Aula 4 – Amostragem e Filtros

Disciplina: Princípios de Comunicação

Professor: Daniel Gueter

CENTRO UNIVERSITÁRIO UniBTA Campus Paulista

Cronograma

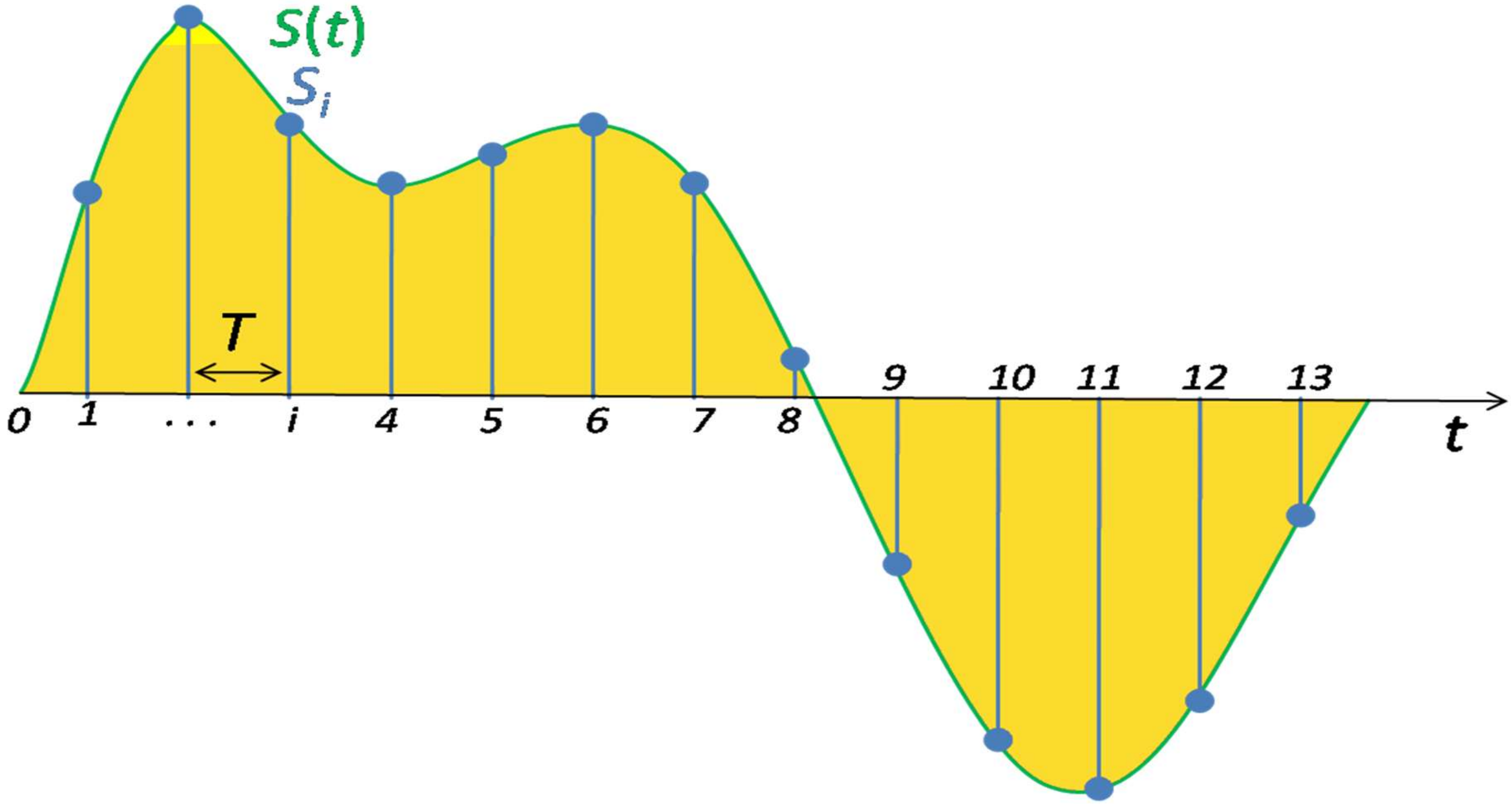
06/05 – Aula 1 - Introdução da disciplina e histórico da área
13/05 – Aula 2 - Sinais e Fourier: Série e Transformada
20/05 – Aula 3 - Transformada de Fourier, Transmissão de Sinais e Filtros
27/05 – Aula 4 - Amostragem e Filtros
03/06 – Aula 5
10/06 – Aula 6
17/06 – Prova
24/06 – Exame (Prova substitutiva)

Amostragem de um sinal

- Como comentamos em sala, para o nosso computador realizar ações com sinais, como tratamento e transmissão, ele necessita **passar esses sinais de analógicos e contínuos, para digitais e discretos**.

- Essa transformação é realizada a partir de um processo denominado de **Amostragem do Sinal**, o qual consiste em obter amostrar desse sinal em determinados instantes de tempo.

Amostragem de um sinal

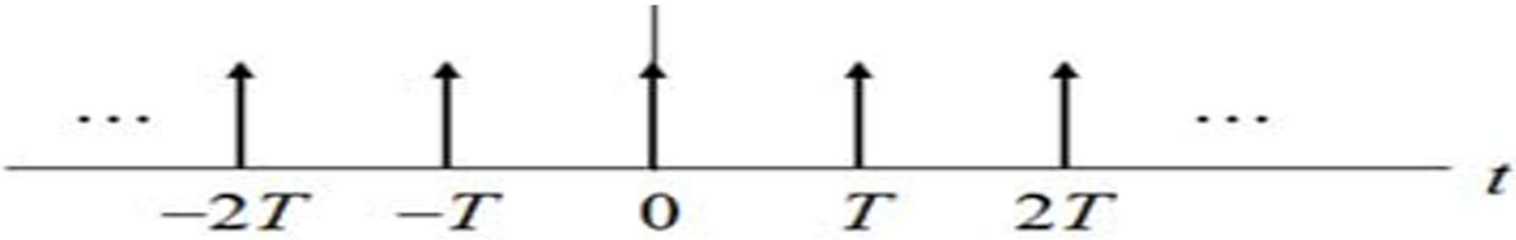


Amostragem de um sinal

Amostragem de um sinal

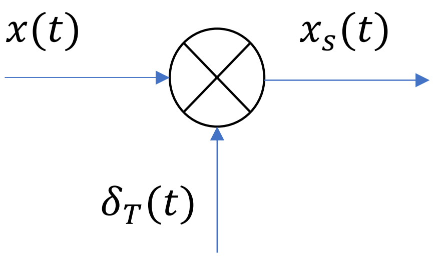
- A amostragem é realizada injetando um trem de impulsos unitários ao sinal analógico.
- Trem de impulsos matematicamente: $$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

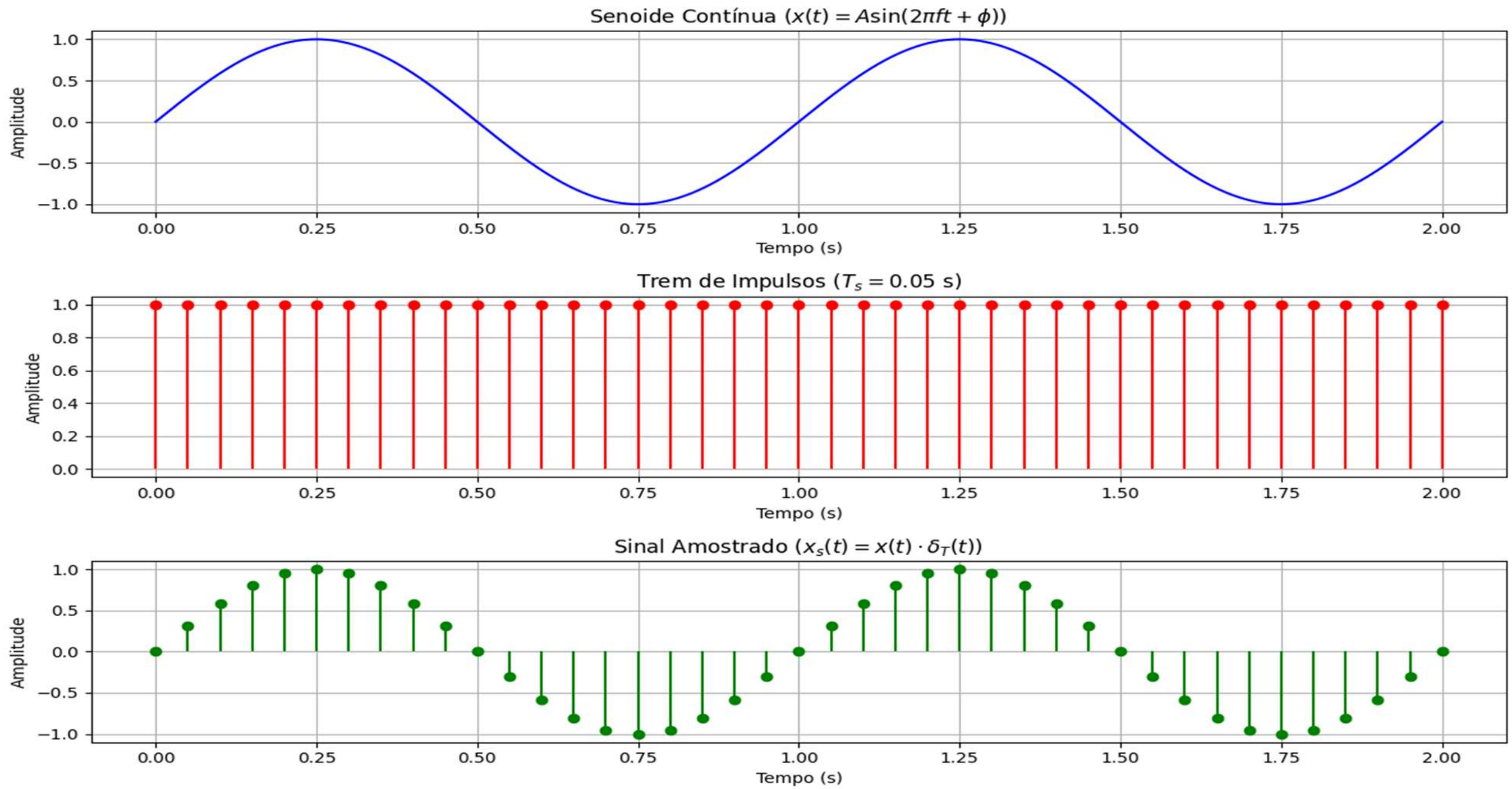
T_s é o período do trem de impulsos (intervalo entre os impulsos)
n é um número inteiro (-2, -1, 0, 1, 2)



Trem de impulsos unitários

Amostragem de um sinal





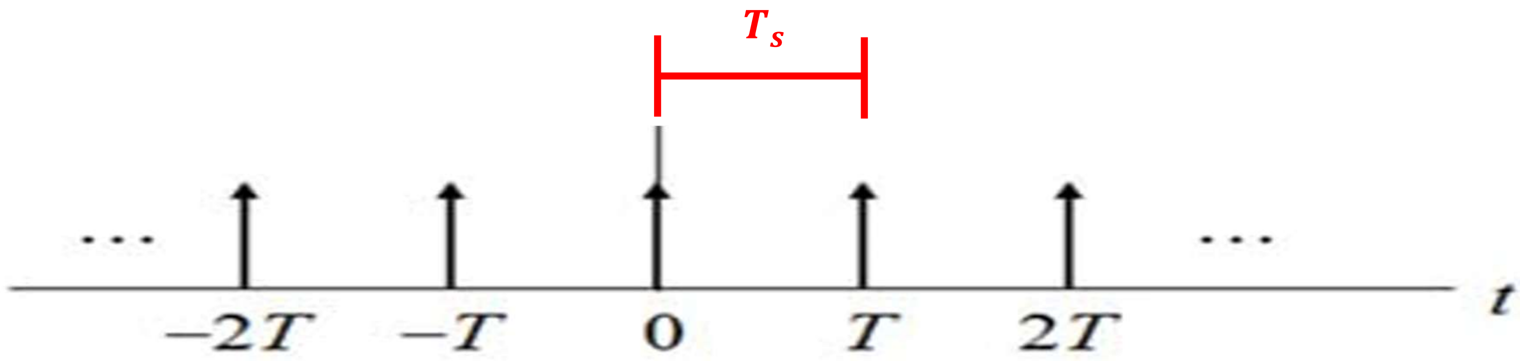
Amostragem de uma Senoide

Vale ressaltar que ao amostrar um sinal, transformamos ele em um sinal discreto, possibilitando a aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT)

Recuperando um sinal amostrado

- Após ser amostrado, o **sinal analógico original deve ser recuperado**, e para isso ele deve conseguir **representar exatamente o sinal analógico e contínuo de forma discreta e digital**.

- Sendo assim, devemos descobrir **o maior valor admissível do período T_s para que o sinal amostrado represente fielmente o sinal analógico original**.



Trem de impulsos

Teorema da Amostragem e Teorema de Nyquist

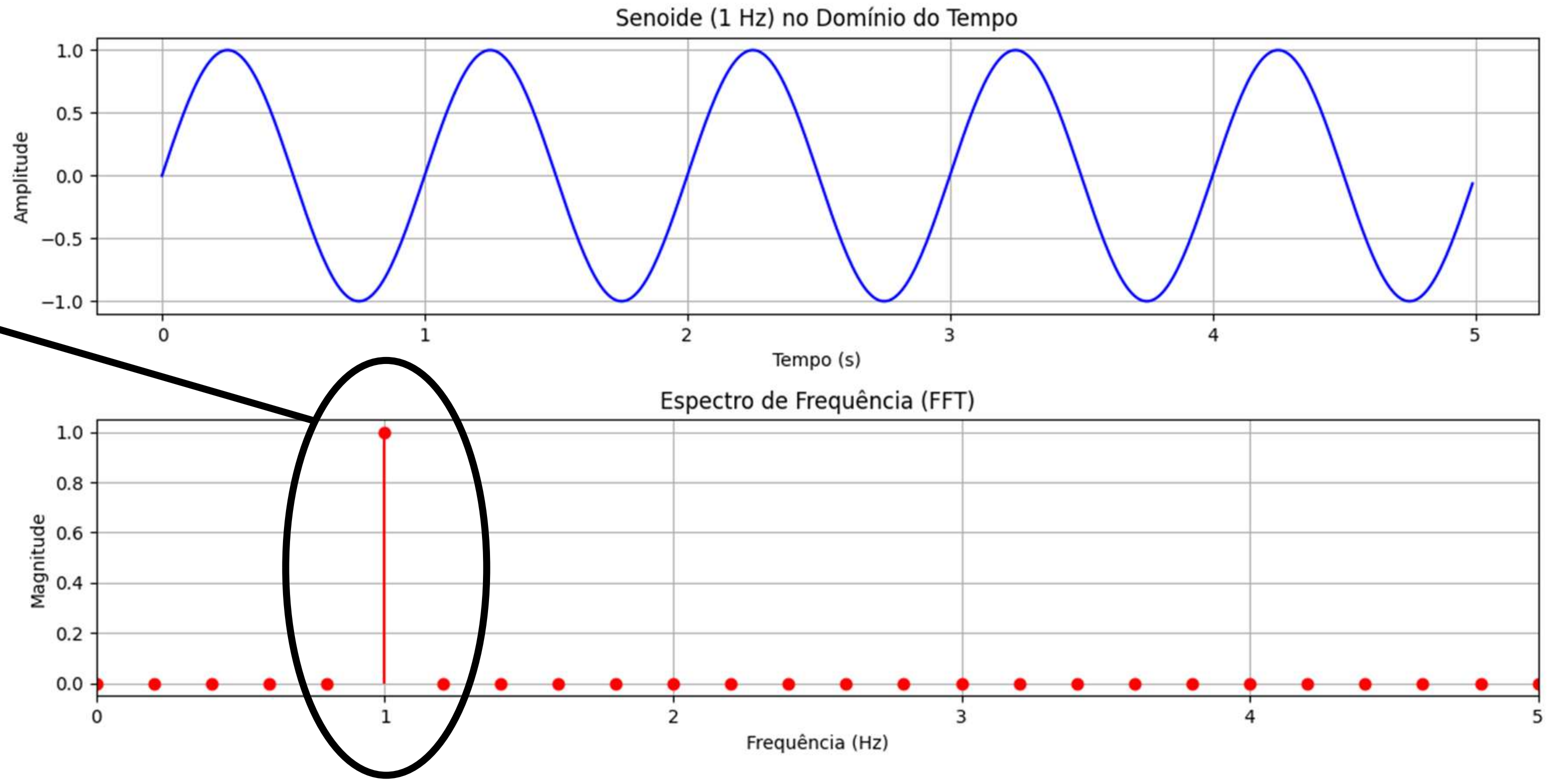
- O Teorema da Amostragem, similar ao Teorema de Nyquist, diz que para podermos reconstruir um sinal amostrado em sua forma original analógica e contínua, devemos atende a seguinte condição:

$$\boldsymbol{fs > 2 \cdot f_{max}}$$

onde fs é a frequência de amostragem, e f_{max} a frequência máxima do sinal

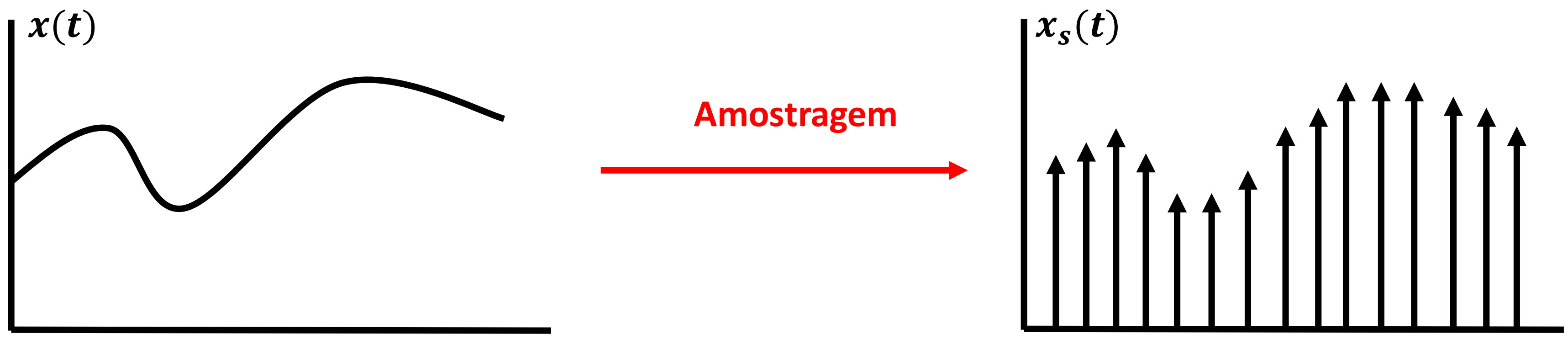
Teorema da Amostragem e Teorema de Nyquist

A frequência máxima do sinal ao lado f_{max} é 1 Hz, logo para ser possível reconstruir de maneira idêntica a senoide ao lado, deve-se amostrar com uma frequência de amostragem fs acima de 2 Hz, ou seja, um trem de impulsos com frequência de 2 Hz.



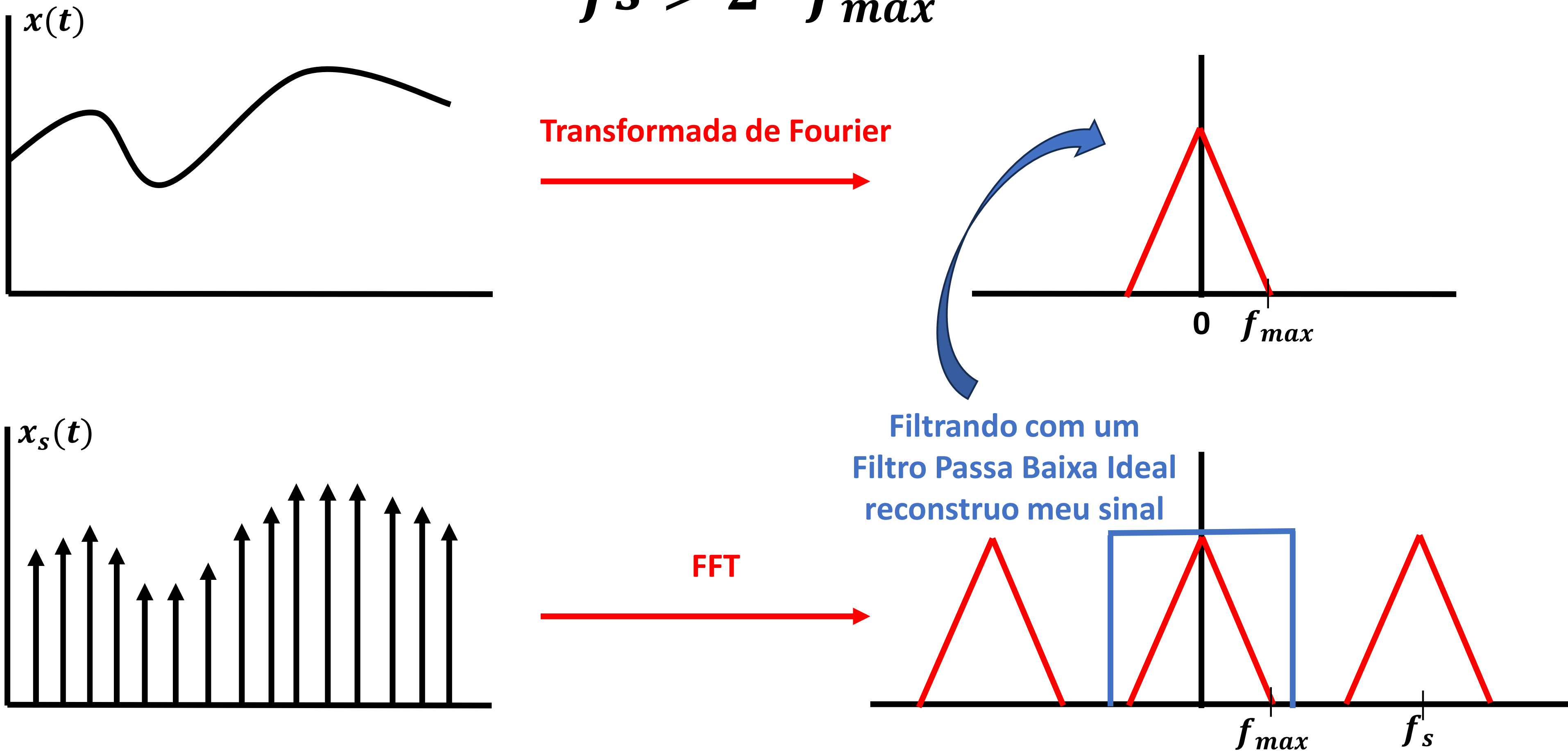
Teorema da Amostragem e Teorema de Nyquist

- Mas por que seguir a equação para amostragem $fs > 2 \cdot f_{max}$?



Teorema da Amostragem e Teorema de Nyquist

$$fs > 2 \cdot f_{max}$$

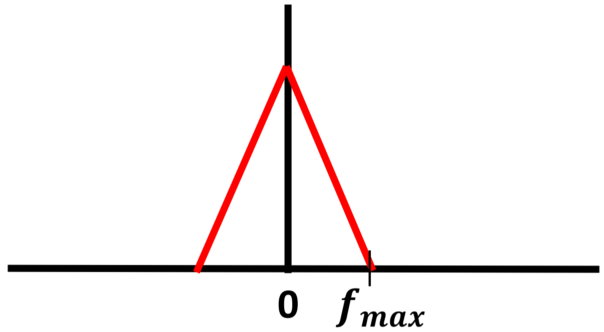


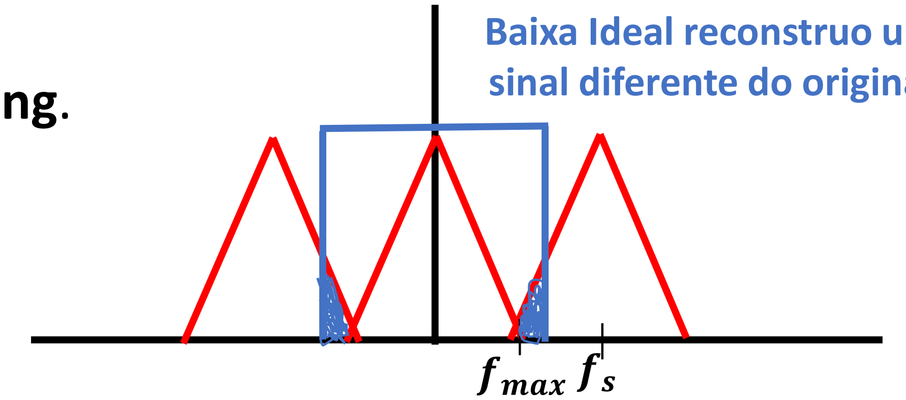
Teorema da Amostragem e Teorema de Nyquist

$$fs > 2 \cdot f_{max}$$

- Se eu não sigo o Teorema da Amostragem, e aumento muito o valor do período de amostragem T_s , as **harmônicas dos espectros se sobrepõem** e **eu não reconstruo meu sinal original de maneira fiel**!

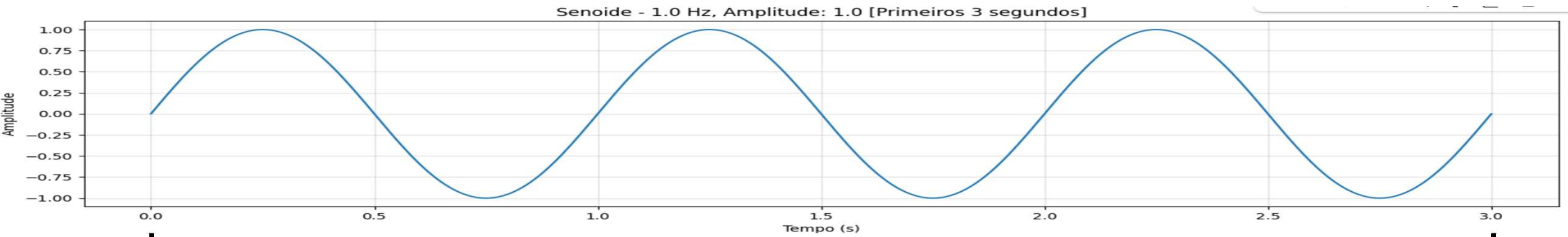
- Esse fenômeno indesejado se chama **Aliasing**.





Aprendemos a Transformada de Fourier, mas por que ela é tão vantajosa?

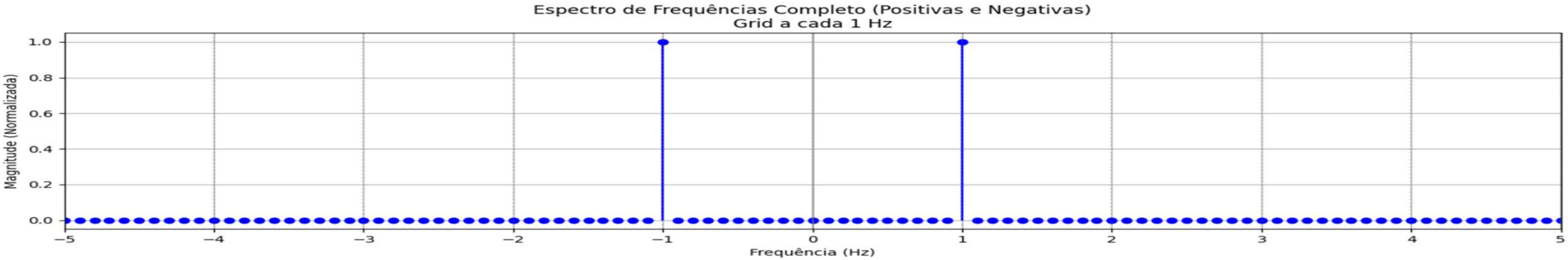
Vantagem da Transformada de Fourier e trabalhar no domínio da frequência (Espectro de Harmônicas)



Protocolo de 3 segundos (Leitura de 3 segundos do meu sinal para obter as informações dele)

1. Taxa de amostragem: 8.000 amostras por segundo
2. 3 segundos de protocolo de comunicação
3. 24.000 amostras devem ser enviadas
4. Cada amostra pode ser armazenada com 8 bits
5. **192.000 bits serão necessários para enviar um sinal amostrado no domínio do tempo**

Vantagem da Transformada de Fourier e trabalhar no domínio da frequência (Espectro de Harmônicas)



Espectro de frequências do mesmo sinal

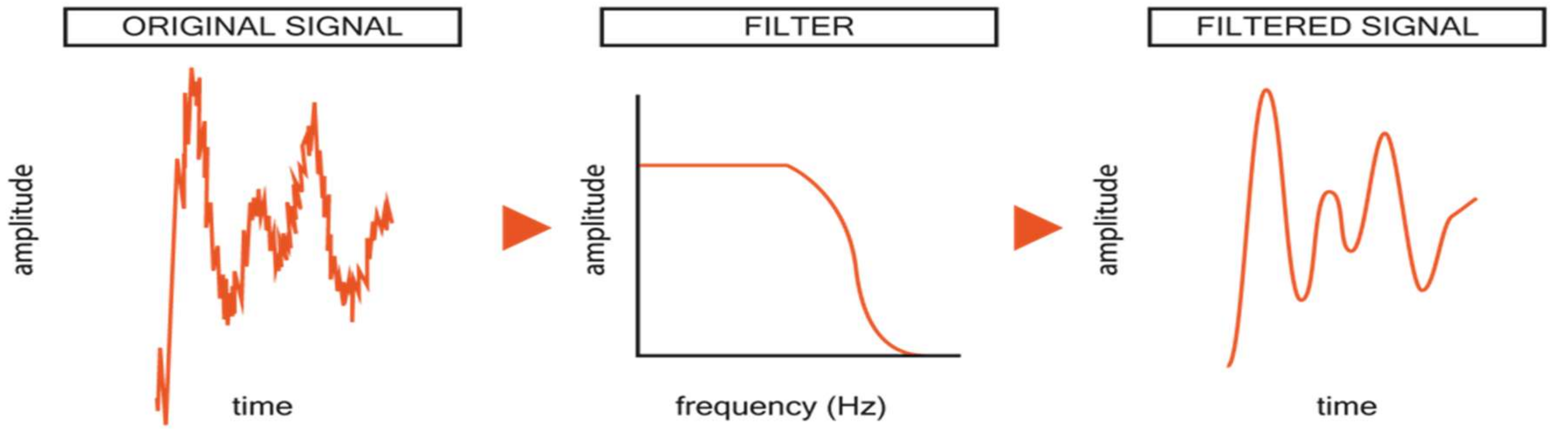
1. Somente 2 amostras devem ser enviadas
2. Cada amostra pode ser armazenada com 8 bits
3. **16 bits serão necessários para enviar um sinal amostrado no domínio da frequência**
4. **Isso representa ~ 12.000X menos processamento para enviar o mesmo sinal**

Filtros

Filtros

- A utilização de **filtros** é crucial no **processamento e transmissão de sinais**.

- Eles servem para filtrarmos o sinal, e obtermos somente as componentes desejadas de um sinal.



Exemplo de filtro sendo aplicado

Antes de conhecermos alguns filtros e suas aplicações, precisamos entender matematicamente como funciona filtrar um sinal.

Isso ocorre por meio de uma operação chamada de **Convolução**.

Convolução de sinais

- Convolução é um tipo de operação muito utilizada no processamento de sinais, pois ela permite "varrer" um sinal, aplicando ou filtrando alguma característica em específico.

- Vamos ver os vídeos a seguir:

https://www.youtube.com/watch?v=nWHX_5gfMco

https://www.youtube.com/watch?v=KuXjwB4LzSA&t=445s

Convolução de sinais

- Matematicamente, a “varredura” efetuada pela convolução é realizada a partir das equações abaixo:

Convolução de sinais contínuos

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = x(t) * h(t)$$

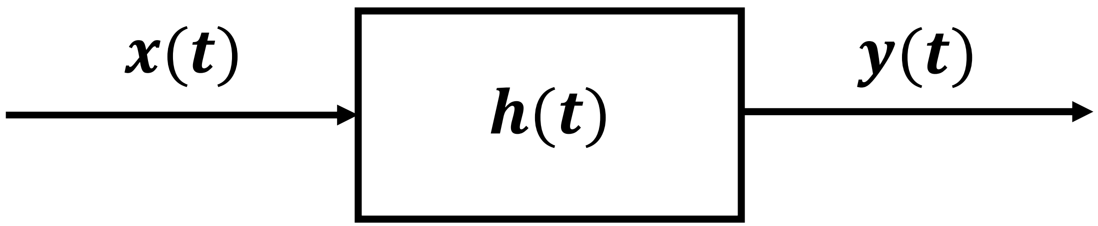
Convolução de sinais discretos

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k] = x[n] * h[n]$$

Para entender como é aplicado um filtro a um sinal, vamos ver o que é um Sistema Linear Invariante no Tempo, e como ele se relaciona com um Filtro sendo aplicado.

Sistema Linear Invariante no Tempo (SLIT)

- É um sistema, que obedece a linearidade, e apresenta a mesma característica independente do tempo.
- Adicionalmente, deve se entender que **as características de um SLIT são completamente determinadas por sua resposta ao impulso**.
- Sua dinâmica é representada pelo diagrama abaixo:



$x(t)$ – Entrada
$h(t)$ – Reposta ao Impulso do SLIT (O Sistema)
$y(t)$ – Saída

Sistema Linear Invariante no Tempo (SLIT) - Filtro

- Agora, podemos representar o processo de filtrar um sinal considerando diagrama abaixo:

$$\xrightarrow{x(t)} \boxed{h(t) \text{ - Filtro}} \xrightarrow{y(t)}$$

Operação matemática

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

Sinal de Convolução

$x(t)$ – Sinal a ser filtrado
$h(t)$ – Filtro a ser aplicado
$y(t)$ – Sinal filtrado

Convolução: No domínio do tempo e da frequência

- Ao passar o sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência, **a operação de convolução se torna uma simples multiplicação dos espectros de frequência**, e vice versa.
- Outra vez, pode-se notar **como utilizar a Transformada de Fourier é útil!**

Operação	Domínio do Tempo	Domínio da Frequência
Multiplicação	$x_1(t) \cdot x_2(t)$	$X_1(f) * X_2(f)$
Convolução	$x(t) * h(t)$	$X(f) \cdot H(f)$


To be continued...