Pontificia Universidad JAVERIANA Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

ANALISIS NUMERICO

TRABAJO FINAL

Estudiante 1: Juan Sebastián Ruiz Bulla - https://github.com/debruit/Analisis-Numerico-1057-2130

Estudiante 2 ______Loui Velez-loui544

Estudiante 3 ____David Antolinez- https://github.com/Az0917/Analisis-Numerico

Estudiante 4: Andres Jose Rodriguez - https://github.com/andres0402/Analisis-Numerico-1057

Cada grupo debe entregar este documento con los resultados y las implementaciones (R o Python) en archivos anexos, al correo **herrera.eddy@gmail.com** **y DEBEN SUBIR AL REPOSITORIO LA SOLUCIÓN Y LA IMPLEMENTACIÓN EN LA CARPETA TRABAJO FINAL INDICANDO EL LINK DE LOS RESPOSITORIOS DE CADA ESTUDIANTE**

TIEMPO LIMITE 9:30 am HORA LOCAL DEL 18 DE NOVIEMBRE DEL 2021

La estimación de la propagación de la pandemia por **Covid-19** en la ciudad de Santa Marta (Colombia) se hace a partir del modelo SIR con parámetros y condiciones iniciales dadas. El modelo SIR, aplicado en varios tipos de pandemias, objetiva estimar el número de individuos susceptibles a infectarse (S), el número de individuos infectados capaces de infectar (I) y el número de individuos recuperados (que se curaron o fallecieron) (R).

El número de individuos susceptibles a infectarse (dS) en el tiempo de observación (dt), viene dado por la **ecuación 1**: $\frac{dS}{dt} = -\beta C \frac{S}{N}$ con Donde β es la tasa temporal de probabilidad de un sujeto de llegar a infectarse, C es el número de contactos del sujeto, 1/N es la probabilidad de que algún contacto esté infectado, N es el universo de individuos y S el número total de individuos susceptibles de infectarse.

El número de individuos infectados dI en el tiempo de observación dt se expresa mediante la **ecuación 2**: $\frac{dI}{dt} = \beta C \frac{S}{N} - \frac{dR}{dt}$. Donde dR dt es la cantidad de personas que en el tiempo de observación se están recuperando. Como en el tiempo de observación, es posible que algunos de los individuos se hayan recuperado, por lo que estos dejarán de pertenecer al grupo I para engrosar el grupo R, lo que se traduce en una substracción a la cantidad de infectados.
El número de recuperados dR en el tiempo de observación se puede modelar, de manera simple, mediante la **ecuación 3**: $\frac{dR}{dt} = \gamma I$. Donde γ es la tasa temporal de recuperación de un sujeto infectado, o sea, γdt es la probabilidad de recuperación, en el tiempo dt, de un sujeto que estaba infectado

Productos:

1. Solucionar el sistema de ecuaciones utilizando el método de **Taylor de orden 3**, las condiciones iniciales se establecieron en I (0) =2/N, S (0) =1-I, R (0) =0 y N=479.000, en consonancia con los datos reportados por el **Instituto Nacional de Salud (INS)** de Colombia para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020. Los parámetros del modelo son β=0,06, C=1,5 y γ=0,021, fueron ajustados numéricamente hasta que los casos (infectados más recuperados) estimados se aproximaran a con error <0.05 de los casos reportados.

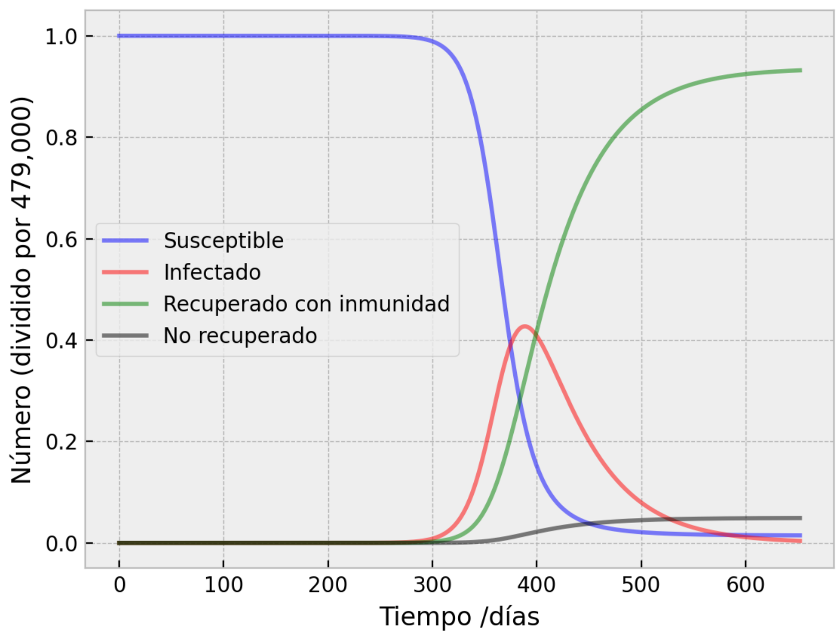
```
Susceptibles: [478998.99997077 478998.99996795 478998.99996492 478998.99996166
 478998.99995817 478998.99995441 478998.99995039 478998.99994606
 478998.99994141 478998.99993641 478998.99993104 478998.99992528
 478998.99991909 478998.99991244 478998.9999053  478998.99989764
 478998.9998894  478998.99988056 478998.99987107 478998.99986087
 478998.99984992 478998.99983816 478998.99982553 478998.99981196
 478998.99979739 478998.99978174 478998.99976493 478998.99974687
 478998.99972749 478998.99970666]
Infectados: [2.92275574e-05 3.13916364e-05 3.37157058e-05 3.62110975e-05
 3.88919963e-05 4.17684171e-05 4.48577250e-05 4.81762116e-05
 5.17416904e-05 5.55723336e-05 5.96856796e-05 6.41027667e-05
 6.88486271e-05 7.39451940e-05 7.94199092e-05 8.52964956e-05
 9.16105827e-05 9.83890191e-05 1.05668132e-04 1.13485457e-04
 1.21881002e-04 1.30897973e-04 1.40582495e-04 1.50984073e-04
 1.62155448e-04 1.74153680e-04 1.87041037e-04 2.00882475e-04
 2.15746646e-04 2.31710090e-04]
Recuperados: [1.46137787e-05 1.52724132e-05 1.59797406e-05 1.67392097e-05
 1.75551377e-05 1.84305725e-05 1.93707992e-05 2.03807761e-05
 2.14659248e-05 2.26317759e-05 2.38836672e-05 2.52280018e-05
 2.66723980e-05 2.82235313e-05 2.98897535e-05 3.16782846e-05
 3.35999686e-05 3.56629765e-05 3.78783649e-05 4.02575571e-05
 4.28127298e-05 4.55570329e-05 4.85045043e-05 5.16702103e-05
 5.50702033e-05 5.87218492e-05 6.26440989e-05 6.68567219e-05
 7.13806124e-05 7.62390651e-05]
```

En los primeros 30 días no se llega a tener un cuadro epidemiológico significativo. El número de personas susceptibles permanece intacta a casi las 479.000 personas, y el número de infectados y recuperados es prácticamente cero. Después del día 300 es donde se empieza a observar cambios en las 3 variables y el cuadro epidemiológico cambia significativamente.

Tabla de solución del mes de marzo 20 – abril 20

2. Con base en la solución anterior realice **una** gráfica de la **proyección** del número de susceptibles, infectados y recuperados desde el inicio de la pandemia, del 20 de marzo de 2020 hasta el 1 de enero de 2022.

Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas
eherrera@javeriana.edu.co



GRAFICA

3. Determine la cantidad máxima aproximada de infectados en relación con la población total y en que fecha aproximadamente se espera esto.

   Cantidad máxima aproximada de infectados: 204.533
   Fecha aproximada: 13 Abril del 2021

SOLUCION

4. Determine el porcentaje de la población que llegaría a infectarse y el porcentaje de recuperación

   Porcentaje de la población que llegaría a infectarse: 42.7% en el día 389.
   Porcentaje de la población que llegaría a recuperarse: 98.1% en el día 652.

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

```
for i in range(len(I)):
    if I[i] == max(I):
        print("Porcentaje de la poblacion infectada: ", round(I[i]/N, 4))
        print("Dia: ", i+1)

for i in range(len(R)):
    if R[i] == max(R):
        print("Porcentaje de la poblacion infectada: ", round(R[i]/N, 4))
        print("Dia: ", i+1)
```

SOLUCION

5. Se dice que una situación epidémica controlada será cuando: $\frac{\gamma}{\beta C} > \frac{S}{N}$ determine en que instantes del tiempo la situación está controlada.

$$\frac{0.021}{1.5 \cdot 0.06} = 0.23333\ldots \quad \text{----->} \quad \frac{\gamma}{C\beta}$$

$$\frac{479853 \cdot 0.23}{1} = 110366.19 \quad \text{-------->} \quad \frac{N \cdot \left(\frac{\gamma}{C\beta}\right)}{1}$$

La situación epidémica será controlada cuando la cantidad de personas susceptibles sea menor a 110366, esto sucederá el día 391 del estudio.

SOLUCION

6. El número básico de reproducción $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$ es un indicador relevante en salud pública porque expresa la potencia de contagio. Encuentre la solución para cuando β=γ como para cuando $\beta > \gamma$ e interprete la solución a la luz de los valores de R_0 para los casos (asigne valores a los parámetros).
Solución:

β>γ: Cuando este caso ocurre, significa que la ratio de contagio aumenta, siendo que un solo individuo es capaz de infectar a más de una persona en el tiempo transcurrido.

B=γ: Cuando ocurre que beta es igual a gamma, quiere decir que la capacidad de contagio de un individuo es de uno a uno, un individuo solo contagia a un individuo en el tiempo.

SOLUCION

7. El número efectivo de reproducción $R_e(t) = \frac{\beta C S(t)}{\gamma N}$ se define como la cantidad de individuos susceptibles que pueden llegar a ser infectados por un individuo en un momento específico cuando toda la población no es susceptible. Con base en la solución numérica de $S(t)$ interpole y estime y grafique $R_e(t)$ para los primeros 60 días

Solución: R_e(t)=

```
R_e(t):

4.285705338465475
4.285705338461986
4.285705338458247
4.2857053384542425
4.28570533844995
4.285705338445352
4.2857053384404225
4.28570533843514
4.285705338429478
4.285705338423415
4.285705338416917
4.2857053384099455
4.285705338402468
4.285705338394455
4.285705338385876
4.285705338376694
4.285705338366844
4.285705338356279
4.285705338344953
4.285705338332822
```

```
4.2857053383198425
4.285705337884307
4.285705337839198
4.285705337790902
4.285705337739134
4.2857053376836465
4.285705337624209
4.285705337560513
4.285705337492229
4.285705337419066
4.2857053373407
4.28570533725669
4.285705337166652
4.285705337070211
4.285705336966878
4.285705336856127
4.285705336737477
4.285705336610318
4.285705336474039
4.285705336328048
4.285705336171581
4.2857053360038995
4.285705335824197
4.285705335631731
4.285705335425423
```

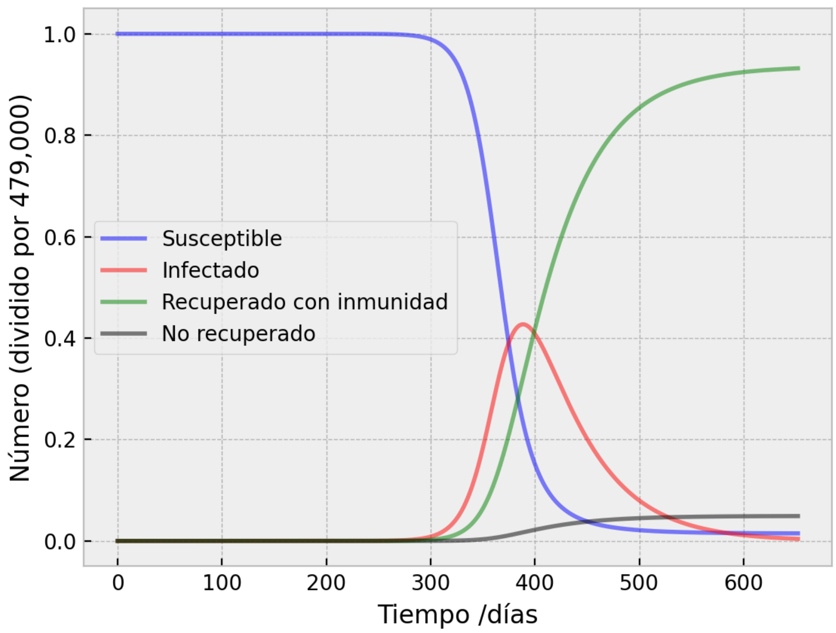
SOLUCION Y GRAFICA

8. Encuentre la solución del sistema de ecuaciones para $R_e(t) = 1.5$ grafique e interprete la solución

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co



SOLUCION Y GRAFICA

9. Simular el progreso de la pandemia en Santa Marta (para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020) suponiendo un margen de error al inicio de la pandemia tal que el número de infectados y recuperados en ese momento fuera I (0) =14/N, R (0) =7/N y considere esta solución exacta.

```
Susceptibles: [478998.99997077 478998.99996795 478998.99996492 478998.99996166
 478998.99995817 478998.99995441 478998.99995039 478998.99994606
 478998.99994141 478998.99993641 478998.99993104 478998.99992528
 478998.99991909 478998.99991244 478998.9999053  478998.99989764
 478998.9998894  478998.99988056 478998.99987107 478998.99986087
 478998.99984992 478998.99983816 478998.99982553 478998.99981196
 478998.99979739 478998.99978174 478998.99976493 478998.99974687
 478998.99972749 478998.99970666]
Infectados: [2.92275574e-05 3.13916364e-05 3.37157058e-05 3.62110975e-05
 3.88919963e-05 4.17684171e-05 4.48577250e-05 4.81762116e-05
 5.17416904e-05 5.55723336e-05 5.96856796e-05 6.41027667e-05
 6.88486271e-05 7.39451940e-05 7.94199092e-05 8.52964956e-05
 9.16105827e-05 9.83890191e-05 1.05668132e-04 1.13485457e-04
 1.21881002e-04 1.30897973e-04 1.40582495e-04 1.50984073e-04
 1.62155448e-04 1.74153680e-04 1.87041037e-04 2.00882475e-04
 2.15746646e-04 2.31710090e-04]
Recuperados: [1.46137787e-05 1.52724132e-05 1.59797406e-05 1.67392097e-05
 1.75551377e-05 1.84305725e-05 1.93707992e-05 2.03807761e-05
 2.14659248e-05 2.26317759e-05 2.38836672e-05 2.52280018e-05
 2.66723980e-05 2.82235313e-05 2.98897535e-05 3.16782846e-05
 3.35999686e-05 3.56629765e-05 3.78783649e-05 4.02575571e-05
 4.28127298e-05 4.55570329e-05 4.85045043e-05 5.16702103e-05
 5.50702033e-05 5.87218492e-05 6.26440989e-05 6.68567219e-05
 7.13806124e-05 7.62390651e-05]
```

En los primeros 30 días no se llega a tener un cuadro epidemiológico significativo. El número de personas susceptibles permanece intacta a casi las 479.000 personas, y el número de infectados y recuperados es prácticamente cero. Después del día 300 es donde se empieza a observar cambios en las 3 variables y el cuadro epidemiológico cambia significativamente.

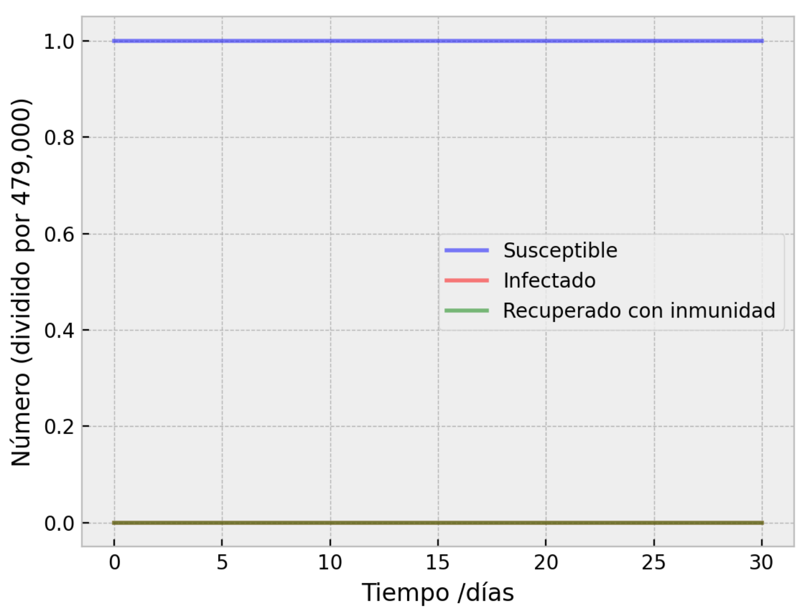


TABLA DE LOS PRIMEROS 30 DIAS Y GRAFICA DE SOLUCION PARA EL PERIODO PARA EL PERIODO ENTRE EL 20 DE MARZO Y EL 30 DE MAYO DE 2020

10. Determine el error relativo en los primeros 10 días, el error absoluto medio (EAM) asumiendo que esta solución es la exacta y la primera solución es la aproximada y la estabilidad numérica de la solución numérica.

Errores relativos medios:

Susceptibles: 3.11

Infectados: 0.86

Recuperados: 0.97

Errores absolutos medios:

Susceptibles: 1.49

Infectados: 3.64

Recuperados: 1.81

```
for i in range (10):
    error = abs((S[i] - S2[i])/S2[i])
    error2 = abs(S[i] - S2[i])
    relativoS += error
    relativosS.append(error)
    absolutosS.append(error2)
    absolutoS += error2
    error = abs((I[i] - I2[i])/I2[i])
    error2 = abs(I[i] - I2[i])
    relativoI += error
    relativosI.append(error)
    absolutosI.append(error2)
    absolutoI += error2
    error = abs((R[i] - R2[i])/R2[i])
    error2 = abs(R[i] - R2[i])
    relativoR += error
    relativosR.append(error)
    absolutosR.append(error2)
    absolutoR += error2
```

Pontificia Universidad JAVERIANA Bogotá

Facultad de Ciencias

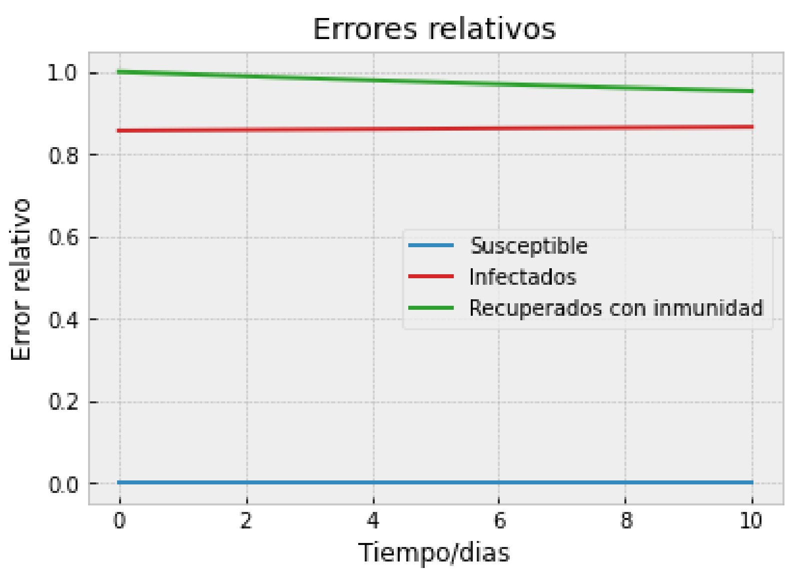
Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

```
print("Errores relativos: ")
print("Error relativo medio susceptibles: ", abs(relativoS/10))
print("Error relativo medio infectados: ", abs(relativoI/10))
print("Error relativo medio recuperados: ", abs(relativoR/10))
print()
print("Errores absolutos: ")
print("Error absoluto medio susceptibles: ", abs(absolutoS/10))
print("Error absoluto medio infectados: ", abs(absolutoI/10))
print("Error absoluto medio recuperados: ", abs(absolutoR/10))
```

TABLA DE ERRORES Y GRAFICA DE LOS ERRORES PARA CUANDO $R_e(t) = 1.001; 1.5; 1.9; 2.5$

Gráfica errores relativos:



Gráfica errores absolutos:

Pontificia Universidad
JAVERIANA
Bogotá

Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas
eherrera@javeriana.edu.co

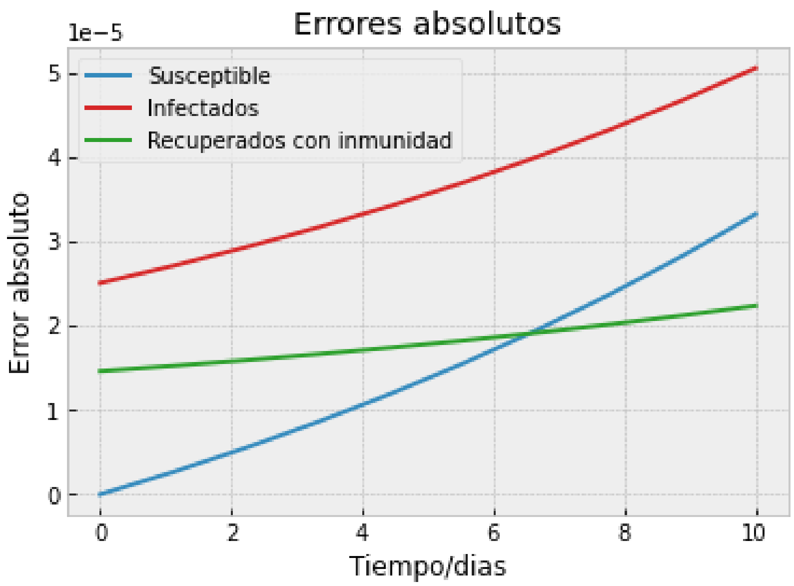


Tabla de errores:

$R_e(t)$	**Error relativo**
1.001	**1.71**
1.5	**1.86**
1.9	**1.84**
2.5	**1.63**