MA3403-1 Probabilidades y Estadística. Semestre 2014-02
Profesor: Servet Martínez.
Auxiliar: Felipe Campos y Andrés Cristi.

Clase Auxiliar 02
08 de Agosto 2014

P1. Sea $(\Omega, \mathcal{B})$ espacio medible. Probar que si una función $P : \mathcal{B} \to [0,1]$ verifica:

(i) $P(\Omega) = 1$,

(ii) P es aditiva (finitamente aditiva), y

(iii) Para toda familia $(A_n) \subseteq \mathcal{B}$, decreciente al conjunto vacío (es decir $A_{n+1} \subseteq A_n$, y $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n = \emptyset$), se tiene que $\lim P(A_n) = 0$;

entonces P es medida de probabilidad (es decir verifica la sigma-aditividad).

P2. Considere la familia $(A_n)_{n\in\mathbb{N}} \subseteq \mathcal{B}$ de eventos disjuntos dos a dos y tales que $\mathbb{P}(A_n) > 0, \forall n \in N$. Pruebe que, dados $B, C \in \mathcal{B}$, si para todo n se tiene que $\mathbb{P}(B|A_n) = \mathbb{P}(C|A_n)$, entonces

$$\mathbb{P}\left(B \mid \bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\right) = \mathbb{P}\left(C \mid \bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\right)$$

P3. Sea $\{B_i\}_{i=1}^n$ una familia en un espacio de probabilidad, de n conjuntos mutuamente independientes. Demostrar que

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^n B_i\right) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - \mathbb{P}(B_i)]$$

P4. En un contenedor de suero, se testea la presencia de tres sustancias distintas A, B y C para saber si está contaminado con una cierta bacteria. Se sabe que si la bacteria está presente, entonces la probabilidad de que alguno de los test arroje positivo es de 0,8. Se sabe también que la probabilidad de que esté la bacteria es de 0,2 y que, en un estanque cualquiera, la probabilidad de que los test resulten positivos son $p_A = 0{,}2, p_B = 0{,}4$ y $p_C = 0{,}3$. Suponiendo que los test son independientes, calcule la probabilidad de que el contenedor está contaminado dado que al menos uno de los test dio positivo.

P5. Considere dos lanzamientos independientes de una moneda. Sean A el evento en que el primer lanzamiento es cara, B el evento en que el segundo lanzamiento es cara, y C el evento en que ambos lanzamientos son iguales. Muestre que los eventos A, B y C son independientes de a pares, pero que no son independientes.