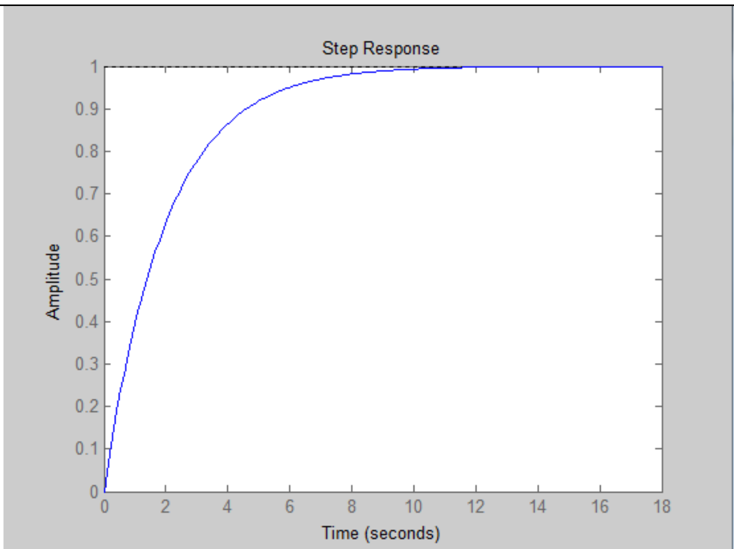
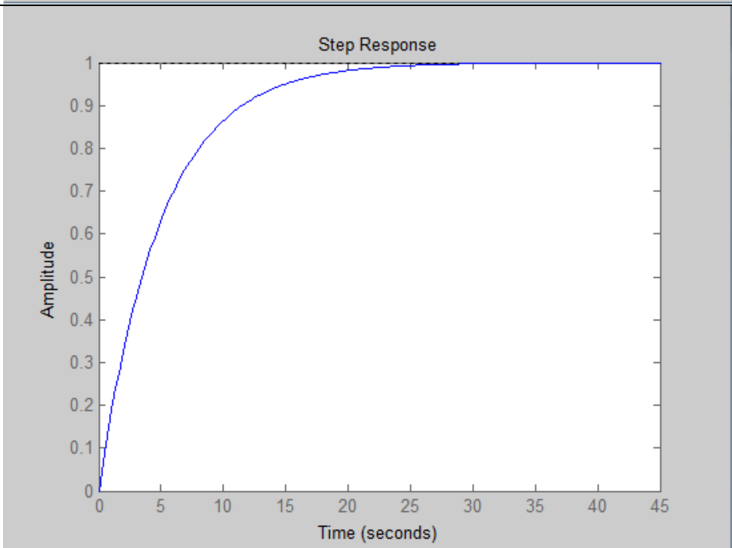
Ejercicio 1. (Sistema de primer orden)

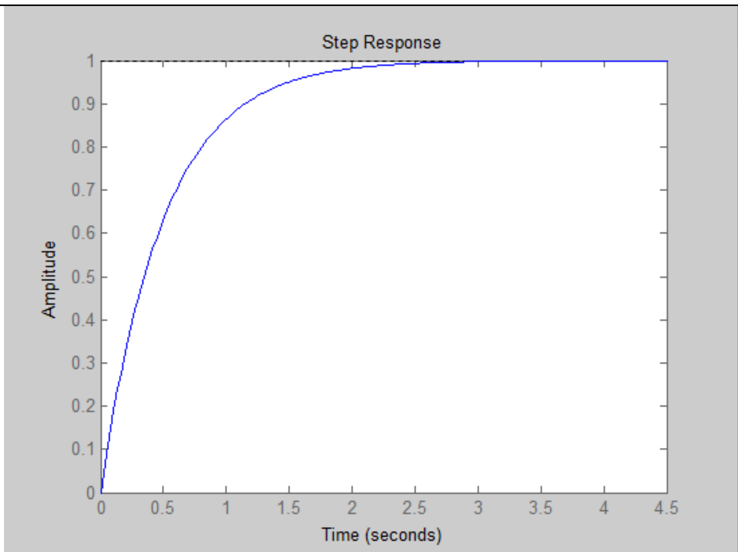
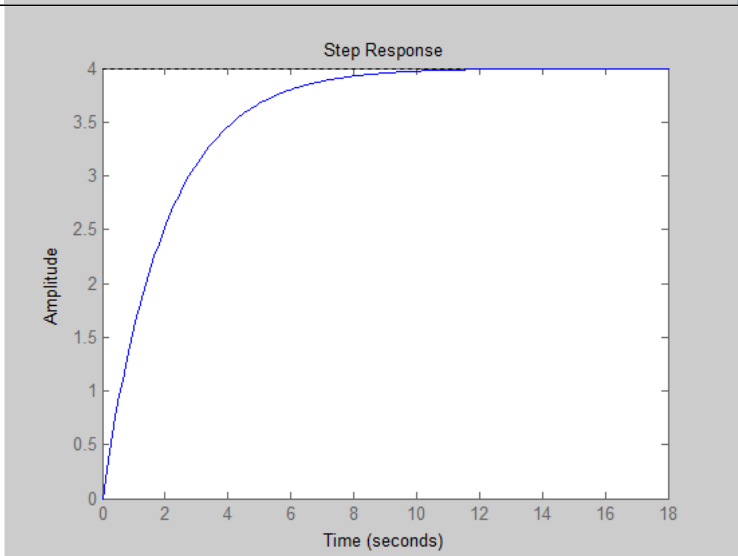
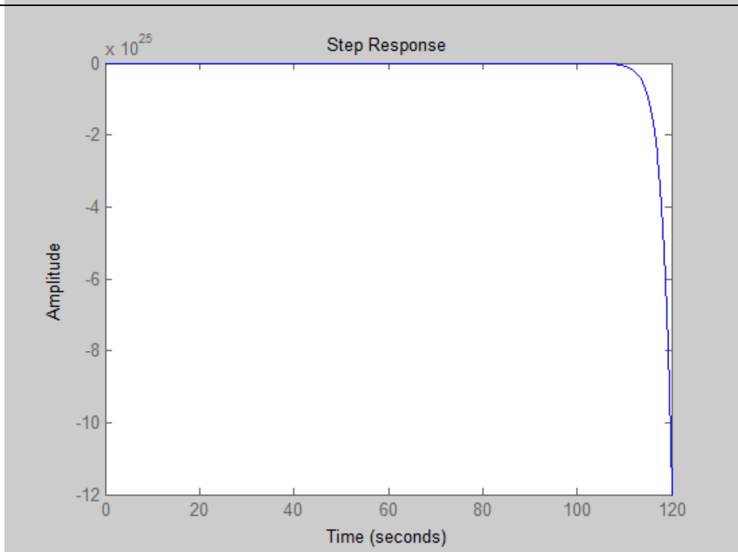
Como acercamiento a la programación en " MATLAB" copiaremos el siguiente programa y lo ejecutaremos. Dicho programa efectúa una representación gráfica de la respuesta del sistema frente a una entrada escalón (unitario), de un sistema de primer orden para una ganancia k, que introduciremos por teclado y para un rango de valores de la cte de tiempo T.

```
k=input ('valor de (k)');
T=input (‘valor de (T)');
num=k
den=[T,1]
G=tf(num,den);
step(G);
```

$$G(s) = \frac{k}{1+Ts}$$

a) Considera y analiza los siguientes casos, insertando la grafica resultante de cada uno de los siguientes casos:

k=1, T=2	
k=1, T=5	

<table>
<tr><td>k=1, T=0.5</td><td>
</td></tr>
<tr><td>k=4, T=2</td><td>
</td></tr>
<tr><td>k=1, T= -2</td><td>
</td></tr>
</table>

b) ¿Cuál es la ecuación matemática que representa el primer caso?

$$Y(s) = \frac{1}{1+2s} * \frac{1}{s} \rightarrow y(t) = k(1 - e^{-t/T})$$

c) ¿Cuál es el valor final de cada una de ellas?, ¿Por qué?. Razonarlo teóricamente (aplicar el teorema del valor final).

*Para aplicar el teorema del valor final, comprobamos que los polos de la función se encuentran en la parte real negativa. Para la función que nos ocupa, los polos se dan para valor 0 del denominador, cuya raíz única es **-1/T** , que será negativa en todos los casos, excepto en el último.*

$$\lim_{s \to 0}(sF(s)) = s\frac{k}{1+Ts}\frac{1}{s} = \frac{k}{1+Ts} = k$$

El valor final coincide con el valor de K (1 o 4), salvo en el último de los casos. Esta excepción se debe a que la parte real de la raiz es positiva y no se puede aplicar el teorema del valor final.

d) ¿Cual es el efecto de K en la respuesta del sistema?

K indica el valor del escalón y es el valor al que tiende la función al pasar el tiempo.

e) ¿Cual es el efecto de T en larespuesta del sistema?

T indica la velocidad de reacción de la función. Cuanto mayor sea el valor de T, más tiempo tardará en alcanzar el valor K.

f) Sabiendo que un sistema es estable cuando todos sus polos son negativos, ¿Son estables todos los casos? ¿Por qué?.

El último de los casos no es estable, como ya hemos comentado anteriormente, porque la parte real del polo es positiva y debería ser negativa en todos los casos para garantizar la estabilidad del sistema.

Ejercicio 2. (Sistema de 2º orden)

La funcion de Transferencia de un sistema de 2. orden esta caracterizada por tres parametros: ω , k y ζ :

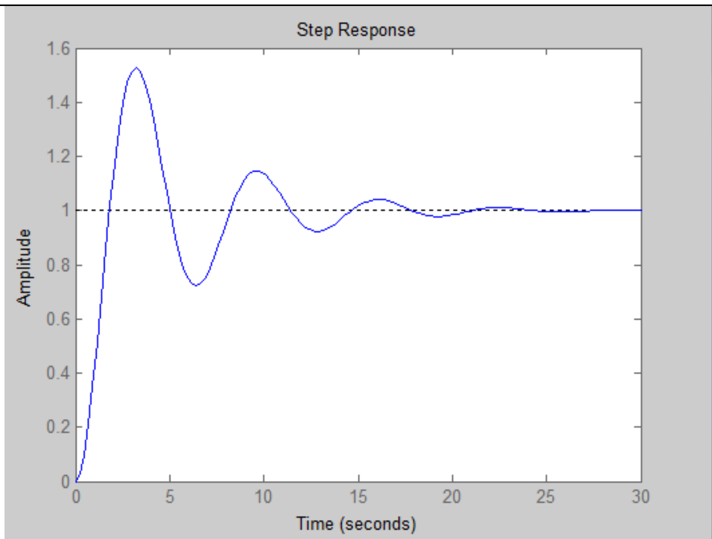
$$G(s) = k\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

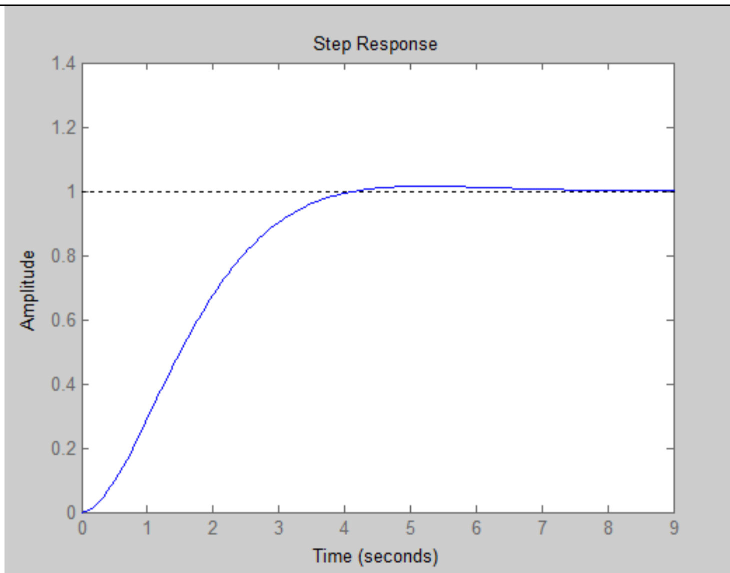
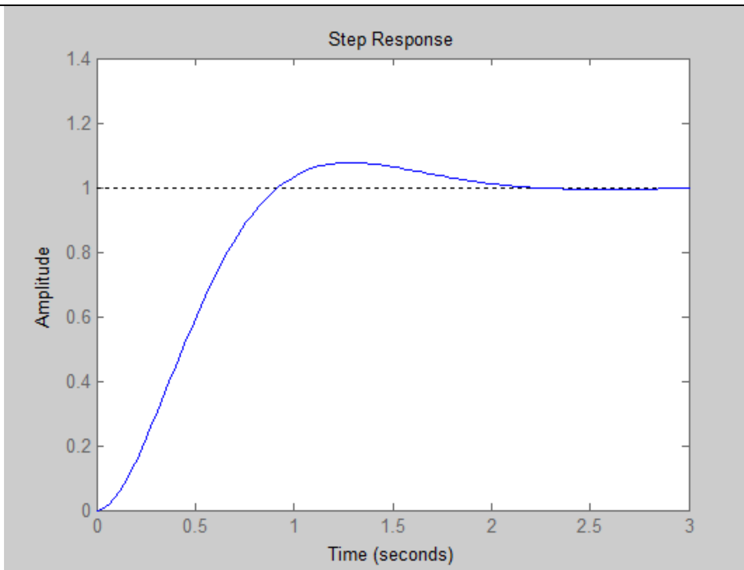
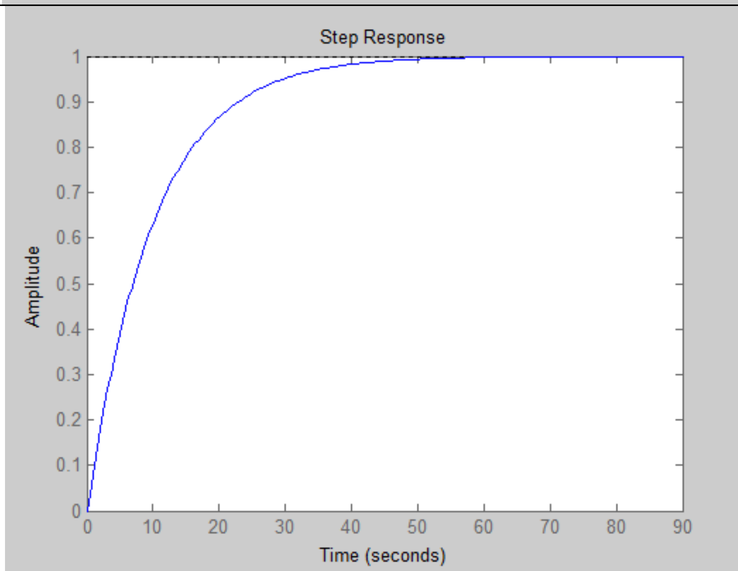
a) Realizar un programa que presente la respuesta de un sistema G(s) de 2º orden frente a la entrada escalón unitario en donde la frecuencia ω , la cte k y la δ se introducen por teclado

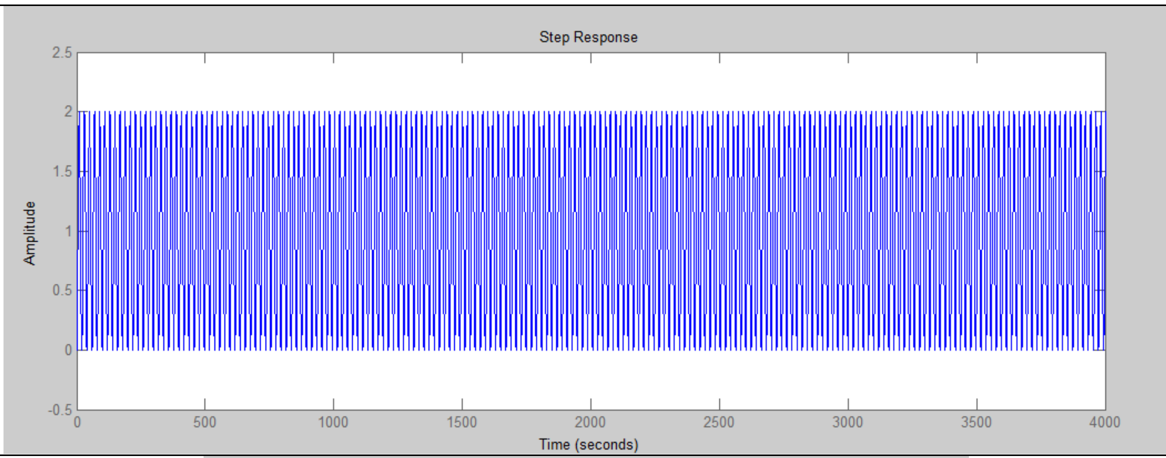
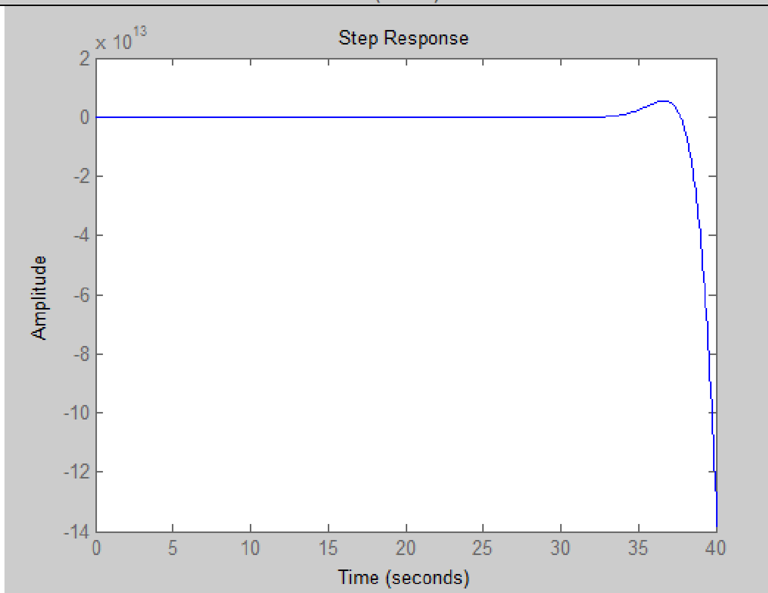
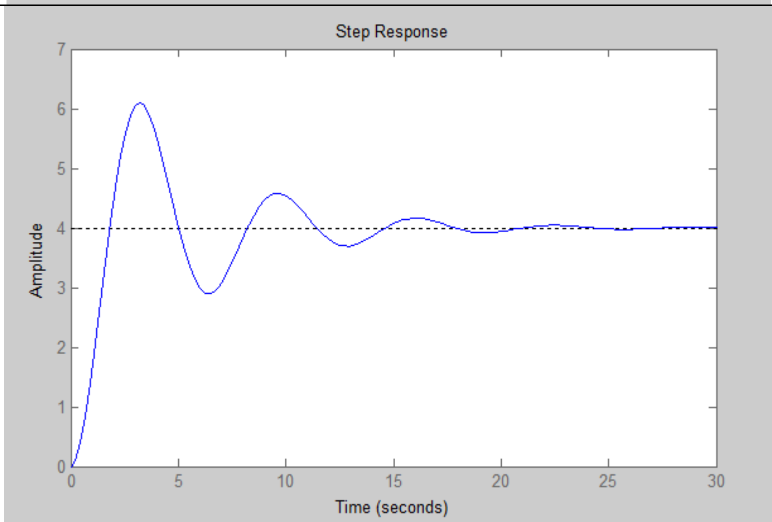
Programa:

```
w=input ('valor de (w)');
c=input ('valor de (c)');
k=input ('valor de (k)');
num=w*k;
den=[1,2*c*w,w];
G=tf(num,den);
step(G);
```

b) Considera y analiza los siguientes casos, insertando la grafica resultante de cada uno de los siguientes casos:

ω=1, k=1,ζ=0.2	

ω=1, k=1,ζ=0.8	
ω=10, k=1,ζ=0.2	
ω=1, k=1,ζ=5	

ω=0.1, k=1,ζ=0	
ω=1, k=1,ζ= -0.8	
ω=1, k= 4,ζ=0.2	

En los casos 1, 2, 3 y 7 se trata de modelos subamortiguados, que presentan un rebose y una cierta oscilación, que acaba desapareciendo, tendiendo finalmente al valor final (régimen permanente).

En el caso 4 se nos presenta un caso de sistema de segundo orden sobreamortiguado, que no presenta rebose y tiende finalmente, también, al régimen permanente estable. El caso 5 es un modelo no amortiguado, por lo que la frecuencia natural del sistema es la que se presenta en la salida, y la oscilación no desaparecen (críticamente estable).

El caso 6 presenta un modelo inestable, donde la función exponencial tiene exponente positivo y crece, lo que hace que su valor domine sobre el resto y tienda a menos infinito.

c) ¿Cuál es la ecuación matemática que representa el primer caso?

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-0.2*1*t}}{\sqrt{1-0.2^2}} \sin(1*t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-0.2^2}}{0.2})$$

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-0.2t}}{0.98} \sin(t + \tan^{-1} 4.9)$$

d) ¿Cuál es el valor final de cada una de ellas?, ¿Por qué?. Razonarlo teóricamente (aplicar el teorema del valor final).

Como sabemos la expresión del valor final es:

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$$

Aplicando dicha ecuación para cada uno de los casos que nos presenta el enunciado se puede observar cómo la función tiende al valor de *k* en el infinito, salvo en el caso 5, en el que el límite es el seno de *t* más el valor de *k*, por lo que es oscilante, y el caso 6, en el que la finción es divergente. En ambos casos no se puede aplicar lel teorema del valor final (los polos se encuentran en el 0 o en la zona positiva del eje real).

e) ¿Cual es el efecto de *K* en la respuesta del sistema?

Es el valor del escalón que se aplica en la entrada y, por tanto, el valor al que tiende la respuesta al estabilizarse (régimen permanente).

Las excepciones son el caso 5 (oscilante) y el 6 (inestable).

f) ¿Cual es el efecto de *w* en la respuesta del sistema?

Es la frecuencia natural amortiguada, inversamente proporcional al tiempo que tarda el sistema en alcanzar cada valor determinado (pico o establecimiento).

g) ¿Cual es el efecto de *c* en la respuesta del sistema?

Es el coeficiente de amortiguamiento del sistema. Indica cómo va a ser la respuesta en función del valor que va a tomar:

- Si $c>1$ el sistema es sobreamortiguado (no existen oscilaciones).
- Si $0<c<1$ es subamortiguado (existen rebose y oscilaciones, pero decrecen hasta desaparecer).
- Si $c=1$ es críticamente amortiguado (el caso de c más bajo sin rebose ni oscilaciones).
- Si $c<0$ el sistema es inestable y su valor se dispara hasta el +/- infinito. En el caso límite de $c=0$, el rebose es igual al escalón y las oscilaciones (en la frecuencia natural del sistema) permanecen constantes, no llegando a una situación estable con el tiempo.

h) Sabiendo que un sistema es estable cuando todos sus polos son negativos, ¿Son estables todos los casos? ¿Por qué?.

Son estables todos, expecto el 6, que es inestable (la respuesta se va a menos infinito) y el 5 (críticamente estable), en el que la respuesta no se dispara, pero nunca llega al valor deseado (régimen permanente).