



# Interativa

## Física para Computação

**Autora:** Profa. Fabíola Mariana Aguiar Ribeiro

**Colaboradoras:** Profa. Vanessa Santos Lessa

Profa. Christiane Mazur Doi

## Professora conteudista: Fabíola Mariana Aguiar Ribeiro

Graduada em Física, com habilitação em Astronomia, pela Universidade de São Paulo (USP) em 2001. Em 2006, concluiu doutorado em Astrofísica pela mesma universidade. Em 2009, mudou seu enfoque de pesquisa para ensino, ministrando disciplinas para o ciclo básico do curso de Engenharia da Universidade Paulista (UNIP). Desde 2009, integra a equipe da Comissão de Qualificação e Avaliação (CQA) da UNIP, elaborando e revisando materiais didáticos e de apoio de diversos cursos, além de realizar a tabulação de resultados de avaliações internas e externas.

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

R484f

Ribeiro, Fabíola Mariana Aguiar.

Física para Computação / Fabíola Mariana Aguiar Ribeiro. – São Paulo: Editora Sol, 2021.

124 p., il.

Nota: este volume está publicado nos Cadernos de Estudos e Pesquisas da UNIP, Série Didática, ISSN 1517-9230.

1. Resistência elétrica. 2. Óptica. 3. Ondas. I. Título.

CDU 53

U510.74 – 21

Prof. Dr. João Carlos Di Genio  
**Reitor**

Profa. Sandra Miessa  
**Reitora em Exercício**

Profa. Dra. Marília Ancona Lopez  
**Vice-Reitora de Graduação**

Profa. Dra. Marina Ancona Lopez Soligo  
**Vice-Reitora de Pós-Graduação e Pesquisa**

Profa. Dra. Claudia Meucci Andreatini  
**Vice-Reitora de Administração**

Prof. Dr. Paschoal Laercio Armonia  
**Vice-Reitor de Extensão**

Prof. Fábio Romeu de Carvalho  
**Vice-Reitor de Planejamento e Finanças**

Profa. Melânia Dalla Torre  
**Vice-Reitora de Unidades do Interior**

### **Unip Interativa**

Profa. Elisabete Brihy  
Prof. Marcelo Vannini  
Prof. Dr. Luiz Felipe Scabar  
Prof. Ivan Daliberto Frugoli

### **Material Didático**

Comissão editorial:

Profa. Dra. Christiane Mazur Doi  
Profa. Dra. Angélica L. Carlini  
Profa. Dra. Ronilda Ribeiro

Apoio:

Profa. Cláudia Regina Baptista  
Profa. Deise Alcantara Carreiro

Projeto gráfico:

Prof. Alexandre Ponzetto

Revisão:

Willians Calazans  
Ricardo Duarte



# Sumário

## Física para Computação

APRESENTAÇÃO .....	7
INTRODUÇÃO .....	7

### Unidade I

1 CARGA ELÉTRICA .....	9
1.1 Princípios da atração e da repulsão .....	9
1.2 Princípio da conservação de cargas .....	10
1.3 Condutores e isolantes .....	10
1.4 Corpo eletrizado .....	12
2 FORÇA ELÉTRICA E CAMPO ELÉTRICO .....	13
2.1 Lei de Coulomb .....	13
2.2 Campo elétrico .....	18
2.3 Campo magnético .....	22
3 CORRENTE ELÉTRICA .....	24
3.1 Intensidade de corrente elétrica .....	24
3.2 Tipos de corrente .....	25
3.3 Efeitos da corrente elétrica .....	26
3.4 Trabalho da força elétrica .....	27
3.5 Energia potencial elétrica .....	28
3.6 Tensão ou diferença de potencial elétrico (DDP) .....	30
3.7 Potência elétrica .....	31
4 RESISTÊNCIA ELÉTRICA .....	34
4.1 Resistor .....	34
4.2 Associação em série de resistores .....	36
4.3 Associação em paralelo de resistores .....	38
4.4 Associação mista de resistores .....	39
4.5 Primeira lei de Ohm .....	41
4.6 Segunda lei de Ohm .....	41
4.7 Força eletromotriz (fem) e baterias .....	43
5 CIRCUITOS ELÉTRICOS .....	46
5.1 Regras de Kirchhoff .....	46
6 CAPACITORES .....	50
6.1 Capacitância .....	50
6.2 Energia potencial elétrica .....	54

6.3 Associação em série de capacitores.....	55
6.4 Associação em paralelo de capacitores.....	56

## Unidade II

7 O OLHO COMO INSTRUMENTO ÓPTICO.....	66
8 PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA.....	69
8.1 Reflexão.....	70
8.1.1 Espelhos planos.....	71
8.2 Refração da Luz.....	73
8.2.1 Índice de refração.....	74
8.2.2 Velocidade de propagação em um meio.....	75
8.2.3 Lei de Snell-Descartes.....	78
8.2.4 Reflexão interna total.....	81
9 DISPOSITIVOS ÓPTICOS.....	81
9.1 Dioptro plano.....	81
9.2 Câmara escura de orifício.....	84
10 ONDAS.....	86
10.1 Definições básicas.....	86
10.2 Ondas eletromagnéticas.....	91
11 COERÊNCIA E INTERFERÊNCIA.....	93
11.1 Superposição de ondas.....	93
11.2 Coerência.....	96
11.3 Interferência.....	98
12 PROPAGAÇÃO EM FIBRAS ÓPTICAS.....	101
12.1 Princípios de propagação em fibras.....	101
12.2 Tipos de fibras.....	105
12.3 Vantagens e desvantagens no uso de fibras.....	107

## APRESENTAÇÃO

Caro aluno,

Este livro-texto tem como objetivo apresentar ao aluno os elementos básicos da eletricidade e dos circuitos elétricos, com a intenção de que o estudante compreenda, futuramente, o funcionamento do *hardware* e dos circuitos lógicos em informática.

Outro objetivo deste material é apresentar ao aluno os tópicos fundamentais da óptica, para que ele possa compreender os elementos básicos de transmissão de dados em fibras ópticas, relevantes nas instalações de redes de microcomputadores.

Logo, o entendimento de conceitos básicos da física nos ramos da eletricidade e da óptica é condição para que o profissional esteja capacitado a compreender os mecanismos envolvidos em computadores e outros equipamentos, o que possibilita tanto a fundamentação quanto a ampliação do seu escopo de atuação.

Assim, por meio dos aspectos teóricos aqui desenvolvidos, das diversas aplicações apresentadas, das figuras utilizadas e dos detalhamentos exibidos nas resoluções de exemplos, espera-se que o estudante possa dimensionar os impactos dos mecanismos da eletricidade e da óptica na sua área de formação profissional.

Bom estudo!

## INTRODUÇÃO

Desde os primórdios, a humanidade sentiu a necessidade de criar dispositivos para otimizar a realização de cálculos. O primeiro dispositivo para realizar cálculos de que se tem notícia é o ábaco, cuja criação costuma ser atribuída aos chineses, há mais de 2.500 anos. No século XVII, Napier desenvolveu a régua de cálculo, que permitia realizar operações matemáticas básicas e cálculos de logaritmos. No mesmo século, Pascal desenvolveu uma máquina de calcular automática. A primeira máquina mecânica programável foi um tear, criado por Jacquard, que trabalhava com cartões perfurados para armazenar os padrões de tecelagem. Até esse momento, essas máquinas tinham um ponto em comum, eram todas mecânicas.

O que podemos considerar o primeiro computador da história foi a máquina analítica de Babbage, criada no século XIX, com funcionamento baseado em circuitos elétricos, e não em dispositivos mecânicos. Desde então, os computadores evoluíram muito.

A primeira geração de computadores (1951-1959) tinha sua operação baseada em circuitos e válvulas: pertence a essa classe o computador Eniac. Na segunda geração (1959-1965), as válvulas foram substituídas por transistores. Na terceira geração (1965-1975), os transistores foram substituídos por circuitos integrados. Já na quarta geração (1975-atualmente), os circuitos integrados foram substituídos

por circuitos miniaturizados, o que contribuiu para a portabilidade dos computadores e para o aumento da velocidade e da capacidade de processamento, que vêm se intensificando até os dias atuais.

A comunicação a longas distâncias era algo difícil em épocas anteriores à invenção do telégrafo, no século XIX, por Morse. Para usar o telégrafo a grandes distâncias, era necessário instalar cabos para propagar o sinal elétrico gerado por esse aparelho, o que culminou com a instalação de cabos submarinos para comunicação telegráfica entre continentes separados por oceanos. Esses cabos foram usados posteriormente para comunicação telefônica e mais atualmente para a transmissão de informações digitalizadas.

A transmissão de informações, que se dava apenas por meio de pulsos elétricos em cabos, passou a ocorrer como pulsos de luz em fibras ópticas. Vemos, então, que a compreensão dos princípios básicos de eletricidade, de circuitos elétricos, de óptica e de fibras ópticas é essencial na formação profissional, já que esses assuntos são a referência de toda a informática e de todo o tráfego de informação que temos hoje em dia.

Este livro-texto é dividido em duas unidades.

Na unidade I, estudaremos carga elétrica, força e campo elétrico, além de corrente elétrica. No item 1, estudaremos carga elétrica, detalhando a interação entre cargas, o princípio da conservação de cargas, as características de materiais condutores e isolantes quanto à carga elétrica e os corpos eletrizados. No item 2, estudaremos força elétrica e campo elétrico. No item 3, aprofundaremos os estudos sobre corrente elétrica, definindo intensidade de corrente e tipos de corrente, além de abordarmos tensão. Nesse mesmo item, exploraremos os conceitos de trabalho da força elétrica e de energia potencial elétrica para, por fim, estudarmos potência elétrica.

Ainda na unidade I, o enfoque deixará de ser a física microscópica da eletricidade e passará a ser o aspecto macroscópico, com a análise de resistores, circuitos e capacitores. No item 4, estudaremos resistores e suas associações, bem como as leis de Ohm e a força eletromotriz em geradores. No item 5, estudaremos as leis de Kirchhoff, fundamentais para um primeiro estudo de circuitos elétricos. Na sequência, no item 6, estudaremos capacitores, sua energia potencial e suas formas de associação.

Na unidade II, passaremos para o estudo de óptica, analisando os princípios da óptica geométrica, da refração da luz e dos instrumentos ópticos. No item 7, exploraremos o funcionamento do olho como detector óptico. No item 8, abordaremos os princípios de óptica geométrica, analisando os processos de reflexão e refração da luz. No item 9, abordaremos o dióptro plano e a câmara escura com orifício como instrumentos ópticos.

Ainda na unidade II, trataremos de ondas em geral, ondas eletromagnéticas e fibras ópticas. No item 10, iniciaremos o estudo de ondas de forma genérica e, posteriormente, trataremos de ondas eletromagnéticas. Em seguida, no item 11, abordaremos os conceitos de coerência e interferência de ondas eletromagnéticas e fibras ópticas. Já no item 12, veremos o princípio de funcionamento das fibras ópticas, sua constituição, os tipos de fibra óptica e as vantagens e desvantagens do seu uso.

Boa leitura e bom estudo!



# Unidade I

## 1 CARGA ELÉTRICA

### 1.1 Princípios da atração e da repulsão

Para compreendermos o conceito de carga elétrica, precisamos, primeiramente, entender um pouco sobre a estrutura da matéria.

A matéria é composta por átomos, que, por sua vez, podem ser divididos em núcleo e em eletrosfera. O núcleo é composto por prótons e nêutrons, em quantidades que dependem do átomo de que estamos tratando. A eletrosfera é a região onde se encontram os elétrons.

Quanto à carga, os nêutrons não têm carga elétrica: como indica o nome, são partículas de carga neutra. Os prótons têm carga positiva, e os elétrons têm carga negativa. Os elétrons são portadores de carga, e os prótons ficam restritos ao núcleo do átomo. Dessa forma, temos carga efetiva quando temos excesso de elétrons, e carga positiva quando temos falta de elétrons.

A matéria é neutra se não apresenta falta nem excesso de elétrons.

O princípio da atração e da repulsão diz que cargas opostas se atraem e que cargas de mesmo sinal se repelem, conforme esquematizado na figura 1.

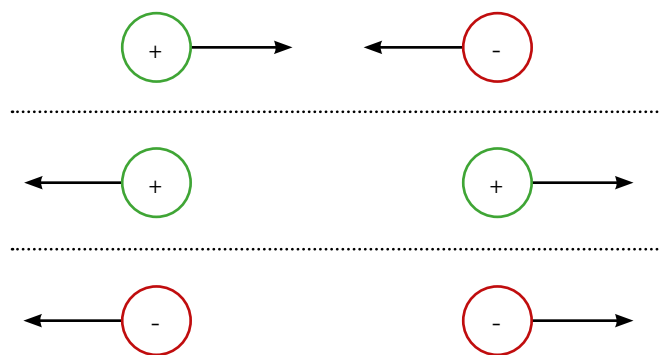


Figura 1 – Atração e repulsão entre cargas

O elétron é uma partícula subatômica indivisível: logo, a menor carga que podemos ter é a carga de um elétron. O valor da carga do elétron foi estimado por Millikan em 1909, ao estudar o movimento de uma gotícula de óleo. A carga do elétron, representada por  $e$ , é  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ).



### Observação

A unidade de carga elétrica, simbolizada por  $C$ , é o coulomb.



### Saiba mais

Para saber mais sobre o experimento de Millikan e sobre a determinação da carga do elétron, leia:

SANTOS, C. A. *Experimento da gota de óleo de Millikan*. 2012. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/historia/millikan.html>. Acesso em: 30 out. 2020.

## 1.2 Princípio da conservação de cargas

Um dos pressupostos fundamentais da física refere-se aos princípios de conservação, que incluem conservação de energia, de massa e de carga elétrica. Esses pressupostos valem tanto aqui, quando estudamos eletricidade, quanto em modelos sofisticados, usados para entendermos a física de buracos negros, por exemplo.

O princípio de conservação de carga baseia-se no fato de que cargas elétricas não podem ser criadas nem destruídas, apenas podem ser transferidas de um corpo para outro.

Se temos um bastão eletrizado e aproximamos esse bastão de um objeto, pode haver transferência de parte das cargas do bastão para o objeto, de forma que as cargas do bastão diminuem e as cargas do objeto aumentam após essa interação.

As condições do ambiente são fundamentais para os experimentos de eletrostática: por exemplo, um valor de umidade do ar um pouco mais alto do que o regularmente observado pode colaborar com a redistribuição das cargas para uma configuração neutra. Isso pode ser notado quando tiramos uma blusa de lã que vestimos ao longo do dia, em dias de baixa umidade, e ouvimos barulhos de estalos devido à eletricidade estática acumulada.

## 1.3 Condutores e isolantes

Em 1729, Stephen Gray estudou a transmissão de cargas em diferentes materiais e observou dois comportamentos distintos: em alguns materiais, a carga era facilmente transmitida e, em outros, era retida. Os materiais nos quais a carga era transmitida foram chamados de condutores, e os materiais nos quais ela era retida foram chamados de isolantes.

São exemplos de materiais condutores:

- os metais em geral, como o cobre, por exemplo;
- a água contendo ácidos, bases ou sais;
- a terra;
- o corpo humano.

São exemplos de materiais isolantes:

- a borracha;
- o vidro;
- a água pura;
- o ar em condições de baixa umidade.

Para qualificarmos um material como isolante ou como condutor, usamos um parâmetro chamado de condutividade elétrica, que mede o quão facilmente a eletricidade se propaga no material. Outro parâmetro que podemos utilizar é a resistividade elétrica, que é o inverso da condutividade, ou seja, mede o quanto a eletricidade tende a não se propagar no material.

No quadro 1, temos valores de resistividades elétricas de alguns materiais.

**Quadro 1 – Resistividades elétricas de alguns materiais**

Material	Resistividade elétrica ( $\Omega.m$ )
Prata	$1,59.10^{-8}$
Cobre	$1,7.10^{-8}$
Ouro	$2,44.10^{-8}$
Alumínio	$2,82.10^{-8}$
Tungstênio	$5,6.10^{-8}$
Ferro	10
Silício	640
Vidro	$10^{10}-10^{14}$
Borracha	$\sim 10^{13}$

Adaptado de: Phys... (2018).

Cabos condutores de eletricidade são exemplos de uma combinação de condutores e isolantes, já que têm, em seu interior, material metálico, geralmente cobre, e são revestidos por um envoltório de PVC ou de borracha. Alguns cabos parecem não ter revestimento aparente, mas são revestidos por um esmalte, que age como isolante.

### 1.4 Corpo eletrizado

Para visualizarmos a indução de cargas, podemos fazer uso de um dispositivo chamado de eletroscópio. O eletroscópio é um recipiente de vidro com uma abertura fechada por uma rolha, que atua como isolante. Essa rolha é atravessada por uma haste de material condutor. Na parte superior da haste externa ao recipiente, há uma esfera metálica; já na parte da haste interna ao frasco, está presa uma folha fina de metal, usualmente de ouro ou de alumínio.



#### Saiba mais

Sugerimos que você assista ao vídeo a seguir, que ensina a construir um eletroscópio caseiro com materiais usados em nosso cotidiano.

COMO FAZER um eletroscópio caseiro. 2015. 1 vídeo (9 min). Publicado pelo canal Brincando com Ideias. Disponível em: <https://youtu.be/nHsilwsL86Y>. Acesso em: 21 out. 2020.

Na figura 2, temos um exemplo do uso do eletroscópio.

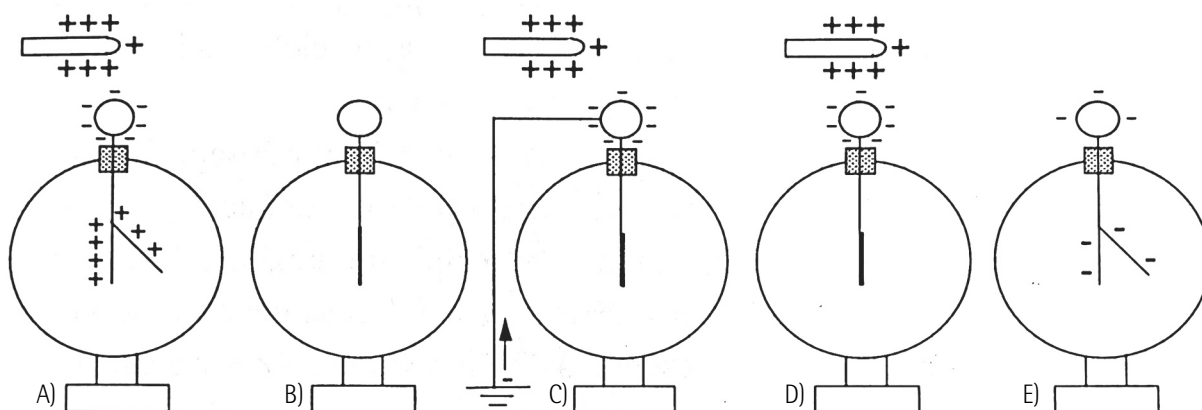


Figura 2 – Esquema de um eletroscópio onde ocorre indução eletrostática (A) e carga por indução (C) e (E)

O eletroscópio encontra-se, no início, com as cargas igualmente distribuídas, como pode ser visto na figura 2B.

Ao aproximarmos um bastão carregado da esfera externa do eletroscópio, fazemos com que haja acúmulo de cargas opostas às cargas do bastão na esfera do eletroscópio (figura 2A). Com isso, ocorre acúmulo de cargas opostas na outra ponta da haste, o que faz com que a folha de metal se

afaste da haste, pois cargas de sinais iguais tendem a se repelir. Ao afastarmos o bastão, as cargas do eletroscópio voltam a se distribuir uniformemente. A esse processo de redistribuição temporária de cargas, damos o nome de indução eletrostática.

Podemos realizar o experimento de forma distinta: aterramos a esfera do eletroscópio, de forma que, ao aproximarmos o bastão carregado, ocorre acúmulo de cargas opostas na esfera do eletroscópio. No entanto, as cargas opostas, que antes ficavam na outra extremidade da haste, são dissipadas pelo aterramento (figura 2C). O aterramento é retirado com o bastão ainda próximo da esfera, e, ao retirar o bastão, temos uma distribuição das cargas que antes estavam acumuladas na esfera pelo eletroscópio (figura 2E). Não temos mais equilíbrio de cargas, já que parte das cargas do eletroscópio neutro foram dissipadas pela terra, de forma que ocorre a repulsão entre a folha de metal e a haste. Essa nova distribuição de cargas é permanente, e tal processo é chamado de carga por indução.



### Saiba mais

Para assistir a um experimento de eletrização por atrito, veja o vídeo a seguir.

TEMA 01: a carga elétrica e o spin: experimentos: eletrização por atrito. 2016. 1 vídeo (2 min). Publicado pela canal Física Universitária. Disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=\\_3l7DcJgNd0](https://www.youtube.com/watch?v=_3l7DcJgNd0). Acesso em: 6 nov. 2020.

## 2 FORÇA ELÉTRICA E CAMPO ELÉTRICO

### 2.1 Lei de Coulomb

A lei de Coulomb, enunciada por Charles Augustin de Coulomb em 1784, quantifica a força elétrica entre duas cargas em termos da distância que separa essas cargas.

Coulomb verificou que:

- quanto maior o valor das cargas, maior a força entre elas;
- quanto maior a distância entre as cargas, menor a força entre elas.

A força elétrica  $\vec{F}$  entre duas cargas  $q_1$  e  $q_2$ , separadas pela distância  $d$ , é dada pela equação:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} \hat{r}$$

Na equação:

- $\epsilon_0$  é a constante de permissividade elétrica, igual a  $8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m no vácuo;
- $\hat{r}$  é um versor, ou seja, um vetor de tamanho unitário, com direção da linha que une as cargas.

Assim como qualquer outro tipo de força, no sistema internacional, a unidade da força elétrica é o newton, representado por N.



### Observação

Vetor é uma entidade matemática que tem intensidade (ou módulo), direção e sentido. Graficamente, o vetor é representado por uma seta (figura 3).

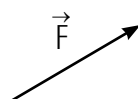


Figura 3 – Representação de um vetor  $\vec{F}$ , normalmente usado em física para representar força

Note que a força elétrica é diretamente proporcional às cargas: então, quanto maiores os valores das cargas, maior a força elétrica entre elas.

Note também que a força elétrica é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as cargas: então, quanto maior a distância entre as cargas, menor a força elétrica entre elas.



### Observação

A permissividade elétrica tem como unidade farad por metro (F/m). Como veremos mais adiante, farad, representado por F, é unidade de capacitância.

Para facilitar o cálculo de força elétrica, define-se a constante eletrostática  $k$ , dada por:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

O valor de  $k$  é  $9 \cdot 10^9$  N.m/C<sup>2</sup>.

Podemos, ao fazer cálculos usando a lei de Coulomb, trabalhar com as cargas em módulo, isto é, sem o sinal, e, no final do cálculo, considerar que:

- se as cargas são de mesmo sinal, devemos ter força de repulsão, que ocorre no sentido de afastar as cargas;
- se as cargas são de sinais opostos, devemos ter força de atração, que ocorre no sentido de aproximar as cargas.



## Observação

Frequentemente, trabalhamos com grandezas muito grandes ou muito pequenas, e é conveniente usar prefixos para representar essas grandezas. No quadro 2, apresentamos alguns prefixos frequentemente usados em eletromagnetismo.

**Quadro 2 – Alguns prefixos**

Prefixo	Símbolo	Valor
Micro	$\mu$	$10^{-3}$
Mili	m	$10^{-6}$
Nano	n	$10^{-9}$
Pico	p	$10^{-12}$
Kilo	k	$10^3$
Mega	M	$10^6$

## Exemplo de aplicação

### Exemplo 1

Imagine que desejemos calcular a intensidade de força elétrica existente entre uma carga  $q_1$  de  $3 \cdot 10^{-7}$  C e outra carga  $q_2$  de  $5 \cdot 10^{-7}$  C, separadas pela distância  $d$  de 2 metros. Para isso, substituímos os valores conhecidos na equação da lei de Coulomb, abandonando a notação vetorial, porque queremos apenas a intensidade da força:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(3 \cdot 10^{-7}) \cdot (5 \cdot 10^{-7})}{2^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{15 \cdot 10^{-7}}{4}$$

$$F = 3375 \text{ N}$$

### Exemplo 2

Considere uma carga  $q_1$  de  $4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  que, ao ser aproximada de uma carga  $q_2$  de  $2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ , faz com que haja força de intensidade  $F$  igual a  $2 \text{ N}$  entre essas cargas. Podemos determinar a distância entre as cargas que dá origem a essa força da maneira descrita a seguir.

Partimos da equação da lei de Coulomb e, nela, substituímos os dados fornecidos:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

$$2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{d^2}$$

$$2 = \frac{7,2 \cdot 10^{-5}}{d^2}$$

Agora, isolamos a distância  $d$ :

$$d^2 = \frac{7,2 \cdot 10^{-5}}{2}$$

$$d^2 = 3,6 \cdot 10^{-5}$$

$$d = \sqrt{3,6 \cdot 10^{-5}}$$

$$d = 0,006 \text{ m} = 6 \text{ mm}$$

A lei de Coulomb calcula a força entre duas cargas. Se tivermos mais de duas cargas, deveremos calcular as forças duas a duas e fazer, depois, a soma vetorial dessas forças para obtermos a força elétrica "total".



## Exemplo de aplicação

Considere três cargas idênticas (cargas  $q = 3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ ) dispostas de forma alinhada e separadas pela distância de 1 metro, como mostrado na figura 4. Qual é a intensidade da força elétrica na carga da ponta esquerda da configuração?

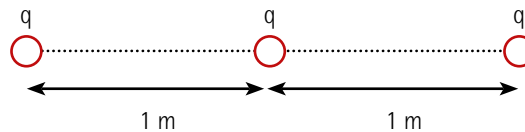


Figura 4 – Três cargas de mesma intensidade, dispostas de modo alinhado, separadas pela distância de 1 metro

Calculamos a força elétrica entre duas cargas: então, entre a carga da esquerda e a carga do meio, temos a força de intensidade  $F_1$ , mostrada a seguir.

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q}{d^2}$$

$$F_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(3 \cdot 10^{-5}) \cdot (3 \cdot 10^{-5})}{1^2}$$

$$F_1 = 8,1 \text{ N}$$

Logo, a força que atua entre a carga da esquerda e a carga central tem intensidade 8,1 N. Como as cargas têm mesmo sinal (são idênticas), essa força é de repulsão.

Calculando a força elétrica de intensidade  $F_2$  entre a carga da esquerda e a carga da direita, cuja separação é de 2 metros (ver figura 4), temos:

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q}{d^2}$$

$$F_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(3 \cdot 10^{-5}) \cdot (3 \cdot 10^{-5})}{2^2}$$

$$F_2 = 2,0 \text{ N}$$

Logo, a força entre as duas cargas dos extremos tem intensidade de 2,0 N. Note que esse valor é menor do que o valor de intensidade de força obtido entre a carga da esquerda e a central. Isso ocorre

pelo fato de a força elétrica ser inversamente proporcional à distância entre as cargas, ou seja, se a distância aumenta, a força elétrica diminui. No segundo caso, as cargas também têm mesmo sinal. Assim, a força é de repulsão.

Marcando a direção e o sentido das forças na figura, ficamos com o que se ilustra na figura 5.

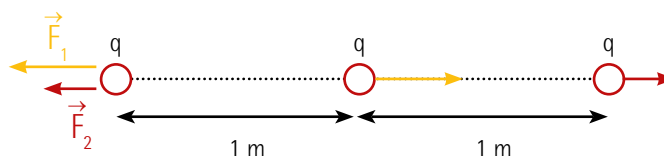


Figura 5 – Indicação das forças atuantes sobre a carga da esquerda

Vemos, na figura 5, que a carga da esquerda é submetida a duas forças de mesmo sentido. Logo, a intensidade da força resultante será a soma das forças  $F_1$  e  $F_2$ :

$$F_{\text{res}} = F_1 + F_2$$

$$F_{\text{res}} = 8,1 + 2,0$$

$$F_{\text{res}} = 10,1 \text{ N}$$

No caso em que as cargas não estão alinhadas, é necessário um cuidado especial com a execução da soma vetorial das forças.

## 2.2 Campo elétrico

Campo é uma grandeza que varia conforme a posição no espaço. No caso em estudo, temos o campo elétrico, que é usualmente representado por  $E$ .

De modo informal, podemos dizer que o campo elétrico é uma grandeza associada à carga elétrica que permite que outra carga "saiba" da existência dela à distância.

O campo elétrico, assim como a força elétrica, é uma grandeza vetorial. Essas duas grandezas relacionam-se pela seguinte equação:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Na equação,  $q$  é a carga elétrica de uma carga de prova usada com a finalidade de medirmos a força elétrica.

A unidade de campo elétrico é newton por coulomb (N/C).

Note que:

- se a carga  $q$  for positiva, a força elétrica e o campo elétrico têm a mesma direção e o mesmo sentido;
- se a carga  $q$  for negativa, a força elétrica e o campo elétrico têm a mesma direção, mas sentidos opostos.

## Exemplo de aplicação

Imagine que, entre uma carga  $Q$  e uma carga de prova  $q = 3 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ , exista uma força de intensidade 3 N. Podemos determinar a intensidade  $E$  do campo elétrico com a utilização dessa carga  $q$ :

$$F = q \cdot E$$

$$3 = 3 \cdot 10^{-3} \cdot E$$

$$E = \frac{3}{3 \cdot 10^{-3}}$$

$$E = 1000 \text{ N/C}$$

Se substituirmos a expressão da lei de Coulomb na equação que relaciona carga e campo elétrico, chegaremos à seguinte equação:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{d^2}$$

Essa equação dá a intensidade do campo elétrico  $E$  à distância  $d$  de uma carga  $Q$ .



### Lembrete

Lembre-se de que a constante eletrostática  $k$  é dada por:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

### Exemplo de aplicação

Podemos calcular a intensidade  $E$  do campo elétrico à distância de 1 metro de uma carga de intensidade  $Q = 2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{d^2}$$

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-4}}{1^2}$$

$$E = 1,8 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

Logo, o campo elétrico a 1 metro da carga de intensidade  $Q = 2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$  tem intensidade igual a  $1,8 \cdot 10^6 \text{ N/C}$ .

Uma forma de representação do campo elétrico é com o uso de linhas de força partindo das cargas, de forma radial. As linhas de força de uma carga positiva apontam "para fora" da carga, enquanto as linhas de força de uma carga negativa apontam "para dentro" da carga. Isso está mostrado na figura 6.

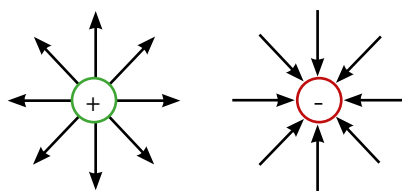


Figura 6 – Linhas de força para representação de campo elétrico de uma carga positiva e de campo elétrico de uma carga negativa

Se temos mais de uma carga e desejamos calcular o campo elétrico total, devemos fazer a soma vetorial dos campos elétricos associados a cada carga.

### Exemplo de aplicação

Considere duas cargas idênticas, de carga  $q = 2 \cdot 10^{-2} \text{ C}$ , separadas pela distância de 1 metro. Qual é a intensidade  $E$  do campo elétrico resultante à distância de 5 metros da carga mais próxima, na linha que une as cargas?



Figura 7 – Duas cargas separadas por uma distância de 1 metro e um ponto P a 5 metros da carga mais próxima, na direção da linha que une as cargas

Calculamos a intensidade  $E_1$  do campo elétrico no ponto P devido à carga mais próxima:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{d^2}$$

$$E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-2}}{5^2}$$

$$E_1 = 7,2 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

Calculamos, então, a intensidade  $E_2$  do campo elétrico no ponto P devido à carga mais distante, e, nesse caso, a distância entre a carga e o ponto P é igual a  $5 + 1 = 6$  metros.

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{d^2}$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-2}}{6^2}$$

$$E_2 = 5,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

Como ambas as cargas são positivas, e as linhas de força que representam o campo elétrico de uma carga positiva apontam para fora da carga, temos o que se representa na figura 8.

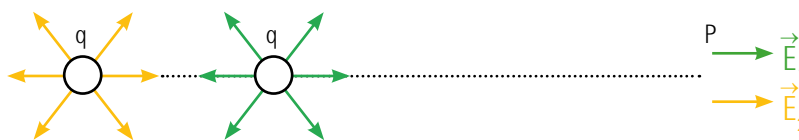


Figura 8 – Representação das linhas de força do campo elétrico devido a cada uma das cargas no ponto P

Vemos, pela figura 8, que, no ponto P, os campos elétricos devidos a cada uma das cargas têm mesmo sentido. Logo, a intensidade do campo elétrico resultante é a soma das intensidades de campo elétrico  $E_1$  e  $E_2$ .

$$E_{\text{res}} = E_1 + E_2$$

$$E_{\text{res}} = 7,2 \cdot 10^6 + 5,0 \cdot 10^6$$

$$E_{\text{res}} = 12,2 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

### 2.3 Campo magnético

Usamos o campo elétrico para compreender a interação entre cargas. Podemos, de forma análoga, utilizar o campo magnético para compreender a interação de origem magnética.

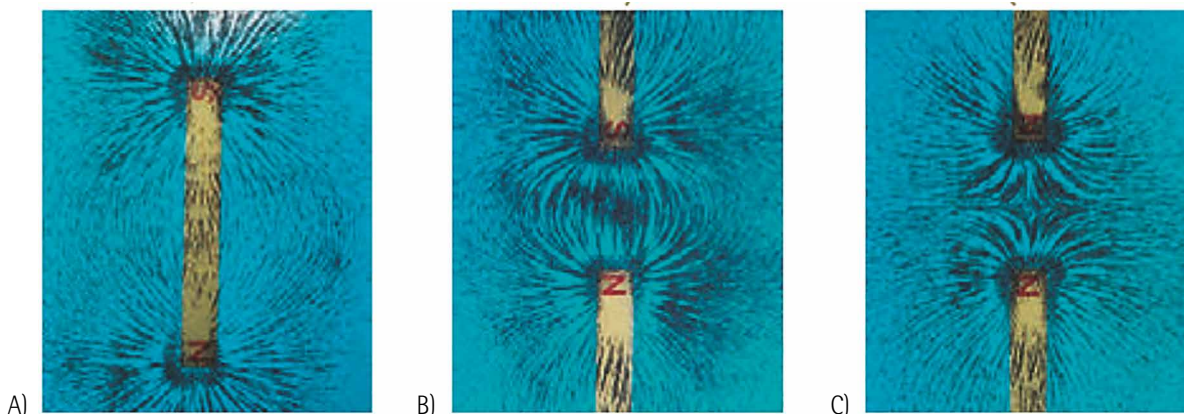


Figura 9 – Linhas de campo magnético próximas de um ímã (A), dois ímãs com polos opostos próximos (B) e dois ímãs com polos iguais próximos (C). As linhas de campo são visualizadas com limalha de ferro, que tende a se orientar com o campo magnético

O campo magnético  $\vec{B}$  atua sobre uma carga  $q$  em movimento com velocidade  $\vec{v}$ , fazendo com que a força magnética  $\vec{F}_m$  atue nessa carga. Essa força é dada por:

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Note que, na equação da força magnética, temos o produto vetorial entre o vetor velocidade e o vetor campo magnético.



#### Observação

O produto vetorial entre dois vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  resulta em um vetor de intensidade dada por:

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin\theta$$

Na igualdade:

- $\theta$  é o ângulo formado entre os dois vetores
- $|\vec{u}|$  é o módulo (intensidade) do vetor  $\vec{u}$
- $|\vec{v}|$  é o módulo (intensidade) do vetor  $\vec{v}$

Caso os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sejam perpendiculares, ou seja, formem ângulo de  $90^\circ$  entre eles, o produto vetorial se reduz a:

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$$

A direção do produto vetorial é sempre normal ao plano definido pelos dois vetores, e o sentido é dado pela regra da mão direita. Na regra da mão direita, curvamos os dedos indicador, médio, anelar e mínimo formando uma concha, e ligamos o primeiro vetor com o segundo vetor com esses dedos. Nesse processo, o polegar, quando mantido perpendicular aos dedos, dá o sentido do produto vetorial.

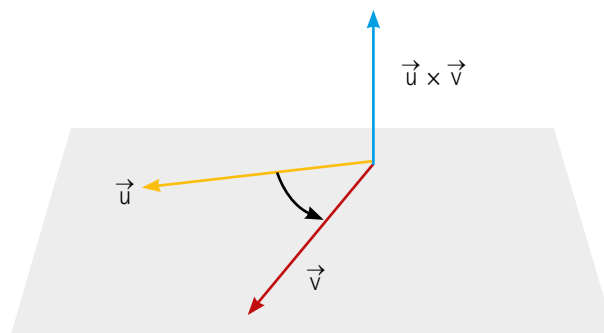


Figura 10 – Representação do produto vetorial  $\vec{u} \times \vec{v}$ . Note que o produto vetorial é perpendicular aos vetores usados em seu cálculo e aponta para cima em relação ao plano da figura

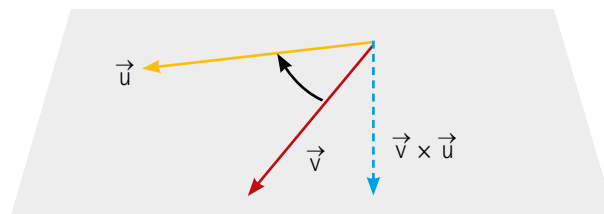


Figura 11 – Representação do produto vetorial  $\vec{v} \times \vec{u}$ . Note que o produto vetorial é perpendicular aos vetores usados em seu cálculo e aponta para baixo em relação ao plano da figura

O produto vetorial mostra que a força magnética atua sobre a carga com direção perpendicular à trajetória e ao campo magnético, agindo como uma força de natureza centrípeta. Logo, uma partícula carregada, em movimento em uma região de campo magnético, tende a realizar trajetória circular. O raio  $R$  dessa trajetória circular, conhecido como raio de Larmor, é dado por:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Na igualdade,  $m$  é a massa da partícula carregada com carga  $q$ , que se movimenta com velocidade  $v$  em uma região de campo magnético de intensidade  $B$ .

A partícula carregada pode estar se movendo em uma região de campo magnético e, também, pode estar sujeita a um campo elétrico. Temos, nesse caso, a combinação da força elétrica  $\vec{F}_e$  e da força magnética  $\vec{F}_m$  sobre a partícula, o que gera como resultado a chamada força de Lorentz  $\vec{F}_L$ , mostrada a seguir.

$$\vec{F}_L = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

### 3 CORRENTE ELÉTRICA

#### 3.1 Intensidade de corrente elétrica

Como dissemos, a matéria é composta por átomos que, por sua vez, são compostos por prótons, nêutrons e elétrons. Os prótons e os nêutrons encontram-se no núcleo do átomo, já os elétrons encontram-se na eletrosfera. Existem elétrons mais ligados ao núcleo e existem elétrons menos ligados ao núcleo. Esses elétrons menos ligados podem se desligar do átomo, tornando-se, assim, elétrons livres. O movimento ordenado dos elétrons livres origina o que conhecemos como corrente elétrica.

Se tivermos corrente constante, sua intensidade  $I$  é a taxa de variação da carga elétrica  $Q$  em relação ao tempo  $t$ , conforme mostrado a seguir.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

A unidade de corrente elétrica, no sistema internacional de unidades (SI), é o ampere, representado por A.



Figura 12 – Relâmpago como um exemplo de descarga elétrica



## 3.2 Tipos de corrente

Temos dois tipos de corrente elétrica: corrente contínua e corrente alternada.

A corrente contínua é constante e não varia com o tempo, como ilustrado na figura 13. A corrente contínua normalmente é abreviada por CC ou DC. São exemplos de fontes de corrente contínua pilhas e baterias.

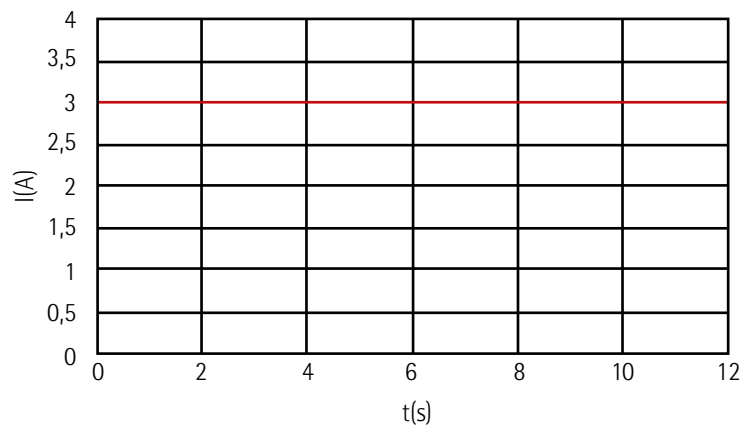


Figura 13 – Exemplo de gráfico de corrente contínua; nesse caso, temos  $I = 3 \text{ A}$

A corrente alternada, ao contrário da corrente contínua, varia com o tempo, como ilustrado na figura 14. Essa variação pode se dar como uma onda senoidal, quadrada ou, ainda, triangular. A corrente alternada normalmente é abreviada por AC ou CA. Um exemplo de fonte de corrente alternada é a rede de distribuição de energia.

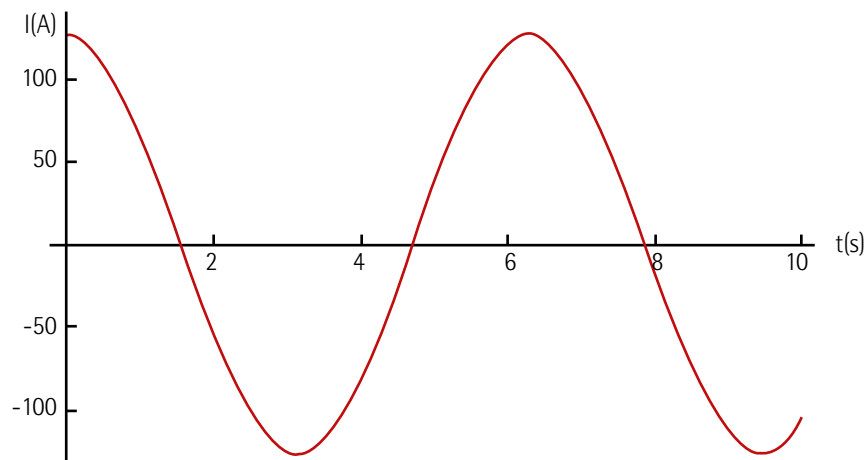


Figura 14 – Exemplo de gráfico de corrente harmônica alternada

### 3.3 Efeitos da corrente elétrica

Os efeitos da passagem de corrente elétrica podem ser distintos, dependendo do meio onde se dá essa passagem e da intensidade da corrente. Basicamente, tais efeitos podem ser divididos em:

- efeitos térmicos;
- efeitos químicos;
- efeitos magnéticos;
- efeitos fisiológicos.

Quando há a passagem de corrente por um material que apresenta certa resistência a essa passagem, parte da energia elétrica é convertida em energia térmica, ou seja, em calor. O nome desse fenômeno é efeito Joule, presente em dispositivos elétricos nos quais se deseja produzir energia térmica (calor), como no caso dos chuveiros elétricos.

Quando ocorre passagem de corrente em um meio no qual acontecem reações químicas, podemos ter alterações nessas reações. Um exemplo de uso de corrente elétrica em conjunto com reações químicas é o processo de galvanização, empregado para o revestimento de superfícies por metais.

Quando um fio é percorrido por corrente elétrica, observa-se o surgimento de campo magnético ao redor do fio. A intensidade desse campo magnético é dependente da intensidade da corrente elétrica e da distância do ponto considerado ao fio.

Outro efeito da passagem de corrente é o de natureza fisiológica. Em nosso corpo, temos impulsos elétricos que motivam atividades musculares e nervosas. A incidência de corrente adicional no corpo humano ou no corpo de animais pode alterar esses processos, induzindo contrações musculares e gerando o que conhecemos como choque. Lembremos que o coração é um músculo e que a passagem de corrente elétrica por esse órgão pode alterar e até interromper o seu funcionamento. Para haver propagação de corrente, o corpo humano deve estar em contato com um ponto de entrada de corrente, onde o choque é recebido, e com um ponto de fuga, por onde essa corrente escapa. Logo, para evitar choques, é importante evitar a existência desse ponto de fuga de corrente, o que pode ser feito pelo uso de sapatos com sola de borracha e pela manipulação de circuitos carregados com apenas uma das mãos. Além disso, é importante que observemos a sinalização que visa a alertar a respeito do risco de ocorrência de choque elétrico, como a placa mostrada na figura 15.



Figura 15 – Placa de sinalização indicando o risco de choque elétrico



### Saiba mais

Para saber mais sobre o processo de galvanização, leia:

METALON. *Galvanização eletrolítica*. 10 nov. 2020. Disponível em: <https://www.metalon.com.br/galvanizacao-eletrolitica/>. Acesso em: 26 out. 2020.

Além disso, consulte o livro indicado a seguir.

MAIA, D. J.; BIANCHI, J. C. A. *Química geral*. São Paulo: Pearson, 2007. p. 374.

### 3.4 Trabalho da força elétrica

Vimos que a força elétrica entre duas partículas de cargas  $Q$  e  $q_0$ , separadas pela distância  $d$ , tem intensidade  $F$  dada por:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot q_0}{d^2}$$

Também vimos que a intensidade da força elétrica se relaciona com a intensidade do campo elétrico por:

$$F = q_0 \cdot E$$

A equação a seguir fornece o trabalho  $W$  realizado pela força  $F$  para mover uma carga  $q_0$  entre os pontos  $a$  e  $b$ :

$$W = \frac{q_0 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Note que o trabalho depende apenas do ponto inicial e do ponto final ocupados pela partícula de carga  $Q$ , e não da trajetória por ela realizada. Logo, a força elétrica é uma força conservativa.



### Observação

No sistema internacional, a unidade de trabalho em particular e de energia em geral é o joule, representado por J.

### 3.5 Energia potencial elétrica

O trabalho  $W$  relaciona-se com a energia potencial  $E_{\text{pot}}$  por:

$$W = -\Delta E_{\text{pot}}$$

No caso de uma partícula de carga  $q_0$  movendo-se desde o ponto  $a$  até o ponto  $b$ , temos:

$$W = -(E_{\text{pot}_b} - E_{\text{pot}_a})$$

$$W = E_{\text{pot}_a} - E_{\text{pot}_b}$$

Usando a equação do trabalho da força elétrica que calculamos anteriormente, ficamos com:

$$E_{\text{pot}_a} - E_{\text{pot}_b} = \frac{Q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$E_{\text{pot}_a} - E_{\text{pot}_b} = \frac{Q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{a} - \frac{Q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{b}$$

Concluimos que:

$$E_{\text{pot}_a} = \frac{Q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{a}$$

$$E_{\text{pot}_b} = \frac{Q \cdot q_0}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{b}$$

Logo, a energia potencial elétrica em um ponto qualquer no qual se situa a carga  $q_0$ , distante de  $r$  da carga  $Q$ , é dada por:

$$E_{\text{pot}} = \frac{Q \cdot q_0}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

O potencial elétrico  $V$ , cuja unidade é volt, é definido por:

$$V = \frac{E_{\text{pot}}}{q_0}$$

O potencial elétrico à distância  $r$  de uma carga  $Q$  é dado por:

$$V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

## Exemplo de aplicação

Imagine que queiramos calcular o potencial à distância de 1 metro de uma carga de  $10^{-6}$  C. Começamos com a equação do potencial elétrico:

$$V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

Substituímos, na equação acima, a carga  $Q$  por  $10^{-6}$  C e a distância  $r$  por 1 m, lembrando que a constante  $\frac{1}{4\pi \epsilon_0}$  é igual a  $9 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2}$ . Assim, ficamos com:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{1}$$

$$V = 9 \cdot 10^3$$

$$V = 9000 \text{ V}$$

O valor de potencial de 9000 V pode parecer alto, mas lembre-se de que esse é o potencial em um ponto, que é diferente de tensão, conforme vamos ver adiante.

### 3.6 Tensão ou diferença de potencial elétrico (DDP)

As duas quantidades fundamentais medidas em eletricidade são a corrente elétrica e a tensão. Já falamos sobre corrente elétrica. Agora, vamos estudar a tensão.

A tensão  $V$  é calculada como a diferença de potencial elétrico entre dois pontos  $V_a$  e  $V_b$ . Essa diferença de potencial é abreviada por DDP.

Vimos que o potencial elétrico  $V$  relaciona-se com a energia potencial elétrica  $E_{pot}$  por:

$$V = \frac{E_{pot}}{q_0}$$

Em dois pontos  $a$  e  $b$ , os respectivos potenciais elétricos  $V_a$  e  $V_b$  são dados por:

$$V_a = \frac{E_{pot_a}}{q_0}$$

$$V_b = \frac{E_{pot_b}}{q_0}$$

Então, a diferença de potencial (DDP) entre os pontos  $a$  e  $b$  é dada por:

$$DDP = V_b - V_a = \frac{E_{pot_b}}{q_0} - \frac{E_{pot_a}}{q_0}$$

$$DDP = V_b - V_a = \frac{E_{pot_b} - E_{pot_a}}{q_0}$$

$$(V_b - V_a) \cdot q_0 = E_{pot_b} - E_{pot_a}$$

$$E_{pot_b} - E_{pot_a} = q_0 \cdot (V_b - V_a)$$

Vimos que:

$$E_{pot_a} - E_{pot_b} = W$$

$$E_{pot_b} - E_{pot_a} = -W$$

Assim, o trabalho necessário para mover uma carga  $q_0$  entre os pontos a e b está relacionado com a DDP existente entre esses dois pontos por:

$$W_{a \rightarrow b} = -q_0 \cdot (V_b - V_a)$$



### Observação

A medida de tensão em circuitos elétricos pode ser feita com o emprego de voltímetros ou de multímetros operando como voltímetros. Em ambos os casos, são ligados dois cabos ao medidor, envolvendo o trecho do circuito cuja tensão queremos medir. A tensão fornecida pelo aparelho de medida é a diferença do potencial elétrico nos dois pontos de ligação do medidor com o circuito.

### 3.7 Potência elétrica

Definimos potência  $P$  como a variação de energia  $E$  por unidade de tempo  $t$ . No caso de a potência ser constante, ela é calculada por:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$



### Observação

Veja que as indicações  $\Delta E$  e  $\Delta t$  referem-se, respectivamente, à variação de energia e à variação de tempo. Ou seja, não se trata de produtos (multiplicações).

A unidade de potência, no sistema internacional de unidades, é o watt, simbolizado por  $W$ .

Em eletricidade, a potência é dada pelo produto da tensão  $V$  pela intensidade de corrente elétrica  $I$ . Ou seja:

$$P = V \cdot I$$

### Exemplo de aplicação

Considere um chuveiro que opera com potência  $P$  de 4500 W, em tensão  $V$  de 220 V. Podemos determinar a intensidade de corrente elétrica  $I$  que circula no chuveiro. Substituindo esses dados na equação da potência, temos:

$$P = V \cdot I$$

$$4500 = 220 \cdot I$$

$$I = \frac{4500}{220}$$

$$I = 20,5 \text{ A}$$

Logo, a intensidade da corrente elétrica relativa a um chuveiro de 4500 W em 220 V é igual a 20,5 A.



### Lembrete

Nas contas de consumo de energia, a unidade mais frequente é o kilowatt-hora, simbolizado por kWh (figura 16).

No kilowatt-hora, temos uma unidade de potência, o watt (W), multiplicada por uma unidade de tempo, a hora (h). Então, a tarifação é feita medindo-se o consumo de energia.

Por exemplo, um consumo de 100 kWh mensal é equivalente a:

$$1000 \text{ kWh} = 1000 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot \text{h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3,6 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Como  $10^9$  refere-se ao prefixo "giga", o resultado obtido pode ser expresso como 3,6 gigajoules.





ENERGISA TOCANTINS - DISTRIBUIDORA DE ENERGIA S.A.

104 Norte, Conj. IV, Lote 12A - Plano Diretor Norte

Palmas/TO - CEP 77006-032

CNPJ 25.086.034/0001-71 Insc. Est. 29.031.998-6

Cl/Sbc: **RESIDENCIAL/BAIXA RENDA MONOFASICA**

Roteiro: 07-0003-140-096 Referência: ABR/2020

Medidor: Emissão: 10/04/2020

Atendimento ao Cliente ENERGISA **0800 721 3330** Acesse: [www.energisa.com.br](http://www.energisa.com.br)

Conta referente a	Apresentação	Data prevista da próxima leitura	CPF/ CNPJ/ RANI
ABR/2020	13/04/2020	13/05/2020	Insc. Est:

Nº da Conta / UC (Unidade Consumidora):

## Canal de contato

Declaração de Quitação Anual de Débitos:  
Conforme previsto na Lei 12.007 de 29 de julho de 2009, informamos a quitação dos débitos referentes aos faturamentos regulares de energia elétrica desta unidade consumidora vencidos no ano de 2019 e nos anos anteriores. Esta declaração substitui, para a comprovação do cumprimento das obrigações do consumidor, as quitações dos faturamentos mensais dos débitos do ano a que se refere, e dos anos anteriores.  
- Tarifa Social de Energia Elétrica - TSEE foi criada pela Lei nº 10.438, de 26 de abril de 2002.  
- Para preservar sua saúde, a Energisa está pronta para te atender pelos canais virtuais: site, App Energisa ON

Anterior		Atual		Constante	Consumo	Dias
Data	Leitura	Data	Leitura	1	148	32
12/03/20	17016	13/04/20	17164			

## Discriminação do Produto / Demonstrativo

CCI	Descrição	Quantidade	Tarifa c/ Impostos	Valor Total (R\$)	Base Calc. ICMS (R\$)	Aliq. ICMS	Base Calc. PIS/COFINS (R\$)	PIS (%)	COFINS (%)
601	Consumo até 30kWh-BR	30	0,000000	0,00	0,00	0	0,00	0,00	0,00
601	Consumo - 31 a 100kWh-BR	70	0,000000	0,00	0,00	0	0,00	0,00	0,00
601	Consumo - 101 a 220kWh-BR	48	0,000000	0,00	0,00	0	0,00	0,00	0,00
610	Subsídio			90,18	0,00	0	0,00	90,18	0,94
<b>LANÇAMENTOS E SERVIÇOS</b>									
906	Devolução Subsídio			-84,87	0,00	0	0,00	0,00	0,00
807	Contrib de Ilum Pub			4,95	0,00	0	0,00	0,00	0,00

CCI: Código de Classificação do Item	Total:	10,26	0,00	0,00	90,18	0,94	4,36
--------------------------------------	--------	-------	------	------	-------	------	------

Média últimos meses (kWh)	VENCIMENTO	TOTAL A PAGAR
137	20/04/2020	R\$ 10,26

Figura 16 – Exemplo de conta de energia com o consumo em kWh no campo descrição do detalhamento da conta

### 4 RESISTÊNCIA ELÉTRICA

#### 4.1 Resistor

O resistor é o elemento de um circuito que se opõe à passagem de corrente elétrica. Na figura 17, temos uma imagem de um resistor.



Figura 17 – Exemplo de um resistor

Para quantificarmos o quanto o resistor se opõe a essa passagem de corrente, avaliamos a resistência elétrica de um resistor, normalmente representada por  $R$ . A unidade de resistência elétrica é o ohm e é simbolizada por  $\Omega$ .

Em circuitos elétricos, os resistores podem ser representados conforme feito na figura 18.



Figura 18 – Representação de um resistor



#### Saiba mais

A identificação de resistores é feita com uma sequência de linhas coloridas: isso é conhecido como código de cor de resistores. Para saber mais sobre o código de cor de resistores, leia:

CÓDIGO de cores para resistores. [s.d.]. Disponível em: [https://www.inf.pucrs.br/~calazans/undergrad/laborg/cod\\_cores\\_res.html](https://www.inf.pucrs.br/~calazans/undergrad/laborg/cod_cores_res.html). Acesso em: 26 out. 2020.

Existem, inclusive, aplicativos de celular que auxiliam na leitura do código de cores de resistor, por exemplo o *Resistor Code Calculator*, da Vivid Planet Software GmbH, disponível para celulares Android:

VIVID PLANET SOFTWARE GMBH. *Resistor Code Calculator*. 2016. Disponível em: [https://play.google.com/store/apps/details?id=com.vivid\\_planet.resistor](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.vivid_planet.resistor). Acesso em: 27 out. 2020.

A medida de resistência elétrica é feita por um aparelho chamado de ohmímetro ou por um multímetro usado como ohmímetro.

Quando o resistor se opõe à passagem de corrente, ele toma parte da energia disponível no circuito elétrico e transforma essa energia em calor, fenômeno conhecido como efeito Joule. Esse comportamento faz com que resistores sejam empregados como fontes de calor: um exemplo disso é o dispositivo de aquecimento presente em chuveiros elétricos.



### Lembrete

Vimos que a potência elétrica  $P$  é calculada multiplicando-se a tensão  $V$  pela corrente elétrica  $I$ . Ou seja:

$$P = V \cdot I$$

A potência  $P$  dissipada por um resistor de resistência  $R$ , quando percorrido por corrente elétrica de intensidade  $I$ , pode ser calculada substituindo-se a equação da lei de Ohm na definição de potência. Ou seja:

$$P = (R \cdot I) \cdot I$$

$$P = R \cdot I^2$$

### Exemplo de aplicação

Podemos, a partir da equação que relaciona potência, resistência e intensidade de corrente, calcular o valor da resistência  $R$  de um chuveiro que opera com intensidade  $I$  de corrente de 20,5 A e uma potência  $P$  de 4500 W. Substituindo esses dados na equação vista anteriormente, ficamos com:

$$P = R \cdot I^2$$

$$4500 = R \cdot 20,5^2$$

$$4500 = R \cdot 420,25$$

$$R = \frac{4500}{420,25}$$

$$R = 10,7 \, \Omega$$

Temos, então, que um chuveiro que opere nas condições apresentadas tem resistência de 10,7  $\Omega$ .

Os resistores podem ser empregados isoladamente em um circuito ou em conjunto, como veremos a seguir.

### 4.2 Associação em série de resistores

Dizemos que um conjunto de resistores está associado em série quando esses resistores estão dispostos ao longo de um mesmo fio, sem ramificação. Na figura 19, temos um exemplo de dois resistores, de resistências  $R_1$  e  $R_2$ , associados em série.

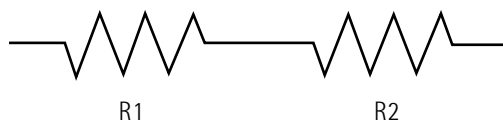


Figura 19 – Associação de resistores em série

Quando temos um conjunto de resistores de resistências  $R_1, R_2, R_3, \dots$  associados em série, podemos substituir esses resistores por um único resistor de resistência equivalente  $R_{eq}$  igual à soma das resistências individuais. Ou seja:

$$R_{eq} = \sum_i R_i = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$



#### Observação

O símbolo  $\sum$  é chamado de somatória: trata-se de uma maneira de representar, de modo sucinto, a soma de várias parcelas.

No caso de dois resistores de resistências  $R_1$  e  $R_2$  associados em série, como mostrado na figura 19, o cálculo da resistência equivalente se reduz a:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

#### Exemplo de aplicação

Se tivermos dois resistores em série, de resistências  $R_1 = 2 \, \Omega$  e  $R_2 = 3 \, \Omega$ , podemos trocar esses dois resistores por um único resistor cuja resistência equivalente  $R_{eq}$  é:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = 2 + 3$$

$$R_{eq} = 5 \, \Omega$$

Da mesma forma, um resistor de resistência  $5\ \Omega$  pode ser substituído por dois resistores de resistências  $2\ \Omega$  e  $3\ \Omega$  associados em série.

Em uma associação em série, a intensidade  $I$  da corrente elétrica que atravessa cada um dos resistores é a mesma, mas os resistores atuam como um divisor de tensão, de forma que a tensão  $V$  no conjunto de dois resistores de resistências  $R_1$  e  $R_2$  é igual à soma das tensões individuais  $V_1$  em  $R_1$  e  $V_2$  em  $R_2$  (figuras 20 e 21).

$$V = V_1 + V_2$$

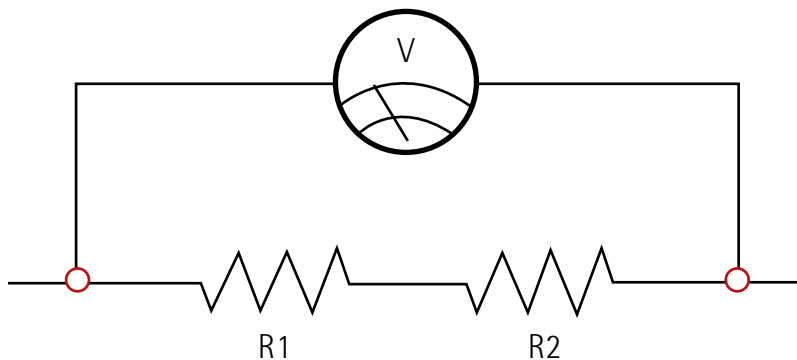


Figura 20 – Medida de tensão de uma associação de resistores em série. A figura assinalada com a letra V indica um voltmetro, medidor de tensão

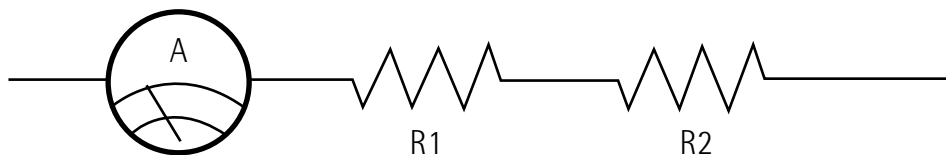


Figura 21 – Medida da intensidade da corrente em uma associação de resistores em série. A figura assinalada com a letra A indica um amperímetro, medidor de corrente elétrica



### Observação

Quando queremos medir a intensidade da corrente elétrica em um componente de um circuito, devemos colocar o amperímetro (ou um multímetro na função de amperímetro) em série com esse componente. É necessário abrir o circuito para colocarmos o amperímetro nessa posição.

Quando queremos medir a tensão em um componente de um circuito, devemos colocar o voltmetro (ou um multímetro na função de voltmetro) em paralelo com esse componente.

## 4.3 Associação em paralelo de resistores

Outra forma de associação de resistores é em paralelo. Nesse tipo de associação, ocorre a ramificação dos fios, de forma que cada resistor está localizado em um ramo paralelo do circuito. A figura 22 exemplifica uma associação em paralelo de dois resistores de resistências  $R_1$  e  $R_2$ .

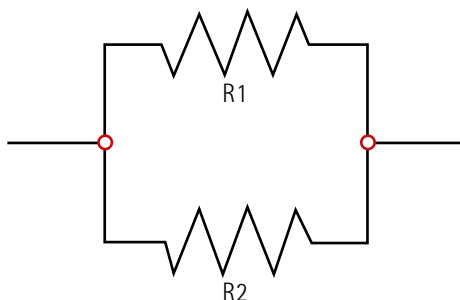


Figura 22 – Associação de resistores em paralelo

A resistência equivalente  $R_{eq}$  no caso de associação em paralelo de resistores de resistências  $R_1, R_2, R_3, \dots$  é calculada da seguinte forma:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Uma forma de calcularmos a resistência equivalente  $R_{eq}$  no caso de associação em paralelo de dois resistores de resistências  $R_1$  e  $R_2$  é a seguinte:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

### Exemplo de aplicação

Considere que tenhamos dois resistores em paralelo, de resistências  $R_1 = 2 \, \Omega$  e  $R_2 = 3 \, \Omega$ . Podemos trocar esses dois resistores por um único resistor cuja resistência  $R_{eq}$  é:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3}$$

$$R_{eq} = \frac{6}{5}$$

$$R_{eq} = 1,2 \, \Omega$$

Do mesmo modo, um resistor de  $1,2\ \Omega$  pode ser substituído por dois resistores de  $2\ \Omega$  e  $3\ \Omega$  em paralelo.

Nesse caso, a tensão  $U$  em cada um dos resistores é a mesma, mas os resistores atuam como divisores de corrente elétrica, de forma que a intensidade  $I$  da corrente na associação é igual à soma das correntes individuais  $I_1$  e  $I_2$  que passam pelos resistores de resistências respectivamente iguais a  $R_1$  e  $R_2$  (figuras 23 e 24).

$$I = I_1 + I_2$$

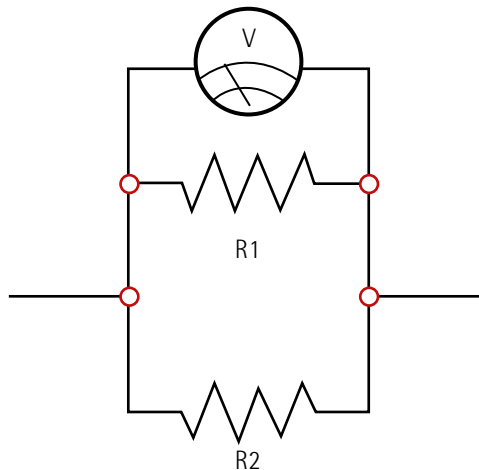


Figura 23 – Medida de tensão em uma associação de resistores em paralelo

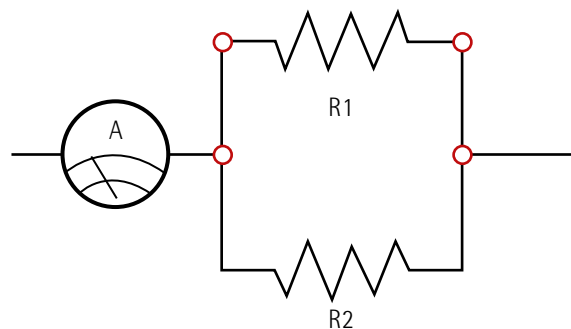


Figura 24 – Medida de corrente em uma associação de resistores em paralelo

### 4.4 Associação mista de resistores

Na associação mista de resistores, temos uma combinação de associações em série e de associações em paralelo. A estratégia para a obtenção da resistência equivalente desse tipo de circuito é calcularmos as resistências equivalentes em pequenos trechos do circuito.

## Exemplo de aplicação

Considere o circuito da figura 25. Desejamos obter a resistência equivalente desse circuito.

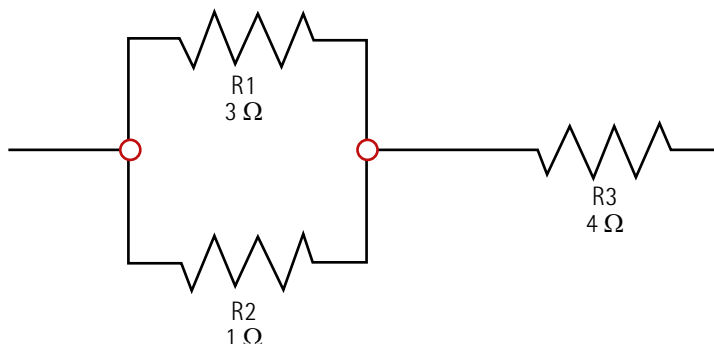


Figura 25 – Exemplo de associação mista de resistores

Devemos iniciar a resolução do problema encontrando a resistência equivalente  $R_{eq}$  da associação em série à esquerda:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{3 \cdot 1}{3 + 1}$$

$$R_{eq} = \frac{3}{4}$$

$$R_{eq} = 0,75 \, \Omega$$

A associação em paralelo pode ser substituída, então, por um resistor de  $0,75 \, \Omega$  (figura 26).

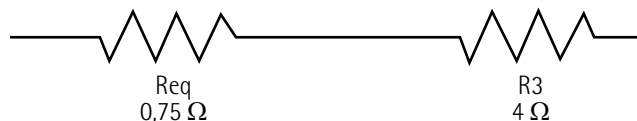


Figura 26 – Associação de resistores após substituírmos a associação em paralelo por seu resistor equivalente

Temos, agora, uma associação em série. Logo, a resistência equivalente do circuito  $R_{eqc}$  será:



$$R_{eq\ c} = R_{eq} + R_3$$

$$R_{eq\ c} = 0,75 + 4$$

$$R_{eq\ c} = 4,75\ \Omega$$

## 4.5 Primeira lei de Ohm

Como dissemos, as duas quantidades básicas que são medidas em eletricidade são tensão e corrente. Em um resistor, a tensão  $V$  é proporcional à intensidade  $I$  da corrente elétrica que atravessa esse componente, sendo que a constante de proporcionalidade é a resistência elétrica  $R$ . Essa relação é expressa matematicamente pela primeira lei de Ohm:

$$V = R \cdot I$$

Como a tensão e a intensidade de corrente elétrica são proporcionais, aumentos de tensão em um resistor ôhmico implicam aumentos proporcionais de intensidade de corrente. De forma análoga, diminuições de tensão em um resistor ôhmico implicam diminuições proporcionais de intensidade de corrente.



### Observação

O resistor ôhmico segue a lei de Ohm, ou seja, nele, a tensão é proporcional à intensidade da corrente elétrica.

## 4.6 Segunda lei de Ohm

A segunda lei de Ohm dá a resistência elétrica  $R$  em função da área da seção transversal, do comprimento e do tipo de material condutor de corrente elétrica.

A segunda lei de Ohm é expressa por:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

Na igualdade:

- $R$  é a resistência elétrica do condutor;
- $\rho$  é a resistividade do material que constitui o condutor;
- $L$  é o comprimento do condutor;
- $A$  é a área da seção transversal do condutor.

Na figura 27, temos as indicações das dimensões de um fio condutor.

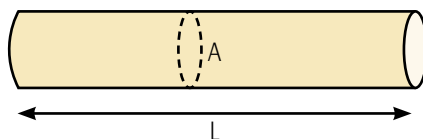


Figura 27 – Dimensões do condutor, em que L representa seu comprimento e A representa a área de sua seção transversal

Note que, quanto maior o comprimento do condutor, maior a resistência elétrica. O inverso ocorre com a área da seção transversal do condutor: quanto menor a área, maior a resistência elétrica.

A resistividade  $\rho$  é uma propriedade do material e representa o quanto ele se opõe ou não se opõe à passagem de corrente elétrica. No quadro 3, temos as resistividades de alguns materiais.

### Quadro 3 – Resistividade ( $\rho$ ) de alguns materiais

Material	$\rho$ ( $\Omega \cdot m$ )
Cobre	$2,35 \cdot 10^{-8}$
Prata	$1,59 \cdot 10^{-8}$
Tungstênio	$5,65 \cdot 10^{-8}$
Silício	$4,3 \cdot 10^3$
Vidro	$10^{10} - 10^{14}$
Borracha	$10^{13} - 10^{16}$

Adaptado de: Keller, Gettys e Skove (1999).

Pela análise dos valores presentes no quadro 3, vemos que há distintas classes de materiais no que se refere à condutividade. Cobre, prata e tungstênio são bons condutores de eletricidade, ou seja, apresentam resistência baixa à passagem de corrente, enquanto vidro e borracha são materiais isolantes, com alta resistência à passagem de corrente. O silício tem um valor de resistividade intermediário entre essas duas classes e é um semiconductor.

### Exemplo de aplicação

Em uma instalação elétrica, usamos o comprimento L de 5 m de um fio de cobre, de área A de seção transversal igual a  $20 \text{ mm}^2$ , para fazer a ligação de uma lâmpada.

Como  $1 \text{ mm}^2$  equivale a  $10^{-4} \text{ m}^2$ , então  $20 \text{ mm}^2$  equivalem a  $20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  ou  $2 \cdot 10^1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  ou  $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ .

Podemos calcular a resistência desse fio pela segunda lei de Ohm:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

Substituindo os dados fornecidos e o valor da resistividade do cobre presente no quadro 3 na equação, ficamos com:

$$R = 2,35 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{5}{2 \cdot 10^{-3}}$$

$$R = 5,9 \cdot 10^{-5} \Omega$$

Vemos que o valor da resistência, nesse caso, é pequeno: esse valor apenas irá se tornar significativo para fios de comprimentos maiores.

### 4.7 Força eletromotriz (fem) e baterias

Definimos gerador como qualquer dispositivo que transforme outra forma de energia em energia elétrica. Por exemplo, pilhas (figura 28) são consideradas geradores, pois transformam energia química em energia elétrica.

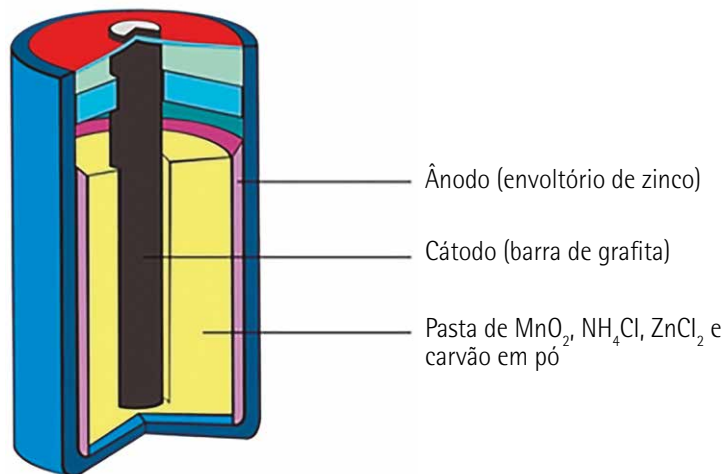


Figura 28 – Interior de uma pilha

Uma usina hidrelétrica também é um gerador, pois transforma energia potencial da queda d'água em energia elétrica.

Para um gerador operando em corrente contínua, duas quantidades são fundamentais:

- a sua força eletromotriz (fem)  $\epsilon$ ;
- a sua resistência interna  $r$ .

A fem está associada à quantidade de energia total que determinado gerador poderia fornecer. No entanto, parte dessa energia é perdida para o ambiente, e tal perda é representada como a perda de um resistor cuja resistência é chamada de resistência interna. A fem é dada em volts (V), e a resistência interna é dada em ohms ( $\Omega$ ).

Quanto à potência de um gerador, temos:

- a potência total;
- a potência útil;
- a potência dissipada.

Potência total ( $P_{\text{tot}}$ ) é toda a potência que poderia ser gerada pelo gerador e é dada por:

$$P_{\text{tot}} = \mathcal{E} \cdot I$$

Parte da energia gerada pelo gerador é dissipada, o que é quantificado pela potência dissipada ( $P_d$ ), dependente da resistência interna do gerador e dada por:

$$P_d = r \cdot I^2$$

A potência que o gerador fornece para o circuito é a potência útil ( $P_u$ ), dada por:

$$P_u = V \cdot I$$

Equacionando a relação entre essas três potências por meio de um balanço energético, temos:

$$P_{\text{tot}} = P_u + P_d$$

Verificamos que a potência total do gerador é em parte dissipada, em parte disponibilizada para o circuito. Substituindo as expressões matemáticas de cada uma das potências na igualdade anterior, ficamos com:

$$\mathcal{E} \cdot I = V \cdot I + r \cdot I^2$$

$$\mathcal{E} = V + r \cdot I$$

Rearranjando os termos da última igualdade, chegamos à equação característica do gerador:

$$V = \mathcal{E} - r \cdot I$$

Note que a fem  $\epsilon$  e a resistência interna  $r$  de um gerador influenciam a relação entre a tensão  $V$  e a intensidade da corrente  $I$  produzidas por ele. Note também que, se a resistência interna for desprezível, a fem é numericamente igual à tensão do gerador, pois, nessa situação, o produto  $r.I$  tende a zero.

Se esboçarmos um gráfico com a intensidade  $I$  da corrente elétrica no eixo horizontal e a tensão  $V$  no eixo vertical, obteremos o gráfico de uma função do 1º grau decrescente linear, ou seja, de uma reta inclinada para a esquerda, como mostrado na figura 29.

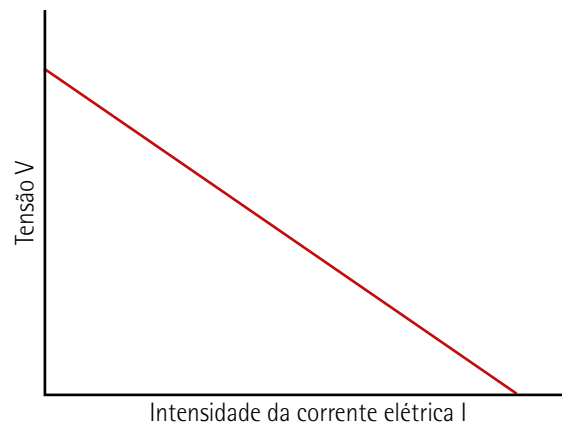


Figura 29 – Curva característica de um gerador linear. No eixo horizontal, temos a intensidade  $I$  da corrente elétrica e, no eixo vertical, a tensão  $V$

Podemos comparar a equação característica do gerador com uma equação de reta do tipo  $y = b + ax$ , em que  $b$  é o coeficiente linear e  $a$  é o coeficiente angular, conforme mostrado a seguir.

$$V = \epsilon - r \cdot I$$

$$y = b + ax$$

Vemos que a fem  $\epsilon$  do gerador pode ser obtida a partir do gráfico da curva característica: trata-se do valor relativo ao ponto em que o gráfico cruza o eixo vertical. A resistência interna  $r$ , por sua vez, é, em módulo, igual ao coeficiente angular do gráfico da curva característica.

Definimos o rendimento  $\eta$  de um gerador como a razão entre a potência útil e a potência total:

$$\eta = \frac{P_u}{P_{\text{tot}}}$$

Como  $P_u = V.I$  e  $P_{\text{tot}} = \epsilon.I$ , ficamos com:

$$\eta = \frac{V}{\epsilon}$$

É importante notar que rendimento deve ser uma quantidade entre 0 e 1, ou seja, entre 0 e 100% se ele for expresso na forma percentual. Um rendimento acima de 100% implicaria enviar para o circuito mais energia do que o gerador poderia produzir, o que é impossível.

### Exemplo de aplicação

Imagine que uma pilha forneça tensão  $V$  de 1,5 V e opere com intensidade de corrente elétrica  $I$  de 200 mA. Estime a resistência interna  $r$  da pilha se a sua fem é de 1,7 V.

A intensidade da corrente é igual a 200 mA, ou seja,  $200 \cdot 10^{-3}$  A ou, ainda, 0,2 A.

Substituímos todas as informações fornecidas na equação do gerador e, com isso, verificamos que a resistência interna da pilha é igual a  $1 \Omega$ , conforme calculado a seguir.

$$V = \mathcal{E} - r \cdot I$$

$$1,5 = 1,7 - r \cdot 0,2$$

$$r = \frac{1,7 - 1,5}{0,2}$$

$$r = \frac{0,2}{0,2}$$

$$r = 1 \Omega$$

Os geradores que estudamos aqui são empregados como fonte de energia em circuitos elétricos.

## 5 CIRCUITOS ELÉTRICOS

### 5.1 Regras de Kirchhoff

Para compreendermos as regras de Kirchhoff, precisamos, primeiramente, estudar os conceitos de malha, de nó e de ramo. Malha é qualquer caminho fechado em um circuito. Nó é qualquer ramificação de fios em um circuito. Ramo é o trecho entre dois nós.

Na figura 30, temos exemplos de uma malha e de um nó.

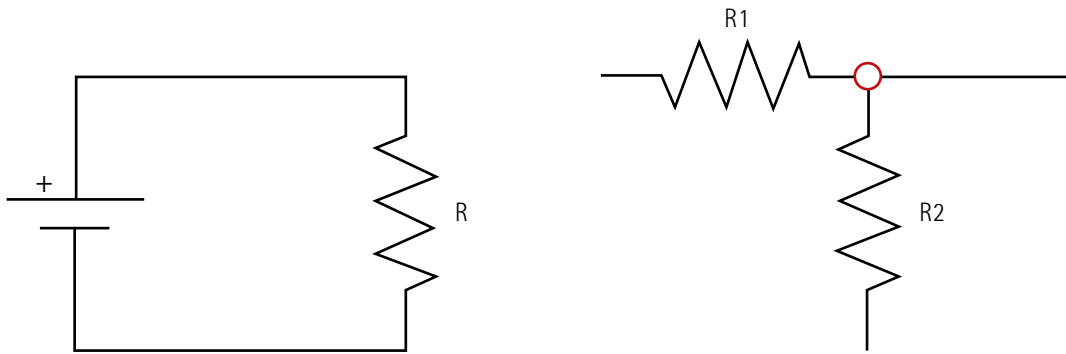


Figura 30 – Exemplos de uma malha (esquerda) e de um nó (direita)

As regras ou leis de Kirchhoff são duas:

- a lei das malhas;
- a lei dos nós.

A regra ou lei das malhas diz que a soma das tensões em uma malha deve ser igual a zero. É importante notar que, para que isso seja satisfeito, devemos ter tensões positivas e negativas em uma malha. Então, considerar a polaridade é fundamental. Essa regra pode ser representada matematicamente por:

$$\sum_i V_i = 0$$



### Observação

Uma tensão negativa é o mesmo que uma tensão positiva com "polaridade invertida".

Para aplicar a lei das malhas em um circuito, devemos definir um sentido para percorrer determinada malha, horário ou anti-horário. Essa escolha é totalmente arbitrária. Na sequência, devemos considerar que a corrente circula no sentido de sair do polo positivo e entrar no polo negativo do gerador. Com o sentido de circulação de corrente, marcamos as polaridades nos demais componentes do circuito, indicando com polaridade positiva (+) onde a corrente incide no componente, e com polaridade negativa (-) onde ela sai do componente.

Ao percorrermos o circuito para somar as tensões, consideramos o primeiro sinal de polaridade que encontramos para o componente.

### Exemplo de aplicação

Considere a malha representada na figura 31. Qual é a tensão  $V_1$  do resistor se a tensão  $V_2$  indicada na figura 31 é igual a 2 V e a tensão do gerador é igual a 10 V?

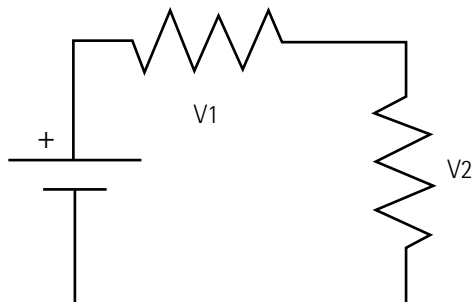


Figura 31 – Exemplo de circuito com uma malha

O primeiro passo é verificarmos o sentido da corrente, que circula partindo do polo positivo do gerador e chega ao polo negativo. Ou seja, no exemplo da figura 31, a circulação de corrente se dá no sentido horário. Marcamos as polaridades nos resistores, com positivo na extremidade onde a corrente incide primeiro, e com negativo na polaridade onde a corrente sai do componente, conforme mostrado na figura 32.

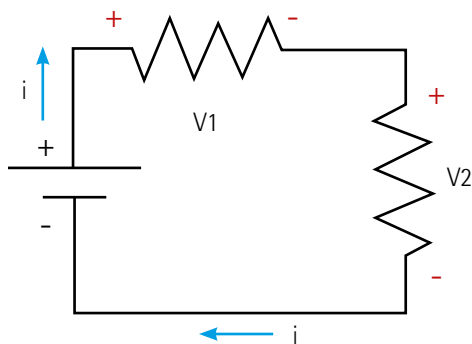


Figura 32 – Circuito de uma malha com o sentido de circulação de corrente e polaridades dos resistores

Escolhemos, então, o sentido em que iremos percorrer a malha: por exemplo, no sentido horário. Tomando as primeiras polaridades que aparecem para cada componente, inclusive para o gerador, escrevemos a lei das malhas somando as tensões e considerando as polaridades:

$$-V_{\text{gerador}} + V_1 + V_2 = 0$$

$$V_{\text{gerador}} = V_1 + V_2$$

$$10 = 2 + V_2$$



Agora, isolamos  $V_2$ :

$$V_2 = 10 - 2$$

$$V_2 = 8 \text{ V}$$

Note que a energia proveniente do gerador é repartida entre os dois resistores, já que não temos mais geradores nem outros componentes no circuito.

A regra ou lei dos nós diz que a soma das intensidades de correntes em uma malha também deve ser nula, ou seja, a soma das intensidades de correntes que chegam a um nó deve ser igual à soma das intensidades das correntes que saem dele. Essa regra pode ser representada matematicamente por:

$$\sum_i I_i = 0$$

### Exemplo de aplicação

Observe o nó e as correntes da figura 33. Considere que  $I_1 = 5 \text{ A}$  e  $I_2 = 2 \text{ A}$ .

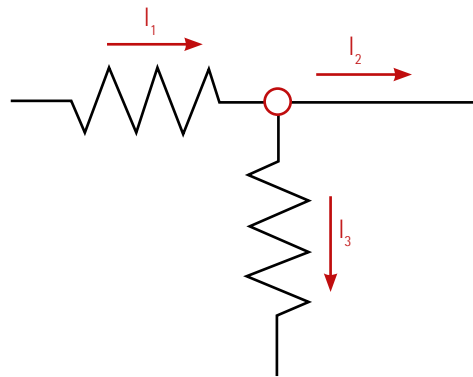


Figura 33 – Nó de um circuito com corrente de cada ramo assinalada

Da regra dos nós, temos que a soma das intensidades das correntes que entram em um nó deve ser igual à soma das intensidades das correntes que saem desse nó. Temos apenas  $I_1$  entrando no nó e temos  $I_2$  e  $I_3$  saindo do nó. Equacionando a regra dos nós para esse caso, ficamos com:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$5 = 2 + I_3$$

Isolando  $I_3$ , chegamos a:

$$I_3 = 5 - 2$$

$$I_3 = 3A$$

No caso de um circuito com diversas malhas, sua análise é feita da mesma forma como fizemos nas situações estudadas, aplicando-se a regra das malhas a cada malha, e a regra dos nós a cada nó do circuito, o que resulta em um sistema de equações lineares.



### Observação

A intensidade da corrente elétrica pode ser simbolizada tanto por  $I$  quanto por  $i$ .

## 6 CAPACITORES

### 6.1 Capacitância

O capacitor é o elemento de circuito que tem como objetivo acumular carga elétrica. Esse elemento é composto por dois isolantes separados por um material dielétrico, ou seja, desfavorável à passagem de corrente. O material dielétrico pode ser borracha, vidro ou até ar.

O capacitor acumula cargas de sinais distintos em cada uma de suas placas, o que produz campo elétrico entre suas placas, conforme ilustrado na figura 34.

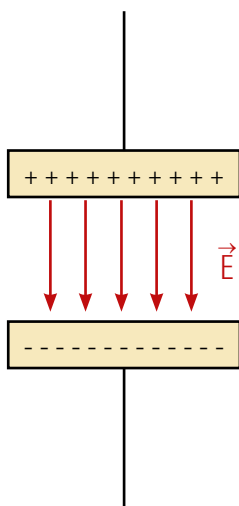


Figura 34 – Distribuição de cargas e campo elétrico em um capacitor de placas paralelas.  
Não foi ilustrado o efeito de borda que ocorre nas extremidades



## Lembrete

O campo elétrico é uma grandeza vetorial que tem sentido dado da carga positiva para a carga negativa.

A capacitância, simbolizada pela letra C, é o parâmetro que quantifica o capacitor, se ele é capaz de armazenar mais ou menos carga antes de descarregar. A unidade de capacitância é o farad, simbolizado por F. A figura 35 mostra a representação de um capacitor usado em circuitos elétricos.

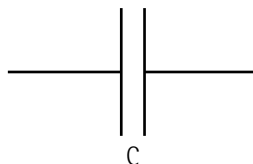


Figura 35 – Representação de um capacitor

Temos capacitores com geometrias distintas, mas, para começar a estudá-los, vamos considerar um capacitor de placas paralelas. Esse capacitor é composto por duas placas paralelas separadas por um material dielétrico.



## Saiba mais

Para saber mais sobre os diversos tipos de capacitores, leia:

MATTEDE, H. Tipos de capacitores. *Mundo da Elétrica*. [s.d.]. Disponível em: <https://www.mundodaeletrica.com.br/tipos-de-capacitores/>. Acesso em: 26 out. 2020.

A capacitância C relaciona-se com a carga Q armazenada no capacitor e com a tensão V por:

$$Q = C \cdot V$$

Para um capacitor de placas paralelas, a capacitância C relaciona-se com a separação d entre as placas condutoras e com a área A dessas placas por:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$$



### Lembrete

Como vimos,  $\epsilon_0$  é a constante de permissividade elétrica, igual a  $8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m no vácuo.

### Exemplo de aplicação

Podemos usar a expressão que relaciona a capacitância de um capacitor de placas paralelas com suas dimensões para calcular essa capacitância. Considere um capacitor cujas placas são quadradas, com 5 cm de lado, e separadas pela distância de 2 cm.

O primeiro passo é convertermos essas unidades para o sistema internacional (SI), de forma que o lado das placas do capacitor é  $L = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$ , e a separação entre elas é  $d = 0,02 \text{ m}$ , visto que 1 m é igual a 100 cm (ou 1 cm é igual a 0,01 m).

Da equação da capacitância de um capacitor de placas paralelas, temos:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$$

Como as placas são quadradas, e a área de um quadrado é dada pelo seu lado elevado ao quadrado, ficamos com:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot L^2}{d}$$

Substituindo os dados fornecidos na equação acima, chegamos a:

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05^2}{0,02}$$

$$C = 1,12 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

Esse valor pode ser representado de forma melhor se usarmos o prefixo "pico", representado pela letra p, que equivale a  $10^{-12}$ . A capacitância é, portanto, igual a 1,1 pF.

Um exemplo de capacitor com outra geometria é o cabo coaxial, mostrado na figura 36 e usado para a transmissão de sinais elétricos. O cabo coaxial é composto por um fio cilíndrico, revestido por material

dielétrico, que é envolto por uma malha de fios trançados. Todo esse conjunto é revestido externamente por borracha.

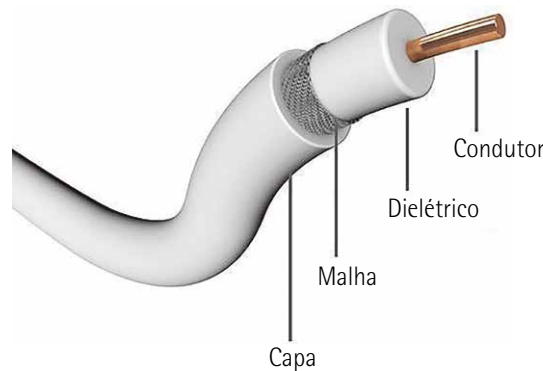


Figura 36 – Estrutura de um cabo coaxial

No caso de um cabo coaxial, a capacitância  $C$  é dada por:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 \cdot L}{\ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}$$

Nessa equação:

- $r_a$  é o raio do condutor interno;
- $r_b$  é o raio do dielétrico em relação ao centro do condutor;
- $L$  é o comprimento do cabo coaxial.



### Observação

O símbolo  $e$  em matemática representa um número irracional chamado de número de Neper ou número neperiano. Muitas vezes, esse número ocorre como a base de uma potência, conforme mostrado na equação a seguir.

$$21 = 3e^t$$

A função inversa da exponencial de base  $e$  é a função logarítmica de base  $e$ , indicada por "ln de algo". Assim, para resolvermos, por exemplo, a equação  $21 = 3e^t$ , aplicamos a função logarítmica de base  $e$  em ambos os lados da equação:

$$\ln(21) = \ln(3e^t)$$

Vamos aplicar a seguinte propriedade dos logaritmos, na qual o logaritmo de um produto pode ser escrito como a soma de logaritmos:

$$\ln(m.n) = \ln(m) + \ln(n)$$

Assim, obtemos:

$$\ln(21) = \ln(3) + \ln(e^t)$$

Como o logaritmo e a exponencial são funções inversas:

$$\ln(e^t) = t$$

Desse modo:

$$\ln(21) = \ln(3) + t \text{ ou } \ln(21) - \ln(3) = t$$

Podemos obter os valores de  $\ln(21)$  e de  $\ln(3)$  usando a calculadora:

- $\ln(21) = 3,044$
- $\ln(3) = 1,099$

Veja que os valores foram arredondados para três casas decimais. Dependendo da aplicação envolvida, podem ser suficientes menos casas decimais ou podem ser necessárias mais casas decimais. Assim:

$$\ln(21) - \ln(3) = 3,044 - 1,099 = t \text{ ou } t = 1,945$$

### 6.2 Energia potencial elétrica

A tensão  $V$  do capacitor é dependente da carga  $Q$ :

$$Q = C \cdot V$$

$$V = \frac{Q}{C}$$

A energia  $E_{\text{cap}}$  no capacitor em função da tensão  $V$  e da capacitância  $C$  é dada por:

$$E_{\text{cap}} = \frac{C.V^2}{2}$$

## Exemplo de aplicação

Considere um capacitor de capacitância  $C$  igual a  $12 \mu\text{F}$  operando sob tensão  $V$  de  $12 \text{ V}$ . Podemos calcular a energia  $E_{\text{cap}}$  nesse capacitor da maneira mostrada a seguir.

$$E_{\text{cap}} = \frac{C.V^2}{2}$$

$$E_{\text{cap}} = \frac{(12.10^{-6}).12^2}{2}$$

$$E_{\text{cap}} = 8,6.10^{-4} \text{ J}$$

Então, a energia armazenada nesse capacitor é  $8,6.10^{-4} \text{ J}$ .

Veja que usamos  $C$  igual a  $12.10^{-6} \text{ F}$ , visto que  $1 \mu\text{F}$  equivale a  $10^{-6} \text{ F}$ .



### Lembrete

Como dissemos, a unidade de energia no sistema internacional de unidades (SI) é o joule, simbolizado por  $\text{J}$ .

## 6.3 Associação em série de capacitores

Em uma associação em série de capacitores, eles estão dispostos ao longo de um mesmo fio. Dessa forma, a intensidade da corrente que circula em cada um dos capacitores é a mesma, já que não temos ramificações no trecho de circuito. A tensão fornecida é dividida entre os capacitores.

Não temos uma relação linear entre capacitância e intensidade da corrente, como no caso da associação de resistores em série, mas temos uma relação entre capacitância e tensão.

Esse fato implica que a capacitância equivalente  $C_{\text{eq}}$  de uma associação de capacitores em série é dada por:

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Se tivermos dois capacitores em série, de capacitâncias  $C_1$  e  $C_2$ , conforme mostrado na figura 37, a capacitância equivalente é dada por:

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

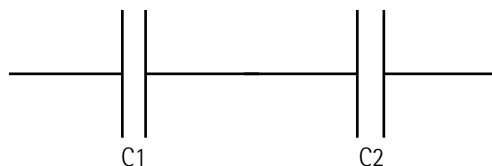


Figura 37 – Associação de dois capacitores em série

### Exemplo de aplicação

Considere dois capacitores, de capacitâncias  $C_1$  igual a  $2 \mu\text{F}$  e  $C_2$  igual a  $5 \mu\text{F}$ , associados em série. Podemos calcular a capacitância equivalente  $C_{eq}$  por:

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_{eq} = \frac{2 \cdot 5}{2 + 5}$$

$$C_{eq} = \frac{10}{7}$$

$$C_{eq} = 1,4 \mu\text{F}$$

Então, podemos substituir os dois capacitores em série por um único capacitor de capacitância igual a  $1,4 \mu\text{F}$ .

### 6.4 Associação em paralelo de capacitores

Em uma associação em paralelo de capacitores, eles estão dispostos ao longo de ramos paralelos de um circuito. Dessa forma, a tensão em cada um dos capacitores é a mesma. A intensidade da corrente elétrica, por sua vez, é dividida entre os capacitores.

O fato de a tensão ser a mesma em todos os capacitores em paralelo implica que a capacitância equivalente  $C_{eq}$  de uma associação de capacitores é dada por:



$$C_{eq} = \sum_i C_i$$

Se tivermos dois capacitores em paralelo, de capacitâncias  $C_1$  e  $C_2$ , conforme mostrado na figura 38, a capacitância equivalente é dada por:

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

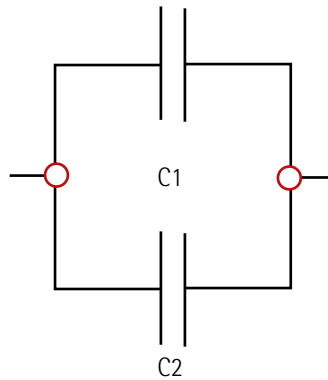


Figura 38 – Associação de dois capacitores em série

## Exemplo de aplicação

Considere dois capacitores de capacitâncias  $C_1$  igual a  $2 \mu\text{F}$  e  $C_2$  igual a  $5 \mu\text{F}$  associados em paralelo. Podemos calcular a capacitância equivalente por:

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = 2 + 5$$

$$C_{eq} = 7 \mu\text{F}$$

Então, podemos substituir os dois capacitores em paralelo por um único capacitor de capacitância igual a  $7 \mu\text{F}$ .



### Lembrete

O cálculo de associação de capacitores é o inverso do cálculo que fizemos para associação de resistores:

- Para resistores em série, a resistência equivalente é a soma das resistências individuais.

- Para resistores em paralelo, a resistência equivalente é a soma dos inversos das resistências individuais.
- Para capacitores em paralelo, a capacitância equivalente é a soma das capacitâncias individuais.
- Para capacitores em série, a capacitância equivalente é a soma dos inversos das capacitâncias individuais.



### Resumo

Nesta unidade, vimos o conceito de carga elétrica, que pode ser positiva ou negativa. Verificamos que a interação entre as cargas se dá de forma que:

- cargas de mesmo sinal tendem a se afastar;
- cargas de sinais opostos tendem a se atrair.

A força de interação elétrica  $\vec{F}$  entre duas cargas  $q_1$  e  $q_2$  separadas pela distância  $d$  é dada pela lei de Coulomb:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} \hat{r}$$

O campo elétrico é uma grandeza associada à carga elétrica. A intensidade do campo elétrico  $E$  à distância  $d$  de uma carga  $Q$  é dada por:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{d^2}$$

O campo elétrico relaciona-se com a força elétrica por:

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$$

Verificamos que também podemos ter campo magnético  $\vec{B}$  atuando em uma partícula carregada, de massa  $m$  e carga  $q$ , em movimento com velocidade  $\vec{v}$ . A força magnética  $\vec{F}_m$  que atua na partícula, nesse caso, é dada por:

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

O produto vetorial presente na equação mostra que a força magnética é perpendicular à velocidade: ela atua como uma força centrípeta, curvando a trajetória da partícula, que passa a ser circular. O raio  $R$  dessa trajetória circular é dado por:

$$R = \frac{m.v}{q.B}$$

Podemos ter, ainda, uma partícula imersa tanto em campo magnético quanto em campo elétrico. Nesse caso, a força  $\vec{F}_L$  que atua na partícula é a força de Lorentz, dada por:

$$\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Falamos, então, de trabalho. O trabalho  $W$  da força elétrica para mover uma partícula de carga  $q_0$ , em uma vizinhança próxima de uma carga  $Q$ , entre os pontos  $a$  e  $b$ , é dado por:

$$W = \frac{Q.q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Vimos que, como o trabalho da força elétrica depende apenas do ponto inicial e do ponto final ocupados pela partícula, a força elétrica é uma força conservativa.

Da relação entre trabalho e energia potencial, chegamos à energia potencial elétrica  $E_{pot}$  relativa a duas cargas  $Q$  e  $q_0$ , separadas pela distância  $r$ :

$$E_{pot} = \frac{Q.q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

Definimos o potencial elétrico  $V$  à distância  $r$  de uma carga  $Q$ :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

Chegamos a uma relação entre a diferença de potencial, ou tensão, entre dois pontos e o trabalho realizado para mover uma carga  $q_0$  entre esses pontos:

$$W_{a \rightarrow b} = -q_0 \cdot (V_b - V_a)$$

Abordamos o conceito de potência. Em eletricidade, potência  $P$  é calculada pelo produto da tensão  $V$  pela intensidade de corrente elétrica  $I$ . Ou seja:

$$P = V \cdot I$$

Verificamos que o capacitor é o elemento do circuito que se opõe à passagem de corrente, e que esse processo dissipa potência  $P$  dependente da sua resistência  $R$  e da intensidade da corrente elétrica  $I$  que circula por ele. Essa potência é dada por:

$$P = R \cdot I^2$$

Os resistores podem ser combinados, de forma simples, em associações em série e em paralelo.

Na associação em série de dois resistores de resistências  $R_1$  e  $R_2$ , a resistência equivalente  $R_{eq}$  é dada por:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Na associação em paralelo de dois resistores de resistências  $R_1$  e  $R_2$ , a resistência equivalente  $R_{eq}$  é dada por:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

As principais quantidades medidas em eletricidade são tensão  $V$  e intensidade  $I$  de corrente elétrica. Em um resistor ôhmico de resistência  $R$ , essas quantidades se relacionam pela primeira lei de Ohm:

$$V = R \cdot I$$

Há também a segunda lei de Ohm, que fornece a resistência  $R$  de um condutor em função da resistividade  $\rho$  do material e de duas dimensões, como a área da seção  $A$  e o comprimento  $L$ . A segunda lei de Ohm é dada por:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

Um gerador é um dispositivo que transforma outras formas de energia em energia elétrica. São parâmetros de um gerador a fem  $\epsilon$  e a resistência interna  $r$ . O objetivo da resistência interna é tratar as perdas do gerador como se fossem a energia dissipada por um resistor de resistência  $r$ .

A potência total  $P_{\text{tot}}$  que poderia ser fornecida por um gerador é:

$$P_{\text{tot}} = \epsilon \cdot I$$

Mas parte dessa potência é dissipada. A potência dissipada  $P_d$  é calculada por:

$$P_d = r \cdot I^2$$

Resta, então, a potência útil  $P_u$  que é fornecida para o circuito, dada por:

$$P_u = V \cdot I$$

Equacionando a relação entre potência total, potência útil e potência dissipada, temos:

$$P_{\text{tot}} = P_u + P_d$$

A relação entre tensão  $V$  e corrente  $I$  em um gerador é dada por sua equação característica:

$$V = \epsilon - r \cdot I$$

O rendimento  $\eta$  de um gerador quantifica o aproveitamento de energia e é calculado por:

$$\eta = \frac{P_u}{P_{\text{tot}}}$$

$$\eta = \frac{V \cdot I}{\epsilon \cdot I}$$

$$\eta = \frac{V}{\epsilon}$$

É importante apontar que o rendimento é uma quantidade positiva e inferior a 100%, ou seja, não podemos aproveitar mais energia do que a que

temos disponível. Numericamente, isso significa dizer que o rendimento deve ser um valor entre 0 e 1.

Ao analisarmos circuitos, a abordagem mais básica é aplicar as leis de Kirchhoff, que são duas, a lei das malhas e a lei dos nós.

A lei das malhas diz que a soma das tensões  $V_i$  em cada malha do circuito deve ser igual a zero. Ou seja:

$$\sum_i V_i = 0$$

A lei dos nós diz que a soma das intensidades das correntes  $I_i$  em cada nó do circuito deve ser igual a zero. Ou seja:

$$\sum_i I_i = 0$$

Nesta unidade, também falamos sobre capacitores.

Capacitores são elementos de circuitos com a função de armazenar carga elétrica  $Q$ . Essa carga  $Q$  relaciona-se com a tensão  $V$  por meio da capacitância  $C$ :

$$Q = C \cdot V$$

Para um capacitor de duas placas paralelas, ambas de área  $A$  e separadas pela distância  $d$ , a capacitância  $C$  é calculada por:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$$

A energia  $E_{\text{cap}}$  acumulada em um capacitor pode ser calculada tanto em função da carga  $Q$  quanto em função da tensão  $V$  pelas seguintes equações:

$$E_{\text{cap}} = \frac{Q^2}{2 \cdot C}$$

$$E_{\text{cap}} = \frac{C \cdot V^2}{2}$$

Assim como fazemos associação de resistores, podemos fazer associação de capacitores.

No caso de uma associação de dois capacitores (de capacitâncias  $C_1$  e  $C_2$ ) em série, a capacitância equivalente  $C_{eq}$  é dada por:

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

No caso de uma associação de dois capacitores (de capacitâncias  $C_1$  e  $C_2$ ) em paralelo, a capacitância equivalente  $C_{eq}$  é dada por:

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Assim, exploramos os conceitos básicos de eletricidade necessários para o estudante.



## Exercícios

**Questão 1.** Considere as duas cargas elétricas  $q_1$  e  $q_2$  mostradas na figura a seguir. Essas cargas estão isoladas, no vácuo, e separadas pela distância  $d$ .

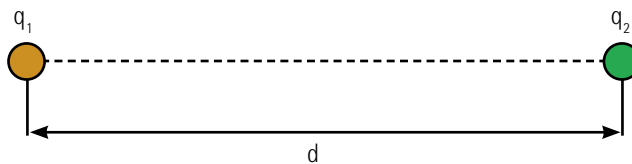


Figura 39 – Cargas elétricas  $q_1$  e  $q_2$  isoladas, no vácuo, e separadas pela distância  $d$

A intensidade da força elétrica  $F_e$  entre as cargas é dada pela lei de Coulomb:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

Com base no exposto e nos seus conhecimentos, analise as afirmativas.

I – A intensidade da força elétrica entre as cargas diminui linearmente com o aumento da distância entre elas.

II – A intensidade da força elétrica resultante sobre a carga  $q_1$  não se altera se colocarmos uma carga  $q_3$  próxima a ela.

III – Se as cargas  $q_1$  e  $q_2$  forem positivas, o sentido da força elétrica que atua na carga  $q_1$  é para a esquerda.

É correto o que se afirma em:

- A) I, apenas.
- B) II, apenas.
- C) III, apenas.
- D) I e II, apenas.
- E) I, II e III.

Resposta correta: alternativa C.

### Análise das afirmativas

I – Afirmativa incorreta.

Justificativa: a intensidade da força elétrica entre as cargas  $q_1$  e  $q_2$  diminui com o aumento do quadrado da distância  $d$  entre elas. Veja que, na lei de Coulomb, a variável  $d$  encontra-se no denominador da fração e apresenta expoente igual a 2.

II – Afirmativa incorreta.

Justificativa: se colocarmos uma carga  $q_3$  próxima à carga  $q_1$ , a força elétrica resultante sobre a carga  $q_1$  será a soma vetorial da força de  $q_2$  sobre  $q_1$  e da força de  $q_3$  sobre  $q_1$ .

III – Afirmativa correta.

Justificativa: se as cargas  $q_1$  e  $q_2$  forem positivas, teremos cargas de mesmo sinal, e a força entre tais cargas será de afastamento.



**Questão 2.** Observe a ducha elétrica mostrada na figura a seguir, que opera com potência de 5500 watts (W), em tensão de 220 volts (V).



Figura 40 – Ducha elétrica que opera com potência de 5500 W e tensão de 220 V

Assinale a alternativa que mostra corretamente o valor da resistência da ducha elétrica em análise.

- A) 30,9  $\Omega$ .
- B) 7,1  $\Omega$ .
- C) 8,8  $\Omega$ .
- D) 6,5  $\Omega$ .
- E) 2,9  $\Omega$ .

Resposta correta: alternativa C.

### Análise da questão

Se usarmos a equação que relaciona potência  $P$ , resistência  $R$  e intensidade  $I$  de corrente, poderemos calcular o valor da resistência  $R$  de uma ducha que opera com  $P = 5500$  watts e  $V = 220$  volts. Vejamos os cálculos mostrados a seguir.

$$P = V \cdot I$$

$$5500 = 220 \cdot I$$

$$I = \frac{5500}{220} \rightarrow I = 25 \text{ A}$$

$$P = R \cdot I^2$$

$$5500 = R \cdot (25)^2 \rightarrow 5500 = R \cdot 625 \rightarrow R = 8,8 \Omega$$