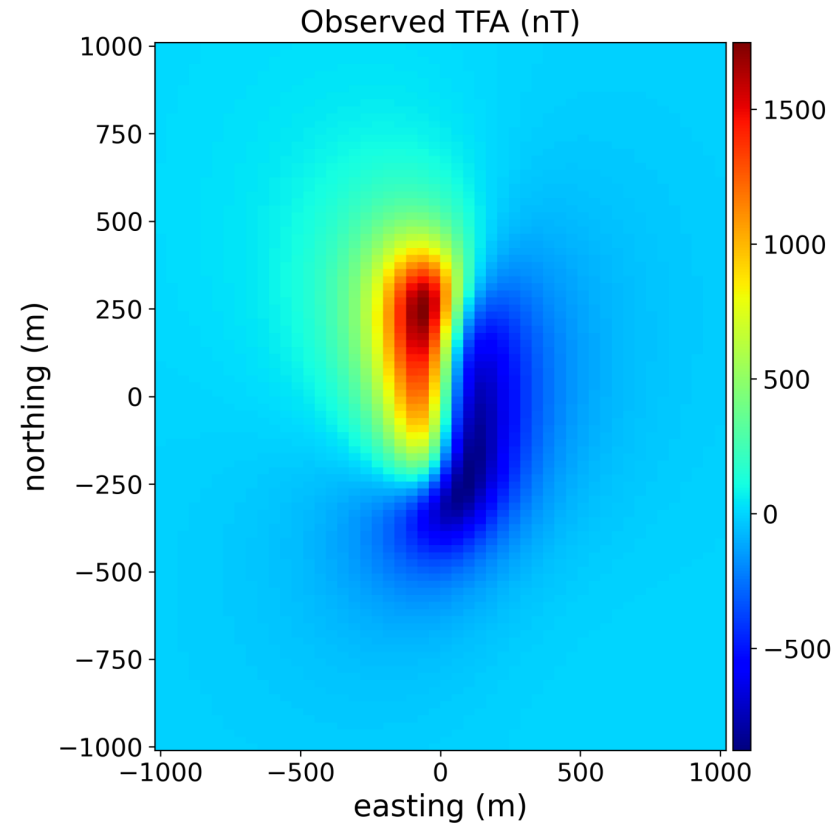
$$(dx, dy) = (20, 40)$$

$$(I_0, D_0) = (-50^\circ, -40^\circ)$$

**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-30^\circ, -30^\circ)$$

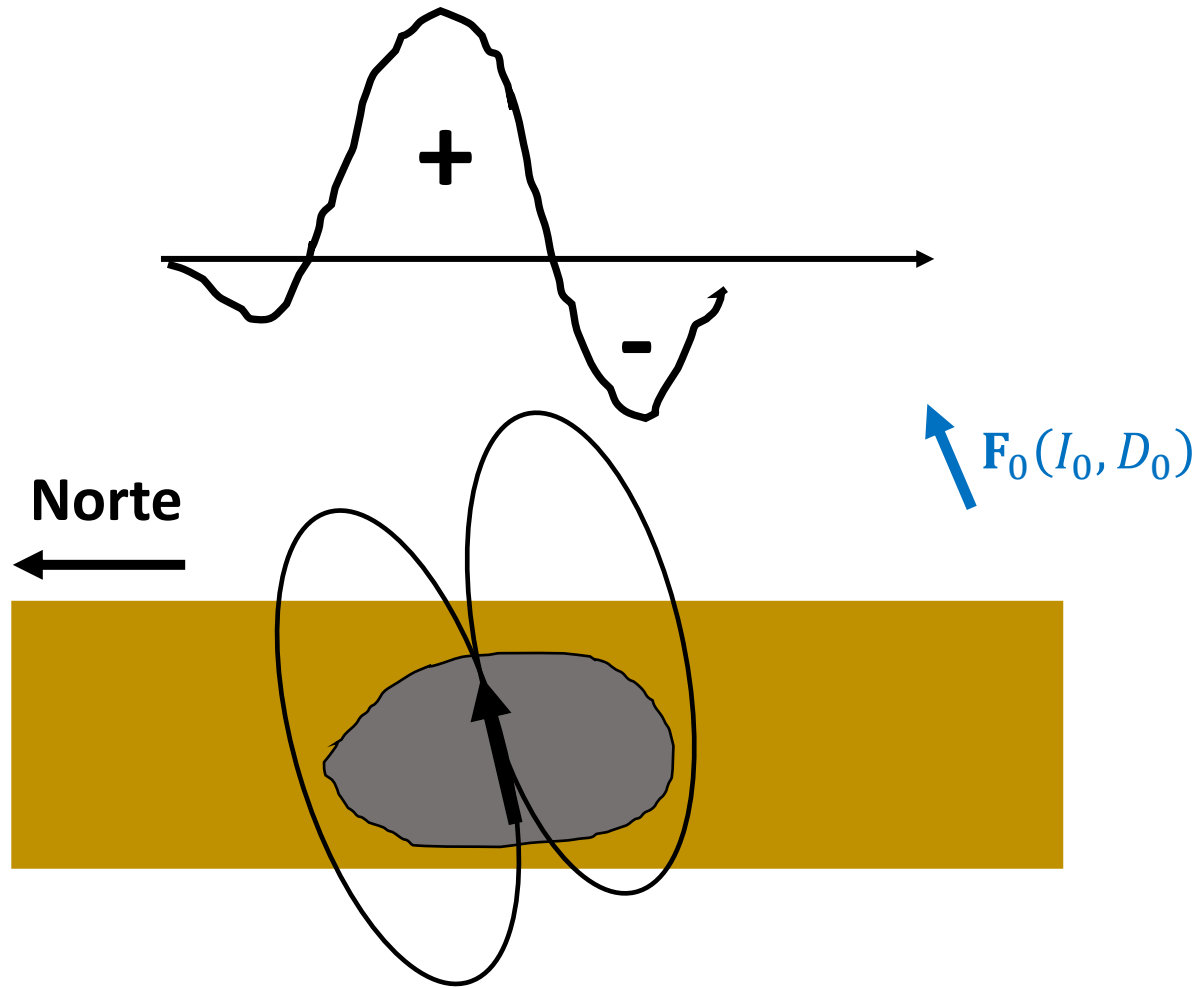
**Direção de
magnetização
verdadeira**



Calcular derivadas e a Amplitude do
Gradiente Total (TAG)

Hemisfério Sul

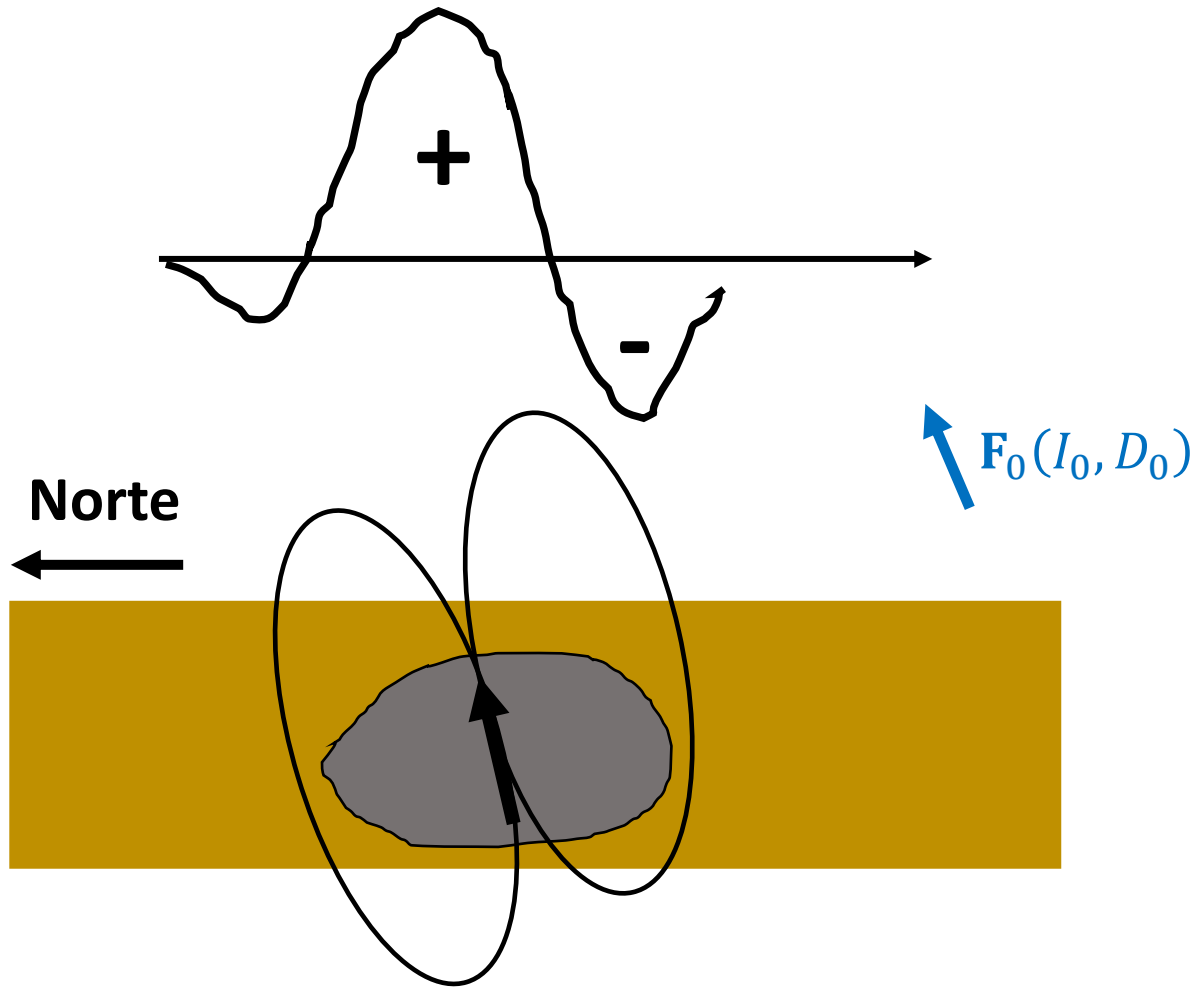
Derivadas



Hemisfério Sul

Derivadas

Em relação a x

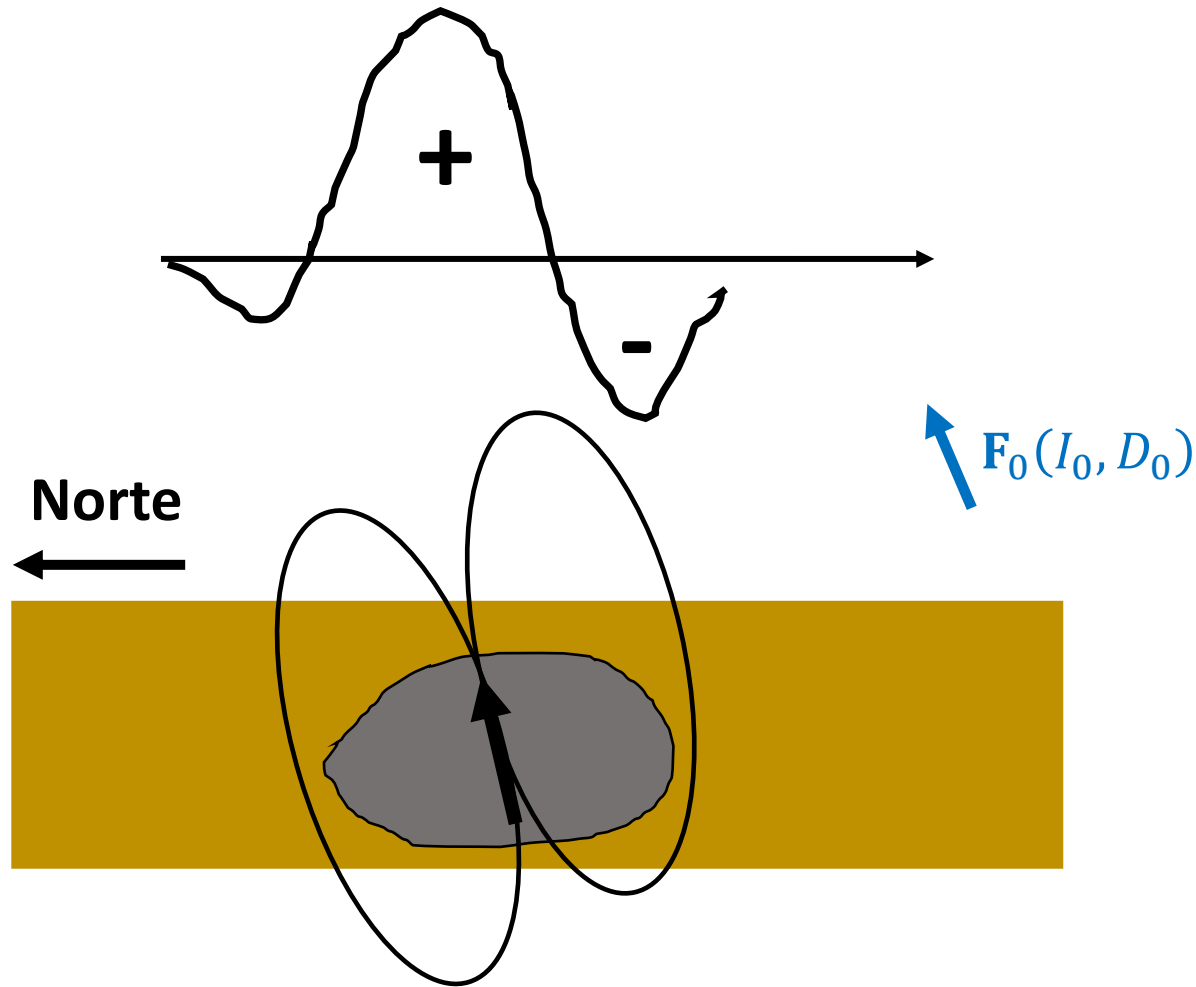


$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial^n \Delta \mathbf{T}}{\partial x^n} \right] = i k_x^n * \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o]$$

Hemisfério Sul

Derivadas

Em relação a x



$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial^n \Delta \mathbf{T}}{\partial x^n} \right] = i k_x^n * \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o]$$

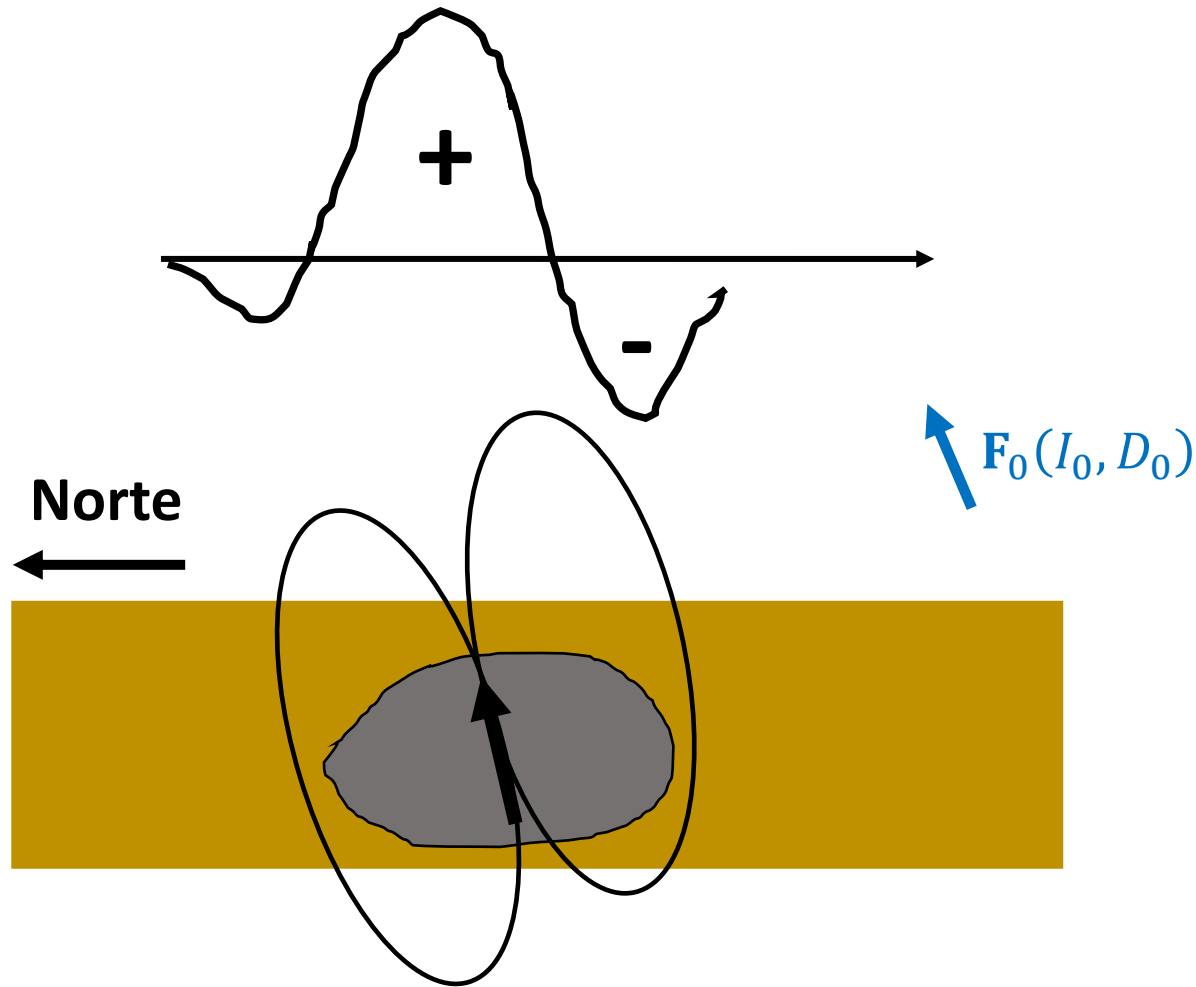
Em relação a y

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial^n \Delta \mathbf{T}}{\partial y^n} \right] = i k_y^n * \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o]$$

Hemisfério Sul

Derivadas

Em relação a x



$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial^n \Delta \mathbf{T}}{\partial x^n} \right] = i k_x^n * \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o]$$

Em relação a y

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial^n \Delta \mathbf{T}}{\partial y^n} \right] = i k_y^n * \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o]$$

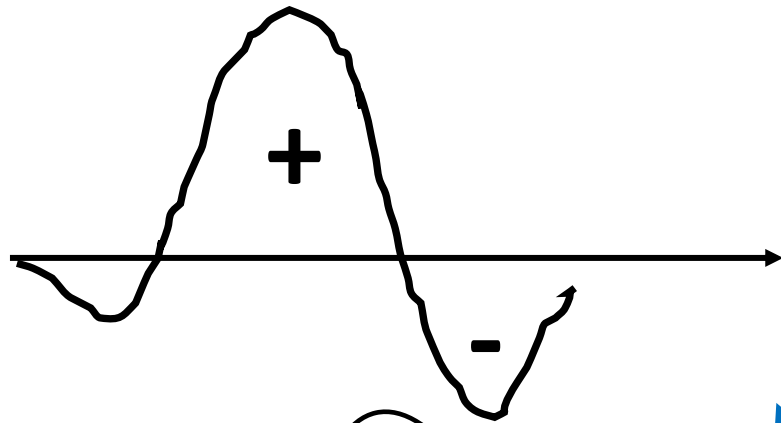
Em relação a z

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial^n \Delta \mathbf{T}}{\partial z^n} \right] = |k|^n * \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o]$$

Hemisfério Sul

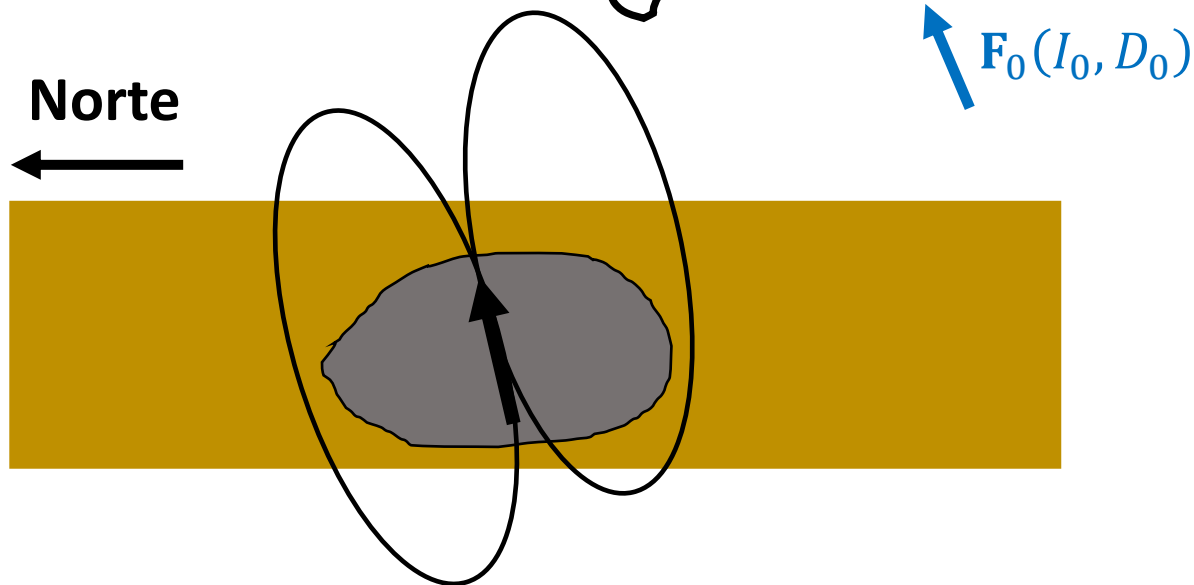
Derivadas

Em relação a x



$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial^n \Delta \mathbf{T}}{\partial x^n} \right] = i k_x^n * \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o]$$

Em relação a y



$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial^n \Delta \mathbf{T}}{\partial y^n} \right] = i k_y^n * \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o]$$

Em relação a z

$$A = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta \mathbf{T}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta \mathbf{T}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta \mathbf{T}}{\partial z} \right)^2}$$

Amplitude do gradiente total (TAG)

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial^n \Delta \mathbf{T}}{\partial z^n} \right] = |k|^n * \mathcal{F}[\Delta \mathbf{T}^o]$$

Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100 \text{ m}$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

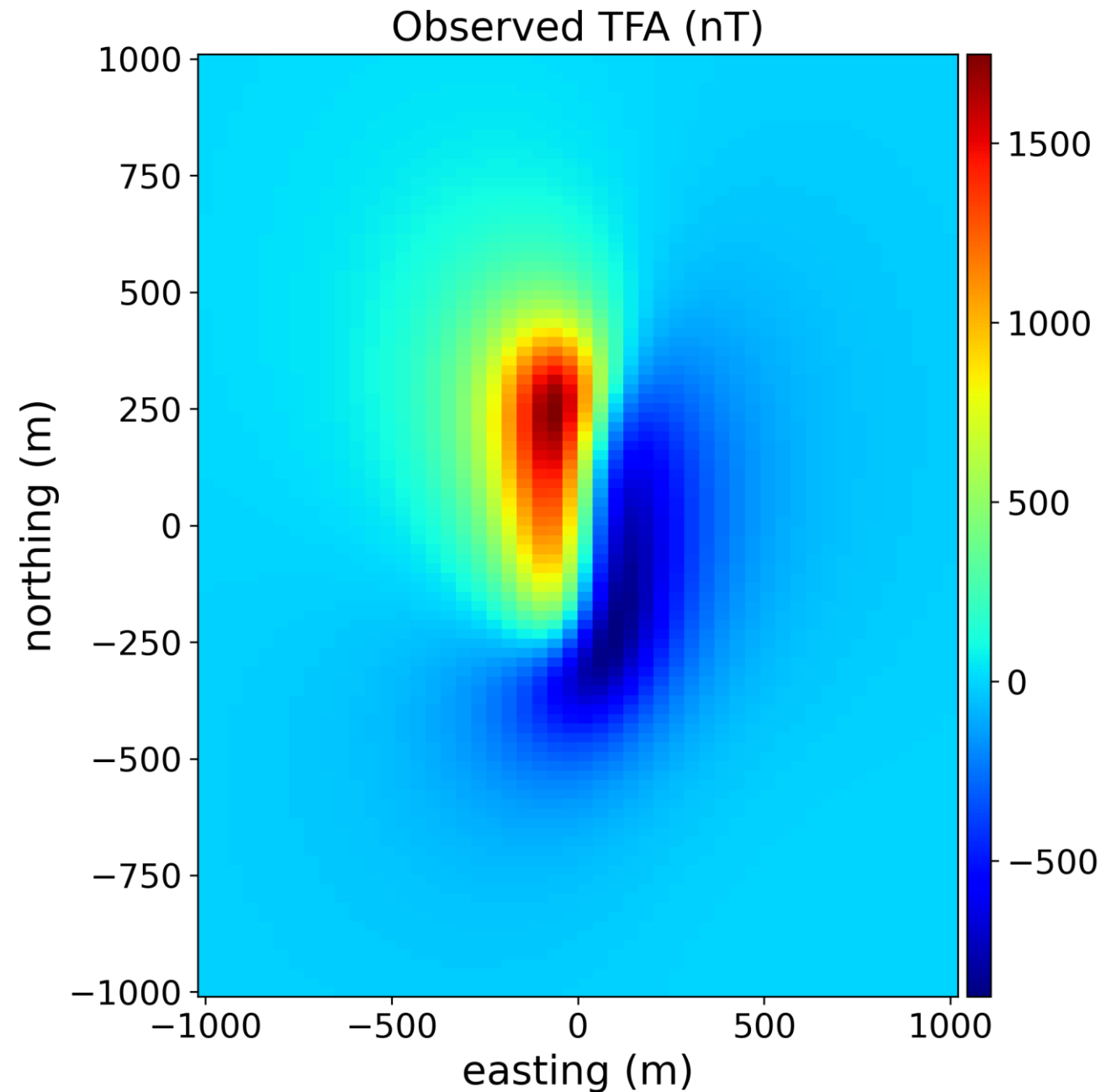
$$(dx, dy) = (20, 40)$$

$$(I_0, D_0) = (-50^\circ, -40^\circ)$$

**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-30^\circ, -30^\circ)$$

**Direção de
magnetização
verdadeira**



Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100 \text{ m}$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

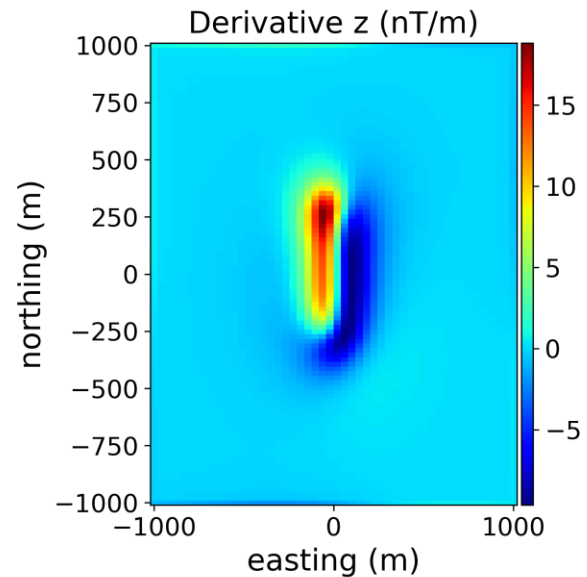
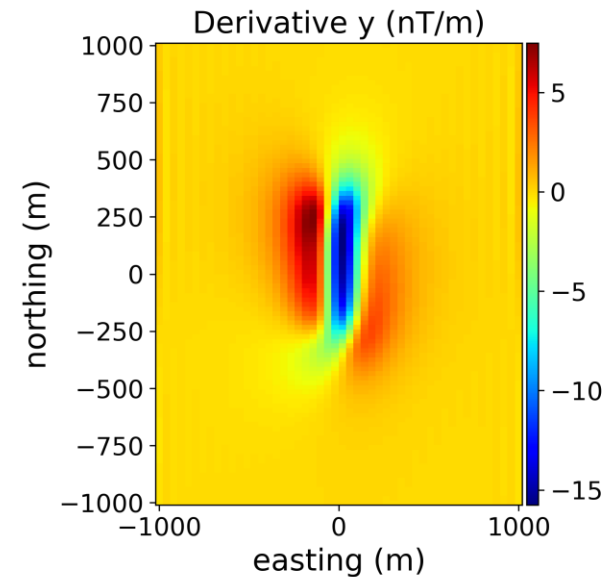
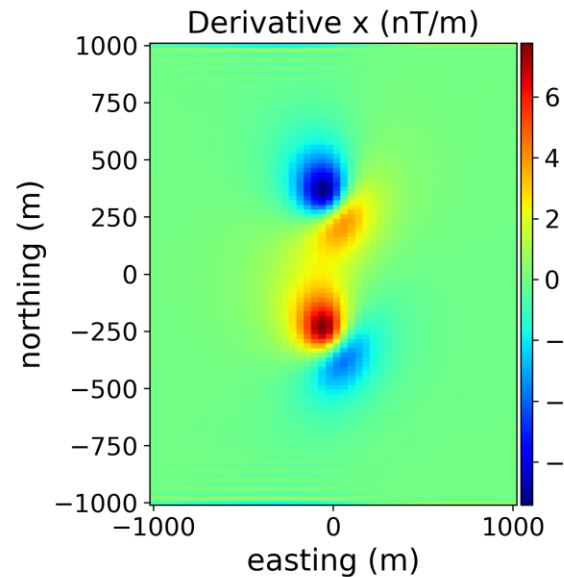
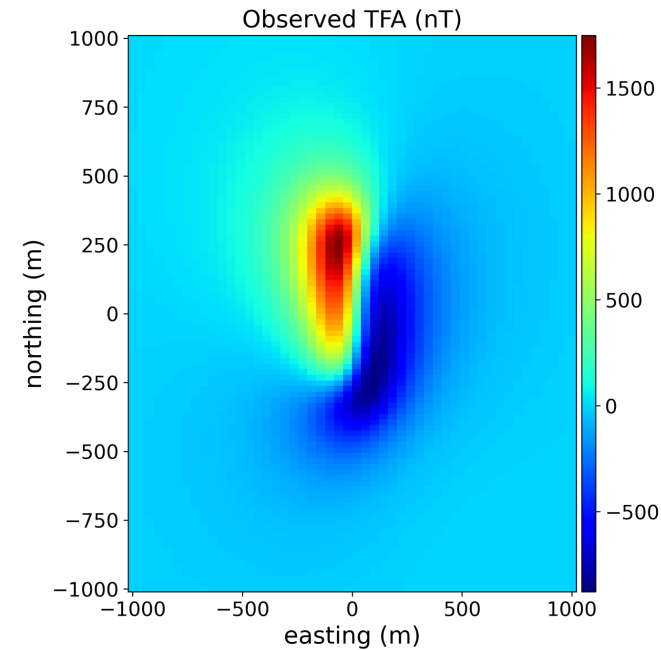
$$(dx, dy) = (20, 40)$$

$$(I_0, D_0) = (-50^\circ, -40^\circ)$$

**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-30^\circ, -30^\circ)$$

**Direção de
magnetização
verdadeira**



Simulação numérica

Prisma alongado no eixo x

$$h = 100 \text{ m}$$

$$(Nx, Ny) = (100, 50)$$

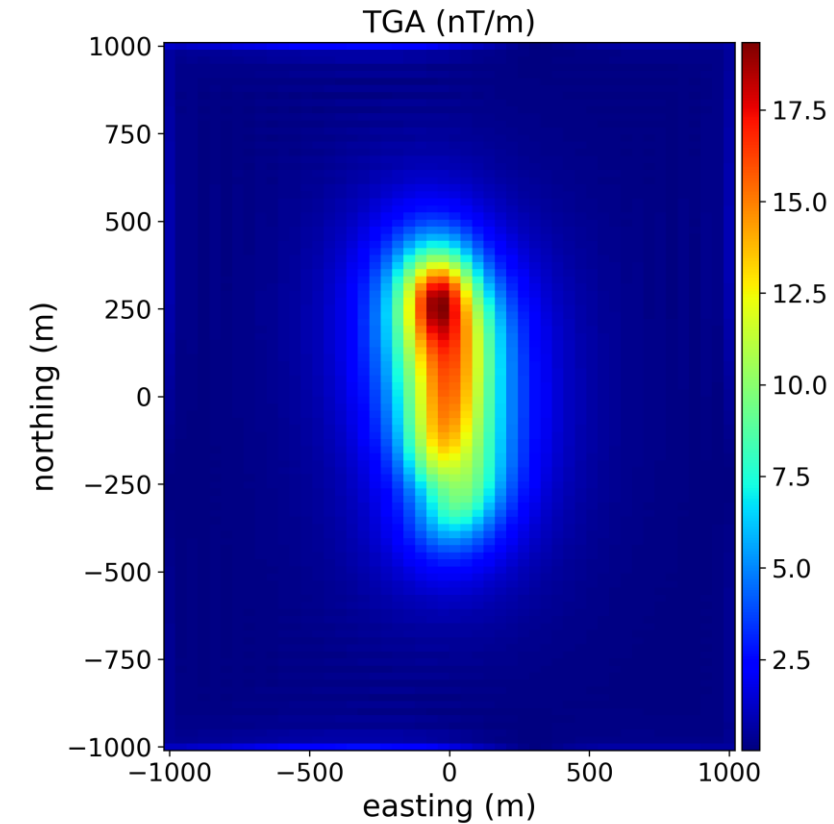
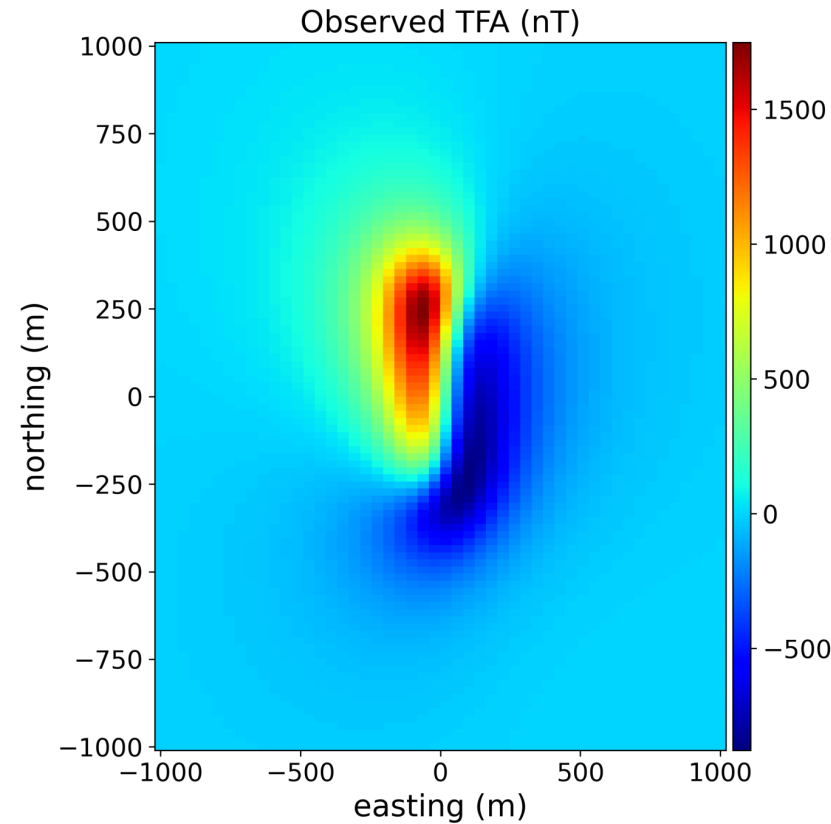
$$(dx, dy) = (20, 40)$$

$$(I_0, D_0) = (-50^\circ, -40^\circ)$$

**Direção do campo
geomagnético**

$$(I, D) = (-30^\circ, -30^\circ)$$

**Direção de
magnetização
verdadeira**



OBRIGADO!