Usuário	matheus.teixeira27 @aluno.unip.br
Curso	CÁLCULO PARA COMPUTAÇÃO
Teste	QUESTIONÁRIO UNIDADE II
Iniciado	14/08/23 17:45
Enviado	14/08/23 18:22
Status	Completada
Resultado da tentativa	4,5 em 5 pontos
Tempo decorrido	37 minutos
Resultados exibidos	Todas as respostas, Respostas enviadas, Respostas corretas, Comentários, Perguntas respondidas incorretamente

Pergunta 1

0,5 em 0,5 pontos

Para derivar uma função composta, ou seja, a função de uma função, devemos primeiro derivar a função do argumento (a função de dentro) e depois multiplicar essa derivada pela derivada da função de fora, colocando novamente o argumento que tínhamos originalmente. Esse procedimento é conhecido como regra da cadeia. Com base nisso, encontre a derivada da função a seguir.

$f(x) = sen(90x)$

Resposta Selecionada: e. $f'(x) = 90\cos(90x)$

Respostas:

a. $f'(x) = 900\cos(900x)$

b. $f'(x) = \cos(90x)$

c. $f'(x) = -\cos(90x)$

d. $f'(x) = -sen(90x)$

e. $f'(x) = 90\cos(90x)$

Comentário da resposta:

Resposta: E

Comentário:

Como argumento, temos 90x. Sua derivada resulta em 90.

Como função externa, temos a função sen(x), cuja derivada é cos(x). Retornando o argumento original à função externa, temos cos(90x).

Agora, basta multiplicarmos a derivada do argumento (90) pela derivada da função externa já com seu argumento original (cos(90x)), conforme demonstrado a seguir.

$f'(x) = 90.\cos(90x)$

Pergunta 2

0,5 em 0,5 pontos

Para derivar uma função composta, ou seja, a função de uma função, devemos primeiro derivar a função do argumento (a função de dentro) e depois multiplicar essa derivada pela derivada da função de fora, colocando novamente o argumento que tínhamos originalmente. Esse procedimento é conhecido como regra da cadeia. Com base nisso, encontre a derivada da função a seguir.

$y(x) = \sqrt{5x^3}$

Resposta Selecionada: e. $y'(x) = \dfrac{15x^2}{2\sqrt{5x^3}}$

Respostas:

a. $y'(x) = \dfrac{5x^2}{2\sqrt{5x^3}}$

b. $y'(x) = \dfrac{x^2}{2\sqrt{5x^3}}$

c. $y'(x) = \dfrac{15x^2}{\sqrt{5x^3}}$

d. $y'(x) = \dfrac{15x^2}{2}$

← OK

$$y'(x) = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x^3}}$$

e.

Comentário da resposta:

Resposta: E

Comentário:

Como argumento, temos $5x^3$. Sua derivada resulta em $15x^2$.

Como função externa, temos a função f(x) e a derivada f'(x) a seguir.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Retornando o argumento original à função externa, temos o que segue.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{5x^3}}$$

Agora, basta multiplicarmos a derivada do argumento pela derivada da função externa já com seu argumento original, conforme demonstrado a seguir.

$$y'(x) = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x^3}}$$

Esse é o formato encontrado na alternativa correta da questão. É possível, ainda, simplificar a expressão e racionalizar o denominador, o que nos levaria a

$$y'(x) = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x^3}} = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x}\sqrt{x}\sqrt{x}} = \frac{15x^2}{2x\sqrt{5x}} = \frac{15x}{2\sqrt{5x}}$$

$$y'(x) = \frac{15x}{2\sqrt{5x}}.\frac{\sqrt{5x}}{\sqrt{5x}} = \frac{15x\sqrt{5x}}{2(5x)} = \frac{15x\sqrt{5x}}{10x} = \frac{3\sqrt{5x}}{2}$$

Pergunta 3

0,5 em 0,5 pontos

Usamos a regra do produto quando temos um produto de funções, a regra do quociente quando temos uma divisão entre funções e a regra da cadeia quando temos uma função composta. Podemos, ainda, ter que usar mais de uma regra na derivação de uma função. Com base nisso, considere a função abaixo e encontre a sua derivada.

$$y(x) = e^{3x+2}.\cos(x)$$

Resposta Selecionada: b. $y'(x) = 3e^{3x+2}\cos(x) - e^{3x+2}sen(x)$

Respostas:

a. $y'(x) = 3e^{3x+2}\cos(x)$

b. $y'(x) = 3e^{3x+2}\cos(x) - e^{3x+2}sen(x)$

c. $y'(x) = -e^{3x+2}sen(x)$

d. $y'(x) = 3\cos(x) - sen(x)$

e. $y'(x) = e^{3x+2}\cos(x) - e^{3x+2}sen(x)$

Comentário da resposta:

Resposta: B

Comentário:

Temos um produto de duas funções. Inicialmente, vamos usar a regra do produto.

$$y'(x) = f'(x).g(x) + f(x).g'(x)$$

Temos:

$$f(x) = e^{3x+2}$$

$$g(x) = \cos(x)$$

Vamos, agora, encontrar suas derivadas.

Note que, para derivar f(x), devemos utilizar a regra da cadeia, por trata-se se uma função composta. Em f(x), o argumento é 3x+2, cuja derivada resulta em 3. A função externa, e^x, tem sua derivada dada por e^x. Retornando o argumento original à função externa, temos e^{3x+2}. Multiplicando a derivada do argumento pela derivada da função externa, temos que

$$f'(x) = 3e^{3x+2}$$

Para derivar g(x), não precisamos utilizar a regra da cadeia, pois não se trata de uma função composta. Temos:

$$g'(x) = -sen(x)$$

Trazendo esses resultados para a regra do produto, temos a resolução a seguir.

$$y'(x) = f'(x).g(x) + f(x).g'(x) = (3.e^{3x+2})(\cos(x)) + (e^{3x+2}).(-sen(x))$$

$$y'(x) = 3e^{3x+2}\cos(x) - e^{3x+2}sen(x)$$

Esse é o formato encontrado na alternativa correta da questão. Poderíamos, ainda, fatorar a expressão, chegando a

$$y'(x) = e^{3x+2}(3\cos(x) - sen(x))$$

Pergunta 4 0 em 0,5 pontos

Considere a função y(x) a seguir. Substituindo x por 0, chegamos a uma indeterminação do tipo 0/0. Utilizando a regra de L'Hopital, podemos calcular o limite de y(x) para x tendendo a 0. Qual é o valor desse limite?

$$y(x) = \frac{x - sen(x)}{x}$$

Resposta Selecionada: b. −1

Respostas:

a. −2

b. −1

c. 0

d. 1

e. 2

Pergunta 5 0,5 em 0,5 pontos

Calcule o limite a seguir.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$$

Resposta Selecionada: d. 12

Respostas:

a. 4

b. 6

c. 10

d. 12

e. 20

Comentário da resposta:

Resposta: D

Comentário:

Para o cálculo desse limite, podemos utilizar a regra de L'Hopital. Essa regra nos diz que, para duas funções f(x) e g(x) deriváveis, em que

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Resulta em indeterminações do tipo 0/0 ou ∞ /∞, podemos considerar que

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Na função y(x) do enunciado, substituir x por 0 nos leva a uma indeterminação do tipo 0/0. Logo, aplicando a regra de L'Hopital, temos que

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x^3 - 8)'}{(x - 2)'}$$

Vamos, então, à resolução, apresentada a seguir.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x^3 - 8)'}{(x - 2)'} = \lim_{x \to 2} \frac{3x^2}{1} = \lim_{x \to 2} (3x^2) =$$

$$= 3(2)^2 = 3.4 = 12$$

Pergunta 6 0,5 em 0,5 pontos

Considere a função quadrática f(x) = $2x^2$ + 3x + 4. Sabe-se que a reta tangente tem coeficiente angular igual à derivada da função no ponto solicitado. Com base nisso, determine a equação da reta tangente à função em x = 1.

Resposta Selecionada: b. *y(x) = 7x + 2*

Respostas:

a. *y(x) = 7x + 20*

b. *y(x) = 7x + 2*

c. *y(x) = 70x + 20*

d. *y(x) = x + 2*

e. *y(x) = 70x*

Comentário da resposta:

Resposta: B
Comentário:
Vamos começar calculando a derivada da função quadrática em questão.

$$f'(x) = (2x^2 + 3x + 4)' = 4x + 3$$

f'(x) representa a derivada da função em qualquer ponto x. No entanto, desejamos a derivada no ponto x = 1. Basta substituirmos esse valor na função, conforme indicado a seguir.

$$f'(1) = 4(1) + 3 = 4 + 3 = 7$$

Até esse ponto, sabemos que f'(1) = 7. Então, o coeficiente angular (a) da reta tangente à função quadrática em x = 1 é igual a 7. Escrevendo a equação da reta tangente y(x), temos que:

$$y(x) = f'(1).x + b$$

$$y(x) = 7x + b$$

Falta determinar o coeficiente linear b dessa equação. Isso é feito ao lembrarmos que a reta tangente e a função têm um ponto em comum, de abscissa x = 1.
Agora, calculamos o valor da função f(x) em x = 1:

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 4$$

$$f(1) = 2(1)^2 + 3(1) + 4 = 2 + 3 + 4 = 9$$

O ponto em comum entre a função e a reta tem coordenadas x = 1 e y = 9. Substituindo esses valores de x e de y na equação da reta tangente, temos:

$$y(x) = 7x + b$$

$$9 = 7(1) + b$$

$$b = 9 - 7$$

$$b = 2$$

Logo, o coeficiente linear da reta tangente é b = 2 e a equação da reta tangente à função f(x) = $2x^2$ + 3x + 4 em x = 1 é:

$$y(x) = 7x + 2$$

Pergunta 7

0,5 em 0,5 pontos

Considere a função f(x) = 8.cos(x). Sabe-se que a reta tangente tem coeficiente angular igual à derivada da função no ponto solicitado. Com base nisso, determine a equação da reta tangente à função em x = 2. Considere valores dos ângulos em radianos.

Resposta Selecionada: e. *y(x) = -7,274 + 11,219*

Respostas:

a. *y(x) = x + 11,219*

b. *y(x) = -8,923x + 11,219*

c. *y(x) = -5,610x +11,219*

d. *y(x) = -4,443x + 11,219*

e. *y(x) = -7,274 + 11,219*

Comentário da resposta:

Resposta: E
Comentário:
Começamos calculando a derivada da função

$$f'(x) = (8\cos(x))' = 8(\cos(x))' = -8sen(x)$$

Calculando a derivada em x = 2 (ângulo em radianos), ficamos com:

$$f'(2) = -8sen(2) = -7,274$$

Note que o seno de 2 rad resulta em, aproximadamente, 0,909. Utilizamos uma calculadora científica para este cálculo.

O coeficiente angular da reta tangente é, portanto, igual a –7,274. Vamos substituí-lo na equação da reta tangente. A equação da reta tangente é:

$$y(x) = f'(2).x + b$$

$$y(x) = -7,274x + b$$

Falta determinar o coeficiente linear b dessa equação. Isso é feito ao lembrarmos que a reta tangente e a função têm um ponto em comum, de abscissa x = 2.
Agora, calculamos o valor da função f(x) em x = 2:

$$f(x) = 8\cos(x)$$

$$f(2) = 8\cos(2) = -3,329$$

O ponto em comum entre a função e a reta tem coordenadas x = 2 e y = –3,329. Substituindo esses valores de x e de y na equação da reta tangente, temos:

$$y(x) = -7,274x + b$$
$$-3,329 = -7,274(2) + b$$
$$b = -3,329 + 14,548$$
$$b = 11,219$$

Logo, o coeficiente linear da reta tangente é b = 11,219 e a equação da reta tangente à função f(x) = 8.cos(x) em x = 2 é:

$$y(x) = -7,274x + 11,219$$

Observação: Os valores dos coeficientes a e b da reta tangente foram aproximados para 3 casas decimais. Tratam-se, portanto, de valores aproximados.

Pergunta 8

0,5 em 0,5 pontos

Considere a função quadrática f(x) = $5x^2$ – 5x. Determine o valor da derivada da função no ponto x = 2, assim como comportamento local da função em torno de desse mesmo ponto.

Resposta Selecionada: c. *f'(2) = 15*, sendo que a função é crescente ao redor de x = 2.

Respostas:

a. *f'(2) = 20*, sendo que a função é crescente ao redor de x = 2.

b. *f'(2) = 20*, sendo que a função é decrescente ao redor de x = 2.

c. *f'(2) = 15*, sendo que a função é crescente ao redor de x = 2.

d. *f'(2) = 15*, sendo que a função é decrescente ao redor de x = 2.

e. *f'(2) = 25*, sendo que a função é crescente ao redor de x = 2.

Comentário da resposta:

Resposta: C

Comentário:

Para obtermos informações sobre o comportamento local da função, ou seja, se ela é localmente crescente ou decrescente, devemos analisar sua derivada no ponto solicitado. Calculando a derivada da função, temos:

$$f'(x) = (5x^2 - 5x)' = 10x - 5$$

Calculando a derivada em x = 2, temos:

$$f'(2) = 10(2) - 5 = 20 - 5 = 15$$

Como a derivada da função no ponto solicitado é positiva (já que 15 > 0), a função f(x) = $5x^2$ – 5x apresenta comportamento local crescente ao redor de x = 2.

Pergunta 9

0,5 em 0,5 pontos

Chamamos de ponto de inflexão o ponto em que dada função muda a sua curvatura. Dizemos que um ponto c é ponto de inflexão de f(x) quando f''(c) = 0. Uma função cúbica tem sempre exatamente um ponto de inflexão. Considere a função cúbica f(x) = $2x^3$ – 3x. Determine o par ordenado que representa seu ponto de inflexão.

Resposta Selecionada: a. (0, 0)

Respostas:

a. (0, 0)

b. (0, 1)

c. (1, 0)

d. (1, 1)

e. (1, 2)

Comentário da resposta:

Resposta: A

Comentário:

O ponto de inflexão da função é obtido derivando-a duas vezes e igualando essa derivada a zero. Calculando a derivada da função f(x), temos:

$$f'(x) = (2x^3 - 3x)' = 6x^2 - 3$$

Calculando a segunda derivada, temos:

$$f''(x) = (6x^2 - 3)' = 12x$$

O ponto de inflexão é obtido igualando-se a segunda derivada da função a zero. Assim:

$$f''(x) = 12x$$

$$12x = 0$$
$$x = 0$$

O ponto de inflexão da função f(x) = $2x^3$ – 3x ocorre na abscissa x = 0. Calculando o valor da função em x = 0, temos:

$$f(x) = 2x^3 - 3x$$

$$f(0) = 2(0)^3 - 3(0) = 0$$

Portanto, o ponto de inflexão da função f(x) = 2x^3 – 3x ocorre no ponto de coordenadas x = 0 e y = 0, ou seja, no ponto (0, 0).

Pergunta 10 0,5 em 0,5 pontos

Os pontos de máximo e de mínimo são os pontos em que uma função altera seu regime de crescimento. Já os pontos de inflexão são os pontos em que a função altera sua concavidade. A concavidade da função em dada região é voltada para cima se f"(x) é positiva, e sua concavidade é voltada para baixo se f"(x) é negativa.

Considere a função f(x) = 2x^5 + 4x^4. Encontre sua segunda derivada para x = –2, e faça o estudo de sua concavidade nessa região.

Resposta Selecionada: a. f"(-2) = -128. A concavidade na região em torno de x = –2 é voltada para baixo.

Respostas:

a. f"(-2) = -128. A concavidade na região em torno de x = –2 é voltada para baixo.

b. f"(-2) = -128. A concavidade na região em torno de x = –2 é voltada para cima.

c. f"(-2) = -227. A concavidade na região em torno de x = –2 é voltada para baixo.

d. f"(-2) = -227. A concavidade na região em torno de x = –2 é voltada para cima.

e. f"(-2) = -227. A concavidade na região em torno de x = –2 é voltada para cima.

Comentário da resposta:

Resposta: A

Comentário:

Para estudar a concavidade, precisamos primeiro determinar sua segunda derivada. Calculando a primeira derivada da função, temos:

$$f'(x) = (2x^5 + 4x^4)' = 10x^4 + 16x^3$$

Derivando novamente, temos:

$$f''(x) = (10x^4 + 16x^3)' = 40x^3 + 48x^2$$

Igualando a segunda derivada da função a zero, temos:

$$f''(x) = 40x^3 + 48x^2$$

Calculando a segunda derivada para x = –2, ficamos com:

$$f''(-2) = 40(-2)^3 + 48(-2)^2$$

$$f''(-2) = 40(-8) + 48(4)$$

$$f''(-2) = -320 + 192 = -128$$

Como f"(–2) é negativo, a função nessa região tem concavidade voltada para baixo.