Tercera semana

- Empezamos a practicar con otros tipos de variables
- Variables enteras:
  - Variables enteras discretas
  - Variables bivalentes o binarias
- Aprendemos a linealizar restricciones que no cumplen alguno de los supuestos básicos de la Programación Lineal

Modelos y Optimización I

Variables enteras

- Variables discretas:
  - ✔productos enteros.
  - ✔recursos enteros.
- Variables bivalentes o binarias:
  - ✔de decisión: señalan alternativas posibles.
  - ✔indicativas: marcan el estado de una variable asociada.

Modelos y Optimización I

Variables de decisión

- Tenemos que decidir si lanzamos o no la fabricación de 6 productos. Cada producto i tiene un gasto ($100, $150, $120, $140, $90, $115) de publicidad de lanzamiento y hay que lanzar 3 productos por lo menos

Yi = 1 si se decide lanzar la fab. del producto i

Yi = 0 en caso contrario (no se lanza el producto i)

Modelos y Optimización I

Variables de decisión

- Hay que fabricar tres productos por lo menos

$$Y1 + Y2 + Y3 + Y4 + Y5 + Y6 \geq 3$$

MIN Z = 100 Y1 + 150 Y2 + 120 Y3 + 140 Y4 + 90 Y5 + 115 Y6

Modelos y Optimización I

Relaciones lógicas

- Si se lanza el producto 5 o el 6, se debe lanzar el producto 1

$Y5 - Y1 \leq 0$ $\qquad$ $Y6 - Y1 \leq 0$

- Si se lanzan el producto 3 y el 4, se produce un ahorro de $100 en publicidad

$2\ YAH \leq Y3 + Y4 \leq 1 + YAH$

Relaciones booleanas (AND)

$$\text{MIN } Z = \sum_i CTOPUBi\ Yi - \$100\ YAH$$

Modelos y Optimización I

Variables indicativas

- Ahora vamos a ampliar nuestro modelo, planteando el esquema productivo, con lo que tendremos nuevas variables:

Xi: cantidad de unidades a fabricar por semana de producto i

Modelos y Optimización I

Variables indicativas...

- Supongamos que tenemos las siguientes restricciones de producción:
- Materia prima:

$2 X_1 + 3 X_2 + 5 X_3 + X_4 + 2 X_5 + 3 X_6 \le 50$ (kg/sem)

- Mano de obra:

$5 X_1 + X_2 + X_3 + 4 X_4 + 2 X_5 + X_6 \le 40$ (hh/sem)

- Horas máquina:

$2 X_1 + 3 X_2 + 2 X_3 + X_4 + 3 X_5 + 4 X_6 \le 150$ (h/sem)

- Además los productos tienen beneficio ($15, $18, $4, $20, $3, $8), con lo que cambia el funcional original

Variables indicativas...

- Pero, por supuesto, si la cantidad fabricada de un producto Xi determinado es mayor que cero, la variable Yi correspondiente debe valer 1.
- Asimismo, si la variable Xi que indica la cantidad fabricada de un producto vale cero, la variable Yi asociada con ese producto debería valer cero.
  - Veamos cómo funciona el modelo si no las asociamos

Modelos y Optimización I

```
MAX 100 YAH - 100 Y1 - 150 Y2 - 120 Y3 - 140 Y4 - 90 Y5 -
115 Y6 + 15 X1 + 18 X2 + 4 X3 + 20 X4 + 3 X5 + 8 X6

Y1 +Y2 +Y3 + Y4 + Y5 + Y6 >= 3
2 YAH - Y3 - Y4 <= 0
Y3 + Y4 - YAH <= 1
Y5 - Y1 <= 0
Y6 - Y1 <= 0
MP) 2 X1 + 3 X2 + 5 X3 + X4 + 2 X5 + 3 X6 <= 50
MO) 5 X1 + X2 + X3 + 4 X4 + 2 X5 + X6 <= 40
HM) 2 X1 + 3 X2 + 2 X3 + X4 + 3 X5 + 4 X6 < =150
```

Las variables YAH, Y1, Y2, Y3, Y4, Y5 e Y6 son enteras

Modelos y Optimización I

```
MAX 100 YAH - 100 Y1 - 150 Y2 - 120 Y3 - 140 Y4 - 90 Y5 - 115 Y6 + 15 X1 + 18 X2 + 4 X3
+ 20 X4 + 3 X5 + 8 X6
ST
Y1 +Y2 +Y3 + Y4 + Y5 + Y6 >= 3
2 YAH - Y3 - Y4 <= 0
Y3 + Y4 - YAH <= 1
Y5 - Y1 <= 0
Y6 - Y1 <= 0
MP) 2 X1 + 3 X2 + 5 X3 + X4 + 2 X5 + 3 X6 <= 50
MO) 5 X1 + X2 + X3 + 4 X4 + 2 X5 + X6 <= 40
HM) 2 X1 + 3 X2 + 2 X3 + X4 + 3 X5 + 4 X6 < =150
END
INT 7
      OBJECTIVE FUNCTION VALUE
      1)      129.0909
 VARIABLE    VALUE        REDUCED COST
     YAH       1.000000      -100.000000
      Y1       1.000000       100.000000
      Y2       0.000000       150.000000
      Y3       1.000000       120.000000
      Y4       1.000000       140.000000
      Y5       0.000000        90.000000
      Y6       0.000000       115.000000
      X1       0.000000        13.545455
      X2      14.545455         0.000000
      X3       0.000000        23.454546
      X4       6.363636         0.000000
      X5       0.000000        14.090909
      X6       0.000000        10.000000
```

Modelos y Optimización I

Variables indicativas...

- Cuando se agregan al modelo las condiciones de producción, las variables Yi <u>pasan a indicar si el producto se fabrica o no</u> y hay que vincularlas con las de producción

Yi = 1 si se fabrica el producto i

Yi = 0 en caso contrario (no se fabrica el producto i)

$$m\,Y_i \le X_i \le M\,Y_i$$

Modelos y Optimización I

Variables indicativas...

- ¿qué vimos?
- <u>Que si no agregamos las restricciones que vinculen a las binarias Yi con las variables de producción Xi da cualquier verdura</u>
- Veamos ahora qué pasa si lo hacemos bien (agregando al modelo anterior las restricciones de tipo $m\,Y_i \le X_i \le M\,Y_i$ para todos los i posibles)

Modelos y Optimización I

```
MAX 100 YAH - 100 Y1 - 150 Y2 - 120 Y3 - 140 Y4 - 90 Y5 - 115 Y6 + 15 X1 + 18
X2 + 4 X3 + 20 X4 + 3 X5 + 8 X6
ST
Y1 +Y2 +Y3 + Y4 + Y5 + Y6 >= 3
2 YAH - Y3 - Y4 <= 0
Y3 + Y4 - YAH <= 1
Y5 - Y1 <= 0
Y6 - Y1 <= 0
MP) 2 X1 + 3 X2 + 5 X3 + X4 + 2 X5 + 3 X6 <= 50
MO) 5 X1 + X2 + X3 + 4 X4 + 2 X5 + X6 <= 40
HM) 2 X1 + 3 X2 + 2 X3 + X4 + 3 X5 + 4 X6 <= 150
.01 Y1 - X1 <= 0
X1 - 150 Y1 <= 0
.01 Y2 - X2 <= 0
X2 - 150 Y2 <= 0
.01 Y3 - X3 <= 0
X3 - 150 Y3 <= 0
.01 Y4 - X4 <= 0
X4 - 150 Y4 <= 0
.01 Y5 - X5 <= 0
X5 - 150 Y5 <= 0
.01 Y6 - X6 <= 0
X6 - 150 Y6 <= 0
END
INT 7
```



```
LAST INTEGER SOLUTION IS THE BEST FOUND
RE-INSTALLING BEST SOLUTION...

    OBJECTIVE FUNCTION VALUE

    1)      78.85636

 VARIABLE   VALUE        REDUCED COST
      YAH     1.000000     -100.000000
       Y1     0.000000      100.000000
       Y2     1.000000      150.000000
       Y3     1.000000      120.234543
       Y4     1.000000      140.000000
       Y5     0.000000       90.000000
       Y6     0.000000      115.000000
       X1     0.000000       13.545455
       X2    14.528182        0.000000
       X3     0.010000        0.000000
       X4     6.365455        0.000000
       X5     0.000000       14.090909
       X6     0.000000       10.000000
```


El mercado es el que manda...

- Analizando el mercado, se ve que si se fabrica producto 1, no hay mercado para el producto 2 y viceversa

(Decisiones mutuamente excluyentes)

- Para poder fabricar producto 4, es necesario fabricar al menos 15 unidades (en total) de los otros 5 productos

(Decisiones condicionales)

Problemas con relaciones lógicas

Nuevo control de calidad

- Los productos 2 y 4 serán sometidos a un nuevo control de calidad. Se debe definir el equipo a utilizar (hay que ponerlo en marcha porque hoy está desafectado) para hacer el control de calidad.
- Existen dos alternativas:

① Equipo alfa: demora una hora por un. de producto 2 y 1.5 horas por un. de producto 4, se dispone de 25 horas por mes.

② Equipo beta: demora 2 horas por un. de producto 2 y 1 hora por un. de producto 4, se dispone de 30 horas por mes.

Restricciones de "una u otra"

El costo de mantenimiento

- Se agrega un costo de mantenimiento de la máquina que se viene utilizando en la producción.
- [2 X1 + 3 X2 + 2 X3 + X4 + 3 X5 + 4 X6 ≤ 150 (h/sem)]

✔Si la máquina funciona entre 1 y 30 horas, se pagará un costo de mantenimiento de $1 por hora.

✔Si funciona más de 30 horas pero menos de 60, se pagará un costo de mantenimiento de $0,70 la hora.

✔Si funciona 60 horas o más, el costo de mantenimiento será de $0,50 la hora.

Costo diferencial por intervalo

Guerra de precios

- La recesión sigue haciendo estragos: tenemos que aumentar los precios para que nos siga conviniendo vender producto 2.
- El nuevo esquema de precios es así: a las unidades que vendamos hasta 10 unidades de producto 2, las venderemos al precio actual de $18/un, las vendidas por encima de 10 y hasta 17 las cobraremos a $20/un y las que vendamos por encima de 17 un las cobraremos $24/un. (Por ejemplo, si vendemos 25 unidades cobraremos 10 a $18, 7 a $20 y 8 a $24)

Función cóncava seccionalmente lineal