Programación Funcional en Haskell

Paradigmas de Lenguajes de Programación

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

20 de Agosto de 2019

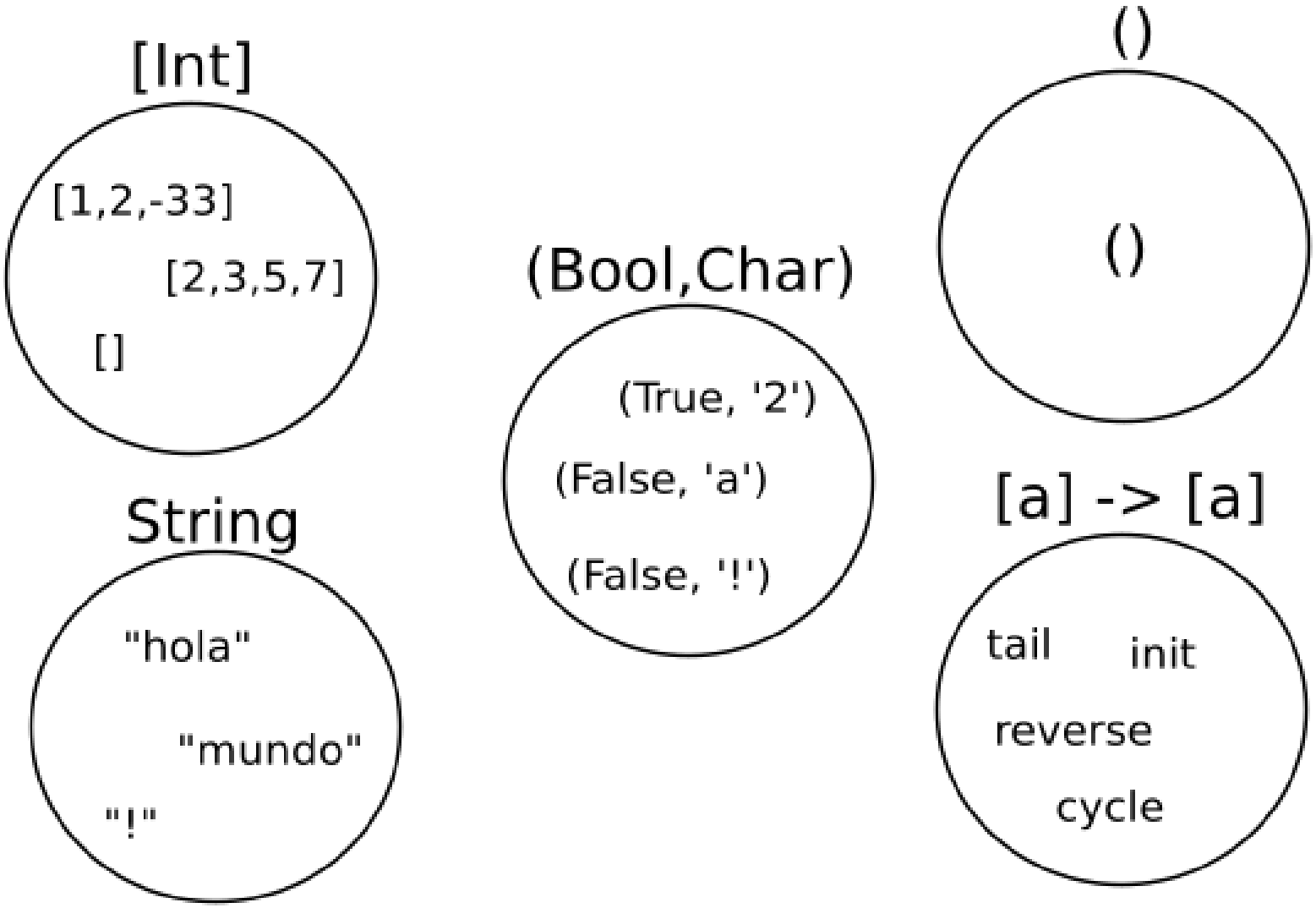
Haskell[1]

- Lenguaje funcional puro
- Estáticamente tipado
- Evaluación Lazy

Utilizaremos la herramienta ghc en la materia, junto a su ambiente interactivo, ghci.

[1] Simon Peyton-Jones: Escape from the ivory tower: the Haskell journey

Repaso: Tipos Elementales



Repaso: Funciones

Pattern matching

```
longitud [] = 0
longitud (x:xs) = 1 + longitud xs
```

Repaso: Funciones

Pattern matching

```
longitud [] = 0
longitud (x:xs) = 1 + longitud xs
```

Guardas

```
longitud xs | null xs   = 0
            | otherwise = 1 + longitud (tail xs)
```

Repaso: Funciones

Pattern matching

```
longitud [] = 0
longitud (x:xs) = 1 + longitud xs
```

Guardas

```
longitud xs | null xs   = 0
            | otherwise = 1 + longitud (tail xs)
```

Case

```
longitud xs = case xs of
    []     -> 0
    (x:xs) -> 1 + longitud xs
```

Repaso: Polimorfismo paramétrico

`reverso` es una función que dada una lista devuelve otra que tiene sus elementos en orden revertido.

Implementar y dar el tipo de la función

```
reverso :: ??
reverso = ...
```

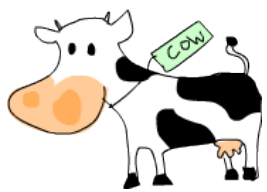
Repaso: Polimorfismo paramétrico

`reverso` es una función que dada una lista devuelve otra que tiene sus elementos en orden revertido.

Implementar y dar el tipo de la función

```
reverso :: ??
reverso = ...
```

- El sistema de tipos de Haskell permite definir funciones para ser usadas con más de un tipo
- Su tipo se expresa con *variables de tipo*



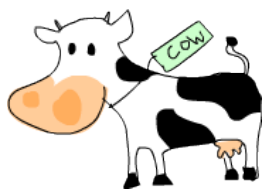
Repaso: Polimorfismo paramétrico

`reverso` es una función que dada una lista devuelve otra que tiene sus elementos en orden revertido.

Implementar y dar el tipo de la función

```
reverso :: ??
reverso = ...
```

- El sistema de tipos de Haskell permite definir funciones para ser usadas con más de un tipo
- Su tipo se expresa con *variables de tipo*



Haskell no necesita que todos los tipos sean especificados a mano ni tampoco requiere anotaciones de tipos en el código. Para eso utiliza un Inferidor de Tipos (veremos más en λ-Cálculo).

Polimorfismo ad hoc o Typeclasses[2]

Implementar y dar el tipo de la función

```
todosIguales :: ??
todosIguales = ...
```

[2] Typeclassopedia

Polimorfismo ad hoc o Typeclasses[2]

Implementar y dar el tipo de la función

```
todosIguales :: ??
todosIguales = ...
```

- A veces el polimorfismo paramétrico me restringe demasiado en lo que puedo hacer
- Las typclasses de Haskell me permiten agrupar tipos de acuerdo a algunas operaciones que definen

[2] Typeclassopedia

Polimorfismo ad hoc o Typeclasses[2]

Implementar y dar el tipo de la función

```
todosIguales :: ??
todosIguales = ...
```

- A veces el polimorfismo paramétrico me restringe demasiado en lo que puedo hacer
- Las typclasses de Haskell me permiten agrupar tipos de acuerdo a algunas operaciones que definen

Algunos ejemplos

- Eq: (==) (/ =)
- Ord: (<) (<=) (>) (>=)
- Show: show
- Bounded: minBound maxBound
- Monoid: mappend mempty
- Monad: (>>=)

[2] Typeclassopedia

Polimorfismo ad hoc o Typeclasses

Implementar y dar el tipo de la función

```
todosIguales :: ??
todosIguales = ...
```

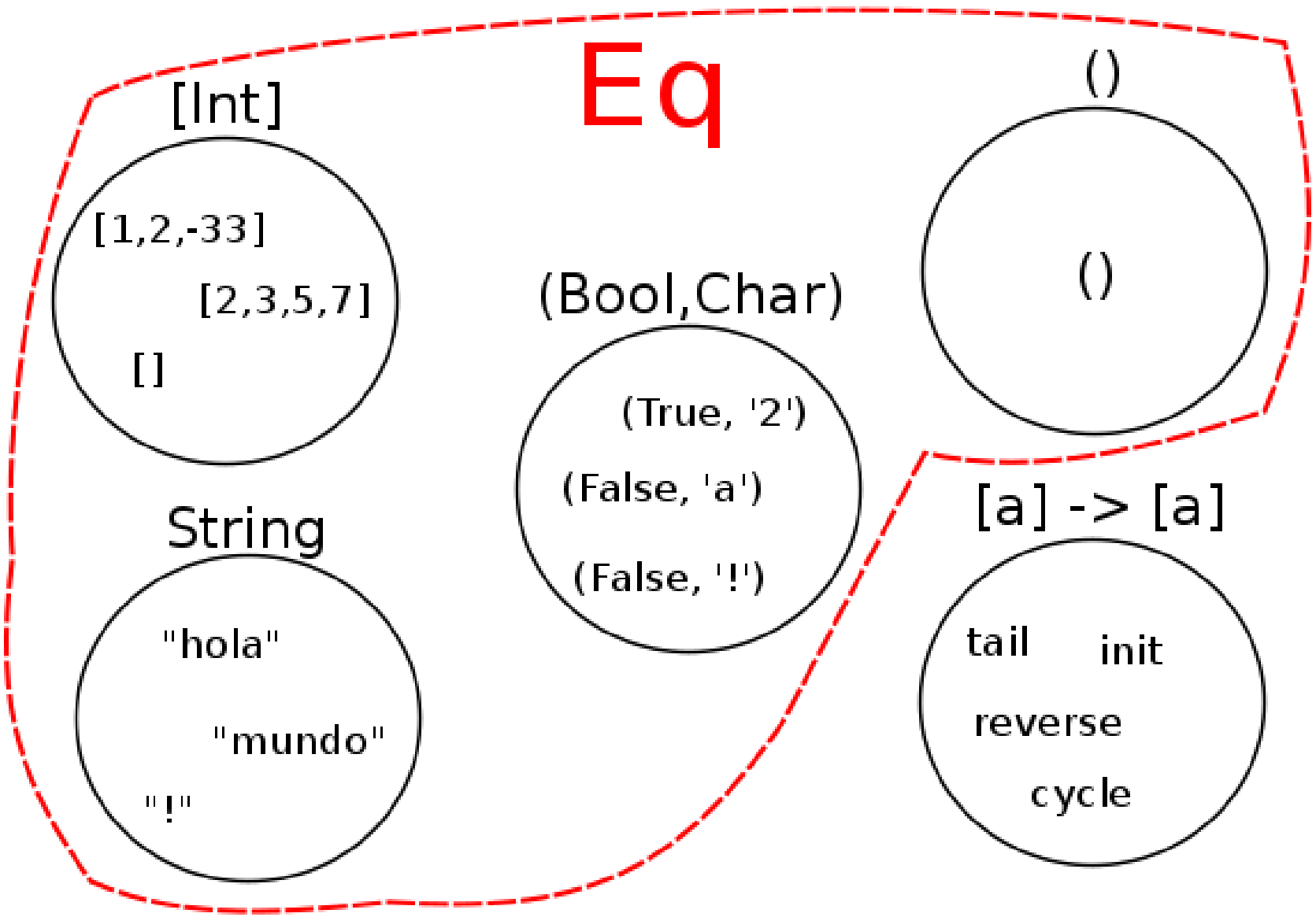
- A veces el polimorfismo paramétrico me restringe demasiado en lo que puedo hacer [3]
- Las typclasses de Haskell me permiten agrupar tipos de acuerdo a algunas operaciones que definen

Definición de una instancia en Haskell

```
instance Show Bool where
    show True = "True"
    show False = "False"
```

[3] Theorems for Free - Phillip Wadler

Polmorfismo ad hoc o Typeclasses



Funciones de alto orden

Definamos las siguientes funciones
Precondición: las listas tienen algún elemento.

- `maximo :: Ord a => [a] -> a`
- `minimo :: Ord a => [a] -> a`
- `listaMasCorta :: [[a]] -> [a]`

Funciones de alto orden

Definamos las siguientes funciones
Precondición: las listas tienen algún elemento.

- `maximo :: Ord a => [a] -> a`
- `minimo :: Ord a => [a] -> a`
- `listaMasCorta :: [[a]] -> [a]`

Siempre hago lo mismo... ¿Se podrá generalizar? ¿Cómo?

Funciones de alto orden

Definamos las siguientes funciones
Precondición: las listas tienen algún elemento.

- `maximo :: Ord a => [a] -> a`
- `minimo :: Ord a => [a] -> a`
- `listaMasCorta :: [[a]] -> [a]`

Siempre hago lo mismo... ¿Se podrá generalizar? ¿Cómo?

Ejercicio

- `mejorSegun ::`

Funciones de alto orden

Definamos las siguientes funciones
Precondición: las listas tienen algún elemento.

- `maximo :: Ord a => [a] -> a`
- `minimo :: Ord a => [a] -> a`
- `listaMasCorta :: [[a]] -> [a]`

Siempre hago lo mismo... ¿Se podrá generalizar? ¿Cómo?

Ejercicio

- `mejorSegun :: (a -> a -> Bool) -> [a] -> a`

Funciones de alto orden

Definamos las siguientes funciones
Precondición: las listas tienen algún elemento.

- `maximo :: Ord a => [a] -> a`
- `minimo :: Ord a => [a] -> a`
- `listaMasCorta :: [[a]] -> [a]`

Siempre hago lo mismo... ¿Se podrá generalizar? ¿Cómo?

Ejercicio

- `mejorSegun :: (a -> a -> Bool) -> [a] -> a`
- Reescribir `maximo` y `listaMasCorta` en base a `mejorSegun`

Funciones de alto orden

Definamos las siguientes funciones
Precondición: las listas tienen algún elemento.

- `maximo :: Ord a => [a] -> a`
- `minimo :: Ord a => [a] -> a`
- `listaMasCorta :: [[a]] -> [a]`

Siempre hago lo mismo... ¿Se podrá generalizar? ¿Cómo?

Ejercicio

- `mejorSegun :: (a -> a -> Bool) -> [a] -> a`
- Reescribir `maximo` y `listaMasCorta` en base a `mejorSegun`

Funciones sin nombre (*lambdas*)

```
(\x -> x + 1) :: Num a => a -> a
(\x y -> "hola") :: t1 -> t2 -> [Char]
(\x y -> x + y) 10 20 ⇝ 30
```

Currificación y evaluación parcial

Currificación

Correspondencia entre funciones que reciben múltiples argumentos y devuelven un resultado, con funciones que reciben un único argumento y devuelven una función intermedia que completa el trabajo.

Currificación y evaluación parcial

Currificación

Correspondencia entre funciones que reciben múltiples argumentos y devuelven un resultado, con funciones que reciben un único argumento y devuelven una función intermedia que completa el trabajo.

- ```
  prod :: (Int, Int) -> Int
  prod (x, y) = x * y
  ```
- ```
  prod' :: Int -> (Int -> Int)
  (prod' x) y = x * y
  ```

Currificación y evaluación parcial

Currificación

Correspondencia entre funciones que reciben múltiples argumentos y devuelven un resultado, con funciones que reciben un único argumento y devuelven una función intermedia que completa el trabajo.

- ```
  prod :: (Int, Int) -> Int
  prod (x, y) = x * y
  ```
- ```
  prod' :: Int -> (Int -> Int)
  (prod' x) y = x * y
  ```

Currificada o no currificada, esa es la pregunta

¿Cómo descubrir si una función está o no currificada?

Currificación y evaluación parcial

Currificación

Correspondencia entre funciones que reciben múltiples argumentos y devuelven un resultado, con funciones que reciben un único argumento y devuelven una función intermedia que completa el trabajo.

- ```
  prod :: (Int, Int) -> Int
  prod (x, y) = x * y
  ```
- ```
  prod' :: Int -> (Int -> Int)
  (prod' x) y = x * y
  ```

Currificada o no currificada, esa es la pregunta

¿Cómo descubrir si una función está o no currificada?

Implementar y dar el tipo a las siguiente funciones

- `curry :: ??` que devuelve la versión currificada de una función no currificada
- `uncurry :: ??` que devuelve la versión no currificada de una función currificada

Aplicación parcial

Utilizar las funciones de manera currificada permite aplicación parcial.

No se puede hacer más lento...

Si definimos *succ* de la siguiente manera: `succ x = suma 1 x`

- ¿Cuál es el tipo de succ?
- ¿Será posible escribir mejor la definición de succ?
- ¿Qué significa $(+)1$ en Haskell?

Aplicación parcial

Utilizar las funciones de manera currificada permite aplicación parcial.

No se puede hacer más lento...

Si definimos *succ* de la siguiente manera: `succ x = suma 1 x`

- ¿Cuál es el tipo de succ?
- ¿Será posible escribir mejor la definición de succ?
- ¿Qué significa $(+)1$ en Haskell?

¿Y esto?

```
($) :: (a -> b) -> a -> b
f $ x = f x
```

Aplicación parcial

Utilizar las funciones de manera currificada permite aplicación parcial.

No se puede hacer más lento...

Si definimos *succ* de la siguiente manera: `succ x = suma 1 x`

- ¿Cuál es el tipo de succ?
- ¿Será posible escribir mejor la definición de succ?
- ¿Qué significa $(+)1$ en Haskell?

¿Y esto?

```
($) :: (a -> b) -> a -> b
f $ x = f x
```

Implementar las siguientes funciones

- `esMayorDeEdad :: Int -> Bool`
- `inversoMultiplicativo :: Float -> Float`
- `evaluarEn0 :: [Int -> a] -> [a]`

Funciones de alto orden

- **flip**: invierte los argumentos de una función
  ej: `flip (\x y -> x - y) 10 4` reduce a -6
- **(.)**: compone dos funciones
  ej: `((\x -> x * 4).(\y -> y - 3)) 10` reduce a 28

Funciones de alto orden

- **flip**: invierte los argumentos de una función
  ej: `flip (\x y -> x - y) 10 4` reduce a -6
- **(.)**: compone dos funciones
  ej: `((\x -> x * 4).(\y -> y - 3)) 10` reduce a 28

Implementar

Las funciones `flip` y `(.)` con sus respectivos tipos.

Funciones de alto orden

- **flip**: invierte los argumentos de una función
  ej: `flip (\x y -> x - y) 10 4` reduce a -6
- **(.)**: compone dos funciones
  ej: `((\x -> x * 4).(\y -> y - 3)) 10` reduce a 28

Implementar

Las funciones `flip` y `(.)` con sus respectivos tipos.

Ejercicio

`ROT13` es un esquema de criptografía muy sencillo que consiste en reemplazar cada caracter con el caracter que aparece 13 lugares después en el alfabeto. Básicamente, $rot13(a) = char((\#a + 13) \mod 26)$.

- Implementar `rot13::Char -> Char` sin escribir variables.

Listas infinitas

Definición de listas

- Listas por extensión
  `[0, 3, 0, 3, 4, 5, 6]`
- Secuencias aritméticas
  `[1..4]  [5, 7..13]`
- Listas por comprensión
  `[expresion | selectores, condiciones]`
  `[(x, y) | x <-[0..3], y <-[0..3]]`

Listas infinitas

Definición de listas

- Listas por extensión
  `[0, 3, 0, 3, 4, 5, 6]`
- Secuencias aritméticas
  `[1..4]  [5, 7..13]`
- Listas por comprensión
  `[expresion | selectores, condiciones]`
  `[(x, y) | x <-[0..3], y <-[0..3]]`

¿Las listas pueden ser infinitas?

Listas infinitas

Definición de listas

- Listas por extensión
  `[0, 3, 0, 3, 4, 5, 6]`
- Secuencias aritméticas
  `[1..4]  [5, 7..13]`
- Listas por comprensión
  `[expresion | selectores, condiciones]`
  `[(x, y) | x <-[0..3], y <-[0..3]]`

¿Las listas pueden ser infinitas?

Ejemplo

- `infinitosUnos = 1 : infinitosUnos`
- `naturales = [1..]`
- `multiplosDe3 = [0,3..]`
- `repeat "hola"`
- `primos = [n | n <- [2..], esPrimo n]`

Evaluación Lazy

Modelo de cómputo: **Reducción**

- Se reemplaza un redex (reducible expresion) utilizando las ecuaciones orientadas.
- El redex debe ser una instancia del lado izquierdo de alguna ecuación y será reemplazado por el lado derecho con las correspondientes variables sustituidas.
- El resto de la expresión no cambia.

Para seleccionar el redex: **Orden Normal**, o también llamado **Lazy**

- Se selecciona el redex más externo y más a la izquierda para el que se pueda conocer qué ecuación del programa utilizar.
- En general: primero las funciones más externas y luego los argumentos (solo si se necesitan).

Ejercicio

Mostrar los pasos necesarios para reducir `nUnos 2`

```
take :: Int -> [a] -> [a]
take 0 l      = []
take n []     = []
take n (x:xs) = x : (take (n-1) xs)

nUnos :: Int -> [Int]
nUnos n = take n infinitosUnos
```

Ejercicio

Mostrar los pasos necesarios para reducir `nUnos 2`

```
take :: Int -> [a] -> [a]
take 0 l      = []
take n []     = []
take n (x:xs) = x : (take (n-1) xs)

nUnos :: Int -> [Int]
nUnos n = take n infinitosUnos
```

Digresión

- ¿Qué sucedería si usáramos otra estrategia de reducción?
- ¿Existe algún término que admita una reducción finita pero para el cual la estrategia lazy no termine?
- Si un término admite otra reducción finita además de la lazy, ¿el resultado de ambas coincide?

Esquemas de recursión sobre listas: Map

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
```

Esquemas de recursión sobre listas: Map

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
```

La función `map` nos permite procesar todos los elementos de una lista mediante una transformación.

Esquemas de recursión sobre listas: Map

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
```

La función `map` nos permite procesar todos los elementos de una lista mediante una transformación.

O, dicho de otra forma, la función `map`

- Toma una función que sabe como convertir un tipo **a** en otro **b**,
- Y nos devuelve una función que sabe como convertir listas de **a** en listas de **b**.

Esquemas de recursión sobre listas: Map

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
```

La función `map` nos permite procesar todos los elementos de una lista mediante una transformación.

O, dicho de otra forma, la función `map`

- Toma una función que sabe como convertir un tipo **a** en otro **b**,
- Y nos devuelve una función que sabe como convertir listas de **a** en listas de **b**.

```
map f [] = []
map f (x:xs) = (f x):(map f xs)
```

Esquemas de recursión sobre listas: Map

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
```

La función `map` nos permite procesar todos los elementos de una lista mediante una transformación.

O, dicho de otra forma, la función `map`

- Toma una función que sabe como convertir un tipo **a** en otro **b**,
- Y nos devuelve una función que sabe como convertir listas de **a** en listas de **b**.

```
map f [] = []
map f (x:xs) = (f x):(map f xs)
```

Definir utilizando map

- `longitudes :: [[a]] -> [Int]`
- `losIesimos :: [Int] -> [[a] -> a]` que devuelve una lista con las funciones que indexan usando los elementos de la primera lista sobre cierta lista que toman como parámetro.
- `shuffle :: [Int] -> [a] -> [a]` que, dada una lista de índices $[i_1, ..., i_n]$ y una lista l, devuelve la lista $[l_{i_1}, ..., l_{i_n}]$

Esquemas de recursión sobre listas: Filter

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
```

Esquemas de recursión sobre listas: Filter

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
```

La función `filter` nos permite obtener los elementos de una lista que cumplen cierta condición.

Esquemas de recursión sobre listas: Filter

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
```

La función `filter` nos permite obtener los elementos de una lista que cumplen cierta condición.

O, dicho de otra forma, la función `filter`

- Toma una función que nos dice si un elemento cumple una condicón,
- Y nos devuelve una función que sabe como convertir listas de elementos cualquiera en listas cuyos elementos cumplen la condición deseada.

Esquemas de recursión sobre listas: Filter

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
```

La función `filter` nos permite obtener los elementos de una lista que cumplen cierta condición.

O, dicho de otra forma, la función `filter`

- Toma una función que nos dice si un elemento cumple una condicón,
- Y nos devuelve una función que sabe como convertir listas de elementos cualquiera en listas cuyos elementos cumplen la condición deseada.

```
filter p [] = []
filter p (x:xs) = if p x then x:(filter p xs) else filter
p xs
```

Esquemas de recursión sobre listas: Filter

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
```

La función `filter` nos permite obtener los elementos de una lista que cumplen cierta condición.

O, dicho de otra forma, la función `filter`

- Toma una función que nos dice si un elemento cumple una condicón,
- Y nos devuelve una función que sabe como convertir listas de elementos cualquiera en listas cuyos elementos cumplen la condición deseada.

```
filter p [] = []
filter p (x:xs) = if p x then x:(filter p xs) else filter
p xs
```

Definir utilizando filter

- `deLongitudN :: Int -> [[a]] -> [[a]]`
- `soloPuntosFijos :: [Int -> Int] -> Int -> [Int -> Int]` que toma una lista de funciones y un número n. En el resultado, deja las funciones que al aplicarlas a n dan n.
- `quickSort :: Ord a => [a] -> [a]`

¿? ¿? ¿? ¿? ¿? ¿? ¿? ¿? ¿? ¿? ¿? ¿? ¿? ¿?