Ejercicio 5. (Lugar de las raíces)

El lugar de las raíces es el lugar geométrico de los polos de la función de transferencia en lazo cerrado cuando varía la ganancia k del sistema, siendo k>0.

Para dibujar el lugar de las raíces de una función de transferencia, es necesario utilizar la función RLOCUS(n,d,k); rlocus devuelve un número complejo que es luego representado mediante la función PLOT.

Programa:

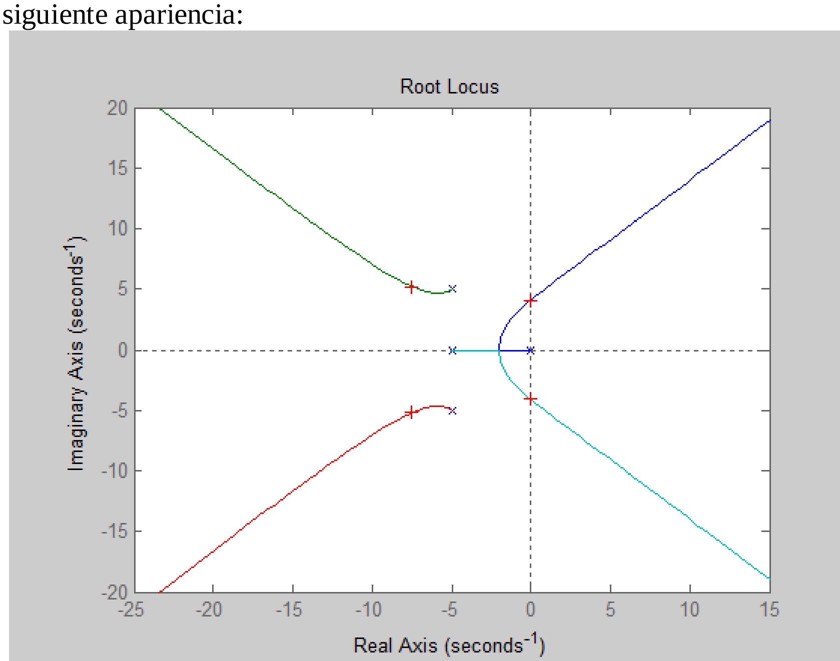
Realizar el programa que dada una función de transferencia cualquiera, se represente gráficamente el lugar de las raíces correspondiente. Consideremos los siguientes dos casos:

$$GH(s) = \frac{1}{s(s+5)(s^2+10s+50)}$$

$$GH(s) = \frac{(s^2+2s+2)}{s(s+1)^2}$$

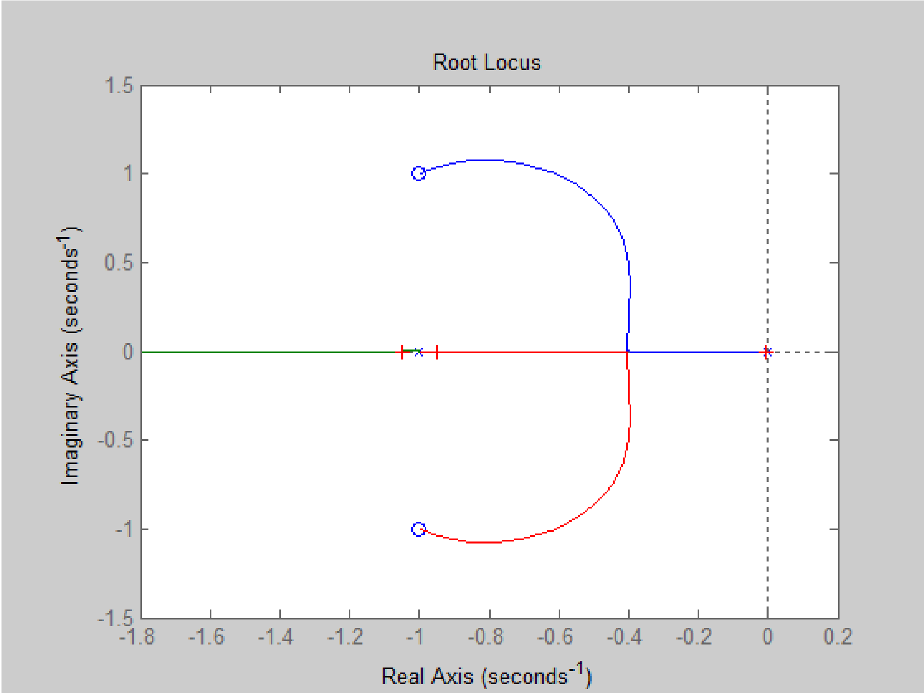
Cuestiones:
1) ¿Son estables los dos? ¿Para que valores de k son estables? (utilizar para ello la función rlocfind que devuelve el valor de k cuando se selecciona con el cursor el punto de la curva).

a) El lugar de las raíces para la primera ecuación que nos propone el enunciado tiene la siguiente apariencia:



Podemos comprobar que el sistema será estable para valores de K menores de 1.3529e+03. Este punto se situa en la grafica en : 0+ 4i y su conjugado.

b) La segunda ecuación tendrá el siguiente lugar de las raices:



Este sistema sera críticamente estable para el valor de k=0 situado en el origen de coordenadas.

Ejercicio 6. (Diagrama de BODE)

Los diagramas de BODE representan en escala semilogarítmica la variación (en amplitud y fase) que sufre la señal de salida de un sistema ante una señal de entrada senoidal cuya frecuencia se va variando.

Para representar los diagramas de BODE, se utiliza la instrucción BODE (G). Si se quiere calcular el margen de fase y de ganancia así como las funciones de cruce y ganancia crítica, se utiliza la función MARGIN (G):

Analizar los siguientes casos:

$$GH(s) = \frac{10(s+3)}{s(s+2)(s+4)}$$

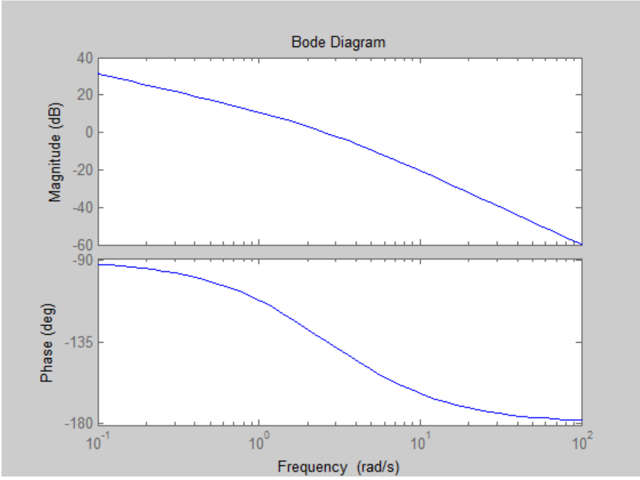
$$GH(s) = \frac{9(s^2+0.2s+1)}{s(s^2+1.2s+9)}$$

$$GH(s) = \frac{45.2(s+1)}{(s^2+2s+9)(s+2)(s+4)}$$

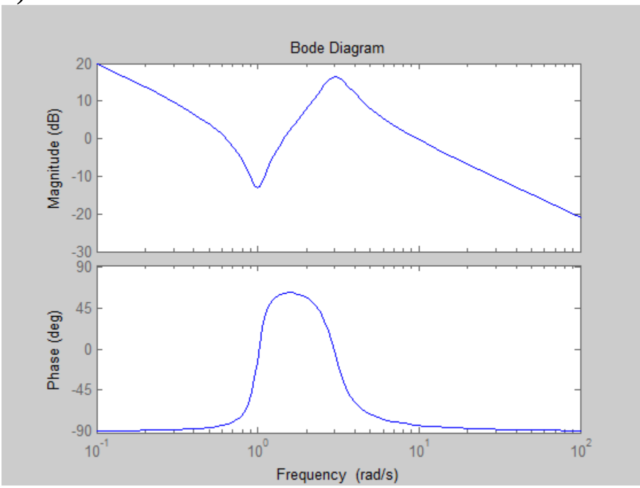
Cuestiones:

1) Para los tres casos dibujar las curvas resultantes y dar los valores del margen de fase, de ganancia, frecuencia de ganancia crítica y frecuencia de fase crítica.
2)

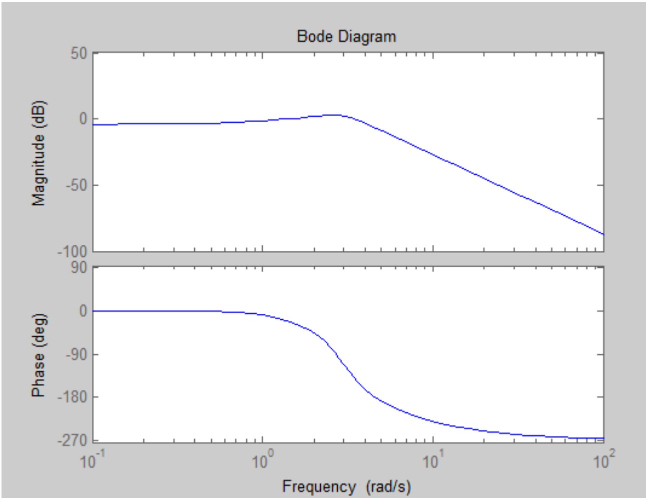
a)


Bode Diagram
Magnitude (dB)
40
20
0
-20
-40
-60
Phase (deg)
-90
-135
-180
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency (rad/s)

b)


Bode Diagram
Magnitude (dB)
20
10
0
-10
-20
-30
Phase (deg)
90
45
0
-45
-90
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency (rad/s)

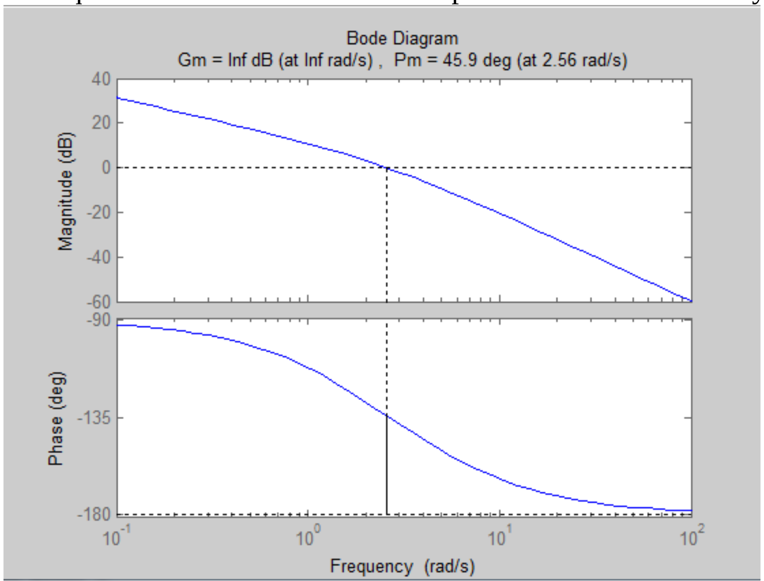
c)


Bode Diagram
Magnitude (dB)
50
0
-50
-100
Phase (deg)
90
0
-90
-180
-270
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency (rad/s)

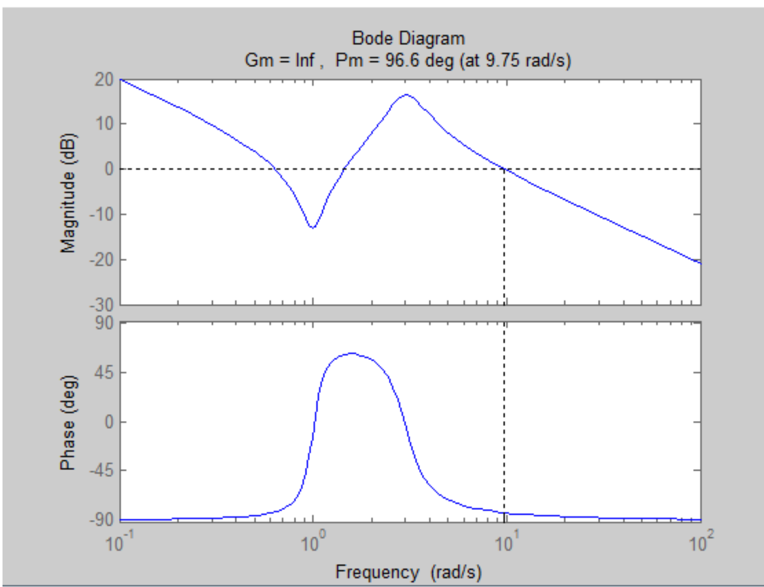
3) ¿Son estables?

Para saber si son estables tenemos que utilizar el comando "margin" y asegurarnos que para el punto de la curva de ganancia que pase por cero el angulo no sea inferior a 180. Tal y como podremos comprobar a continuación en los tres casos se cumple esta condición, es decir, los tres son estables.

a) Para este sistema obtenemos un margen de maniobra de 45,9 grados. Se adecúa perfectamente a los requerimientos de nuestro sistema por encontrarse entre 45º y 60º.



b) En los tres puntos que la grafica de la ganancia se corta con 0 no supera el limite de los -180º y el margen de maniobra mayor que vamos a obtener es de 96,6º. Tenemos un margen de maniobra muy amplio para modificar nuestro sistema, aumentando la ganancia, sin que se vuelva inestable.



c) Por último este sistema, tambien estable, tiene un margen de fase de 38.11º. Al ser menor que 45º tenemos muy poco margen de maniobra y no se puede modificar en exceso la curva de ganancia,.ya que es fácil alcanzar la zona de inestabilidad.