Geometria Espacial

Prof. André

Slides das Aulas Passadas

- Introdução - Parte 1 - 01/08/2023
- Introdução - Parte 2 - 08/08/2023
- Prismas - 15/08/2023 e 22/08/2023
- Pirâmides - Parte 1 - 29/08/2023
- Pirâmides - Parte 2 - 05/09/2023
- Cilindros - 12/09/2023
- Cones - 19/09/2023 e 26/09/2023
- Esferas - 03/10/2023

Revisão

1. Revisão
2. Fórmulas
3. Exercícios - ENEM

Revisão

- Prismas
- Pirâmides
- Cilindros
- Cones
- Esferas

Fórmulas

Geometria Plana

- Comprimentos
- Áreas

Pitágoras: $a^2+b^2=c^2$

medida dos lados

Perimetro

Comprimento de circunferencia

$L=2\pi r$

arco

$L=\alpha \cdot r$

Áreas de polígono

- triangulo
- trapézio
- retangulo
- área de circulo $A=\pi r^2$
- área de setor circular

Fórmulas

Cilindros

Área → superficie ext. Planificação

- Área:

Prisma - polígono

- Volume:

$\boxed{Ab} + A_{lat}$

$Ab \cdot h$

Cones

polígono.
Piramide - Planifica → setor circular

- Área:
- Volume:

$\boxed{Ab} + A_{lat}$

$$\frac{Ab \cdot h}{3}$$

Fórmulas

Esferas

- Área:
- Volume:

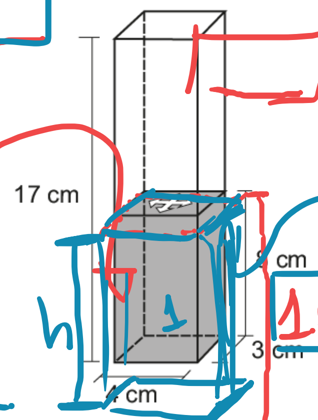
$\rightarrow A = 4\pi R^2$

$\rightarrow V = \dfrac{4\pi R^3}{3}$

Exercícios - ENEM

2020 - 175

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água. Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm³ cada, que ficarão totalmente submersas.



Calcular V_1:

$V_1 = A_b \cdot h$

$V_1 = 4 \cdot 3\,cm^2 \cdot h$

$V_1 = 12\,cm^2 \cdot \boxed{h}$

$V_1 = 12 \cdot 7 = \boxed{84\,cm^3}$

$V_0 = 6\,cm^3$

$h = 15 - 8$

$h = 7\,cm$

$\boxed{V_1} = \underbrace{x}_{\text{quantidade de bolinhas}} \cdot V_0$

$6\,cm^3\, x = 84\,cm^3$

$6\,cm^3\, x = \frac{84}{6} = \boxed{14}$

$x = \frac{95}{6} = \boxed{15,9}$

O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de:

Resposta: 14

Exercícios - ENEM

2020 - 175 (Continuação)

Exercícios - ENEM
2020 - 168

Uma loja de materiais de construção vende dois tipos de caixas-d'água: tipo A e tipo B. Ambas têm formato cilíndrico e possuem o mesmo volume, e a altura da caixa-d'água do tipo B é igual a 25% da altura da caixa-d'água do tipo A. Se R denota o raio da caixa-d'água do tipo A, então o raio da caixa-d'água do tipo B é?

Resposta: 2R

$V_A = V_B$

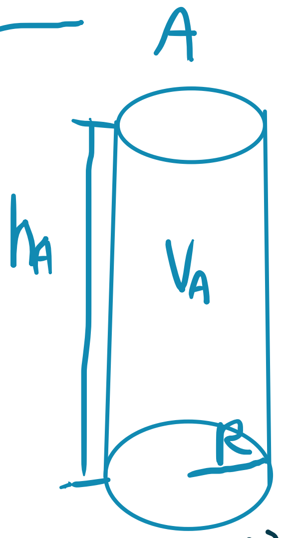
$h_B = 25\% h_A = \frac{25}{100} h_A = 0,25 h_A$

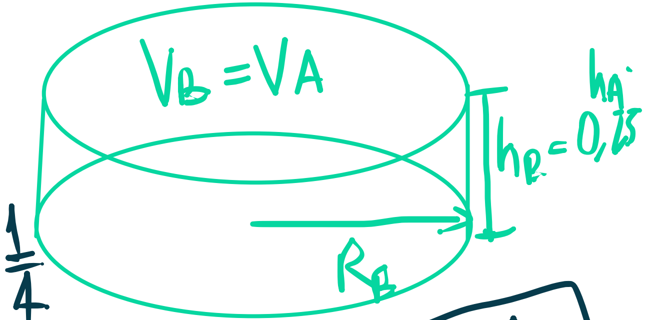
$\boxed{R_B = ?}$

$Ab_A \cdot h_A = Ab_B \cdot h_B$

Se $h_A > h_B$

então $Ab_A < Ab_B$





$Ab_A \cdot h_A = Ab_B \cdot h_B$

$\cancel{\pi} R^2 \cdot \cancel{h_A} = \cancel{\pi} R_B^2 \cdot 0,25 \cancel{h_A}$

$\Rightarrow R^2 = 0,25 R_B^2$

$\sqrt{R^2} = \sqrt{0,25 R_B^2}$

$0,25 = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot R_B$

$R = \frac{1}{2} \cdot R_B$

$\Rightarrow \boxed{R_B = 2R}$

Exercícios - ENEM
2020 - 168 (Continuação)

Exercícios - ENEM 2022

Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda. Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

Resposta: 24

Receita

$D = 2\,cm \Rightarrow R = 1\,cm$

$V = \underline{50 \cdot V_{esf}}$

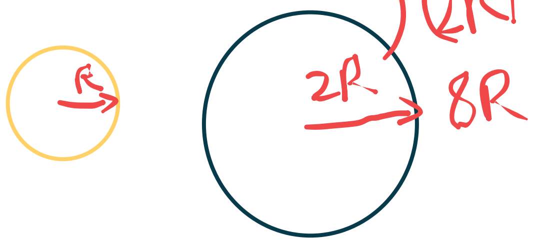
$\frac{R_2}{R_1} = \boxed{2}$

Pedido

$D = 4\,cm \Rightarrow R = 2\,cm$

$V = \underline{150 \cdot V_{esf}}$

$\boxed{V_{esf} = \frac{4 \pi R^3}{3}}$



$x \cdot V_{receita} = V_{pedido}$

$x \cdot \cancel{50} \cdot \frac{\cancel{4\pi} 1^3}{\cancel{3}} = 3\,\cancel{150} \cdot \frac{\cancel{4\pi}\, 2^3}{\cancel{3}}$

$x \cdot 1 = 3 \cdot 8 \Rightarrow \boxed{x = 24}$

Exercícios - ENEM 2022 (Continuação)

Exercícios - ENEM
2020 - reaplicação

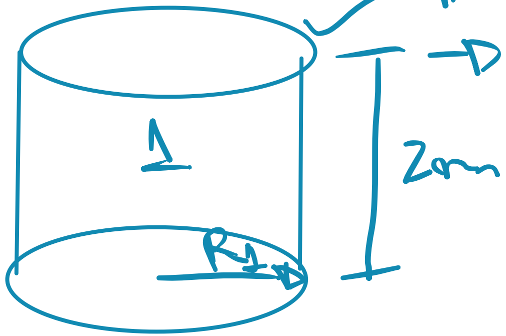
$\boxed{d} = \dfrac{\boxed{\text{Peixes}}}{\text{Volume}}$

Um piscicultor cria uma espécie de peixe em um tanque cilíndrico. Devido às características dessa espécie, o tanque deve ter, exatamente, 2 metros de profundidade e ser dimensionado de forma a comportar 5 peixes para cada metro cúbico de água. Atualmente, o tanque comporta um total de 750 peixes. O piscicultor deseja aumentar a capacidade do tanque para que ele comporte 900 peixes, mas sem alterar a sua profundidade. Considere 3 como aproximação para π. O aumento da medida do raio do tanque, em metro, deve ser de:

Resposta: $\sqrt{30} - 5$

$\boxed{\pi \simeq 3}$ $\boxed{R_2 - R_1 = ?}$

$d = 5 \text{ peixes}/m^3$



750 peixes

$V = \dfrac{750}{5}$

$\boxed{V = 150 m^3}$

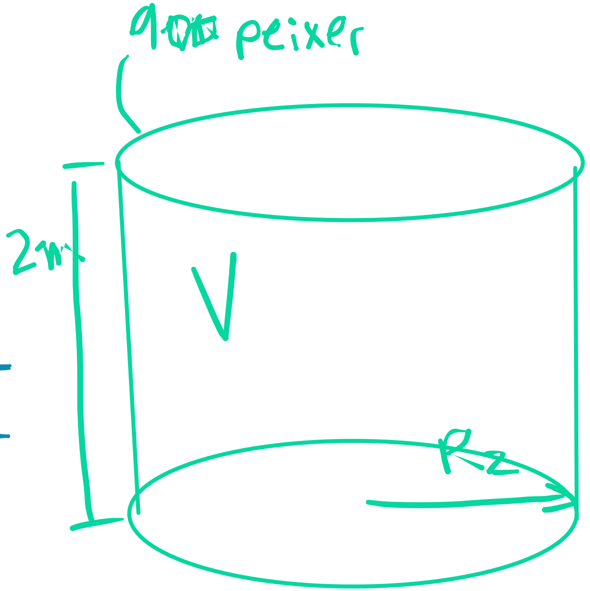
$d = \dfrac{P}{V}$

$\boxed{V = \dfrac{P}{d}}$

$V = \pi . R_1^2 . h$

$R_1^2 = \dfrac{V}{\pi . h} = \dfrac{150}{3.2}$

$\boxed{R_1^2 = 25 m}$



Exercícios - ENEM
2020 - reaplicação (continuação)

$$V = \frac{P}{d}$$

$$V = \frac{900}{5} = 180 m^3$$

$$R_2^2 = \frac{V}{\pi . h}$$

$$R_2^2 = \frac{180 m^3}{3.2} = 30$$

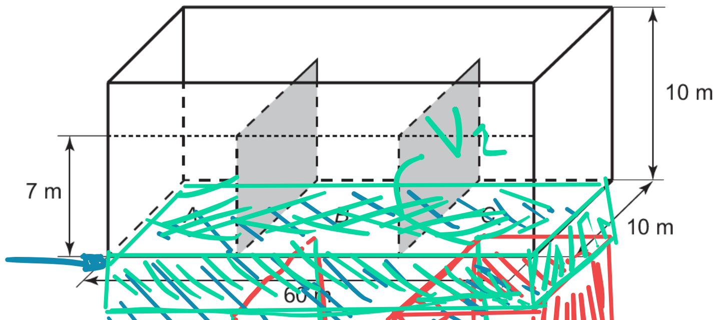
$$R_2 = \sqrt{30} m$$

$$R_1 = \sqrt{25} m = 5 m$$

$$\boxed{R_2 - R_1 = \sqrt{30} - 5 m}$$

Exercícios - ENEM - 2016

Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C. Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias. Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de:

$V_t = V_1 + V_2$

$V_t = 20 \times 10 \times 7 + 10 \times 10 \times 3$

$V_t = 1400 + 1800$

$\boxed{3200 \text{ m}^3} \rightarrow \boxed{3{,}2 \times 10^3}$

Resposta: 3,2 × 10³ m³

Exercícios - ENEM - 2016 (continuação)

Obrigado!