

Interpretazione cinematica e dinamica della popolazione

Andrea Canale

May 20, 2025

Contents

1	Interpretazione cinematica	1
1.1	Calcolo della velocità	2
1.2	Calcolo dell'accelerazione	2
1.3	Calcolo del valore di una forza	2
1.4	Spostamento netto	2
1.5	Distanza percorsa tra due punti	3
1.6	Ricavare un punto di $s(t)$ partendo da $v(t)$	3
2	Dinamica della popolazione	3
2.1	Tasso di crescita in un intervallo temporale	3
2.2	Tasso di crescita istantaneo	3
3	Stimare fenomeni istantanei	3

1 Interpretazione cinematica

L'interpretazione cinematica di una funzione, permette di ricostruire lo spostamento di un punto attraverso lo studio della funzione $s(t)$ che descrive lo spostamento di un punto nel tempo.

Nella funzione $s(t)$, sapendo dove si trova il punto s_0 cioè l'origine del moto, se il punto si muove verso destra, l'andamento ha pendenza positiva, altrimenti ha pendenza negativa.

1.1 Calcolo della velocità

La **velocità media** si può calcolare come:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t_1) - s(t_0)}{t_1 - t_0}$$

La **velocità istantanea** in t_0 si può calcolare come:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t}$$

Cioè la derivata di $s(t_0)$

1.2 Calcolo dell'accelerazione

Sapendo la velocità, possiamo anche calcolare l'accelerazione.

L'**accelerazione media** si può calcolare come

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_1) - v(t_0)}{t_1 - t_0}$$

L'**accelerazione istantanea** è data da

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t_0 + \Delta t) - v(t_0)}{\Delta t}$$

1.3 Calcolo del valore di una forza

Usando l'integrale, possiamo ricavare il valore di una forza motrice o resistente:

$$\int_a^b F(s) ds$$

L'unità di misura è il $N \cdot m$ ovvero il Joule J

1.4 Spostamento netto

Grazie all'integrale e al teorema di Torricelli-Barrow possiamo calcolarci lo spostamento medio di un corpo tra a e b :

$$\int_a^b v(t) dt = s(b) - s(a)$$

Se non conosciamo la funzione s , usiamo il metodo del punto medio per stimare l'integrale.

Ricordiamoci che se la velocità è negativa, l'oggetto si muove verso sinistra, altrimenti va a destra

1.5 Distanza percorsa tra due punti

Per calcolare la distanza percorsa, applichiamo il valore assoluto:

$$\int_a^b |v(t)| dt$$

1.6 Ricavare un punto di $s(t)$ partendo da $v(t)$

Utilizzando il teorema di Torricelli-Barrow, possiamo ricavarci un punto qualsiasi di $s(t)$ sapendo $s(a)$:

$$s(b) = s(a) + \int_a^b v(t) dt$$

Questo funziona perchè esistono infinite derivate ma sapendo $s(a)$ ne possiamo scegliere una.

Questa operazione ci può tornare utile per migliorare la stima del grafico di una primitiva

2 Dinamica della popolazione

In modo analogo, si può studiare l'andamento della popolazione, descritta da una funzione $N(t)$

2.1 Tasso di crescita in un intervallo temporale

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{N(t_1) - N(t_0)}{t_1 - t_0}$$

2.2 Tasso di crescita istantaneo

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{N(t_1) - N(t_0)}{\Delta t}$$

Concludiamo quindi, che il tasso di crescita è la derivata dell'andamento.

3 Stimare fenomeni istantanei

Nel caso avessimo solo il grafico di una funzione $s(t)$ o $N(t)$, non sarebbe possibile stimare correttamente fenomeni istantanei usando il limite, in quanto il grafico non è abbastanza preciso per permetterci di stimare $\Delta t \rightarrow 0$.

Calcoliamo quindi il rapporto incrementale su due punti arbitrari (per avere una stima migliore è meglio prendere 2 punti ben definiti sul grafico) della retta

tangente alla funzione nel punto che vogliamo misurare. Questo calcolo è più preciso perchè la retta ha pendenza costante.