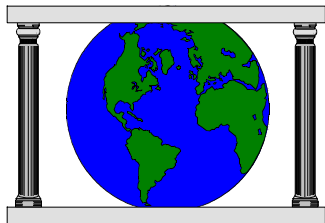


Novena Semana

“Happiness is a linear world”



Modelos y Optimización I

- Volvemos a la resolución original del problema de los helados para ver:

- Introducción de un nuevo producto
- Agregado de inecuaciones

Modelos y Optimización I

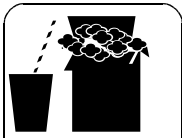
Modelos y Optimización I

$$2 X_1 + 2 X_2 \leq 600 \text{ [KG AZUCAR/MES]}$$

$$4 X_2 \leq 600 \text{ [KG CREMA/MES]}$$

$$2 X_1 + 4 X_2 \leq 800 \text{ [KG ALMID./MES]}$$

$$Z(\text{MAX}) = 8 X_1 + 10 X_2$$



Modelos y Optimización I



Modelos y Optimización I

TABLA OPTIMA DEL DIRECTO

			8	10				
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	
8	X1	200	1	0	1	0	-1/2	
10	X2	100	0	1	-1/2	0	1/2	
0	X4	200	0	0	2	1	-2	
		2600	0	0	3	0	1	



Modelos y Optimización I

Modificaciones al problema original

4 Introducción de un nuevo producto

- Ahora vamos a ver qué pasa cuando analizamos la posibilidad de fabricar un nuevo producto y no queremos resolver el problema de vuelta desde el principio.

Modelos y Optimización I

Introducción de un nuevo producto:

- Ante el peligroso aumento de la competencia se decide ofrecer una promoción de yogur helado a 9 \$/lata. Cada lata de yogur insume 2 kg. de azúcar, 2 kg. de crema y 2 kg. de almidón.



Modelos y Optimización I

Introducción de un nuevo producto:

Estimación previa por el método del lucro cesante:

$$\text{Lucro Cesante} = \sum \text{UsoRecurso}_i * \text{VMRecurso}_i$$

Esto es una **estimación** del valor del $Z_j - C_j$ del nuevo producto. ¿El verdadero valor del $Z_j - C_j$ será mayor o menor que el Lucro Cesante?

Modelos y Optimización I

Introducción de un nuevo producto:

Estimación previa por el método del lucro cesante:

- Si el lucro cesante es mayor que el beneficio del nuevo producto NO CONVIENE producir el nuevo producto
- Si el lucro cesante es menor o igual que el beneficio del nuevo producto PUEDE SER CONVENIENTE fabricar el nuevo producto

Modelos y Optimización I

Introducción de un nuevo producto:

Estimación previa por el método del lucro cesante:

- Como en el caso de nuestro producto el lucro cesante es 8 y es menor o igual que el c_j (que es 9) PUEDE SER CONVENIENTE fabricar el nuevo producto, así que vamos a tener que incorporarlo a la solución que hasta ahora es óptima, de manera de analizar su conveniencia sin hacer todo de nuevo.

Modelos y Optimización I

Introducción de un nuevo producto:

Resolución incorporando a la tabla óptima del problema:

- Para incorporar a la tabla óptima del problema sin resolver todo de nuevo, hay que encontrar la matriz de cambio de base que permita pasar el vector expresado en la base inicial (que se obtiene de los datos del producto a agregar) a la base óptima

Modelos y Optimización I

Introducción de un nuevo producto:

Resolución incorporando a la tabla óptima del problema:

- La matriz de cambio de base se obtiene de la expresión en la tabla óptima de los vectores que en la primera tabla eran canónicos (tomados en el orden que permita expresar la matriz identidad en la primera tabla)
- En el caso de nuestro problema, los vectores canónicos en la primera tabla eran A3, A4 y A5, en ese orden
- Entonces, la matriz de cambio de base está integrada por los vectores A3, A4 y A5 en la tabla óptima
- Vamos a premultiplicar el vector nuevo expresado en la primera tabla por la matriz de cambio de base para obtener ese vector en la tabla óptima

Modelos y Optimización I

Introducción de un nuevo producto:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/2 \\ -1/2 & 0 & 1/2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

8	x_1	200	8	10	1	0	-1/2	9	200
10	x_2	100	0	1	-1/2	0	1/2	0	--
0	x_3	200	0	0	2	1	-2	1	100
		2600	0	0	3	0	1	-1	
8	x_1	100	1	0	0	-1/2	1/2	0	
10	x_2	100	0	1	-1/2	0	1/2	0	
9	x_6	100	0	0	1	1/2	-1	1	
		2700	0	0	4	1/2	0*	0	

Hay otra Solución óptima. Tenemos que hacer Entrar A5 a la base

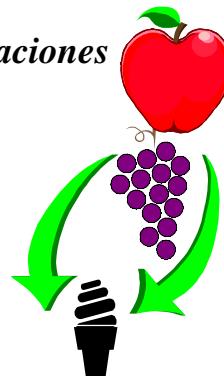
Modelos y Optimización I

Modificaciones al problema original⑤ Agregado de inecuaciones

- ☛ Ahora vamos a ver qué pasa cuando agregamos una restricción que antes no existía.
- ☛ Lo primero que tenemos que probar es si fabricando la misma cantidad cumplimos con la restricción.
- ☛ Si es así, la restricción nueva no afecta al óptimo actual (sigue siendo el óptimo).
- ☛ Si afecta, debemos analizar en el DUAL

*Modelos y Optimización I***Agregado de inecuaciones**

- ☛ Ante el fracaso de la promoción de yogur helado, se piensa otra alternativa para hacer a la heladería más competitiva. Consiste en incorporar trozos de fruta a los helados. Se necesitan 4 kg. de fruta por lata (de crema o de agua). Se dispone de 1000 kg. de fruta mensuales

*Modelos y Optimización I***Agregado de inecuaciones**

Prueba de la restricción con la solución óptima actual:

• Antes de agregar la restricción, conviene probar con los valores actuales de X_1 y X_2 a ver si alcanza la disponibilidad del nuevo recurso fruta para seguir fabricando lo que hacíamos hasta ahora

$$4 \quad X_1 + 4 \quad X_2 \leq 1000$$

$$4 \quad 200 + 4 \quad 100 = 1200 \text{ que no es } \leq 1000$$

• Por lo tanto tenemos que agregar la nueva restricción: no podemos seguir produciendo lo mismo que hasta ahora (además sabemos que nos faltan 200 kilos)

*Modelos y Optimización I***Modelos y Optimización I****TABLA OPTIMA DEL DUAL**

			600	600	800			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	
600	Y1	3	1	-2	0	-1	1/2	
800	Y3	1	0	2	1	1/2	-1/2	
			2600	0	-200	0	-200	-100

*Modelos y Optimización I***Agregado de inecuaciones**

Resolución incorporando a la tabla óptima:

• Agregar una inecuación, si pasamos al dual, es como agregar un producto nuevo, así que podemos aplicar el mismo método que hicimos con un nuevo producto, premultiplicando por la matriz inversa óptima

• En el caso de nuestro problema, los vectores canónicos en la primera tabla dual eran los de las dos artificiales

• Como los vectores de las artificiales y los de las variables slack son linealmente dependientes, la matriz de cambio de base está integrada por los vectores -A4 y -A5 en la tabla óptima

• Vamos a premultiplicar el vector nuevo expresado en la primera tabla dual por la matriz de cambio de base para obtener ese vector en la tabla óptima dual

*Modelos y Optimización I***Agregado de inecuaciones:**

$$\begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

			600	600	800	1000	0	
600	y ₁	3	1	-2	0	-1	1/2	2
800	y ₃	1	0	2	1	1/2	-1/2	0
			2600	0	-200	0	-200	-100
1000	y ₆	3/2	1/2	-1	0	-1/2	1/4	1
800	y ₃	1	0	2	1	1/2	-1/2	0
			2300	-100	0*	0	-100	-150

Da 200
(la cantidad
de fruta que
nos faltaba)

Modelos y Optimización I