

# Estratégias Didáticas para o Ensino de Visualização 3D com Modelos Físicos e Geometria Dinâmica

Dante Alves Medeiros Filho

Universidade Estadual de Maringá  
Av. Colombo 5790, Maringá – PR,  
CEP 87900-020 - Brazil  
+55-44-3028-1351  
dantefilho@gmail.com

Filipe Gomes Genu

Universidade Estadual de Maringá  
Av. Colombo 5790, Maringá – PR,  
CEP 87900-020 - Brazil  
+55-44-3011-4324  
filipegomesgenu@gmail.com

Larissa Yuri Matsuda

Universidade Estadual de Maringá  
Av. Colombo 5790, Maringá – PR,  
CEP 87900-020 - Brazil  
+55-44-3011-4324  
larissaymatisuda@gmail.com

## ABSTRACT

The study of Three Dimensional-Visualization in the Computer Graphics not only demands knowledge of Euclidean, Analytical and Projective Geometry, but also Linear Algebra. Specifically, the subject that deals with the creation of perspectives, and its mathematical formalization, is not always of easy comprehension. Aiming for an educational alternative for teaching this subject, the present work shows a strategy that simulates, by means of physical models and dynamic geometry, the 3D visualization problem. This strategy allows the materialization of the used concepts, promoting a didactic alternative that improves comprehension, mathematical formalization and implementation.

## RESUMO

O estudo de métodos de Visualização Tridimensional na Computação Gráfica exige conhecimentos de geometria euclidiana, analítica e projetiva, bem como, de álgebra linear. Especificamente, o tema que trata de conceitos sobre a criação de perspectivas, ou seja, projeção de objetos situados em um espaço tridimensional em um espaço plano nem sempre é de fácil compreensão, principalmente a formalização matemática de seu conteúdo. Tendo em vista proporcionar uma alternativa didática para o ensino deste tema, o presente trabalho apresenta uma estratégia que simula, por meio de modelos físicos e geometria dinâmica, o problema de visualização 3D. Esta estratégia permite a materialização dos conceitos envolvidos, proporcionando uma alternativa didática que favorece a sua compreensão, formalização matemática e implementação.

## Palavras Chave

visualização com modelos; modelos 3D no ensino, visualização 3D.

## 1. INTRODUÇÃO

Um dos temas explorados na disciplina de computação gráfica é a visualização tridimensional. Ele envolve o desenvolvimento de sistemas computacionais que realizam a projeção de objetos que compõem cenas tridimensionais em uma superfície plana, esférica ou curva. Para os fins do presente trabalho serão consideradas apenas projeções em superfícies planas.

O desenvolvimento deste tipo de software exige conhecimentos de geometria euclidiana, analítica, projetiva e álgebra linear. O que pode ocasionar aos alunos dificuldades de assimilação deste tipo de conteúdo [6]. Além disso, é difícil compreender ou visualizar mentalmente projetos e desenhos de objetos tridimensionais [13]. Desta forma, a aprendizagem sobre o tema “projeções”, aqui designado como visualização tridimensional, não é imediata.

Com o objetivo de facilitar a aprendizagem deste conteúdo, visualização tridimensional, o presente trabalho apresenta uma estratégia didática que inclui a problematização, o uso de modelos físicos e geometria dinâmica. A ideia é despertar a motivação para a ocorrência da aprendizagem, proporcionar aos alunos o favorecimento do processo de percepção e compreensão de forma a aproximar o problema abstrato com o real.

Esta estratégia foi utilizada de forma preliminar em uma pesquisa prospectiva com um grupo de alunos da disciplina computação gráfica com o objetivo de subsidiar pesquisas experimentais futuras. Foi definido um plano de ensino para o tema projeções e utilizada a didática para a pedagogia histórico-crítica definida por Gasparin [7]. Neste plano de ensino foram definidos os objetivos educacionais, os conteúdos a serem estudados, as estratégias de ensino e aprendizagem, os recursos didáticos, as atividades de ensino e método de avaliação. Estes procedimentos foram aplicados a um grupo de alunos do curso de informática para observar o seu desempenho de modo a subsidiar a construção de futuros delineamentos experimentais. Dentre os objetivos educacionais, foi determinada aos alunos a construção de um software para o traçado de projeções cônicas e cilíndricas.

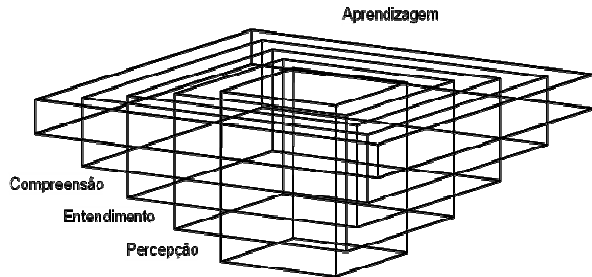
## 2. PEDAGOGIA E ESTRATÉGIAS DIDÁTICAS

A utilização de modelos concretos para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem não é novidade. Existe uma variedade de trabalhos que utilizam modelos físicos ou sistemas computacionais para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem [1, 2, 18,20,21].

Nordin et al. [16] apresentaram um trabalho interessante sobre a capacidade de visualização e padrões de estilo de aprendizagem realizada na Universidade Tecnológica da Malásia. Com este estudo é possível elaborar práticas pedagógicas capazes de facilitar os diferentes estilos de aprendizagem que possam ser apresentados em sala de aula.

Korakakis et al. [11] mostram como modelos 3D utilizados em aplicações multimídias podem auxiliar a aprendizagem. Huk [10], Glick[9], e Luz[12] destacam a importância de se utilizar modelos tridimensionais para ajudar o ensino de visualização.

Estes trabalhos ilustram a utilização de equipamentos, instrumentos, sistemas computacionais, ou seja, recursos de ensino para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem. [3,4] Neste sentido, Medeiros Filho [14], mostra que estes recursos podem potencializar os processos de percepção e compreensão nos alunos, figura 1.



**Figura 1 – processos mentais envolvidos na aprendizagem**

Nesta abordagem, Medeiros Filho [14] ilustra que existem processos mentais como a percepção, entendimento e compreensão que podem ser auxiliados com a intervenção de recursos didáticos como o computador ou modelos físicos. Nesta aproximação, entendimento se refere ao entender do aluno sobre o conteúdo mediado, este entendimento pode ser diferente de aluno para aluno, inclusive distinto do entendimento do professor. Já o compreender é o entender coletivo, em que todos compartilham significados. Assim, os recursos didáticos auxiliam a compreensão do problema fazendo que todos os envolvidos no processo educacional compartilhem significados.

O uso destes recursos, isoladamente, não garante a ocorrência da aprendizagem. Toda intervenção pedagógica precisa ser planejada, organizada e sistematizada, portanto, precisa de um fundamento que a direcione. O fundamento mais consentâneo com a natureza do conteúdo programático aqui focado, ou seja, da área tecnológica, consiste na utilização de uma didática ligada à “problematização”.

Este conceito não é novo, pois, de acordo com Gonçalves [17] o método de ensino enfocando problemas, foi criado e sistematizado por Dewey, para quem o objetivo do ensino é estudar o pensamento reflexivo afim de que este possa ser aplicado em novas situações [17].

Recentemente Gasparin [7] procurou sistematizar o método da problematização e construiu uma didática com este enfoque, porém, fundamentada na pedagogia histórico-crítica estudada por Saviani [19].

De acordo com Libâneo (1994), método de ensino não se resume a técnicas, no entanto, Gasparin [7], para facilitar sua aplicação, construiu uma proposta didática baseada na pedagogia histórico-crítica com cinco passos, a saber:

- Prática social inicial;
- Problematização;
- Instrumentalização;
- Catarse;
- Prática social final

**Prática Inicial:** busca resgatar os conhecimentos já assimilados pelo aluno em seu cotidiano, ou seja, na sua prática social e suas relações com o conteúdo a ser trabalhado.

**Problematização:** apresentação do problema a ser trabalhado. É importante que o aluno tenha consciência das dimensões do

problema, consiga determinar as variáveis que estão envolvidas e o seu contexto.

**Instrumentalização:** aporte teórico preconizado no conteúdo programático que utiliza novos conceitos que devem por meio da análise auxiliar a solução do problema.

**Catarse:** com os conteúdos assimilados na instrumentalização o aluno realiza uma aproximação da solução do problema por meio do processo de síntese.

**Prática social final:** a utilização dos conceitos assimilados no processo educativo que permitem ao aluno ter uma nova visão e postura em relação à prática social inicial, agora, aplicada de forma instrumentada à sua realidade.

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

Para o desenvolvimento desta pesquisa foi escolhido o tema “projeções 3D” da disciplina de computação gráfica para ser trabalhado com um grupo de alunos do curso de informática. Foi realizado um plano de ensino com determinação dos objetivos educacionais, seleção dos conteúdos, definição de estratégias didáticas, seleção dos recursos de ensino e avaliação. A ideia foi a de utilizar modelos físicos e geometria dinâmica sob a égide de uma estratégia didática de “problematização” para facilitar a aprendizagem do conteúdo escolhido.

Há uma conjectura inicial de que esta estratégia possa melhorar significativamente o aprendizado desses alunos. Esta assertiva pode ser verificada, ou seja, testada por meio de um delineamento experimental com grupos de controle e experimental. Para traçar este delineamento realizou-se uma pesquisa preliminar com o fito de prospectar possíveis dificuldades na realização de um experimento. Assim, o presente trabalho relata este estudo prospectivo. Com o plano de ensino foi possível determinar:

**Objetivos educacionais:** os alunos deveriam assimilar conhecimentos necessários à construção de um software que mostre projeções cônicas e cilíndricas de objetos tridimensionais alocados em uma cena 3D.

**Seleção dos conteúdos:** sistemas de coordenadas, coordenadas homogêneas, transformações geométricas 2D e 3D, representação de objetos por vértices, vetores, retas, segmentos de retas, planos, superfícies, projeções lineares.

**Estratégias didáticas:** utilização de uma didática para a pedagogia histórico-crítica proposta por Gasparin [7] com os seguintes passos: Prática social inicial; Problematização; Instrumentalização; Catarse; Prática social final.

**Seleção dos recursos de ensino:** utilização de modelos físicos e geometria dinâmica para descrever e formalizar problemas de projeções da disciplina de computação gráfica.

**Atividades de Ensino e Aprendizagem:** foram escolhidos alguns exercícios com cenas tridimensionais que exploravam conceitos de perspectiva cônica e cilíndrica. Também foram determinadas algumas posições do ponto de vista e do plano de projeção para ilustrar o conceito de pontos de fuga e como eles são gerados.

**Avaliação:** implementação de um software que calcule e mostre as projeções cônica e cilíndrica de cenas tridimensionais.

### 3.1. O Problema

A visualização 3D desenvolvida neste trabalho consiste em realizar os cálculos necessários para projetar objetos de uma cena tridimensional em um plano bidimensional genericamente ilustrado pela figura 2. Têm-se como dados de entrada o ponto de vista do observador da cena representado pelo ponto  $C$  com coordenadas  $(x, z_c)$ , o plano de projeção e o objeto, representado pelo ponto  $P$  com coordenadas  $(x,y,z)$ . Com estes dados, é calculada a projeção do objeto no plano, na figura 2 representada pelo ponto  $P'$ .

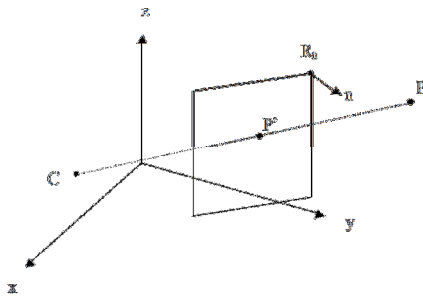


Figura 2- Projeção de P em um plano em relação ao ponto C

A formulação matemática deste problema utiliza conceitos de geometria euclidiana, analítica e projetiva. Em busca de eficiência do processo de projetar objetos em um plano, a computação gráfica o codifica na forma matricial valendo-se para isto do uso de coordenadas homogêneas [5]. Os pontos que definem os objetos são representados em 3D por coordenadas homogêneas  $(x,y,z,w)$ . Nelas, são utilizadas quatro variáveis para definição de cada ponto, que desta forma não podem ser visualizados no espaço euclidiano, fato que dificulta a compreensão do problema, comprometendo o processo de aprendizagem.

### 3.2. Recursos de Ensino

Para auxiliar a percepção e compreensão dos conceitos envolvidos na visualização 3D, o presente trabalho optou por aproximar o problema teórico da realidade, ou seja, do abstrato para o concreto. Para tal, foram utilizados dois recursos didáticos com as seguintes estratégias: a primeira de construir uma situação que representasse o problema com elementos concretos (físicos) e a segunda a sua formalização por meio de um software de geometria dinâmica.

#### Modelos Concretos (Físicos)

Com modelos físicos foram criadas algumas cenas para projeção em um plano. Foram representados por objetos físicos os seguintes elementos teóricos de uma cena, tabela 1:

Tabela 1 – modelo teórico e seus representantes físicos

Modelo Teórico	Modelo Concreto
Ponto de Vista ( C )	Lanterna
Plano de Projeção	Placa de madeira
Objetos (ponto P)	Cubos, Tetraedros, Esferas, etc.

Os modelos concretos (físicos) foram dispostos de forma a se obter a sombra projetada dos objetos no plano de projeção, conforme ilustra a figura 3. O ponto de observação é simulado com o uso de uma lanterna que emite luz na direção dos objetos. Com a emissão da luz se produz a sombra dos objetos no plano de projeção.

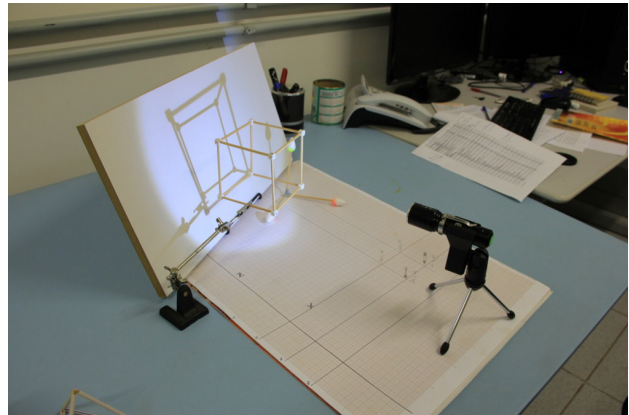


Figura 3 – Modelo Concreto - Projeção Perspectiva

#### Geometria Dinâmica

As cenas que foram trabalhadas com modelos físicos também foram construídas em um software de geometria dinâmica. O Software escolhido foi o Archimedes Geo3D 1.2 [8], que permite construir interativamente pontos, retas, segmentos de reta, círculos, vetores, planos, triângulos, paralelogramos, esferas e superfícies. Desta forma, foram formalizados no software o ponto de vista, os objetos e o plano de projeção. Foram construídas linhas que partiram do ponto de vista definido que interceptam os objetos e o plano de projeção, conforme ilustra a figura 4.

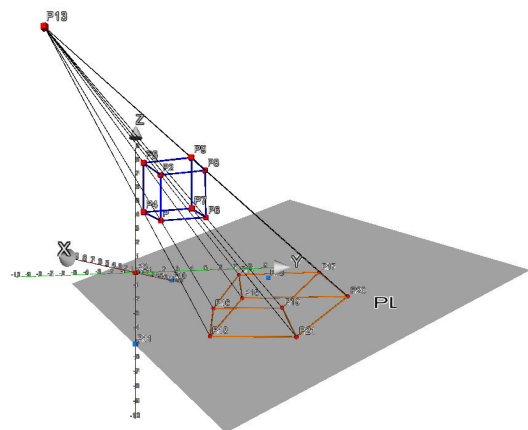


Figura 4 – Projeção de um Cubo - Geometria Dinâmica

### 3.3. Aplicação Didática

#### Prática social inicial:

Foram explorados com os alunos quais os conceitos que tinham do cotidiano sobre as sombras formadas pela projeção de objetos por meio de iluminação artificial e natural. Por exemplo, como o uso de uma lanterna apontada para um objeto pode projetar a sua sombra em uma parede ou anteparo, bem como, as sombras produzidas pela luz solar quando esta atinge prédios, carros ou mesmo objetos que possam estar sobre uma mesa de vidro transparente e são projetados no piso. A observação de prédios altos e vias públicas como ruas e avenidas também auxiliou a destacar o efeito perspectiva assimilado pela visão humana, figura 5.

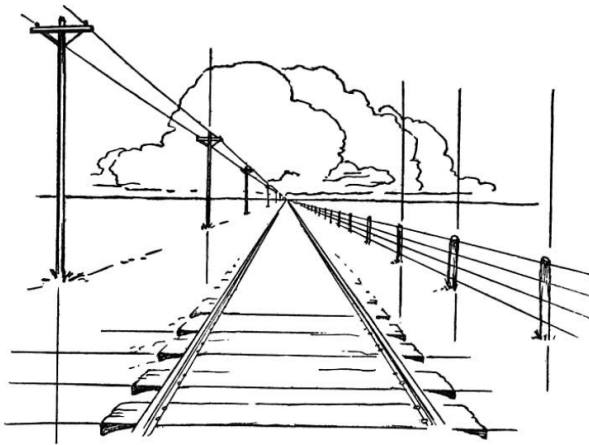


Figura 5 – Efeito Perspectiva [15].

#### Problematização:

Como representar matematicamente e implementar computacionalmente os efeitos produzidos na visão humana pelo processo de observação visual de uma cena tridimensional? Quais as variáveis envolvidas?

Inicialmente o problema foi apresentado utilizando a maquete de um cubo aramado definido com seus vértices e suas arestas com 10 x 10 x 10 cm. Mais tarde, foi apresentado um cubo sólido, com as mesmas dimensões, para mostrar as superfícies que delimitam o sólido e os vetores normais a estas superfícies. O plano de projeção foi construído com uma placa de madeira de dimensões 60 cm x 40 cm x 2 cm. Para simular o ponto de vista utilizou-se uma lanterna apontada para o objeto, figura 3.

Foram construídos alguns problemas de projeções e práticas laboratoriais com os modelos concretos. Exemplo de problema:

Um cubo unitário é projetado no plano xy. Note a posição dos eixos 0x, 0y, 0z. Desenhe a sua projeção usando a transformação perspectiva com (a)  $d=1$  e (b)  $d=10$ , em que  $d$  é a distância do ponto de vista ao plano de projeção com coordenadas  $C=(0,0,-d)$ , figura 6.

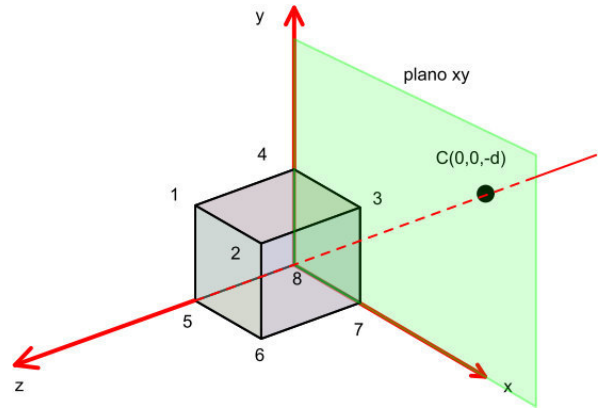


Figura 6 – Projeção de um cubo no plano XY a partir de C

#### Instrumentalização:

Gradativamente foram introduzidos conceitos matemáticos sobre sistemas de coordenadas, representação de objetos por vértices e arestas, formalização matemática de retas e planos, transformações geométricas, coordenadas homogêneas e projeções.

Além disso, os problemas foram resolvidos com o uso de geometria dinâmica com o software ArhmedesGeo3D, ou seja raios foram traçados do ponto de vista até os vértices dos objetos prosseguindo até a interseção com o plano de projeção. Os pontos de interseção produzidos no plano de projeção são unidos de acordo com a definição do objeto (vértices e correspondentes arestas) produzindo sua imagem no plano de projeção. A visualização 3D em computação gráfica integra projeções. Neste trabalho foi explorado apenas o conteúdo inerente a projeções lineares, cônica e cilíndrica e, nestas projeções, câmera virtual e superfícies escondidas.

#### Catarse;

Com o problema bem definido inicia-se uma fase de análise para integrar os conceitos vistos na instrumentalização com a realidade. Assim os modelos físicos são organizados de acordo com os exercícios planejados. Os resultados obtidos com os modelos físicos e com o uso da geometria dinâmica (software Archimedes Geo3D 1.2) são comparados com os auferidos pelos cálculos realizados com os conceitos provindos da instrumentalização. O problema pode ser agora resolvido analiticamente, com a utilização de modelos concretos e com o software de geometria dinâmica. Os resultados podem ser comparados e analisados criticamente. O software Archimedes Geo3D permite a mudança do ponto de vista C ou de outros elementos da cena de forma interativa e dinâmica o que proporciona uma diversidade de situações a serem observadas, e analisadas.

#### Prática social final

Os conceitos vistos na prática social inicial são agora reexaminados a luz dos conhecimentos assimilados. Assim, as sombras projetadas dos edifícios pela incidência da luz solar, bem



como outras situações do cotidiano, podem agora serem vistas e observadas com os novos conhecimentos.

#### 4. RESULTADOS

A assimilação dos conceitos pelos alunos foi avaliada por meio de uma atividade de ensino que consistia na construção de um software destinado a mostrar a projeção de objetos em um dado plano sob um determinado ponto de vista. A construção deste software envolve o domínio dos conceitos tratados durante a pesquisa.

Assim, os alunos conseguiram implementar um software que projeta objetos de uma cena 3D com um determinado ponto de vista e plano de projeção. O programa permite mudar o ponto de vista e o plano de projeção, bem como o tipo de projeção, se é cônica ou cilíndrica. Além disso, também é possível optar por determinar as superfícies visíveis ou não (figura 7).

Os resultados auferidos com o programa foram testados nos modelos físicos e com geometria dinâmica e foram considerados consistentes.

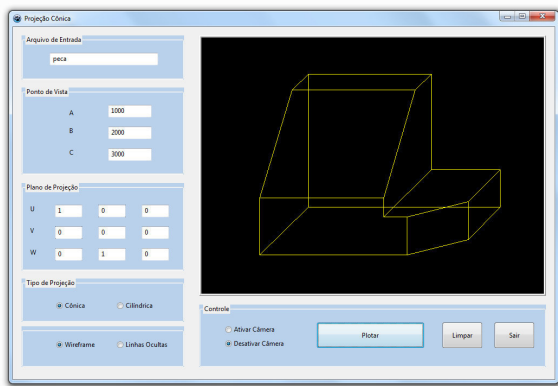


Figura 7 – Software construído para projeções 3D

#### 5. CONCLUSÃO

O presente trabalho apresenta uma forma de favorecer a aprendizagem de alunos facilitando os processos de percepção a compreensão do problema de visualização 3D e a aproximação teórica necessária para a sua solução. Traz uma alternativa pedagógica que motiva e esclarece pontos de difícil assimilação deste conteúdo.

A estratégia didática e a utilização dos recursos de ensino facilitaram a análise e discussão sobre os problemas envolvidos nas atividades didáticas.

A construção consistente do software com resultados válidos indica que os alunos conseguiram assimilar não só os conceitos teóricos, mas também os conhecimentos necessários a sua implementação.

Notou-se que quando hipóteses são fácil e rapidamente testadas com os modelos concretos e de geometria dinâmica as dúvidas são celeremente esclarecidas o que permite avanço no processo de instrumentalização e na assimilação ativa dos conhecimentos.

#### 6. TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho fez parte de estudos preliminares, prospectivos que mostram uma direção para futuras investigações.

Neste sentido, em sua continuidade serão realizados experimentos com grupos de controle e experimental para verificar com precisão a eficácia deste tipo de intervenção pedagógica.

#### 7. REFERÊNCIAS

- [1] Andujar, P.; Fonseca, R. L. a utilização de maquetes como instrumento metodológicos nas aulas de geografia. I Simpósio Nacional de Recursos Tecnológicos Aplicados a Cartografia e XVIII Semana da Geografia. Maringá, 2009.
- [2] Araújo, N. S. de. Ensino globalizado: o modelo físico e digital como estímulo da percepção espacial no meio acadêmico. III Fórum de Pesquisa FAU.MACKENZIE I 2007.
- [3] Çakir, M. A graphic user interface for evaluation of the camera parameters. Wiley Periodical Inc, 2010
- [4] Dominguez, M. G.; Martin-Gutierrez, J.; Roca, C. Tools, methodologies and motivation to improve spatial skill on engineering students. 120<sup>th</sup> ASEE Annual Conference & Exposition. Atlanta: American Society for Engineering Education 2013.
- [5] Foley, D. J.; van Dam, A.; Feiner, S. K.; Hughes, J. F. Computers graphics: principle and practice. Singapore: Pearson Education, 2003.
- [6] Fuller, N.; Prusinkewicz, P. L.E.G.O. – an interactive graphics system for teaching geometry and computer graphics. Proceedings of CIPS, 1986.
- [7] Gasparin, J. L. Uma didática para a pedagogia histórico-crítica. Campinas, SP: Autores Associados Ltda, 2003.
- [8] Goebel, A. Documentation for archimedes Geo3D 1.2. Disponível em: < <http://raumgeometrie.de/documentation/en/DocumentationGeo.html> >. Acesso em: Ago 2014.
- [9] Glick, S.; Porter, D.; Smith C. Student visualization: using 3-D models in undergraduate construction management education. International Journal of Construcion and Research, 8:26-46, 2012.
- [10] Huk, T. Who benefits learning with 3D models? The case of spatial ability. Journal Assisted Learning 22, pp392-404. Blackwell Publishing Ltd, 2006.
- [11] Korakakis, et al. 3D visualization types in multimedia applications for science learning. a case study for 8<sup>th</sup> grade students in Greece. Computers & Education. Elsevier: Computers , 2008.
- [12] Luz, R. M. D. Aplicação didática para o ensino da geografia física através da construção e utilização de maquetes. Revista Discente Expressões geográficas n. 05, ano V. p.174, Florianópolis, maio 2009.
- [13] Martin-Gutierrez, J.; Gil, F.; Contero, M.; Saorin, J. Dynamic three-dimensional illustrator for teaching descriptive geometry and training visualization skills. Wiley Periodicals, 2010.
- [14] Medeiros Filho, D. A. O processo de ensino e aprendizagem na área tecnológica. Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Blumenau: Abenge, 2011.
- [15] Noling, E. R. Perspective made easy. New York: Dover Publications, Inc., 1967.

- [16] Nordin, M. S. et al. Visualization skills and learning style patterns among engineering students at university teknologi Malaysia. 3<sup>rd</sup> World Conference on Learning, Teaching and Educational Leadership – WCLTA 2012. Elsevier, 2012.
- [17] Gonçalves, R. Didática geral. Rios de Janeiro, RJ: Freitas Bastos, 1983.
- [18] Sanguino, T. J. M.; Márquez, J. M. A. Simulation tool for teaching and learning 3D kinematics workspaces of serial robotic arms with up to 5-DOF. Wiley Periodical, 2010.
- [19] Saviani, D. Escola e democracia. 32.ed. Campinas, SP: 1999.
- [20] Silva, W. R. da; Araújo, I. F. Recursos da computação gráfica aplicados ao ensino de perspectivas nas engenharias. Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 2001.
- [21] Vieira, J. K.; et AL. Uso de maquetes físicas tridimensionais para o ensino-aprendizagem em desenho técnico. XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. Blumenau: Abenge, 2011.