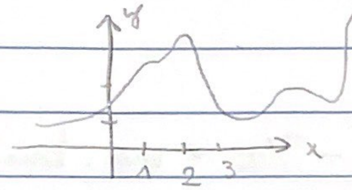
cálculo 1, stewart, vol 1, ed 5, cap 4.1

1 Mínimo local ocorre em um intervalo da função. Mínimo absoluto precisa ser mínimo no domínio de definição da função.

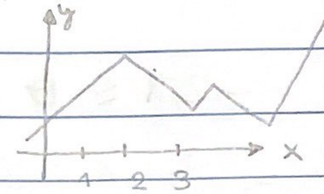
3 b → máximo absoluto   b, e → máximo local

d → mínimo absoluto   d, s → mínimo local

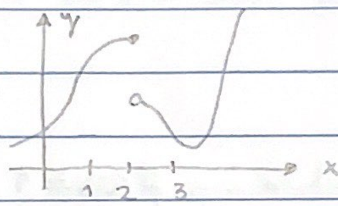
11 a)



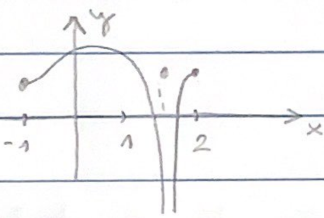
b)



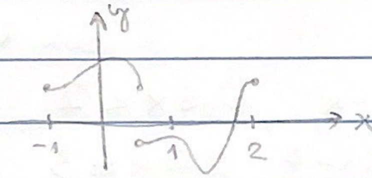
c)



13 a)



b)

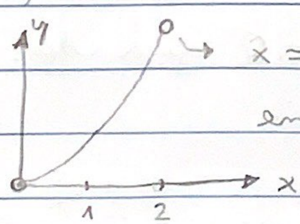


15 $f(x) = 8 - 3x$ $x \geq 1$

$f(1) = 5$ $f(2) = 2$ $f(3) = -1$

como $x = 1$ está no domínio, o ponto $(1,5)$ é um máximo absoluto

17 $f(x) = x^2$ $x < 2$ e $x > 0$

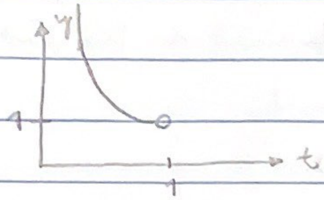


→ $x = 2$ não é parte do domínio, assim como $x = 0$, então não há máximos e mínimos

19 $f(x) = x^2$ $x \geq 0$ e $x < 2$

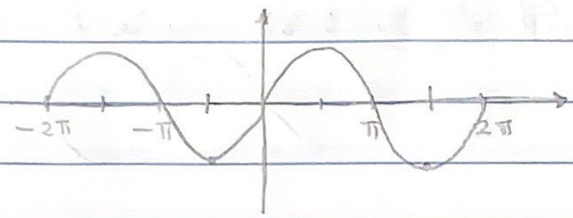
nesse caso $x = 0$ é mínimo absoluto da função em seu domínio de definição

23 $f(t) = 1/t \qquad 0 < t < 1$



nenhum máximo ou mínimo

25 $f(\theta) = \text{sen}\,\theta \qquad -2\pi \leq \theta \leq 2\pi$



$3\pi/2$ e $-\pi/2 \rightarrow$ mín. local e absol.

$-3\pi/2$ e $\pi/2 \rightarrow$ max. local e absol.

27 $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ máximo local/absoluto em $f(0) = 1$

sem mínimos

29 $f(x) = \begin{cases} 1-x, & 0 \leq x < 2 \\ 2x-4, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$

$f(0) = 1$ não é máximo local pois não existe intervalo aberto com $x=0$

$f(3) = 2$ é máximo absoluto

31 $f(x) = 5x^2 + 4x$

$f'(x) = 10x + 4 \qquad 10x + 4 = 0$ quando $x = -4/10 = -2/5$

33 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = x^2 + 2x - 8$ é $= 0$ quando:

$S: -2 \quad P: -8$

$x' = -4$ e $x'' = 2$

35 $f(t) = 3t^4 + 4t^3 - 6t^2 \qquad f'(t) = 12t^3 + 12t^2 - 12t$

$= t^3 + t^2 - t$

$f'(t) = 0$ para $t = 0$

$(t-0) \cdot Q(t) = 0$

$\dfrac{t^3 + t^2 - t}{t} = t^2 + t - 1 = 0 \longrightarrow t = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

37 $g(x) = 12x + 31$

$g'(x) = 12$ $\quad g'(x) \neq 0$, sem números críticos

39 $g(t) = 5t^{2/3} + t^{5/3}$

$g'(t) = 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot t^{-1/3} + \frac{5}{3} \cdot t^{2/3} = \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{t}} + \frac{5}{3} \cdot \sqrt[3]{t^2}$

$= \frac{10}{3\sqrt[3]{t}} + \frac{5 \cdot \sqrt[3]{t^2} \cdot \sqrt[3]{t}}{3\sqrt[3]{t}} = \frac{10 + 5\sqrt[3]{t^3}}{3\sqrt[3]{t}} = \frac{10 + 5t}{3\sqrt[3]{t}}$ é $= 0$

quando $10 + 5t = 0 \rightarrow t = -2$

$g'(x)$ não existe quando $3 \cdot \sqrt[3]{t} = 0$, ou seja $t = 0$

R: números críticos $t = -2$ e $t = 0$

41 $F(x) = x^{4/5} \cdot (x-4)^2 = x^{4/5} \cdot (x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 16)$

$= x^{4/5} \cdot (x^2 - 8x + 16) = x^{14/5} - 8x^{9/5} + 16x^{4/5}$

$F'(x) = \frac{14}{5} x^{9/5} - \frac{8 \cdot 9}{5} \cdot x^{4/5} + \frac{16 \cdot 4}{5} \cdot x^{-1/5}$

$= \frac{14 \, x^{9/5} \cdot x^{1/5}}{5 \cdot x^{1/5}} - \frac{72 \cdot x^{4/5} \cdot x^{1/5}}{5 \cdot x^{1/5}} + \frac{64}{5 \cdot x^{1/5}}$

$= \frac{14 \cdot x^{10/5} - 72x^{5/5} + 64}{5 \cdot x^{1/5}} = \frac{14x^2 - 72x + 64}{5 \cdot \sqrt[5]{x}}$

é $= 0$ quando $14x^2 - 72x + 64 = 0$, ou seja $x' = 8/7$, $x'' = 4$

e é indefinida quando $5 \cdot \sqrt[5]{x} = 0$, ou seja $x = 0$

R: números críticos $x = 8/7$, $x = 4$ e $x = 0$

43 $f(\theta) = 2\cos\theta + \operatorname{sen}^2\theta$

$f'(\theta) = 2 \cdot -\operatorname{sen}\theta + [\operatorname{sen}^2\theta]' = -2\operatorname{sen}\theta + 2\operatorname{sen}\theta \cdot \cos\theta$

$[\operatorname{sen}^2(x)]' \rightarrow F = x^2 \quad G = \operatorname{sen}(x) \quad [\operatorname{sen}^2(x)]' = 2\operatorname{sen}(x) \cdot \cos(x)$

$F' = 2x \quad G' = \cos(x)$

$f'(\theta) = 2\operatorname{sen}\theta \cdot (-1 + 2\cos\theta)$ é $= 0$ quando

$2\operatorname{sen}\theta = 0$, $\quad \theta = k\pi$

$-1 + 2\cos\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1/2$, $\quad \theta = \pi/3 + k\pi$

45 $f(x) = x \ln x$ $\quad f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$

$= \ln x + 1$

$\ln x + 1 = 0$ quando $\ln x = -1$

$x = \frac{1}{e}$

47 $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$, $[0, 3]$

$f'(x) = 6x - 12 = 0$ quando $x = 2$

testando os extremos da função e $x = 2$:

$f(3) = 27 - 36 + 5 = -4$ $\quad f(0) = 5$ $\quad f(2) = -7$

máximo absoluto $\rightarrow f(0) = 5$ $\quad$ mínimo absoluto $\rightarrow f(2) = -7$

49 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$, $[-2, 3]$

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = x^2 - x - 2$ é $= 0$ quando $x = 2$ e $x = -1$

testando:

$f(-2) = -16 - 12 + 24 + 1 = -3$

$f(3) = 54 - 27 - 36 + 1 = -8$

$f(2) = 16 - 12 - 24 + 1 = -19$ $\rightarrow$ mínimo absoluto

$f(-1) = -2 - 3 + 12 + 1 = 8$ $\rightarrow$ máximo absoluto

51 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$, $[-2, 3]$

$f'(x) = 4x^3 - 4x = x^3 - x$ é $= 0$ em $x = 0$, $x = 1$ e $x = -1$

testando:

$f(-2) = 16 - 8 + 3 = 11$

$f(3) = 81 - 18 + 3 = 66$ $\rightarrow$ máximo absoluto

$f(0) = 3$

$f(1) = 1 - 2 + 3 = 2$ $\rightarrow$ mínimo absoluto

$f(-1) = 1 - 2 + 3 = 2$ $\rightarrow$ mínimo absoluto

53 $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$, $[-1, 2]$

$f'(x) = \dfrac{1 \cdot x^2 + 1 - x \cdot (2x)}{(x^2+1)^2} = \dfrac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \dfrac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$

$f'(x) = 0$ quando $-(x^2)+1 = 0$, $x' = 1$ e $x'' = -1$

testando:

$f(-1) = -1/2 \rightarrow$ mínimo absoluto

$f(2) = 2/5$

$f(1) = 1/2 \rightarrow$ máximo absoluto

55 $f(t) = t\sqrt{4-t^2}$, $[-1, 2]$

$f'(t) = 1 \cdot \sqrt{4-t^2} + t \cdot [\sqrt{4-t^2}]'$

$[(4-t^2)^{1/2}]' \Rightarrow$ $F = x^{1/2}$ $\quad G = 4-t^2$ $\Rightarrow \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{\sqrt{4-t^2}} \cdot -2t$

$F' = \dfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ $\quad G' = -2t$

$f'(t) = \sqrt{4-t^2} + \dfrac{-\cancel{2}t^2}{\cancel{2}\sqrt{4-t^2}} = \sqrt{4-t^2} \dfrac{-t^2}{\sqrt{4-t^2}} = \dfrac{(\sqrt{4-t^2})^2 - t^2}{\sqrt{4-t^2}} = \dfrac{4-2t^2}{\sqrt{4-t^2}}$

$f'(t) = 0$ é $= 0$ quando $4 - 2t^2 = 0$, $x' = \sqrt{2}$ e $x'' = -\sqrt{2}$

testando:

$f(-1) = -\sqrt{4-1} = -\sqrt{3} \rightarrow$ mínimo absoluto

$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{4-\sqrt{2}^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \rightarrow$ máximo absoluto

$f(-\sqrt{2}) = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{4-(\sqrt{2})^2} = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = -2$

$\hookrightarrow = -1,414$ está fora do domínio