
Perfilometría 3D por triangulación láser

Andrés TROIANO

Tesis de Licenciatura
Departamento de Física - FCEyN - UBA

Marzo 2021

ALUMNO: Andrés Troiano

LUGAR DE TRABAJO: CINI, Tenaris Siderca

DIRECTOR DEL TRABAJO: Martín Argañaraz

CODIRECTOR: Nicolás Bonadeo

FECHA DE INICIACIÓN: 13 de marzo de 2019

FECHA DE FINALIZACIÓN: 25 de marzo de 2021

FECHA DE EXAMEN:

INFORME FINAL APROBADO POR:

Autor

Jurado

Director

Jurado

Profesor de Tesis de Licenciatura

Jurado

Índice

1. Introducción	3
1.1. Visión general de las distintas técnicas	3
1.2. Aplicaciones	5
1.3. Control de calidad en productos tubulares	5
1.4. Métodos de calibración	8
2. Montaje experimental	13
2.1. Modos de operación de las cámaras	15
3. Pruebas preliminares	21
3.1. Caracterización del error de los posicionadores	21
3.2. Prueba de distintos objetos de referencia	21
4. Calibración con patrón trapezoidal	24
4.1. Algoritmo para encontrar esquinas	25
4.2. Algoritmo de calibración	32
4.3. Medición de diámetros	37
4.4. Algoritmo de Taubin	43
5. Calibración con otros patrones	47
5.1. Patrón hexagonal	47
5.2. Patrón “corona”	50
6. Discusión	54
7. Trabajo futuro	59
8. Conclusiones	60

Resumen

Se calibró un sistema de perfilometría 3D por triangulación láser compuesto por dos pares cámara-láser. Se barrió el campo visible con un objeto de referencia utilizado para el dimensionamiento de productos industriales, de manera de relacionar los puntos en el sistema de coordenadas de la cámara con sus correspondientes en el espacio. Se estudiaron 3 variantes de este método, utilizando distintos objetos de referencia: un patrón trapezoidal, uno hexagonal, y un diseño original que presentaba 90 esquinas. Estas 3 variantes fueron puestas a prueba midiendo 3 patrones cilíndricos de diámetros que van desde los 140 mm hasta los 177 mm, obteniendo en todos los casos errores que no superan los $135 \mu\text{m}$. Dos de los métodos utilizados son extensibles a 6 pares cámara-láser.

1. Introducción

Las tecnologías de escaneo tridimensional juegan un rol vital en una gran variedad de industrias y disciplinas, incluyendo el control de procesos en fábricas, el sector de la salud, ingeniería civil, estudios forenses y arqueología. El objetivo principal es crear imágenes o modelos 3D de un objeto con diversos fines, tales como hacer ingeniería inversa, pruebas de calidad, o la reconstrucción de artefactos históricos [1, 2].

1.1. Visión general de las distintas técnicas

De los varios métodos de escaneo 3D existentes, los más utilizados son aquellos en los que el objetivo es iluminado con un láser o un patrón de franjas. Los métodos láser se dividen en 3 categorías: triangulación, tiempo de vuelo (*time of flight* o TOF), y corrimiento de fase. En los métodos de triangulación, una banda angosta de luz proyectada sobre una superficie tridimensional produce una línea de iluminación que se verá distorsionada desde cualquier perspectiva que no sea la del proyector (ver figura 1). El análisis de la forma de estas imágenes lineales puede entonces ser utilizado para hacer una reconstrucción geométrica precisa de la superficie del objeto. Existen cuatro componentes principales de un sistema de triangulación 3D: la cámara, el proyector lineal que típicamente es un láser, un mecanismo que desplaza el objeto o el par láser-cámara a través del campo de visión del sistema, y el software para procesar la captura y convertir con precisión distancias entre pixels en diferencias de altura [3, 4].

Los escáneres TOF emiten un pulso láser que es reflejado en el objetivo. La reflexión es detectada con un sensor óptico, y el tiempo transcurrido entre la emisión y la detección permite determinar la distancia al objetivo. Las técnicas de triangulación y TOF tienen características diferentes que las hacen apropiadas para distintas aplicaciones. Los escáneres TOF pueden operar en el rango de kilómetros, pero debido a la dificultad que supone medir el tiempo de viaje de la luz en distancias pequeñas (recorrer 1 mm demora 3.3

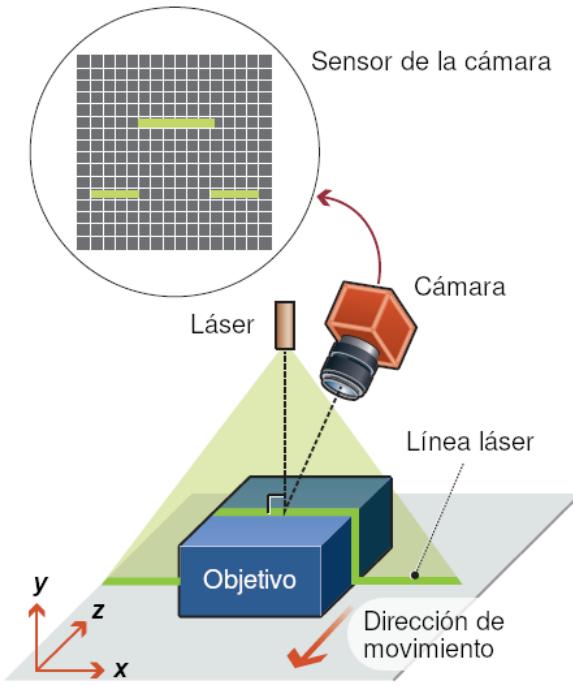


Figura 1: Esquema del sistema de triangulación 3D en su configuración estándar. Figura adaptada de [5].

ps), su resolución es del orden del milímetro. Los dispositivos de triangulación en cambio tienen un rango máximo de algunos metros, pero ofrecen una resolución mucho mayor, típicamente del orden de las decenas de micrones. Los escáneres basados en corrimiento de fase comparan la fase de la luz reflejada con una fase fija de referencia. Este método es similar al TOF, con la diferencia de que su resolución espacial es mucho mayor [6, 7].

Otra variante de este tipo de técnicas consiste en iluminar el objetivo con un patrón de luz y observar su deformación. El patrón puede ser 1D o 2D (por ejemplo franjas). La proyección se realiza típicamente utilizando un proyector LCD mientras que una cámara, ligeramente desplazada respecto del proyector, detecta la deformación del patrón. La distancia hasta cada punto del patrón se realiza mediante un método similar a la triangulación. En el caso de utilizar un patrón lineal (1D), la línea es barrida de manera de cubrir todo el campo visible de a una línea por vez. Una manera de acelerar esta técnica consiste en utilizar un patrón compuesto por varias líneas. Una ventaja de estas técnicas es que al detectar varios puntos, o incluso todo el campo visual simultáneamente, son muy rápidas [8, 9].

1.2. Aplicaciones

De las múltiples aplicaciones de las técnicas de escaneo 3D mencionadas al comienzo de la sección, la ingeniería inversa es una de las más importantes, especialmente en el sector de manufacturas. Esto involucra medir un objeto y luego reconstruir un modelo 3D del mismo para su utilización en CAD (diseño asistido por computadora), o en sistemas automatizados de manufactura. El objeto es escaneado para generar una nube de puntos que luego es convertida a un formato de mayor utilidad, como por ejemplo una malla de caras triangulares. Algunas de las industrias que utilizan estos métodos para ingeniería inversa son la automotriz, bienes de consumo, aeroespacial y electrónica, entre muchas otras. Una aplicación muy similar a ésta es el examen y réplica de artefactos históricos. El escaneo 3D, generalmente basado en triangulación o TOF, permite la reproducción de artefactos delicados sin necesidad de utilizar moldes de yeso u otras técnicas invasivas [10]. Esta tecnología también juega un rol vital en aplicaciones de inspección y control de calidad, superando los métodos tradicionales de contacto que son mucho más lentos [11, 12, 13]. El sector de la salud utiliza estas tecnologías para escanear partes del cuerpo, de manera de poder diseñar prótesis y piezas ortopédicas más cómodas, o para la fabricación de piezas dentales entre otras aplicaciones [14].

1.3. Control de calidad en productos tubulares

En el centro de investigación de Tenaris se desarrolló un equipo de perfilometría 3D destinado a medir defectos en la superficie de productos tubulares de acero. Estos tubos tienen diámetros en el rango de 5.5" a 9 5/8" (140 a 244 mm). Las normas internacionales de calidad requieren que los defectos superficiales no excedan el 5% del espesor de la pared del tubo, el cual va desde los 4.5 mm hasta los 12 mm según el producto. Los defectos que se desea resolver tienen dimensiones que van desde los 300 μm hasta los 600 μm . El equipo desarrollado está basado en triangulación láser. Existen algunos sistemas comerciales similares, como los desarrollados por IMS y SMS [15, 16].

Estos sistemas pueden ser implementados en distintas geometrías, cada una de las cuales tiene sus propias características, ventajas y desventajas. En este trabajo se utilizó la llamada “configuración estándar”, esquematizada en la figura 1. En esta configuración la línea láser se proyecta de manera perpendicular al plano de medición, llamado (x, z) en la figura 1. La característica más importante de esta configuración es que las variaciones de altura del objeto a lo largo de la línea proyectada no producen un cambio en la coordenada z de la línea. Esto simplifica los cálculos subsiguientes requeridos para derivar la forma del objeto, lo cual redundaría en que el sistema sea más rápido, preciso y fácil de calibrar. Una desventaja de la geometría estándar es que la cámara observa el objeto en ángulo. Esto aumenta la profundidad de campo requerida para mantener el foco a medida que la altura varía, como se ilustra en la figura 2. También implica que la magnificación de la lente es mayor a medida que la altura del objeto (y por lo tanto su distancia a la lente) cambia.

Para poder relacionar la información en pixels registrada por la cámara con información geométrica con unidades físicas (como por ejemplo los milímetros), el sistema debe ser calibrado con un objeto de prueba.

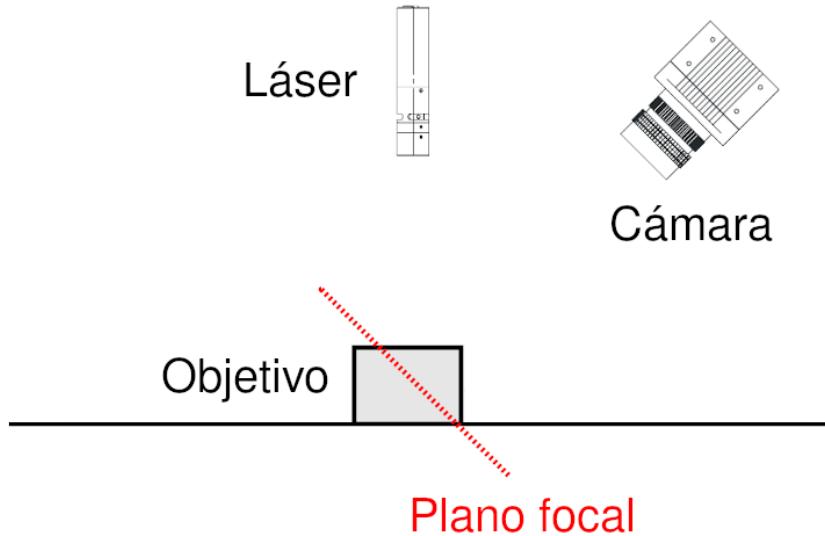


Figura 2: Esquema del sistema de triangulación láser, donde se observa que para mantener en foco la totalidad del objetivo se requiere una cierta profundidad de campo.

Se le llama “brazo” al conjunto de un láser y una cámara, dispuestos en la configuración estándar descripta anteriormente. Un brazo tiene sólo una visión parcial del tubo. En particular en este equipo, un brazo ve 60° del tubo. Por lo tanto, para poder escanear toda la superficie cubriendo los 360° , el equipo cuenta con 6 brazos dispuestos en forma de anillo alrededor del tubo, cada uno inclinado 60° respecto de su vecino. El tubo se desliza a lo largo de su propio eje, pasando por el centro del equipo. En la figura 3 se muestra un esquema de la configuración descripta.

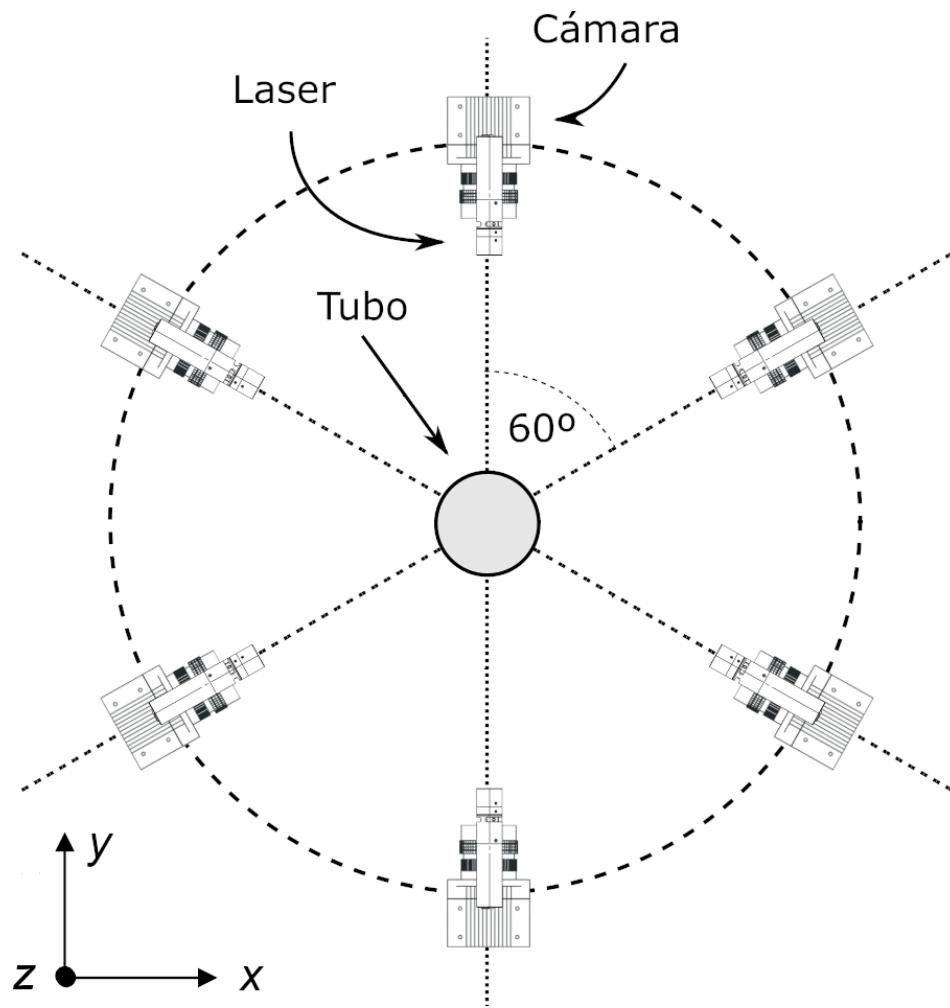


Figura 3: Esquema del equipo utilizado en planta, compuesto por 6 brazos. El tubo, en el centro, se desplaza a lo largo de su eje en la dirección z . Algunas imágenes adaptadas de [18] y [19].

1.4. Métodos de calibración

Para relacionar las mediciones de la cámara con mediciones en el mundo real, tridimensional, es necesario hacer una calibración. Esta calibración relacionará las unidades naturales de la cámara (pixels) con unidades del mundo físico (por ejemplo, metros). Como punto de partida es conveniente utilizar el modelo de la cámara oscura (*pinhole camera*), porque permite un trazado de rayos muy sencillo. Dado que el pequeño orificio deja pasar muy poca luz, este tipo de cámaras requieren tiempos de exposición muy largos. Para solucionar este problema las cámaras modernas incorporan una lente, de manera de recolectar mayor cantidad de luz. La desventaja de esto es que la incorporación de la lente no sólo obliga a ir más allá de la simple geometría de la cámara oscura, sino que además introduce distorsiones propias de la lente. Existen métodos de calibración [17] que permiten corregir matemáticamente las principales desviaciones respecto del modelo de cámara oscura. Estos métodos proporcionan modelos tanto para la geometría de la cámara como para la distorsión de la lente. Estos dos modelos definen los *parámetros intrínsecos* de la cámara.

Modelo de la cámara En la figura 4 se muestra un esquema del modelo de cámara oscura, donde O es el centro de proyección (orificio), el punto $Q = (X, Y, Z)$ es un punto del espacio real, y $q = (x, y, f)$ es su proyección sobre el plano imagen (sensor). El plano imagen está ubicado a una distancia focal f del orificio, y la intersección entre el plano imagen y el eje óptico se denomina *punto principal*. Vale aclarar que en este esquema se desplazó el plano imagen hacia adelante del orificio, debido a que de este modo la matemática es equivalente pero más sencilla (notar que la imagen no queda invertida).

La transformación que proyecta Q en q está dada por las ecuaciones 1 y 2, donde el primer término se obtiene por simple trigonometría. Sin embargo, dado que en la práctica el fotosensor no está perfectamente centrado respecto del eje óptico, se incluyen los corrimientos c_x, c_y . Por otro lado se utilizan distancias focales f_x, f_y diferentes para x y para y , debido a que los pixels en general son rectangulares, no cuadrados [20].

$$x_{\text{pantalla}} = f_x \left(\frac{X}{Z} + c_x \right) \quad (1)$$

$$y_{\text{pantalla}} = f_y \left(\frac{Y}{Z} + c_y \right) \quad (2)$$

Modelos de distorsión de la lente Para poder hacer exposiciones rápidas es necesario recolectar luz de un área más amplia y enfocar los rayos de manera que se dirijan al punto focal. Para esto se utiliza una lente. En teoría es posible definir una lente que no introduzca distorsiones, pero en la práctica ninguna lente es perfecta debido a limitaciones de fabricación. Por otro lado, también es difícil alinear mecánicamente la lente y el sensor.

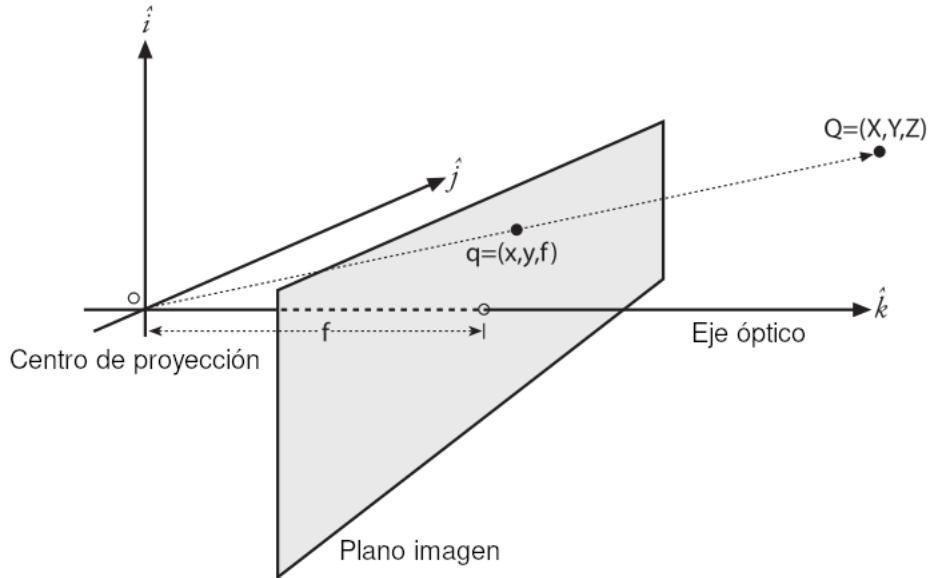


Figura 4: Trazado de rayos para la cámara oscura. El orificio de la cámara es el centro de proyección O . El punto Q observado se proyecta sobre el plano imagen en q . Imagen tomada de [17]

Los dos efectos principales a tener en cuenta son la distorsión radial, que proviene de la forma de la lente, y la distorsión tangencial, que proviene del proceso de ensamblado de la cámara.

El primer efecto a discutir es la distorsión radial. Las lentes de cámaras reales a menudo distorsionan apreciablemente la ubicación de los pixels que se encuentran cerca de los bordes del sensor. Este fenómeno es la causa del efecto “barril” u “ojito de pescado” que se exemplifica en la figura 5.

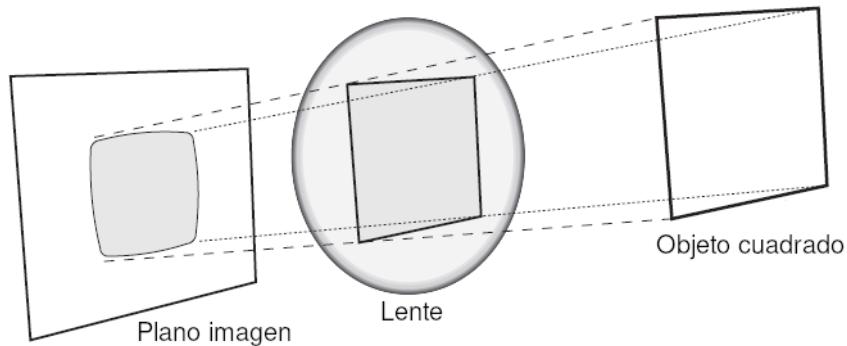


Figura 5: Distorsión radial: los rayos se curvan más de lo indicado en las regiones alejadas del centro. Imagen tomada de [17].

Este efecto se debe a que los rayos que pasan más lejos del centro se curvan más de lo que

el foco de la lente indica. En la práctica esta distorsión es pequeña y se la puede modelar con los primeros términos de una serie de Taylor centrada en $r = 0$ (donde la distorsión es 0). Esta corrección está descripta por las ecuaciones 3 y 4, donde r es la coordenada radial.

$$x_{corregido} = x (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \quad (3)$$

$$y_{corregido} = y (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \quad (4)$$

El segundo efecto de importancia es la distorsión tangencial, que se debe a defectos de manufactura, en particular al hecho de que la lente no está exactamente paralela al plano del sensor, como se esquematiza en la figura 6.

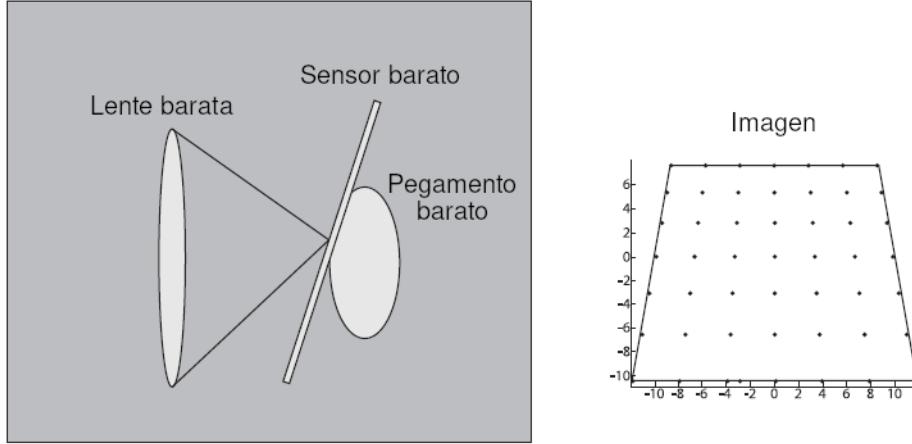


Figura 6: Esquema de la distorsión tangencial, producto de que el sensor y la lente tienen una cierta inclinación relativa, debida a limitaciones de fabricación. Imagen tomada de [17].

Este tipo de distorsión se puede caracterizar mediante las ecuaciones 5 y 6, introduciendo dos parámetros adicionales p_1 y p_2 [21]:

$$x_{corregido} = x + 2p_1 y + p_2 (r^2 + 2x^2) \quad (5)$$

$$y_{corregido} = y + p_1 (r^2 + 2y^2) + 2p_2 x \quad (6)$$

Determinación de los parámetros En total hay 4 parámetros intrínsecos de la cámara, y 5 parámetros de distorsión a determinar. Para ello se apunta la cámara a una

estructura que posea muchos puntos identificables. Al observar esta estructura desde múltiples ángulos es posible calcular la ubicación y orientación relativa de la cámara, así como también determinar los parámetros intrínsecos. Una estructura apropiada para este tipo de calibración es el tablero de ajedrez [22, 23, 24]. Es posible también utilizar patrones 3D con marcadores, pero son más costosos y difíciles de manipular. El patrón alternado blanco y negro del tablero de ajedrez evita que se produzcan sesgos hacia uno u otro lado de la medición. Por otro lado la determinación de los puntos a partir de esquinas permite tener detección subpixel. Cada vista del tablero introduce 6 incógnitas: 3 ángulos para la rotación, y 3 *offsets* para la translación. Por otro lado, el mapeo de un cuadrado en un cuadrilátero se puede describir con 4 pares (x, y) . Es decir que cada vista proporciona 8 ecuaciones al costo de 6 incógnitas, con lo cual, con una cantidad suficiente de vistas es posible en principio despejar cualquier cantidad de parámetros intrínsecos. En la práctica, teniendo en cuenta el ruido y la estabilidad numérica, se utilizan al menos 10 vistas de un tablero de 7×8 o más grande para obtener resultados de buena calidad. Cabe destacar que este método de calibración está implementado en numerosos paquetes de software como OpenCV [17].

Este método de calibración fue implementado en el equipo desarrollado en Tenaris, y tuvo un desempeño muy exitoso para la detección de defectos superficiales. Actualmente se desea incorporar una nueva funcionalidad al equipo, que es la de medir el diámetro del tubo. Esto traería una serie de ventajas para la fábrica, relacionadas con el control de procesos. La determinación precisa del diámetro es en principio posible con la información que actualmente mide el equipo. Sin embargo, con la calibración actual se observan discontinuidades en el pegado de las distintas cámaras. Estos saltos son del orden de los 2 mm y afectan la medición del diámetro, además de enmascarar defectos. Las causas de este fenómeno no están completamente claras, pero hay múltiples factores que podrían estar contribuyendo: la recta determinada por el láser no es ideal, el modelo matemático podría no estar capturando aspectos importantes, el algoritmo de detección de picos podría resultar impreciso bajo ciertas condiciones, el *scattering* sobre la superficie introduce un cierto error, y la respuesta no lineal de los sensores podría ser optimizada.

Frente a esta situación se abren dos caminos posibles: entender las causas de esta falla con la expectativa de que eso permita corregirla, o buscar una solución alternativa. En este trabajo se optó por el segundo camino. Existen antecedentes de sistemas comerciales cuyo método de calibración se basa en mapear punto por punto el sistema de coordenadas de la cámara al sistema del mundo real [15]. Se realiza un barrido del campo visual de la cámara con un objeto de referencia, cuya posición se conozca con gran precisión, y se modela el mapa que lleva del sistema de coordenadas natural de la cámara (en pixels) al sistema del espacio real.

En este trabajo se propone investigar los límites de este enfoque, con la expectativa de encontrar un método de calibración que permita un buen “pegado” de las cámaras. Es decir, que no se observen discontinuidades entre el perfil medido por una cámara y el de su vecina. Se espera que de esa manera el error en la medición de los diámetros se reduzca

a valores aceptables, por debajo del milímetro. En particular esta aplicación requiere una precisión de $100 \mu\text{m}$.

Para este fin se montó un sistema reducido compuesto por 2 brazos en lugar de 6, de manera de capturar las características esenciales del problema, tales como la inclinación entre los brazos y la distancia al centro del sistema. En la figura 7 se muestra un esquema del montaje.

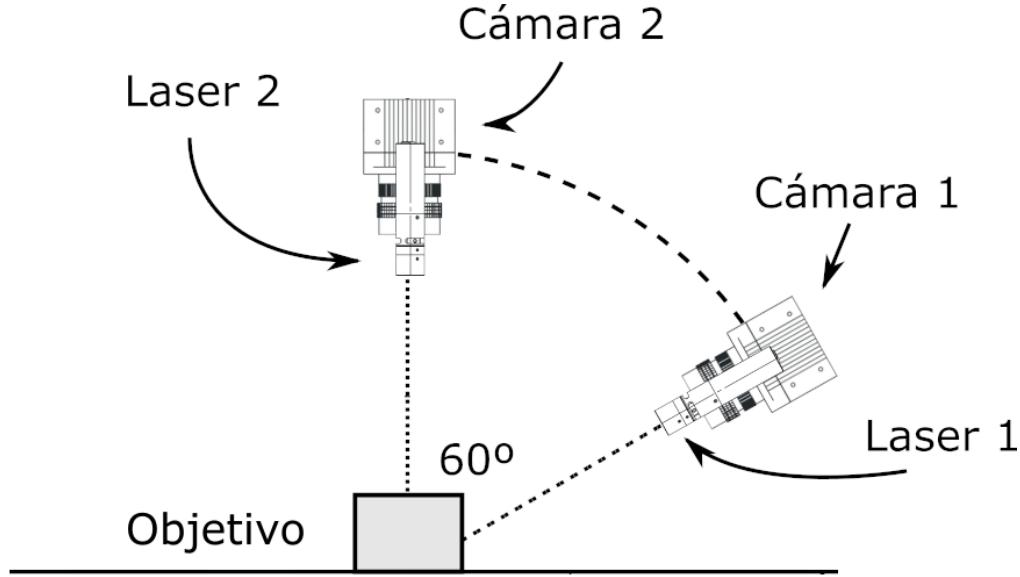


Figura 7: Esquema del sistema de medición utilizado en este trabajo, compuesto por dos brazos, cada uno integrado por un láser y una cámara. Los dos brazos estaban dispuestos en forma de anillo alrededor del objetivo, con una inclinación relativa de 60° . Algunas imágenes adaptadas de [18] y [19].

2. Montaje experimental

Para montar un sistema como el de la figura 7 se utilizaron dos láseres: un Osela Streamline y un Coherent StingRay, ambos de 660 nm, con un *fan angle* de 20° y enfocados a 390 mm. El ancho de la línea láser era de aproximadamente $200 \mu\text{m}$. Se utilizaron cámaras de alta velocidad Automation Technology C2-2040, con una resolución de 2048×1088 pixels, las cuales fueron operadas a una velocidad de 333 fps. Junto con las cámaras se utilizaron lentes Spacecom Pyxis 12, y filtros pasabanda Midopt BP660 con un rango útil de 640-680 nm.

Las cámaras y los láseres se montaron dispuestos en dos brazos con una inclinación relativa de 60° , con un ángulo cámara-láser de 45° . En las figuras 8 y 9 se muestra el montaje de los dos brazos, con sus láseres y cámaras. En la figura 10 se muestra una vista general del montaje completo. Para controlar tanto el encendido de los láseres como el disparo de las cámaras se utilizó un generador de funciones, de manera que los láseres se enciendan de manera alternada y cada cámara dispare cuando su láser asociado está encendido, alternando entre pares.

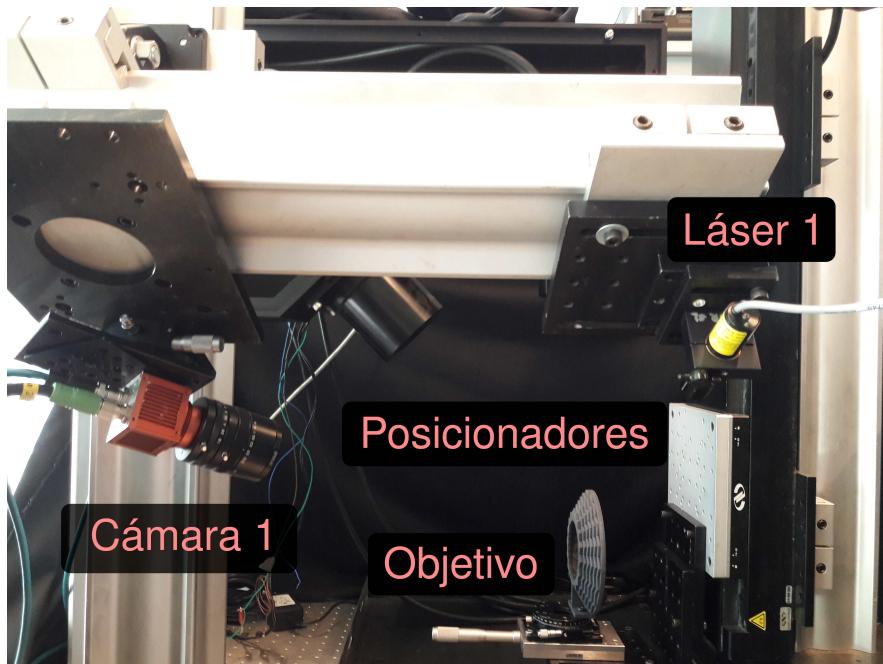


Figura 8: Brazo 1 del montaje experimental. Se observan el láser, la cámara, y un objetivo montado sobre los posicionadores lineales. Este brazo tenía una inclinación de 60° respecto del eje “y” dado por los posicionadores.

Finalmente, para desplazar el objetivo sobre el plano de los láseres se utilizaron dos posicionadores lineales Newport IMS montados de manera perpendicular (ver figura 11). Estos posicionadores tienen un rango de 600 mm y un paso mínimo de $1.25 \mu\text{m}$.

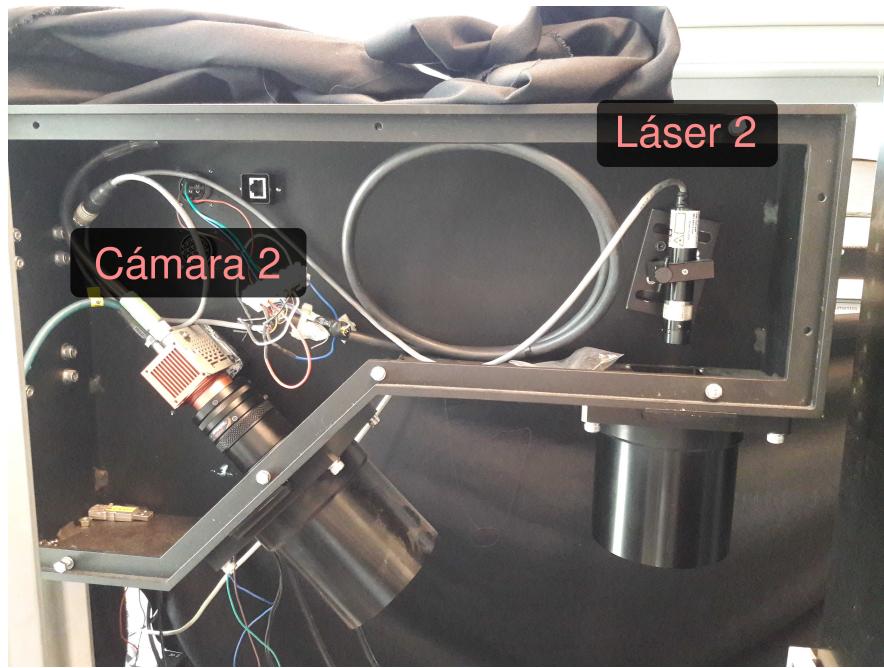


Figura 9: Brazo 2 del montaje. Se observan el láser y la cámara. Este brazo estaba alineado con el eje “y” de los posicionadores.

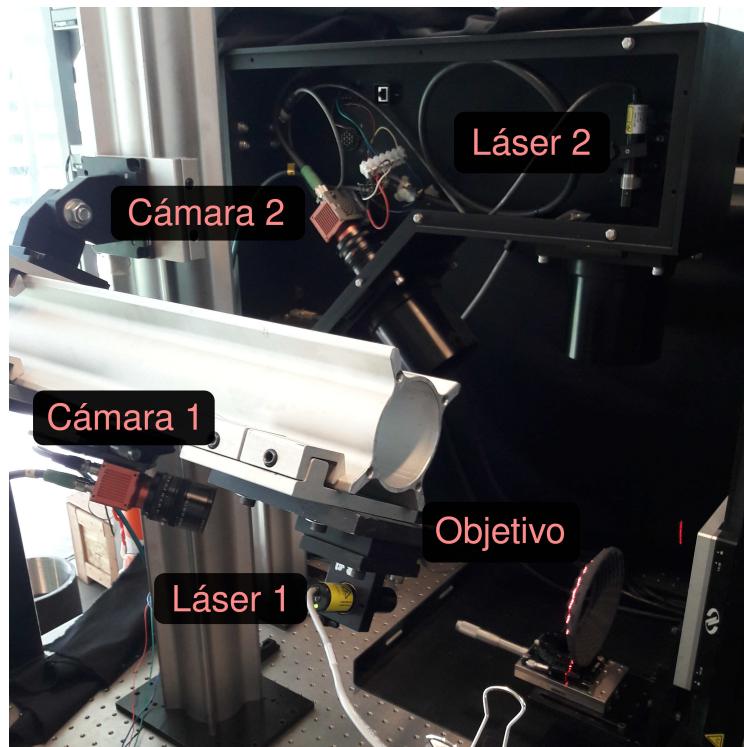


Figura 10: Imagen del montaje experimental completo donde se observan los dos brazos con sus respectivos componentes, y un objetivo.



Figura 11: Posicionadores lineales Newport montados de manera perpendicular. Imagen tomada de [25].

Con un soldador de estaño se realizaron las conexiones del brazo, de manera de poder alimentar la cámara y el láser, enviar al láser una señal de modulación de la cámara, y conectar las terminales de disparo externo a un generador de funciones. En la figura 12 se muestra el esquema de conexiones.

2.1. Modos de operación de las cámaras

Se utilizaron cámaras optimizadas para perfilometría 3D mediante triangulación láser, que ofrecen distintos algoritmos de pre-procesamiento para detectar la curva dada por el láser en la imagen. Estos algoritmos analizan cada columna por separado buscando el máximo de intensidad.

Modo “Máximo del perfil de intensidad” (MAX) Este modo detecta la posición del máximo de intensidad del láser, como se muestra en la figura 13. El cálculo de la posición del máximo se realiza con precisión de 1 pixel. En caso de que la intensidad esté saturada el algoritmo devuelve la posición del primer máximo detectado.

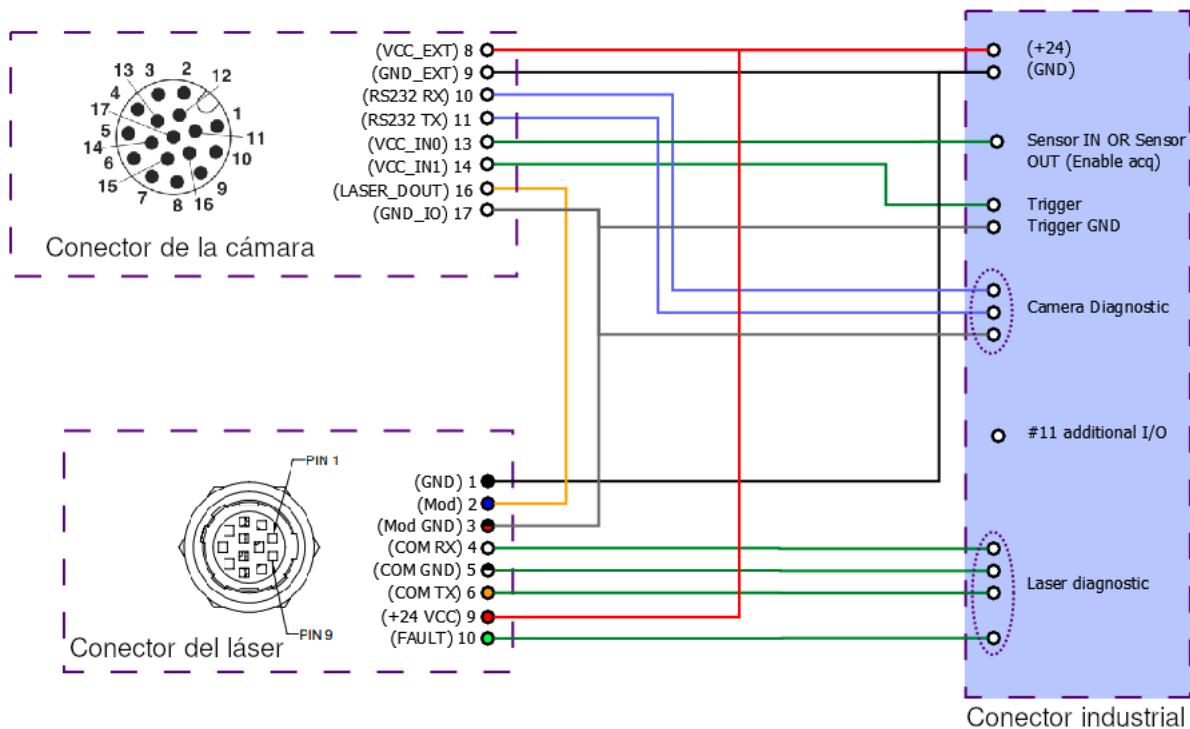


Figura 12: Esquema de las conexiones de un brazo. La cámara tiene una salida de tensión para disparar el láser (pin 16), y una entrada que permite controlar el disparo de la cámara de manera externa (pin 14).

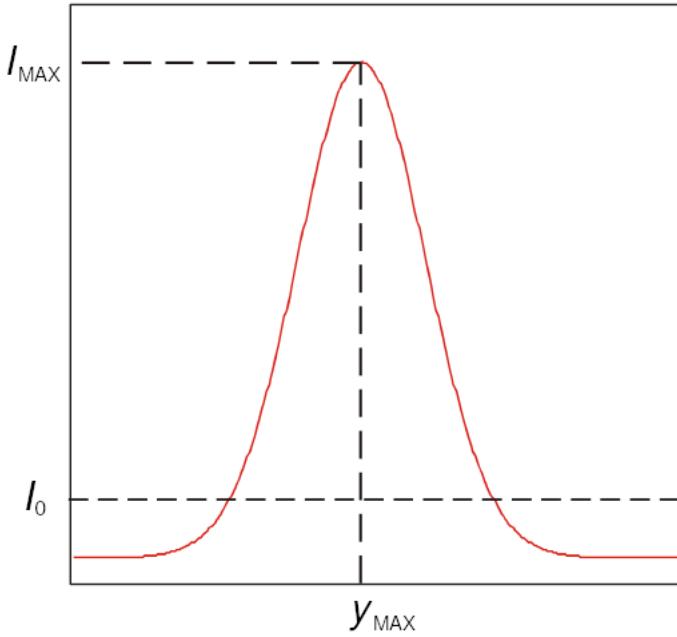


Figura 13: Esquema del modo MAX. Este algoritmo busca el primer máximo de izquierda a derecha, por encima del umbral I_0 dado por el usuario. Imágenes adaptadas de [18].

Modo Umbral (TRSH) Este algoritmo detecta las posiciones de los bordes izquierdo y derecho y_L , y_R del perfil de intensidad, para un dado umbral I_0 (ver figura 14). La posición del láser se aproxima por $y_{TRSH} = (y_L + y_R)/2$.

Modo Centro de Gravedad (CG) Este algoritmo fija un umbral I_0 dado por el usuario, y calcula la posición del pico a partir del centro de gravedad del área por encima del umbral (ver figura 15 C). En la ecuación 7 se muestra el cálculo, donde y es el índice con el que se etiquetan las filas de la imagen, I_y la intensidad registrada en esa fila (recordar que estamos analizando una columna fija), y y_L , y_R son los índices correspondientes a las intersecciones del umbral con el perfil de intensidad. Este algoritmo provee precisión por debajo del pixel.

$$y_{CG} = y_L + \frac{\sum_{\substack{y=y_L \\ y=y_R}}^y y(I_y - I_0)}{\sum_{y=y_L}^{y_R} (I_y - I_0)} \quad (7)$$

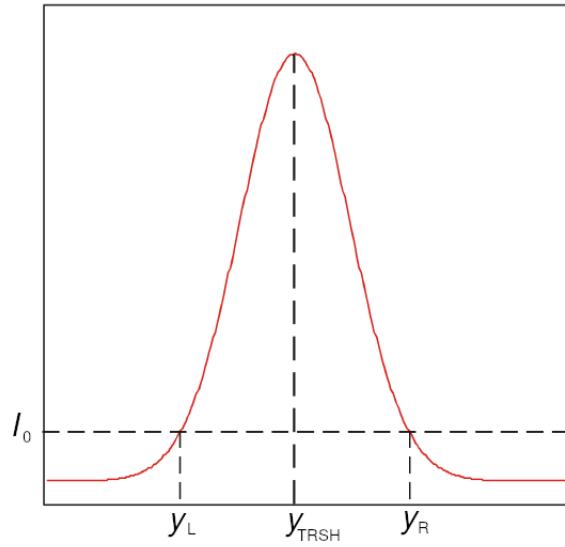


Figura 14: Modo TRSH. Dado un umbral, el algoritmo calcula las posiciones y_L , y_R en las que interseca el perfil de intensidad. Luego calcula la posición del máximo y_{TRSH} como el punto medio. Imágenes adaptadas de [18].

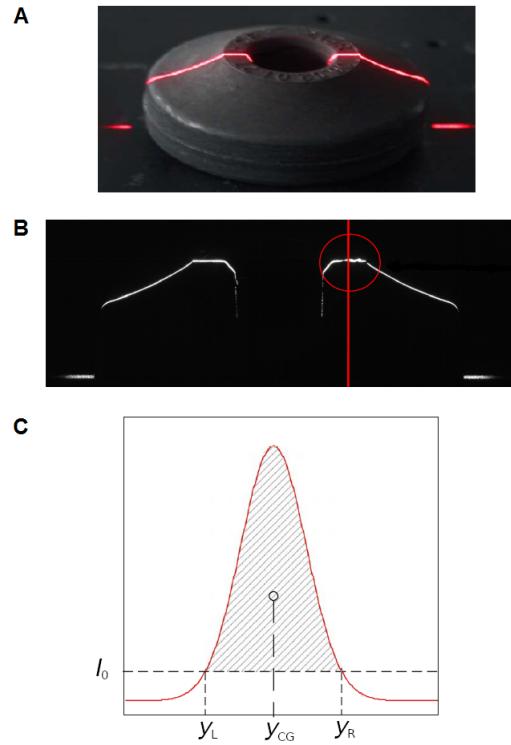


Figura 15: A) Imagen del objeto escaneado. B) Perfil de la línea láser en el sensor, con una columna en particular indicada en rojo. C) Perfil de intensidad de la columna destacada en la sub-figura anterior, junto con su centro de gravedad. Imágenes adaptadas de [26].

Modo FIR Peak Este algoritmo calcula la derivada del perfil de intensidad, y detecta la posición en que la derivada se anula, como se muestra en la figura 16. Este modo proporciona precisión subpixel.

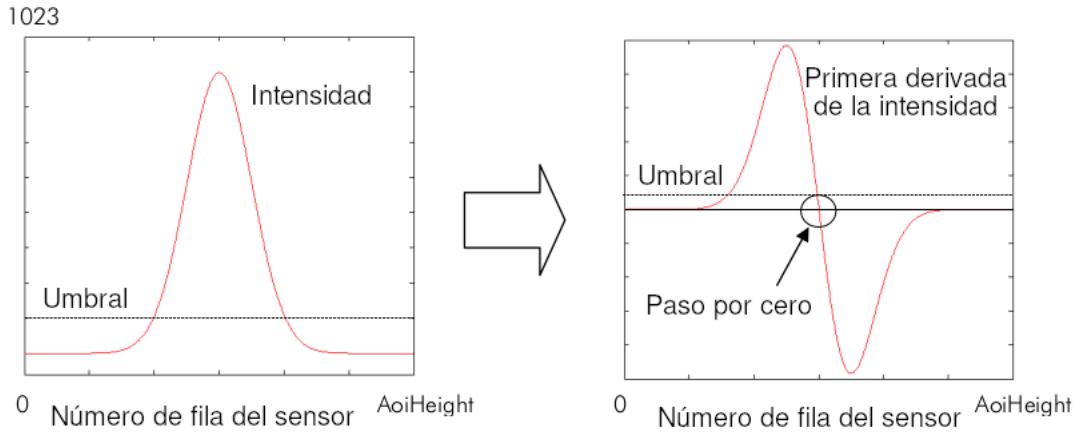
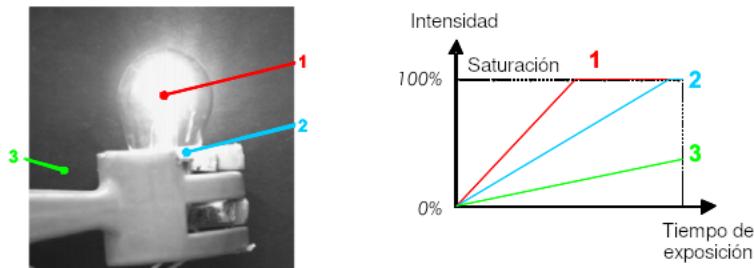


Figura 16: Esquema del modo *FIR Peak*. Calcula la primer derivada del perfil de intensidad, y detecta el punto donde se anula. Imágenes adaptadas de [18].

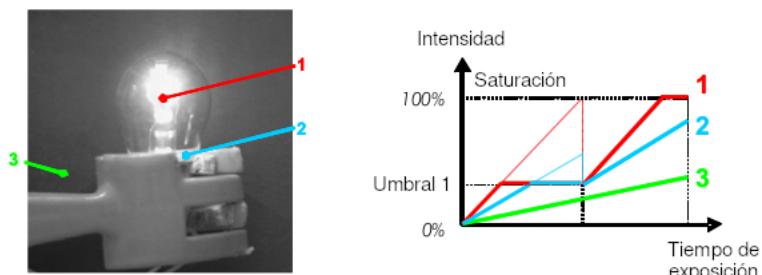
Modo Multi-Pendiente Para evitar la saturación del perfil durante la exposición del sensor, la cámara ofrece la posibilidad de utilizar una respuesta lineal a trozos, como se muestra en la figura 17. La intensidad de los pixels iluminados a partir de un cierto nivel es atenuada, mientras que los pixels más oscuros se dejan intactos. Se pueden elegir entre una, dos y tres pendientes (figuras 17 A, B y C respectivamente).

Para elegir el algoritmo de detección del láser se descartaron los 2 primeros (MAX y TRSH) por no tener resolución subpixel. La detección de picos, en la cual está basada el modo FIR, deja de ser confiable en caso de que la señal esté saturada, y por otro lado es sensible a la presencia de ruido en torno al máximo. Por esta razón en este trabajo se utilizó el modo Centro de Gravedad. Dado que se trabajó con superficies muy brillantes, el rango de intensidades fue muy amplio. Por esta razón, para evitar saturación sin perder información en las regiones de menor intensidad, se utilizó el modo Multi-Pendiente, con 3 pendientes. Vale destacar que este modo achata el perfil de intensidad, lo cual atentaría contra la sensibilidad de algoritmos basados en detección de picos. Sin embargo esto no afecta considerablemente la posición del centro de gravedad, lo cual fue otra razón para elegir el modo CG.

A) Pendiente simple



B) Pendiente doble



C) Pendiente triple (modo utilizado)

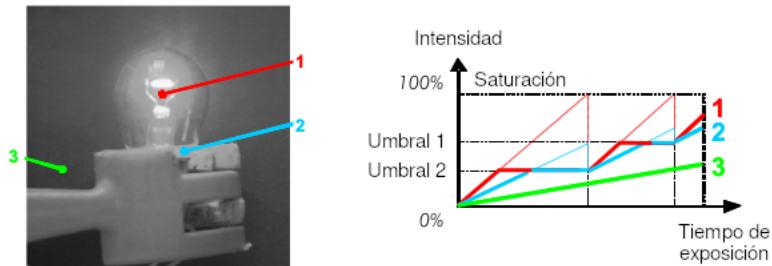


Figura 17: A) A la izquierda una imagen adquirida en el modo “pendiente única”. A la derecha, un gráfico de la intensidad acumulada en función del tiempo en tres puntos diferentes de la imagen, identificados por el código de colores. B) Análogo a la sub-figura anterior, pero utilizando una respuesta lineal a trozos con 2 pendientes. C) Análogo al caso anterior pero con 3 pendientes. Éste fue el modo utilizado en este trabajo. Imágenes tomadas de [18].

3. Pruebas preliminares

3.1. Caracterización del error de los posicionadores

En primer lugar se estudió el error de posicionamiento de las unidades de translación. Estas unidades cuentan con una tolerancia que el usuario puede fijar, de manera que una vez que la unidad se acerca a destino a menos de esa tolerancia le devuelve el control al usuario, sin perjuicio de que la misma continúe ejecutando correcciones más finas. Para caracterizar la magnitud de estas correcciones se envió el posicionador a una determinada posición fija habiendo partido de una posición aleatoria y, una vez que la tolerancia quedó satisfecha, se monitoreó la lectura del posicionador en función del tiempo. Se obtuvo el gráfico que se muestra en la figura 18. Como se puede observar, hasta pasados 8 segundos luego de haber satisfecho la tolerancia fijada por el usuario, el posicionador continúa haciendo correcciones hasta llegar a destino con un error menor a $1.25 \mu\text{m}$. Durante todo este proceso el error máximo cometido es menor a $4 \mu\text{m}$, lo cual permite asegurar que el error de los posicionadores no tiene consecuencias en la precisión buscada para el sistema.

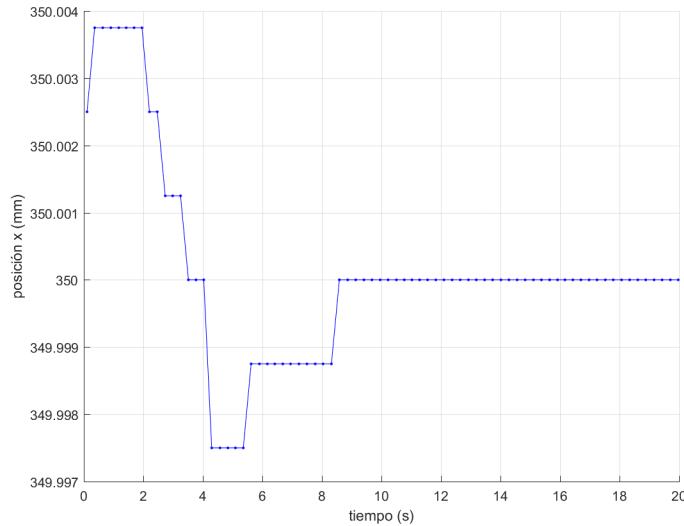


Figura 18: Coordenada del posicionador en función del tiempo, medido a partir del momento en que la distancia a la posición pedida fue menor que la tolerancia.

3.2. Prueba de distintos objetos de referencia

Aguja En primer lugar se consideró la posibilidad de utilizar un patrón compuesto por múltiples agujas ubicadas con gran precisión, con la ventaja de que en principio su detección no requeriría de algoritmos muy sofisticados. Para evaluar la factibilidad de

esta idea, fijó una aguja a los posicionadores y con ella se barrió el plano. Se obtuvieron perfiles como el que se muestra en la figura 19.

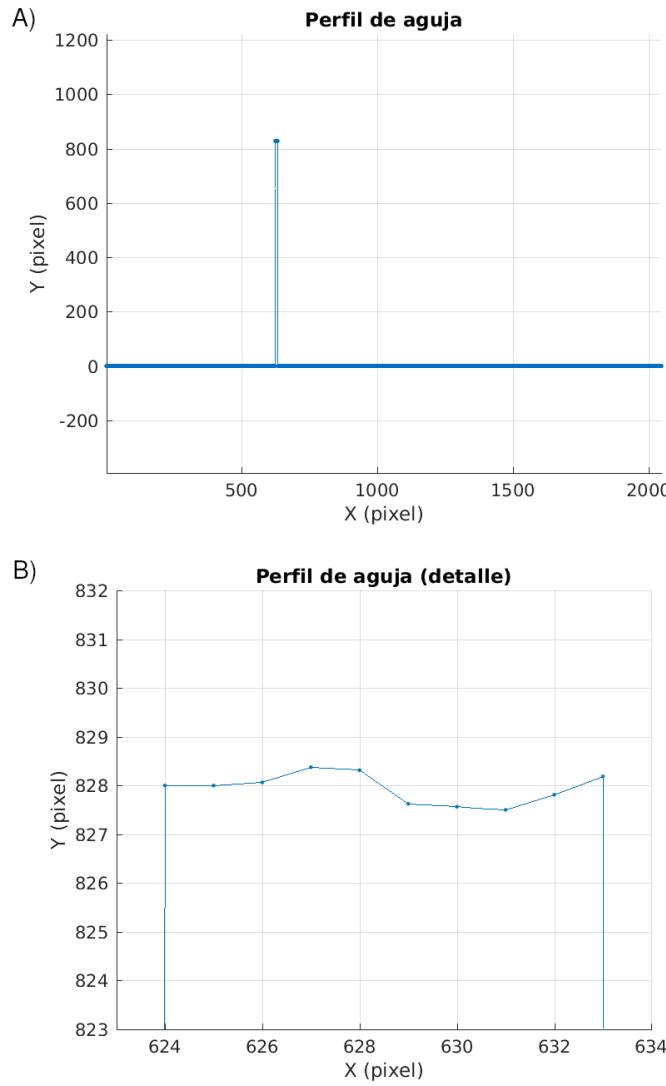


Figura 19: A) Perfil de una aguja. B) Detalle.

Como se observa en el detalle (sub-figura B) la aguja produjo una nube de puntos sin estructura apreciable, con lo cual se aproximó la posición de la aguja por las medianas en x e y de la distribución. La incertezza de la detección se cuantificó con la desviación estándar. En las figuras 20 se observa la desviación estándar asociada a cada coordenada, graficadas en todo el plano del barrido.

Como se puede observar, ambas coordenadas tienen un error del orden de los 4 pixels. Se observó que en la coordenada x 1 pixel correspondía aproximadamente a $250 \mu\text{m}$, con lo cual la incertezza en la determinación de la posición de la aguja fue de aproximadamente 1 mm. Este error fue considerado excesivo, especialmente teniendo en cuenta que una

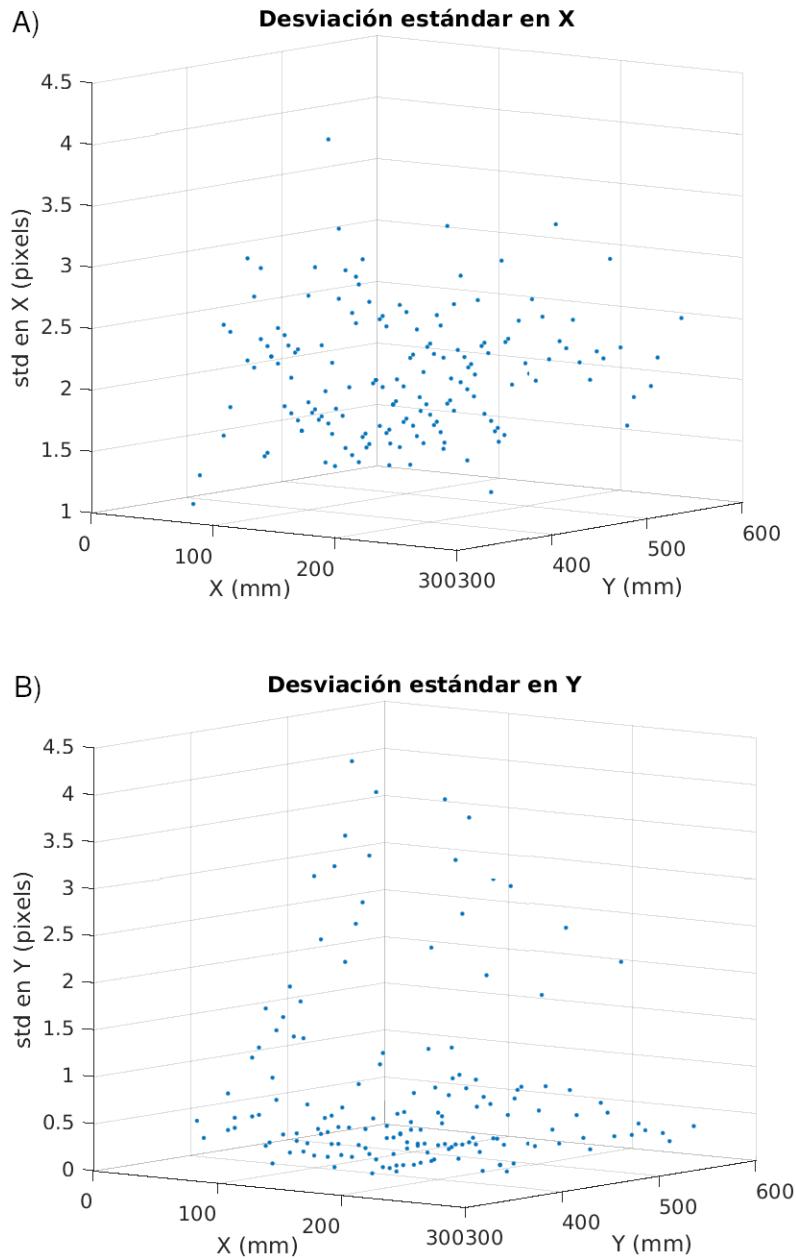


Figura 20: Desviación estándar de los perfiles de la aguja, en cada punto del barrido. En las sub-figuras A y B se muestran las componentes x e y respectivamente.

posterior calibración lo propagaría aún más. Por esta razón se exploraron otros patrones cuya detección pudiera ser más precisa. En particular se buscó un patrón que presente esquinas o ángulos, de manera de poder determinar la posición de un punto a partir de la intersección de dos rectas. Esta técnica ofrece la ventaja de que la resolución está por debajo del pixel.

4. Calibración con patrón trapezoidal

Como se comentó en la sección 1.4, el objetivo de este trabajo es calibrar el sistema barriendo todo el campo visual de las cámaras con un determinado objeto de referencia fijo a los posicionadores, cuya posición se conoce con precisión. Luego se modela un mapa que vincule los sistemas de coordenadas de las cámaras con el de los posicionadores, con lo cual será posible determinar la posición en el espacio del objetivo a partir de la señal en los sensores de las cámaras. Se utilizó el patrón trapezoidal de Automation Technology que se muestra en la figura 21. Este patrón fue ubicado de manera que dos de sus esquinas queden orientadas hacia las dos cámaras, como se muestra en la figura 22. Las esquinas 1 y 2 fueron detectadas con las cámaras 1 y 2 respectivamente. La separación entre esquinas era de 6 cm.

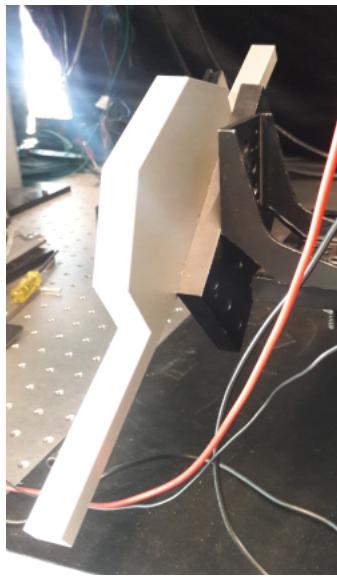


Figura 21: Patrón trapezoidal.

Se hizo un barrido de aproximadamente 20 cm por 20 cm, con un paso de 5 mm, y en cada punto se tomó una medición con ambas cámaras. En cada punto se midieron 50 perfiles y se tomó la mediana de ellos para suavizar el ruido proveniente de los reflejos. Para encontrar las esquinas disponibles en los perfiles se utilizó el algoritmo que se detalla en la próxima sección.

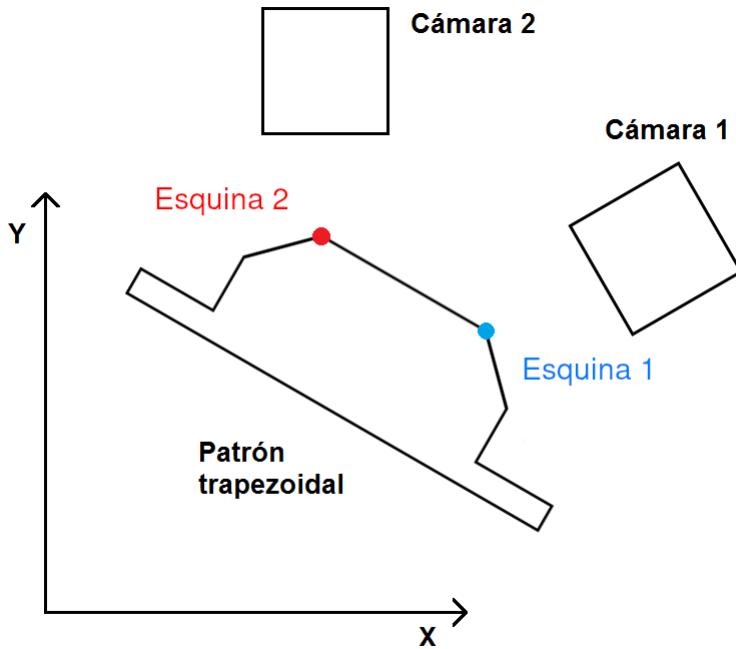


Figura 22: Esquema del montaje del patrón trapezoidal, orientado de manera que las cámaras 1 y 2 detecten las esquinas 1 y 2 respectivamente.

4.1. Algoritmo para encontrar esquinas

El propósito de este algoritmo es identificar las 2 rectas que componen la esquina visible en el sensor (en caso de haber alguna) y encontrar su intersección. Los pasos del algoritmo son los siguientes:

1. En primer lugar se identifica un perfil en la región central del barrido.
2. Luego se ordenan todos los perfiles por orden de cercanía respecto a ese primer perfil.
3. En el primer perfil, el usuario señala manualmente mediante un clic la posición aproximada de la esquina que se desea encontrar (ver figura 23).
4. A partir de las coordenadas (x_0, y_0) dadas por el usuario, el algoritmo divide el perfil en dos, a izquierda y a derecha de x_0 . Toma un rango de 40 pixels a cada lado de x_0 y ajusta cada una de las dos regiones por rectas. Luego realiza una iteración en la que descarta aquellos puntos que se alejan más de 3 desviaciones estándar del ajuste, y vuelve a ajustar con los puntos restantes. De esa manera encuentra las rectas que mejor ajustan las dos caras de la esquina, y determina las coordenadas de la misma a partir de la intersección de esas dos rectas.
5. Una vez encontrada la esquina del primer perfil, el algoritmo continúa con el siguien-

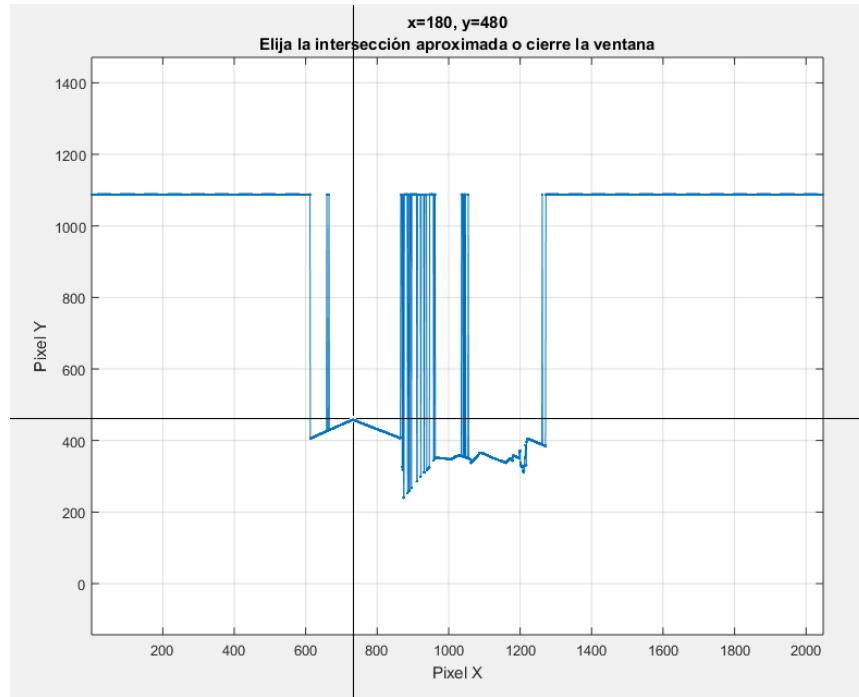


Figura 23: Interfaz gráfica donde el usuario, mediante un clic, le provee al algoritmo una estimación de la ubicación de la esquina de interés para el primer perfil.

te más cercano al primero. En este caso ya no es necesario que el usuario provea una estimación inicial de la posición de la esquina. En cambio el algoritmo toma un recorte del primer perfil, compuesto por un entorno de la esquina, y compara el nuevo perfil con la esquina ya encontrada hasta identificar la región del nuevo perfil que más se parece a la esquina anterior. Para esto se grafican de manera superpuesta el perfil nuevo y la esquina anterior, comenzando por el extremo izquierdo del perfil nuevo (ver figura 24).

Se hace un barrido en el cual se va desplazando la esquina anterior hacia la derecha, y en cada punto se calcula la diferencia entre ambos perfiles, como se muestra en la figura 25. El objetivo es tener una medida de qué tan parecidos son los dos perfiles a cada paso del barrido. Para ello, en cada paso se suman todos los puntos de la diferencia, es decir todas las coordenadas y de la figura 25. En la figura 26 se muestra el resultado, donde se ve que en los primeros 500 pixels, así como también en los últimos, la diferencia entre el perfil nuevo y la esquina anterior es constante, porque el perfil nuevo tiene un valor constante en esas regiones. Sin embargo esta curva tiene un mínimo, allí donde la esquina anterior se superpuso con la esquina del nuevo perfil (ver figura 27).

6. En la coordenada x de dicho mínimo se repite el proceso descripto en el paso 4 para encontrar la esquina del nuevo perfil.

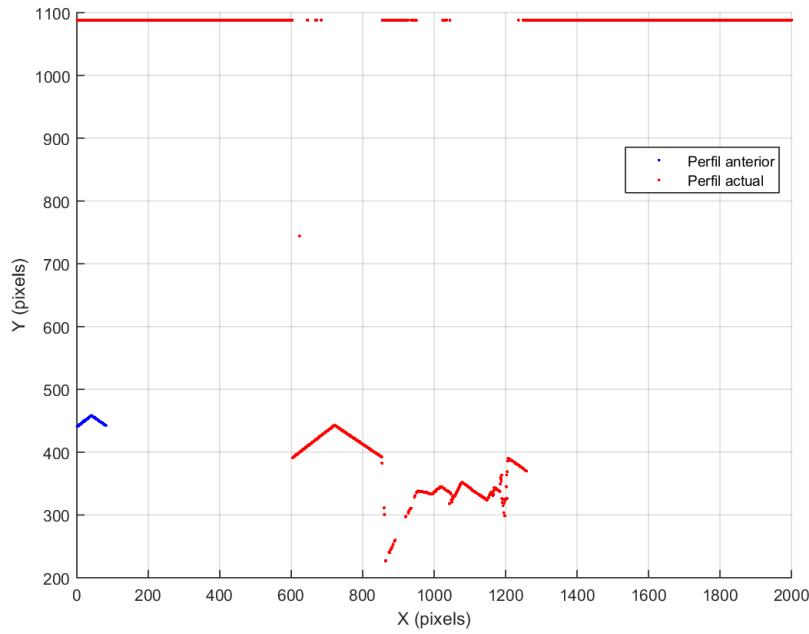


Figura 24: En rojo, nuevo perfil cuya esquina se desea encontrar. En azul, un entorno de la esquina encontrada en el perfil anterior. La esquina azul es desplazada a lo largo de la dirección “x”, comparando a cada paso con el perfil rojo hasta encontrar la ubicación de máxima coincidencia.

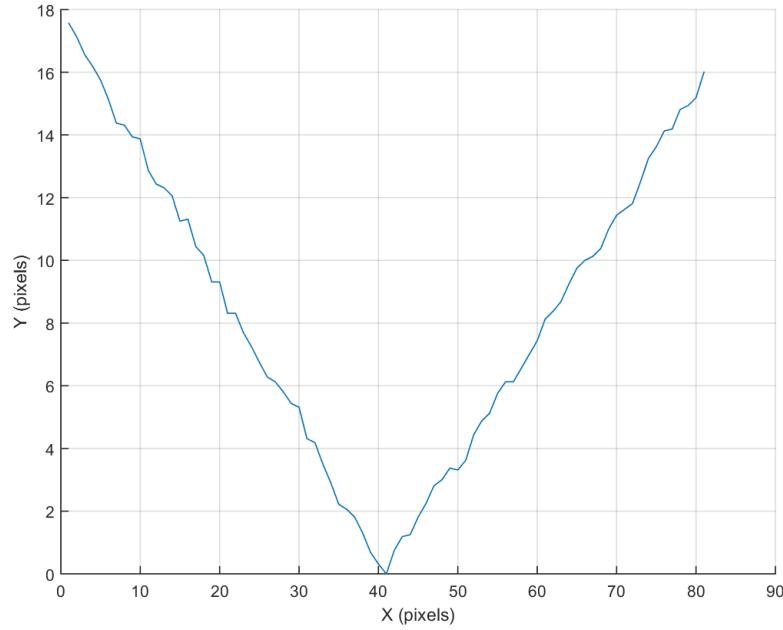


Figura 25: Diferencia entre los perfiles rojo y azul de la figura 24. La suma de todos los puntos de esta curva corresponde a un punto de la figura 26.

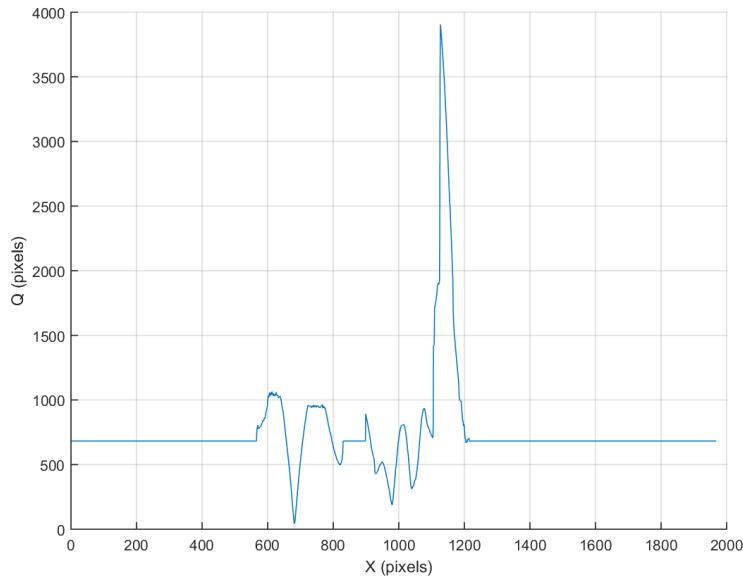


Figura 26: Esta curva muestra para cada valor de “x” la suma de las diferencias de los perfiles azul y rojo a medida que el primero es desplazado a lo largo del eje “x”. Esta curva tiene su mínimo cuando dichos perfiles tienen coincidencia máxima.

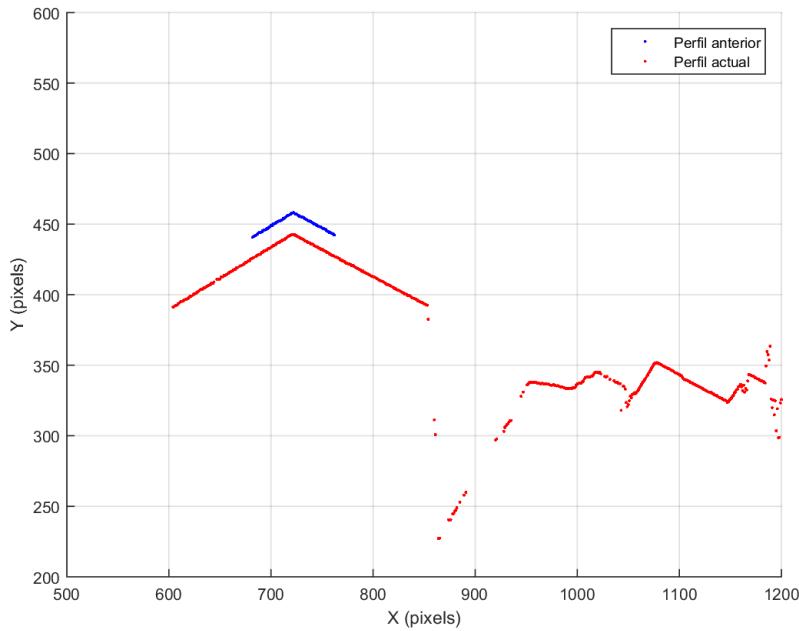


Figura 27: Análogo de la figura 24, donde el perfil azul está ubicado en la posición que minimiza la curva de la figura 26. Esto le da al algoritmo una estimación de la ubicación de la esquina que se desea encontrar en el perfil rojo.

7. El algoritmo continúa encontrando las esquinas de los perfiles restantes, por orden de cercanía al primero, hasta tener 10 esquinas. Una vez llegado a ese punto el algoritmo implementa un método más rápido para obtener la primera estimación de la esquina. Este método consiste ya no en comparar con una esquina de referencia, sino en tomar las 10 esquinas ya encontradas y graficar la coordenada x de la esquina (en pixels) en función de las coordenadas x, y en milímetros del perfil correspondiente. Es decir, las coordenadas de los posicionadores lineales en las cuales se midió ese perfil. Esto se muestra en la figura 28 en puntos rojos. Estos puntos son ajustados por un polinomio de grado 2, como se muestra en la misma figura. Luego el algoritmo toma las coordenadas x, y del próximo perfil (en milímetros) y las utiliza para evaluar el polinomio. De esta manera obtiene una estimación de la posición de la esquina en el nuevo perfil (punto azul en la figura 28). Luego procede como en el paso 4 para encontrar las coordenadas con precisión.

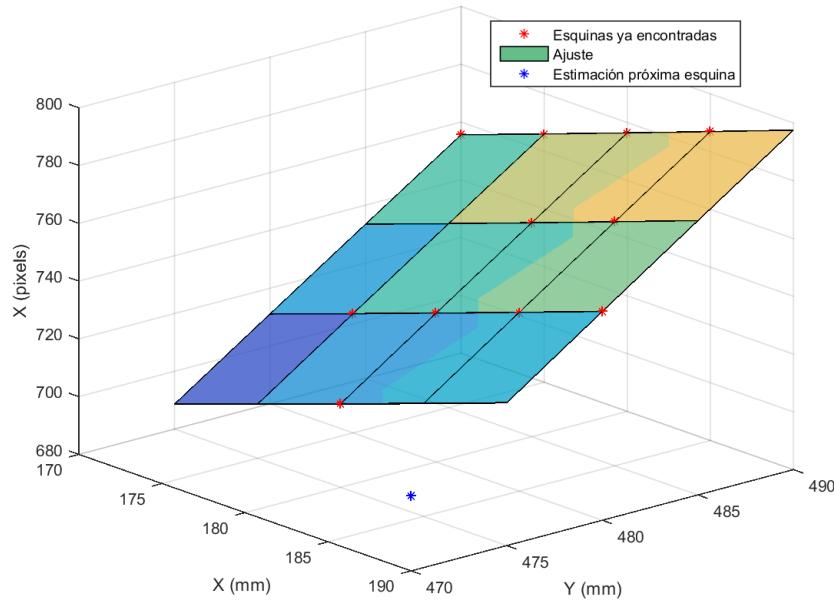


Figura 28: En rojo se muestran las primeras 10 esquinas encontradas por el algoritmo, graficando la coordenada “ x ” en pixels en función de las coordenadas “ x ”, “ y ” del sistema fijo a los posicionadores lineales. La superficie mostrada es un ajuste de dichos puntos por un polinomio de grado 2 en 2 variables, el cual es evaluado en las coordenadas del próximo perfil para estimar la coordenada “ x ” en pixels de la próxima esquina a encontrar (punto azul).

8. El algoritmo continúa de esta manera hasta agotar los perfiles.

Una vez procesados todos los perfiles se obtiene la figura 29, que muestra las coordenadas x e y de los posicionadores para las cuales se logró encontrar una intersección con una u otra cámara.

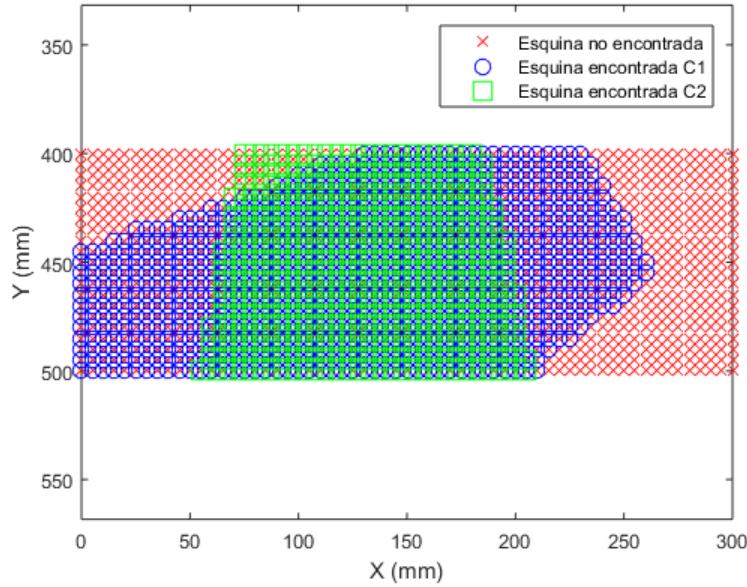


Figura 29: Coordenadas de todos los puntos medidos (rojo) junto con aquellos en los cuales se encontró la esquina con la cámara 1 (azul) y con la 2 (verde).

La figura 30 muestra las coordenadas en pixels de las intersecciones en función de x e y . Luego de haber encontrado todas las intersecciones disponibles con cada cámara, se calibró cada una individualmente de la manera que se describe en la siguiente sección.

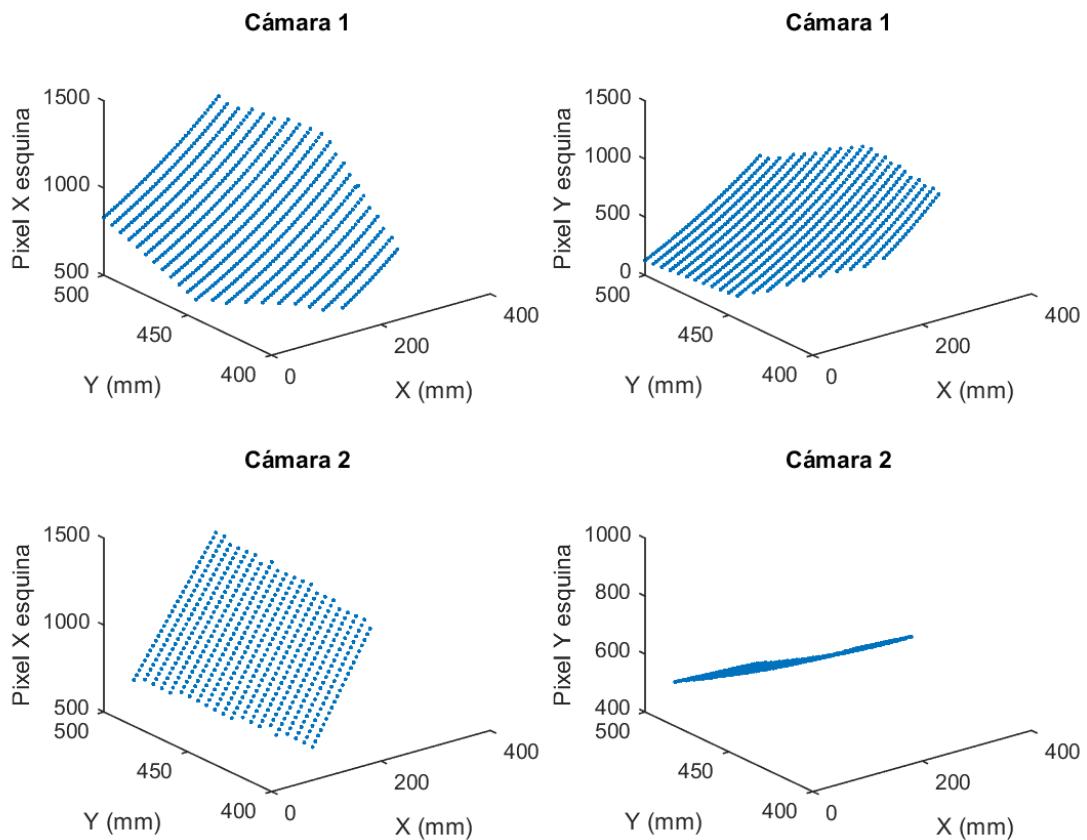


Figura 30: Coordenadas x e y en pixels de las intersecciones, en función de las coordenadas x e y de los posicionadores.

4.2. Algoritmo de calibración

Con las coordenadas de cada punto en los dos sistemas de referencia (pixels y milímetros), se calibra el sistema buscando un modelo que ajuste la transformación que lleva de un espacio al otro. En la figura 30 se muestran los gráficos de esta transformación, donde se puede observar que las funciones son suaves. Por esta razón se pensó que polinomios de bajo grado podrían dar un ajuste satisfactorio. En primer lugar se probaron polinomios de orden 2, pero se observó que los residuos tenían una estructura apreciable, lo cual es indicador de que el ajuste no era lo suficientemente bueno. Se aumentó entonces el grado hasta dejar de observar estructura en los residuos, con lo cual los polinomios adecuados resultaron ser de orden 4. Para cada cámara se obtuvieron entonces 2 polinomios como se muestra en las ecuaciones 8 y 9.

$$x_{px} = p_4(x_{mm}, y_{mm}) \quad (8)$$

$$y_{px} = q_4(x_{mm}, y_{mm}) \quad (9)$$

En principio hay dos caminos posibles para ajustar los datos: se pueden usar los pixels como variable independiente y ajustar los milímetros, o viceversa. Dado que el método de cuadrados mínimos “tradicional” asume que la variable independiente no tiene error [27], se consideró que sería más confiable otorgarle ese rol a aquella variable que fue medida con mayor precisión. En este caso serían las coordenadas de los posicionadores lineales. El objetivo de la calibración es obtener una función que, dado un punto en pixels, devuelva sus coordenadas en milímetros. Por lo tanto el polinomio dado por el ajuste (que lleva de milímetros a pixels) debe ser invertido. El resultado final son polinomios que llevan de pixels a milímetros, como se muestra en las ecuaciones 10 y 11.

$$x_{mm} = p_4^{-1}(x_{px}, y_{px}) \quad (10)$$

$$y_{mm} = q_4^{-1}(x_{px}, y_{px}) \quad (11)$$

Para darle mayor calidad a los ajustes del paso 1 se omitieron algunos puntos considerados menos confiables: se descartaron aquellos en los cuales el ajuste lineal de alguna de las 2 rectas tenía una desviación estándar mayor a 0.4, o cuando alguna de las 2 rectas presentaba menos de 100 puntos. Las figuras 31 y 32 muestran los puntos descartados con este criterio.

El ajuste de los polinomios se realizó en forma iterativa para descartar puntos cuyo error respecto del modelo excediese 3 desviaciones estándar. Las figuras 33 y 34 muestran los puntos utilizados para los ajustes.

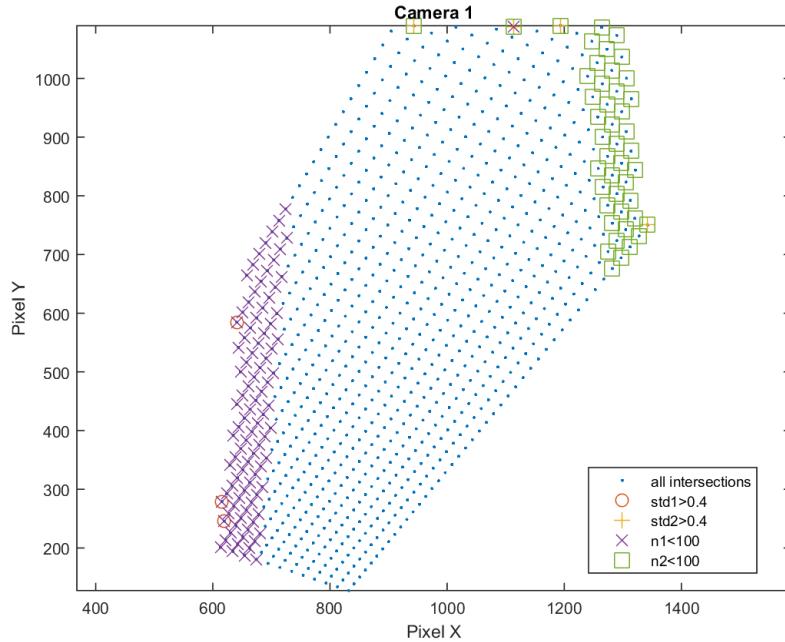


Figura 31: Coordenadas en pixels de todos los puntos del barrido para los cuales se encontró la intersección con la cámara 1 (azul), junto con aquellos puntos que fueron descartados porque el ajuste lineal de alguna de las dos rectas que lo definen (o ambas) no fue considerado confiable.

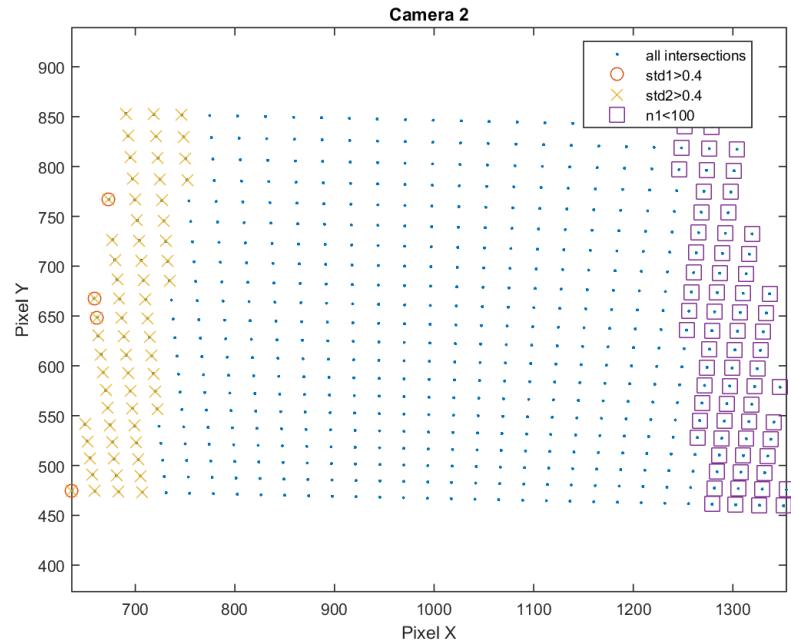


Figura 32: Análogo a la figura 31, correspondiente a la cámara 2.

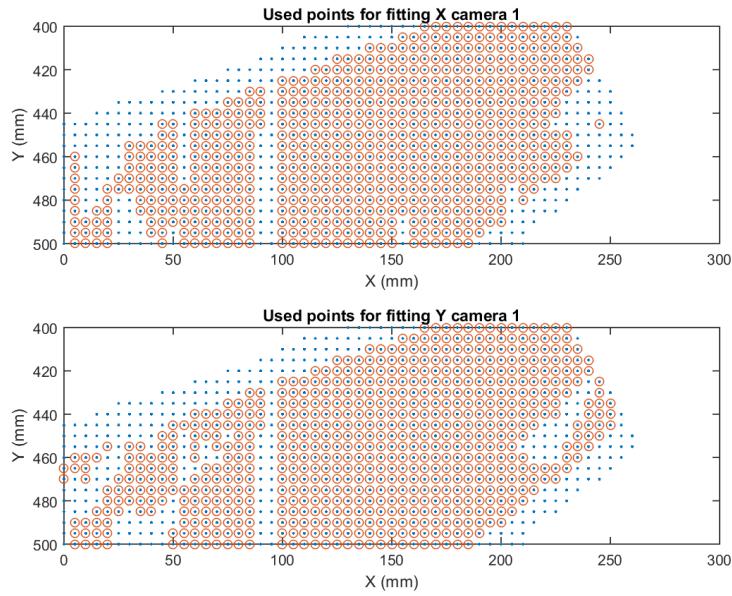


Figura 33: Coordenadas (x, y) de todos los puntos del barrido para los cuales se encontró la intersección con la cámara 1 (azul), junto con aquellos puntos que fueron efectivamente utilizados en el ajuste de los polinomios (rojo), $p_x(x, y)$ en la figura superior y $p_y(x, y)$ en la inferior. Los puntos restantes fueron descartados porque tenían un error con respecto al modelo que era mayor a 3 desviaciones estándar.

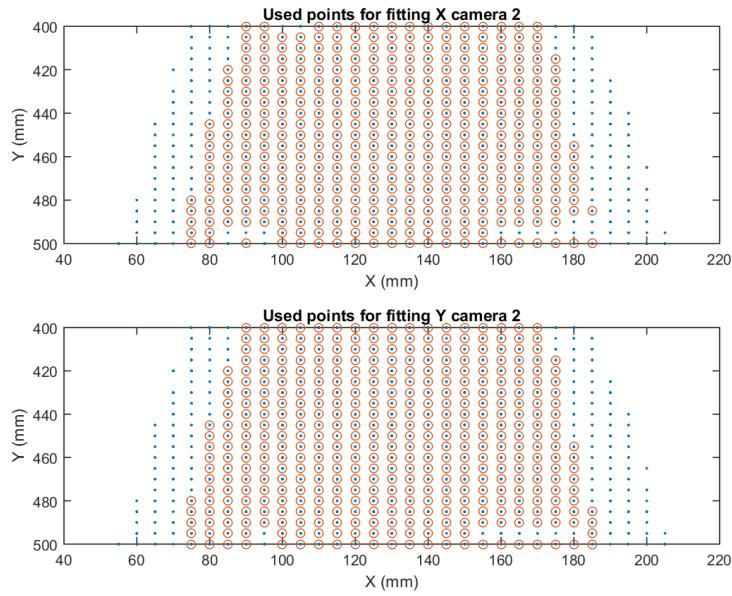


Figura 34: Análogo a la figura 33 para la cámara 2.

Los gráficos de las figuras 35 y 36 muestran la diferencia entre las coordenadas medidas del espacio tridimensional y las predichas por el modelo, dado por los polinomios invertidos, sobre los sensores.

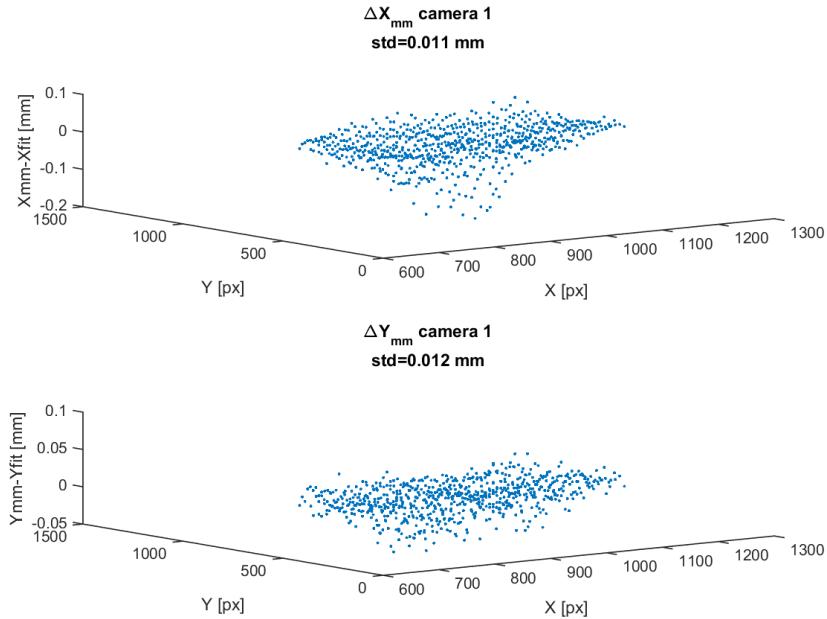


Figura 35: Error en los polinomios que dan milímetros en función de pixels para la cámara 1.

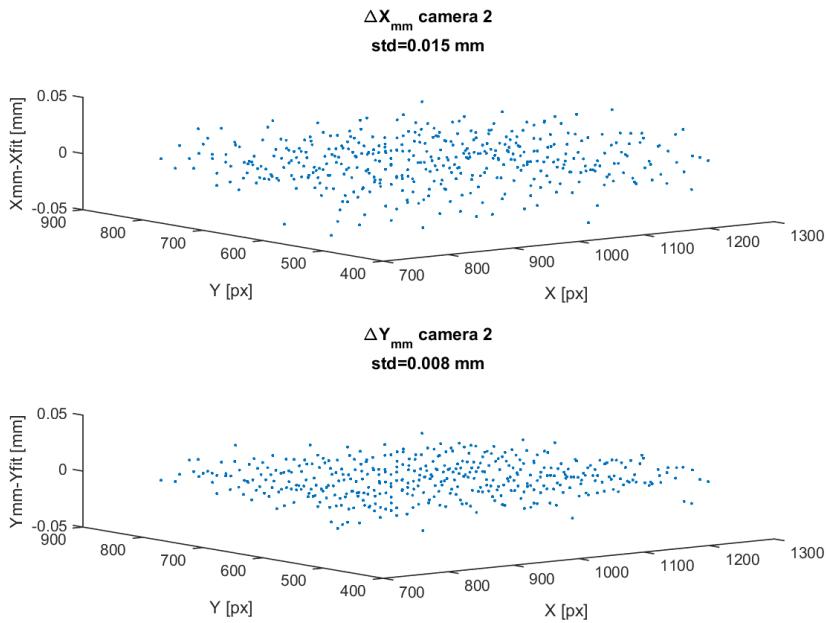


Figura 36: Análogo a la figura 35 para la cámara 2.

Para visualizar la transformación que relaciona los dos sistemas de coordenadas, se generó una grilla rectangular en pixels como la que se muestra en la figura 37-A y se la transformó a mm utilizando la calibración. En la figura 37-B se muestra la grilla transformada.

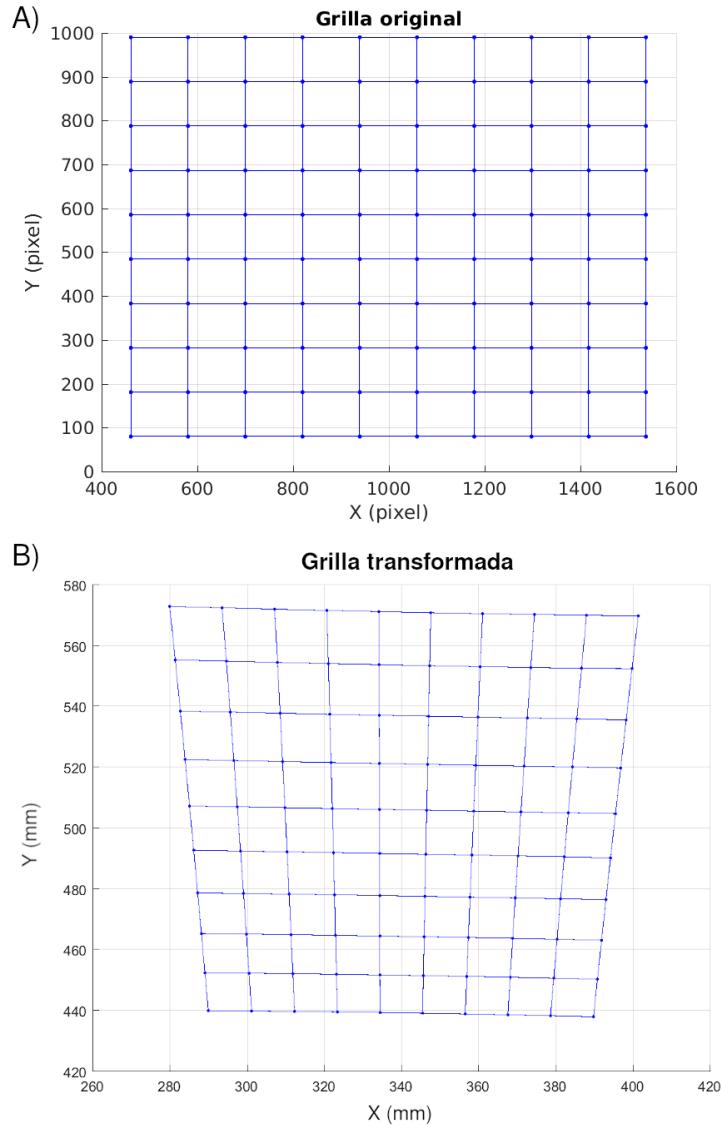


Figura 37: Visualización de la transformación de coordenadas, yendo desde el espacio de pixels (A) a milímetros (B).

En la figura 37 se observa que la transformación introduce una deformación de las rectas producto de la perspectiva. Sin embargo estas rectas no sufren una curvatura apreciable (sub-figura B). Esto significa que no hay efectos significativos de distorsión radial (que habían sido esquematizados en la figura 5), con lo cual se puede concluir que la calidad de la lente es muy satisfactoria.

4.3. Medición de diámetros

Región de validez Una vez calibradas las dos cámaras individualmente, se definió la región de validez de cada calibración. Se tuvieron en cuenta dos restricciones: en primer lugar sólo se consideró válido utilizarla dentro de la zona calibrada de cada cámara. Es decir que los polinomios no se utilizarán para extrapolar información. En la figura 38 se muestran las regiones calibradas de cada cámara, en cian y magenta. En segundo lugar, para hacer el ajuste, se tuvieron en cuenta únicamente aquellos puntos que estaban dentro de una “zona de interés”, definida por un cierto rango de ángulos y de radios. Por un lado se consideró que cada cámara debía procesar únicamente los 70° centrales a ella dado que, en el sistema de 6 cámaras, cualquier punto fuera de ese rango está más cerca de alguna otra cámara vecina. Por otro lado se consideró un radio central ubicado a 390 mm de ambos láseres, y cada cámara procesó un rango de ± 40 mm respecto de ese radio. Estas regiones están indicadas por las líneas punteadas azul y roja en la figura 38.

Para poner a prueba la calibración se utilizaron 3 patrones cilíndricos diferentes con los siguientes diámetros: $(139,707 \pm 0,002)$ mm, $(168,310 \pm 0,001)$ mm y $(177,805 \pm 0,001)$ mm. Se alineó el sistema de manera que el radio de referencia antes mencionado coincida con el del patrón intermedio.

Referencia mutua de las cámaras Una vez que las dos cámaras están calibradas, ya es posible medir dimensiones con cualquiera de ellas. Sin embargo, las mediciones de una y otra diferirán entre sí en una traslación. Esto es así porque cada cámara fue calibrada tomando como referencia una esquina diferente del trapecio. Entonces las mediciones de una y otra cámara diferirán en una traslación igual a aquella que lleva de una esquina a otra del trapecio. Para solucionar este problema es necesario determinar cuál es la magnitud de esa traslación, y compensarla desplazando la calibración de una de las dos cámaras. Para determinar la magnitud de la traslación se buscó medir una misma esquina con ambas cámaras, y calcular la diferencia entre ambas mediciones. Esto se hizo de la siguiente manera:

1. Se ubicó el trapecio de manera que las dos cámaras puedan ver una misma esquina, como se esquematiza en la figura 39. De esta manera el patrón quedó en posición horizontal.
2. Se hizo un barrido detectando esta esquina con ambas cámaras, en todo el campo visible.
3. Los puntos obtenidos se transformaron al espacio de milímetros con la calibración recién realizada. En la figura 40 se puede observar que los perfiles medidos por las dos cámaras tienen un corrimiento relativo, que es igual al corrimiento que hay entre las esquinas 1 y 2 de la figura 22.
4. Para cada punto del barrido se calcula la traslación que hay entre las coordenadas de la esquina medida por la cámara 1, y aquellas dadas por la cámara 2. Las com-

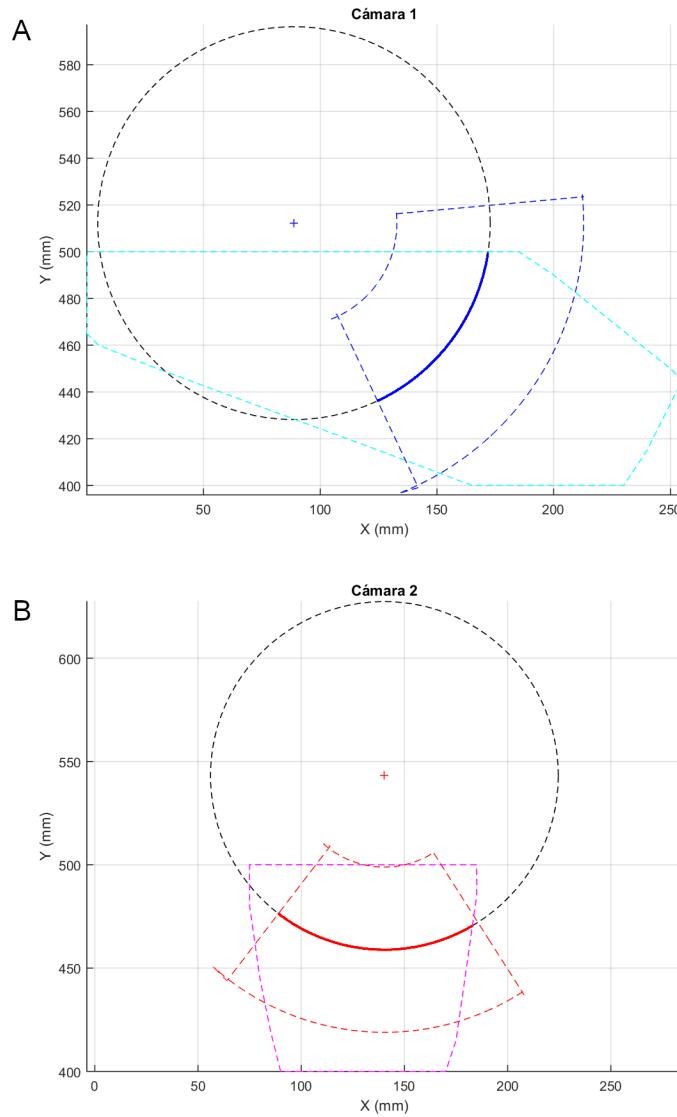


Figura 38: Determinación de las zonas de validez de las calibraciones. Las líneas punteadas azul y roja muestran los 60° que le corresponden a cada cámara. Las líneas punteadas cian y magenta delimitan las regiones que fueron calibradas. Las líneas azul y roja indican aquellas porciones del perfil que se consideraron válidas para el cálculo del diámetro.

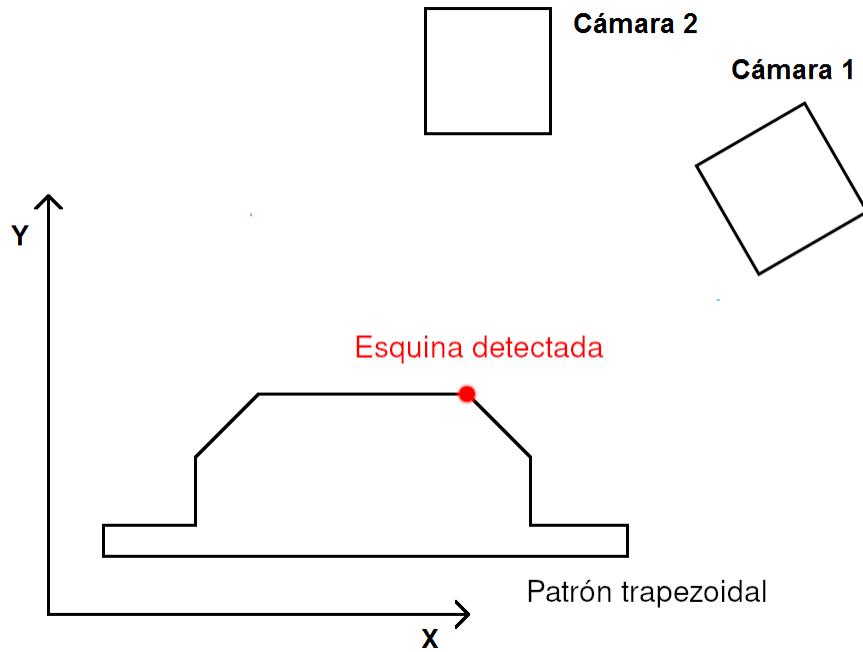


Figura 39: Montaje del patrón trapezoidal para la referencia común de ambas cámaras. En rojo se indica la esquina detectada.

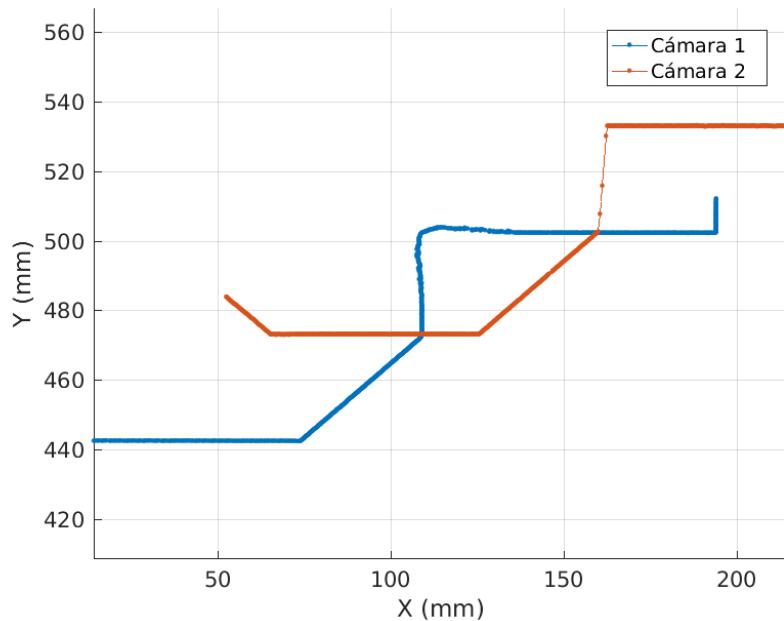


Figura 40: Perfil del trapecio medido con las dos cámaras utilizando sus respectivas calibraciones. Las dos mediciones tienen un desplazamiento relativo igual a aquel que existe entre las esquinas 1 y 2 de la figura 22, que fueron las referencias usadas para estas calibraciones.

ponentes x e y de la translación para cada punto del barrido se muestran en la figura 41. En estas figuras se observa que el *offset* entre cámaras se mantiene bastante uniforme en el plano x, y , con una cierta reducción en la región de x más chicos.

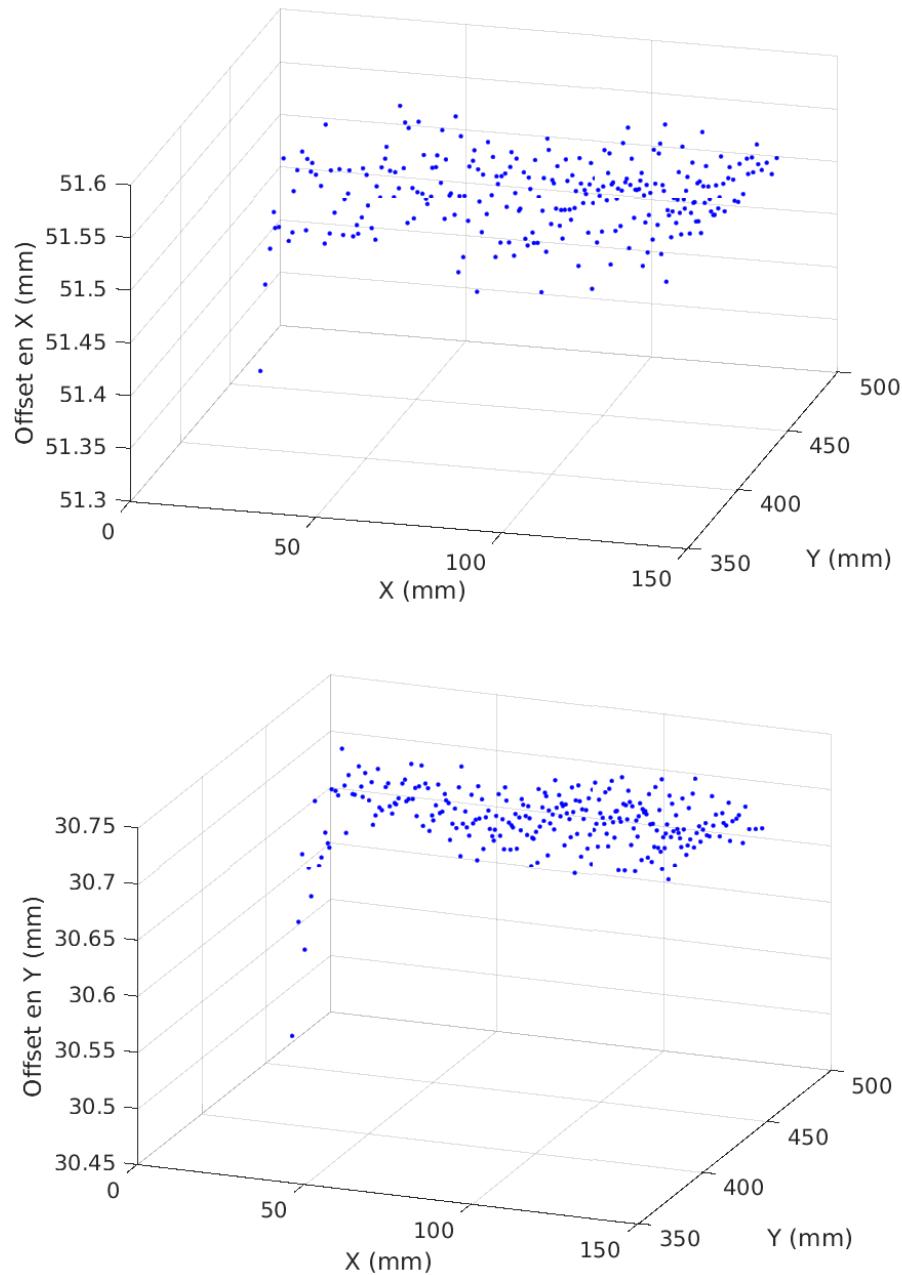


Figura 41: Desplazamiento entre las coordenadas de la esquina medida con una y otra cámara. Arriba se muestra la componente “ x ” y abajo la “ y ”.

En la figura 42 se muestra una vista desde arriba de las figuras 41. Allí se puede apreciar que la región donde la esquina pudo ser detectada con ambas cámaras se reduce significativamente para valores chicos de x . Esto podría estar causando que el ajuste de los polinomios sea de menor calidad en esa región.

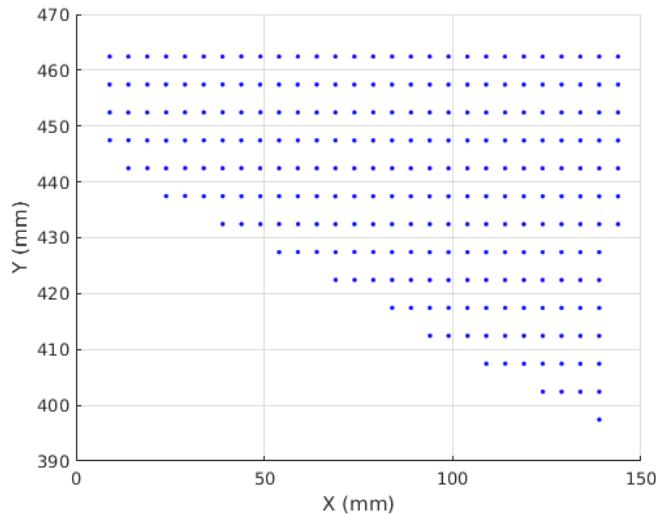


Figura 42: Puntos en los que fue posible detectar la misma esquina con ambas cámaras.

5. Se calcula el valor medio de las dos distribuciones mostradas en la figura 41, y se los utiliza para aplicarle una traslación a los polinomios correspondientes a una de las cámaras. De esta manera, ambas quedan referenciadas a un origen común.

Medición del diámetro Una vez que las dos calibraciones estuvieron referidas a un origen común, se combinaron los datos de ambas cámaras y se los ajustó por un círculo. Para esto se utilizó un algoritmo desarrollado por Gabriel Taubin [28, 29], que será desarrollado en la sección 4.4. En la figura 43 se muestran los datos medidos por las cámaras (en azul y rojo), junto con el círculo que mejor los ajusta (línea punteada negra). En la figura 44 se muestra el error radial del ajuste.

En la tabla 1 se muestra la diferencia entre el diámetro medido y el real de cada patrón, tanto midiendo con una cámara por separado como combinando los datos de ambas.

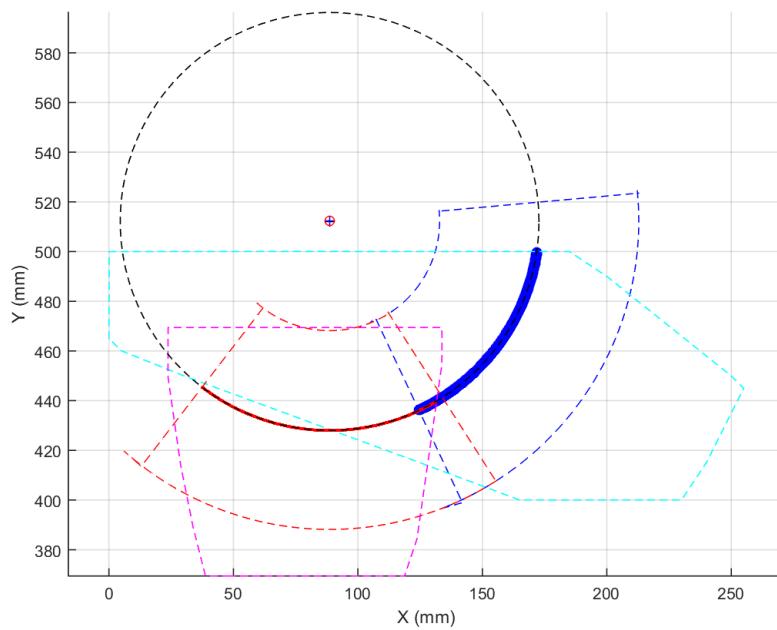


Figura 43: Ajuste del perfil circular de un cilindro, calculado a partir de los datos combinados de las dos cámaras.

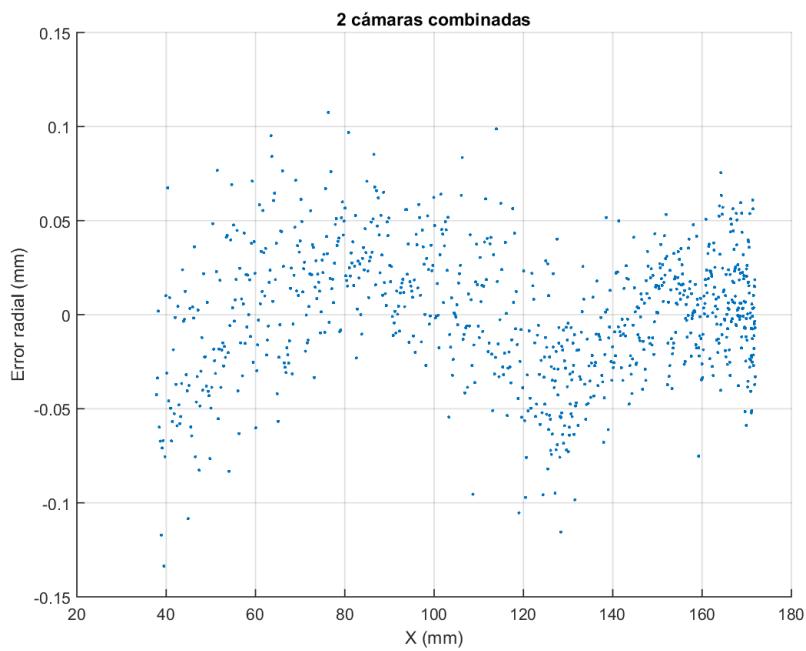


Figura 44: Error radial del ajuste del círculo respecto de los datos, en función de “x”.

Error de medición - Trapecio			
Diámetro (mm)	Error C1 (μm)	Error C2 (μm)	Error ambas (μm)
139.707	-245	-5	-147
168.310	-172	186	-168
177.805	-166	204	-157

Tabla 1: Resultados obtenidos con la calibración del patrón trapezoidal. La primer columna indica el diámetro del patrón cilíndrico. Las columnas 2 y 3 indican la discrepancia entre la medición del diámetro y su valor real, utilizando las calibraciones individuales de las cámaras 1 y 2 respectivamente. La columna 4 muestra el error utilizando la calibración que combina las dos cámaras.

En la sección 6 se analizará en detalle la incertezza de estas mediciones.

4.4. Algoritmo de Taubin

Descripción del algoritmo El algoritmo de Taubin forma parte de una familia de métodos para ajustar círculos a conjuntos de puntos observados. Estos métodos se dividen en dos grandes clases: los métodos geométricos y los algebraicos [30]. Los métodos geométricos son en general más precisos. Sin embargo son métodos iterativos, lo cual los hace computacionalmente costosos y prohibitivos para ciertas aplicaciones en las que se analizan grandes volúmenes de datos (por ejemplo, en física de partículas), debido a que en estos casos es de vital importancia contar con métodos rápidos. Los métodos algebraicos tienen la ventaja de que son simples, confiables y rápidos. Suelen ser utilizados para calcular la estimación inicial de los métodos iterativos. Sin embargo algunos de estos métodos son tan precisos que una posterior utilización de métodos geométricos no produciría mejoras significativas. El método de Taubin es uno de ellos.

Los métodos algebraicos están basados en una descripción algebraica del círculo, dada por la ecuación 12.

$$A(x^2 + y^2) + Bx + Cy + D = 0 \quad (12)$$

El i-ésimo punto observacional está dado por el par (x_i, y_i) . Por comodidad se define $z_i = x_i^2 + y_i^2$. Por otro lado se define el parámetro A_0 a partir de A :

$$A_0 = \frac{2\sqrt{\bar{z}}}{A}$$

Donde \bar{z} es el valor medio de los z_i . Se define el vector de parámetros V :

$$V = \begin{pmatrix} A_0 \\ B \\ C \end{pmatrix}$$

Por último se define la matriz X_0 :

$$X_0 = \begin{pmatrix} \frac{z_1 - \bar{z}}{2\sqrt{\bar{z}}} & x_1 & y_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{z_n - \bar{z}}{2\sqrt{\bar{z}}} & x_n & y_n \end{pmatrix}$$

El algoritmo de Taubin permite calcular el vector de parámetros óptimo a partir de minimizar la siguiente función:

$$\mathcal{F} = A_0^T (X_0^T X_0) A_0 \quad (13)$$

El mínimo de \mathcal{F} es el autovalor más pequeño de la matriz $X_0^T X_0$. Este autovalor se calcula como la raíz η del polinomio característico dado por la ecuación 14.

$$P(\eta) = c_3\eta^3 + c_2\eta^2 + c_1\eta + c_0 \quad (14)$$

Los coeficientes del polinomio característico son:

$$\begin{aligned} c_3 &= 4\bar{z}, \\ c_2 &= -\bar{z}\bar{z} - 3\bar{z}^2 \\ c_1 &= \bar{z}(\bar{z}\bar{z} - \bar{z}^2) + 4\bar{z}(\bar{x}\bar{y}\bar{y} - \bar{x}\bar{y}^2) + \bar{x}\bar{z}^2 - \bar{y}\bar{z}^2 \\ c_0 &= \bar{x}\bar{z}^2\bar{y}\bar{y} + \bar{y}\bar{z}^2\bar{x}\bar{x} + 2\bar{x}\bar{z}\bar{y}\bar{z}\bar{x}\bar{y} - (\bar{x}\bar{y}\bar{y} - \bar{x}\bar{y}^2)(\bar{z}\bar{z} - \bar{z}^2) \end{aligned}$$

La raíz del polinomio característico 14 se calcula mediante el método de Newton-Raphson.

Cuantificación del error que introduce el algoritmo de Taubin Dado que el método de medición del diámetro de los patrones cilíndricos requiere la utilización del algoritmo de Taubin, se estudió cómo la calidad del ajuste se ve afectada por la apertura angular disponible. Para ello se tomó un círculo ideal de 178 mm de diámetro y se le sumó un error normal a las componentes x e y , modelando así el error experimental. Esta

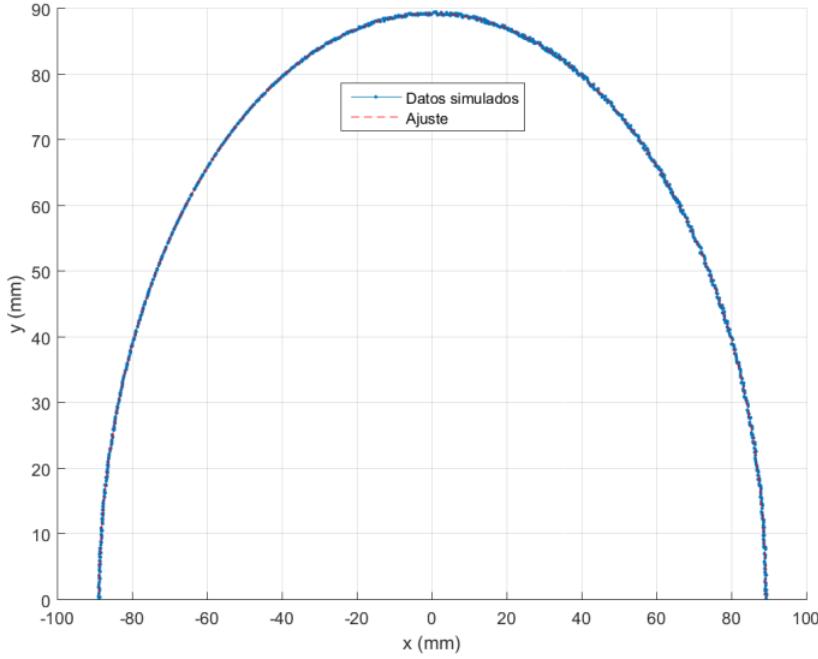


Figura 45: Perfil circular simulado, construido a partir de una semicircunferencia perfecta a la que se le sumó una distribución normal en “x” e “y”, cuya desviación estándar era de $100 \mu\text{m}$.

distribución estaba centrada en 0, pero su desviación estándar era igual a $100 \mu\text{m}$. En la figura 45 se muestra una semicircunferencia generada de esta manera.

Se produjeron 1000 muestras equivalentes de manera aleatoria, midiendo el diámetro en cada caso mediante el algoritmo de Taubin. Se calculó la diferencia entre esta medición y el valor teórico (178 mm), y los resultados se graficaron en el histograma que se muestra en la figura 46.

Se tomó la desviación estándar de esta distribución como medida del error cometido. Es esperable que el diámetro medido sea menos preciso cuanto menor sea el arco disponible. Para estudiar los límites de este método se repitió el proceso acotando cada vez más el ángulo visible. Se generaron semicircunferencias, y luego se fue reduciendo el arco progresivamente de a 10° . En la figura 47 se muestra el error en el diámetro medido, en función del ángulo.

Como se puede observar, para perfiles de más de 50° el error es menor a $3 \mu\text{m}$, mientras que por debajo de los 20° aumenta por encima de los $16 \mu\text{m}$. Esto permite concluir que el ajuste del círculo mediante el algoritmo de Taubin no introduce un error significativo.

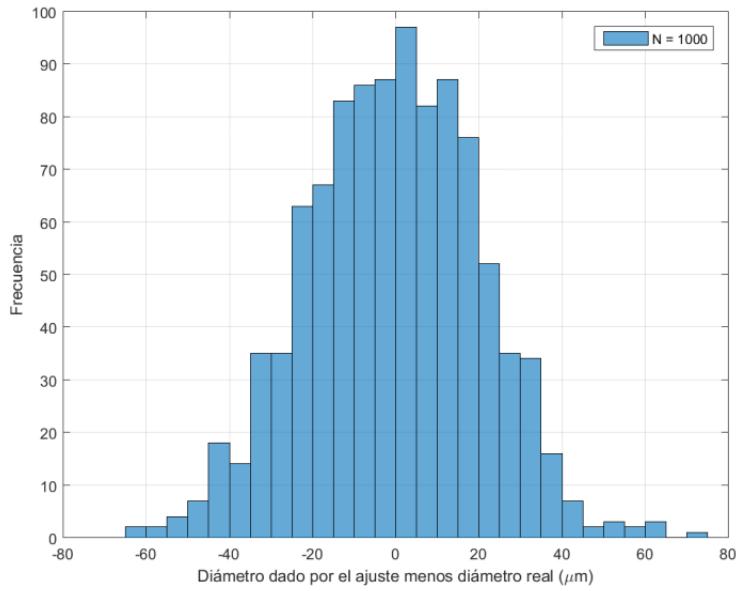


Figura 46: Histograma realizado sobre 1000 repeticiones de la simulación. Para cada perfil se calculó el diámetro mediante el algoritmo de Taubin y se calculó la diferencia respecto del diámetro teórico. Se utilizó la desviación estándar de esta distribución como medida del error introducido por el algoritmo de Taubin.

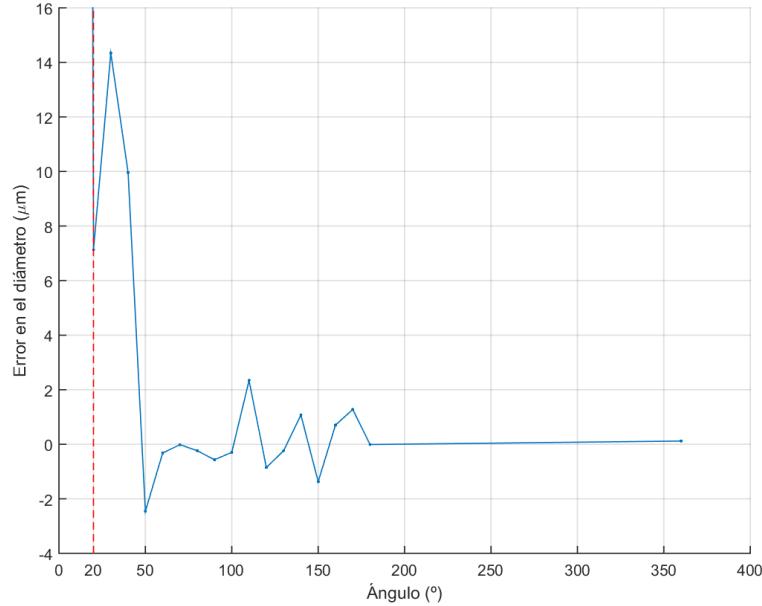


Figura 47: Error en el diámetro del perfil circular simulado, calculado mediante ajuste de Taubin, en función de la apertura del arco disponible. Cada punto de esta curva está dado por la desviación estándar de un histograma como el mostrado en la figura 46. Se observa que con arcos de 20° o más el error no es significativo.

5. Calibración con otros patrones

5.1. Patrón hexagonal

Se propuso una variante del método de calibración, que por su simetría de rotación de 60° se podría utilizar con el sistema completo de 6 brazos. Consiste en reemplazar el patrón trapezoidal por uno hexagonal, utilizando el centro del mismo como referencia común de las cámaras.

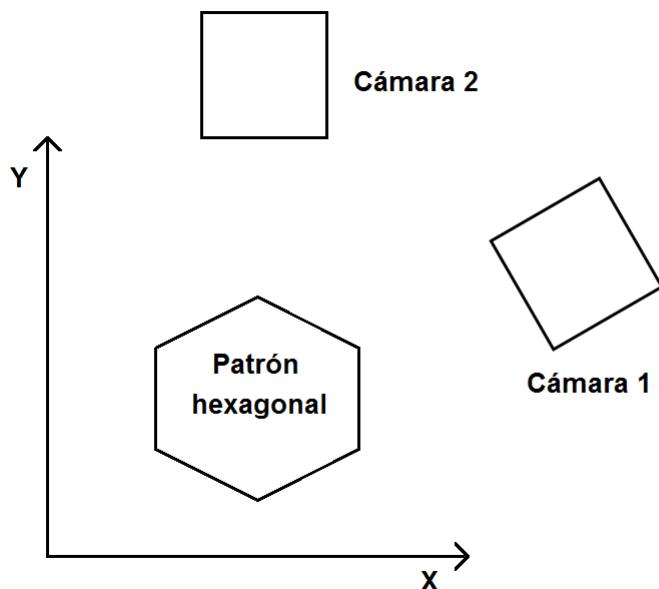


Figura 48: Esquema del montaje del patrón hexagonal.

Se orientó el hexágono de manera que dos de sus esquinas apunten cada una en la dirección de una de las cámaras, como muestra la figura 48, y se hizo un barrido encontrando en cada paso la esquina de interés siempre que fuera posible. Con esa información se calibró cada cámara por separado.

A partir de los perfiles medidos en milímetros se calcularon las coordenadas del centro del hexágono. Esto se hizo partiendo de la esquina encontrada y sumando una traslación en la dirección de la bisectriz, de una distancia igual al radio de la circunferencia en la que está circunscripto el hexágono, como se muestra en la figura 49.

En la figura 50 se muestran los perfiles medidos por cada cámara, junto con la posición del centro dada por cada perfil. Como se puede observar, los dos perfiles tienen un corrimiento relativo producto de que cada cámara está referida a una esquina diferente, pero ambas esquinas están referidas al mismo sistema de coordenadas, dado por los posicionadores lineales.

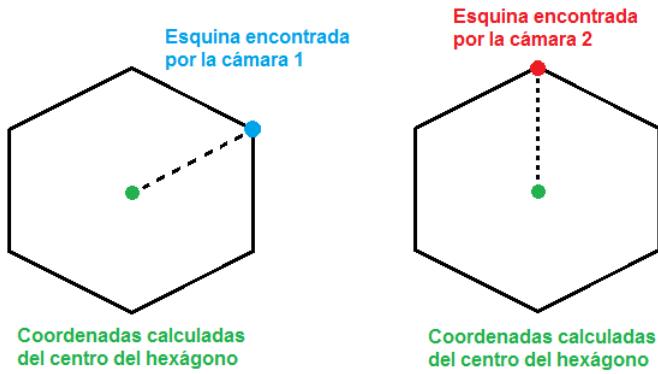


Figura 49: Esquema de la determinación de la posición del centro del hexágono, a partir de las esquinas detectadas con las cámaras 1 y 2.

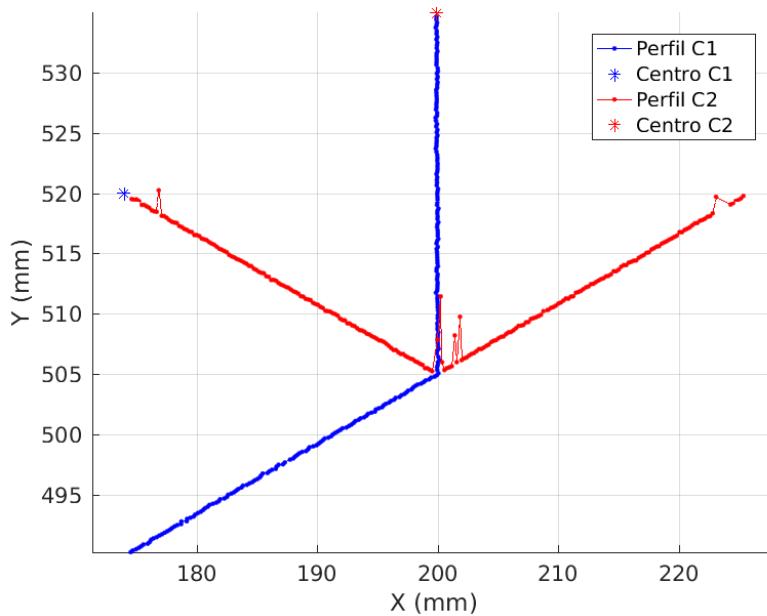


Figura 50: Perfiles del hexágono medidas con las calibraciones individuales de cada cámara. Se calcularon las posiciones de los centros del hexágono, dados por cada perfil. Se observa que las dos calibraciones tienen un corrimiento relativo que debe ser corregido.

Para darle una referencia adecuada a los sistemas de coordenadas de las dos cámaras, se calculó el desplazamiento entre los centros en ambos sistemas (asteriscos azul y rojo en la figura 50). Esto se repitió en todos los puntos del barrido, obteniendo las distribuciones que se muestran en las figuras 51.

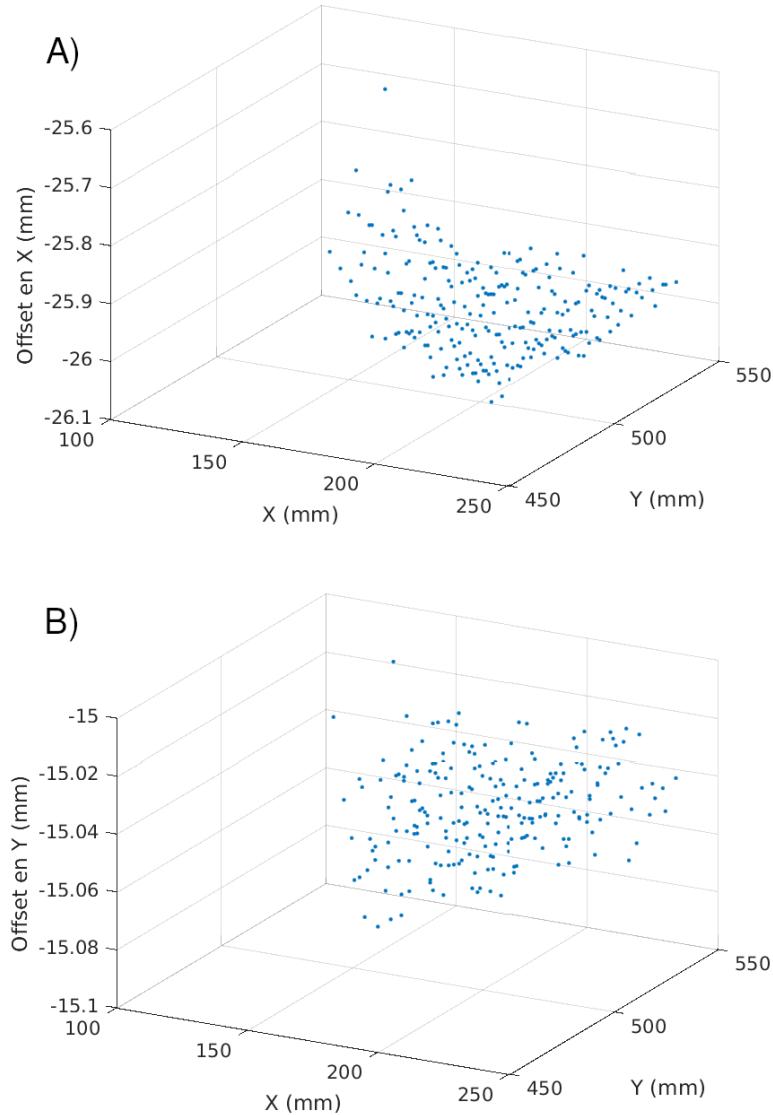


Figura 51: Componentes “x” e “y” de la diferencia entre las coordenadas del centro del hexágono medidas con una y otra cámara. El cálculo se realizó en cada punto del barrido. Los promedios de estas dos distribuciones se utilizaron para desplazar una de las dos calibraciones, de manera que queden referidas a un mismo punto del espacio.

Las figuras 51 muestran, para cada punto del barrido, las componentes x e y del *offset* que existe entre las coordenadas del centro del hexágono, medido con cada cámara. A partir de los valores medios de estas dos distribuciones se calculó un valor de *offset* que

le fue aplicado a una de las dos calibraciones, de manera que ambas quedaron referidas a un único sistema de coordenadas. En la figura 52 se muestran los perfiles medidos por ambas cámaras, donde a una de las dos calibraciones se le aplicó el *offset*.

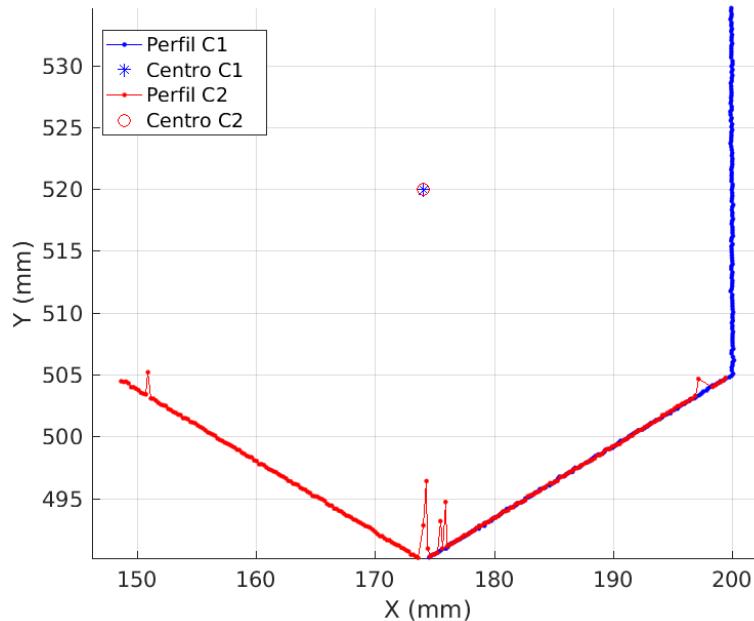


Figura 52: Perfil del hexágono medido con cada cámara por separado, una vez que se aplicó el desplazamiento a una de las dos calibraciones. Se puede observar que ahora sí coinciden.

Con esta nueva calibración se midieron los tres patrones, obteniendo los resultados que se muestran en la tabla 2.

Error de medición - Hexágono

Diámetro (mm)	Error C1 (μm)	Error C2 (μm)	Error ambas (μm)
139.707	-1	-36	-85
168.310	-166	89	-122
177.805	142	49	-82

Tabla 2: Resultados obtenidos con la calibración del hexágono.

5.2. Patrón “corona”

Dado que montar en planta un sistema como el utilizado hasta ahora, con dos posicionadores lineales, sería un desafío logístico muy grande, se buscó un método alternativo que

idealmente permita ubicar un patrón con varias esquinas y calibrar el sistema procesando una única imagen. Una primer investigación en esa línea consistió en usar un patrón como el que se muestra en la figura 53, el cual posee 90 esquinas distribuidas en 6 grupos de 15. Las esquinas de cada grupo están dispuestas radialmente, en radios progresivamente mayores para distintas secciones del patrón. Ambas cámaras pueden ver igual cantidad de esquinas, y el diseño se puede extender a 360° en una eventual implementación en el equipo de 6 cámaras.

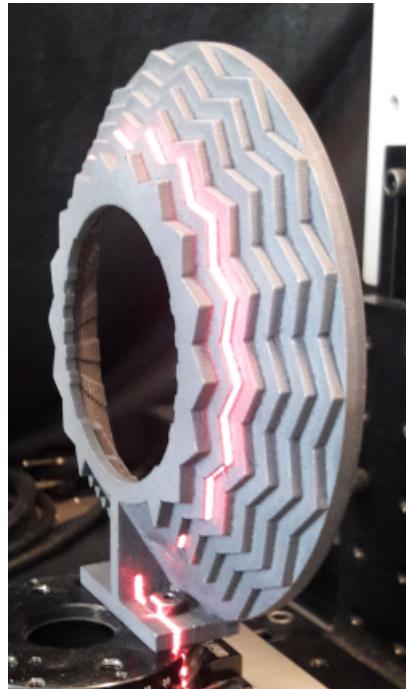


Figura 53: Patrón de 90 esquinas. Cada uno de los 6 radios disponibles tiene 15 esquinas.

En primer lugar se estudió cuál es la cantidad mínima de puntos necesaria para calibrar el sistema dentro del margen de error buscado. Para esto se tomó la calibración de la sección 4 (trapecio) y se la subsampleó a intervalos cada vez mayores, midiendo en los puntos omitidos la diferencia entre la medición y el valor dado por la nueva calibración subsampleada. Luego se reportó la desviación estándar de esas diferencias como se muestra en la tabla 3:

Se observó que en todos los casos el error estuvo dentro del margen buscado. Por otro lado se observó que con 26 puntos o menos la matriz de cuadrados mínimos utilizada para ajustar los polinomios resultaba ser de rango deficiente. Los polinomios utilizados (de grado 4 en 2 variables) tienen 15 coeficientes. El número de coeficientes impone una cantidad mínima de puntos necesaria para ajustarlos. El hecho de que la matriz de cuadrados mínimos haya resultado de rango deficiente significa que 26 puntos o menos no fueron suficientes para realizar el ajuste. Los errores correspondientes se reportaron en la tabla 3 como “no disponibles” (ND).

Paso (mm)	Cant. de puntos C1	Cant. de puntos C2	Error en x C1 (μm)	Error en y C1 (μm)	Error en x C2 (μm)	Error en y C2 (μm)
5	395	417	9	11	16	7
10	100	104	10	11	17	8
15	47	50	11	12	20	10
20	28	27	12	13	40	13
25	26	17	ND	ND	ND	ND

Tabla 3: Error de calibración para distintas cantidades de puntos. Con 26 puntos o menos no fue posible ajustar el modelo, por lo cual los resultados no estuvieron disponibles (ND).

Dado que cada uno de los radios del patrón tenía 15 esquinas, quedó descartada la posibilidad de calibrar el sistema procesando un único disparo, lo cual sería ideal. De todas maneras se hizo un barrido en z para utilizar las 90 esquinas, mientras se evaluaban diseños alternativos a futuro.

Debido a que el patrón había sido fabricado con una impresora 3D, presentaba una rugosidad apreciable a simple vista. Por esta razón para cada radio se tomaron 10 perfiles en distintas posiciones de z , de manera de promediar las coordenadas de las esquinas en esa dirección y así suavizar el error, como se muestra en la figura 54. Dado que no se conocían las dimensiones del patrón, se lo midió utilizando la calibración de la sección 4 (trapezio). Para esto se tomaron dos mediciones del patrón, y en ambos casos se determinaron las coordenadas en pixels de las esquinas, vistas desde cada cámara por separado. Una de las dos mediciones fue convertida a milímetros, obteniendo de ese modo las dimensiones del patrón. Luego con los dos conjuntos de coordenadas, uno en pixels y otro en milímetros, se realizó una nueva calibración con la cual se midió el cilindro más pequeño de los tres, obteniendo los resultados que se muestran en la tabla 4:

Error de medición - Corona			
Diámetro (mm)	Error C1 (μm)	Error C2 (μm)	Error ambas (μm)
139.707	-306	94	-71
168.310	ND	ND	ND
177.805	ND	ND	ND

Tabla 4: Resultados obtenidos con la calibración de la “corona”. Los dos patrones de mayor tamaño no pudieron ser medidas porque el patrón de calibración no fue lo suficientemente grande para calibrar esa región del espacio.

No fue posible medir los otros dos cilindros porque el patrón “corona” no fue lo suficiente grande para calibrar esa región del espacio.

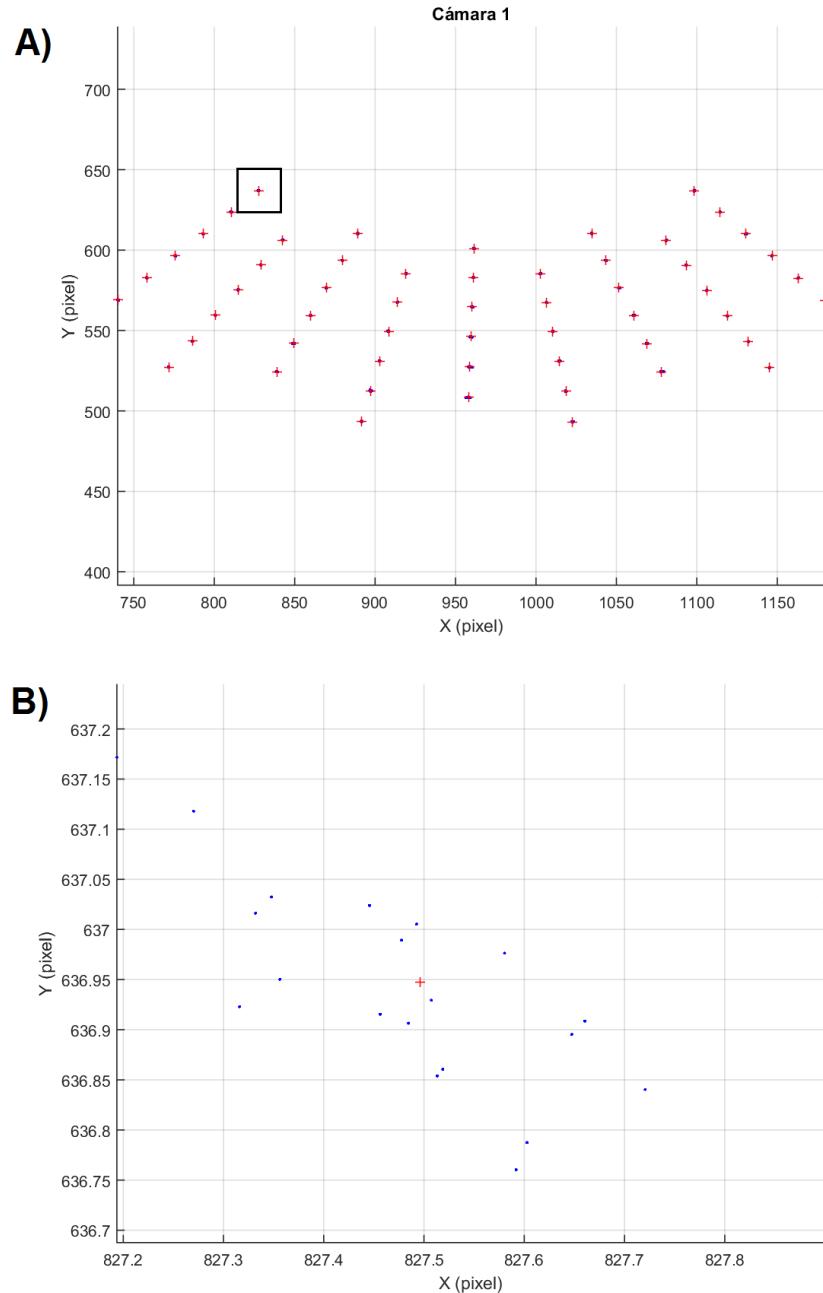


Figura 54: A) Determinación de las esquinas del patrón. Cada símbolo rojo es el promedio de las coordenadas de las esquinas obtenidas en 10 mediciones para distinto z (en azul). B) Detalle de los puntos azules correspondientes a la esquina indicada con un rectángulo en (A), con su promedio en rojo.

temente grande para calibrar la zona requerida. En el futuro sería deseable fabricar un patrón similar a éste pero con un rango más amplio de radios.

6. Discusión

En las tablas 1, 2, 4 se observa que los diámetros medidos tienen un error que ronda los $150 \mu\text{m}$ en la mayoría de los casos, respecto de los diámetros reales de los patrones. Sin embargo no es evidente cuál es la mejor manera de determinar el intervalo de incertezas de estas mediciones.

Para analizar una primera fuente de incertezas se tomó la transformación que lleva de pixels a milímetros, la cual había sido ajustada por polinomios de grado 4, y se observó la diferencia entre los puntos medidos y el polinomio que mejor ajusta (esto se muestra en la figura 35). Se calculó la desviación estándar de estas diferencias, considerándola como un indicador de la incertezas que introduce la conversión de pixels a milímetros por medio del polinomio. En la tabla 5 se muestran los valores obtenidos para cada una de las tres calibraciones.

Error de calibración				
Calibración	C1 x (μm)	C1 y (μm)	C2 x (μm)	C2 y (μm)
Trapecio	11	12	15	8
Hexágono	8	10	11	6
Corona	11	16	22	9

Tabla 5: Desviación estándar de las diferencias entre los puntos medidos y el ajuste por el polinomio de grado 4, para cada cámara y para las componentes “ x ” e “ y ”. Estas diferencias se muestran, en el caso del trapecio, en la figura 35.

Por otro lado se consideró el error al calcular el desplazamiento relativo de las cámaras. Para cuantificarlo se tomó el conjunto de mediciones individuales del *offset*, que se muestra en las figuras 41 (para el trapecio) y 51 (para el hexágono). Para determinar el correcto desplazamiento relativo entre cámaras se había utilizado el promedio de estas nubes de puntos. Para cuantificar la incertezas en la determinación de ese *offset* se utilizó la desviación estándar. En la tabla 6 se muestran los valores correspondientes a las distintas calibraciones. Al calibrar con la corona no se aplicó ningún desplazamiento relativo de manera explícita. Sin embargo esto es así porque las dimensiones de la corona fueron medidas con la calibración del trapecio, que ya tenía esa información. Por esta razón, a la calibración de la corona le corresponde el error de *offset* del trapecio.

Como se puede observar, las fuentes de error mostradas en las tablas 5 y 6 (entre 6 y $33 \mu\text{m}$) no son suficientes para explicar los errores observados en las tablas 1, 2, y 4

Error de <i>offset</i>		
Calibración	<i>x</i> (μm)	<i>y</i> (μm)
Trapecio	33	27
Hexágono	24	13
Corona	33	27

Tabla 6: *Error introducido por el desplazamiento relativo de las cámaras.*

(que rondan los $150 \mu\text{m}$). Menos aún teniendo en cuenta que lo que se muestra en las tablas 5 y 6 es el error que tiene un punto individual. Con lo cual es esperable que, al ajustar un círculo a partir de una gran cantidad de puntos, el peso de ese error se reduzca significativamente.

En una primera instancia se trató de resolver esta situación reduciendo el error de la medición. Como se describió en la sección 4.2, antes de hacer el ajuste polinomial de la transformación que lleva de pixels a milímetros, se descartaron aquellos puntos cuya detección había sido considerada menos confiable (se los puede ver en las figuras 31 y 32). Dado que estos puntos están en los bordes del barrido, contienen información valiosa sobre la región de solapamiento entre las dos cámaras. Se hizo una nueva calibración sin descartar estos puntos, y se volvieron a medir los patrones, con los resultados que se muestran en las tablas 7, 8 y 9.

Error de medición - Trapecio Sin descartar puntos			
Diámetro (mm)	Error C1 (μm)	Error C2 (μm)	Error ambas (μm)
139.707	-191	96	-108
168.310	-146	239	-135
177.805	-152	234	-129

Tabla 7: *Resultados obtenidos con la calibración del trapecio, sin descartar puntos.*

Comparando las tablas 7, 8 y 9 con las 1, 2 y 4, se puede observar que esta variante introdujo una mejora de aproximadamente $50 \mu\text{m}$ en la medición, sin embargo sólo en los casos “trapecio” y “corona”, ya que los resultados para el hexágono no presentan diferencias significativas.

Buscando reducir el error aún más, se revisó el método para encontrar esquinas. Como se describió en la sección 4.1, las esquinas son detectadas mediante la intersección de 2 rectas, que ajustan las 2 caras de la esquina. Sin embargo este ajuste se realiza en el

Error de medición - Hexágono
Sin descartar puntos

Diámetro (mm)	Error C1 (μm)	Error C2 (μm)	Error ambas (μm)
139.707	23	11	-77
168.310	-152	-86	-125
177.805	149	25	-88

Tabla 8: Resultados obtenidos con la calibración del hexágono, sin descartar puntos.

Error de medición - Corona
Sin descartar puntos

Diámetro (mm)	Error C1 (μm)	Error C2 (μm)	Error ambas (μm)
139.707	-327	216	-23
168.310	ND	ND	ND
177.805	ND	ND	ND

Tabla 9: Resultados obtenidos con la calibración de la corona, sin descartar puntos.

espacio de pixels, con lo cual esos perfiles que en el espacio de milímetros son rectos, en el espacio de pixels tendrán en general alguna curvatura. Se probó ajustar las caras no con rectas sino con polinomios de grado 2, y determinar las coordenadas de la esquina como la intersección de esas 2 curvas. Vale aclarar que en este caso se volvió al criterio original de dejar fuera de la calibración los puntos menos confiables (generalmente en los bordes). Sin embargo, una vez calibrado el sistema, las mediciones de los patrones no mostraron diferencias significativas respecto de los resultados anteriores.

Finalmente se exploró una última variante, que fue una combinación de las dos últimas: detectar las esquinas usando parábolas, y además no descartar puntos del barrido a la hora de calibrar. Nuevamente no se observaron diferencias significativas en los resultados.

Por completitud, en la tabla 10 se muestra la desviación estándar de las diferencias entre los puntos del barrido y los polinomios de grado 4, para la modalidad de calibración que no descarta puntos, y ajustando las esquinas por rectas.

En la tabla 11 se muestra la incertezza proveniente del desplazamiento relativo entre cámaras, también para el caso en que no se descartan puntos, ajustando las esquinas por rectas.

Comparando las tablas 10 y 11 con las 5 y 6, no se observan diferencias significativas.

Error de calibración - sin descartar puntos

Calibración	C1 x (μm)	C1 y (μm)	C2 x (μm)	C2 y (μm)
Trapecio	12	13	16	9
Hexágono	11	13	12	7
Corona	11	16	22	9

Tabla 10: Desviación estándar de las diferencias entre los puntos del barrido y los polinomios de grado 4, para la calibración sin descartar puntos, ajustando las esquinas por rectas.

Error de offset - sin descartar puntos

Calibración	x (μm)	y (μm)
Trapecio	27	19
Hexágono	21	13
Corona	27	19

Tabla 11: Error introducido por el desplazamiento relativo de las cámaras, en la calibración que no descarta puntos y ajusta las esquinas por rectas.

Dejando de lado el error introducido por el algoritmo de Taubin, que como se vio en la sección 4.4 es muy pequeño, se identificaron hasta aquí dos fuentes de error: aquel que introduce la transformación de coordenadas por medio de los polinomios, y el error en la determinación del desplazamiento relativo entre cámaras. Se observó que estas dos fuentes no alcanzan a explicar el error en las mediciones, que es significativamente mayor. Por otro lado también hay un cierto error en la detección de las esquinas, pero sin embargo no es posible aislarlo debido al hecho de que el modelo con el cual se contrasta esa detección (los polinomios de grado 4) no surge de una fórmula teórica deducida de primeros principios, sino que es una aproximación. En las tablas 7, 8 y 9 se observa una marcada predominancia de signos negativos en los errores, es decir que en la mayoría de los casos el diámetro medido fue menor que el real. Esto hace pensar que hay una componente importante de error sistemático cuyas causas hasta el momento no han sido comprendidas.

Los errores observados en las tablas 7, 8 y 9 no superan los $135 \mu\text{m}$, con lo cual todas las mediciones realizadas en este trabajo tuvieron una precisión cercana a la precisión buscada ($100 \mu\text{m}$). Sin embargo, es importante cuantificar el intervalo de incertezza del método para que, al medir nuevos objetos de dimensiones desconocidas, haya una cota para el error cometido. Dado que hay fuentes de error sistemático desconocidas, no es posible estimar esa incertezza *a priori*. Sí es posible en cambio calcularla a partir de hacer una gran cantidad de mediciones de patrones de distintos tamaños, en distintas orientaciones, y en distintas regiones del campo visual. A partir de contrastar esas mediciones con los

valores conocidos de los patrones, sería posible estimar cuál sería el error al medir un nuevo objeto de dimensiones desconocidas. Vale aclarar que de esta manera se estaría midiendo la incertezza para ésta configuración particular de cámaras y láseres. También sería posible medir la incertezza del método en general, para lo cual habría que repetir el proceso con distintas inclinaciones relativas entre cámara y láser. Esto requeriría un tiempo que excede los plazos de esta tesis de licenciatura, pero el resto del equipo seguirá trabajando en el proyecto.

En las tablas 7, 8 y 9 no resulta evidente que medir con dos cámaras haya producido mejores resultados que con una sola. Sin embargo existen situaciones en las que el equipo tiene que medir tubos que presentan abolladuras de gran tamaño. En el caso de que estos defectos cubran una gran parte del campo visual de una cámara, los diámetros medidos por esa cámara individual no serían confiables y cobraría una mayor importancia el disponer de la información de las seis cámaras.

Si bien se realizaron pocas mediciones, comparando las tablas 7 y 8 se puede apreciar una cierta superioridad en la calibración del hexágono respecto del trapecio. Por un lado se observa un menor error en las mediciones con una sola cámara, lo cual sugiere que el método para detectar las esquinas del hexágono es mejor que el del trapecio. Esto no es atribuible a una mejor calidad de la superficie, porque ambos patrones eran de gran calidad, con lo cual posiblemente se deba a que el hexágono tiene la misma simetría de rotación que los brazos (60°). Esto hace que cada cámara pueda ver “su” esquina perfectamente centrada, con la mayor cantidad de puntos posible de cada cara. Por otro lado el hexágono muestra un menor error en las mediciones con dos cámaras, lo cual sugiere que el método para encontrar el *offset* correcto es más confiable en el caso del hexágono que con el trapecio. Esto se puede ver además en la tabla 11, donde se ve que el error de *offset* es menor en el caso del hexágono respecto del trapecio. Esto posiblemente tenga la misma causa que el caso anterior: dada la forma del trapecio, cuando se hace el barrido para detectar una misma esquina con las dos cámaras, no es posible que esa esquina quede perfectamente alineada con ambas cámaras. De hecho, para que sea visible por ambas, es necesario que no esté perfectamente alineada con ninguna de las dos. Dado que la visibilidad de la esquina se reduce, la calidad de la detección empeora. Nuevamente la simetría del hexágono resulta ventajosa.

En la tabla 9, si bien sólo se dispone de una medición, se observa que el patrón “corona” tuvo un buen desempeño. Al igual que el hexágono, este patrón tiene simetría de rotación (si bien no de 60° específicamente), lo cual permite que todas las cámaras por igual tengan buena visibilidad de varias esquinas. Esta es una ventaja de diseño que ambos patrones comparten respecto del trapecio. Sin embargo en este trabajo la calibración con la corona tiene la desventaja de que requiere contar con otra calibración previa para poder medirla. En caso de contar con un patrón corona ya medido previamente esto no sería necesario, pero sí sería necesario que al menos una esquina sea visible por las dos cámaras, para poder calcular su desplazamiento relativo.

7. Trabajo futuro

Patrón “corona” más grande En la sección 5.2 se observó que el patrón en forma de corona permitió una calibración exitosa, pero resultó demasiado pequeño para que la calibración permita medir los 2 patrones cilíndricos de mayor tamaño. Sería deseable imprimir una réplica de mayor tamaño para solucionar este problema. Por otro lado, al fabricar un patrón maquinado en lugar de impreso, se evitaría tener que medir cada esquina varias veces a distintas profundidades y luego promediar, para suavizar el error dado por la rugosidad.

Encontrar un modelo con menos coeficientes Esto reduciría la cantidad mínima necesaria de puntos que tiene que tener el patrón de calibración. En particular, si se pudiera ajustar con 15 puntos, se podría usar un solo radio del patrón corona, lo cual evitaría la necesidad de montarlo sobre una unidad de traslación. En la figura 30 se observa que las transformaciones que relacionan el sistema de coordenadas de la cámara con el del mundo real son suaves. Esto permite pensar que de los 15 coeficientes que tienen los polinomios, posiblemente varios de ellos se puedan despreciar. Esto es equivalente a encontrar una aproximación de la matriz de cuadrados mínimos de orden más bajo. Una técnica que permite hacer esto es la descomposición en valores singulares o SVD [31].

Transformación a coordenadas polares Dada la aplicación para la que está pensada este equipo, todas las cámaras que lo componen son equivalentes, debido a que todas ven un arco de 60° del tubo, y todas tienen la misma orientación respecto de su láser asociado. Esto en principio permitiría encontrar un único modelo que sirva para todas las cámaras por igual. Sin embargo, esta simetría no se aprovecha debido a que cada cámara tiene una inclinación diferente respecto de los ejes x e y determinados por los posicionadores. Por esta razón, los coeficientes más importantes para una cámara no necesariamente son los mismos que para otra, como se ilustra en la tabla 12.

En la tabla 12 se muestran, en la primera columna, algunos de los coeficientes del modelo, mientras que en las columnas siguientes se listan los valores que toman en cada polinomio particular. Las columnas 2 y 3 muestran los coeficientes correspondientes a los polinomios que modelan x e y respectivamente para la cámara 1, mientras que las columnas 4 y 5 muestran lo análogo para la cámara 2. En todos los casos el coeficiente más importante es el término independiente. Sin embargo a partir del segundo se empiezan a observar diferencias. Para la coordenada x , por ejemplo, el segundo coeficiente más importante es el que acompaña a y en la cámara 1 (108.5), mientras que para la cámara 2 es el que acompaña a x (111.3). Esto muestra que cualquier reducción de rango que se pudiera realizar mediante SVD proporcionará polinomios diferentes para cada cámara. Para una mayor simplicidad, podría ser conveniente hacer una transformación a coordenadas polares, de manera de aprovechar la simetría del sistema y así obtener un único modelo que sirva para todas las cámaras.

Término	Coef. pol. x C1	Coef. pol. y C1	Coef. pol. x C2	Coef. pol. y C2
1	192.2	506.3	192.4	389.2
x	59	103.2	111.3	-3.5
x^2	1.2	1.1	1.6	-0.9
y	108.5	-73.7	-11.2	-91.9
y^2	-21.8	14.9	2-6	15.9

Tabla 12: Algunos de los coeficientes más importantes de los polinomios. En la columna 1 se indica a qué término acompañan, y en las columnas siguientes se indica cuánto valen en cada polinomio. Las columnas 2 y 3 corresponden a los polinomios para “ x ” e “ y ” de la cámara 1, y las columnas 3 y 4 son análogas para la cámara 2.

8. Conclusiones

Se calibró un sistema de perfilometría 3D por triangulación láser compuesto por dos pares cámara-láser. Se barrió el campo visible con un objeto de referencia utilizado para el dimensionamiento de productos industriales, de manera de relacionar los puntos en el sistema de coordenadas de la cámara con sus correspondientes en el espacio. Se estudiaron 3 variantes de este método, utilizando distintos objetos de referencia: un patrón trapezoidal, uno hexagonal, y un diseño original que presentaba 90 esquinas. Estas 3 variantes fueron puestas a prueba midiendo 3 patrones cilíndricos de diámetros que van desde los 140 mm hasta los 177 mm, obteniendo en todos los casos errores que no superan los 135 μm . Dos de los métodos utilizados son extensibles a 6 pares cámara-láser. Si bien todas las mediciones realizadas tuvieron la precisión buscada, queda pendiente la determinación de la incertezza del sistema para mediciones futuras, lo cual no pudo hacerse dentro de los plazos de este trabajo.

Agradecimientos

Al resto del equipo de Física Aplicada, especialmente a Javier Etcheverry, que con gran generosidad y entusiasmo siempre estuvo dispuesto a charlar y pensar juntos distintos problemas.

Este trabajo fue realizado en el marco de una pasantía de un año de duración en Tenaris-Siderca.

Referencias

- [1] F. Remondino and S. El-Hakim, “Image-based 3D modelling: a review”, *The photogrammetric record* 21 (115): 269-291 (September 2006).
- [2] R. Bogue, “Three-dimensional measurements: a review of technologies and applications”, *Sensor Review*, Vol. 30 Iss 2 pp. 102-106 (2010).
- [3] D. Acosta, O. García and J. Aponte “Laser Triangulation for Shape Acquisition in a 3D Scanner Plus Scan”, *Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference (CERMA'06)*, Cuernavaca, 2006, pp. 14-19.
- [4] J. França, M. Gazziro, A. Ide and J. Saito, “A 3D scanning system based on laser triangulation and variable field of view”, *IEEE International Conference on Image Processing* (2005).
- [5] Wallace Latimer, “Understanding laser-based 3D triangulation methods”, *Vision Systems Design* 35 (June 2015).
- [6] Y. Cui, S. Schuon, D. Chan, S. Thrun and C. Theobalt, “3D shape scanning with a time-of-flight camera”, *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, San Francisco, CA, 2010, pp. 1173-1180.
- [7] O. Wulf and B. Wagner, “Fast 3D scanning methods for laser measurement systems”, *International Conference on Control Systems and Computer Science*.
- [8] M. Gupta, A. Agrawal, A. Veeraraghavan and S. G. Narasimhan, “Structured light 3D scanning in the presence of global illumination”, *CVPR 2011*, Providence, RI, 2011, pp. 713-720.
- [9] E. Eiríksson, J. Wilm, D. Pedersen and H. Aanæs, “Precision and accuracy parameters in structured light 3-D scanning”, *ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. XL-5/W8. 7-15.
- [10] R. Kadobayashi, N. Kochi, H. Otani, and R. Furukawa, “Comparison and evaluation of laser scanning and photogrammetry and their combined use for digital recording of cultural heritage”, *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Vol. 35.
- [11] S. Kilambi and S. M. Tipton, “Development of an algorithm to measure defect geometry using a 3D laser scanner”, *Meas. Sci. Technol.* 23 (2012) 085604.
- [12] D. Bračun, V. Gruden and J. Možina, “A method for surface quality assessment of die-castings based on laser triangulation”, *Meas. Sci. Technol.* 19 (2008) 085604.
- [13] J. Molleda, R. Usamentiaga, D. F. García and F. G. Bulnes, “Real-time flatness inspection of rolled products based on optical laser triangulation and three-dimensional surface reconstruction”, *Journal of Electronic Imaging* 19 (3), 031206 (Jul-Sep 2010).

- [14] M. Arbutina, D. Dragan, S. Mihic, Z. Anisic, “Review of 3D body scanning systems”, Acta Technica Corviniensis - Bulletin of Engineering, tome X (2007), fascicule 1 (January-March).
- [15] IMS, (2016, September 30), “Tube surface inspection”, <http://www.ims-gmbh.de/product-catalog/tube-measuring-systems/tube-surface-inspection>
- [16] SMS Group Magazine, (2017, August 9), “Contactless precision measurement for long products and tubes”,
<https://www.sms-group.com/sms-group-magazine/overview/contactless-precision-measurement-for-long-products-and-tubes/>
- [17] G. Bradski and A. Kaehler, “Learning OpenCV”, O'Reilly.
- [18] AT - Automation Technology GmbH, “C2-2040(HS)-Gig-E Camera, Hardware Reference Manual”.
- [19] Osela, (2016), “Streamline laser”, <https://www.osela.com/>
- [20] J. Heikkila and O. Silven “A four-step camera calibration procedure with implicit image correction”, Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, San Juan, Puerto Rico, USA, 1997, pp. 1106-1112.
- [21] D. Brown, “Decentering distortion of lenses”, Photometric Engineering 32 (3) (1966), 444-462.
- [22] P. Sturm and S. Maybank, “On plane-based camera calibration: A general algorithm, singularities, applications”, Proceedings. 1999 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (Cat. No PR00149), Fort Collins, CO, USA, 1999, pp. 432-437 Vol. 1.
- [23] Z. Zhang, “A flexible new technique for camera calibration”, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 22, no. 11, pp. 1330-1334, Nov. 2000.
- [24] Z. Zhang, “Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations”, Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision, Kerkyra, Greece, 1999, pp. 666-673 vol.1.
- [25] Newport, “IMS Series, High-Performance Long-Travel Linear Stages, User's Manual”.
- [26] A. Klipfel, “Improving the 3D scan precision of laser triangulation”, The vision show.
- [27] C. Cantrell, “Technical Note: Review of methods for linear least-squares fitting of data and application to atmospheric chemistry problems”, Atmos. Chem. Phys., 8, 5477-5487, 2008.
- [28] G. Taubin, “Estimation Of Planar Curves, Surfaces And Nonplanar Space Curves Defined By Implicit Equations, With Applications To Edge And Range Image Segmentation”, IEEE Trans. PAMI, Vol. 13, pages 1115-1138, (1991)

- [29] A. Al-Sharadqah and N. Chernov, “Error Analysis for circle fitting algorithms” Electronic Journal of Statistics, Vol. 3 (2009), 886-911.
- [30] N. Chernov, “Circular and linear regression”, CRC Press.
- [31] L. Chengwang, “Chapter 22 - Singular Value Decomposition in Active Monitoring Data Analysis” Handbook of Geophysical Exploration: Seismic Exploration, Volume 40, 2010, Pages 421-430.