

Taller de Programación con invariantes

El archivo `template-alumnos.zip` contiene los fuentes para realizar este laboratorio. Abrir con CLION el proyecto en el `zip`, sin sobrescribir el archivo `CMakeList.txt`.

A continuación se presentan una serie de ejercicios. Cada uno contiene un invariante asociado. Resolver cada problema respetando, para el ciclo principal del programa, el invariante dado.

1. Existe Pico

Una secuencia tiene picos si en alguna posición el elemento es mayor tanto del anterior como del siguiente. Decidir si una secuencia dada (de al menos tres elementos) tiene picos.

```
proc existePico (in s: seq(Z), out res: Bool) {  
  Pre {|s| > 2}  
  Post {res = true ↔ (∃k : Z) 1 ≤ k < |s| - 1 ∧ s[k] > s[k - 1] ∧ s[k] > s[k + 1]}  
}
```

$$I \equiv 1 \leq i < |s| \wedge_L res = true \leftrightarrow (\exists k : \mathbb{Z}) 1 \leq k < i \wedge_L s[k] > s[k - 1] \wedge s[k] > s[k + 1]$$

donde i es la variable de control del ciclo.

Supongamos ahora que el invariante cambia de la siguiente manera:

$$I \equiv 1 \leq i < |s| \wedge_L res = false \leftrightarrow \neg(\exists k : \mathbb{Z}) 1 \leq k < i \wedge_L s[k] > s[k - 1] \wedge s[k] > s[k + 1]$$

¿Le hace falta modificar su código para cumplir con dicho invariante?

2. Máximo Común Divisor

Encontrar el máximo común divisor entre dos enteros mayores a 0 m y n .¹

$$I \equiv 0 < a \leq m \wedge 0 < b \leq n \wedge mcd(a, b) = mcd(m, n)$$

3. Mínimo de una subsecuencia

Dados una secuencia de enteros s y dos enteros l y r , devolver el índice del mínimo valor de la subsecuencia de s que va desde l hasta r .

```
proc indiceMinSubsec (in s: seq(Z), in l, r: Z, out res: Z) {  
  Pre {|s| > 0 ∧ 0 ≤ l, r < |s| ∧ l ≤ r}  
  Post {l ≤ res ≤ r ∧ (∀k : Z) l ≤ k ≤ r → s[k] ≥ s[res]}  
}
```

$$I \equiv l - 1 \leq i \leq r \wedge l \leq res \leq r \wedge ((\forall k : \mathbb{Z}) i < k < r \rightarrow_L s[k] \geq s[res])$$

donde i es la variable de control del ciclo.

¹Recordar que $mcd(a, b) = mcd(a-b, b) = mcd(a, b-a)$

4. Ordenar 1

Ordenar ascendentemente una secuencia (no vacía) de enteros.

$$I \equiv 0 \leq i \leq |s| \wedge_L |s| = |s_0| \wedge \text{mismos}(s, s_0) \wedge_L \text{ordenada}(\text{subseq}(s, 0, i)) \wedge \\ (\forall k : \mathbb{Z}) (0 \leq k < |s| \wedge i > 0 \wedge k \geq i) \longrightarrow_L s[k] \geq s[i-1]$$

donde i es la variable de control del ciclo.

$\text{pred mismos}(s, s_0 : \text{seq}(\mathbb{Z})) \{(\forall i : \mathbb{Z}) \# \text{apariciones}(s, i) = \# \text{apariciones}(s_0, i)\}$
 $\text{pred ordenada}(s : \text{seq}(\mathbb{Z})) \{(\forall i : \mathbb{Z}) 0 \leq i < |s| - 1 \longrightarrow_L s[i] \leq s[i+1]\}$

Hint: Utilizar la función implementada para la especificación del ejercicio 3.

5. Ordenar 2

Ordenar ascendentemente una secuencia (no vacía) de enteros cuyos elementos valen 0, 1 ó 2.

$$I \equiv |s| = |s_0| \wedge \text{mismos}(s, s_0) \wedge 0 \leq i \leq j \leq k+1 \leq |s| \wedge_L \\ (\forall a : \mathbb{Z}) 0 \leq a < i \longrightarrow_L s[a] = 0 \\ \wedge (\forall b : \mathbb{Z}) i < b < j \longrightarrow_L s[b] = 1 \\ \wedge (\forall c : \mathbb{Z}) k < c < |s| \longrightarrow_L s[c] = 2$$

donde i, j y k son variables de control del ciclo principal.

6. División

Dados dos enteros positivos n y d calcular el cociente q y el resto r . El resultado debe ser de tipo $\text{tuple} \langle \text{int}, \text{int} \rangle$ ², donde el primer elemento de la tupla es q y el segundo es r .

$$I \equiv (n \bmod d) \leq r \leq n \wedge 0 \leq q \leq n \wedge n = q \times d + r$$

²Para crear una tupla utilice la función `make_tuple(first, second)`, donde `first` es el primer elemento de la tupla y `second` el segundo.