

# Topologia di $\mathbb{R}$

Andrea Canale

May 20, 2025

## Contents

<b>1</b>	<b>Valore assoluto</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Intervalli</b>	<b>2</b>
2.1	Intervalli aperti . . . . .	2
2.2	Intervalli chiusi . . . . .	2
2.3	Intervalli semi-aperti . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Intorni</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Proprietà che vale definitivamente per <math>x</math> che tende a <math>c</math></b>	<b>2</b>

## 1 Valore assoluto

La funzione valore assoluto è definita come:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Viene usata per misurare distanza in quanto è una quantità simmetrica che non dipende dal segno:  $d(x, y) = d(y - x)$

## 2 Intervalli

### 2.1 Intervalli aperti

Gli intervalli aperti sono definiti come  $\{x \in \mathbb{R} | a < x < b\} = (a, b)$  cioè tutti i numeri compresi tra  $a$  e  $b$  esclusi gli estremi.

## 2.2 Intervalli chiusi

Gli intervalli chiusi sono definiti come  $\{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\} = [a, b]$  cioè tutti i numeri compresi tra  $a$  e  $b$  inclusi gli estremi.

## 2.3 Intervalli semi-aperti

Gli intervalli semi-aperti sono definiti come  $\{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\} = [a, b)$  o  $\{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\} = (a, b]$  cioè tutti i numeri compresi tra  $a$  e  $b$  incluso solo uno dei due estremi

## 3 Intorni

Dato  $c \in \mathbb{R}$  si dice intorno di centro  $c$  e raggio  $\delta > 0$ , l'intervallo  $(c - \delta, c + \delta)$  cioè tutti i numeri che distano da  $c$  meno di  $\delta$ :

$$\{x \in \mathbb{R} | d(c, x) < \delta\}$$

Notiamo che il numero che è distante  $d(c, x) = \delta$  non appartiene all'intorno

## 4 Proprietà che vale definitivamente per $x$ che tende a $c$

Si dice che una proprietà vale definitivamente per  $x$  che tende a  $c$  (vale def.  $x \rightarrow \{c\}$ ) se  $\exists \delta > 0$  tale che una proprietà vale  $\forall x \in I_\delta(c) \setminus c$ . Cioè se vale per tutti i punti di un intorno  $c$  di raggio  $\delta$  tranne nel punto  $c$