MTM 3101 e MTM 3110 - Cálculo 1 - Lista Revisão

Prof[a] Flávia Giordani

1. Determine os domínios de $f+g$ e $\frac{g}{f}$ e as funções $f+g$ e $\frac{g}{f}$.

   a)$f(x) = x$ e $g(x) = x^2 - 1$;

   b) $f(x) = x$ e $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$;

   c) $f(x) = 1$ e $g(x) = \sqrt{x-1}$;

   d) $f(x) = 1$ e $g(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$;

   e) $f(x) = |x|$ e $g(x) = |x-3|$;

2. **Modelo de Crescimento Populacional:**

   Dizemos que uma certa quantidade tem um crescimento exponencial quando cresce de acordo com a seguinte lei $Q(t) = Q_0 e^{kt}$, $k > 0$ e Q_0 é a quantidade inicial (ou valor inicial). Dado isso, determine:

   a) A população de um estado em t anos será de $P(t) = 10e^{0.02t}$ milhões de habitantes. Qual é a população atual? E qual será a população em 20 anos, se a população continuar crescendo nesta proporção? Esboce o gráfico de P.

   b) Em condições ideais uma determinada colônia de bactérias cresce exponencialmente. Considerando que inicialmente existem 3000 bactérias e após 30 minutos estão presentes 9000, quantas bactérias estarão presentes após uma hora?

   c) A população de uma cidade é de 20000 habitantes, de acordo com um censo realizado em 1990 e de 25000 habitantes de acordo de um censo realizado em 1995. Sabendo que a população tem um crescimento exponencial, determine: i) qual era a população no ano de 1980? ii) quando esta cidade atingirá uma população de 40000 habitantes?

3. Se uma certa quantidade decresce de acordo com $Q(t) = Q_0 e^{-kt}$; Q_0, $k > 0$ dizemos que ocorre um um decrescimento exponencial com valor inicial $Q(0) = Q_0$. Dado isso, determine:

   a) No processo de estocagem de grãos, após certo tempo, os grãos se deterioram e a quantidade de grãos em condições de comercializar tem decaimento exponencial. Sabendo-se que inicialmente estão estocados 750 toneladas de grãos e após 3 anos tem-se 290 toneladas, determine a quantidade de grãos em condições de se comercializar após 5 anos.

   b) Se parar a contaminação de uma certa lagoa, estima-se que os níveis de contaminação diminuem de acordo com a lei: $y(t) = y_0 e^{-0.2582t}$, onde t é dada em anos e y_0 é o nível de contaminação quando parou a contaminação. Em quantos anos a lagoa reduzirá a contaminação pela metade?

4. Verifique se cada função f abaixo é par, ímpar ou nenhuma das duas.

   a) $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 1$;

   b) $f(x) = 5x^3 - 7x$

   c) $f(x) = x^6 - 1$

   d) $f(y) = \frac{y^3 - y}{y^2 + 1}$

   e) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

5. Determine as funções $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$, e seus respectivos domínios.

   a) $f(x) = 2x^2 - x$, $g(x) = 3x + 2$;

   b) $f(x) = 1 - x^2$, $g(x) = \frac{1}{x}$;

   c) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ e $g(x) = \frac{x+1}{x+3}$;

6. Encontre $f \circ g \circ h$.

   a) $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2$, $h(x) = 1 - x$;

   b) $f(x) = \sqrt{x-1}$, $g(x) = x^2 + 2$, $h(x) = x + 3$;

   c) $f(x) = \frac{2}{x+1}$, $g(x) = \cos(x)$, $h(x) = \sqrt{x+3}$;

7. Cada função abaixo é da forma $f \circ g$. Identifique f e g.

   a) $F(x) = (x^2 + 1)^{10}$; b) $F(x) = \sin(\sqrt{x})$;

   c) $G(x) = \frac{x^2}{x^2+4}$; d) $G(x) = \frac{1}{x+3}$;

   e) $u(t) = \sqrt{\cos(t)}$; f) $u(t) = \frac{\tan(t)}{1+\tan(t)}$;

8. Determine f de modo que $g(f(x)) = x$ para todo $x \in D(f)$, sendo g dada por

   a) $g(x) = \frac{1}{x}$

   b) $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$

   c) $g(x) = x^2, \ \ x \geqslant 0$

   d) $g(x) = x^2 - 2x, \ x \geqslant 1$

   e) $g(x) = 2 + \frac{3}{x+1}$

   f) $g(x) = x^2 - 4x + 3, \ \ x \geqslant 2$

9. Determine o domínio, a função inversa e o domínio da inversa de cada item abaixo:

   a) $f(x) = \sqrt{10 - 3x}$;

   b) $f(x) = e^{x^3}$;

   c) $y = \ln(x + 3)$;

   d) $f(x) = \frac{4x-1}{2x+3}$

   e) $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$

10. Resolva cada equação em x

    a) $2\ln(x) = 1$

    b) $e^{2x+3} - 7 = 0$

    c) $\ln(5 - 2x) = -3$

    d) $\ln(x) + \ln(x - 1) = 1$

    e) $2^{x-5} = 3$

    f) $\ln(\ln(x)) = 1$

11. Determine o domínio de cada função abaixo.

    a) $f(x) = \sqrt{3 - e^{2x}}$

    b) $f(x) = \ln(2x - 1)$

Respostas

2.

a) 10 milhões; e $14,918$ milhões; b) 27000 bactérias; c)12800 habitantes e aproximadamete 15 anos; ;

3.

a) $153,9$ toneladas; b) aproximadamente $2,7$ anos;

8.

a) $f(x) = \frac{1}{x}$ b) $f(x) = \frac{x-2}{1-x}$ c) $f(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = 1 + \sqrt{1+x}$ e) $f(x) = -1 + \frac{3}{x-2}$ f) $f(x) = 2 + \sqrt{1+x}$

9.

a)$D(f) = \{x \in \mathbb{R}; x \leqslant \frac{10}{3}\}$, $f^{-1}(x) = \frac{10-x^2}{3}$ e $D = \mathbb{R}$;

b) $D(f)=\mathbb{R}$, $\quad f^{-1}(x)=\sqrt[3]{\ln(x)}$ $\quad$ e $D=\{x\in\mathbb{R}; x>0\}$;

c) $D(f)=\{x\in\mathbb{R}; x>-3\}$, $\quad y=e^x-3$ e $D=\mathbb{R}$;

d)$D(f)=\{x\in\mathbb{R}; x\neq\frac{-3}{2}\}$, $\quad y=\frac{-1-3x}{2x-4}$ $\quad$ e $\quad D=\{x\in\mathbb{R}; x\neq 2\}$;

e) $D(f)=\{x\in\mathbb{R}; x\neq 0\}$, $\quad y=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ $\quad D=\{x\in\mathbb{R}; x<-1 \text{ ou } x>1\}$.

10.

a) $x=e^{\frac{1}{2}}$; $\quad$ b) $x=\frac{\ln(7)-3}{2}$; $\quad$ c) $x=\frac{5-e^{-3}}{2}$; $\quad$ d) $x=\frac{1\pm\sqrt{1+4e}}{2}$; $\quad$ e) $x=5+\log_2(3)$; f)$x=e^e$;

11.

a) $D=\{x\in\mathbb{R}; x\leqslant\frac{\ln(3)}{2}\}$; $\quad$ b)$D=\{x\in\mathbb{R}; x>\frac{1}{2}\}$;