

Usuário	
Curso	CÁLCULO PARA COMPUTAÇÃO
Teste	QUESTIONÁRIO UNIDADE II
Iniciado	14/08/23 17:45
Enviado	14/08/23 18:22
Status	Completada
Resultado da tentativa	4,5 em 5 pontos
Tempo decorrido	37 minutos
Resultados exibidos	Todas as respostas, Respostas enviadas, Respostas corretas, Comentários, Perguntas respondidas incorretamente

Pergunta 1

0,5 em 0,5 pontos



Para derivar uma função composta, ou seja, a função de uma função, devemos primeiro derivar a função do argumento (a função de dentro) e depois multiplicar essa derivada pela derivada da função de fora, colocando novamente o argumento que tínhamos originalmente. Esse procedimento é conhecido como regra da cadeia. Com base nisso, encontre a derivada da função a seguir.

$$f(x) = \sin(90x)$$

Resposta Selecionada:

☒ e. $f'(x) = 90 \cos(90x)$

Respostas:

a. $f'(x) = 900 \cos(900x)$

b. $f'(x) = \cos(90x)$

c. $f'(x) = -\cos(90x)$

d. $f'(x) = -\sin(90x)$

☒ e. $f'(x) = 90 \cos(90x)$

Comentário da resposta:

Resposta: E

Comentário:

Como argumento, temos 90x. Sua derivada resulta em 90.

Como função externa, temos a função $\sin(x)$, cuja derivada é $\cos(x)$. Retornando o argumento original à função externa, temos $\cos(90x)$.Agora, basta multiplicarmos a derivada do argumento (90) pela derivada da função externa já com seu argumento original ($\cos(90x)$), conforme demonstrado a seguir.

$$f'(x) = 90 \cdot \cos(90x)$$

Pergunta 2

0,5 em 0,5 pontos



Para derivar uma função composta, ou seja, a função de uma função, devemos primeiro derivar a função do argumento (a função de dentro) e depois multiplicar essa derivada pela derivada da função de fora, colocando novamente o argumento que tínhamos originalmente. Esse procedimento é conhecido como regra da cadeia. Com base nisso, encontre a derivada da função a seguir.

$$y(x) = \sqrt{5x^3}$$

Resposta Selecionada:

☒ e. $y'(x) = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x^3}}$

Respostas:

a. $y'(x) = \frac{5x^2}{2\sqrt{5x^3}}$

b. $y'(x) = \frac{x^2}{2\sqrt{5x^3}}$

c. $y'(x) = \frac{15x^2}{\sqrt{5x^3}}$

d. $y'(x) = \frac{15x^2}{2}$

$$y'(x) = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x^3}}$$

✔ e.

Comentário da resposta:

Resposta: E
Comentário:

Como argumento, temos $5x^3$. Sua derivada resulta em $15x^2$.

Como função externa, temos a função $f(x)$ e a derivada $f'(x)$ a seguir.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Retornando o argumento original à função externa, temos o que segue.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{5x^3}}$$

Agora, basta multiplicarmos a derivada do argumento pela derivada da função externa já com seu argumento original, conforme demonstrado a seguir.

$$y'(x) = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x^3}}$$

Esse é o formato encontrado na alternativa correta da questão. É possível, ainda, simplificar a expressão e racionalizar o denominador, o que nos levaria a

$$y'(x) = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x^3}} = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x}\sqrt{x}\sqrt{x}} = \frac{15x^2}{2x\sqrt{5x}} = \frac{15x}{2\sqrt{5x}}$$

$$y'(x) = \frac{15x}{2\sqrt{5x}} \cdot \frac{\sqrt{5x}}{\sqrt{5x}} = \frac{15x\sqrt{5x}}{2(5x)} = \frac{15x\sqrt{5x}}{10x} = \frac{3\sqrt{5x}}{2}$$

Pergunta 3

0,5 em 0,5 pontos



Usamos a regra do produto quando temos um produto de funções, a regra do quociente quando temos uma divisão entre funções e a regra da cadeia quando temos uma função composta. Podemos, ainda, ter que usar mais de uma regra na derivação de uma função. Com base nisso, considere a função abaixo e encontre a sua derivada.

$$y(x) = e^{3x+2} \cdot \cos(x)$$

Resposta Selecionada: ✔ b. $y'(x) = 3e^{3x+2} \cos(x) - e^{3x+2} \sin(x)$

Respostas:

a. $y'(x) = 3e^{3x+2} \cos(x)$

✔ b. $y'(x) = 3e^{3x+2} \cos(x) - e^{3x+2} \sin(x)$

c. $y'(x) = -e^{3x+2} \sin(x)$

d. $y'(x) = 3 \cos(x) - \sin(x)$

e. $y'(x) = e^{3x+2} \cos(x) - e^{3x+2} \sin(x)$

Comentário da resposta:

Resposta: B
Comentário:

Temos um produto de duas funções. Inicialmente, vamos usar a regra do produto.

$$y'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Temos:

$$f(x) = e^{3x+2}$$

$$g(x) = \cos(x)$$

Vamos, agora, encontrar suas derivadas.

Note que, para derivar $f(x)$, devemos utilizar a regra da cadeia, por trata-se de uma função composta. Em $f(x)$, o argumento é $3x+2$, cuja derivada resulta em 3. A função externa, e^x , tem sua derivada dada por e^x . Retornando o argumento original à função externa, temos e^{3x+2} . Multiplicando a derivada do argumento pela derivada da função externa, temos que

$$f'(x) = 3e^{3x+2}$$

Para derivar $g(x)$, não precisamos utilizar a regra da cadeia, pois não se trata de uma função composta. Temos:

$$g'(x) = -\sin(x)$$

Trazendo esses resultados para a regra do produto, temos a resolução a seguir.

$$y'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) = (3 \cdot e^{3x+2})(\cos(x)) + (e^{3x+2})(-\sin(x))$$

$$y'(x) = 3e^{3x+2} \cos(x) - e^{3x+2} \sin(x)$$

Esse é o formato encontrado na alternativa correta da questão. Poderíamos, ainda, fatorar a expressão, chegando a

$$y'(x) = e^{3x+2}(3 \cos(x) - \sin(x))$$

Pergunta 4

0 em 0,5 pontos



Considere a função $y(x)$ a seguir. Substituindo x por 0, chegamos a uma indeterminação do tipo 0/0. Utilizando a regra de L'Hopital, podemos calcular o limite de $y(x)$ para x tendendo a 0. Qual é o valor desse limite?

$$y(x) = \frac{x - \sin(x)}{x}$$

Resposta Selecionada: ☒ b. -1

- Respostas:
- a. -2
 - b. -1
 - ☒ c. 0
 - d. 1
 - e. 2

Pergunta 5

0,5 em 0,5 pontos



Calcule o limite a seguir.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$$

Resposta Selecionada: ☒ d. 12

- Respostas:
- a. 4
 - b. 6
 - c. 10
 - ☒ d. 12
 - e. 20

Comentário da resposta:

Resposta: D

Comentário:

Para o cálculo desse limite, podemos utilizar a regra de L'Hopital. Essa regra nos diz que, para duas funções $f(x)$ e $g(x)$ deriváveis, em que

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Resulta em indeterminações do tipo 0/0 ou ∞ / ∞ , podemos considerar que

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Na função $y(x)$ do enunciado, substituir x por 0 nos leva a uma indeterminação do tipo 0/0. Logo, aplicando a regra de L'Hopital, temos que

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^3 - 8)'}{(x - 2)'}$$

Vamos, então, à resolução, apresentada a seguir.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^3 - 8)'}{(x - 2)'} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2}{1} = \lim_{x \rightarrow 2} (3x^2) = \\ &= 3(2)^2 = 3 \cdot 4 = 12 \end{aligned}$$

Pergunta 6

0,5 em 0,5 pontos



Considere a função quadrática $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$. Sabe-se que a reta tangente tem coeficiente angular igual à derivada da função no ponto solicitado. Com base nisso, determine a equação da reta tangente à função em $x = 1$.

Resposta Selecionada: ☒ b. $y(x) = 7x + 2$

- Respostas:
- a. $y(x) = 7x + 20$

- ☒ b. $y(x) = 7x + 2$
- c. $y(x) = 70x + 20$
- d. $y(x) = x + 2$
- e. $y(x) = 70x$

Comentário da resposta:

Resposta: B
Comentário:

Vamos começar calculando a derivada da função quadrática em questão.

$$f'(x) = (2x^2 + 3x + 4)' = 4x + 3$$

$f'(x)$ representa a derivada da função em qualquer ponto x . No entanto, desejamos a derivada no ponto $x = 1$. Basta substituímos esse valor na função, conforme indicado a seguir.

$$f'(1) = 4(1) + 3 = 4 + 3 = 7$$

Até esse ponto, sabemos que $f'(1) = 7$. Então, o coeficiente angular (a) da reta tangente à função quadrática em $x = 1$ é igual a 7. Escrevendo a equação da reta tangente $y(x)$, temos que:

$$y(x) = f'(1)x + b$$

$$y(x) = 7x + b$$

Falta determinar o coeficiente linear b dessa equação. Isso é feito ao lembrarmos que a reta tangente e a função têm um ponto em comum, de abscissa $x = 1$.

Agora, calculamos o valor da função $f(x)$ em $x = 1$:

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 4$$

$$f(1) = 2(1)^2 + 3(1) + 4 = 2 + 3 + 4 = 9$$

O ponto em comum entre a função e a reta tem coordenadas $x = 1$ e $y = 9$. Substituindo esses valores de x e de y na equação da reta tangente, temos:

$$y(x) = 7x + b$$

$$9 = 7(1) + b$$

$$b = 9 - 7$$

$$b = 2$$

Logo, o coeficiente linear da reta tangente é $b = 2$ e a equação da reta tangente à função $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$ em $x = 1$ é:

$$y(x) = 7x + 2$$

Pergunta 7

0,5 em 0,5 pontos



Considere a função $f(x) = 8 \cdot \cos(x)$. Sabe-se que a reta tangente tem coeficiente angular igual à derivada da função no ponto solicitado. Com base nisso, determine a equação da reta tangente à função em $x = 2$. Considere valores dos ângulos em radianos.

Resposta Selecionada: ☒ e. $y(x) = -7,274 + 11,219$

Respostas:

☐ a. $y(x) = x + 11,219$

☐ b. $y(x) = -8,923x + 11,219$

☐ c. $y(x) = -5,610x + 11,219$

☐ d. $y(x) = -4,443x + 11,219$

☒ e. $y(x) = -7,274 + 11,219$

Comentário da resposta:

Resposta: E

Comentário:

Começamos calculando a derivada da função

$$f'(x) = (8 \cos(x))' = 8(\cos(x))' = -8 \sin(x)$$

Calculando a derivada em $x = 2$ (ângulo em radianos), temos com:

$$f'(2) = -8 \sin(2) = -7,274$$

Note que o seno de 2 rad resulta em, aproximadamente, 0,909. Utilizamos uma calculadora científica para este cálculo.

O coeficiente angular da reta tangente é, portanto, igual a $-7,274$. Vamos substituí-lo na equação da reta tangente. A equação da reta tangente é:

$$y(x) = f'(2)x + b$$

$$y(x) = -7,274x + b$$

Falta determinar o coeficiente linear b dessa equação. Isso é feito ao lembrarmos que a reta tangente e a função têm um ponto em comum, de abscissa $x = 2$.

Agora, calculamos o valor da função $f(x)$ em $x = 2$:

$$f(x) = 8 \cos(x)$$

$$f(2) = 8 \cos(2) = -3,329$$

O ponto em comum entre a função e a reta tem coordenadas $x = 2$ e $y = -3,329$. Substituindo esses valores de x e de y na equação da reta tangente, temos:

$$y(x) = -7,274x + b$$

$$-3,329 = -7,274(2) + b$$

$$b = -3,329 + 14,548$$

$$b = 11,219$$

Logo, o coeficiente linear da reta tangente é $b = 11,219$ e a equação da reta tangente à função $f(x) = 8 \cdot \cos(x)$ em $x = 2$ é:

$$y(x) = -7,274x + 11,219$$

Observação: Os valores dos coeficientes a e b da reta tangente foram aproximados para 3 casas decimais. Tratam-se, portanto, de valores aproximados.

Pergunta 8

0,5 em 0,5 pontos



Considere a função quadrática $f(x) = 5x^2 - 5x$. Determine o valor da derivada da função no ponto $x = 2$, assim como comportamento local da função em torno de desse mesmo ponto.

Resposta Selecionada: ☒ c. $f'(2) = 15$, sendo que a função é crescente ao redor de $x = 2$.

- Respostas:
- ☐ a. $f'(2) = 20$, sendo que a função é crescente ao redor de $x = 2$.
 - ☐ b. $f'(2) = 20$, sendo que a função é decrescente ao redor de $x = 2$.
 - ☒ c. $f'(2) = 15$, sendo que a função é crescente ao redor de $x = 2$.
 - ☐ d. $f'(2) = 15$, sendo que a função é decrescente ao redor de $x = 2$.
 - ☐ e. $f'(2) = 25$, sendo que a função é crescente ao redor de $x = 2$.

Comentário da resposta:

Resposta: C

Comentário:

Para obtermos informações sobre o comportamento local da função, ou seja, se ela é localmente crescente ou decrescente, devemos analisar sua derivada no ponto solicitado. Calculando a derivada da função, temos:

$$f'(x) = (5x^2 - 5x)' = 10x - 5$$

Calculando a derivada em $x = 2$, temos:

$$f'(2) = 10(2) - 5 = 20 - 5 = 15$$

Como a derivada da função no ponto solicitado é positiva (já que $15 > 0$), a função $f(x) = 5x^2 - 5x$ apresenta comportamento local crescente ao redor de $x = 2$.

Pergunta 9

0,5 em 0,5 pontos



Chamamos de ponto de inflexão o ponto em que dada função muda a sua curvatura. Dizemos que um ponto c é ponto de inflexão de $f(x)$ quando $f''(c) = 0$. Uma função cúbica tem sempre exatamente um ponto de inflexão. Considere a função cúbica $f(x) = 2x^3 - 3x$. Determine o par ordenado que representa seu ponto de inflexão.

Resposta Selecionada: ☒ a. $(0, 0)$

- Respostas:
- ☒ a. $(0, 0)$
 - ☐ b. $(0, 1)$
 - ☐ c. $(1, 0)$
 - ☐ d. $(1, 1)$
 - ☐ e. $(1, 2)$

Comentário da resposta:

Resposta: A

Comentário:

O ponto de inflexão da função é obtido derivando-a duas vezes e igualando essa derivada a zero. Calculando a derivada da função $f(x)$, temos:

$$f'(x) = (2x^3 - 3x)' = 6x^2 - 3$$

Calculando a segunda derivada, temos:

$$f''(x) = (6x^2 - 3)' = 12x$$

O ponto de inflexão é obtido igualando-se a segunda derivada da função a zero. Assim:

$$f''(x) = 12x$$

$$12x = 0$$

$$x = 0$$

O ponto de inflexão da função $f(x) = 2x^3 - 3x$ ocorre na abscissa $x = 0$. Calculando o valor da função em $x = 0$, temos:

$$f(x) = 2x^3 - 3x$$

$$f(0) = 2(0)^3 - 3(0) = 0$$

Portanto, o ponto de inflexão da função $f(x) = 2x^3 - 3x$ ocorre no ponto de coordenadas $x = 0$ e $y = 0$, ou seja, no ponto $(0, 0)$.

Pergunta 10

0,5 em 0,5 pontos



Os pontos de máximo e de mínimo são os pontos em que uma função altera seu regime de crescimento. Já os pontos de inflexão são os pontos em que a função altera sua concavidade. A concavidade da função em dada região é voltada para cima se $f''(x)$ é positiva, e sua concavidade é voltada para baixo se $f''(x)$ é negativa.

Considere a função $f(x) = 2x^5 + 4x^4$. Encontre sua segunda derivada para $x = -2$, e faça o estudo de sua concavidade nessa região.

Resposta Selecionada: ☒ a. $f''(-2) = -128$. A concavidade na região em torno de $x = -2$ é voltada para baixo.

Respostas: ☒ a. $f''(-2) = -128$. A concavidade na região em torno de $x = -2$ é voltada para baixo.

b. $f''(-2) = -128$. A concavidade na região em torno de $x = -2$ é voltada para cima.

c. $f''(-2) = -227$. A concavidade na região em torno de $x = -2$ é voltada para baixo.

d. $f''(-2) = -227$. A concavidade na região em torno de $x = -2$ é voltada para cima.

e. $f''(-2) = -227$. A concavidade na região em torno de $x = -2$ é voltada para cima.

Comentário da resposta:

Resposta: A

Comentário:

Para estudar a concavidade, precisamos primeiro determinar sua segunda derivada. Calculando a primeira derivada da função, temos:

$$f'(x) = (2x^5 + 4x^4)' = 10x^4 + 16x^3$$

Derivando novamente, temos:

$$f''(x) = (10x^4 + 16x^3)' = 40x^3 + 48x^2$$

Igualando a segunda derivada da função a zero, temos:

$$f''(x) = 40x^3 + 48x^2$$

Calculando a segunda derivada para $x = -2$, temos com:

$$f''(-2) = 40(-2)^3 + 48(-2)^2$$

$$f''(-2) = 40(-8) + 48(4)$$

$$f''(-2) = -320 + 192 = -128$$

Como $f''(-2)$ é negativo, a função nessa região tem concavidade voltada para baixo.