Al combinar el procedimiento de Rahman junto con el procedimiento de Verlet se tiene el siguiente algoritmo predictor

$$r_{n+1} = r_n + hv_n + h^2 \sum_{p=1}^{q-1} b_p a_{n-p+1}$$

Y los siguientes algoritmos correctores

$$r_{n+1} = r_n + hv_n + h^2 \sum_{p=1}^{q-1} C_p a_{n-p+2}$$

$$hv_{n+1} = r_{n+1} - r_n + h^2 \sum_{p=1}^{q-1} d_p a_{n-p+2}$$

Nos fijamos que el error del artículo es que en las ecuaciones 9.a) , 9.b) y 9.c) es que colocan el termino $n-q+1$ o $n-q+2$ cuando debería ser $n-p+1$ y $n-p+2$ respectivamente. Es decir, se intercambio la p con una q.

Con q=3

$$r_{n+1} = r_n + hv_n + h^2 b_1 a_n + h^2 b_2 a_{n-1}$$

$$r_{n+1} = r_n + hv_n + h^2 C_1 a_{n+1} + h^2 C_2 a_n$$

$$hv_{n+1} = r_{n+1} - r_n + h^2 d_1 a_{n+1} + h^2 d_2 a_n$$

Expandiendo en Taylor el primer algoritmo se tiene

$$r(t+h) = r(t) + hv(t) + \frac{h^2}{2} a(t) + \frac{h^3}{6} r^{III}(t) + \frac{h^4}{24} r^{IV}(t) + \frac{h^5}{5!} r^{V}(t) + \mathcal{O}(h^6)$$

$$r(t+h) = r(t) + hv(t) + \frac{h^2}{2} a(t) + \frac{h^3}{6} \frac{a(t) - a(t-h)}{h} + \mathcal{O}(h^4)$$

$$v(t+h) = v(t) + ha(t) + \frac{h^2}{2} v''(t) + \frac{h^3}{6} v^{III}(t) + \frac{h^4}{24} r^{IV}(t) + \frac{h^5}{5!} r^{V}(t) + \mathcal{O}(h^6)$$

$$a(t-h) = a(t) - ha'^{(t)} + \frac{h^2}{2} a''(t) - \frac{h^3}{6} a^{III}(t) + \frac{h^4}{24} a^{IV}(t) - \frac{h^5}{5!} a^{V}(t) + \mathcal{O}(h^6)$$

Fijémonos que al igualar la expresión de la expansión de Taylor respecto r con el algoritmo predictivo se llega a

$$r_n + hv_n + h^2 b_1 a_n + h^2 b_2 a_{n-1} = r_n + hv_n + \frac{h^2}{2} a_n + \frac{h^3}{6} \frac{a_n - a_{n-1}}{h} + \mathcal{O}(h^4)$$

$$b_1 = \frac{2}{3}; b_2 = \frac{1}{6}$$

Entonces

$$r_{n+1} = r_n + hv_n + \frac{2}{3}h^2 a_n + \frac{1}{6}h^2 a_{n-1} = r_n + hv_n + \frac{h^2}{6}(4a_n + a_{n-1})$$

Ahora igualando la expansión de Taylor para la posición con la ecuación correctiva de esta se llega a

$$r_{n+1} = r_n + hv_n + h^2 C_1 a_{n+1} + h^2 C_2 a_n = r_n + hv_n + \frac{h^2}{2}a_n + \frac{h^3}{6}\frac{a_{n+1} - a_h}{h}$$

$$C_1 = \frac{1}{6}; C_2 = \frac{1}{3}$$

$$r_{n+1} = r_n + hv_n + \frac{1}{6}h^2 a_{n+1} + \frac{1}{3}h^2 a_n = r_n + hv_n + \frac{1}{6}h^2(a_{n+1} + 2a_n)$$

Finalmente, igualando la expansión para la velocidad se tiene

$$\begin{aligned} hv_{n+1} &= r_{n+1} - r_n + h^2 d_1 a_{n+1} + h^2 d_2 a_n \\ &= h\frac{r_{n+1} - r_n}{h} + h^2 a_n + \frac{h^3}{2}\frac{a_{n+1} - a_n}{h} + \frac{h^4}{6}\frac{a_{n+1} - 2a_n - a_{n-1}}{h^2} \end{aligned}$$

$$d_1 = \frac{2}{3}; d_2 = \frac{1}{6}$$

$$v_{n+1} = r_{n+1} - r_n + \frac{2}{3}h^2 a_{n+1} + \frac{1}{6}h^2 a_n = r_{n+1} - r_n + \frac{h^2}{6}(2a_{n+1} + a_n)$$