

SEL 329 – CONVERSÃO ELETROMECAÂNICA DE ENERGIA

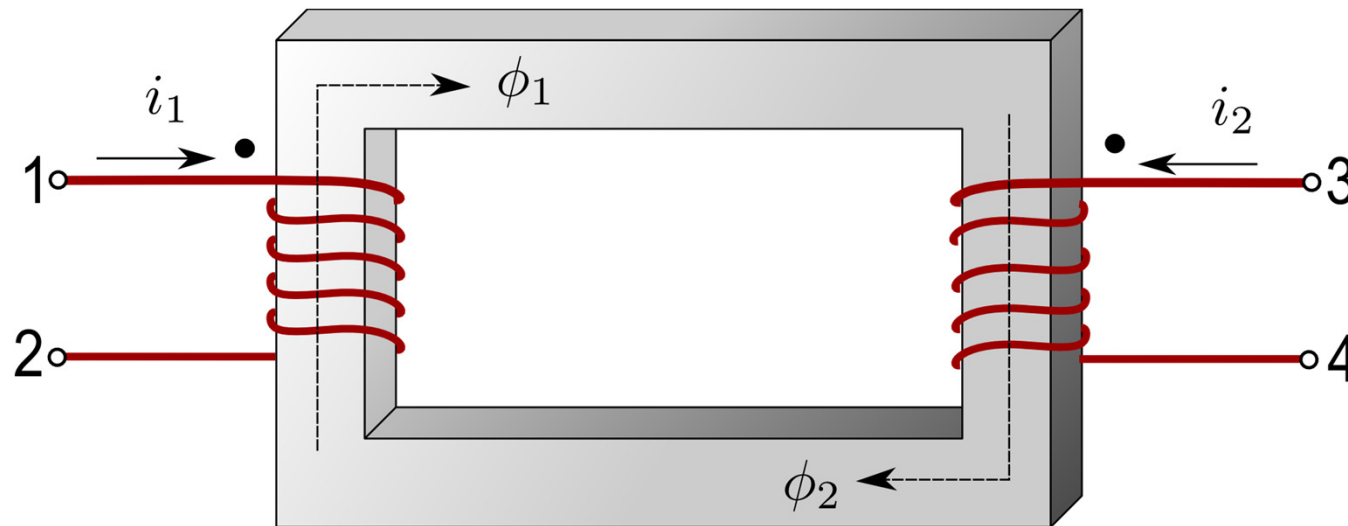
Aula 09

Tópicos da Aula de Hoje

- Polaridade de transformadores
- Autotransformadores
- Transformadores Trifásicos

Polaridade dos enrolamentos do transformador

Dois terminais são considerados de mesma polaridade quando correntes entrando nesses terminais produzem fluxo na mesma direção no núcleo magnético. Considere o exemplo abaixo:



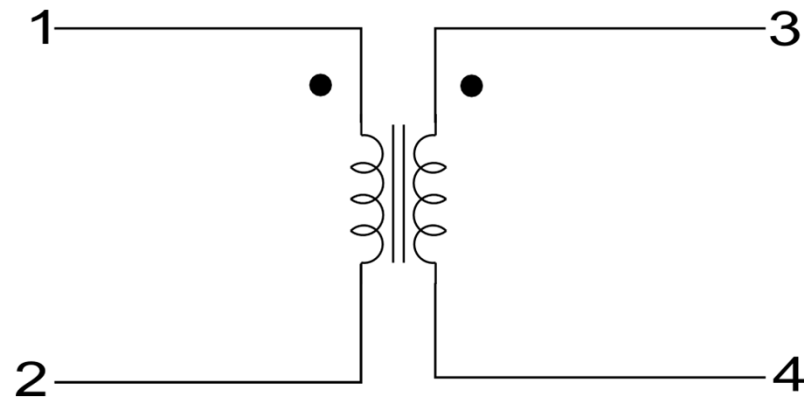
Os terminais “1” e “3” têm polaridades iguais, pois correntes que entram por esses terminais produzem fluxo na mesma direção (sentido horário).

Os terminais “2” e “4” também têm polaridades iguais, pois correntes que entram por esses terminais produzem fluxo na mesma direção (sentido anti-horário).

Os enrolamentos de um transformador podem ser marcados para indicar os terminais de mesma polaridade

Polaridade dos enrolamentos do transformador

Convenção de pontos: Usualmente coloca-se um ponto nos terminais das bobinas que serão de mesma polaridade indicando a forma como as bobinas estão enroladas no núcleo, como mostrado no diagrama esquemático abaixo.

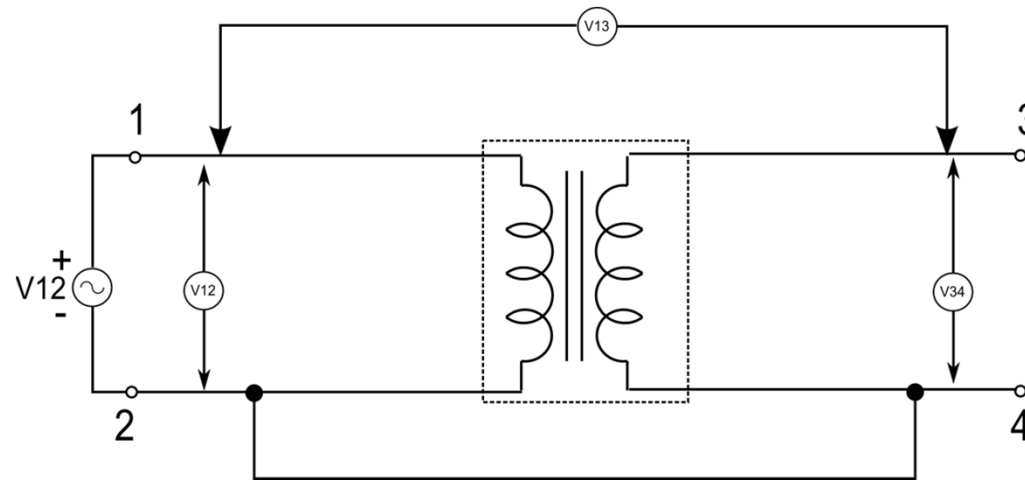


Se os enrolamentos pudessem ser fisicamente visualizados dentro do transformador, as polaridades poderiam ser determinadas através da regra da mão direita. No entanto, usualmente somente os terminais do transformador estão expostos. Portanto, existem testes que podem ser utilizados para determinar as polaridades dos enrolamentos.

Polaridade dos enrolamentos do transformador

Como determinar a polaridade de um transformador?

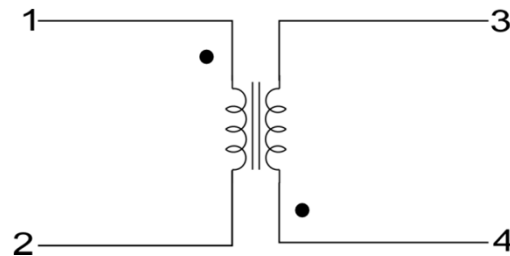
Teste em corrente alternada:



- Conectam-se eletricamente dois terminais dos enrolamentos primários e secundários (“2” e “4”).
- Aplica-se uma tensão alternada aos terminais “1” e “2”.
- Medem-se as tensões “1-2”, “3-4” e “1-3” com um voltímetro.

Polaridade dos enrolamentos do transformador

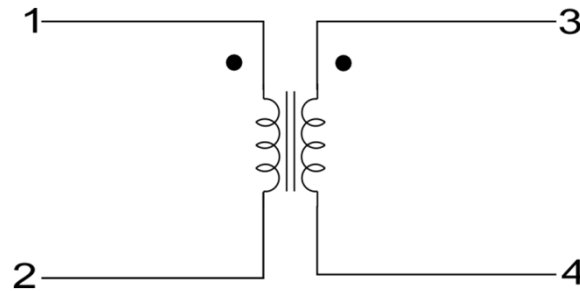
- Se V_{13} é igual à soma de V_{12} e V_{34} , significa que se o terminal “1” for positivo em relação ao terminal “2”, o terminal “4” será positivo em relação ao terminal “3”.
- Logo, as tensões induzidas e_{12} e e_{43} estarão em fase e, conseqüentemente, os terminais “1” e “4” terão a mesma polaridade e devem ser marcados.



- A conexão neste caso é denominada **conexão aditiva**.

Polaridade dos enrolamentos do transformador

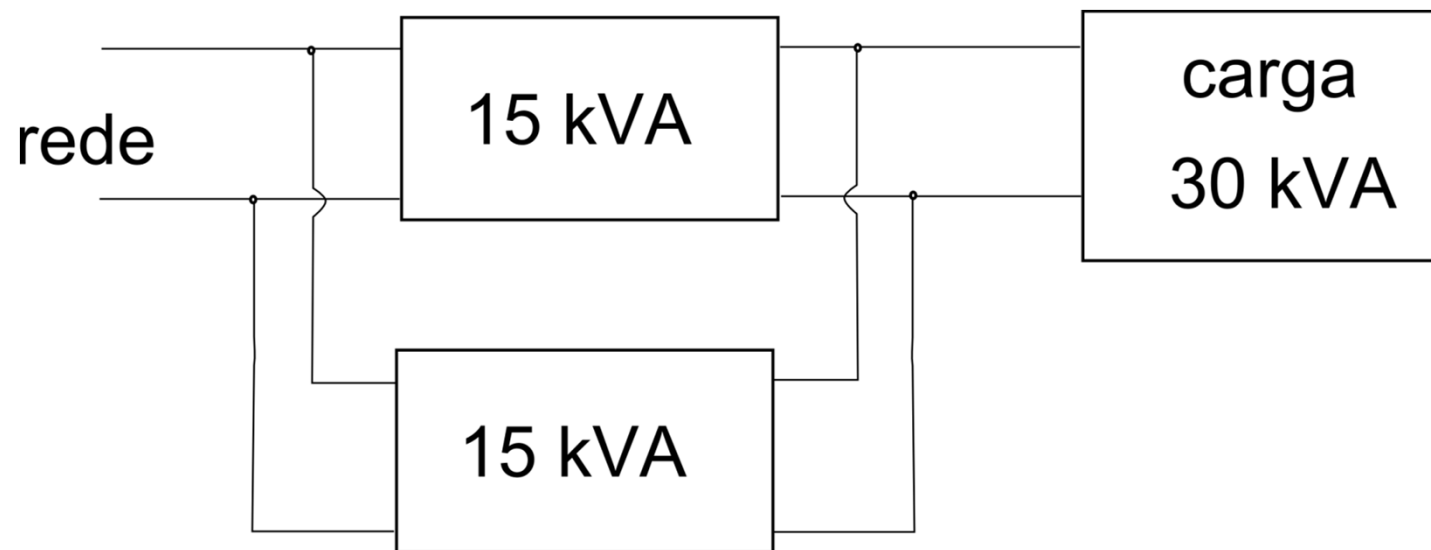
- Se V_{13} é igual à diferença de V_{12} e V_{34} , significa que se o terminal “1” for positivo em relação ao terminal “2”, o terminal “3” será positivo em relação ao terminal “4”.
- Logo, as tensões induzidas e_{12} e e_{34} estarão em fase e, conseqüentemente, os terminais “1” e “3” terão a mesma polaridade e devem ser marcados.



- A conexão neste caso é denominada **conexão subtrativa**.

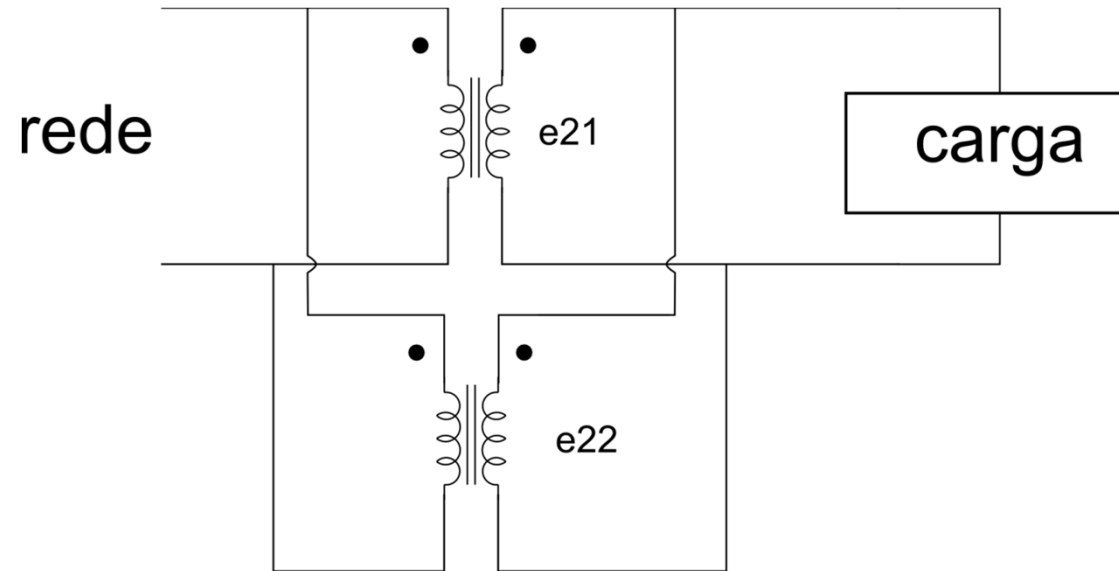
Polaridade dos enrolamentos do transformador

Para que transformadores possam operar em paralelo para atender uma carga, a polaridade de cada enrolamento deve ser conhecida.



Polaridade dos enrolamentos do transformador

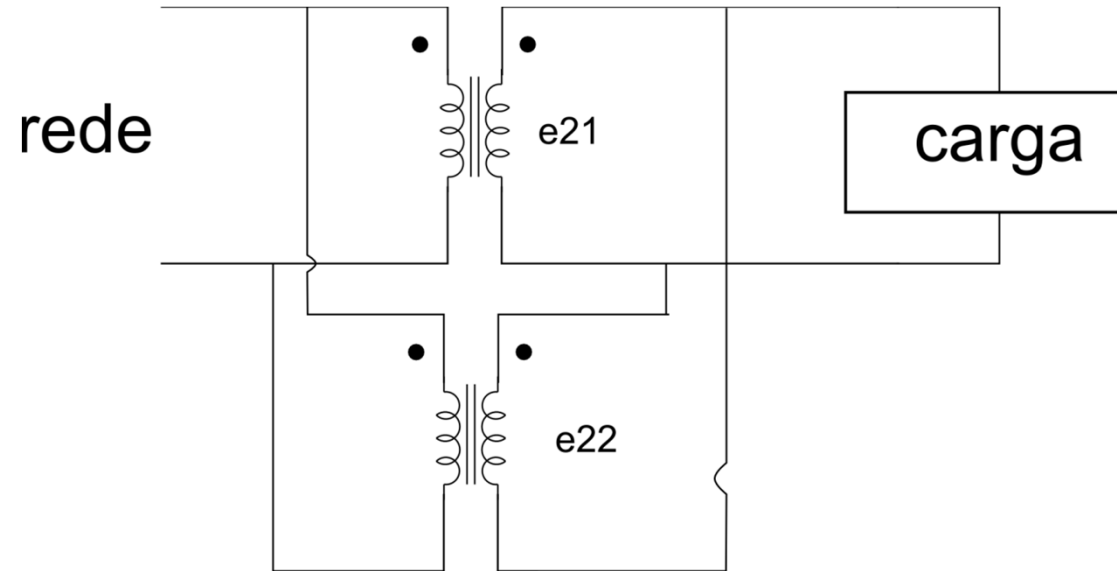
Ligação correta:



Tensão interna do enrolamento: $e_{21} - e_{22} \approx 0$. Portanto, nenhuma tensão adicional é imposta ao transformador

Polaridade dos enrolamentos do transformador

Ligação incorreta:



Tensão interna do enrolamento: $e21 + e22 \approx 2 \times e2$. Portanto, uma tensão adicional é imposta ao transformador levando ao surgimento de correntes elevadas de circulação (isto, na realidade é similar a curto-circuitar os transformadores).

Polaridade dos enrolamentos do transformador

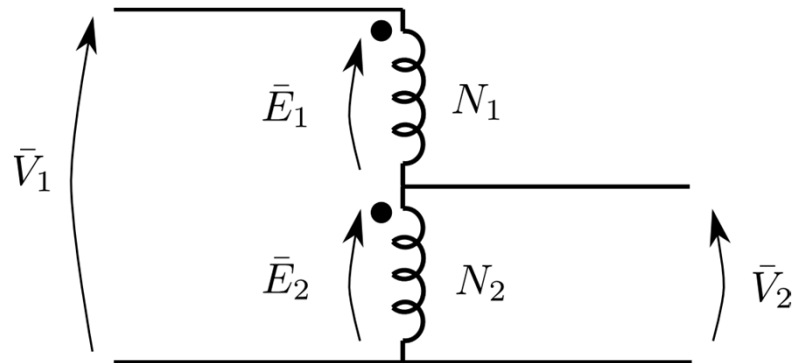
O conhecimento das polaridades dos enrolamentos também é fundamental no caso de transformadores trifásicos e autotransformadores

Autotransformador

O autotransformador é um transformador especial no qual parte do enrolamento é comum aos circuitos do primário e do secundário.

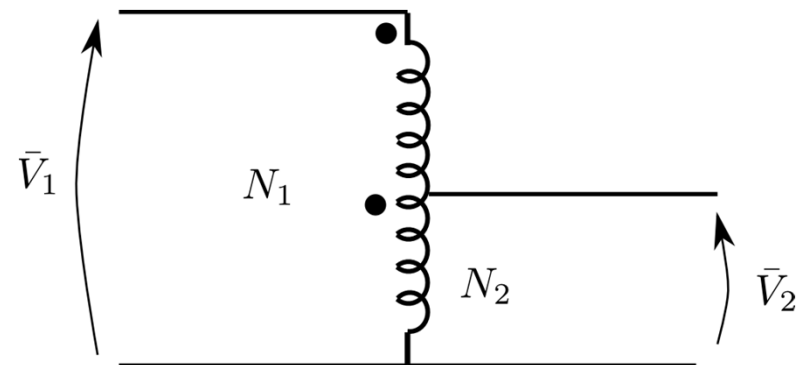
Ele pode ser visto (e analisado) como um transformador de dois enrolamentos ligados em série ou como um transformador com um único enrolamento de onde se deriva o primário e o secundário.

Transformador de dois enrolamentos



Transformador comum operando como autotransformador

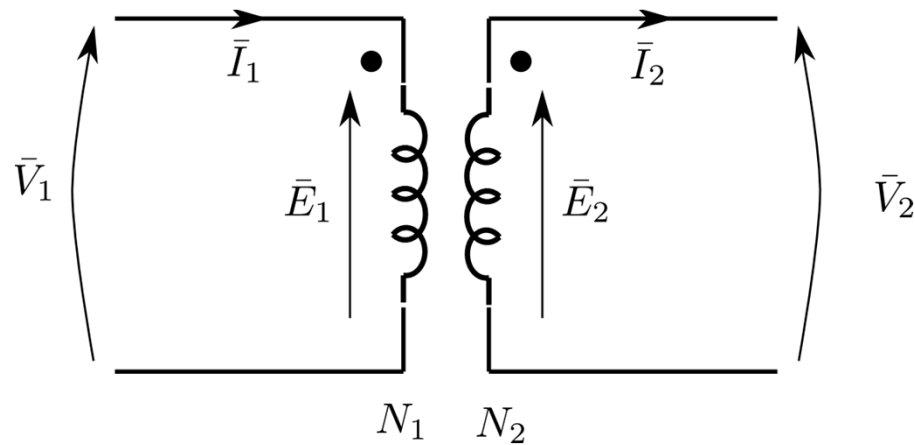
Transformador de um enrolamento



Transformador já fabricado como autotransformador

Autotransformador: análise

Transformador convencional:

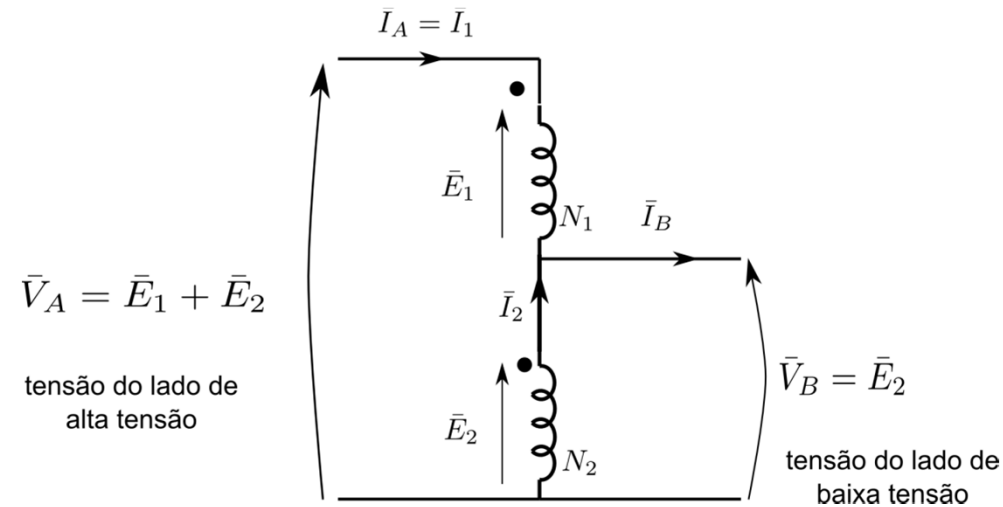


$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

$$|S| = V_1 I_1 = V_2 I_2$$

Autotransformador: análise

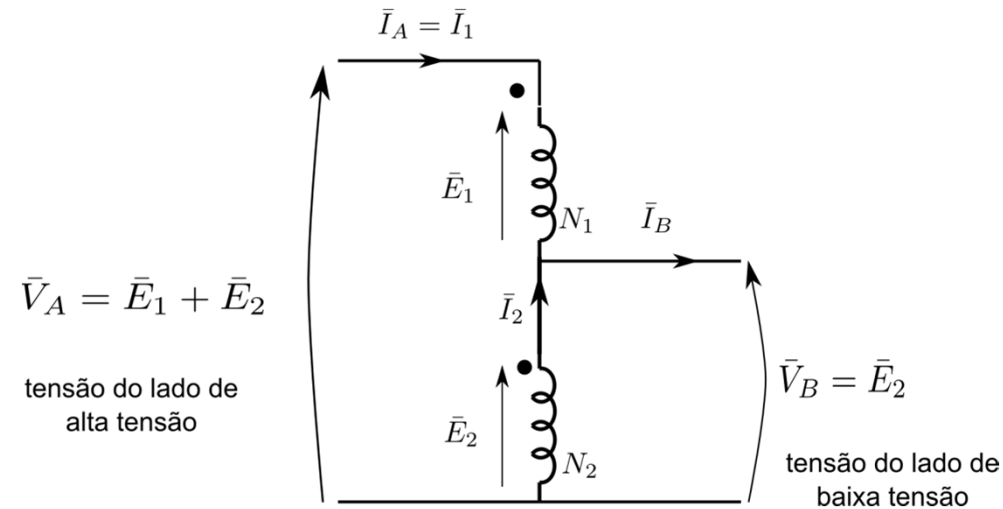


Relação de tensão:

$$\bar{V}_A = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 = \frac{N_1}{N_2} \bar{E}_2 + \bar{E}_2 = \left(\frac{N_1 + N_2}{N_2} \right) \bar{E}_2 = \left(\frac{N_1 + N_2}{N_2} \right) \bar{V}_B$$

$$\frac{\bar{V}_A}{\bar{V}_B} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = (a + 1) \Rightarrow \text{trafo abaixador de tensão}$$

Autotransformador: análise

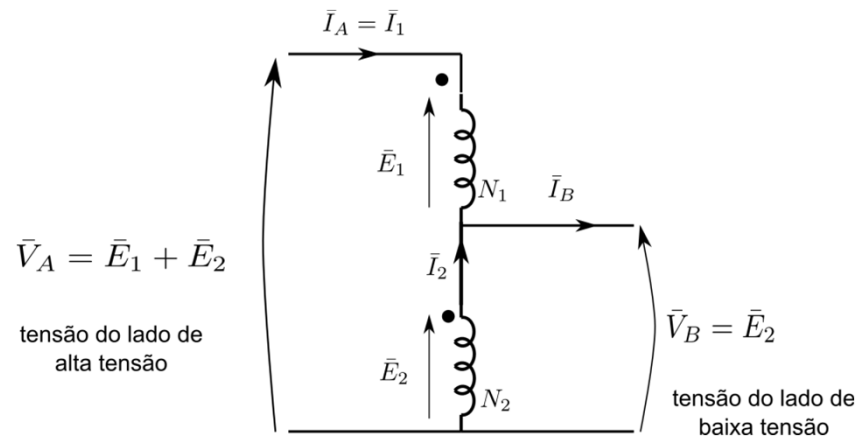


Relação de corrente:

$$\bar{I}_B = \bar{I}_A + \bar{I}_2 = \bar{I}_A + \frac{N_1}{N_2} \bar{I}_A = \left(\frac{N_1 + N_2}{N_2} \right) \bar{I}_A$$

$$\frac{\bar{I}_A}{\bar{I}_B} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = \left(\frac{1}{a + 1} \right) \Rightarrow \text{trafo elevador de corrente}$$

Autotransformador: análise



Potência aparente:

$$S_{\text{autotrafo}} = V_A I_A = V_B I_B = V_B (I_1 + I_2) = V_B I_1 + V_B I_2$$

$V_B I_1$ é a potência diretamente transferida ao secundário pela corrente primária sem qualquer transformação. Ela é chamada **potência condutiva**.

$$S_{\text{cond}} = V_B I_1$$

$V_B I_2$ é a potência transferida ao secundário pela corrente I_2 pela ação transformadora. Ela é chamada **potência transformada** (ou eletromagnética).

$$S_{\text{transf}} = V_B I_2$$

Autotransformador: análise

Comparação entre a potência transferida do primário para o secundário em transformadores e autotransformadores

$$S_{\text{trafo}} = E_1 I_1 = E_2 I_2$$

$$S_{\text{autotrafo}} = (E_1 + E_2) I_1 = \left(E_1 + \frac{E_1}{a} \right) I_1 = \left(1 + \frac{1}{a} \right) E_1 I_1$$

$$S_{\text{autotrafo}} = \left(1 + \frac{1}{a} \right) S_{\text{trafo}}$$

Conclusão:

$$S_{\text{auto}} > S_{\text{trafo}}$$

Isto ocorre porque a conexão elétrica entre os dois enrolamentos permite que uma quantidade de energia adicional possa ser (eletricamente) transmitida para a carga além da energia transmitida (magneticamente) através do campo magnético.

Obs: Os valores nominais de corrente de cada bobina continuam sendo respeitados como autotransformador.

Autotransformador

Vantagens:

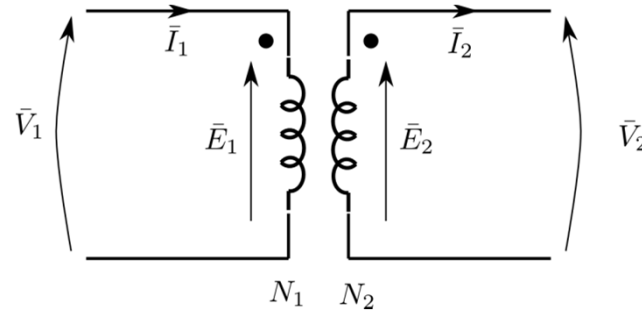
- É possível transferir uma potência maior com o mesmo transformador quando este é ligado como um autotransformador (potência transformada + potência conduzida)
- Autotransformadores têm melhor rendimento, são fisicamente menores e mais baratos do que um transformador convencional correspondente.
- Autotransformadores podem ser utilizados como fontes de tensão variável através de contatos móveis que variam a relação N_1/N_2 .

Desvantagens:

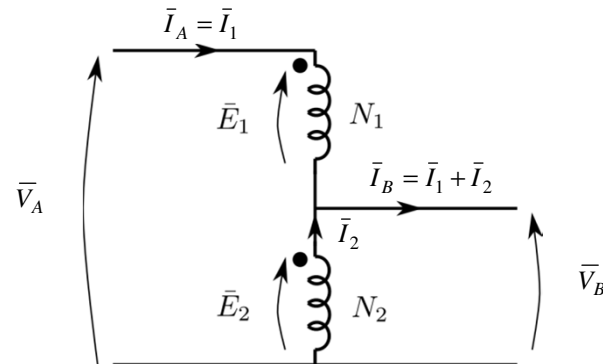
- O enrolamento de baixa tensão demanda melhor isolamento uma vez que está exposto ao enrolamento de alta tensão.
- Se o enrolamento da alta tensão sofre um curto-circuito, há o risco de o enrolamento de baixa tensão ser submetido à tensão elevada.

Autotransformador: abaixador ou elevador

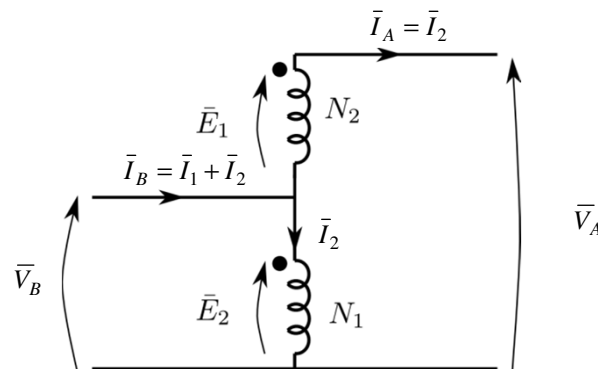
Transformador convencional:



Pode ser ligado com um autotransformador abaixador:



Pode ser ligado com um autotransformador elevador:



Transformadores trifásicos

Os transformadores trifásicos podem ser construídos de duas maneiras:

- (a) banco trifásico (composto por 3 transformadores monofásicos)
- (b) núcleo trifásico (composto por um único núcleo – mononuclear)

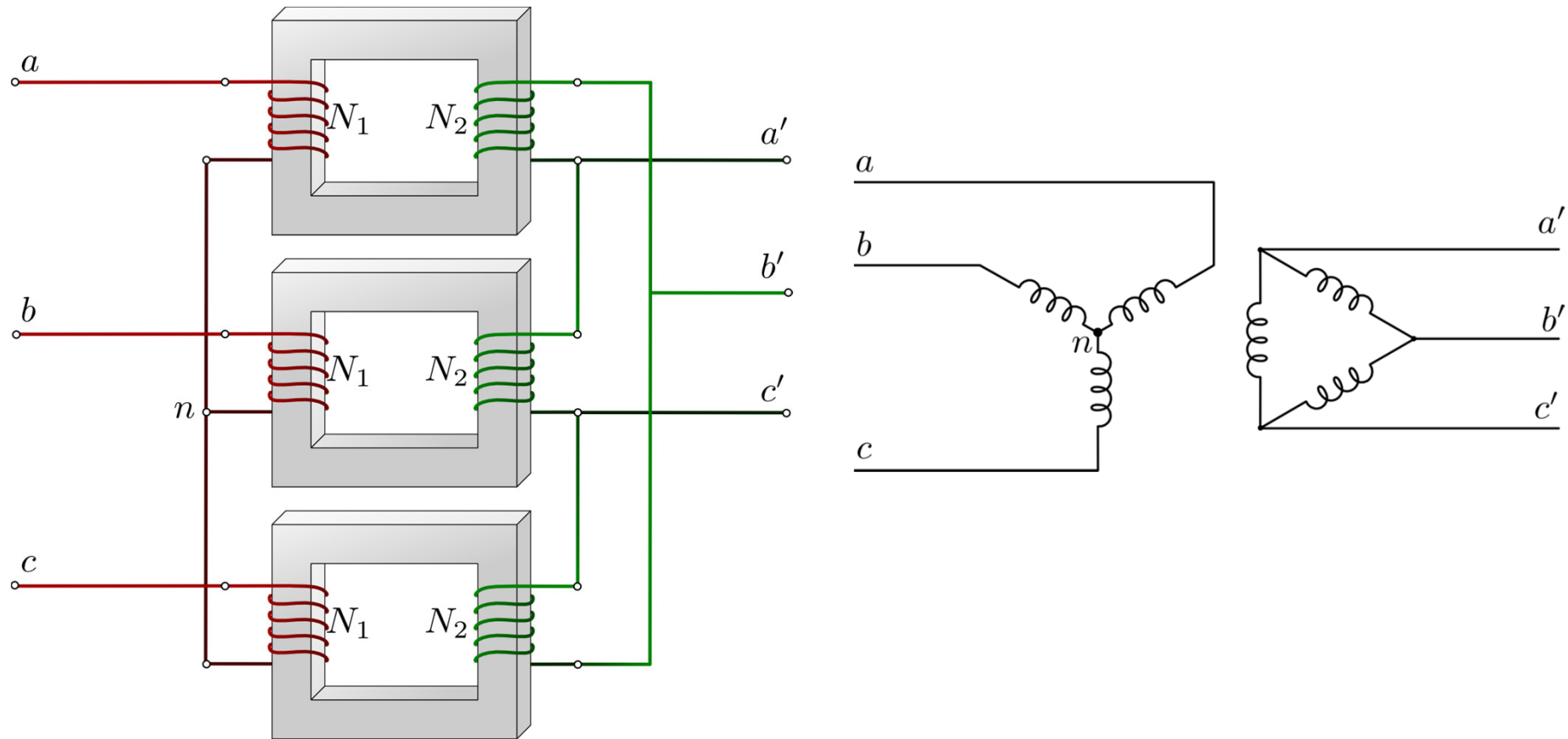
Um transformador trifásico é constituído de pelo menos três enrolamentos no primário e três enrolamentos no secundário, os quais (como qualquer componente trifásico) podem ser conectado em Estrela (Y) ou Delta (Δ). Por conseguinte, temos quatro possibilidades de ligação (conexão):

Primário	Secundário
Y	Y
Y	Δ
Δ	Y
Δ	Δ

Cada conexão possui determinadas características que determinam o uso mais adequado conforme a aplicação.

Transformadores trifásicos

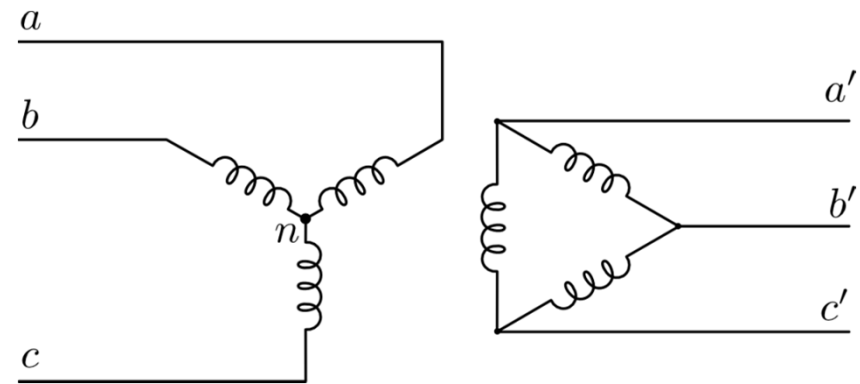
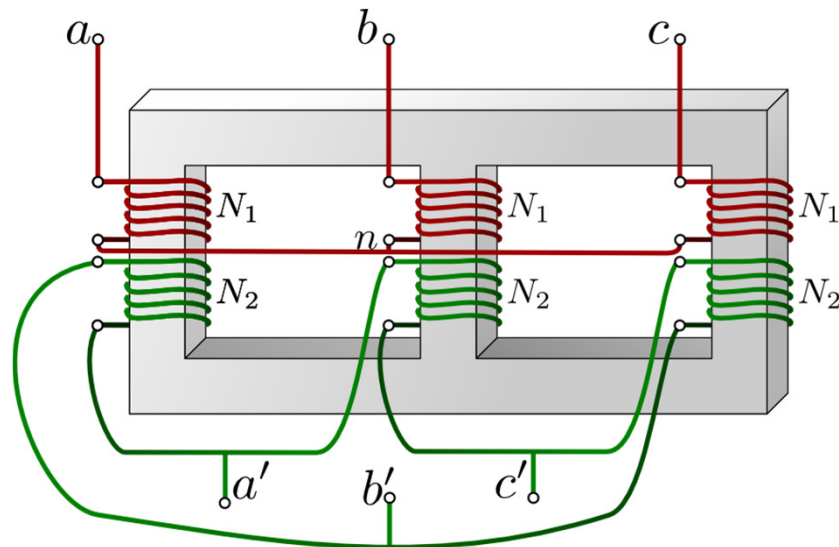
Exemplo de conexão Y-Δ



Vantagem: a conexão em banco trifásico facilita a manutenção e substituição dos transformadores.

Transformadores trifásicos

Exemplo de conexão Y- Δ



Vantagem: esta forma de ligação resulta em transformadores menores e mais baratos devido à necessidade de menos material ferromagnético, porém com menor flexibilidade de manutenção.

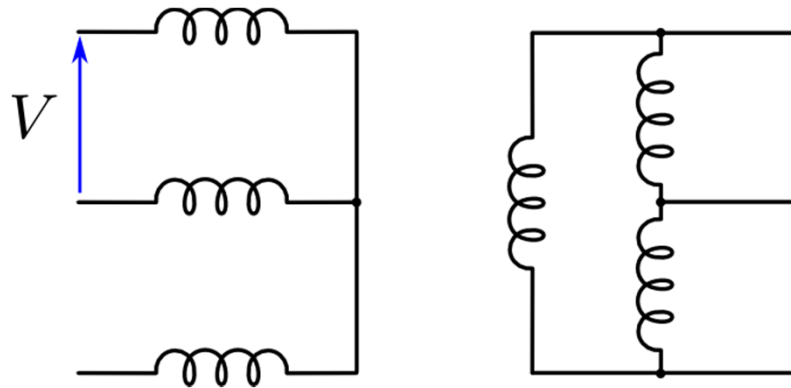
Transformadores trifásicos

Relação de transformação:

Em transformadores trifásicos, a **relação de transformação** é definida pela relação entre a tensão de linha do primário e a tensão de linha do secundário.

Portanto, dependendo da ligação, a relação de transformação pode ser diferente da relação de espiras, como será visto a seguir.

Conexão Y- Δ :



Se a tensão de linha no lado Y é V , qual a tensão de linha do lado Δ ?

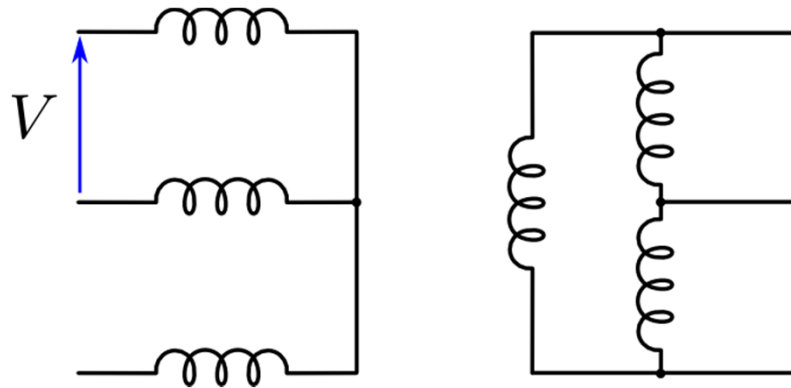
Transformadores trifásicos

Relação de transformação:

Em transformadores trifásicos, a **relação de transformação** é definida pela relação entre a tensão de linha do primário e a tensão de linha do secundário.

Portanto, dependendo da ligação, a relação de transformação pode ser diferente da relação de espiras, como será visto a seguir.

Conexão Y- Δ :



Se a tensão de linha no lado Y é V , qual a tensão de linha do lado Δ ?

Transformadores trifásicos

Definições:

Tensão de fase: tensão entre uma fase e o neutro.

Tensão de linha: tensão entre duas fases

Dadas as tensões de fases do lado Y:

$$V_{an} = V_f \cos(\omega t)$$

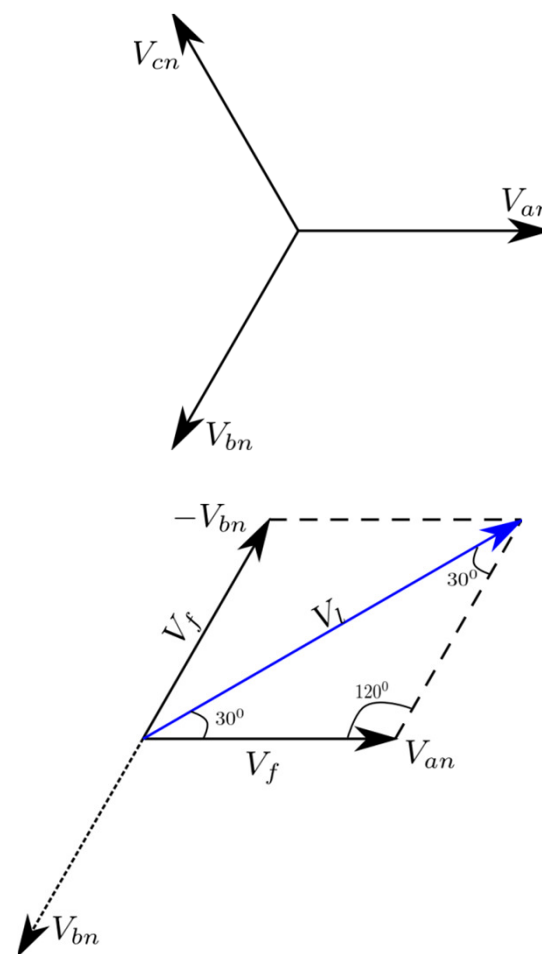
$$V_{bn} = V_f \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$V_{cn} = V_f \cos(\omega t + 120^\circ)$$

A tensão de linha é dada por:

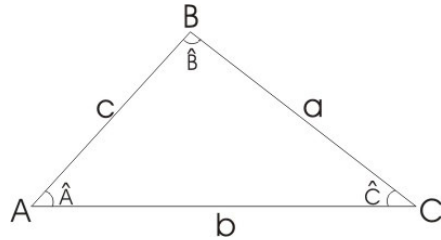
$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn}$$

Graficamente, temos:



Transformadores trifásicos

Lei dos cossenos:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

$$V_l^2 = V_f^2 + V_f^2 - 2 V_f \cdot V_f \cos(120^\circ)$$

$$V_l^2 = 2 V_f^2 - 2 V_f^2 (-1/2)$$

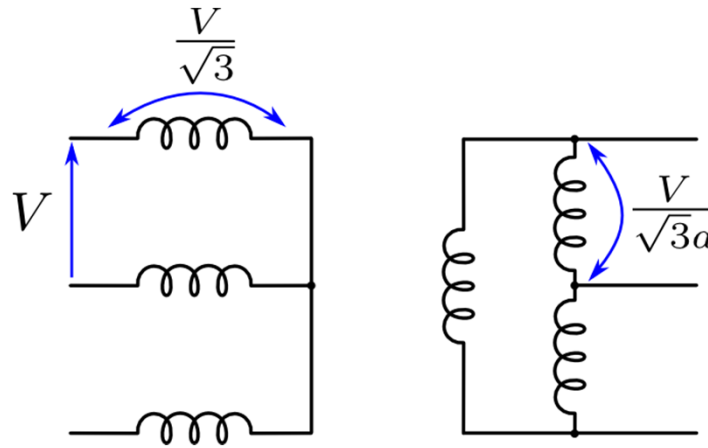
$$V_l^2 = 3 V_f^2$$

$$V_l = \sqrt{3} V_f$$

$$V_f = \frac{V_l}{\sqrt{3}}$$

Transformadores trifásicos

Ou seja, se uma tensão de linha V é aplicada a um enrolamento trifásico ligado em Y, a tensão efetiva sobre a fase é dada por $V/\sqrt{3}$. Esta tensão é que será refletida ao enrolamento no secundário do transformador. Portanto, sendo o secundário em Δ , temos:



A tensão de linha no lado em Δ será $V/\sqrt{3}a$, onde a é a relação do número de espiras. Assim, a relação de transformação de um transformador ligado Y- Δ em é:

$$RT = \frac{V_{l,Y}}{V_{l,\Delta}} = \frac{V}{\frac{V}{\sqrt{3}a}} = \sqrt{3}a$$

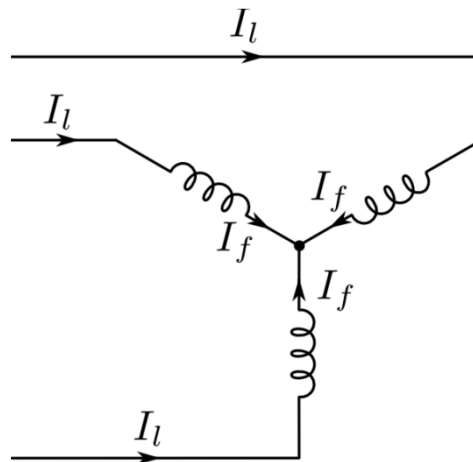
Relação de correntes – conexão YΔ

Definições:

Corrente de linha: percorre as linhas do sistema.

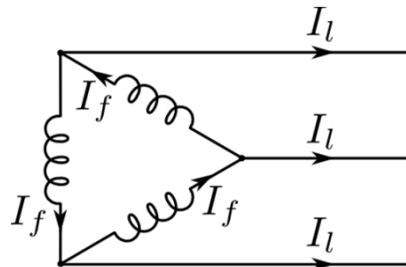
Corrente de fase: percorre os enrolamentos do transformador (cada fase da carga, gerador).

Em Y, a corrente de linha é igual à corrente de fase:



$$I_l = I_f$$

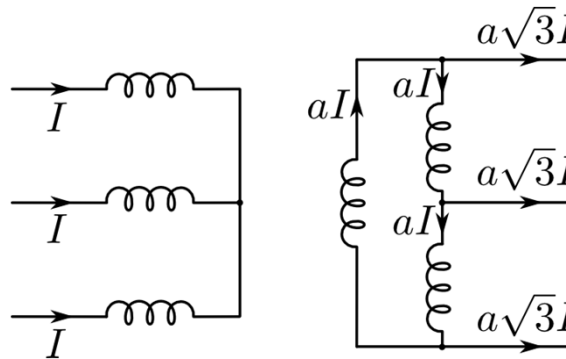
Em Δ, a corrente de linha é $\sqrt{3}$ vezes a corrente de fase:



$$I_l = \sqrt{3} I_f$$

Relação de correntes – conexão YΔ

Assim, a corrente I no enrolamento do primário será refletida no enrolamento do secundário como aI . E a corrente de linha no Δ será, portanto, $aI\sqrt{3}$.



a relação de correntes é:

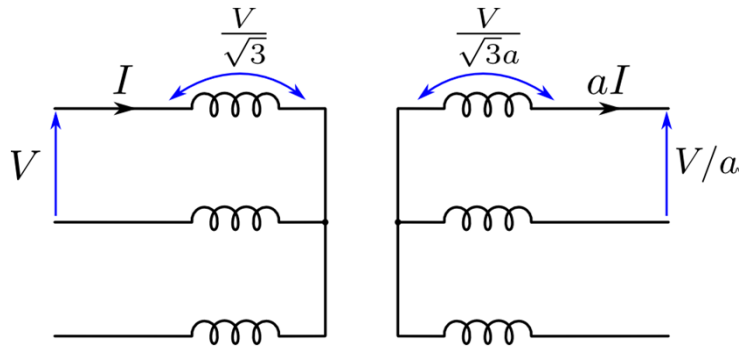
$$\frac{I_{l,Y}}{I_{l,\Delta}} = \frac{I}{a\sqrt{3}I} = \frac{1}{a\sqrt{3}}$$

que é o inverso da relação de tensão.

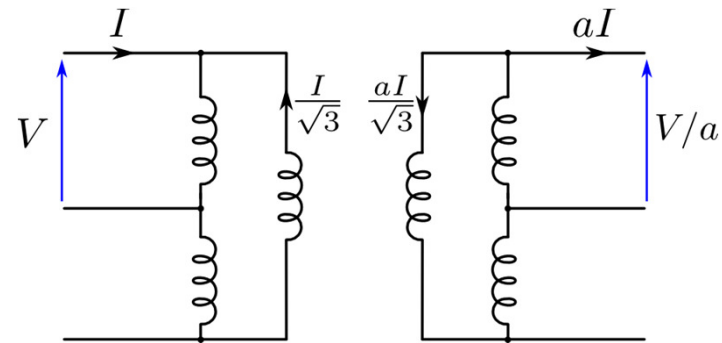
Relação de correntes – conexão $\Delta \Delta$ ou YY

Nas conexões Y-Y e Δ - Δ as relações de transformação são dadas por:

$$RT = \frac{V_{l,Y}}{V_{l,Y}} = a$$



$$RT = \frac{V_{l,\Delta}}{V_{l,\Delta}} = a$$



e as relações de correntes são dadas por:

$$\frac{I_{l,Y}}{I_{l,Y}} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{I_{l,\Delta}}{I_{l,\Delta}} = \frac{1}{a}$$

Defasagem introduzida por transformadores trifásicos

As conexões Y- Δ e Δ -Y envolvem defasagens de 30° entre as tensões de linha do primário e o secundário.

Prova: considere as seguintes tensões de fase aplicadas ao primário de um transformador Y- Δ :

$$V_{an} = V \cos(\omega t)$$

$$V_{bn} = V \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$V_{cn} = V \cos(\omega t + 120^\circ)$$

Pode-se mostrar que V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} são:

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn} = \sqrt{3}V \cos(\omega t + 30^\circ)$$

$$V_{bc} = V_{bn} - V_{cn} = \sqrt{3}V \cos(\omega t - 90^\circ)$$

$$V_{ca} = V_{cn} - V_{an} = \sqrt{3}V \cos(\omega t + 150^\circ)$$

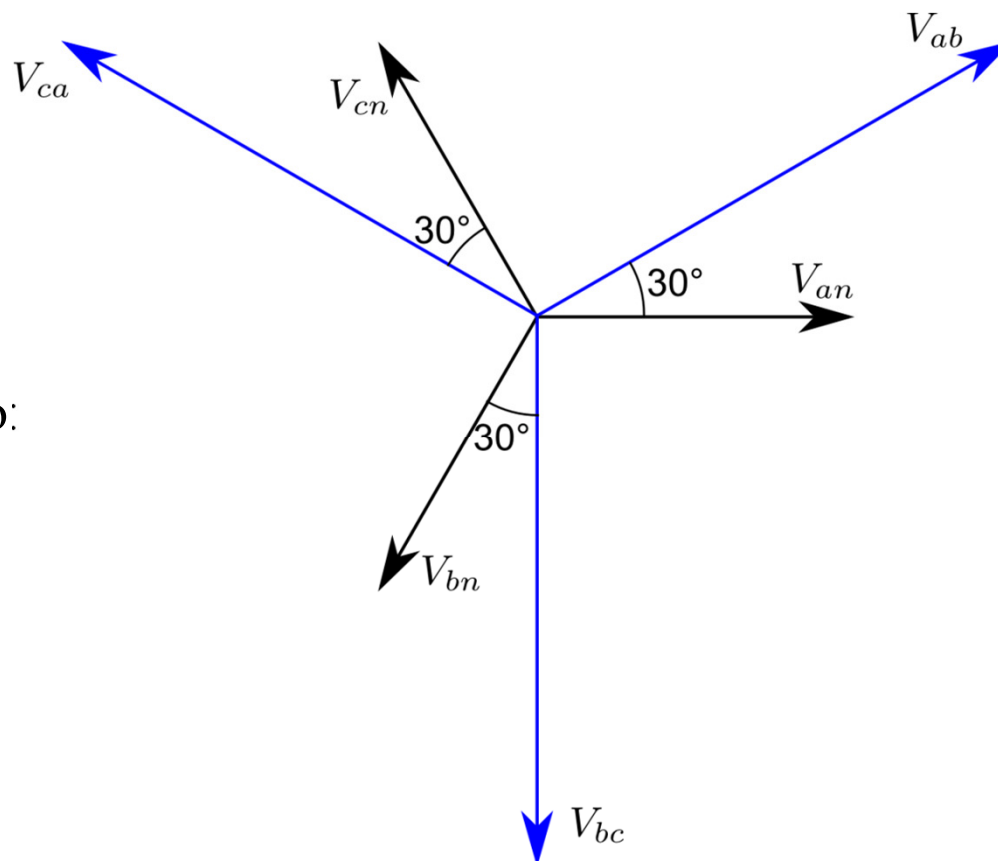
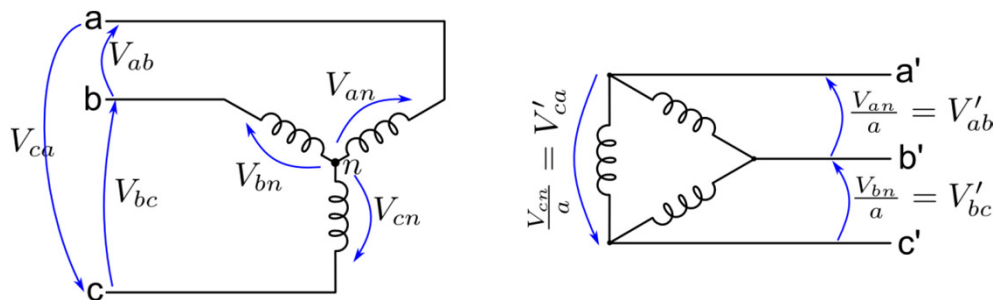


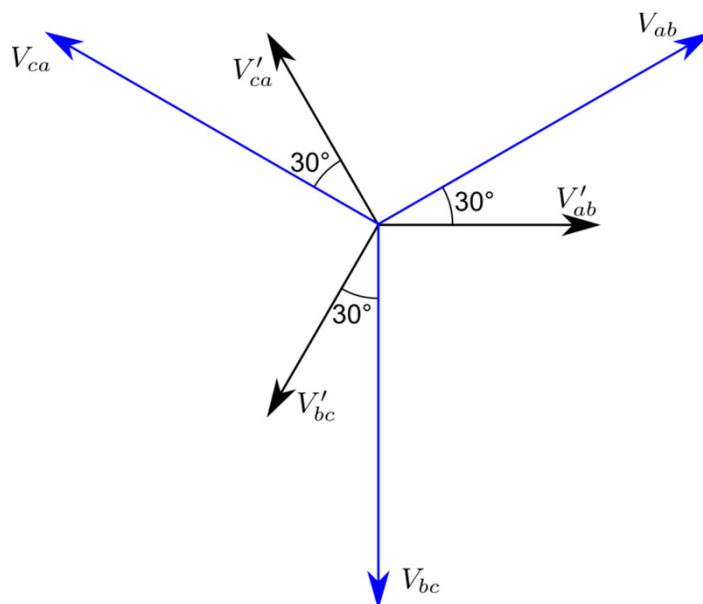
Diagrama fasorial

Defasagem introduzida por transformadores trifásicos



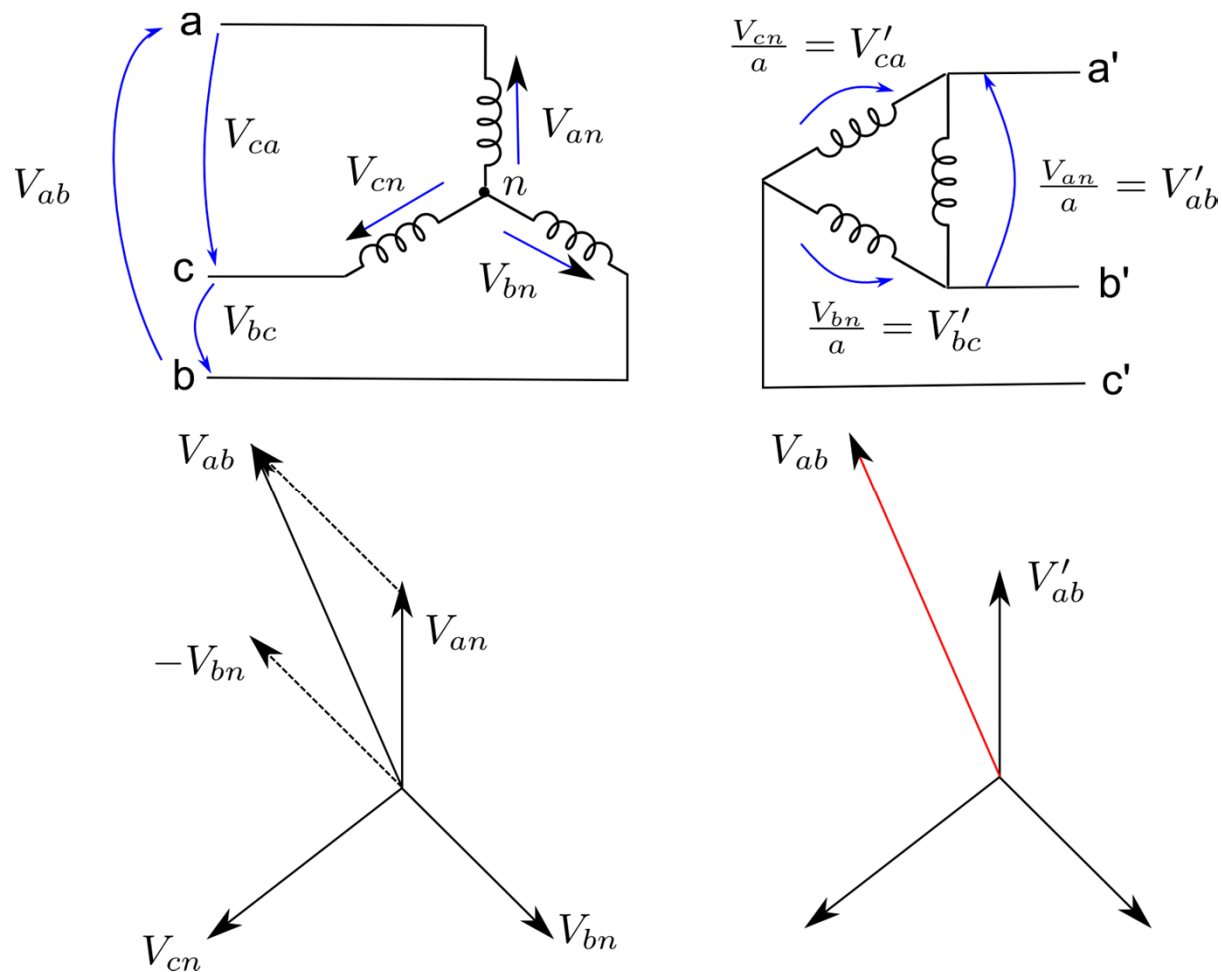
As tensões que são efetivamente refletidas ao enrolamentos do secundário são V_{an} , V_{bn} e V_{cn} , resultando em V'_{ab} , V'_{bc} e V'_{ca} com as mesmas fases de V_{an} , V_{bn} e V_{cn}

Diagrama fasorial:



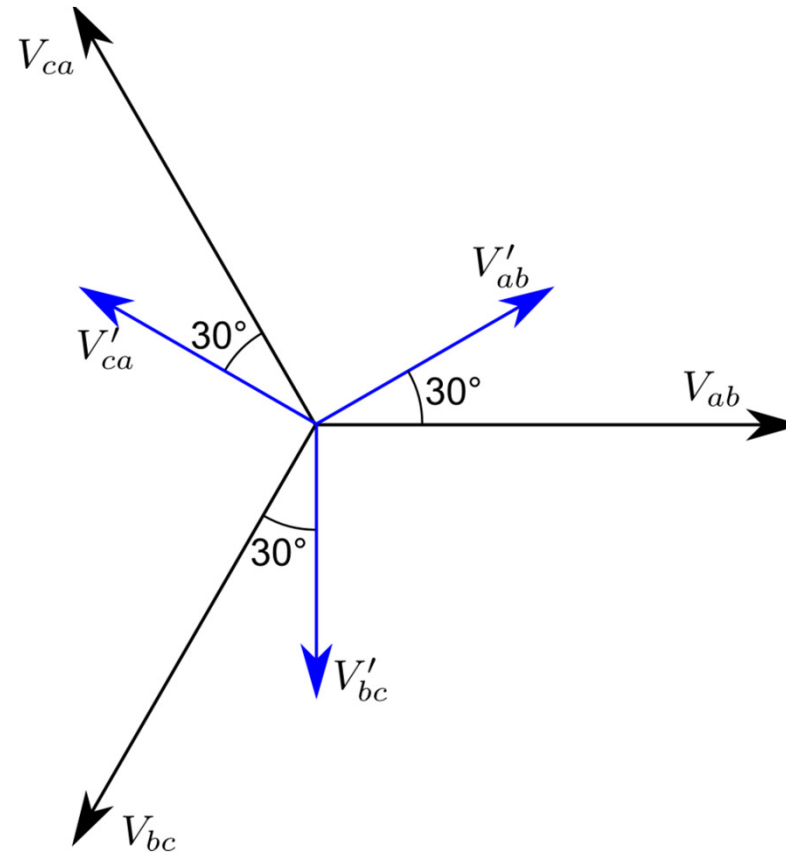
Existem uma defasagem de -30° entre as tensões de linha do primário e do secundário.

Defasagem introduzida por transformadores trifásicos



Defasagem introduzida por transformadores trifásicos

Conexão Δ -Y:



Existe uma defasagem de $+30^\circ$ entre as tensões de linha do primário e do secundário.

Exemplo - autotransformador

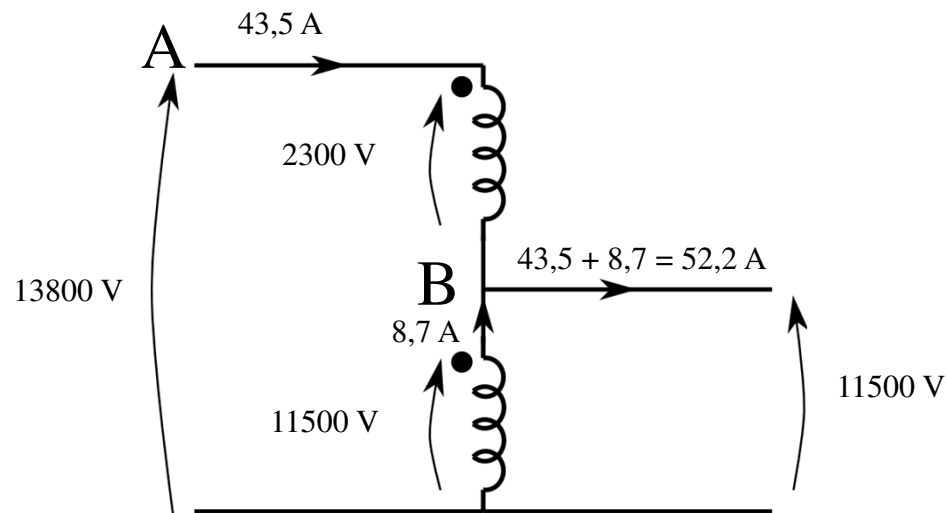
Um transformador de dois enrolamentos de 100 kVA, 2300 V/11500 V é ligado como um autotransformador considerando as seguintes combinações.

- (a) Tensão no primário de 13800 V e secundário de 11500 V.
- (b) Tensão no primário de 13800 V e secundário de 2300 V.

Determine a nova potência aparente em cada caso.

As correntes nominais do primário e do secundário do transformador de dois enrolamentos são: 43,5 A ($100000/2300$) e 8,7 A ($100000/11500$).

(a) temos:



- a potência aparente é 6 vezes maior

$$\frac{S_{\text{autotrafo}}}{S_{\text{trafo}}} = \frac{V_A}{(V_A - V_B)} = \frac{13800}{13800 - 11500} = 6$$

$$S_{\text{autotrafo}} = 13800 \times 43,5 = 11500 \times 52,2 = 600 \text{ kVA}$$

Exemplo - autotransformador

- a potência transformada é:

$$S_{\text{transf}} = V_B I_2 = 11500 \times 8,7 = 100 \text{ kVA}$$

- a potência conduzida é:

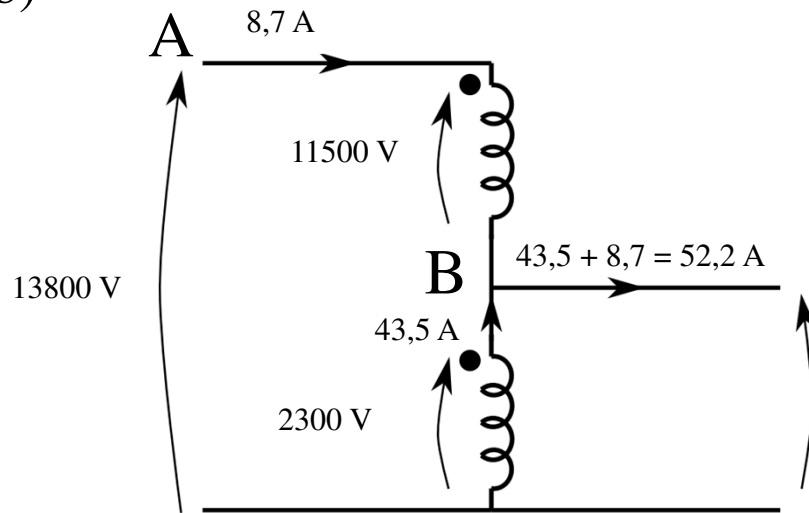
$$S_{\text{cond}} = V_B I_1 = 11500 \times 43,5 = 500 \text{ kVA}$$

- a potência aparente é:

$$S_{\text{transf}} + S_{\text{cond}} = 600 \text{ kVA}$$

Exemplo - autotransformador

(b)



- a potência aparente é 1,2 vezes maior

$$\frac{S_{\text{autotrafo}}}{S_{\text{trafo}}} = \frac{V_A}{(V_A - V_B)} = \frac{13800}{13800 - 2300} = 1,2$$

$$S_{\text{autotrafo}} = 13800 \times 8,7 = 2300 \times 52,2 = 120 \text{ kVA}$$

- a potência transformada é:

$$S_{\text{transf}} = V_B I_2 = 2300 \times 43,5 = 100 \text{ kVA}$$

- a potência conduzida é:

$$S_{\text{cond}} = V_B I_1 = 2300 \times 8,7 = 20 \text{ kVA}$$

- a potência aparente é:

$$S_{\text{transf}} + S_{\text{cond}} = 120 \text{ kVA}$$

Exemplo - autotransformador

Ou seja, quanto maior a igualdade dos níveis de tensão no autotransformador, maior o aumento da sua potência aparente.

Por isso, autotransformadores são usados com mais frequência em sistemas de potência como acoplamento entre sistemas que operam em níveis de tensão quase iguais ou como reguladores de tensão.