Observatório Nacional

Divisão de Programas de Pós-Graduação

INVERSÃO MAGNÉTICA EM DIFERENTES ESCALAS

André Luis Albuquerque dos Reis

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geofísica do Observatório Nacional, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Geofísica.

Orientador(a): Dr. Vanderlei Coelho de Oliveira Junior

Co-orientador(a): Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa

Rio de Janeiro
Setembro de 2019

Sumário

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

Capítulo 2

Metodologia

2.1 A camada equivalente magnética

2.2 Fundamentação teórica para a distribuição de magnetização positiva

2.3 Fundamentação teórica para o cálculo das componentes do vetor magnético

Com o intuito de investigarmos que o cálculo das componentes do vetor magnético não depende da direção de magnetização, iremos explicar teoricamente como este processo é possível no contexto da camada equivalente. Em situações práticas, somente uma das componentes é medida no laboratório a uma distância fixa da superfície da amostra. Considerando que as medições são realizadas em regiões livres de fontes e, portanto, externas as amostras de rocha. Além disso, consideramos que o cálculo das componentes do vetor magnético não depende do tipo de fonte, bem como de sua configuração espacial. Assumimos também que o campo magnético não varia com o tempo ou que esta variação seja tão pequena que pode ser desprezada ao longo das medições. Consequentemente, o campo de indução magnética $\mathbf{B}(x, y, z)$ é governado pela lei de Gauss

$$\nabla.\mathbf{B}(x, y, z) = 0 \tag{2.1}$$

e pela lei de Ampère

$$\nabla \times \mathbf{B}(x, y, z) = 0. \tag{2.2}$$

Portanto, em coordenadas Cartesianas, a equação 2.2 corresponde a

$$\begin{aligned}\partial_y B_z - \partial_z B_y &= 0 \\ \partial_z B_x - \partial_x B_z &= 0 \\ \partial_x B_y - \partial_y B_x &= 0,\end{aligned} \tag{2.3}$$

em que $\partial_\alpha \equiv \dfrac{\partial}{\partial \alpha}$ é denotado como a derivada parcial em relação a coordenada α, $\alpha = x, y, z$.

Considere que $\tilde{\mathbf{B}}(x, y, z)$ é o campo de indução magnética produzido por uma camada contínua de dipolos que tem direção de magnetização constante $\hat{\mathbf{m}}(\mathbf{q})$, analogamente a equação **??**, posicionada a uma profundidade $z = z_c$ abaixo do plano de observação. O campo de indução magnética produzido por esta camada é dado por

$$\tilde{\mathbf{B}}(x, y, z) = \gamma_m \, \tilde{\mathbf{M}}(x, y, z) \, \hat{\mathbf{m}}(\mathbf{q}) \, , \tag{2.4}$$

em que $\tilde{\mathbf{M}}(x, y, z)$ é uma matriz dada por

$$\tilde{\mathbf{M}}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \partial_{xx}\Phi(x, y, z) & \partial_{xy}\Phi(x, y, z) & \partial_{xz}\Phi(x, y, z) \\ \partial_{xy}\Phi(x, y, z) & \partial_{yy}\Phi(x, y, z) & \partial_{yz}\Phi(x, y, z) \\ \partial_{xz}\Phi(x, y, z) & \partial_{yz}\Phi(x, y, z) & \partial_{zz}\Phi(x, y, z) \end{bmatrix} \quad , \tag{2.5}$$

com elementos $\partial_{\alpha\beta}\Phi(x, y, z) \equiv \frac{\partial^2 \Phi(x,y,z)}{\partial\alpha\partial\beta}$, $\alpha, \beta = x, y, z$, representando as derivadas da função hamônica

$$\Phi(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(x'', y'', z_c) \, dS''}{[(x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z_c)^2]^{\frac{1}{2}}} \, , \quad z_c > z \, . \tag{2.6}$$

Nesta equação x'', y'' and z_c são as coordenadas do elemento de área dS'', que tem momento magnético por unidade de área definido pela função $p(x'', y'', z_c)$. De maneira simplificada, as componentes do vetor magnético podem ser reescritas como

$$\tilde{B}_\alpha(x, y, z) = \gamma_m \, \partial_{\alpha\beta}\Phi(x, y, z) m_\beta \, , \tag{2.7}$$

em que $\tilde{B}_\alpha(x, y, z)$ é a componente α, $\alpha = x, y, z$, do campo de indução magnética e m_β é a componente cartesiana β, $\beta = x, y, z$, da magnetização da camada. A componente vertical do campo de indução magnética é dada, por exemplo, por

$$\tilde{B}_z(x, y, z) = \gamma_m \left[\partial_{xz}\Phi^\dagger(x, y, z) m_x^\dagger + \partial_{yz}\Phi^\dagger(x, y, z) m_y^\dagger + \partial_{zz}\Phi^\dagger(x, y, z) m_z^\dagger\right] , \tag{2.8}$$

em que a função harmônica $\partial_{xz}\Phi^{\dagger}(x,y,z)$ é dada por

$$\Phi^{\dagger}(x,y,z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{p^{\dagger}(x'',y'',z_c)\,dS''}{\left[(x-x'')^2+(y-y'')^2+(z-z_c)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \,. \tag{2.9}$$

A função $p^{\dagger}(x'',y'',z_c)$ descreve a distribuição de momentos magnéticos por unidade de área relativa a componente $\tilde{B}_z(x,y,z)$ do campo de indução magnética gerado por uma camada contínua e direção de magnetização $\hat{\mathbf{m}}^{\dagger}(||)$. Analogamente, podemos reescrever as outras duas componentes do campo como

$$\tilde{B}_x(x,y,z) = \gamma_m\left[\partial_{xx}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_x^{\ddagger} + \partial_{xy}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_y^{\ddagger} + \partial_{xz}\Phi^{\ddagger}(x,y,z)m_z^{\ddagger}\right] \tag{2.10}$$

e

$$\tilde{B}_y(x,y,z) = \gamma_m\left[\partial_{xy}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_x^{\sharp} + \partial_{yy}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_y^{\sharp} + \partial_{yz}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_z^{\sharp}\right] . \tag{2.11}$$

Note que as equações 2.8, 2.10 e 2.11 representam as camadas equivalentes que geram as componentes do vetor magnético com suas respectivas direções magnetização e distribuições de momentos magnéticos.

Aplicando as condições de contorno nas componentes do vetor magnético dadas pelas equações 2.3 teremos que

$$\begin{aligned}
\left[\partial_{xyz}\Phi^{\dagger}(x,y,z)m_x^{\dagger} - \partial_{xyz}\Phi^{\sharp}(x,y,z)m_x^{\sharp}\right] \\
\partial_z B_x - \partial_x B_z = 0 \\
\partial_x B_y - \partial_y B_x = 0,
\end{aligned} \tag{2.12}$$

2.4 Parametrização e o problema direto