



## GUIA 8, Probabilidades

Carrera: Ingenierías Varias

(Tema: Distribuciones de Muestreo e Intervalos de Confianza)

1. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con distribución Ji-Cuadrado y 10 grados de libertad ( $\chi_{10}$ ), determine las siguientes probabilidades:
  - a.  $P(X \leq 3,25)$
  - b.  $P(3,25 \leq X \leq 20,48)$
  - c.  $P(X \geq 3,25)$
2. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con distribución Ji-Cuadrado y 15 grados de libertad ( $\chi_{15}$ ), determine el valor de  $x_0$  conocidas las probabilidades:
  - a.  $P(X \leq x_0) = 0,99$
  - b.  $P(X \geq x_0) = 0,025$
  - c.  $P(24,996 \leq X \leq x_0) = 0,045$
3. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con distribución t-student y 10 grados de libertad ( $t_{10}$ ), determine las siguientes probabilidades:
  - a.  $P(X \leq -2,764)$  y  $P(X \leq 2,764)$
  - b.  $P(X \leq -2,228)$  y  $P(X \leq 2,228)$
  - c.  $P(X \leq -1,812)$  y  $P(X \leq 1,812)$
4. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con distribución t-student y 10 grados de libertad ( $t_{10}$ ), determine el valor de  $x_0$  conocidas las siguientes probabilidades:
  - a.  $P(X \leq x_0) = 0,01$  y  $P(X \geq x_0) = 0,01$
  - b.  $P(X \leq x_0) = 0,025$  y  $P(X \geq x_0) = 0,025$
  - c.  $P(X \leq x_0) = 0,10$  y  $P(X \geq x_0) = 0,10$
5. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con distribución F de Fisher y 10 grados en el numerador y 7 en el denominador ( $F_{(10,7)}$ ), determine las siguientes probabilidades:
  - a.  $P(X \leq 2,703)$  y  $P(X \leq 4,761)$
  - b.  $P(X \leq 3,637)$  y  $P(X \leq 6,620)$
  - c.  $P(X \leq 0,589)$  y  $P(X \leq 3,789)$  (utilize STATGRAPHICS)

6. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con distribución F de Fisher con 15 grados de libertad en el numerador y 25 en el denominador ( $F_{(15,25)}$ ), determine el valor de  $x_0$  conocidas las siguientes probabilidades:
  - a.  $P(X \leq x_0) = 0,01$  y  $P(X \geq x_0) = 0,01$
  - b.  $P(X \leq x_0) = 0,025$  y  $P(X \geq x_0) = 0,025$
  - c.  $P(X \leq x_0) = 0,10$  y  $P(X \geq x_0) = 0,10$
  
7. Para un determinado nivel de ingresos, el Servicio de Impuestos Internos sabe que las cantidades declaradas por concepto de deducciones médicas ( $X_1$ ), contribuciones caritativas ( $X_2$ ) y gastos varios ( $X_3$ ), son variables aleatorias independientes normalmente distribuidas con medias \$400, \$800 y \$100; con desviaciones estándar \$100, \$250 y \$40, respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad que la cantidad total declarada por concepto de estas tres deducciones, no sea mayor que \$1600?
  
8. Suponga que las calificaciones de estudiantes de una asignatura de estadística están normalmente distribuidas, con media 72 y una desviación estándar de 9 (calificaciones de 0 a 100). Determine:
  - a. La probabilidad que un estudiante cualquiera, tenga una calificación superior a 80 puntos.
  - b. La probabilidad que una muestra aleatoria de 10 estudiantes, tengan una calificación promedio, superior a 80 pts.
  
9. Se toma una muestra aleatoria de tamaño  $n_1=16$  de una población normal de media 75 y una desviación estándar de 8. De otra población normal, se toma una muestra aleatoria de tamaño  $n_2=9$ , con media 70 y una desviación estándar de 12. Sean  $\bar{X}_1$  y  $\bar{X}_2$ , las medias de cada muestra respectivamente. Determine:
  - a. La probabilidad que  $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ , se mayor que 4.
  - b. La probabilidad que  $3,5 \leq \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \leq 5,5$ .
  
10. Un fabricante de baterías para automóvil, garantiza que sus baterías duraran en promedio 3 años, con una desviación estándar de 1 año. Si cinco de sus baterías arrojan las siguientes duraciones: 1,9 / 2,4 / 3 / 3,5 / 4,2 años. ¿Con base a los datos de esta muestra, puede realmente el fabricante estar convencido que sus baterías realmente tienen una varianza de 1 año?
  
9. Se ha llevado a cabo un análisis de nicotina en una marca de cigarrillos y se ha encontrado en una muestra de 100 cigarrillos una media de 26 mg. Si se sabe que la desviación estándar poblacional es de 8 mg, entonces:
  - a. Construya un intervalo de confianza del 99% para el contenido medio de nicotina.
  - b. ¿Cuál debería ser el tamaño de muestra para que el intervalo disminuya en 2 mg?
  
10. Determinar un intervalo con un nivel de confianza del 95% para la media de una distribución normal con varianza 9, usando una muestra de tamaño  $n=100$  con media 5. ¿Qué valor debe tomar  $n$  si deseamos obtener un intervalo con un nivel de confianza del 95% y un error máximo respecto de la media de 0.4?

15. Una muestra de 200 personas tiene una estatura media de 1,72 m. y una varianza de  $0,52 \text{ m}^2$ . Obtener un intervalo de confianza al 98%.

16. Se desea evaluar la aceptación que en el público tendría cierto espacio radial. Una muestra aleatoria estratificada por sexo arrojó los resultados siguientes:

Sexo	$\hat{p}_i$	$n_i$
Hombres	0.62	90
Mujeres	0.58	80

- En pocas palabras explica/interpreta las cifras de la tabla anterior.
  - Estima la proporción  $p$  de personas que estarían dispuestas a escuchar el espacio radial en cuestión.
  - Formular y probar las hipótesis relativas al problema.
13. Los siguientes datos corresponden a la longitud medida en centímetros de 18 pedazos de cable sobrante en cada rollo utilizado: 9, 3.41, 6.13, 1.99, 6.92, 3.12, 7.86, 2.01, 5.98, 4.15, 6.87, 1.97, 4.01, 3.56, 8.04, 3.24, 5.05, 7.37. Basados en estos datos, ¿se puede decir que la longitud media de los pedazos de cable es mayor de 4cm? Supón datos normales.
14. Se comparó la eficacia de dos tipos de aceite para evitar el desgaste en unas piezas. En 13 piezas se utilizó el aceite 1 y en otras 13 el aceite 2. Las varianzas muestrales fueron 64 y 16 respectivamente. ¿Se puede concluir igualdad de varianzas poblacionales?
15. ¿Cuál es la probabilidad de que la longitud de un intervalo de confianza para la media de una población normal con varianza desconocida sea menor que la desviación estándar poblacional de la media, para muestras de tamaño 20?
16. En un proceso químico, se comparan dos catalizadores para verificar su efecto en el resultado de la reacción del proceso. Se preparó una muestra de 12 procesos utilizando el catalizador 1 y una de 10 utilizando el catalizador 2. En el primer proceso se obtuvo un rendimiento promedio de 85, con una desviación estándar de 4, mientras que el promedio para la segunda muestra fue de 81, con una desviación estándar de 5. Determine una estimación probabilística para la diferencia de las medias poblacionales, con un nivel de significación del 5% (Sumir normalidad en las poblaciones de origen)
17. Se toma una muestra de 50 cascos de suspensión utilizados por corredores de motocicletas y los conductores de automóviles de carrera, y se someten a una prueba de impacto. Si en 18 cascos se observa daño, entonces.
- Encuentre un intervalo de confianza al 95% de confianza, para la verdadera proporción de cascos de este tipo que muestran daño como resultado de la prueba de impacto.
  - Al utilizar la estimación puntual de  $p$  obtenida a partir de la muestra preliminar de 50 cascos de este tipo, ¿Cuántos cascos deben probarse para tener una confianza de 95% de que el error al estimar el verdadero valor de  $p$  sea menor que 0,02?

18. Se utilizan dos máquinas para llenar botellas de plástico con un volumen neto de 16.0 onzas. Las distribuciones de los volúmenes de llenado pueden suponerse normales, con desviaciones estándar  $\sigma_1 = 0.020$  y  $\sigma_2 = 0.025$  onzas. Un miembro del grupo de ingeniería de calidad sospecha que el volumen neto de llenado de ambas máquinas es el mismo, sin importar si éste es o no de 16 onzas. De cada máquina se toma una muestra aleatoria de 10 botellas.

Maq. 1	16.03	16.04	16.05	16.05	16.02	16.01	15.96	15.98	16.02	15.99
Maq. 2	16.02	15.97	15.96	16.01	15.99	16.03	16.04	16.02	16.01	16.00

- a. ¿Se encuentra el ingeniero en lo correcto? Utilice  $\alpha=0.10$   
b. ¿Se encuentra el ingeniero en lo correcto? Utilice  $\alpha=0.05$

19. En un estudio que se realizó en los Virginia Polytechnic Institute and State University en 1993, sobre el desarrollo de una relación simbiótica entre las raíces de los árboles y un hongo que transfiere minerales y absorbe azúcares. Si se plantaron 20 plántulas de robles rojos con el hongo *Pisolithus tinctorius* en un invernadero, donde el terreno, la cantidad de sol y el agua recibida fue igual para todos. La mitad de las plántulas no recibió nitrógeno al momento de plantarse, con el objeto que sirviera como control y la otra mitad recibió 368 ppm. de nitrógeno en forma de  $N_aNO_3$ . Al final de 140 días, se registraron los siguientes valores en gramos para los pesos de los tallos.

Con Nitrógeno	0.32	0.52	0.28	0.37	0.47	0.43	0.36	0.42	0.38	0.43
Sin Nitrógeno	0.26	0.43	0.47	0.49	0.52	0.75	0.79	0.86	0.62	0.46

Asumiendo que las poblaciones son normales, ¿son los pesos de los tallo de las plántulas que no recibieron nitrógeno y las que si recibieron, estadísticamente iguales con un nivel de significación del 5%?

20. Se analizan dos catalizadores (aceleradores de reacción) que se agregan en la mezcla de adhesivo utilizado en la fabricación de tableros de partículas (aglomerados). El catalizador 1 es el que se utiliza normalmente y el catalizador 2 es ofrecido por un nuevo proveedor a un costo menor y según sus fabricantes con el mismo poder de aceleración que el usado hasta ahora. El jefe de la planta de aglomerados considera que si el nuevo catalizador tiene el mismo rendimiento que el normalmente usado, entonces se usará el catalizador 2. Motivo por el cual se diseña un ensayo que permite comparar ambos catalizadores, y los resultados se muestran a continuación.

	1	2	3	4	5	6	7	8
Catalizador 1	91.5	94.18	92.18	95.39	97.79	89.07	94.72	89.21
Catalizador 2	89.19	90.95	90.46	93.21	97.19	97.04	91.07	92.75

¿Qué decisión debe tomar el jefe de la planta?