

# Transformadores Monofásicos (ET016)

Thiago R. Fernandes

FEEC - UNICAMP

07/11/2017

- 1 Motivações
- 2 Introdução
- 3 Revisão
- 4 Princípio de Funcionamento
- 5 Transformador Ideal
- 6 Autotransformador
- 7 Transformador Real
- 8 Exercícios

Por que precisamos estudar este tópico?

Os primeiros sistemas elétricos transmitiam grandes potências em baixas tensões (tipicamente 120 V c.c.) para energizar lâmpadas incandescentes. Como consequência das altas correntes que fluíam pelas linhas, tinham-se:

- Grandes perdas resistivas;
- Máxima distância econômica entre geração e carga de apenas uma milha (800 m)
- Pouca eficiência na transmissão de energia.

A transmissão de energia em c.a. permite o uso de **transformadores**. Estes equipamentos possibilitam a transmissão de energia elétrica por grandes distâncias em altos níveis de tensão, com baixas perdas de potência.



As principais aplicações dos transformadores são:

- Adequar os níveis de tensão em sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica.
- Isolar eletricamente sistemas de controle e eletrônicos do circuito de potência principal (toda a energia é transferida somente através do campo magnético).
- Realizar casamento de impedância de forma a maximizar a transferência de potência.
- Fornecer isolamento entre linhas de distribuição e dispositivos de medição.

# Introdução

## Figuras

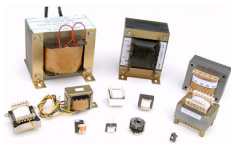


Figura: Transformadores de pequenas potências.



# Introdução

## Figuras



Figura: Transformadores utilizados em sistemas de transmissão.



# Introdução

## Figuras



**Figura:** Transformadores utilizados em sistemas de distribuição. ➤

# Introdução

## Figuras

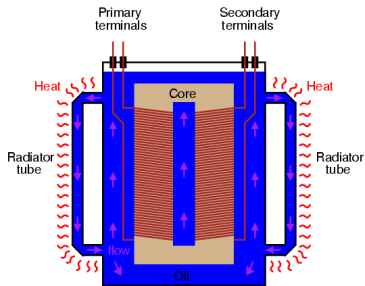


Figura: Corte de um transformador trifásico.

# Introdução

## Exemplo da necessidade do uso de transformadores em sistemas de potência

Deseja-se transmitir 300 MW a uma tensão de 10 kV para um carga situada a uma distância de 20 km. Considerando a resistência do condutor igual a  $0.0089 \Omega/\text{km}$ , calcule as perdas decorrentes do processo de transmissão de energia.

A corrente que flui pelo condutor é dada por:

$$I = \frac{S}{V} = \frac{300 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3} = 30 \text{ kA}$$

A perda ôhmica (potência dissipada na linha de transmissão) será de:

$$P_{\text{perdas}} = RI^2 = (20 \times 0.0089) \cdot (30 \cdot 10^3)^2 = 160,20 \text{ MW}$$

Esta perda representa 53,40% da potência gerada.

Calcule as perdas supondo agora que a mesma potência seja transmitida a uma tensão de 230 kV. A perda de potência representa quantos por cento da potência gerada? (Resp.  $P_{\text{perdas}} = 0,303 \text{ MW}$ , 0,10% da potência gerada)

# Revisão

## Lei de Faraday

O transformador pode ser entendido como uma máquina elétrica estacionária (não rotativa) baseada na “Lei da indução de Faraday”, que é resumida a seguir.

Em 1831, Faraday realizou experiências com duas bobinas de fios de cobre envolvendo um único núcleo de material ferromagnético. Uma das bobinas foi conectada a uma bateria através de uma chave e a outra bobina foi conectada a um galvanômetro.

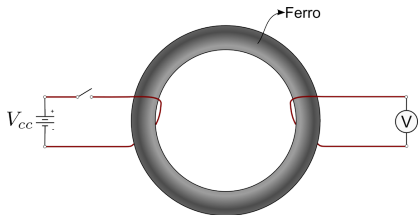


Figura: Experiência de Faraday.



Figura: Michael Faraday

# Revisão

## Lei de Faraday

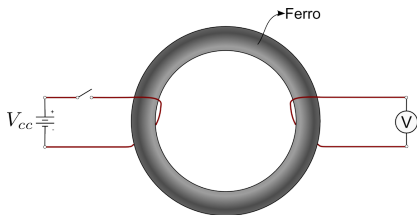


Figura: Experiência de Faraday.



Figura: Michael Faraday

### Constatações:

- Ocorre um deslocamento do ponteiro do galvanômetro no instante em que a chave é fechada ou aberta (fonte c.c.).
- Para corrente constante (chave fechada), independentemente de quão elevado seja o valor da tensão aplicada, não há deslocamento do ponteiro.

A lei da indução de Faraday pode ser formulada de forma simples pela frase: “Em qualquer condutor de eletricidade submetido a um campo magnético variável no tempo, tem-se em seus terminais a indução de uma tensão elétrica proporcional à taxa de variação desse campo no tempo”

$$e = \frac{d\phi}{dt}$$



# Princípio de Funcionamento

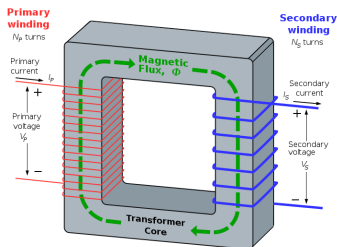


Figura: Transformador ideal

Na figura, a corrente  $i_p$  produzida pela fonte de tensão c.a. gera um fluxo magnético variável  $\phi$  que viaja pelo núcleo, concatenando (ou enlaçando) o enrolamento secundário, induzindo neste uma tensão  $v_s$ , dada por:

$$v_s = N_s \frac{d\phi}{dt}$$



# Princípio de Funcionamento

Vejamos agora o princípio de funcionamento do transformador por meio de uma animação.

Figura: Transformador: princípio de funcionamento.

Se uma carga for conectada à bobina 2 do transformador, uma corrente  $i_2$  circulará pela mesma.

# Princípio de Funcionamento

## Exercício

O que acontecerá se conectarmos uma fonte de tensão c.c. aos terminais do enrolamento primário do transformador?

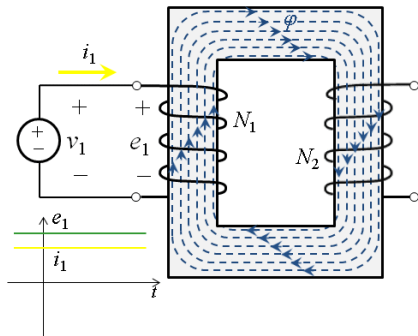


Figura: Transformador energizado com fonte de tensão c.c.

# Transformador Ideal

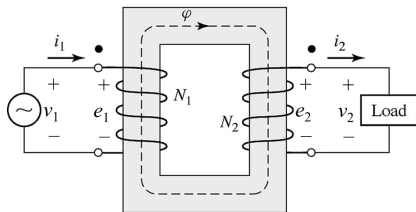


Figura: Transformador ideal com carga.

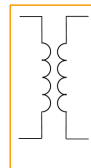


Figura: Símbolo

Transformador ideal (não há perdas no processo de transformação):

- O fluxo magnético gerado pela corrente no primário é totalmente confinado no núcleo ferromagnético, ou seja, não há fluxo disperso;
- Não há perdas no núcleo;
- A resistência dos enrolamentos é desprezível e, portanto, não há perdas ôhmicas nos enrolamentos;
- A permeabilidade do núcleo é infinita e, portanto, a corrente de magnetização  $I_\phi$  é nula.

# Transformador Ideal

Pode-se estabelecer uma relação do fluxo no núcleo do transformador ideal com a tensão aplicada e com a tensão induzida no secundário:

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (1)$$

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (2)$$

Dividindo-se a eq. (1) pela eq. (2), tem-se:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

em que  $a$  é a relação de espiras do transformador, que também corresponde, para o transformador monofásico, à relação entre a tensão no primário e a tensão no secundário. Ao se considerar apenas as magnitudes das tensões, tem-se:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

# Transformador Ideal

Uma vez que no transformador ideal não há perdas toda potência fornecida pela fonte é entregue à carga (*load*) e, dessa forma:

$$S_1 = S_2 \rightarrow \bar{V}_1 \cdot \bar{I}_1^*$$

$$|S_1| = |S_2| \rightarrow |\bar{V}_1| \cdot |\bar{I}_1^*| = |\bar{V}_2| \cdot |\bar{I}_2^*| \rightarrow V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2$$

portanto, as correntes  $i_1$  e  $i_2$  relacionam-se da seguinte forma:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

Ou seja, para o transformador monofásico, a relação entre as correntes no primário ( $i_1$ ) e no secundário ( $i_2$ ) corresponde ao inverso da relação de espiras ( $1/a$ ).

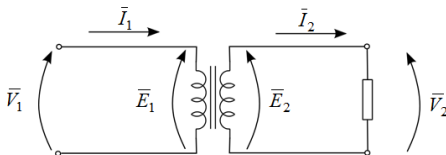
Ressalta-se ainda que:

- se  $a < 1$ ,  $V_2 > V_1$ , e o transformador é elevador;
- se  $a > 1$ ,  $V_2 < V_1$ , e o transformador é abaixador.

# Transformador Ideal

## Valores Referidos

Ao conectarmos uma carga de impedância  $Z_2$  ao enrolamento secundário, qual será a impedância vista pelo enrolamento primário?



Temos que a impedância nos terminais do secundário é dada por:

$$Z_2 = \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2}$$

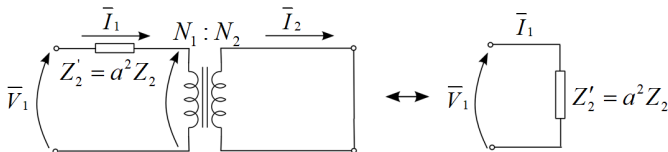
Analogamente, a impedância equivalente vista dos terminais do enrolamento primário (ou vista pela fonte, no caso da figura acima) é:

$$Z_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \frac{a\bar{V}_2}{\bar{I}_2/a} = a^2 \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} = a^2 Z_2 = Z'_2$$

# Transformador Ideal

## Valores Referidos

A impedância conectada ao secundário produz no primário o mesmo efeito que aquele produzido por uma impedância equivalente  $Z_2'$  conectada aos terminais do primário.  $Z_2'$  é chamada de impedância do secundário referida (ou refletida) ao primário.



De maneira similar, uma impedância  $Z_1$  conectada ao primário pode ser referida ao secundário da seguinte forma:

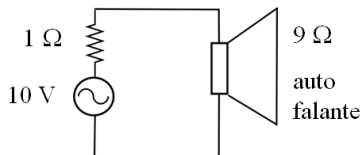
$$Z_1' = \frac{Z_1}{a^2} \quad (3)$$

A prova da equação (3) fica como exercício.

# Transformador Ideal

## Exercício: Casamento de impedância via transformador

Um auto falante de impedância resistiva de  $9\ \Omega$  é conectado a uma fonte de  $10\text{ V}$  com impedância resistiva interna de  $1\ \Omega$ , conforme ilustrado na figura abaixo. Determine a potência entregue ao auto falante pela fonte. (Resp.  $9\text{ W}$ )

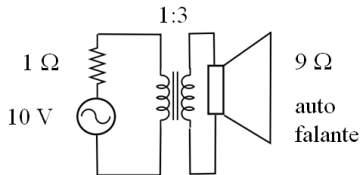




# Transformador Ideal

## Exercício: Casamento de impedância via transformador

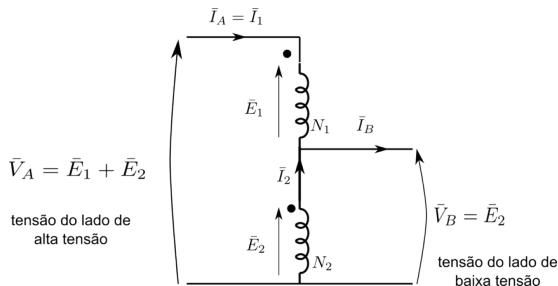
Para maximizar a transferência de potência entregue ao auto falante, um transformador com uma relação de espiras  $a$  de 1:3 é usado para conectá-lo à fonte conforme ilustrado na figura abaixo. Determine a potência entregue ao auto falante pela fonte. (Resp. 25 W)





# Autotransformador

## Abaixador



As relações de tensão e corrente são dadas, respectivamente, por:

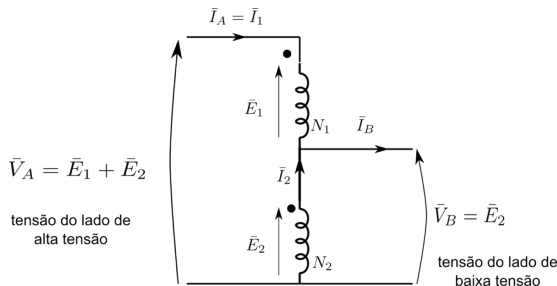
$$\frac{\bar{V}_A}{\bar{V}_B} = (a + 1)$$

$$\frac{\bar{I}_A}{\bar{I}_B} = \frac{1}{a + 1}$$

em que  $a$  é a relação de espiras do transformador monofásico convencional.

# Autotransformador

## Abaixador



A potência transmitida pelo autotransformador abaixador é dada por:

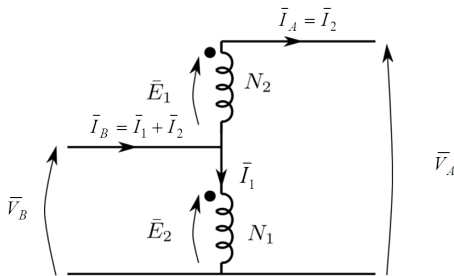
$$S_{auto} = (\bar{E}_1 + \bar{E}_2) \bar{I}_1^* = (\bar{E}_1 + \bar{E}_1/a) \bar{I}_1^* = (1 + 1/a) \bar{E}_1 \bar{I}_1^*$$

sendo  $\bar{E}_1 \bar{I}_1^*$  a potência do transformador convencional  $S_t$ , então:

$$S_{auto} = (1 + 1/a) S_t$$

# Autotransformador

## Elevador



As relações de tensão e corrente são dadas, respectivamente, por:

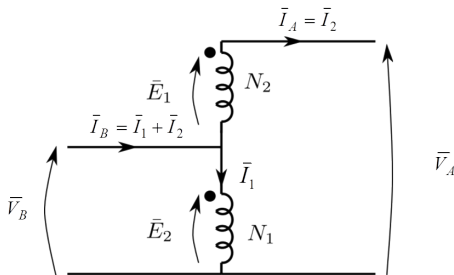
$$\frac{\bar{V}_A}{\bar{V}_B} = \frac{a}{a+1}$$

$$\frac{\bar{I}_A}{\bar{I}_B} = \frac{a+1}{a}$$

em que  $a$  é a relação de espiras do transformador monofásico convencional.

# Autotransformador

## Elevador



A potência transmitida pelo autotransformador elevador é dada por:

$$S_{auto} = (\bar{E}_1 + \bar{E}_2)\bar{I}_2^* = \bar{E}_1\bar{I}_2^* + \bar{E}_2\bar{I}_2^*$$

$$S_{auto} = a\bar{E}_2\bar{I}_2^* + \bar{E}_2\bar{I}_2^*$$

sendo  $\bar{E}_2\bar{I}_2^*$  a potência do transformador convencional  $S_t$ , então:

$$S_{auto} = (1 + a)S_t$$

As potências calculadas para cada autotransformador podem ser decompostas em duas componentes:

- $S_t$ , que é a potência transmitida pelos campos magnéticos (**potência transformada**);
- $S_t/a$ , no caso do autotransformador abaixador, ou  $aS_t$  no caso do autotransformador elevador, que é a potência transmitida eletricamente, devido à conexão elétrica entre os enrolamentos (**potência condutiva**).

# Autotransformador

## Vantagens e Desvantagem

- Vantagens

- É possível transferir uma potência maior com o mesmo transformador quando este é ligado como um autotransformador (potência transformada mais potência conduzida);
- Autotransformadores têm melhor rendimento, são fisicamente menores e mais baratos do que um transformador convencional correspondente.
- Autotransformadores podem ser utilizados como fontes de tensão variável através de contatos móveis (*tap*) que variam a relação  $N_1/N_2$ .

- Desvantagem

- O enrolamento de baixa tensão demanda melhor isolamento uma vez que está exposto ao enrolamento de alta tensão.



# Autotransformador

## Exercício

Tem-se os seguintes equipamentos:

- Fonte c.a. ajustável de 1,5 kV;
- Transformador de 30 kVA, 1,5/13,8 kV;
- Carga de 30 kW, 15 kV.

Conecte adequadamente os enrolamentos do transformador de modo a alimentar a carga nas condições nominais e calcule:

- a) A corrente e tensão fornecidas pela fonte (Resp.  $\bar{V}_{fonte} = 1,47 \angle 0^\circ$  kV,  $\bar{I}_{fonte} = 2 \angle 0^\circ$  A).
- b) As potências condutiva e transformada transferidas à carga (Resp.  $\bar{S}_{cond} = 2,94$  kW e  $\bar{S}_{transf} = 27,06$  kW).

Na prática, há perdas no processo de transformação. As principais perdas são:

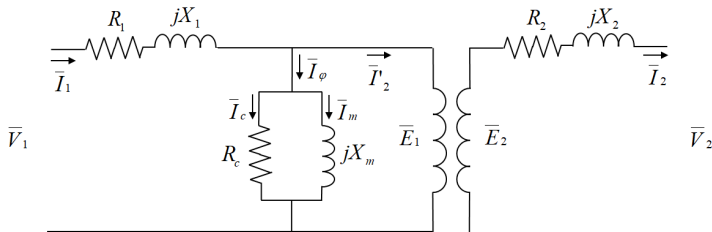
- A permeabilidade magnética do núcleo não é infinita e, portanto, deve haver uma corrente para estabelecer o fluxo magnético no núcleo;
- Dispersão de fluxo, isto é, parte do fluxo se dispersa do núcleo e não contribui para induzir tensão no enrolamento secundário;
- Perdas ôhmicas nos enrolamentos;
- Perdas por aquecimento do núcleo ferromagnético (por correntes parasitas e histerese<sup>1</sup>).

---

<sup>1</sup>As perdas por histerese correspondem à energia necessária para a orientação dos domínios magnéticos durante o processo de magnetização o núcleo ferromagnético, ao passo que as perdas por corrente parasitas correspondem ao calor (efeito joule) gerado pelas correntes induzidas no núcleo, em razão do fluxo magnético variável que por ele circula.

# Transformador Real

## Circuito Equivalente

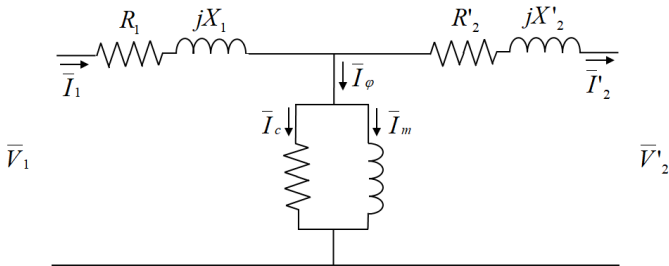


em que:

- $R_1$  e  $R_2$ : são resistências que levam em conta as perdas ôhmicas dos enrolamentos;
- $X_1$  e  $X_2$ : são reatâncias que levam em conta a dispersão de fluxo magnético;
- $R_c$  é a resistência que leva em conta as perdas no núcleo.
- $X_m$  é a reatância que leva em conta a magnetização do núcleo.

# Transformador Real

Refletindo os parâmetros do secundário para o primário:



em que

$$\vec{V}'_2 = a \vec{V}_2$$

$$\vec{I}'_2 = I_2 / a$$

$$\vec{R}'_2 = a^2 \vec{R}_2$$

$$\vec{X}'_2 = a^2 \vec{X}_2$$

# Transformador Real

## Exercício

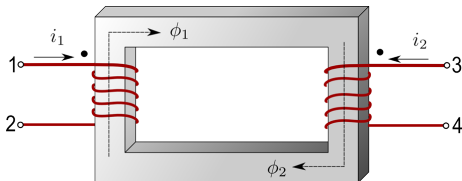
Um transformador monofásico 1,5 kVA, 220/110 V, alimenta uma carga resistiva de 110 V, 1 kVA nas condições nominais. Calcule a tensão no primário, considerando os seguintes valores para os parâmetros do circuito equivalente:

- $R_1 = 0,5\Omega$ ,  $R_2 = 0,125\Omega$
- $X_1 = 2\Omega$ ,  $X_2 = 0,5\Omega$
- $R_c = 1\text{ k}\Omega$ ,  $X_m = 0,5\text{ k}\Omega$

(Resp.  $\bar{V}_1 = 226,28\angle 4,67^\circ$ )

# Polaridade dos Enrolamentos do Transformador

Considere a figura abaixo. Dois terminais são considerados de mesma polaridade quando correntes entrando nesses terminais produzem fluxo na mesma direção no núcleo.



- Os terminais 1 e 3, assim como os terminais 2 e 4, têm polaridades iguais, pois as correntes que entram por esses terminais produzem fluxo na mesma direção (sentido horário).
- Os enrolamentos de um transformador podem ser marcados com pontos (•) para indicar os terminais de mesma polaridade.

# Transformador Real

## Rendimento

O rendimento de um transformador pode ser definido por:

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} = \frac{P_{saída}}{P_{saída} + P_{perdas}}$$

Já vimos que as principais perdas no transformador incluem:

- Perdas no núcleo (também chamadas de perdas no ferro) –  $P_c$  (perdas por correntes parasitas e perdas por histerese), podem ser determinadas a partir de  $R_c$ ;
- Perdas no cobre –  $P_{Cu}$  (perdas ôhmicas), podem ser determinadas a partir de  $R_1$  e  $R_2$ .

Desta forma, podemos escrever o rendimento  $\eta$  como:

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{saída} + P_{Cu} + P_c}$$

# Transformador Real

## Regulação de Tensão

A regulação de tensão ( $Reg$ ) do transformador é definida como sendo a variação da tensão do secundário em condições de plena carga ( $fl$ , do inglês *full load*) e em vazio ( $vz$ ), tomada como porcentagem da tensão a plena carga, com tensão do primário mantida constante, ou seja:

$$Reg(\%) = \left( \frac{V_{2(vz)} - V_{2(fl)}}{V_{2(fl)}} \right) \cdot 100\%$$

Basicamente, a regulação de tensão indica o grau de constância da tensão de saída quando a carga é variada.  $Reg$  pode assumir valores maiores ou menores que zero, a depender das características da carga.



- 1 Explique sucintamente a lei da indução de Faraday.
- 2 Qual é a importância do transformador em um sistema de energia elétrica?
- 3 Explique o princípio de funcionamento de um transformador.
- 4 Por que é a importância do circuito equivalente do transformador real e quando devemos usar tal modelagem?
- 5 Desenhe o circuito equivalente do transformador real e explique o que representa cada um de seus componentes.
- 6 Defina o autotransformador e cite algumas vantagens deste em relação ao transformador convencional (de dois enrolamentos eletricamente isolados).