Universidad de la Frontera
Facultad de Ingenieria, Ciencias y Administración
Depto de Matemáticas y Estadística
Profesor: Jorge Cortés Q.
Ayudante:

# GUIA 5, PROBABABILIDADES

*(Ingenierías Civiles Varias)*

**Tema: Una Variable Aleatoria**

**1**.- En una bodega donde se almacena cajas de bebidas de PUB COMPANY, especificamente del tipo Cola, se toma una muestra al azar de 3 cajas las que pueden ser de 3 tipos: familiar 2 litros, litro e individual. Si la probabilidad de encontrar una caja de bebida que sea de cualquier tipo es la misma, entonces elija una de las tres categorías de clasificación posible de tipo de bebida, y defina la variable aleatoria como el número de ocurrencias de dicha categoría en la muestra.

**a**. Elija una de las 3 tipos de bebida y defina claramente la Variable Aleatoria
**b**. Costruya la Variable Aleatoria
**c**. Construya la Función de Cuantía
**d**. Construya la Función de Distribuciòn de Probabilidad Acumulada.
**e**. Determine el coeficiente de variación.

**2**.- Dada la v. a. Z con función de probabilidad asociada P(z), entonces :

| Z | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| P(z) | 0.1 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.3 |

**a**. Construir la función de Distribución de probabilidades Acumuladas.
**b**. Calcular la esperanza de E(Z)
**c**. Calcular la V(Z)
**d**. Calcule la Esperanza y Varianza de $\frac{Z}{2}$ y $\frac{(2z-5)}{10}$
**e**. Determine el coeficiente de variación de : Z , $\frac{Z}{2}$ y $\frac{(2z-5)}{10}$
**f**. $P(Z \leq -5)$
$P(Z \geq 10)$
$P(Z > 2)$
$P(Z < 3)$
$P(3 < Z \leq 10)$
**g**. Construya el gráfico adecuado para representar la Función de Probabilidades .
**h**. Construya el gráfico adecuado para representar la Función de Probabiliadaes Acumulada

**3**.- Una v.a. X tiene la siguiente función de probabilidades

| xi | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| p(xi) | $\frac{1}{10}$ | $\frac{3}{20}$ | k | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{10}$ |

**a**. Determine el valor de k para que (x , p(x) ) sea una Función de Probabilidad
**b**. Hallar la fdp de 2x, x+1 y 2x + 5
**c**. Determine E(2x), E(x+1) y E[ (2x + 5) ]
**d**. Estandarice x
**e**. Gráfique F(x).

**4**.- Sean $a$ y $b$ dos enteros positivos. Sea $X$ una variable aleatoria discreta que toma todos los valores enteros comprendidos entre $a$ y $a*b$, con probabilidades:

$$P(X = x) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \; si\ 1 \le x \le ab$$
$$P(X = x) = 0 \qquad si\ x \ge ab$$

**a**. ¿Qué condición debe verificar $a$ y $b$ para que $P(X = x)$ pueda ser considerada como función de cuantía o masa de probabilidad de $X$?
**b**. Determinar la función de distribución $F(x)$. ¿Cúales son las soluciones de la ecuación $F(x) = \frac{1}{2}$?

**5.** La función de probabilidad de una variable aleatoria discreta $X$, es:

| $x_i$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | $0,2$ | $a$ | $b$ | $0,25$ |

Si se sabe que $E(X) = 1,55$. Determine el valor de la Varianza.

**6**. La presencia de clientes dificiles en una hora en una gran tienda varia entre 0 a 3, y sus probabilidades están dadas por:

$p(x)=\binom{3}{x}*0.4^{x}*0.6^{3-x}$ ; con $x$=0,1,2,3

**a**. Muestre que p(x) es una función de probabilidades.
**b**. Calcule las siguientes probabilidades:
- La probabilidad que existan a lo menos dos clientes dificiles en una hora.
- La probabilidad que exista mas de un cliente dificil, en una hora.

**7**. Una variable aleatoria discreta X, puede tomar cuatro posibles con probabilidades $(1 + 3x)/4$, $(1 - x)/4$, $(1 + 2x)/4$, $y\,(1 - 4x)/4$. ¿Para que valores de $X$ se tiene un función de cuantía o masa de probabilidad?

**8**. La función de probabilidad de una variable aleatoria discreta X viene dada por:

$$P(X = x) = \begin{cases} \frac{r-1}{6} & para \quad r = 2,\, 3,\, 4 \\ 0 & otro\ caso \end{cases}$$

Determine el coeficiente de variación.

**9**. A un alumno de la carrera Ingeniero en Recursos Naturales que cursa la asignatura de Estadística en la Universidad De La Frontera de Temuco, se le encarga analizar el comportamiento del peso de estomagos de una muestra de Salmones obtenidos de la psicultura de Lautaro. Sabiendo que el peso de los estomagos de Salmones se resume en una media de igual a 207.33 grs y una desviación estándar igual a 59.244 grs, ¿qué porcentaje de Salmones difieren en no más de 85 grs de la media.?

**10**. Una compañía de PC's arma 2 computadoras con ciertos defectos por cada 7 armadas (el armado de una PC es independiente de otra cualquiera). El departamento de Control de Calidad, cada cierto tiempo selecciona 3 PC's, para la evaluación del proceso de armado. Si el armado de PC's defectuosas, para la compañía representa una perdida de \$20 si el número de PC's defectuosas es de 1 ó 2, y de \$50 si el número de PC's defectuosas es superior a 2.

**a**. Si $X$ *es la variable aleatoria de PC's defectuosas en un lote de 3,* definir por extensión la V.A. $X$ y determinar su función de desnsidad.
**b**. Calcular $E[X]$ y $V[X]$.
**c**. Evaluar e interpretar la perdida esperada de la compañía, por concepto de armado de PC'S defectuosas.

**11**. El tiempo total, medido en unidades de 100 horas, que un adolescente escucha su estéreo durante un año es una variable aleatoria continua X que tiene la siguiente función de densidad:

$$\mathrm{f}(x) = \begin{cases} x & , 0 < x \leq 1 \\ 2 - x & , 1 \leq x < 2 \\ 0 & , \, otro\,caso \end{cases}$$

**a**. Sea $Y = 60 + 39X$, donde Y es la variable aleatoria que representa el número de kilovatio-hora que se consumen anualmente, entonces determine el coeficiente de variación.
**b**. Determine límites para la variable aleatoria Y, de modo que entre estos límites se encuentre al menos el 80% central del número de kilovatio-hora que se consumen anualmente.

**12**. Sea X una variable aleatoria continua con funcion de densidad:

$$\mathrm{f}_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & ; a < x < b \\ 0 & ; otro\,caso \end{cases}$$

$$(b^3 - a^3) = (b-a)(b^2 - ab + a^2)$$

**a**. Determine la función de probabilidad acumulada $\mathrm{F}_X(x)$.
**b**. Determine la esperanza de la variable aleatoria $X$.
**c**. Determine la varianza de la variable aleatoria X.
**d**. Sea $Y = 2X$, una variable aleatoria. determine la esperanza y varianza de Y.

**13**. La demanda semanal de soda gaseosa, en miles de litros de un local de tiendas es una variable aleatoria continua $g(X) = X^2 + X - 2$, donde X tiene la función de densidad:

$$\mathrm{f}_X(x) = \begin{cases} 2(X-1) & ; 1 < x < 2 \\ 0 & ; otro\,caso \end{cases}$$

Determine el valor esperado de g(X).

**14**. Sea X una variable aleatoria continua definida en [2,5], con funcion de densidad dada por:

$$\mathrm{f}_X(x) = \begin{cases} \frac{2*(x+1)}{27} & ; 2 < x < 5 \\ 0 & ; otro\, caso \end{cases}$$

Entonces determine:
**a**. $P(X \leq 4)$
**b**. $P(X > 6)$
**c**. $P(X < 4 / X > 3)$
**d**. $E[X]\, y\, V[X]$

**15**. Sea X una V.A. discreta que toma valores 0, 1, 2 y 3, de que se conoce:

$P(x < 1) = \frac{1}{4}$, $P(1 \leq x \leq 2) = \frac{1}{2}$, $P(0,5 < x \leq 3) = \frac{6}{8}$, $E(X) = \frac{11}{8}$

Determine la función de distribución de probabilidad Acumulada de X.

**16**. Probar que la función:

$$\mathrm{f}_X(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x} & ; si\ \ x > 0 \\ 0 & ; otro\, caso \end{cases}$$

Es función de densidad de una variable aleatoria continua X, para cualquier valor de $\alpha$. Hallar la esperanza.

**17**. El porcentaje de contaminante presente en una muestra de aire es una variable aleatoria con función de densidad dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} a + bx^2 & ; si\ \ 0 < x < 1 \\ 0 & ; otro\, caso \end{cases}$$

Si $E(X) = 3/5$, determine los valores de $a$ y $b$ para que $f_X(x)$ sea función de densidad.

**18**. La siguiente función de densidad muestra el tiempo en horas que se tarda en revisar y limpiar una determinada máquina:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx(2-x) & ; si\ \ 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & ;\ otro\, caso \end{cases}$$

**a**. Determinar el valor de $k$, para que $f_X(x)$ sea función de densidad.
**b**. Calcule $P(|X - \mu| > 4\sigma^2)$.