Observatório Nacional

Divisão de Programas
de Pós-Graduação

INVERSÃO MAGNÉTICA EM DIFERENTES ESCALAS

André Luis Albuquerque dos Reis

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geofísica do Observatório Nacional, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Geofísica.

Orientador(a): Dr. Vanderlei Coelho de Oliveira Junior

Co-orientador(a): Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa

Rio de Janeiro
Setembro de 2019

Sumário

Lista de Figuras **ii**

1 Introdução **1**

2 Metodologia **2**

2.1 A camada equivalente magnética e a distribuição de momentos positiva 2

2.2 Fundamentação teórica para o cálculo das componentes do vetor magnético 2

2.3 Parametrização e o problema direto 5

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

Capítulo 2

Metodologia

2.1 A camada equivalente magnética e a distribuição de momentos positiva

2.2 Fundamentação teórica para o cálculo das componentes do vetor magnético

Além do desenvolvimento matemático para a distribuição positiva de momentos magnéticos, iremos explicar teoricamente que o cálculo das componentes do vetor magnético não depende da direção de magnetização no contexto da camada equivalente. Supondo que em determinadas situações somente uma das componentes do campo de indução magnética gerado por uma rocha possa ser medida e que as medições são realizadas em regiões livres de fontes e, portanto, regiões externas as rochas. Além disso, consideramos que o cálculo das componentes do vetor magnético não depende do tipo de fonte, bem como de sua configuração espacial. Assumimos também que o campo magnético não varia com o tempo, ou que esta variação seja tão pequena que pode ser desprezada ao longo das medições. Neste caso, o campo de indução magnética $\mathbf{B}(x, y, z)$ é governado pela lei de Gauss

$$\nabla . \mathbf{B}(x, y, z) = 0 \tag{2.1}$$

e pela lei de Ampère

$$\nabla \times \mathbf{B}(x, y, z) = 0. \tag{2.2}$$

Portanto, em coordenadas Cartesianas, a equação 2.2 corresponde a

$$
\begin{aligned}
\partial_y B_z - \partial_z B_y &= 0 \\
\partial_z B_x - \partial_x B_z &= 0 \\
\partial_x B_y - \partial_y B_x &= 0,
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

em que $\partial_\alpha \equiv \dfrac{\partial}{\partial \alpha}$ é denotado como a derivada parcial em relação a coordenada α, $\alpha = x, y, z$.

Considere que $\tilde{\mathbf{B}}(x, y, z)$ é o campo de indução magnética produzido por uma camada contínua de dipolos que tem direção de magnetização constante $\hat{\mathbf{m}}(\mathbf{q})$, analogamente a equação **??**, posicionada a uma profundidade $z = z_c$ abaixo do plano de observação. O campo de indução magnética produzido por esta camada é dado por

$$
\tilde{\mathbf{B}}(x, y, z) = \gamma_m \, \tilde{\mathbf{M}}(x, y, z) \, \hat{\mathbf{m}}(\mathbf{q}) \, , \tag{2.4}
$$

em que $\tilde{\mathbf{M}}(x, y, z)$ é uma matriz dada por

$$
\tilde{\mathbf{M}}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \partial_{xx}\Phi(x, y, z) & \partial_{xy}\Phi(x, y, z) & \partial_{xz}\Phi(x, y, z) \\ \partial_{xy}\Phi(x, y, z) & \partial_{yy}\Phi(x, y, z) & \partial_{yz}\Phi(x, y, z) \\ \partial_{xz}\Phi(x, y, z) & \partial_{yz}\Phi(x, y, z) & \partial_{zz}\Phi(x, y, z) \end{bmatrix} \quad , \tag{2.5}
$$

com elementos $\partial_{\alpha\beta}\Phi(x, y, z) \equiv \frac{\partial^2 \Phi(x,y,z)}{\partial \alpha \partial \beta}$, $\alpha, \beta = x, y, z$, representando as derivadas da função hamônica

$$
\Phi(x, y, z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(x'', y'', z_c) \, dS''}{\left[(x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z_c)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \, , \quad z_c > z \, . \tag{2.6}
$$

Nesta equação x'', y'' and z_c são as coordenadas do elemento de área dS'', que tem momento magnético por unidade de área definido pela função $p(x'', y'', z_c)$. De maneira simplificada, as componentes do vetor magnético podem ser reescritas como

$$
\tilde{B}_\alpha(x, y, z) = \gamma_m \, \partial_{\alpha\beta}\Phi(x, y, z) m_\beta \, , \tag{2.7}
$$

em que $\tilde{B}_\alpha(x, y, z)$ é a componente α, $\alpha = x, y, z$, do campo de indução magnética e m_β é a componente cartesiana β, $\beta = x, y, z$, da magnetização da camada. A componente vertical do campo de indução magnética é dada, por exemplo, por

$$
\tilde{B}_z(x, y, z) = \gamma_m \left[\partial_{xz}\Phi^\dagger(x, y, z) m_x^\dagger + \partial_{yz}\Phi^\dagger(x, y, z) m_y^\dagger + \partial_{zz}\Phi^\dagger(x, y, z) m_z^\dagger\right] , \tag{2.8}
$$

em que a função harmônica $\partial_{xz}\Phi^{\dagger}(x,y,z)$ é dada por

$$\Phi^{\dagger}(x,y,z) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p^{\dagger}(x'',y'',z_c)\,dS''}{[(x-x'')^2+(y-y'')^2+(z-z_c)^2]^{\frac{1}{2}}}\,. \tag{2.9}$$

A função $p^{\dagger}(x'',y'',z_c)$ descreve a distribuição de momentos magnéticos por unidade de área relativa a componente $\tilde{B}_z(x,y,z)$ do campo de indução magnética gerado por uma camada contínua e direção de magnetização $\hat{\mathbf{m}}^{\dagger}(||)$. Analogamente, podemos reescrever as outras duas componentes do campo como

$$\tilde{B}_x(x,y,z) = \gamma_m\left[\partial_{xx}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_x^{\ddagger} + \partial_{xy}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_y^{\ddagger} + \partial_{xz}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_z^{\ddagger}\right] \tag{2.10}$$

e

$$\tilde{B}_y(x,y,z) = \gamma_m\left[\partial_{xy}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_x^{\sharp} + \partial_{yy}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_y^{\sharp} + \partial_{yz}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_z^{\sharp}\right]. \tag{2.11}$$

Note que as equações 2.8, 2.10 e 2.11 representam as camadas equivalentes que geram as componentes do vetor magnético com suas respectivas direções magnetização e distribuições de momentos magnéticos.

Aplicando as condições de contorno nas componentes do vetor magnético dadas pelas equações 2.3 teremos que

$$\begin{aligned}
&[\partial_{xyz}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_x^{\ddagger} - \partial_{xyz}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_x^{\sharp}]+\\
&[\partial_{xyy}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_y^{\ddagger} - \partial_{xyy}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_y^{\sharp}]+\\
&[\partial_{xyz}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_z^{\ddagger} - \partial_{xyz}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_z^{\sharp}] = 0,
\end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
&[\partial_{xxz}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_x^{\ddagger} - \partial_{xxz}\Phi^{\dagger}(x,y,z)m_x^{\dagger}]+\\
&[\partial_{xyz}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_y^{\ddagger} - \partial_{xyz}\Phi^{\dagger}(x,y,z)m_y^{\dagger}]+\\
&[\partial_{xzz}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_z^{\ddagger} - \partial_{xzz}\Phi^{\dagger}(x,y,z)m_z^{\dagger}] = 0
\end{aligned} \tag{2.13}$$

e

$$\begin{aligned}
&[\partial_{xxy}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_x^{\ddagger} - \partial_{xxy}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_x^{\sharp}]+\\
&[\partial_{xyz}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_y^{\ddagger} - \partial_{xyz}\Phi^{\dagger}(x,y,z)m_y^{\dagger}]+\\
&[\partial_{xzz}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_z^{\ddagger} - \partial_{xzz}\Phi^{\dagger}(x,y,z)m_z^{\dagger}] = 0.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Note que para satisfazer a condição apresentada pelas equações 2.3 e de acordo com as equações 2.12, 2.13 e 2.14, as distribuições de momentos magnéticos e as direções de magnetização das camadas que ajustam as componentes do vetor de indução magnética devem ser iguais. Portanto, isto nos leva que

$$p^{\dagger}(x'', y'', z_c) = p^{\ddagger}(x'', y'', z_c) = p^{\sharp}(x'', y'', z_c) \tag{2.15}$$

e

$$\begin{aligned} m_x^{\dagger} = m_x^{\ddagger} = m_x^{\sharp} \\ m_y^{\dagger} = m_y^{\ddagger} = m_y^{\sharp} \\ m_z^{\dagger} = m_z^{\ddagger} = m_z^{\sharp}. \end{aligned} \tag{2.16}$$

O que as equações 2.15 e 2.16 nos dizem é que uma vez que conheçamos a distribuição de momentos magnéticos e a direção de magnetização que ajustam uma das componentes, conseguimos recuperar as outras duas. Além disso, as derivadas $\partial_{\alpha\beta}\Phi(x, y, z)$, $\alpha, \beta = x, y, z$ são tomadas em relação a x, y e z, fazendo com que todo o cálculo das componentes do vetor magnético não dependa das componentes m_β, $\beta = x, y, z$, da direção de magnetização. Isto nos leva ao fato que é possível ajustar todas as componentes do vetor magnético a partir de uma distribuição de momentos magnéticos associada a qualquer direção arbitrária imposta sobre a camada.

2.3 Parametrização e o problema direto