Correlação

Bioestatística em R

André M Ribeiro-dos-Santos

04 de 04, 2017

Objetivos

- Avaliar a associação entre medidas quantitativas.
- Reconhecer diferentes tipos de correlação.
- Ilustrar a relação entre medidas quantitativas.
- Reconhecer quando aplicar *Pearson* e *Spearman*.
- Conhecer principais transformações e quando aplicá-las.

Correlação

Em um estudo sobre diabetes, os pesquisadores observaram uma grande variação da sensibilidade à insulina entre os pacientes. Como trabalhos anteriores relacionaram essa variação com composição lipídica do tecido muscular. Foi medido a sensibilidade à insulina e composição de ácidos graxos de 10 pacientes.

A variação da sensibilidade à insulina está relacionada a composição de ácidos graxos?

Table 1: Medidas de sensibilidade à insulina e composição de ácido graxos em diabéticos

Sensibilidade à Insulina	Ácidos Graxos (%)	Sensibilidade à Insulina	Ácidos Graxos (%)
183	15.91	246	18.12
232	17.04	256	17.90
166	16.22	372	17.89
258	18.93	367	18.55
213	17.36	301	17.15

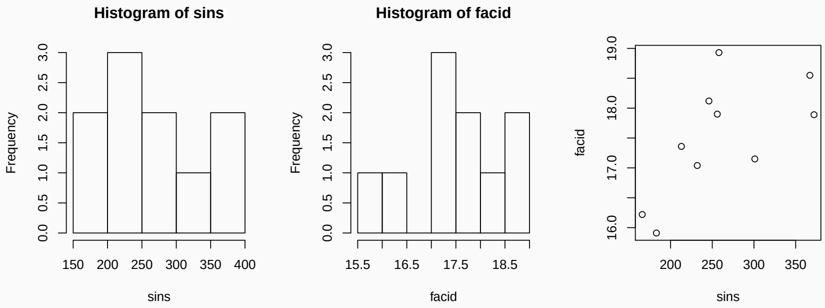
Avaliando o problema

- As medidas em questão são categóricas ou quantitativas?
- Qual o tamanho da amostra?
- Qual a hipótese sendo avaliada?
- Qual a distribuição das medidas?

- As medidas em questão são categóricas ou quantitativas? **Ambas são quantitativas**
- Qual o tamanho da amostra? **10 pacientes**
- Qual a hipótese sendo avaliada? **As medidas são relacionadas.**

- Qual a distribuição das medidas? E como se relacionam?

```
> sins  <- c(183, 232, 166, 258, 213, 246, 256, 372, 367, 301)
> facid <- c(15.91, 17.04, 16.22, 18.93, 17.36, 18.12, 17.90,
+            17.89, 18.55, 17.15)
> par(mfrow=c(1,3))
> hist(sins)
> hist(facid)
> plot(sins, facid)
```



Quando deseja-se avaliar como a variação de uma medida afeta outra medida quantitativa, avalia-se a correlação linear das medidas calculando o coeficiente de correlação de Pearson (r).

$$r = \frac{cov_{xy}}{s_x * s_y} = xs \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \hat{x}) * \sum *y - \hat{y})}$$

\begin{alertblock}{Coeficiente de Determinação} Interessantemente, o coeficiente de correlação ao quadrado (R^2) corresponde ao coeficiente de determinação, um valor percentual indicando quando o modelo pode explicar os valores observados. \end{block}

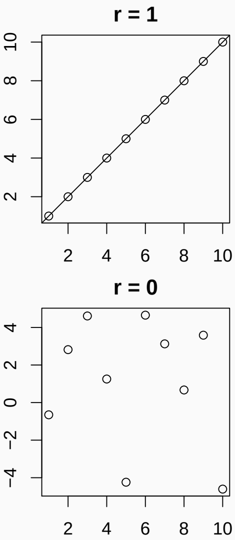
Coeficiente de correlação

O *coeficiente de correlação* (r) assume valores entre -1 e 1, indicando uma correlação inversa em valores negativos, direta para valores positivos e zero quando não há correlação [1].

Table 2: Interpretação dos valores do coeficiente de correlação.

Coeficiente de Correlação	Interpretação
.90 to 1.00 (−.90 to −1.00)	Altíssima correlação
.70 to .90 (−.70 to −.90)	Alta correlação
.50 to .70 (−.50 to −.70)	Moderada correlação
.30 to .50 (−.30 to −.50)	Baixa correlação
.00 to .30 (.00 to −.30)	Praticamente nula

[1] Mukaka M. A guide to appropriate use of Correlation coefficient in medical research. Malawi Medical Journal: The Journal of Medical Association of Malawi. 2012;24(3):69-71.


r = 1
10
8
6
4
2
2 4 6 8 10
r = −1
8
6
4
2
0
2 4 6 8 10
r = 0
4
2
0
−2
−4
2 4 6 8 10
non−linear
200
100
50
0
2 4 6 8 10

```
> ?cor
> ## Correlation, Variance and Covariance (Matrices)
> ## Description:
> ##      ‘var’, ‘cov’ and ‘cor’ compute the variance of ‘x’ and the
> ##      covariance or correlation of ‘x’ and ‘y’ if these are vectors.
> ##      If ‘x’ and ‘y’ are matrices then the covariances (or correlations)
> ##      between the columns of ‘x’ and the columns of ‘y’ are computed.
> ## Usage:
> ##      var(x, y = NULL, na.rm = FALSE, use)
> ##      cov(x, y = NULL, use = "everything",
> ##          method = c("pearson", "kendall", "spearman"))
> ##      cor(x, y = NULL, use = "everything",
> ##          method = c("pearson", "kendall", "spearman"))
```

```r
> cov(sins, facid) /sqrt(var(sins) * var(facid))
```

```
## [1] 0.6468216
```

```r
> cor(sins, facid)
```

```
## [1] 0.6468216
```

```r
> cor(sins, facid)^2
```

```
## [1] 0.4183782
```

Para duas variáveis distribuidas normalmente idependentes, o *coeficiente de correlação* segue uma *distribuição t*, com grau de liberdade $n - 2$. Pode-se usar isso para testar se as variáveis estão associadas.

$$Ho: r = 0; \quad Ha: r \neq 0$$

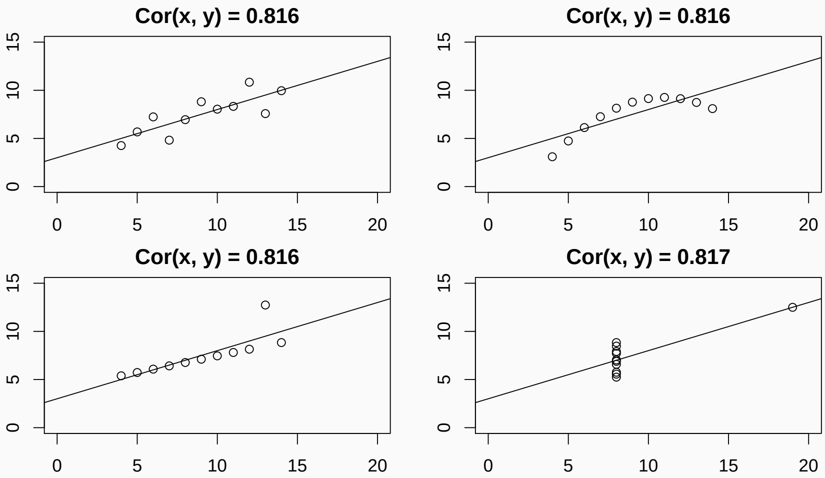
```
> ?cor.test
> ## Test for Association/Correlation Between Paired Samples
> ## Description:
> ##      Test for association between paired samples, using one of
> ##      Pearson's product moment correlation coefficient, Kendall's
> ##      tau or Spearman's rho.
> ## Usage:
> ##      cor.test(x, y,
> ##               alternative = c("two.sided", "less", "greater"),
> ##               method = c("pearson", "kendall", "spearman"),
> ##               exact = NULL, conf.level = 0.95,
> ##               continuity = FALSE, ...)
```

```r
> cor.test(sins, facid)
```

```
##
##  Pearson's product-moment correlation
##
## data:  sins and facid
## t = 2.3989, df = 8, p-value = 0.04325
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  0.02900965 0.90704747
## sample estimates:
##       cor
## 0.6468216
```

Equívocos comuns

1. Correlação não implica em causa.
2. Focar no P-value, no lugar do coeficiente.
3. Assumir correlação sem plotar relação.



Exercícios - Correlação de Pearson

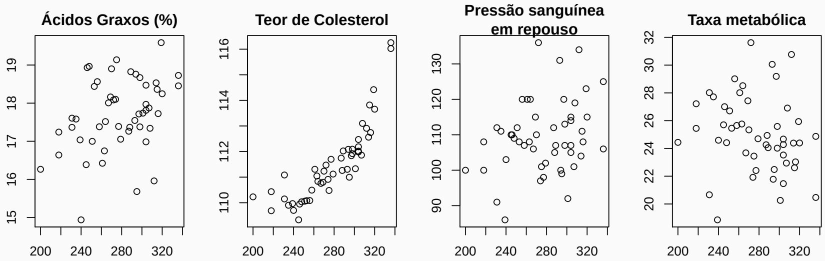
Pesquisadores buscam avaliar a associação entre diferentes variáveis clínicas em pacientes de diabéticos. Durante o estudo, coletaram os dados de 50 pacientes. Sobre esta amostra responda:

1. Ilustre a relação entre sensibilidade à insulina (`sen_ins`) com o percentual de ácido graxos (`fat_acid`), a taxa de colesterol (`chl`), pressão sanguinea em repouso (`bp`) e índice de massa corpórea (`bmi`).
2. Alguma das relações a cima não poderia ser avaliada por *Pearson*? Justifique
3. Calcule a correlação para as relações a qual *Pearson* se aplica, e indique quais possuem correlação significativa.
4. Reflita sobre o R^2 das correlações acima e explique o seu valor.

```
> db <- read.table('db.tsv', header=T)
```

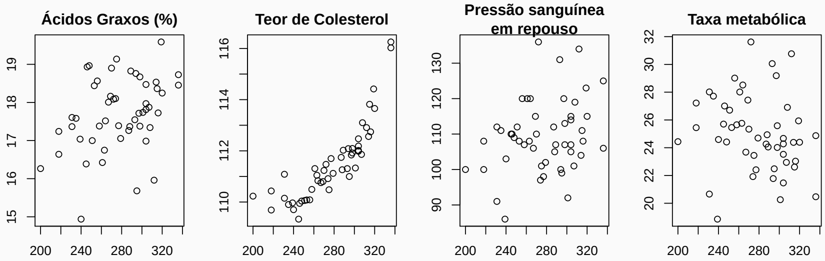
1. Ilustre a relação entre sensibilidade à insulina (`sen_ins`) com o percentual de ácido graxos (`fat_acid`), a taxa de colesterol (`chl`), pressão sanguinea em repouso (`bp`) e índice de massa corpórea (`bmi`).

```
> par(mfrow = c(1,4), mar = c(2, 2, 2, 2))
> plot(fat_acid~sen_ins, data=db, main="Ácidos Graxos (%)")
> plot(chl~sen_ins, data=db, main="Teor de Colesterol")
> plot(bp~sen_ins, data=db, main="Pressão sanguínea\nem repouso")
> plot(bmi~sen_ins, data=db, main="Taxa metabólica")
```



2. Alguma das relações a cima não poderia ser correlacionada por *Pearson*? Justifique

Sensibilidade à insulina e o Teor de colesterol parece se relacionar de forma não linear, portanto não sendo recomendado utilizar a *correlação de Pearson*.



3. Calcule a correlação para as relações a qual *Pearson* se aplica, e indique quais possuem correlação significativa.

```
> with(db, cor.test(fat_acid, sen_ins))
```

```
##
##  Pearson's product-moment correlation
##
## data:  fat_acid and sen_ins
## t = 2.6009, df = 48, p-value = 0.01232
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  0.08103487 0.57368153
## sample estimates:
##       cor
## 0.3514552
```

```
> with(db, cor.test(bp, sen_ins))
```

```
##
##  Pearson's product-moment correlation
##
## data:  bp and sen_ins
## t = 2.0573, df = 48, p-value = 0.04511
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  0.006862805 0.521678560
## sample estimates:
##       cor
## 0.2846667
```

```
> with(db, cor.test(bmi, sen_ins))
```

```
##
##  Pearson's product-moment correlation
##
## data:  bmi and sen_ins
## t = -1.2386, df = 48, p-value = 0.2215
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.4331173  0.1076343
## sample estimates:
##        cor
## -0.1759859
```

4. Reflita sobre o R^2 das correlações acima e explique o seu valor.

```
> with(db, cor(fat_acid, sen_ins))^2
```

```
## [1] 0.1235208
```

```
> with(db, cor(bp, sen_ins))^2
```

```
## [1] 0.08103515
```

```
> with(db, cor(bmi, sen_ins))^2
```

```
## [1] 0.03097105
```

Desejando estudar mais a fundo a relação entre sensibilidade à insulina e a composição lipídica dos pacientes de diabetes, os pesquisadores decidiram investigar a concentração de colesterol no sangue. Na mesma amostra, os pesquisadores obtiveram os dados da concentração de colesterol em jejum.

A variação da sensibilidade à insulina está relacionada a concentração de colesterol no sangue?

Table 3: Medida de sensibilidade a insulina e colesterol em pacientes

Sensibilidade à insulina	Colesterol	Sensibilidade à insulina	Colesterol
183	118.98	118.80	118.80
232	118.58	118.78	118.78
166	118.99	116.05	116.05
258	118.62	116.35	116.35
213	118.78	118.54	118.54

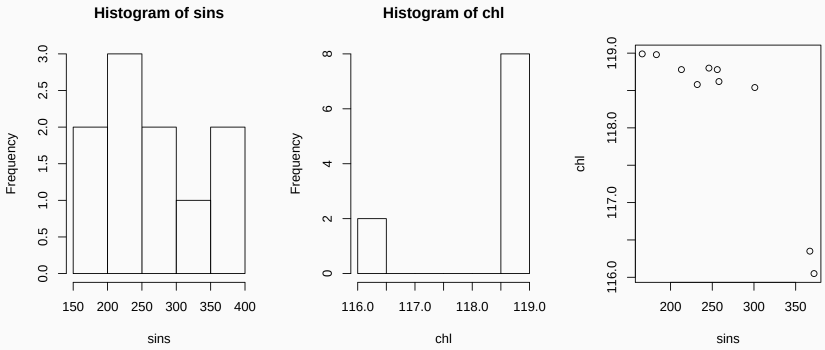
Avaliando o problema

- As medidas em questão são categóricas ou quantitativas?
- Qual o tamanho da amostra?
- Qual a hipótese sendo avaliada?
- Qual a distribuição das medidas?

- As medidas em questão são categóricas ou quantitativas? **Ambas são quantitativas**
- Qual o tamanho da amostra? **10 pacientes**
- Qual a hipótese sendo avaliada? **As medidas são relacionadas.**

- Qual a distribuição das medidas?

```
> chl <- c(118.98, 118.58, 118.99, 118.62, 118.78, 118.80,
+          118.78, 116.05, 116.35, 118.54)
> par(mfrow = c(1, 3))
> hist(sins)
> hist(chl)
> plot(sins, chl)
```

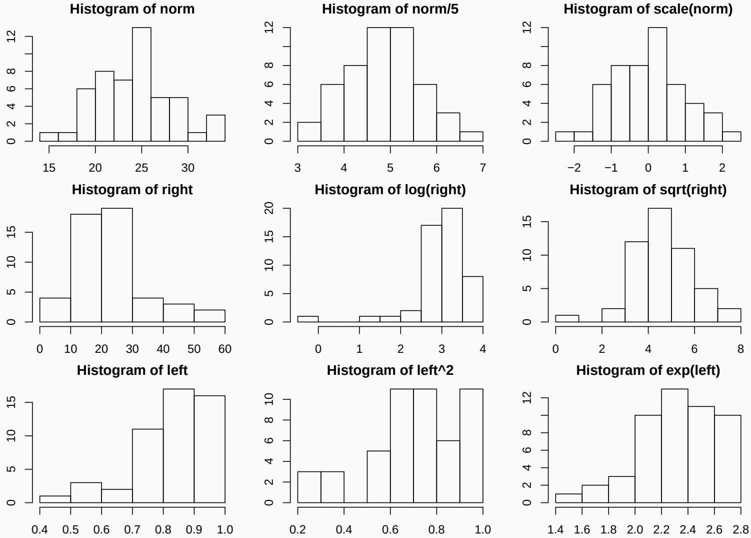


Quando os dados fogem a normalidade

1. Transformação

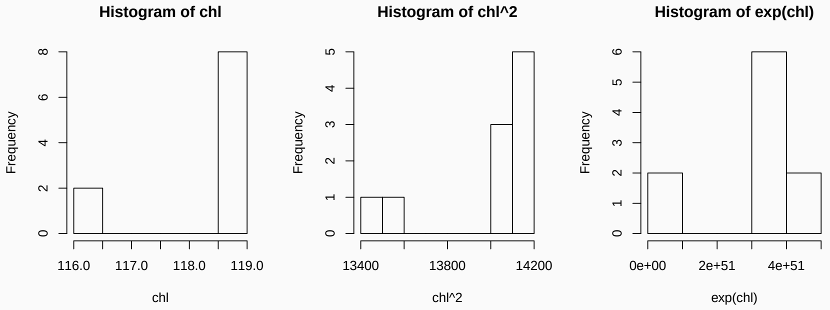
- Conveniência
    - Inverse (conveniência) `1/x` ou `x^-1`
    - Z-scale (conveniência) `scale(x)`
- Right Skew
    - **Raiz quadrada** (right skew, non-zero) `sqrt(x)`
    - **Logaritmica** (right skew, non-zero) `log(x)`
- Left Skew
    - **Power** (left skew) `x^2`
    - **Exponential** (left skew) `exp(x)`

2. Estatística Não-Paramétrica (*rank*)


Histogram of norm
Histogram of norm/5
Histogram of scale(norm)
Histogram of right
Histogram of log(right)
Histogram of sqrt(right)
Histogram of left
Histogram of left^2
Histogram of exp(left)

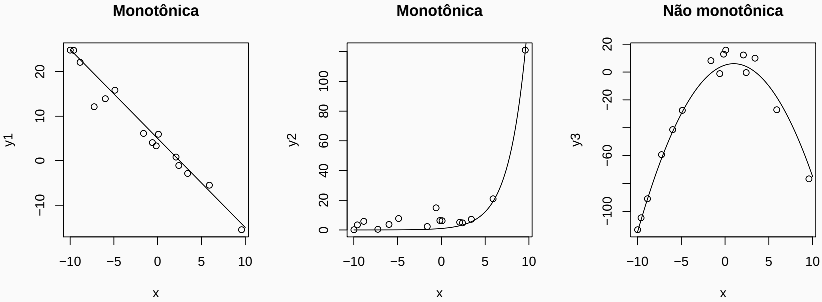
Portanto, podemos tentar aplicar uma transformações ao **colesterol** (`chl`) com intuito de normalizar sua distribuição. Como ela possui um *skew* para esquerda aplica-se uma *potência* ou *exponencial*

```
> par(mfrow = c(1,3))
> hist(chl)
> hist(chl^2)
> hist(exp(chl))
```



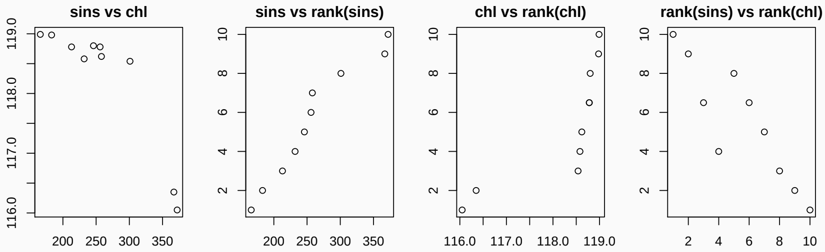
Quando não é possível corrigir o *skew* da medida com uma transformação determinística, podemos recorrer à medidas não paramétricas como rank, a posição do valor quando todos os valores forem ordenados.

Numa correlação deseja-se associar o aumento de uma variável ao aumento ou decréscimo de outra, ou seja estabelecer uma relação monotônica.



No lugar de associar os valores, pode-se trabalhar com o **rank**. A partir da relação entre o rank de ambas variáveis é calculada pela **corelação de spearman**.

```
> par(mfrow=c(1,4), mar = c(2, 2, 2, 2))
> plot(sins, chl, main = "sins vs chl")
> plot(sins, rank(sins), main="sins vs rank(sins)")
> plot(chl, rank(chl), main="chl vs rank(chl)")
> plot(rank(sins), rank(chl), , main="rank(sins) vs rank(chl)")
```



```r
> cor(sins, chl)
```

```
## [1] -0.8891366
```

```r
> cor(sins, chl, method = ”spearman”)
```

```
## [1] -0.8875421
```

```r
> cor.test(sins, chl, method=”spearman”)
```

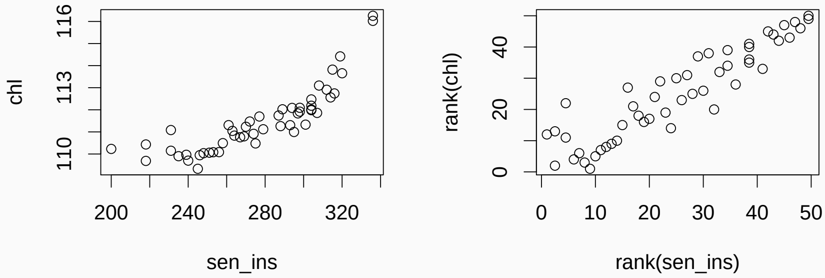
```
##
##  Spearman's rank correlation rho
##
## data:  sins and chl
## S = 311.44, p-value = 0.0006097
## alternative hypothesis: true rho is not equal to 0
## sample estimates:
##        rho
## -0.8875421
```

1. Previamente, os pesquisadores constataram que sensibilidade à insulina (`sen_ins`) e a taxa de colesterol (`chl`) não apresentam uma relação linear. Ilustre a relação entre as variáveis e avalie se existe alguma correlação.
2. Uma vez que sensibilidade à insulina e o percentual de ácidos graxos apresenta uma forte correlação. Ilustre e avalie a relação entre o percentual de lípidios (`fat_acid`) e a taxa de colesterol (`chl`).

```
> db <- read.table('db.tsv', header=T)
```

1. Previamente, os pesquisadores constataram que sensibilidade à insulina (`sen_ins`) e a taxa de colesterol (`chl`) não apresentam uma relação linear. Ilustre a relação entre as variáveis e avalie se existe alguma correlação.

```
> par(mfrow = c(1,2))
> plot(chl~sen_ins, data=db)
> plot(rank(chl)~rank(sen_ins), data=db)
```

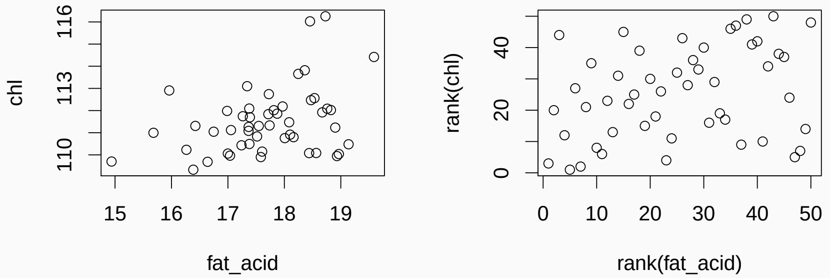


```
> with(db, cor.test(chl, sen_ins, method="spearman"))
```

```
##
##  Spearman's rank correlation rho
##
## data:  chl and sen_ins
## S = 1633.5, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true rho is not equal to 0
## sample estimates:
##       rho
## 0.9215583
```

2. Tendo em vista que sensibilidade à insulina (`sen_ins`) possui uma forte correlação com o percentual de ácido graxos (`fat_acid`). Avalie se existe uma correlação entre o percentual de ácido graxos e a taxa de colesterol (`chl`).

```
> par(mfrow = c(1,2))
> plot(chl~fat_acid, data=db)
> plot(rank(chl)~rank(fat_acid), data=db)
```



```
> with(db, cor.test(chl, fat_acid, method="spearman"))
```

```
##
##  Spearman's rank correlation rho
##
## data:  chl and fat_acid
## S = 14676, p-value = 0.03776
## alternative hypothesis: true rho is not equal to 0
## sample estimates:
##       rho
## 0.2952701
```

Ao final ...

O que vimos?

- Avaliar a associação entre medidas quantitativas.
- Reconhecer diferentes tipos de correlação.
- Ilustrar a relação entre medidas quantitativas.
- Reconhecer quando aplicar Pearson e Spearman.
- Conhecer principais transformações e quando aplicá-las.

Até a próxima