

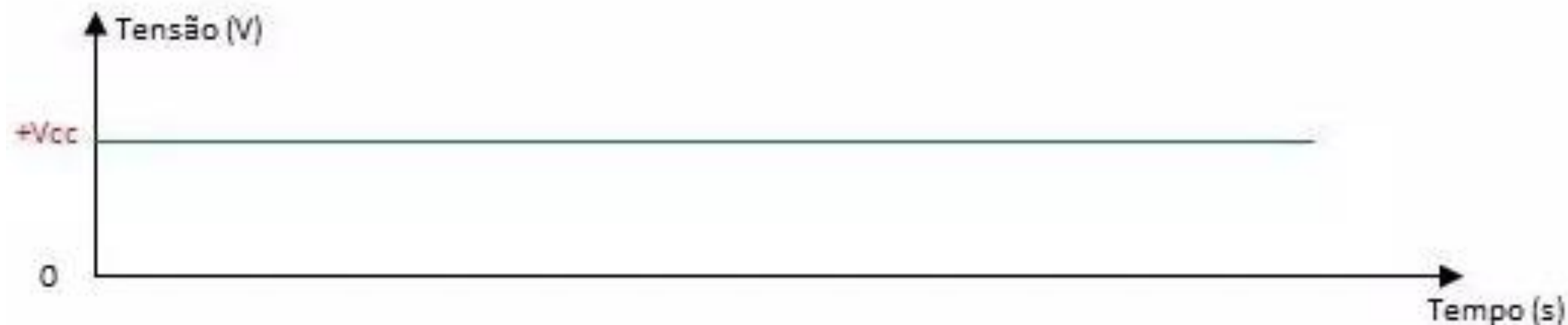
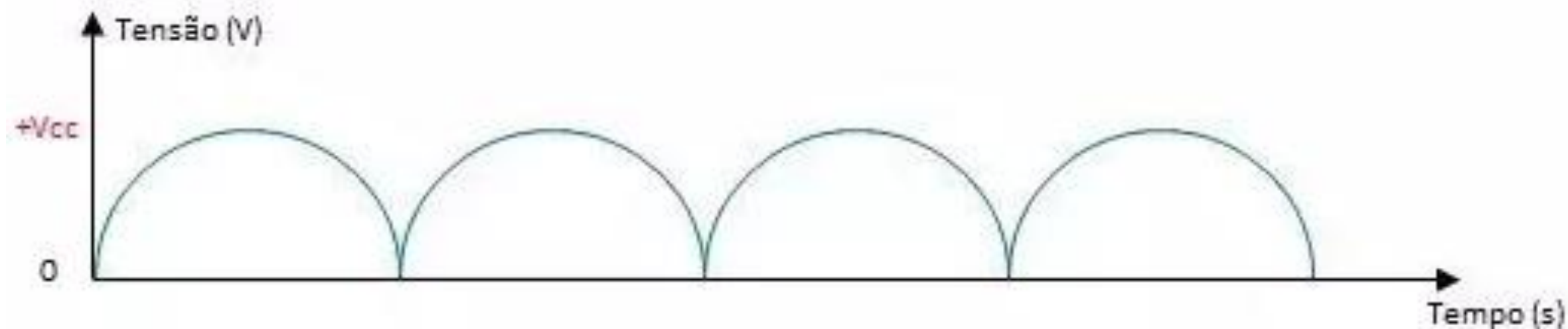
INTRODUÇÃO AOS CIRCUITOS TRIFÁSICOS

ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO

Prof. Me. Roberta dos S. Celestino

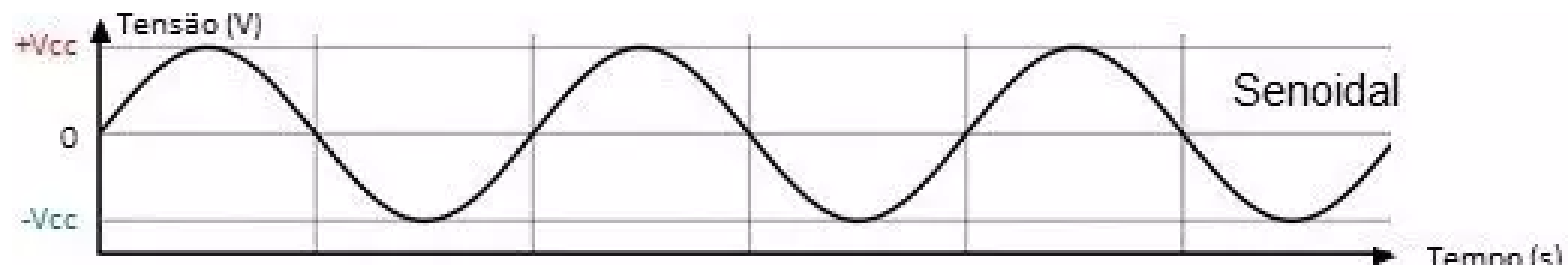
Corrente continua x Corrente alternada

- **Corrente contínua** permanece sempre em uma única polaridade, ou seja, os elétrons estão indo em apenas **um único sentido**, que por convenção saem do polo de maior potencial para o polo de menor potencial.



Corrente continua x Corrente alternada

- **Corrente alternada** apresenta como principal característica não possuir uma polaridade bem definida. Isso acontece porque **os elétrons ficam mudando de direção várias vezes no intervalo de um segundo.**



Expressão Matemática do Sinal Senoidal

- Todo sinal elétrico senoidal pode ter seu comportamento descrito de modo gráfico ou analítico através de uma função matemática senoidal, periódica e variante com o tempo. Adota-se para a representação dos sinais de tensão e de corrente alternada senoidal as seguintes expressões gerais:

$$v(\omega t) = V_{m\acute{a}x} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)$$

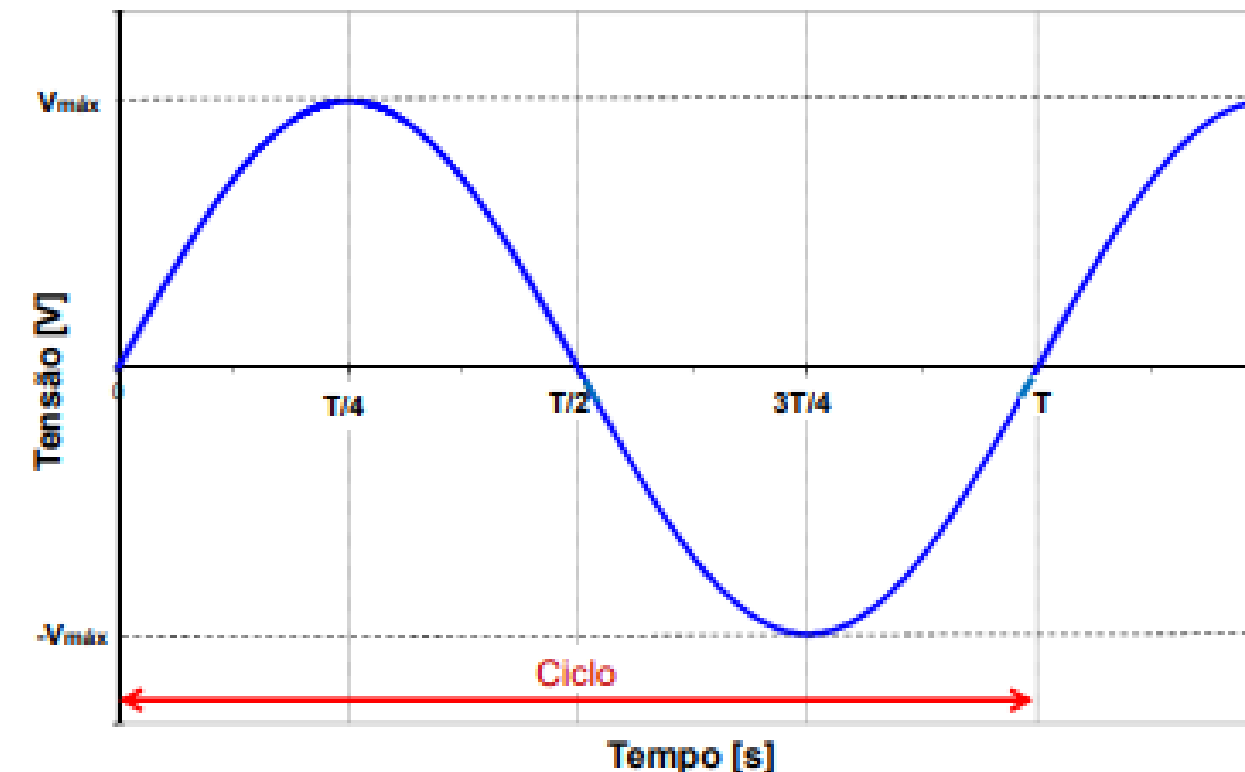
$$i(\omega t) = I_{m\acute{a}x} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_i)$$

Onde: $V_{m\acute{a}x}$ e $I_{m\acute{a}x}$ - valores máximo, de pico ou amplitude

ω - frequência angular elétrica

θ - ângulo de fase

- Valor máximo, de pico ou amplitude - $V_{\text{máx.}}$, V_p ou A : é o valor extremo alcançado pelo sinal.
- Período - T [s] : é o tempo decorrido na realização de um ciclo completo.
- Frequência - f [Hz] : é o número de ciclos realizados, na unidade de tempo, obtido por: $f = 1/T$ [Hz] Onde: 1 Hz = 1 ciclo / segundo
- Frequência angular elétrica - ω [rad/s]: É a rapidez de variação do sinal. Ou seja, é a velocidade com que o sinal realiza um ciclo de variação, o que equivale realizar, num círculo, um arco de 2π radianos ou 360° .



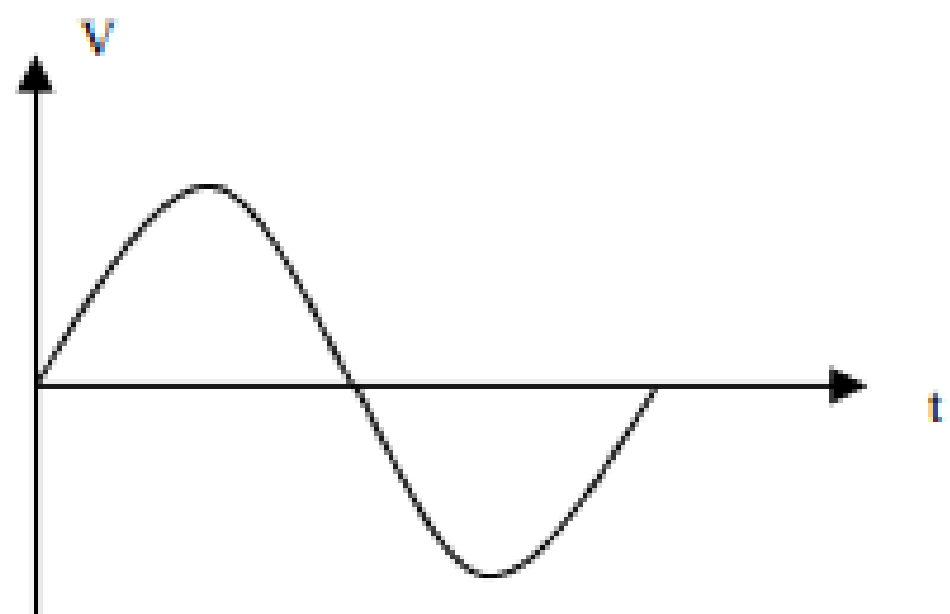
- Ângulo de fase - θ [o] : É a posição relativa, expressa em grau, do sinal em relação a uma referência ou a outro sinal

Seu valor pode ser:

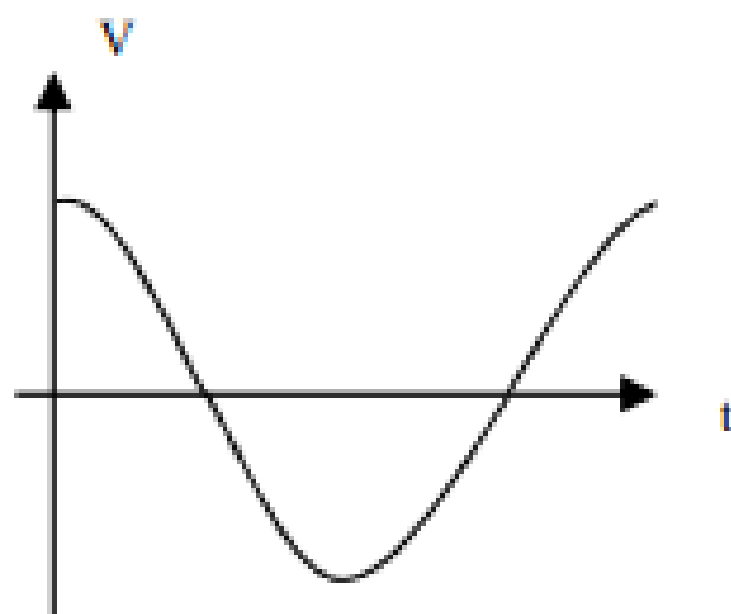
$\theta > 0^\circ$ (positivo) - sinal adiantado

$\theta = 0^\circ$ - sinal em fase

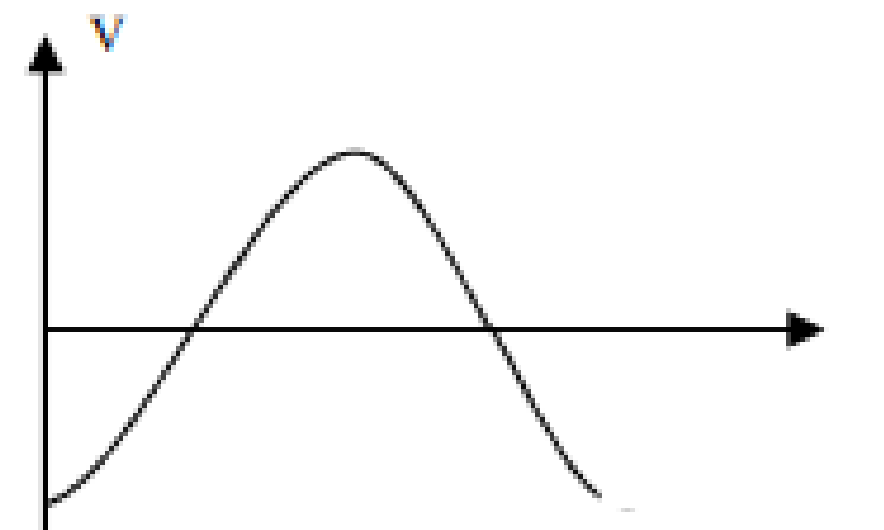
$\theta < 0^\circ$ (negativo) - sinal atrasado



$\theta = 0^\circ$
(em fase)



$\theta = +90^\circ$
(adiantado)



$\theta = -90^\circ$
(atrasado)

- Em corrente alternada senoidal a relação é dada por:

Partindo-se de:

$$i(t) = \frac{v(t)}{R}$$

Substituindo $v(t)$ tem-se:

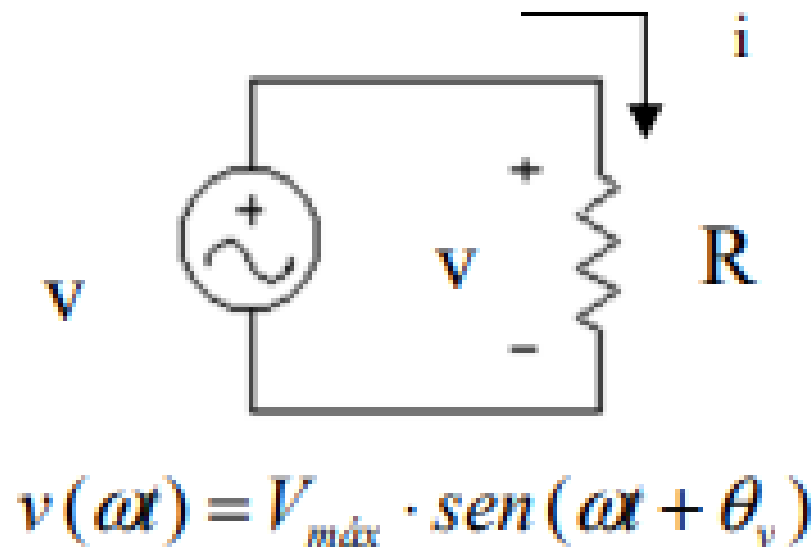
$$i(t) = \frac{V_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)}{R}$$

Ou:

$$i(t) = \frac{I_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v)}{R}$$

Com no resistor a tensão e corrente estão em fase:

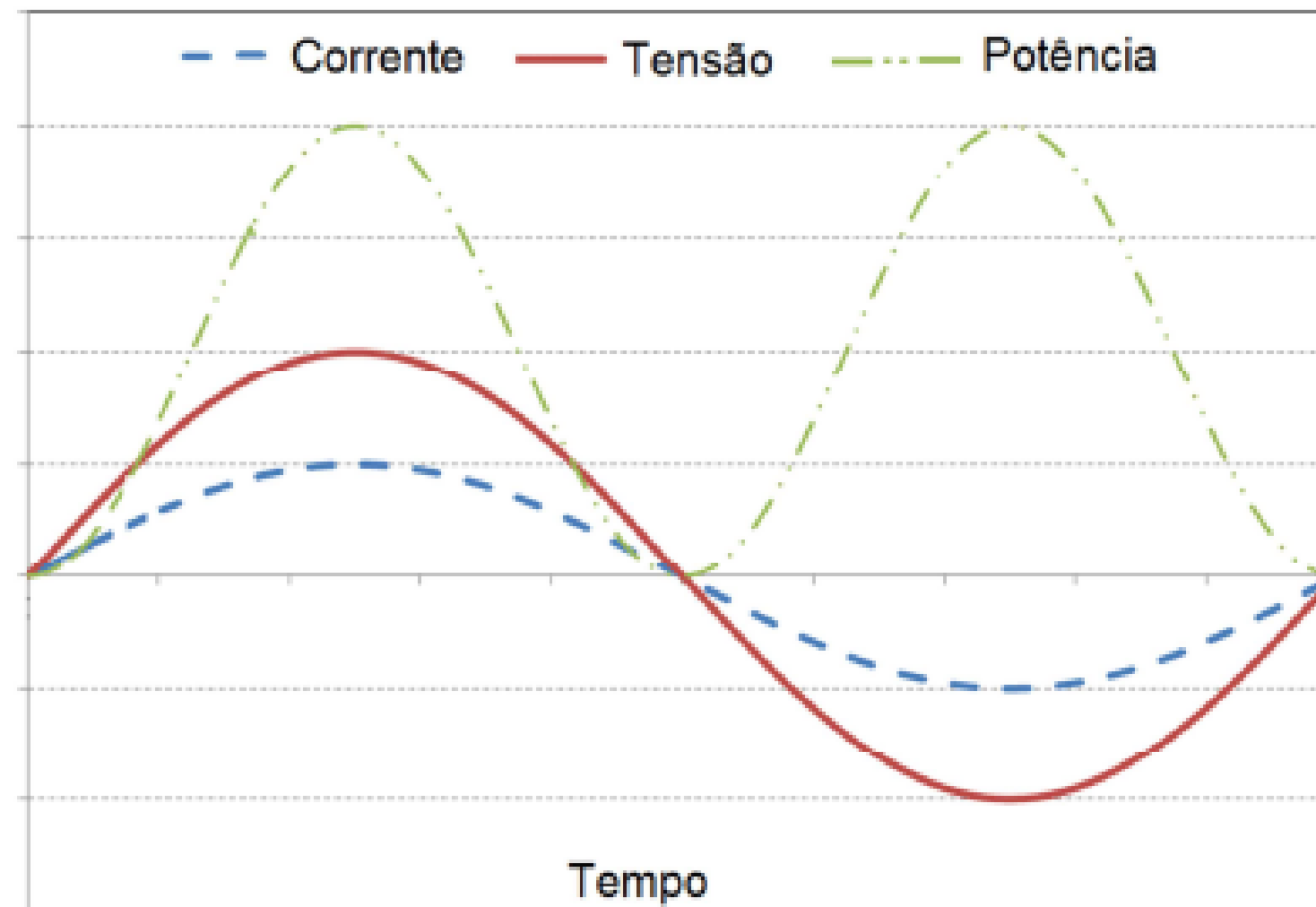
$$I_{\text{máx}} = \frac{V_{\text{máx}}}{R} \quad \text{ou} \quad i(t) = I_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_i)$$



- Em corrente alternada, como a tensão e a corrente se relaciona que em CC, ao se adotar valores eficazes as equações da potência elétrica são as mesmas.

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \quad \text{ou} \quad P = R \cdot I_{ef}^2 \quad \text{ou} \quad P = \frac{V_{ef}^2}{R}$$

No tempo tem-se a seguinte equação: $p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_p \cdot I_p \cdot \text{sen}^2(\omega t)$



Impedância

- Os circuitos de corrente alternada raramente são apenas resistivos, indutivos ou capacitivos. Na maioria das vezes os mesmos apresentam as duas reatâncias, ou uma delas, combinada com a resistência.
- A resistência total do circuito, neste caso, passa a ser denominada de impedância, designada por Z e medida em ohm $[\Omega]$. Neste caso a Lei de Ohm passa a ser expressa por:

$$V = Z \cdot I$$

Tipos de potência

- **Potência ativa:** a potência dissipada por resistores, expressa em watt (W).

$$P = R \cdot I^2 \text{ [W]}$$

- **Potência reativa:** potência que retorna dos indutores e capacitores, expressa em volt ampere reativo (VAr). A equação é similar, trocando somente a resistência pela reatância (capacitiva ou indutiva).

$$Q = X \cdot I^2 \text{ [VAr]}$$

A potência reativa pode ser positiva, proveniente dos circuitos indutivos ($X > 0$), ou negativa, proveniente dos circuitos capacitivos ($X < 0$).

- **Potência aparente:** a potência ativa e reativa combinada, expressa em Volt Ampère(VA). O módulo da potência aparente é a multiplicação dos módulos da tensão e corrente:

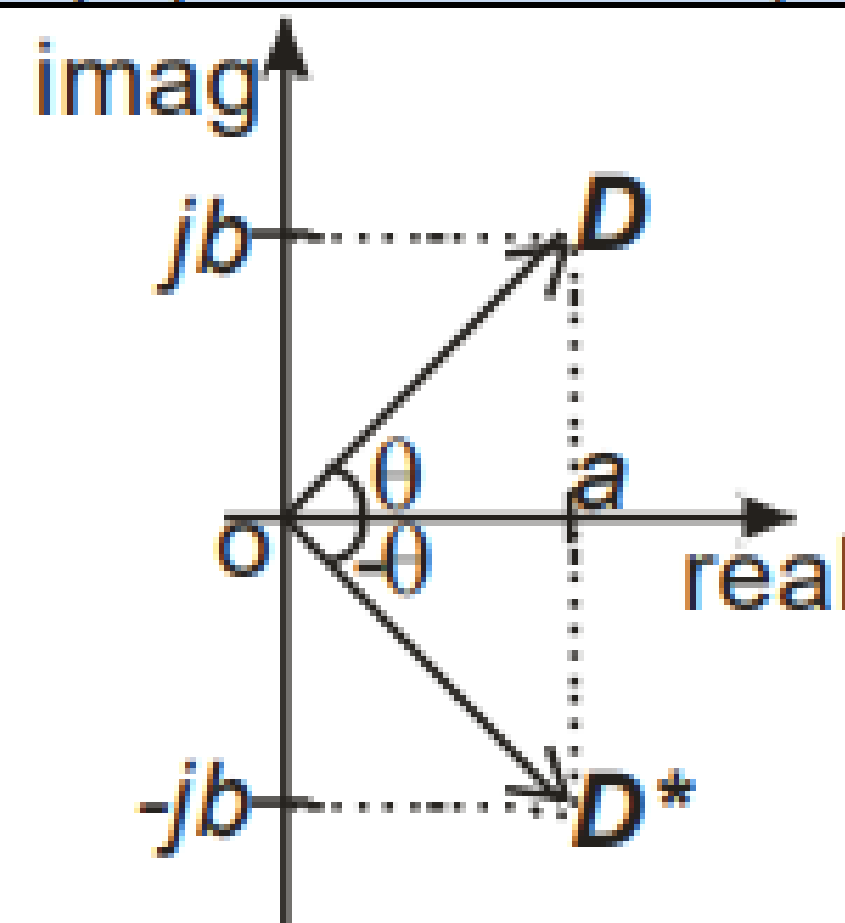
$$S = V \cdot I \text{ [VA]}$$

Representação retangular

Seja como exemplo um número complexo D expresso na forma retangular: $D = a + jb$.

Pode-se expressar:
Parte real de D : a
Parte imaginária de D : b
Magnitude: $ D = \sqrt{a^2 + b^2}$
Ângulo: $\angle D = \theta = \angle \text{arctg}(b / a)$
Forma polar: $D = D \angle \theta$
Forma exponencial: $D = D e^{j\theta}$
Conjugado: $D^* = a - jb$ ou, $D^* = D \angle -\theta$ ou, $D^* = D e^{-j\theta}$

Representação gráfica no plano complexo (supondo $a > 0$ e $b > 0$):



$$D = |D| \cos \theta + j|D| \sin \theta$$

Exemplo

- Representar os números complexos na forma polar
- $A = 3 + j4$

Ângulo: $\angle D = \theta = \angle \arctg(b / a)$
Forma polar: $D = D \angle \theta$

- Representar na forma retangular
- $10 \angle -30^\circ$

Exemplo

- Representar os números complexos na forma polar

- $A = 3 + j4$

- $D^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow D = 5$

- $tg \theta = \frac{4}{3} \rightarrow \theta = arctg \left(\frac{4}{3} \right) = 53,13^\circ$

- $5 \angle 53,13^\circ$

- Representar na forma retangular

- $10 \angle -30^\circ$

$$D = |D| \cos \theta + j|D| \sin \theta$$

Ângulo: $\angle D = \theta = \angle arctg(b/a)$
Forma polar: $D = D \angle \theta$

Exemplo

- Representar os números complexos na forma polar

- $A = 3 + j4$

- $D^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow D = 5$

- $tg \theta = \frac{4}{3} \rightarrow \theta = arctg \left(\frac{4}{3} \right) = 53,13^\circ$

- $5 \angle 53,13^\circ$

- Representar na forma retangular

- $10 \angle -30^\circ$

$$D = |D| \cos \theta + j|D| \sin \theta$$

$$D = 10 \cos -30 + j10 \sin -30$$

$$D = 10.0,866 + j.10.(-0,5)$$

$$D = 8,66 - j.5$$

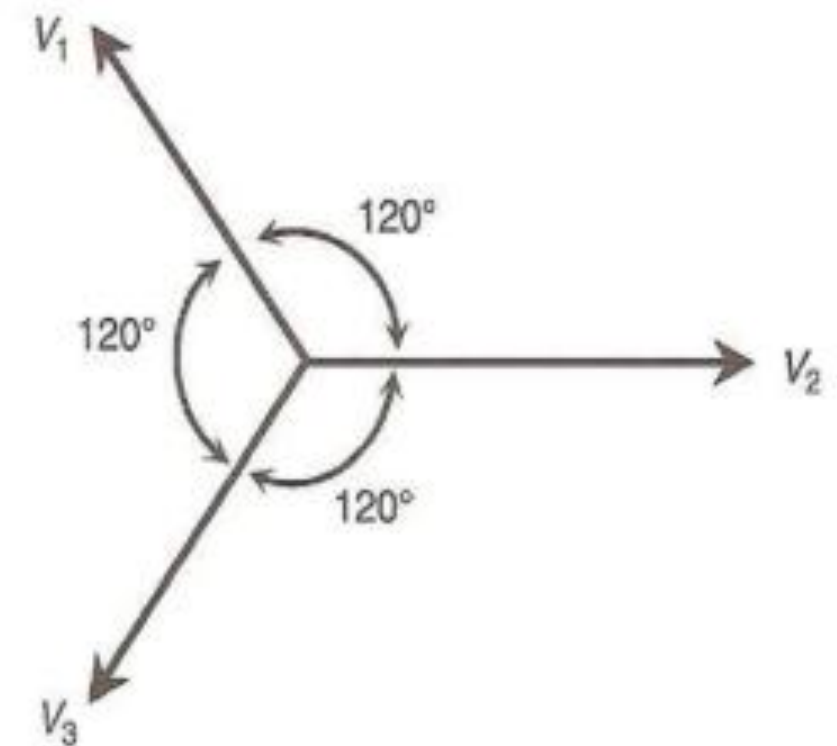
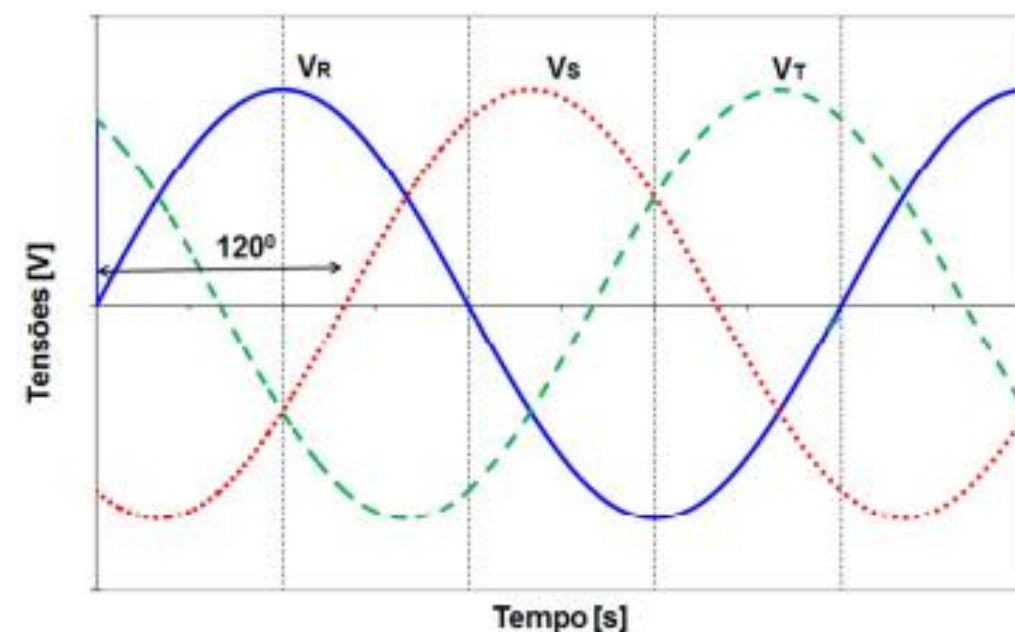
Ângulo: $\angle D = \theta = \angle arctg(b/a)$
Forma polar: $D = D \angle \theta$

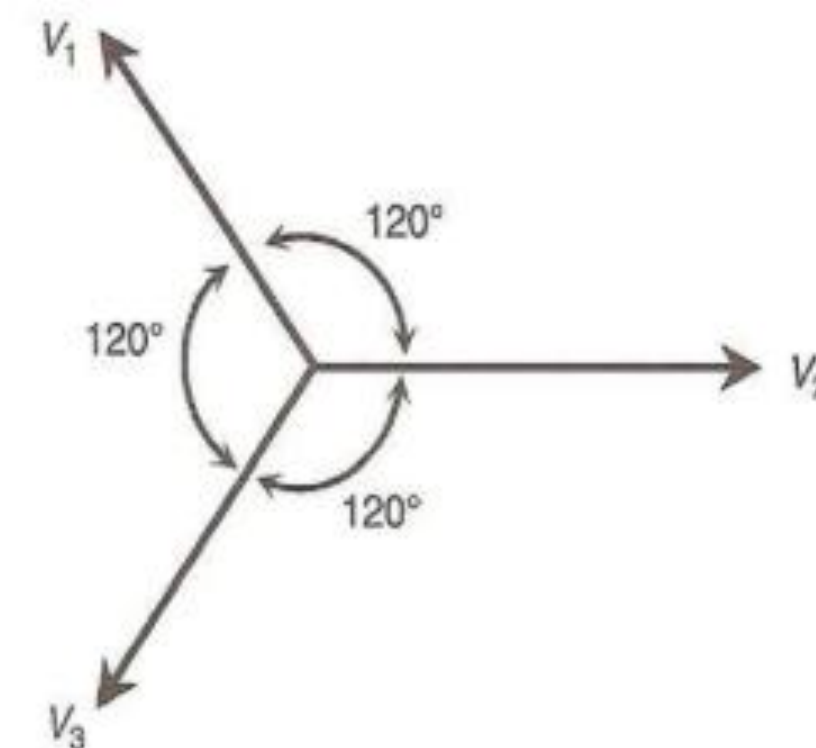
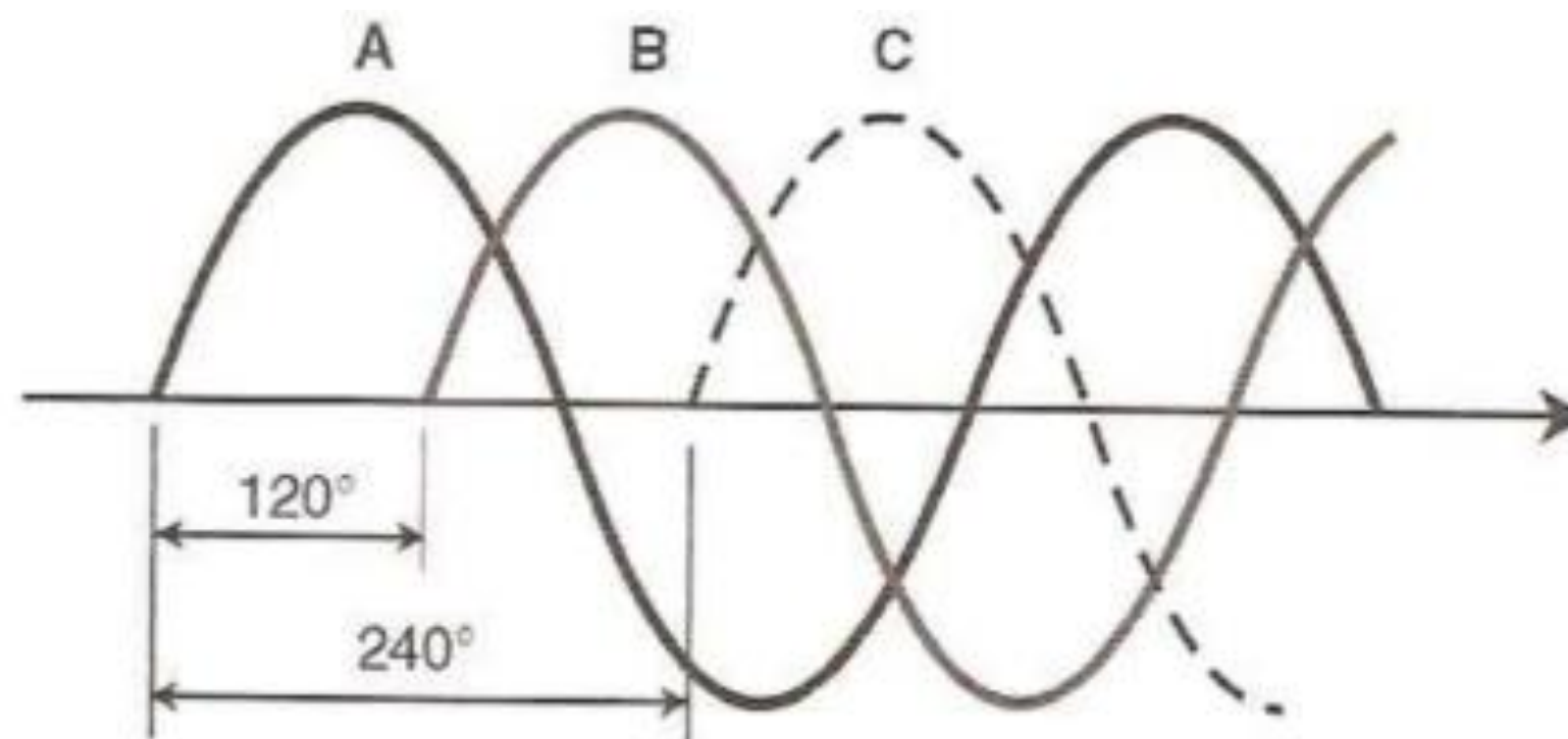
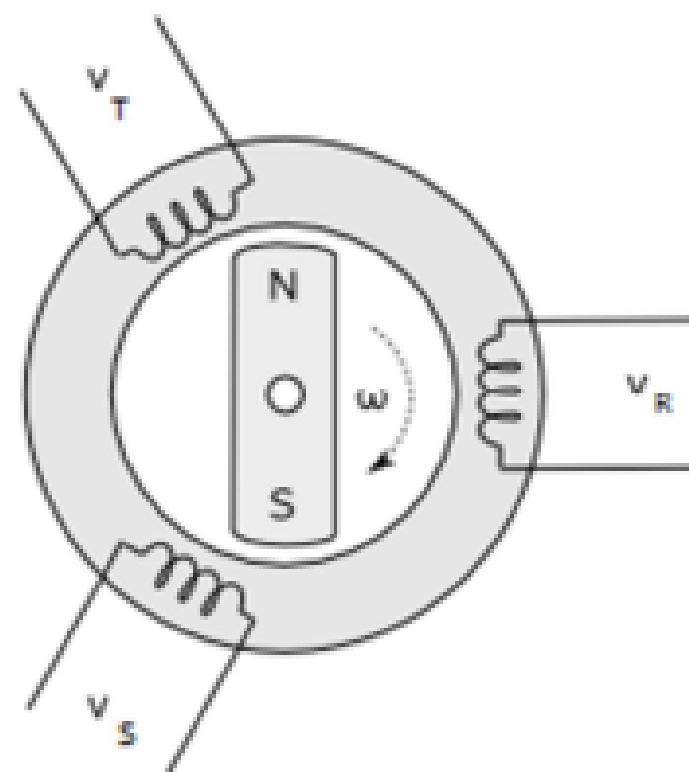
INTRODUÇÃO AO SISTEMA TRIFÁSICO

- O circuito trifásico é um caso particular dos circuitos polifásicos que, por razões técnicas e econômicas tornou-se padrão em geração, transmissão e distribuição.
- A maior parte dos motores elétricos utilizados nas indústrias são trifásicos.
- Geração de energia mais econômica que o sistema monofásico.

Conceitos básicos

- Equivale a três sistemas monofásicos conectados;
- As três fases possuem a mesma frequência (Brasil – 60 Hz);
- Em um sistema trifásico equilibrado as tensões e as correntes estão defasadas entre si de 120° , ou seja, $1/3$ de 360° ;
- Ligação dos sistemas poderá ser em estrela ou triângulo;
- O sistema poderá operar equilibrado ou desequilibrado;
- Grandezas (tensão e corrente) são de fase e de linha.





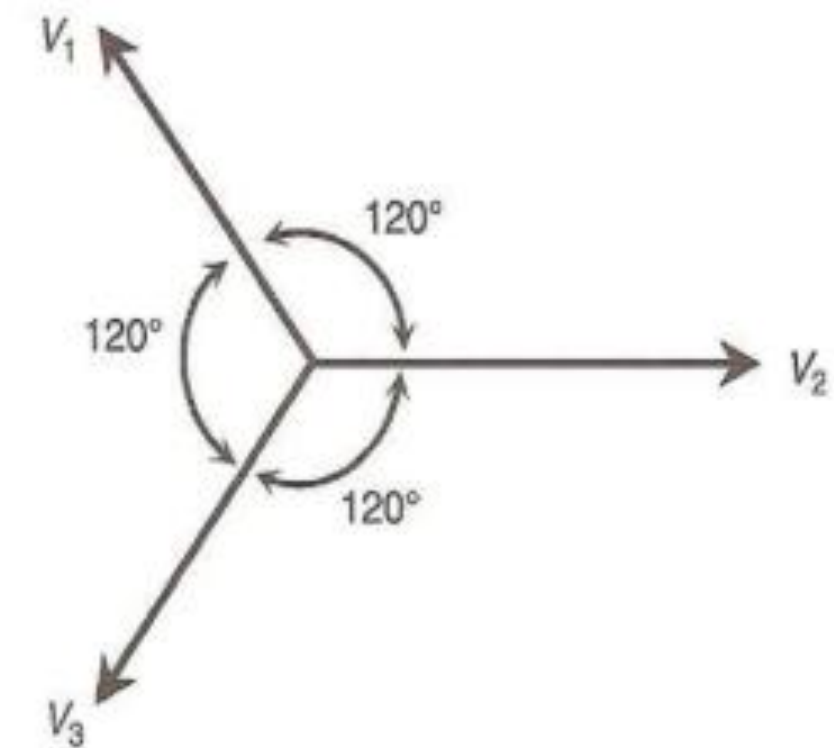
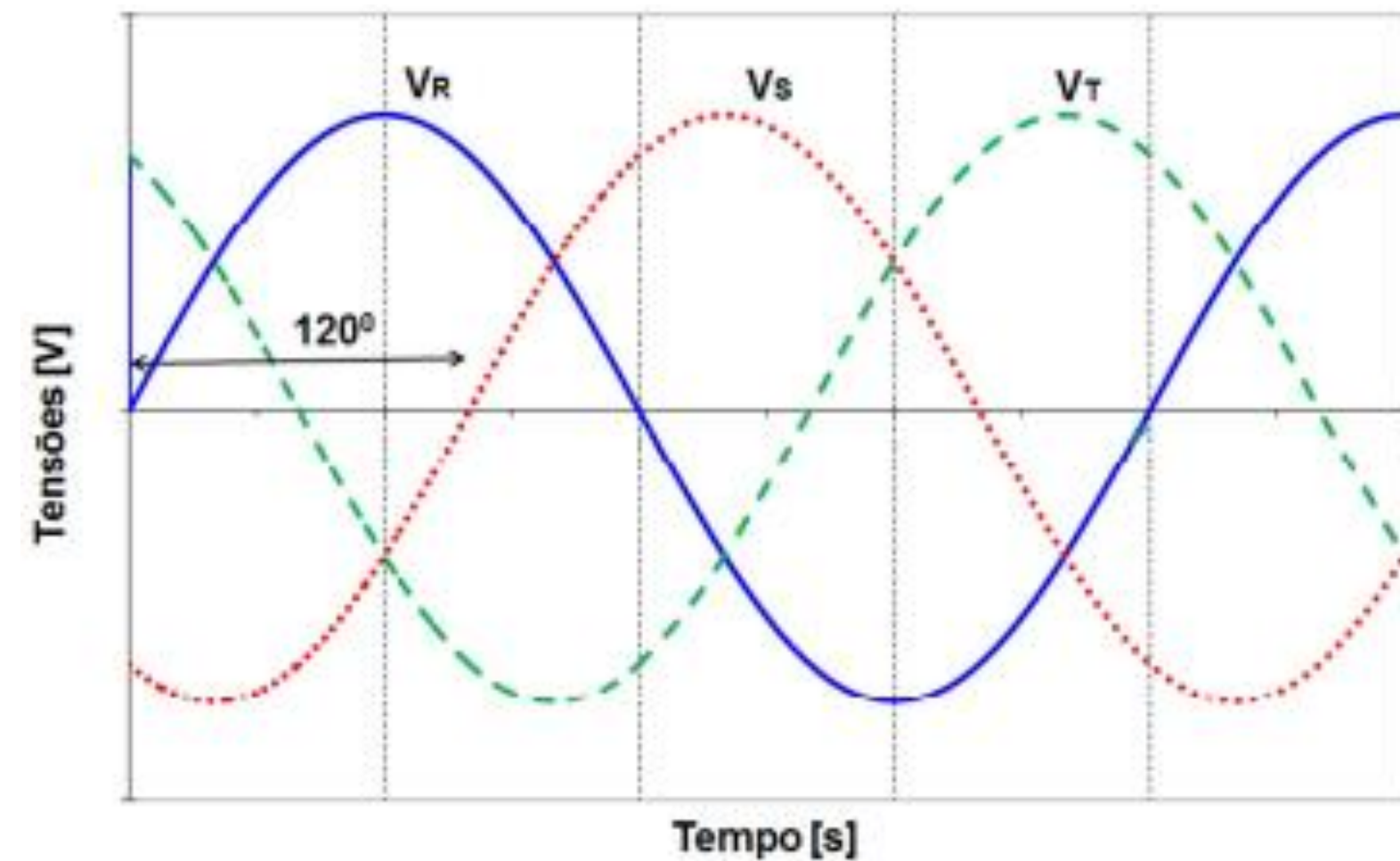
- Nesta configuração de enrolamentos do gerador é como houvesse três fontes de tensão com mesma amplitude e frequência, mas defasadas entre si de 120° elétricos.
- A tensão B resultará atrasada 120° em relação a A
- A tensão C resultará atrasada 240° em relação a A

Tensões no gerador

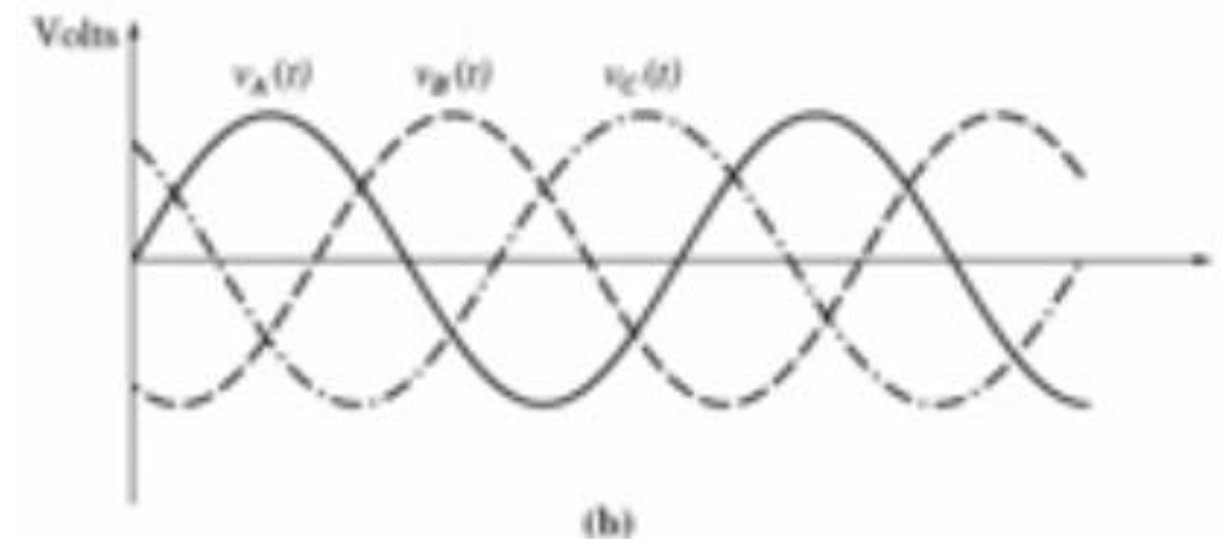
$$V_R(t) = V_p \cdot \text{Sen}(wt) \quad [V]$$

$$V_S(t) = V_p \cdot \text{Sen}(wt - 120^\circ) \quad [V]$$

$$V_T(t) = V_p \cdot \text{Sen}(wt - 240^\circ) \quad [V]$$

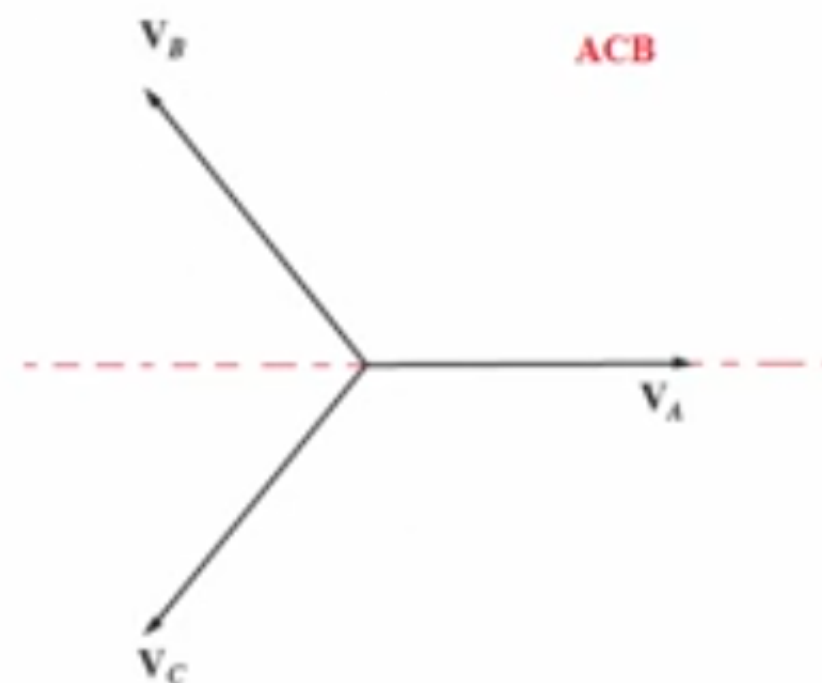


Sequência de fases

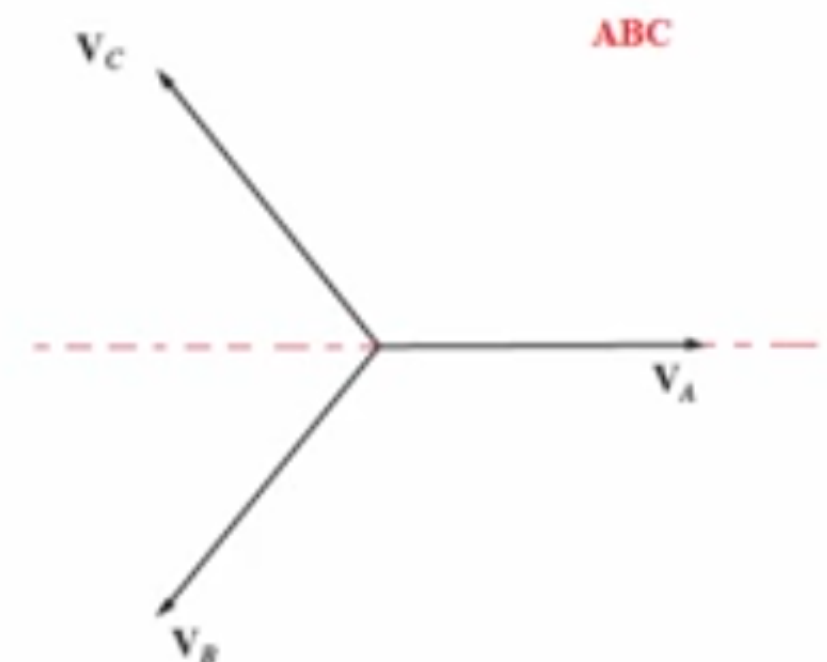


- É a ordem cronológica na qual as fases atingem seu valor de pico.
- Sequência direta ou inversa, ou positiva e negativa.
- ABC ou ACB

Sequência negativa



Sequência positiva



Gira em sentido anti-horário

Sistema trifásico equilibrado

- Um sistema trifásico pode ser equilibrado ou desequilibrado. Uma carga, em delta ou estrela, composta por impedâncias iguais, é um sistema equilibrado. Neste caso, um gerador também equilibrado irá fornecer um conjunto de três correntes, no qual serão defasadas entre si em 120° .

$$I_R(t) = I_p \cdot \text{Sen}(wt \pm \varphi) \quad [A]$$

$$I_S(t) = I_p \cdot \text{Sen}(wt - 120^\circ \pm \varphi) \quad [A]$$

$$I_T(t) = I_p \cdot \text{Sen}(wt - 240^\circ \pm \varphi) \quad [A]$$

Onde φ é o ângulo da impedância da carga (ou fator de potência).

Sistema trifásico equilibrado

- Em um sistema trifásico equilibrado a soma das três correntes no tempo é zero, logo a corrente de neutro também é zero.

$$I_N(t) = I_R(t) + I_S(t) + I_T(t) = 0 \quad [A]$$

Sistema trifásico equilibrado

- Sendo cargas monofásicas iguais conectadas ao sistema trifásico, a potência ativa total será a soma das **potências ativas nas fases**:

$$P_{3\phi} = P_R + P_S + P_T \quad [W]$$

- Como o sistema é equilibrado têm-se:

$$P_R = P_S = P_T = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos \varphi \quad [W]$$

$$P_{3\phi} = 3 \cdot V_F \cdot I_F \cdot \cos \varphi$$

- Se forem **consideradas as tensões de linha** a expressão da potência torna-se:

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi \quad [W]$$

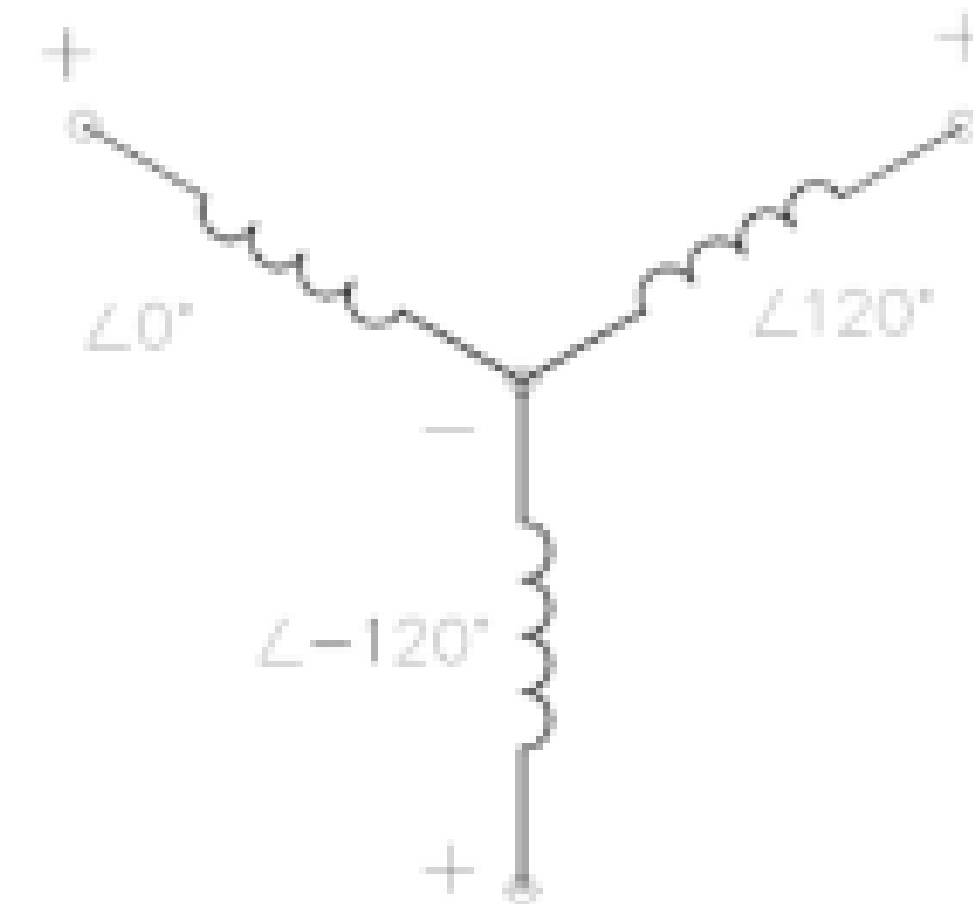
Sistema trifásico equilibrado

- Usando-se o mesmo raciocínio a potência reativa e a aparente são dadas por:

$$Q_{3\phi} = 3 \cdot V_F \cdot I_F \cdot \text{sen}\varphi \quad \text{ou} \quad Q_{3\phi} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \text{sen}\varphi \quad [VAr]$$

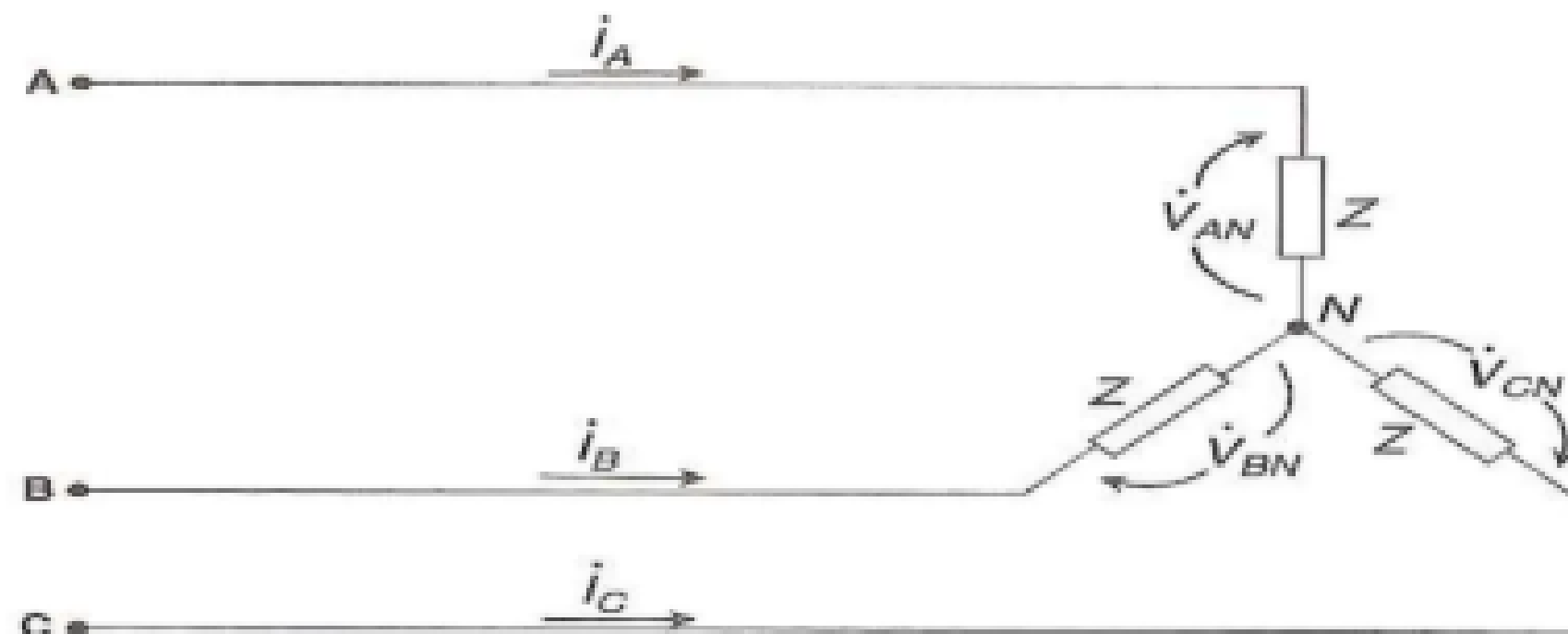
$$S_{3\phi} = 3 \cdot V_F \cdot I_F \quad \text{ou} \quad S_{3\phi} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \quad [VA]$$

Ligação Estrela ou Y



- Na ligação estrela a relação entre as tensões é dada por: $V_L = \sqrt{3} V_F$
- E as correntes têm as mesmas amplitudes: $I_L = I_F$

Ligação Estrela ou Y



- As correntes de fase, ou de linha são calculadas pela lei de Ohm:

$$I_A = V_{AN} / Z$$

$$I_B = V_{BN} / Z$$

$$I_C = V_{CN} / Z$$

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

- Relação entre tensão de fase e de linha por Kirchhoff:

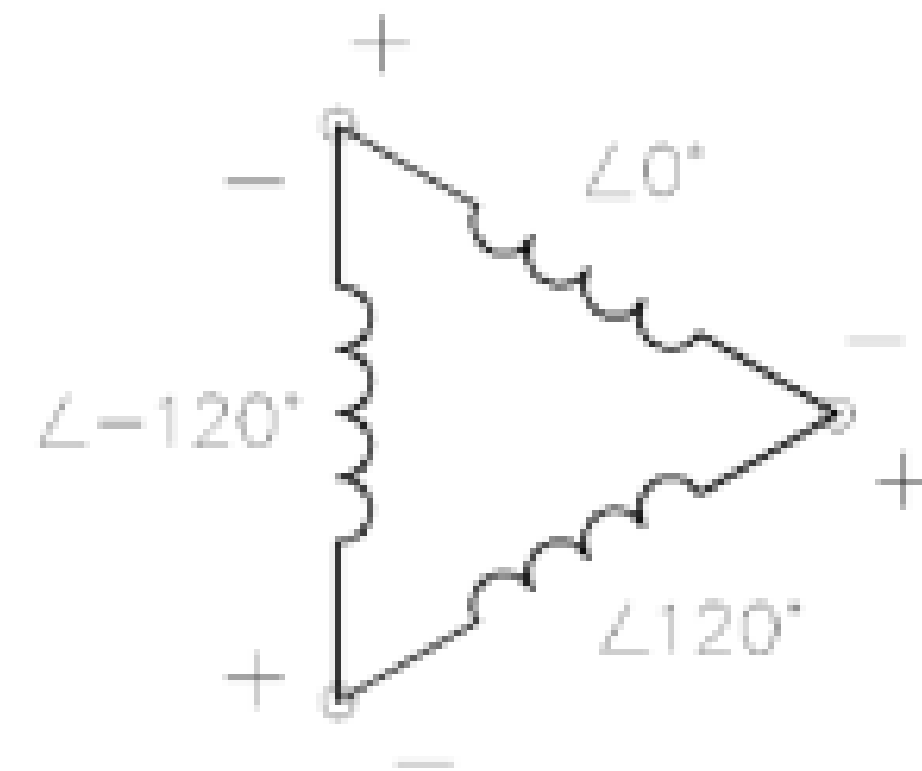
$$V_{AB} = V_{AN} - V_{BN}$$

$$V_{BC} = V_{BN} - V_{CN}$$

$$V_{CA} = V_{CN} - V_{AN}$$

- V_{ab} – tensão de linha
- V_{an} – tensão de fase

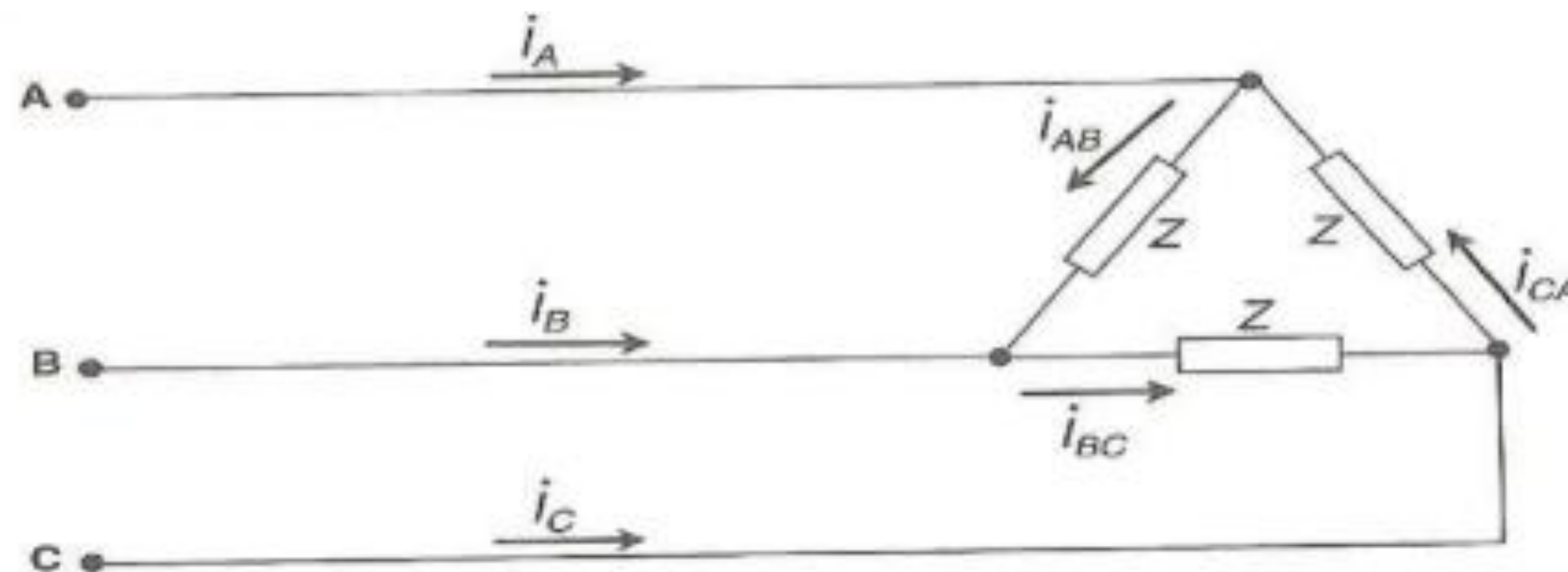
Ligação Triângulo ou delta



- Neste tipo de conexão as tensões de linha são as mesmas das fases: $V_L = V_F$
- Já as correntes têm as seguintes relações na ligação triângulo: $I_L = \sqrt{3} I_F$

Ligação Triângulo ou delta

- I_a , I_b e I_c são as correntes de linha do circuito



- Aplicando a Lei das correntes de Kirchhoff:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

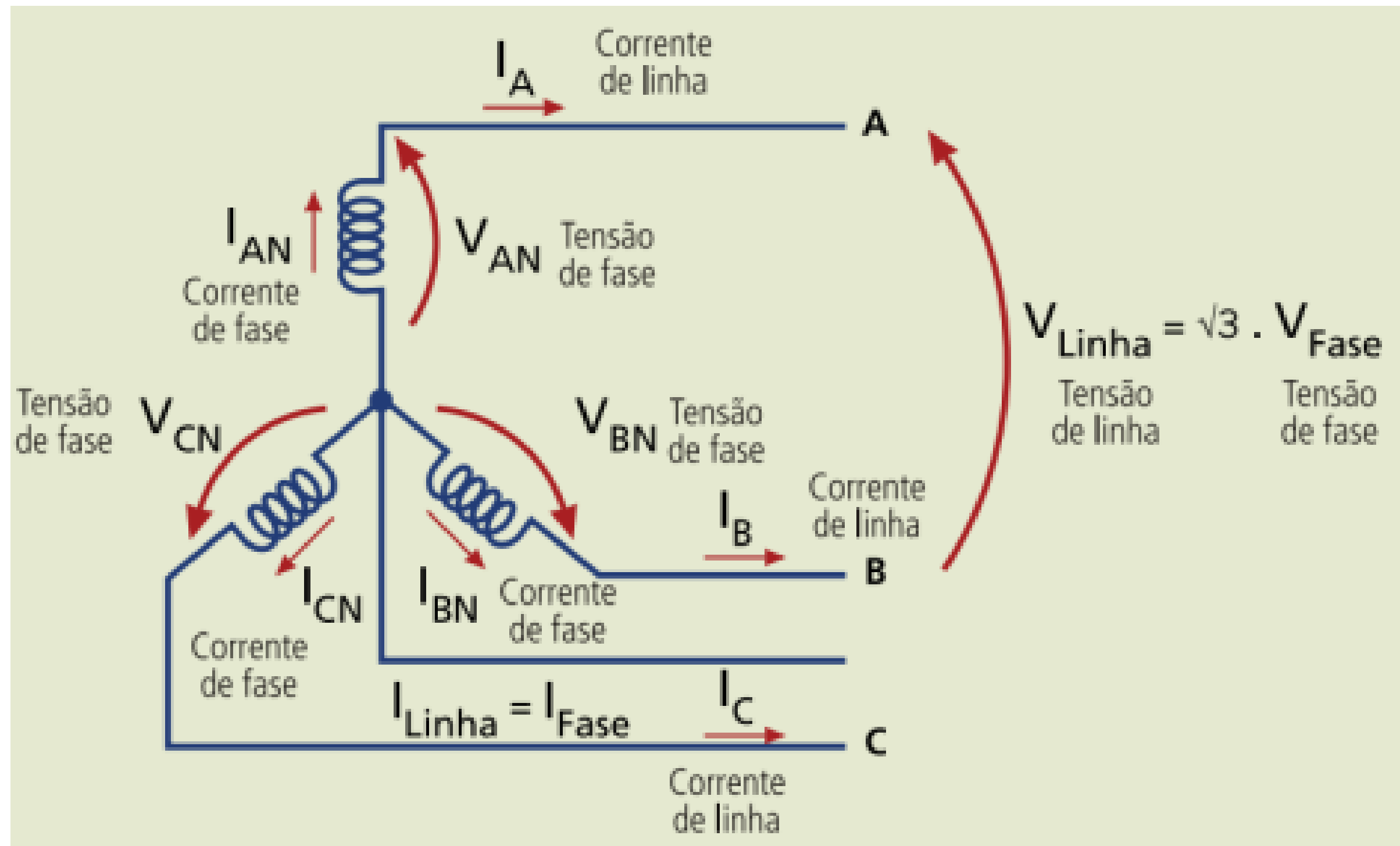
- Já as correntes de fase são obtidas por meio da Lei de Ohm:

$$I_{AB} = V_{AB} / Z$$

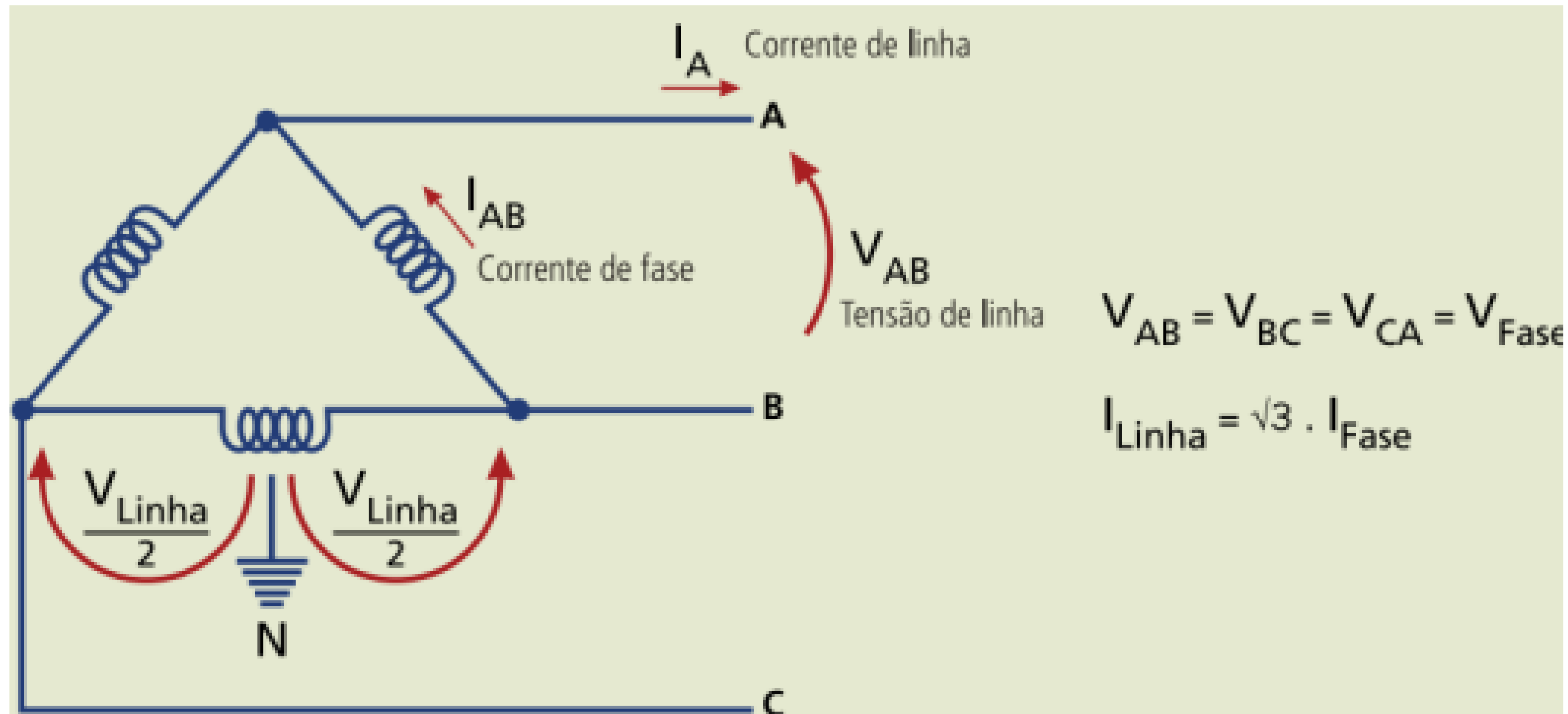
$$I_{BC} = V_{BC} / Z$$

$$I_{CA} = V_{CA} / Z$$

Circuitos trifásicos



Circuitos trifásicos



Potência nos Circuitos trifásicos equilibrados

$$P_{\phi} = V_F \cdot I_F \cdot \cos\phi$$

PORTANTO

$$P_{3\phi} = 3 \cdot V_F \cdot I_F \cdot \cos\phi$$

CIRCUITOS LIGADOS EM Y

$$|V_L| = \sqrt{3} \cdot |V_F|$$

$$I_L = I_F$$

$$P_{3\phi} = 3 \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos\phi$$
$$\sqrt{3}$$

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos\phi$$

CIRCUITOS LIGADOS EM 

$$|I_L| = \sqrt{3} \cdot |I_F|$$

$$V_L = V_F$$

$$P_{3\phi} = 3 \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos\phi$$
$$\sqrt{3}$$

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos\phi$$

Potência nos Circuitos trifásicos equilibrados

POTÊNCIA REATIVA TRIFÁSICA PARA UM CIRCUITO EQUILIBRADO EM Y OU Δ

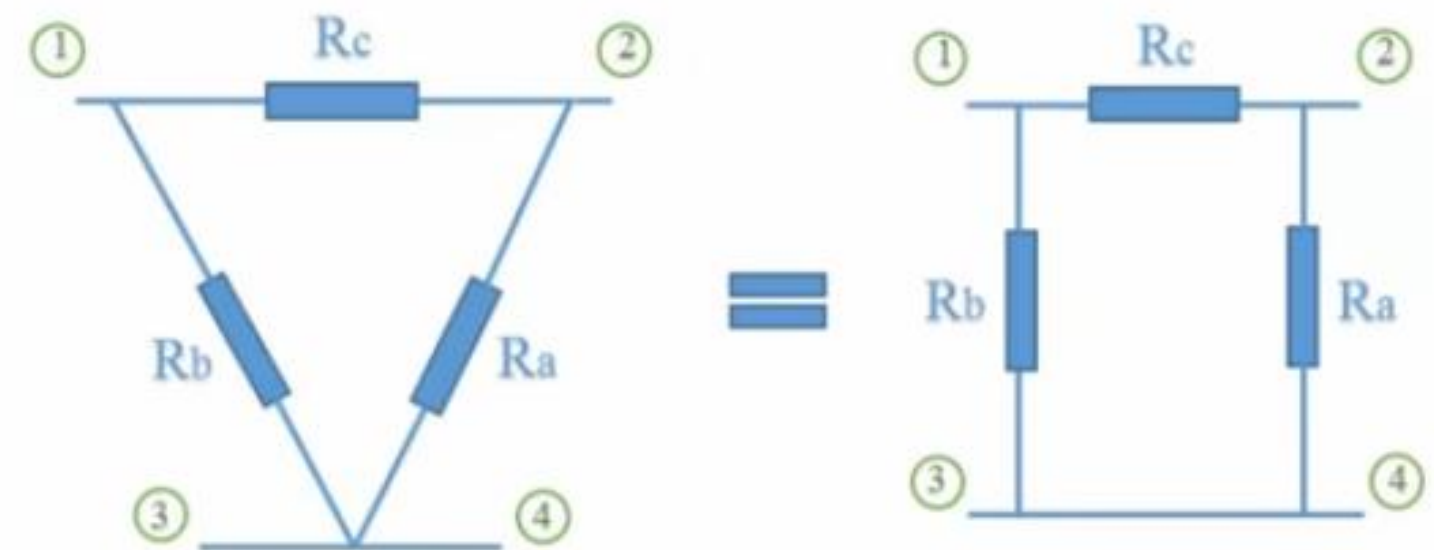
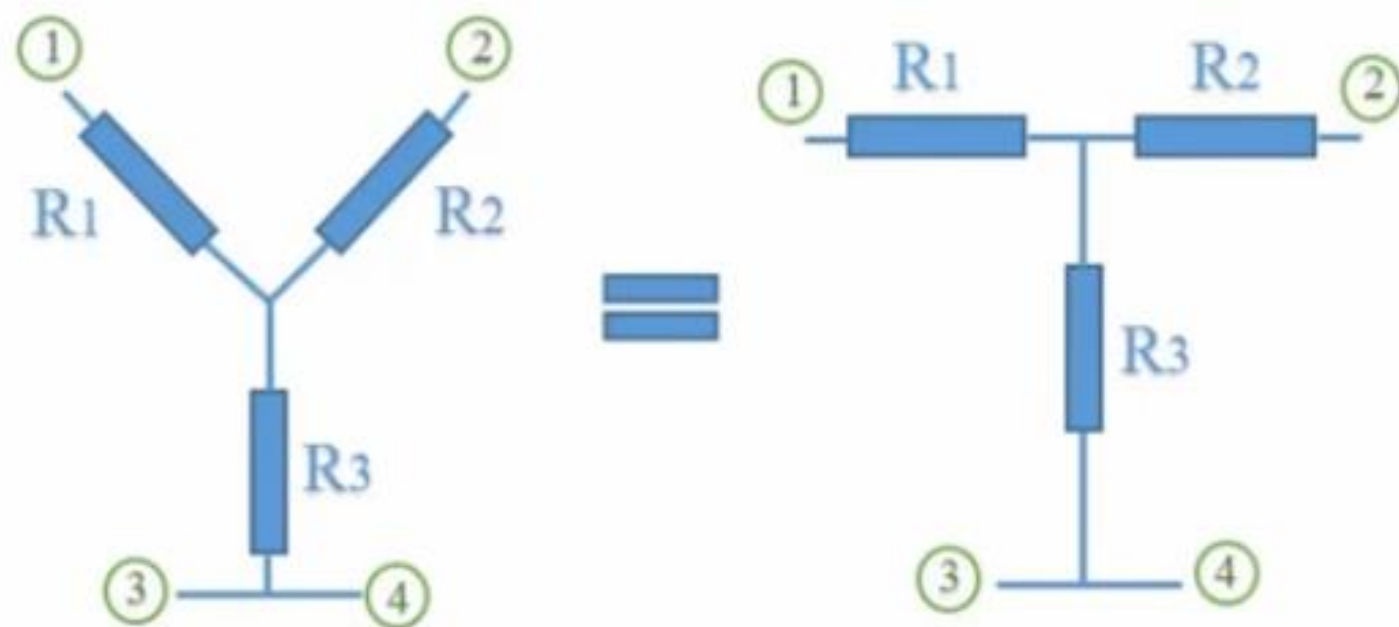
$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \sin\varphi \quad \text{ou} \quad Q_{3\phi} = 3 \cdot V_F \cdot I_F \cdot \sin\varphi$$

POTÊNCIA APARENTE TRIFÁSICA É OBTIDA POR $S_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi}$

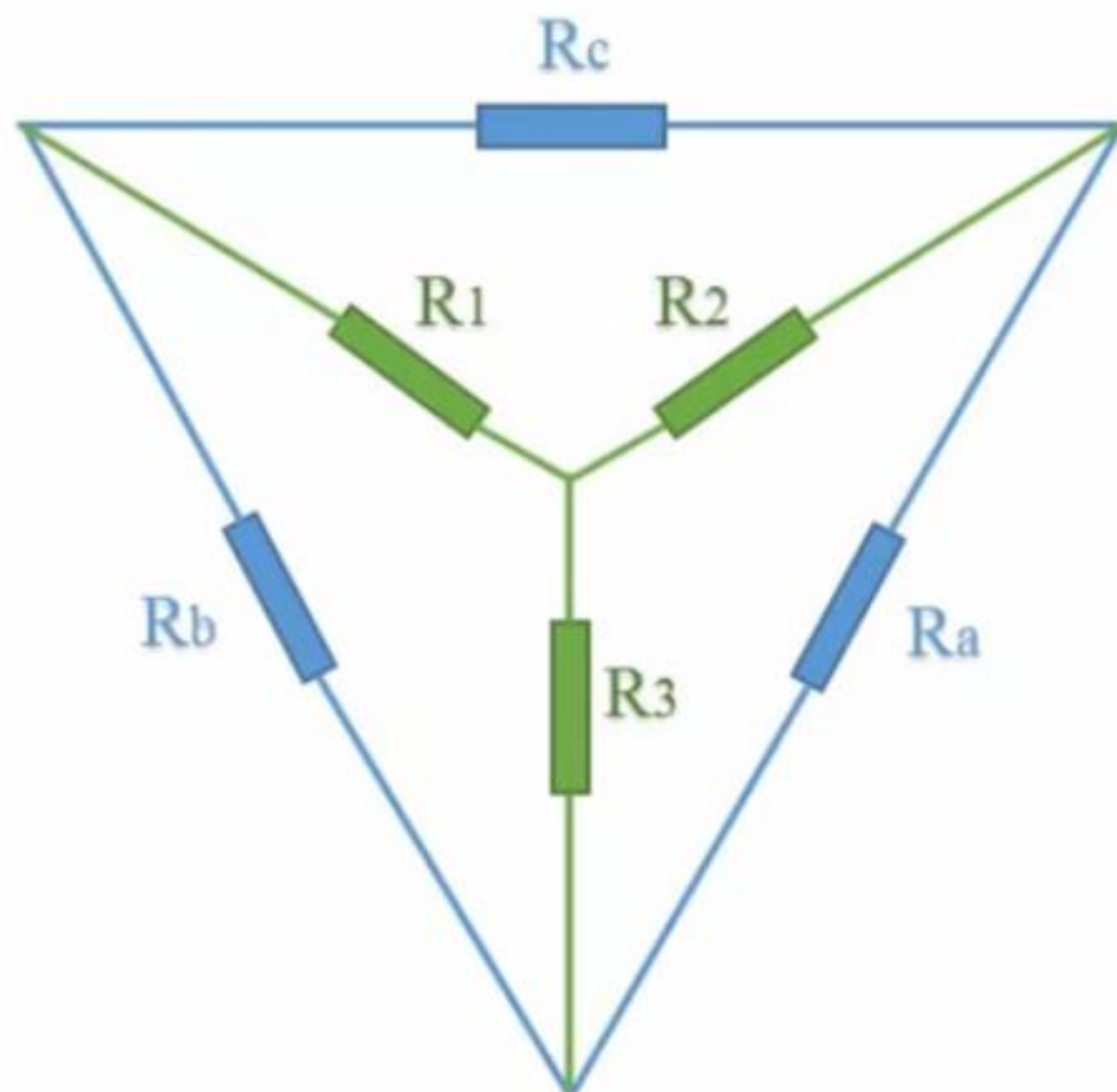
O FATOR DE POTÊNCIA = $\cos\varphi$ É O
COSSENO DO ÂNGULO DE DEFASAGEM
ENTRE A **TENSÃO E A CORRENTE DE**
QUALQUER DAS FASES E NÃO ENTRE A
TENSÃO E A CORRENTE DA LINHA

Carga

- Podem representar uma impedância qualquer
- Uma carga ligada em delta (triângulo) consome 3x mais potência que a mesma carga ligada em Y (estrela)



Conversão Estrela triângulo



Se as 3 impedâncias forem iguais:

$$Z_{\Delta} = 3 \cdot Z_Y$$

$$Z_Y = \frac{1}{3} \cdot Z_{\Delta}$$