

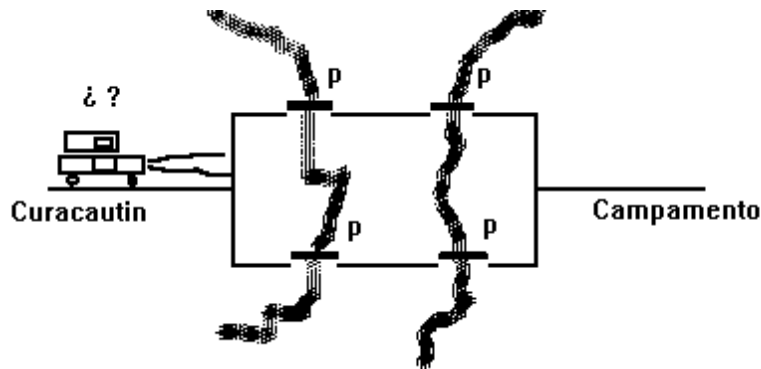


## GUIA 3, PROBABILIDADES

(Ingeniería Civiles Varias)

### Tema: Generalidades de Probabilidades

1. La srta Cox y el sr Canavos haciendo uso de su año sabatico deciden conocer el sur de Chile, decidiendo encontrarse en la intersección de las calles Claro Solar y Arturo Prat , Temuco, entre las 12:00 y 13:00 horas, admitiendo un retraso máximo de 10 minutos.
  - a) Defina el Espacio Muestral, y Gráfiquelo.
  - b) ¿Cuál es la probabilidad que la srta Cox y sr Canavos lleguen a la misma hora.?
  - c) ¿Cuál es la probabilidad que lleguen en el tiempo considerado retraso.?
2. Si en el interior de un círculo se selecciona un punto al azar. Hallar la probabilidad  $p$  que el punto este más cercano al centro del círculo que a la circunsferencia. Además defina correctamente el espacio muestral.
3. El Sr. Faundez alumno de la carrera de Ingeniería Forestal de la Universidad de la Frontrea se encuentra en la zona de Lonquimay realizando una práctica de Invierno. Dada su excelente gestión a cargo de un aserradero es invitado por la gerencia, a una fiesta en su honor, en la ciudad de Curacautin.
4. Avanzada la fiesta el Sr Faundez decide regresar al campamento, para evitar tentaciones y poder presentarse a primera hora al día siguiente. Para llegar al campamento el Sr Faundez tiene 2 alternativas, y en ambas debe cruzar 2 puentes, como es invierno hay un temporal existiendo el riesgo que los puentes no esten transitables. Sabiendo que la probabilidad que un puente este transitable es  $p$ , determine la probabilidad que el Sr Faundez llegue sano y salvo a su campamento (suponga además que el sr Faundez se encuentra en excelentes condiciones de interperancia).



- 5.- Un sistema se compone de cuatro elementos, cada uno de los cuales o está funcionando o está descompuesto. Analice el experimento que consiste en observar el estado de cada elemento, y donde el resultado de cada elemento se expresa mediante el vector  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$ , donde  $x_i = 1$  si el elemento  $i$  está funcionando y  $x_i = 0$  si el elemento  $i$  está descompuesto.

- a) Construya el espacio muestral de este experimento.
- b) Suponga que el sistema si los elementos 1 y 2 están trabajando, o si los elementos 3 y 4, están trabajando. Especifique por extensión todos los elementos del suceso el sistema está funcionando.
- c) Sea  $E$  el suceso que los elementos 1 y 3, están descompuestos. ¿ Cuantos resultados contiene el evento  $E$ .?

- 6.- Hallar  $P(B/A)$  y  $P(A/B)$  si :

- a)  $A$  es subconjunto de  $B$
- b)  $A$  y  $B$  son mutuamente excluyentes.

7. Probar que si  $A$  y  $B$  son sucesos Independientes, también lo son :

- a)  $A$  y  $B^c$
- b)  $A^c$  y  $B$
- c)  $A^c$  y  $B^c$

8. Considere el Experimento Aleatorio lanzar un dado rojo y uno amarillo, y observar lo que aparece en la cara superior de cada uno.

- a) Represente el Espacio Muestral generado por el experimento aleatorio descrito, de la mejor forma posible.

Dado los Sucesos :

$A$  : La suma de lo observado en la cara superior de ambos dados es 10.

$B$  : En el dado rojo aparece un número primo y en el otro no importa lo que salga.

- b) ¿  $P(A)$  ?
- c) ¿  $P(B)$  ?
- d) ¿  $P(B/A)$  ?
- e) ¿ Son los sucesos  $A$  y  $B$  estadísticamente Independientes.?
- f) ¿Cuál es la probabilidad de que  $A$  o  $B$  sucedan. ?

9.  $A$ ,  $B$  y  $C$  licitan por un contrato de implementación y asistencia técnica computacional. Las probabilidades de  $A$ ,  $B$  o  $C$  obtengan el contrato son las siguientes 0.5 , 0.3 y 0.2 respectivamente. Si lo obtiene  $A$  escogera al representante técnico  $E$  como subcontratista para la asistencia técnica con probabilidad 0.8. Si lo obtiene  $B$  o  $C$  escogieran a  $E$  como subcontratista con probabilidades 0.4 y 0.1 respectivamente. Antes que se decida quien se adjudicara el contrato ¿Cuál es la probabilidad que  $E$  realice la asistencia técnica?.

10. Un comite de 5 personas ha de ser escogido al azar sin reposición, de un grupo de 6 hombres y 4 mujeres. Demuestre que la probabilidad que el comite se componga de :

a) 2 mujeres y 3 hombres =  $10/21$

b) 4 mujeres y 1 hombre =  $1/42$

11. El curso de Probabilidades lo cursan 4 promociones de ingreso A, B, C y D, se sabe que los porcentajes de participación de las promociones en el curso son las siguientes 20%, 30%, 35% y p% respectivamente. Además el 7%, 6%, 4% y 8% de cada promoción respectivamente les gusta la asignatura realmente. Si se selecciona aleatoriamente una persona, entonces :

a) ¿Cuál es la probabilidad que no le guste el ramo realmente.?

b) ¿Cuál es la probabilidad dado que le gusta el ramo la persona sea de la promoción .?

i ) promoción A

ii ) promoción B

iii) promoción C

iv) promoción D

12. En una planta industrial de tableros de particulas se estudia la compra de adhesivo a dos proveedores. Dado que la planta posee 3 estanques para el almacenamiento de adhesivo, esta compra a dos proveedores. Cada vez que llega a la planta un camión con adhesivo, el quimico a cargo del laboratorio de control de calidad, registra el proveedor que envia el adhesivo y toma una muestra para medir densidad. A continuación se resumen los resultados obtenidos con 126 muestras.

Cumple con las especificaciones

	Si	No
Proveedor 1	80	4
Proveedor 2	40	2

Sean los sucesos:

A: La muestra es del proveedor 1.

B: La muestra cumple con las especificaciones de densidad.

a) ¿ Los sucesos **A** y **B** son independientes?

b) ¿ Los sucesos **A<sup>c</sup>** y **B** son independientes.?

c) Si la tabla se generaliza de la forma sigue:

Cumple con las especificaciones

	Si	No
Proveedor 1	$k \cdot a$	$k \cdot b$
Proveedor 2	$a$	$b$

Donde **a**, **b** y **k** son enteros positivos, entonces demuestre que los sucesos **A** y **B** son estadísticamente Independientes.

13. En una comuna, el 25% de todos los automóviles emiten excesiva cantidad de contaminantes. Si la probabilidad es 0.99 de que un automóvil que emite excesiva cantidad de contaminantes

no aprobará la prueba de emisión de gases y la probabilidad es de 0.17 de que un automóvil que no emite excesiva cantidad de contaminantes no apruebe la prueba de gases, ¿cuál es la probabilidad de que un automóvil que no pase la prueba de gases en realidad emita cantidad excesiva de contaminantes.?

**14.** El parte meteorológico ha anunciado tres pronósticos posibles para el fin de semana:

- a) Que llueva: con probabilidad del 50%.
- b) Que nieve: con probabilidad del 30%
- c) Que haya niebla: con probabilidad del 20%.

La probabilidad de encontrar distintos estados meteorológicos dado que hay un accidente es:

- i. 20%, si está lloviendo.
- ii. 10%, si está nevando.
- iii. 5%, si hay niebla.

Con base a estos datos, determine la probabilidad de un accidente dado que:

- a) este nevando.
- b) este lloviendo.
- c) este con niebla.

**15.** Un día normal una tienda registro 186 ventas de gasolina, 207 de productos lácteos, 188 de refrescos, 339 de alimentos envasados y 316 de alimentos no envasados. Calcule la probabilidad de una venta seleccionada al azar. (Para cada una de ellas).

**16.** En cierto proceso de fabricación es necesario perforar un bloque de metal con apego a especificaciones muy precisas. Un defecto en el orificio puede dejar inservible el bloque, situación que solo se puede descubrir al final del montaje. La experiencia indica que el 90 % de las perforaciones se hacen dentro de las especificaciones. Si un inspector examina cada perforación, existe una probabilidad del 90% que detecte el defecto.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un bloque esté perforado defectuosamente y que el inspector lo descubra?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un bloque este perforado defectuosamente y que el inspector no lo descubra?

**17.** Suponga para el ejercicio anterior, que con una redistribución del trabajo, la tasa de perforaciones dentro de las especificaciones se puede elevar al 99%. También suponga que con esta estrategia se cuenta con menos tiempo para la inspección, de modo que un inspector solo detecta los bloques defectuosos en el 80 % de los casos.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un bloque tenga una perforación defectuosa y de que el inspector no la descubra?
- b) Compare la respuesta del inciso a) con la que obtuvo en el inciso b) del ejercicio anterior. ¿En que caso es menor la probabilidad de que un defecto no se descubra. ¿Sería relevante para su respuesta el que la tasa de detección de defectos fuese solo del 40% en vez de 80%?

**18.** El director de personal de una empresa que emplea vendedores a tiempo parcial ensaya una prueba de aptitudes para las ventas con cientos de aspirantes. Como la prueba es nueva, los

resultados no se utilizan para dar el empleo. El 40 % de los aspirantes muestran gran aptitud según la prueba, y el 12 % de los contratados muestran una gran aptitud y alcanzan buenas cuotas de ventas. La experiencia de la empresa indica que el 30% del personal de ventas consigue buenos niveles en las ventas. Sea **A** el evento "muestra una gran aptitud" y **B** el evento "Logra buenas ventas".

- Encuentre  $P(A)$ ,  $P(B)$  y  $P(A/B)$ .
- ¿Son independientes A y B?
- ¿Es útil la prueba para predecir buenos niveles en las ventas? ¿Qué tanto?
- Encuentre la probabilidad
- ¿Son independientes A y B?

- 19.** En una localidad existen dos fabricas que producen entre otros articulos electronicos, radios. Cada radio producida en la fabrica A, tiene una probabilidad de 0,05 de ser defectuosa; mientras que una radio producida en la fabrica B tiene una probabilidad de 0,01 de salir defectuosa. Suponga que Ud. compra dos radios que han sido producidas en la misma fabrica, y que las probabilidades de producirse en la fabrica A o B son las mismas. Si prueba el primer radio y resulta defectuoso, ¿cual es la probabilidad que la segunda radio tambien sea defectuosa.?

- 20.** Demuestre que:  $\frac{P(H/E)}{P(G/E)} = \frac{P(E/H)*P(H)}{P(E/G)*P(G)}$

Suponga que antes de observar nuevas evidencias, la posibilidad de que la hipótesis H sea verdadera, es el triple de la probabilidad que la hipótesis G sea verdadera. Si la nueva evidencia tiene el doble de posibilidades de ser verdadera si G es verdadera, que si H es verdadera. ¿Que hipótesis tiene mas probabilidad de ser verdadera, despues de ser observada la evidencia.?

- 21.** A tres prisioneros les informa su carcelero que uno de ellos a sido elegido al azar para ser ejecutado, y que los otros dos serán liberados. El prisionero **A**, pide a su carcelero que le diga en privado quien de sus compañeros será liberado, argumentado que no hay peligro en dar esta información por que el ya sabe que al menos uno de ellos será liberado. El carcelero se rehúsa a dar dicha información, diciendo que si **A** supiera cuál de sus compañeros será liberado, entonces su probabilidad de ser ejecutado aumentaría de  $\frac{1}{3}$  a  $\frac{1}{2}$ . ¿Cuál es su opinion.?