Escuela de Ciencias Físicas y Matemática

Ciencia de datos • Álgebra lineal

Examen no. 2: Espacios Vectoriales

Andrés Merino • Semestre 2024-1

Ejercicios

1. En $\mathbb{R}^4$, determine el conjunto generado por:

$$S = \{(1,0,1,0),\ (2,1,2,0),\ (1,1,1,1)\}.$$

Escriba el conjunto en función de sus restricciones. (10pt)

2. En $\mathbb{R}^3$, para $\alpha \in \mathbb{R}$, se toma el conjunto

$$S = \{(1,0,1),\ (2\alpha,1,2),\ (1,\alpha,1)\}.$$

¿Para qué valores de α se tiene que S es un conjunto linealmente independiente? (10pt)

3. En $\mathbb{R}^{2\times 2}$, se define el conjunto

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a - b + c = 0 \ \wedge \ b + 2d = 0 \right\}.$$

   a) Determine una base para F. (12pt)

   b) ¿Cuál es la dimensión de F? (3pt)

4. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^1$ una aplicación dada por $T(x,y,z) = (x+2y,\ 3x+4z)$.

   a) Sin realizar ningún cálculo, indique si esta aplicación podría ser inyectiva o si podría ser sobreyectiva. (3pt)

   b) Calcule el núcleo de la aplicación. (5pt)

   c) Determine la imagen de la aplicación. (5pt)

   d) Con lo calculado en los puntos anteriores conteste: ¿La aplicación en inyectiva? ¿Es sobreyectiva? ¿Es isomorfismo? (2pt)