

PRACTICA 1

PROBABILIDAD II, EST 233, FECHA DE ENTREGA 20 DE FEBRERO DE 2025

Docente: Lic. Raúl Delgado Álvarez

Auxiliar: Univ. Grover Huanca Flores

1. Sea (x, y) una variable aleatoria bivalente discreta con función de probabilidad conjunta dada por $P(x, y) = kxy$ $\begin{matrix} x = 1, 2, 3, 4 \\ y = 1, 2, 3, 4 \end{matrix}$
 - (1) Halle la constante k , para que sea función de probabilidad conjunta legitima
 - (2) Calcule (a) $P(x > \frac{1}{3}, y < 4)$ (b) $P(x = 3, y > 2)$ (c) $P(x \geq 2, y > 1)$ (d) $P(x + y \leq 3)$
2. Sea (x, y) una variable aleatoria bivalente continua con función de densidad conjunta dada por $f(x, y) = k(\cos x + \cos y)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
 - (a) Halle k , b) Calcule: $P(x < \frac{1}{3}; y < \frac{1}{6})$ c) $P(x \leq \frac{1}{8}; y > \frac{1}{5})$ d) $P(x \geq \frac{\pi}{6}; y \geq \pi/3)$ e) $P(x + y > 1)$

Halle las funciones de probabilidad o densidad marginales y condicionales de los ejercicios 1, y 2

3. Si (x, y) una variable aleatoria bivalente continua cuya función de densidad conjunta es $f(x, y) = \frac{1}{x} e^{-(x+\frac{y}{x})}$, $x > 0, y \geq 0$
 - (a) Halle la distribución condicional de Y dado x (y/x), además Calcule $E[Y/x]$ $V[Y/x]$
4. Si (x, y) una variable aleatoria bivalente continua con densidad conjunta dada por $f(x, y) = (x + 1)^{y^x}$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$
 - (a) Halle la función de densidad condicional de Y dado X
 - (b) $E[Y/x]$, $E[Y^2/x]$
5. Sea (x, y) una variable aleatoria bivalente discreta con función de probabilidad conjunta dada por $P(x, y) = \frac{2}{n(n+1)}$; $x = 1, 2, \dots, n$ y $y = 1, 2, \dots, x$
 - (a) Halle las distribuciones condicionales $P(X/y)$; $P(Y/x)$
 - (b) Halle $E[Y/x]$, $E[X/y]$, $\rho[x, y]$

6. Sea X una variable aleatoria marginal con funcion de probabilidad dada por:

$$P(X = x) = \frac{1}{6}x \text{ ; con } x = 1, 2, 3.$$

$$\text{y sea la funcion condicional } Y|X : P(Y|X) = \frac{y}{\sum_{j=1}^x j} \text{ ; } y = 1, 2, 3, \dots, x$$

- a) Determinar la funcion de probabilidad conjunta discreta $P(x, y)$
- b) Calcular las funcion marginal de Y
- c) Calcular la probabilidad $P(Y = 2|X = 3)$ y $P(X + Y \leq 2)$

7. Sea la funcion de probabilidad conjunta continua dada por:

$$f(x, y) = Cye^{-x} \text{ con } 0 \leq y \leq x < \infty$$

- a) Determinar el valor de C , para que la función sea válida
- b) Hallar las funciones marginales de X e Y .
- c) Calcular $P(XY \geq 2)$
- d) Hallar las funciones condicionales de $X|Y$ e $Y|X$.

8. Sea la función conjunta dada por : $f(x, y) = \frac{x^4 e^{-x(y+1)}}{6}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, hallar:

- a) Las funciones marginales $f_x(x)$ y $f_y(y)$
- b) Hallar $E(x)$, $E(y)$, $V(x)$ y $V(y)$.
- c) Hallar las distribuciones condicionales de $X|Y$ e $Y|X$.

9. Dada la función conjunta:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}, \quad x^2 + y^2 \leq 4$$

- a) Demostrar que es válida la función
- b) Encontrar $f_x(x)$ y $f_y(y)$
- c) Hallar $P(X > 1|Y = 0)$ y $P(Y < 1|X = -1)$

10. Dada la función conjunta discreta: $P(x, y) = \frac{y}{a}$, $1 \leq x \leq 5$, $1 \leq y \leq x + 1$

- a) determinar el valor de " a "
- b) Hallar $P_x(x)$ y $P_y(y)$
- c) calcular $P(y > 2|x = 4)$ y $P(x = 3|y = 4)$

EJERCICIO OPCIONAL.

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0.1	0.2	0.1
2	0.1	0.2	0.3

- a) Hallar las funciones marginales
- b) Calcular la probabilidad $P(x + y \leq 3)$
- c) Calcular la probabilidad $P(y = 2|x = 1)$