cálculo 1, stewart, vol 1, ed 5, cap 3.1

1 a) e é definido $\lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$

b) 0,99 e 1,03 $\quad 2,7 < e < 2,8$

3 $f(x) = 186,5 \qquad f'(x) = 0$

5 $f(x) = 5x - 1 \qquad f'(x) = 5 - 0 = 5$

7 $f(x) = x^2 + 3x - 4 \qquad f'(x) = 2x + 3 - 0 = 2x + 3$

9 $f(x) = 1/4 \cdot (t^4 + 8) \qquad f'(x) = 1/4 \cdot (4t^3 + 0) = 1/4 \cdot 4t^3 = t^3$

11 $f(x) = x^{-2/5}$ $\qquad$ se $f(x) = x^n$, então $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

$n = \frac{-2}{5} \qquad n - 1 = -\frac{2}{5} - 1 = \frac{-2-5}{5} = \frac{-7}{5}$

$f'(x) = -\frac{2}{5} \cdot x^{-\frac{7}{5}} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{x^7}} = -\frac{2}{5 \cdot \sqrt[5]{x^5 \cdot x^2}} = \frac{-2}{5x\sqrt[5]{x^2}}$

13 $V(r) = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \qquad [c \cdot f(x)]' = c \cdot f'(x)$

$V'(r) = \frac{4\pi}{3} \cdot (r^3)' \qquad (r^3)' = 3r^2$

$= \frac{4\pi}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3}r^2 = 4\pi r^2$

15 $Y(t) = 6t^9 \qquad [c \cdot f(x)]' = c \cdot f'(x)$

$f(x) = x^n \qquad f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

$Y'(t) = 6 \cdot 9t^8 = 54t^8$

17 $G(x) = \sqrt{x} - 2e^x \qquad G'(x) = (\sqrt{x})' - (2e^x)' = (x^{\frac{1}{2}})' - (2 \cdot \underbrace{(e^x)'}_{})$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} - 2 \cdot e^x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2e^x}{1} \qquad (e^x)' = e^x$

$= \frac{1\sqrt{x}}{2x} - \frac{2e^x}{1}$

19 $F(x) = \left(\frac{1}{2}x\right)^5 = \frac{1}{32} \cdot x^5 \qquad F'(x) = \frac{1}{32} \cdot 5x^4$

21 $g(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} \qquad g'(x) = (x^2)' + \left(\frac{1}{x^2}\right)' = 2x + (x^{-2})'$

$= 2x + (-2 \cdot x^{-3}) = 2x - 2 \cdot \frac{1}{x^3} = 2x - \frac{2}{x^3}$

23 $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{\sqrt{x}}$, com $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$

$f'(x) = \frac{(x^2+4x+3)' \cdot x^{\frac{1}{2}} - ((x^2+4x+3) \cdot \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}})}{(\sqrt{x})^2}$

$= \frac{(2x+4.1+0) \cdot (\sqrt{x}) - ((x^2+4x+3) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}})}{x} \rightarrow = \frac{x^2+4x+3}{2\sqrt{x}}$

$= \frac{2x\sqrt{x} + 4\sqrt{x} - \frac{x^2+4x+3}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{\frac{(2\sqrt{x})(2x\sqrt{x} + 4\sqrt{x}) - (x^2+4x+3)}{2\sqrt{x}}}{x}$

$= \frac{(4x^2+8x-x^2+4x-3)}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3x^2+4x-3}{2\sqrt{x} \cdot x}$

25 $f(x) = 4\pi^2 \qquad f'(x) = 0$

27 $f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(x) = (ax^2)' + (bx)' + (c)' = a \cdot (x^2)' + b \cdot (x)' + 0 = a \cdot 2x + b$

$= 2xa + b$

29 $v = t^2 - \frac{1}{\sqrt[4]{t^3}} \qquad v' = (t^2)' - \left(\frac{1}{\sqrt[4]{t^3}}\right)' = 2t - \left(\frac{1}{t^{3/4}}\right)'$

$= 2t - (t^{-3/4})' = 2t - \left(-\frac{3}{4}t^{-7/4}\right) = 2t + \frac{3}{4}t^{-7/4}$

31 $z = \frac{A}{y^{10}} + Be^y \qquad z' = \left(\frac{A}{y^{10}}\right)' + (Be^y)' \Rightarrow \left(\frac{A}{y^{10}}\right)' = \left(\frac{A}{1} \cdot \frac{y^{-10}}{1}\right)' = A \cdot -10y^{-11}$

$z' = -10 \cdot A \cdot y^{-11} + B \cdot e^y$

45 curva $= 2x^3+3x^2-12x+1$, onde a tangente é horizontal

$m=0$, $y'=0$

$y' = (2x^3)' + (3x^2)' - (12x)' + (1)'$

$= 2.3x^2 + 3.2x - 12.\cancel{x^{0-1}} + 0 = 6x^2+6x-12$

$y'=0$, $y' = 6x^2+6x-12 = \underbrace{x^2+x-2=0}$ Soma $=-1$ $x'=1$

Produto $=-2$ $x''=-2$

a tangente é horizontal em $x=1$, e em $x=-2$

$y=?$, $y=?$

$y = 2x^3+3x^2-12x+1$ $P_1=(1,-6)$ $P_2=(-2,21)$

$f(1) = 2+3-12+1 = -6$

$f(-2) = 2.-8+3.4+24+1 = 21$

46 $f(x) = x^3+3x^2+x+3$ $f'(x) = 3x^2+6x+1=0$

$x' = \dfrac{-3-\sqrt{6}}{3}$ $x'' = \dfrac{-3+\sqrt{6}}{3}$

55 $f(x)$ não é diferenciável em $x=1$

$\dfrac{d(2-x)}{dx} = -1$ $\dfrac{d(x^2-2x+2)}{dx} = 2x-2$, em $x=1$ é $0$

56
$$g(x)\begin{cases}-2x-1, & x<-1\\ x^2, & -1\leq x\leq 1\\ x, & x>1\end{cases} \qquad g'(x)\begin{cases}-2, & x<-1\\ 2x, & -1\leq x\leq 1\\ 1, & x>1\end{cases}$$

se $x\to -1^-$, $g'(-1)=-2$

se $x\to -1^+$, $g'(-1)=-2$ a função $g(x)$ é diferenciável em $\mathbb{R}-1$

se $x\to 1^-$, $g'(1)=2$

se $x\to 1^+$, $g'(1)=1$

60
$$f(x)\begin{cases}x^2, & \text{se } x\leq 2\\ mx+b, & \text{se } x>2\end{cases} \qquad g'(x)\begin{cases}2x, & x\leq 2\\ m, & x>2\end{cases}$$

a função é diferenciável em toda parte se $m=4$ e $b=\mathbb{R}$