Observatório
Nacional

**Divisão de Programas
de Pós-Graduação**

INVERSÃO MAGNÉTICA EM DIFERENTES ESCALAS

André Luis Albuquerque dos Reis

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geofísica do Observatório Nacional, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Geofísica.

Orientador(a): Dr. Vanderlei Coelho de Oliveira Junior

Co-orientador(a): Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa

Rio de Janeiro
Setembro de 2019

Sumário

Lista de Figuras

Parte I

Generalização do vínculo de positividade em camadas equivalentes magnéticas

Parte II

Cálculo do vetor magnético a partir de dados de microscopia magnética no domínio do espaço

Capítulo 1

Metodologia

1.1 Fundamentação teórica

Com o intuito de investigarmos mais profundamente que o cálculo das componentes do vetor magnético não depende da direção de magnetização, iremos explicar teoricamente como este processo é possível no contexto da camada equivalente. Em situações práticas, somente uma das componentes é medida no laboratório a uma distância fixa da superfície da amostra. Considerando que as medições são realizadas em regiões livres de fontes e, portanto, externas as amostras de rocha. Além disso, consideramos que o cálculo das componentes do vetor magnético não depende do tipo de fonte, bem como de sua configuração espacial. Assumimos também que o campo magnético não varia com o tempo ou que esta variação seja tão pequena que pode ser desprezada ao longo das medições. Consequentemente, o campo de indução magnética $\mathbf{B}(x, y, z)$ é governado pela lei de Gauss

$$\nabla . \mathbf{B}(x, y, z) = 0 \tag{1.1}$$

e pela lei de Ampère

$$\nabla \times \mathbf{B}(x, y, z) = 0. \tag{1.2}$$

Portanto, em coordenadas Cartesianas, a equação 1.2 corresponde a

$$\begin{aligned} \partial_y B_z - \partial_z B_y &= 0 \\ \partial_z B_x - \partial_x B_z &= 0 \\ \partial_x B_y - \partial_y B_x &= 0, \end{aligned} \tag{1.3}$$

em que $\partial_\alpha \equiv \dfrac{\partial}{\partial \alpha}$ é denotado como a derivada parcial em relação a coordenada α, $\alpha = x, y, z$.

Considere que $\tilde{\mathbf{B}}(x, y, z)$ é o campo de indução magnética produzido por uma camada contínua de dipolos que tem direção de magnetização constante $\hat{\mathbf{m}}(\mathbf{q})$, analogamente a equação **??**, posicionada a uma profundidade $z = z_c$ abaixo do plano de observação. O campo de indução magnética produzido por esta camada é dado por

$$\tilde{\mathbf{B}}(x, y, z) = \gamma_m \, \tilde{\mathbf{M}}(x, y, z) \, \hat{\mathbf{m}}(\mathbf{q}) \, , \tag{1.4}$$

em que $\tilde{\mathbf{M}}(x, y, z)$ é uma matriz dada por

$$\tilde{\mathbf{M}}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \partial_{xx}\Phi(x, y, z) & \partial_{xy}\Phi(x, y, z) & \partial_{xz}\Phi(x, y, z) \\ \partial_{xy}\Phi(x, y, z) & \partial_{yy}\Phi(x, y, z) & \partial_{yz}\Phi(x, y, z) \\ \partial_{xz}\Phi(x, y, z) & \partial_{yz}\Phi(x, y, z) & \partial_{zz}\Phi(x, y, z) \end{bmatrix} \quad , \tag{1.5}$$

com elementos $\partial_{\alpha\beta}\Phi(x, y, z) \equiv \frac{\partial^2 \Phi(x,y,z)}{\partial\alpha\partial\beta}$, $\alpha, \beta = x, y, z$, representando as derivadas da função hamônica

$$\Phi(x, y, z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(x'', y'', z_c) \, dS''}{[(x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z_c)^2]^{\frac{1}{2}}} \, , \quad z_c > z \, . \tag{1.6}$$

Nesta equação x'', y'' and z_c são as coordenadas do elemento de área dS'', que tem momento magnético por unidade de área definido pela função $p(x'', y'', z_c)$. De maneira simplificada, as componentes do vetor magnético podem ser reescritas como

$$\tilde{B}_\alpha(x, y, z) = \gamma_m \, \partial_{\alpha\beta}\Phi(x, y, z) m_\beta \, , \tag{1.7}$$

em que $\tilde{B}_\alpha(x, y, z)$ é a componente α, $\alpha = x, y, z$, do campo de indução magnética e m_β é a componente cartesiana β, $\beta = x, y, z$, da magnetização da camada. A componente vertical do campo de indução magnética é dada, por exemplo, por

$$\tilde{B}_z(x, y, z) = \gamma_m \, [\partial_{xz}\Phi^\dagger(x, y, z) m_x^\dagger + \partial_{yz}\Phi^\dagger(x, y, z) m_y^\dagger + \partial_{zz}\Phi^\dagger(x, y, z) m_z^\dagger] \, , \tag{1.8}$$

em que a função harmônica $\partial_{xz}\Phi^\dagger(x, y, z)$ é dada por

$$\Phi^\dagger(x, y, z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{p^\dagger(x'', y'', z_c) \, dS''}{[(x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z_c)^2]^{\frac{1}{2}}} \, . \tag{1.9}$$

A função $p^\dagger(x'', y'', z_c)$ descreve a distribuição de momentos magnéticos por unidade de área relativa a componente $\tilde{B}_z(x, y, z)$ do campo de indução magnética gerado por uma camada contínua e direção de magnetização $\hat{\mathbf{m}}^\dagger(||)$. Analogamente, podemos reescrever as outras duas componentes do campo como

$$\tilde{B}_x(x,y,z) = \gamma_m \left[\partial_{xx}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_x^{\ddagger} + \partial_{xy}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_y^{\ddagger} + \partial_{xz}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_z^{\ddagger} \right] \tag{1.10}$$

e

$$\tilde{B}_y(x,y,z) = \gamma_m \left[\partial_{xy}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_x^{\sharp} + \partial_{yy}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_y^{\sharp} + \partial_{yz}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_z^{\sharp} \right] . \tag{1.11}$$

Note que as equações 1.8, 1.10 e 1.11 representam as camadas equivalentes que geram as componentes do vetor magnético com suas respectivas direções magnetização e distribuições de momentos magnéticos.

1.2 Problema direto para a camada equivalente da componente vertical do campo

1.3 Problema inverso e o cálculo das componentes do vetor magnético