Programa 1

Métodos Numéricos

André de Oliveira Brandão

Universidade de Brasília - UnB

I. Introdução

Esse programa visa a escrita de um programa na linguagem FORTRAN de forma a implementar o método de Runge-kutta de 4 ordem para fazer a simulação nnumérica da equação governante para o equilíbrio de forças de uma esfera sedimentando em um fluido.

II. Discussões

I. 1

Para o caso do número de Reynolds tendendo a 0, a seguinte solução analítica se aplica:

$$v_z^* = 1 - e^{\frac{t}{St}} \tag{1}$$

O gráfico a seguir correponde a comparação entre o resultado analítico e numérico obtido pelo método runge-kutta de 4 ordem.

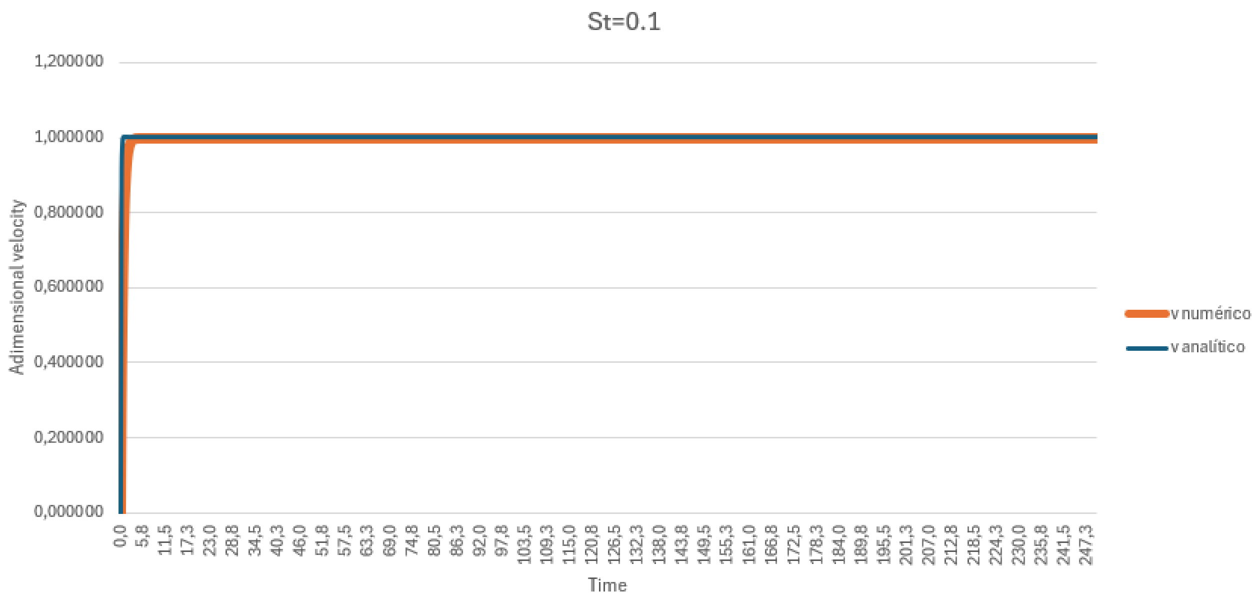

Figura 1: *St=0.1*

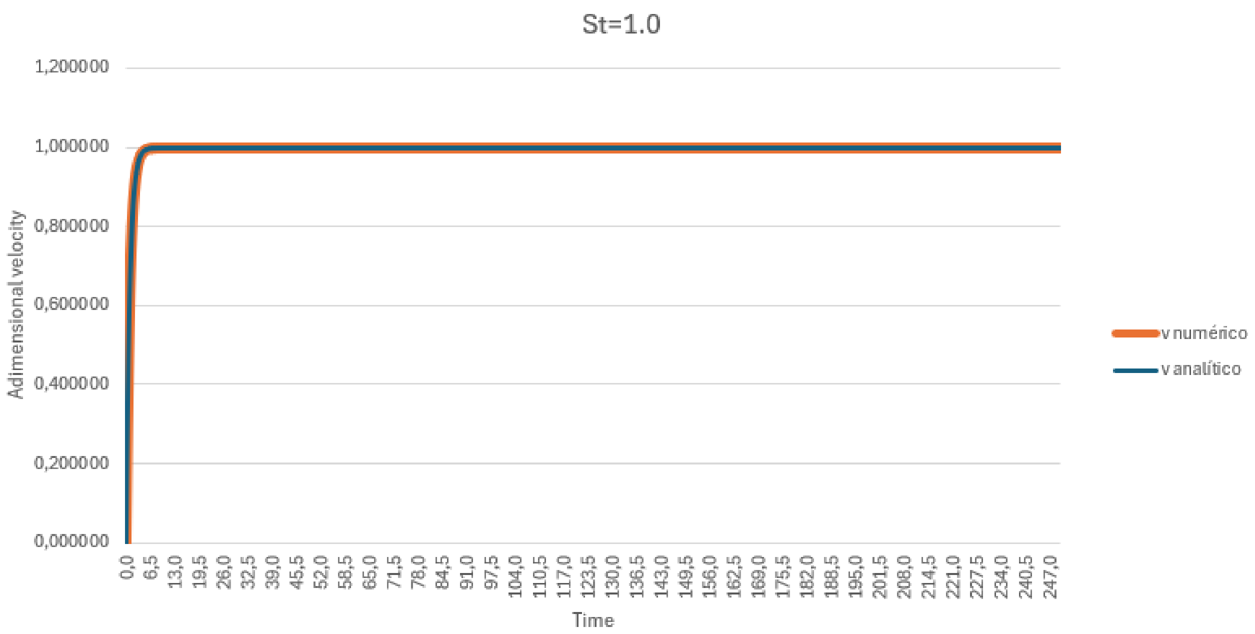

Figura 2: *St=1.0*

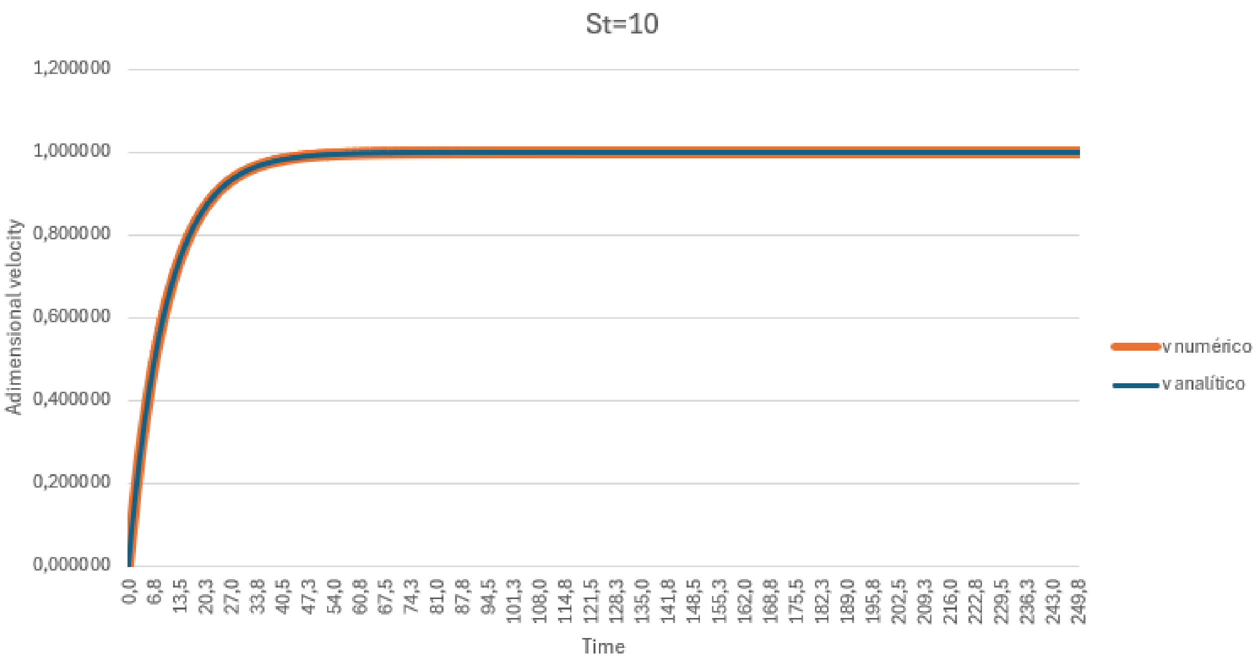

Figura 3: *St=10.0*

II. 2

A seguir a indicação do efeito que o passo de tempo tem na solução variando entre os valores de 10,100 e 1000, considerando 250 segundos de simulação e St de 10.

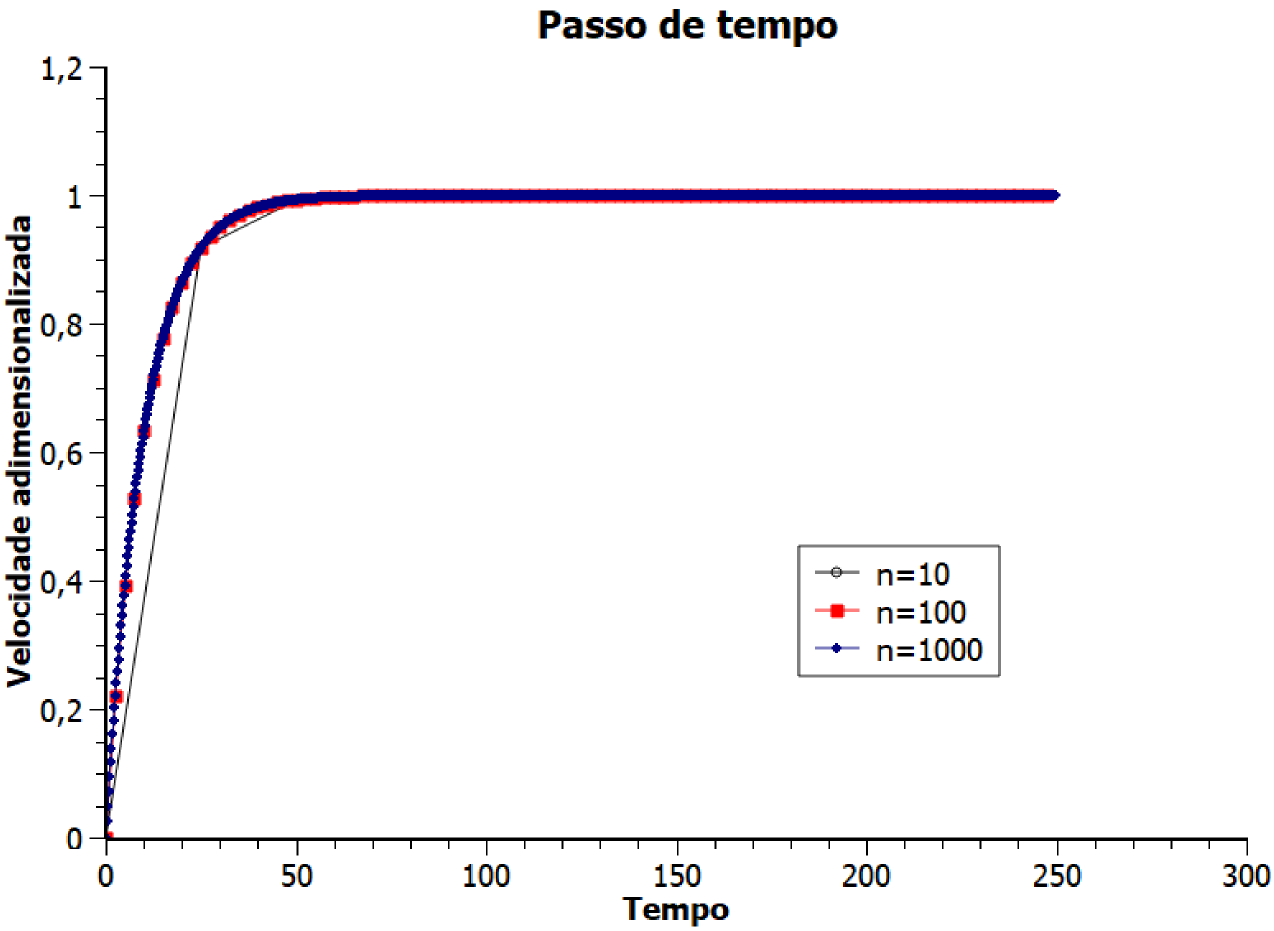

Figura 4: *Efeito de variação do passo de tempo*

O aumento dos passos de tempo captura melhor o comportamento transiente.

III. 3

Para a adimensionalização da equação provida pela segunda lei de newton, agora considerando o número de Reynolds diferente de zero e portanto contendo um termo a mais de arrasto, como indicado na próxima equação 2, a seguinte adimensionalização é feita.

$$m_p \frac{dv_z}{dt} = -6\pi\eta a v_z - \frac{9}{4}\pi\rho_r a^2 v_z^2 + \frac{4}{3}\pi a^3 \Delta\rho g \tag{2}$$

considera-se que :

$$v_z^* = \frac{v_z}{U_s} \tag{3}$$

e

$$t^* = \frac{tU_s}{a} \tag{4}$$

Daí:

$$\frac{m_p U_s^2}{a}\frac{dv^*}{dt^*} = -6\pi\eta a U_s v_z^* - \frac{9}{4}\pi\rho_r a^2 U_s^2 v_z^* + \frac{4}{3}\pi a^3 \Delta\rho g \tag{5}$$

Quando a velocidade terminal é atingida a derivada da velocidade no tempo é nula e portanto,chega-se a:

$$U_s = \frac{2}{9}\frac{a^2 \Delta\rho g}{\eta} \tag{6}$$

Dividindo-se 5 por $6\pi\eta a$:

$$\frac{m_p U_s}{6\pi\eta a^2}\frac{dv^*}{dt^*} = -v_z^* - \frac{3}{8}\frac{\rho_f a U_s}{\eta} v_z^2 * +1 \tag{7}$$

Ou ainda:

$$St\frac{dv^*}{dt^*} = -v_z^* - \frac{3}{8} Re_s v_z^2 * +1 \tag{8}$$

IV. 4

A seguir a comparação dos resultados numéricos pelo método de runge kutta e o analítico provido pelo artigo disponibilizado para essa tarefa (fig.2), considerando o $Re_s = 3/10$ e para os valores do número de Stokes indicados a seguir:

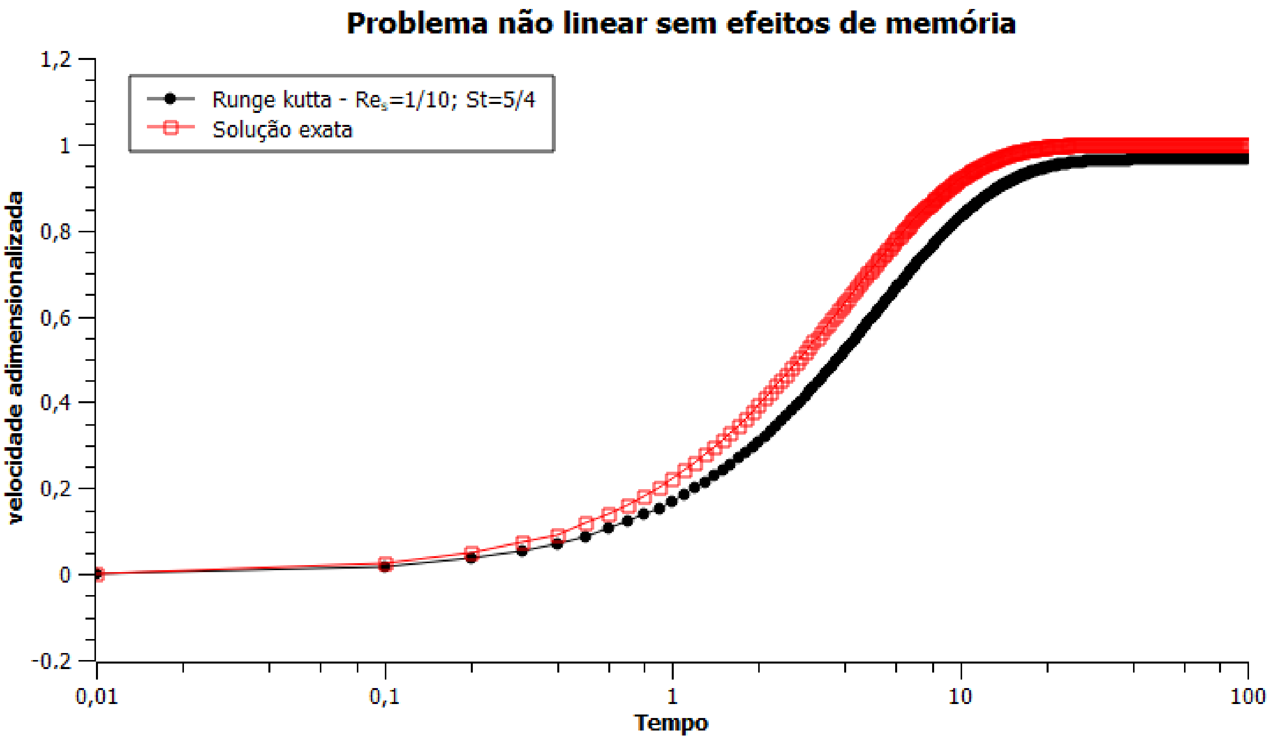

Figura 5: *Comparação entre resultado analítico e numérico - 1*

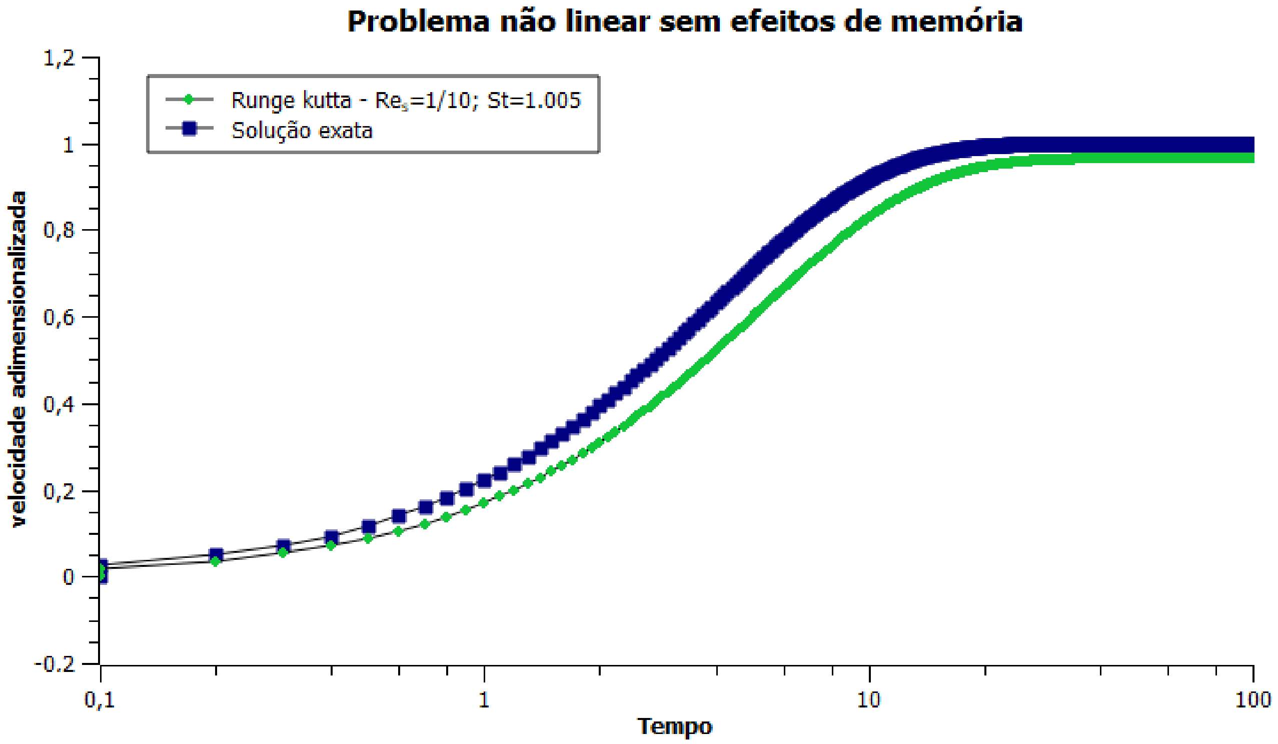

Figura 6: *Comparação entre resultado analítico e numérico - 2*