Universidade do Minho
Mestrado em Engenharia Informática
1ºano - 2º Semestre

Programação Cíber-física

TPC2

A85635 - André Nunes

19 de maio de 2023

Exercício 1

De modo a provar que as expressões são equivalentes temos que mostrar que ambas produzem o mesmo resultado.

Para a primeira expressão temos que,

$$\frac{\langle p,\sigma\rangle \downarrow a,\sigma'}{\langle \text{write } m{+}{+}n(p),\sigma\rangle \downarrow (m{+}{+}n){+}{+}a,\sigma'}\ (\text{write})$$

Relativamente à segunda temos que,

$$\frac{\dfrac{\langle p,\sigma\rangle \downarrow a,\sigma'}{\langle \text{write } n(p),\sigma\rangle \downarrow n{+}{+}a,\sigma'}\ (\text{write})}{\langle \text{write } m(\text{write } n(p)),\sigma\rangle \downarrow m{+}{+}n{+}{+}a,\sigma'}\ (\text{write})$$

Após estas duas derivações podemos aferir $< p, \sigma >\Downarrow a, \sigma' \to < write_{m++n}(p), \sigma >\Downarrow (m++n)++a, \sigma'$, o que é trivialmente correto pela primeira derivação. E $< p, \sigma >\Downarrow a, \sigma' \to < write_m(write_n(p)), \sigma >\Downarrow m++n++a, \sigma'$ o que também trivialmente correto pela segunda derivação. Deste modo conseguimos concluir que as expressões são de facto equivalentes, uma vez que $< write_{m++n}(p), \sigma >\Downarrow (m++n)++a, \sigma' \to < write_m(write_n(p)), \sigma >\Downarrow m++n++a, \sigma'$ e vice-versa.

Outra equivalência que podemos provar é que $(p;q);r \sim p;(q;r)$. Para tal podemos proceder do mesmo modo que anteriormente.

Para a primeira expressão temos que,

$$\dfrac{\dfrac{<p,\sigma> \downarrow b,\sigma \qquad <q,\sigma> \downarrow c,\sigma'}{<(p\,;q)\,,\sigma> \downarrow a,\sigma'}\,\text{(Seq)} \qquad <r\,,\sigma> \downarrow c,\sigma''}{<(p\,;q)\,;r\,,\sigma> \downarrow a{+}{+}b{+}{+}c,\sigma''}\,\text{(Seq)}$$

Relativamente à segunda temos que,

$$\dfrac{<p\,,\sigma> \downarrow a,\sigma \qquad \dfrac{<q,\sigma> \downarrow b,\sigma' \qquad <r,\sigma> \downarrow c,\sigma''}{<(q\,;r)\,,\sigma> \downarrow b{+}{+}c,\sigma''}\,\text{(Seq)}}{<p\,;(q\,;r)\,,\sigma> \downarrow a{+}{+}b{+}{+}c,\sigma''}\,\text{(Seq)}$$

Após estas duas derivações podemos aferir $< p,\sigma > \Downarrow b,\sigma' \wedge < q,\sigma > \Downarrow c,\sigma' \rightarrow < (p;q);r,\sigma > \Downarrow a++b++c,\sigma''$, o que é trivialmente correto pela primeira derivação. E $< q,\sigma > \Downarrow b,\sigma' \wedge < r,\sigma > \Downarrow c,\sigma'' \rightarrow < p;(q;r),\sigma > \Downarrow a++b++c,\sigma''$ o que também trivialmente correto pela segunda derivação. Deste modo conseguimos concluir que as expressões são de facto equivalentes, uma vez que $< (p;q);r,\sigma > \Downarrow a++b++c,\sigma'' \rightarrow < p;(q;r),\sigma > \Downarrow a++b++c,\sigma''$ e vice-versa.