

ÁLGEBRA LINEAR 7929-30_43701_R_E1_20231



CONTEÚDO

Revisar envio do teste: QUESTIONÁRIO UNIDADE II

Usuário	FDS
Curso	ÁLGEBRA LINEAR
Teste	QUESTIONÁRIO UNIDADE II
Iniciado	02/05/23 21:22
Enviado	02/05/23 21:51
Status	Completada
Resultado da tentativa	+8000 em +8000 pontos
Tempo decorrido	9999 minutos
Resultados exibidos	Todas as respostas, Respostas enviadas, Respostas corretas, Comentários, Perguntas respondidas incorretamente

Pergunta 1

0,5 em 0,5 pontos



Sabendo que $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $T(x, y, z) = (2y, x + z)$ é linear, assinale a alternativa que indica a imagem do vetor $(0, 1, -2)$ pela transformação:

Resposta Selecionada: ☒ a. $T(0, 1, -2) = (2, -2)$.

Respostas: ☒ a. $T(0, 1, -2) = (2, -2)$.

b. $T(0, 1, -2) = (6, 9)$.

c. $T(0, 1, -2) = (-5, 1)$.

d. $T(0, 1, -2) = (-2, 6)$.

e. $T(0, 1, -2) = (5, -3)$.

Comentário da resposta: Resposta: A

Comentário: $T(0, 1, -2) = (2 \cdot 1, 0 + (-2)) = (2, -2)$.

Pergunta 2

0,5 em 0,5 pontos



Sabendo que $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$, é função linear e $F(1, 0, 0) = (-2, 1, 3, 2)$; $F(0, 1, 0) = (1, 2, 3, -4)$; $F(0, 0, 1) = (-1, 3, 6, 1)$; sendo $B = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ base do \mathbb{R}^3 , determine $F(x, y, z)$, para qualquer $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$:

Resposta Selecionada: ☒ e. $F(x, y, z) = (-2x + y - z, x + 2y + 3z, 3x + 3y + 6z, 2x - 4y + z)$.

Respostas:

a. $F(x, y, z) = (-3x + 2y - z, -x - y + 3z, -3y + 6z, 6x - 5y + z)$.

b. $F(x, y, z) = (-3x + 2y - z, -x - y + 3z, 3y + 6z, 6x - 5y + z)$.

c. $F(x, y, z) = (-3x + 2y - z, x - y + 3z, -3y + 6z, 6x - 5y + z)$.

d. $F(x, y, z) = (3x + 2y - z, x - y + 2z, -3y + 6z, 6x - 5y - z)$.

☒ e. $F(x, y, z) = (-2x + y - z, x + 2y + 3z, 3x + 3y + 6z, 2x - 4y + z)$.

Comentário da resposta: Resposta: E

Comentário: escrevemos  como a combinação linear dos vetores da base B; assim:

$$(x, y, z) = a(1, 0, 0) + b(0, 1, 0) + c(0, 0, 1)$$

$$(x, y, z) = (a, 0, 0) + (0, b, 0) + (0, 0, c)$$

$$(x, y, z) = (a, b, c)$$

Assim:

$$a = x, \quad b = y \text{ e } c = z$$

$$F(x, y, z) = F(a(1, 0, 0) + b(0, 1, 0) + c(0, 0, 1))$$

$$F(x, y, z) = a F(1, 0, 0) + b F(0, 1, 0) + c F(0, 0, 1)$$

$$F(x, y, z) = x(-2, 1, 3, 2) + y(1, 2, 3, -4) + z(-1, 3, 6, 1)$$

$$F(x, y, z) = (-2x, x, 3x, 2x) + (y, 2y, 3y, -4y) + (-z, 3z, 6z, z)$$

$$F(x, y, z) = (-2x + y - z, x + 2y + 3z, 3x + 3y + 6z, 2x - 4y + z)$$

Pergunta 3

0,5 em 0,5 pontos



Um retângulo, representado pelas coordenadas $A(0, 0)$, $B(4, 0)$, $C(4, 3)$, $D(0, 3)$ tem como imagem um outro retângulo, cujas coordenadas são, respectivamente, $A'(0, 0)$, $B'(-8, 0)$, $C'(-8, 6)$, $D'(0, 6)$. Assinale a alternativa que indica a transformação aplicada:

Resposta Selecionada: ☒ b. $(-2x, 2y)$.

Respostas: a. $(2x, -2y)$.

☒ b. $(-2x, 2y)$.

c. $(-2x, -2y)$.

d. $(2y, 2x)$.

e. $(-2y, 2x)$.

Comentário da resposta:

Resposta: B

Comentário: note que a transformação é $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, e que todos os vetores que compõe a imagem têm as suas coordenadas x e y multiplicadas por -2 e 2 , respectivamente. Logo, a transformação aplicada é $T(x, y) = (-2x, 2y)$.

Pergunta 4

0,5 em 0,5 pontos



Um triângulo representado pelas coordenadas $A(0, 0)$, $B(3, 0)$, $C(3, 4)$ tem como imagem, após a transformação $T(x, y) = (-3x, -3y)$, um triângulo onde ocorreu:

Resposta Selecionada: ☒ c. Dilatação e reflexão em relação à origem.

Respostas: a. Dilatação e reflexão em relação ao eixo x .

b. Dilatação e reflexão em relação ao eixo y .

☒ c. Dilatação e reflexão em relação à origem.

d. Contração e reflexão em relação à origem.

e. Contração e reflexão em relação ao eixo y .

Comentário da resposta:

Resposta: C

Comentário: na transformação ocorrida, notamos que as componentes x e y inverteram os sinais (reflexão em torno da origem) e triplicaram o valor (dilatação na própria direção).

Pergunta 5

0,5 em 0,5 pontos



Um quadrilátero representado pelas coordenadas A (0, 0), B (2, 0), C (2, 2), D (0, 2) tem como imagem, após a transformação $T(x, y) = (x + y, y)$, outro quadrilátero onde a transformação ocorrida foi:

Resposta Selecionada: ☒ b. Cisalhamento na direção do eixo x.

Respostas:

- ☐ a. Rotação em 90° .
- ☒ b. Cisalhamento na direção do eixo x.
- ☐ c. Cisalhamento na direção do eixo y.
- ☐ d. Reflexão em relação ao eixo x.
- ☐ e. Reflexão em relação ao eixo y.

Comentário da resposta:

Resposta: B

Comentário: a transformação que soma à componente x parcelas de y (neste exercício, somou-se uma única parcela) é o cisalhamento na direção do eixo x.

Pergunta 6

0,5 em 0,5 pontos



Sendo F e G operadores lineares do \mathbb{R}^3 , definidos por $F(x, y, z) = (x + y, x - z, 2y - z)$ e $G(x, y, z) = (z - x, y - z, x + y)$, assinale a alternativa que indica o resultado de $2F - G$:

Resposta Selecionada: ☒ e. $(3x + 2y - z, 2x - y - z, -x + 3y - 2z)$.

Respostas:

- ☐ a. $(y + z, x + y - 2z, x + 3y - z)$.
- ☐ b. $(2x + y - z, x - y, -x + y - z)$.
- ☐ c. $(5x + 3y - 2z, 3x - 2y - z, -2x + 4y - 3z)$.
- ☐ d. $(-x + y, -2x - y + z, -x + y - 2z)$.
- ☒ e. $(3x + 2y - z, 2x - y - z, -x + 3y - 2z)$.

Comentário da resposta: Resposta: E

Comentário: $2F - G = 2(x + y, x - z, 2y - z) - (z - x, y - z, x + y)$

$2F - G = (2x + 2y, 2x - 2z, 4y - 2z) + (-z + x, -y + z, -x - y)$

$2F - G = (2x + 2y - z + x, 2x - 2z - y + z, 4y - 2z - x - y)$

$2F - G = (3x + 2y - z, 2x - y - z, -x + 3y - 2z)$

Pergunta 7

0,5 em 0,5 pontos



Sendo F e G operadores lineares do \mathbb{R}^3 , definidos por $F(x, y, z) = (x + y, y - z, 2x - z)$ e $G(x, y, z) = (y - x, y - z, x + y)$, assinale a alternativa que indica o resultado de $F \circ G$:

Resposta Selecionada: ☒ a. $(-x + 2y - z, -x - z, -3x + y)$.

Respostas: ☒ a. $(-x + 2y - z, -x - z, -3x + y)$.

b. $(2x + y - z, x - y, -x + y - z)$.

c. $(5x + 3y - 2z, 3x - 2y - z, -2x + 4y - 3z)$.

d. $(-x + y, -2x - y + z, -x + y - 2z)$.

e. $(-x + y - z, x - 2y, 2x + y - z)$.

Comentário da resposta: Resposta: A

Comentário: $F \circ G = [(y - x) + (y - z), (y - z) - (x + y), 2(y - x) - (x + y)]$

$F \circ G = [-x + 2y - z, -x - z, -3x + y]$

Pergunta 8

0,5 em 0,5 pontos



Se $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ é uma transformação linear e $B = \{(1, 1), (0, 1)\}$, uma base de \mathbb{R}^2 ; se $T(1, 1) = (1, -2, 3)$ e $T(0, 1) = (2, -1, 0)$; então, $T(2, -1)$ é:

Resposta Seleccionada: ☒ c. $(-4, -1, 6)$.

- Respostas:
- a. $(4, 3, -6)$.
 - b. $(4, -3, 6)$.
 - ☒ c. $(-4, -1, 6)$.
 - d. $(-4, -3, -6)$.
 - e. $(-4, 3, -6)$.

Comentário da resposta:

Resposta: C

Comentário: Antes de determinar o valor de $T(2, -1)$, deve-se encontrar a expressão que representa $T(x, y)$, escrevendo \mathbb{R}^2 como combinação linear dos vetores da base B, assim:

$$(x, y) = a(1, 1) + b(0, 1)$$

$$(x, y) = (a, a) + (0, b)$$

$$(x, y) = (a, a + b)$$

$$\text{Logo, } x = a \text{ e } y = a + b \Rightarrow y = x + b$$

$$T(x, y) = T[a(1, 1) + b(0, 1)]$$

$$T(x, y) = aT(1, 1) + bT(0, 1)$$

$$T(x, y) = a(1, -2, 3) + b(2, -1, 0)$$

$$T(x, y) = x(1, -2, 3) + (y - x)(2, -1, 0)$$

$$T(x, y) = (x, -2y, 3x) + (2y - 2x, y - x, 0)$$

$$T(x, y) = (x + 2y - 2x, -2y + y - x, 3x)$$

$$T(x, y) = (-x + 2y, -y - x, 3x)$$

Portanto:

$$T(2, -1) = (-2 + 2 \cdot (-1), -(-1) - 2, 3 \cdot 2)$$

$$T(2, -1) = (-4, -1, 6)$$

Pergunta 9

0,5 em 0,5 pontos



Seja $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por $T(x, y, z) = (x-y, 2x+y-z)$, e sejam $B = \{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ e $C = \{(0, 1); (1, 0)\}$, as bases para \mathbb{R}^3 e \mathbb{R}^2 , respectivamente, a matriz $(T)_{BC}$ é:

Resposta Selecionada:

☒ b. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Respostas:

a. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

☒ b. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

c. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

d. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

e. $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

Comentário da resposta: Resposta: B

Comentário: escrevendo os vetores da base B como a combinação linear dos vetores de C:

$$T(1, 0, 0) = (1, 2) = a_{11}(0, 1) + a_{21}(1, 0)$$

$$(1, 2) = (a_{21}, a_{11})$$

$$a_{21} = 1 \text{ e } a_{11} = 2$$

$$T(0, 1, 0) = (-1, 1) = a_{12}(0, 1) + a_{22}(1, 0)$$

$$(-1, 1) = (a_{22}, a_{12})$$

$$a_{22} = -1 \text{ e } a_{12} = 1$$

$$T(0, 0, 1) = (0, -1) = a_{13}(0, 1) + a_{23}(1, 0)$$

$$(0, -1) = (a_{23}, a_{13})$$

$$a_{23} = 0 \text{ e } a_{13} = -1$$

Logo:

$$(T)_{BC} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pergunta 10

0,5 em 0,5 pontos



Seja a transformação linear $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definida por $T(x, y) = (0, x + y, 0)$, determine o núcleo de T :

Resposta Seleccionada: ☒ d. $N(T) = \{(-y, y) / y \in \mathbb{R}\}$.

Respostas: a. $N(T) = \{(-x, x) / x \in \mathbb{R}\}$.

b. $N(T) = \{(x, x) / x \in \mathbb{R}\}$.

c. $N(T) = \{(x, y) / x, y \in \mathbb{R}\}$.

☒ d. $N(T) = \{(-y, y) / y \in \mathbb{R}\}$.

e. $N(T) = \{(y, y) / y \in \mathbb{R}\}$.

Comentário da resposta: Resposta: D

Comentário: $N(T) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / T(x, y) = (0, 0, 0)\}$

$T(x, y) = (0, x + y, 0) = (0, 0, 0) : \rightarrow$

$: \rightarrow x + y = 0 : \rightarrow x = -y$

$N(T) = \{(-y, y) / y \in \mathbb{R}\}$