

IN6228-1 Teoría de Juegos 2018**Profesor:** José Correa.**Auxiliares:** Carlos Bonet y Andrés Cristi.**Clase Auxiliar 4**
23 de Abril de 2018

- P1.** a) Recuerde el juego de Cournot de n firmas, donde cada una escoge una cantidad s_i a producir y sus pagos son

$$p_i(s) = s_i \left(a - b \sum_{j=1}^n s_j \right) - c_i s_i$$

con c_i el costo de producción. Encuentre un potencial y con él encuentre un EN en el caso $c_i = c, \forall i$.

- b) Muestre que el siguiente juego no admite potencial

$$\begin{pmatrix} 2, 2 & 0, 3 \\ 3, 0 & 1, 2 \end{pmatrix}$$

- c) Suponga que el jugador de las filas juega primero y después el de las columnas. Cuál es el EPS?
d) En el juego anterior, suponga que un mediador propone con probabilidad $1/2$ TL y con probabilidad $1/2$ BR. Es esto un equilibrio correlacionado? Muestre que existe un único equilibrio correlacionado.

- P2.** Un conjunto de m máquinas idénticas son compartidas por n agentes, cada uno de los cuales quiere procesar su tarea. La tarea del agente j demora un tiempo p_j en ser procesada y quiere que esté terminada lo antes posible. Para ello, cada agente elige una de las máquinas y las máquinas procesan los trabajos que recibieron según la regla de Smith, es decir, en orden creciente de tamaño. Probaremos que el PoA de este juego es finito, al tomar como costo social $\sum_j c_j$, con c_j el tiempo de completación de la tarea j .

- a) Explique por qué se puede suponer que todos los p_j son distintos.
b) Pruebe que siempre existe EN en estrategias puras.
c) Sea J_i el conjunto de tareas que recibe la máquina i . Pruebe que en el equilibrio la tarea j es procesada en una máquina i que minimiza

$$\sum_{k \in J_i: p_k \leq p_j} p_k.$$

- d) Imagine que tiene una máquina que es m veces más rápida que las máquinas originales y llame OPTF al valor óptimo en ella. Pruebe que el costo social de un equilibrio EQ es a lo más OPTF + $\sum_j p_j$.
e) Llamemos OPT al costo social de la asignación óptima en las m máquinas. Pruebe que OPTF \leq OPT.
f) Concluya que el PoA es a lo más 2.