

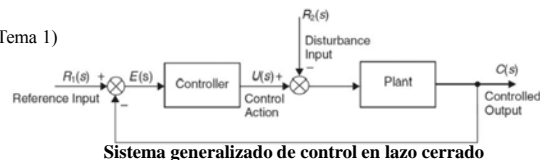
1. Modificación de la señal de control. Objetivos
2. Control Proporcional (P)
3. Control Proporcional-Integral (PI)
4. Control Proporcional-Integral-Derivativo (PID)
5. Efecto de las distintas acciones sobre el control LC
6. Sintonización
  - 6.1. Sintonía Heurística
  - 6.2. Métodos de Sintonización de Ziegler-Nichols
7. Problemas más comunes y mejoras en controladores PID
  - 7.1. Saturación del actuador – Integral wind-up
  - 7.2. Efecto del ruido sobre la acción derivativa - Filtrado de la derivada
  - 7.3. Balanceado de la referencia – 2DOF PID

### 1. Modificación de la señal de control. Objetivos

Dado el esquema genérico de control de la figura, donde:  $R_1(s)$ : Referencia a seguir (setpoint).  
(Problema de seguimiento de trayectoria perturbado)  $R_2(s)$ : Perturbación a minimizar.

Los objetivos del controlador son: (recordar Tema 1)

- Reducir el transitorio en lo posible.
- Minimizar o eliminar el  $e_{ss}$ .



El controlador más utilizado en la actualidad es el *Proportional-Integral-Derivative (PID)*

**"Based on a survey of over eleven thousand controllers in diverse industries, 97% of regulatory controllers utilize PID feedback".**

L. Desborough and R. Miller. *Increasing customer value of industrial control performance monitoring-Honeywell's experience*. 6th Int. Conf. on Chemical Process Control, Tucson, Arizona. 2002

**"More than 95% of all industrial control problems are solved by PID control"**

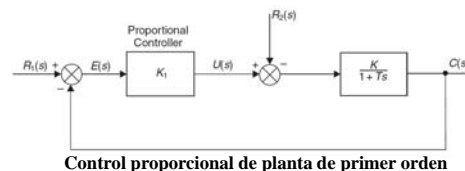
K. J. Aström and R. Murray. *Feedback Systems*. 2011

### 2. Control Proporcional (P)

Señal de control proporcional al error  $e(t)$ :  $u(t) = K_I e(t)$ , donde  $K_I \equiv$  Ganancia proporcional.

Para mostrar su funcionamiento, se estudiará su efecto sobre la planta de primer orden de la figura, a modo de caso ilustrativo.

La expresión de la salida en función de las dos entradas viene dada por:



HACER!!!

De esta expresión:

considerando la entrada  $r_1(t)$  escalón unitario y perturbación  $r_2(t)$  nula, se puede aplicar el Teorema del Valor Final (recordar Tema 2:  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$ ) para obtener la respuesta en ss:

$$c(t) = \left( \frac{K_I K}{1 + K_I K} \right) \quad t \rightarrow \infty.$$

De manera análoga, para  $r_1(t)$  nula y perturbación  $r_2(t)$  escalón unitario:

$$c(t) = -\left( \frac{K}{1 + K_I K} \right) \quad t \rightarrow \infty.$$

Al tratarse de un sistema lineal, la respuesta ss cuando actúan las dos entradas es la suma de ambas (Ppio. de superposición)  $\Rightarrow$  Para que el sistema presente  $e_{ss}=0$  se debe cumplir que:

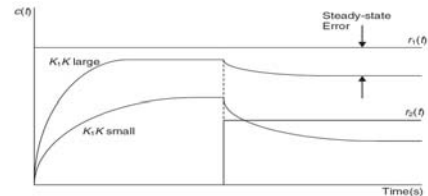
$$\left( \frac{K_I K}{1 + K_I K} \right) = 1 \quad \left( \frac{K}{1 + K_I K} \right) = 0.$$

Esto solo es posible si la ganancia de la cadena directa  $K_I K$  es infinito. En la práctica esto no es posible y por tanto el control proporcional va presentar siempre un  $e_{ss}$  (puede minimizarse manteniendo la ganancia de la cadena directa tan alta como sea posible).

Por otro lado, recordando la F.T. típica de un sist. 1<sup>er</sup> orden (Tema 4):  $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{T_c s + 1}$ ,

Se observa que la cte. de tiempo de nuestro sistema es:  $T_c = \left( \frac{T}{1 + K_1 K} \right)$ .

Con lo cual una ganancia  $\uparrow K_1 K \Rightarrow \downarrow$  la cte. de tiempo en LC  $\Rightarrow \uparrow$  la rapidez de la respuesta del sistema en régimen transitorio, como puede observarse en la siguiente figura donde se tiene un escalón en la referencia  $r_1(t)$  seguido de un escalón en la perturbación  $r_2(t)$ .



Control proporcional planta 1<sup>er</sup> orden. Resp. escalón

Similares resultados se obtienen para plantas de orden superior.

*Como resumen se puede decir que el control proporcional, en general, va a producir error en estado estacionario.*

### 3. Control Proporcional-Integral (PI)

Incluyendo en el control un término función de la integral del error  $e(t)$  puede eliminarse el  $e_{ss}$ .

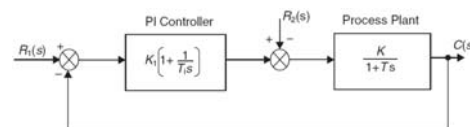
La señal de control toma la forma:  $u(t) = K_1 e(t) + K_2 \int e dt$ .

Aplicando la transformada de Laplace:  $U(s) = \left( K_1 + \frac{K_2}{s} \right) E(s) = K_1 \left( 1 + \frac{K_2}{K_1 s} \right) E(s) = K_1 \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) E(s)$ ,

donde  $T_i \equiv$  Tiempo de acción integral o Cte. de tiempo integral.

Igual que en el caso anterior, se va a aplicar a una planta de primer orden.

Sustituyendo esta ley de control PI en F.T. de la planta se obtiene la salida del sistema en función de las dos entradas:



Control PI de planta de primer orden

HACER!!!

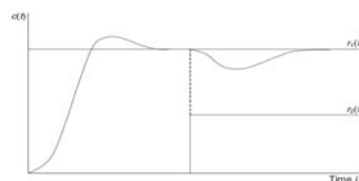
De esta expresión:

puede obtenerse la respuesta en ss ante entradas escalón aplicando el Ppio. de Superposición y el Th. del Valor Final:

$$\text{Para } r_1(t) \text{ esc. unit. y } r_2(t) \text{ nula: } \lim_{t \rightarrow \infty} c(t) \Big|_{r_1} = \lim_{s \rightarrow 0} C(s) \Big|_{r_1} \frac{1}{s} = 1 \Rightarrow e_{ss} = 0.$$

$$\text{Para } r_1(t) \text{ nula y } r_2(t) \text{ esc. unit.: } \lim_{t \rightarrow \infty} c(t) \Big|_{r_2} = \lim_{s \rightarrow 0} C(s) \Big|_{r_2} \frac{1}{s} = 0$$

La respuesta del sistema ante referencia y perturbación escalón muestra que sigue una dinámica 2º orden, como corresponde a su ec., y que efectivamente el  $e_{ss}$  ha sido eliminado.



Control PI planta 1º orden. Resp. escalón

Al igual que en el caso del control P, una ganancia  $\uparrow$  de la cadena directa  $K_1 K$ ,  $\uparrow$  la rapidez de la respuesta del sistema. Pero, teniendo en cuenta F.T. típica de un sist. 2º orden con ganancia unitaria (Tema 4):  $\frac{1}{\omega_n^2 s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1}$  se puede ver que también  $\uparrow \omega_n$ , propiciando su inestabilidad.

Similares resultados se obtienen para plantas de orden superior.

*Como resumen se puede decir que el control proporcional integral, en general, va a eliminar el error en estado estacionario.*

### 4. Control Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

La inclusión de un término función de la derivada del error  $e(t)$  proporciona una solución de control más estable que un control PI puro:  $u(t) = K_1 e(t) + K_2 \int e dt + K_3 \frac{de}{dt}$ .

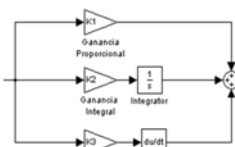
Aplicando la T.L., la expresión general del un controlador PID en el dominio transformado es:

$$U(s) = \left( K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3 s \right) E(s)$$

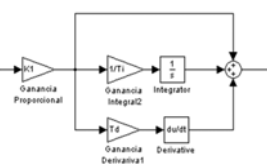
$$= K_1 \left( 1 + \frac{K_2}{K_1 s} + \frac{K_3}{K_1} s \right) E(s)$$

$$= K_1 \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) E(s),$$

donde  $T_d \equiv$  Tiempo de acción derivativo  
o Cte. de tiempo derivativa.



Configuración paralelo



Configuración serie  
(utilizada en Z-N)

Si se aplica esta ley de control a una planta de primer orden.

La expresión de la salida en función de las dos entradas viene dada por:

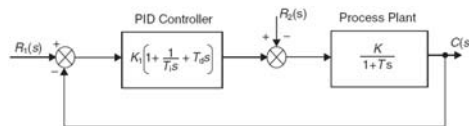
$$C(s) = \frac{(1 + T_i s + T_i T_d s^2) R_1(s) - \frac{1}{K_1} T_i s R_2(s)}{\frac{T_i T + K_1 K T_i T_d s^2 + T_i \left(1 + \frac{1}{K_1 K}\right) s + 1}{K_1 K}}$$

que, aplicando el Th. Valor Final, puede verse que  $\rightarrow 1$  cuando  $t \rightarrow \infty$  ante entradas escalón (i.e.,  $e_{ss} = 0$ , como era de esperar al contener una acción integral).

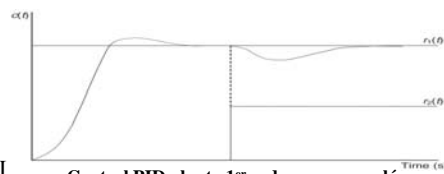
Además puede observarse que su respuesta es más estable (menos oscilatoria) que en el caso del control PI.

Similares resultados se obtienen para plantas de orden superior.

*El control proporcional integral derivativo, en general va a eliminar el error en estado estacionario, al contener un término integral, proporcionando una respuesta más estable debido a la acción derivativa.*



Control PID de planta de primer orden



Control PID planta 1er orden. resp. escalón

### 5. Efecto de las distintas acciones sobre el control LC

#### Acción Proporcional

$$u(t) = K e(t) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{U(s)}{E(s)} = K$$

En este tipo de control la salida generalmente sube hasta el valor final, produciendo un rebose y un  $e_{ss}$ .

*Características:*

- Ante cambios bruscos en la señal de salida o referencia produce cambios también bruscos en la señal de control.
- Una señal de error grande produce una señal de control grande.
- No corrige una señal de error no nula en el permanente.
- En general, valores elevados de la acción proporcional generan salidas oscilatorias.
- En general, valores elevados de la acción proporcional reducen el tiempo de subida y aumentan ligeramente el de asentamiento.

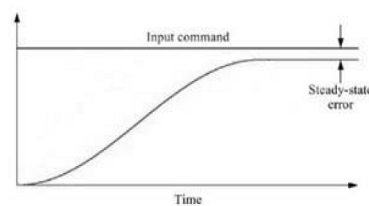
### Acción Proporcional-Derivativa

Para eliminar el rebose y mejorar la estabilidad del sistema, se necesita un mecanismo que “prediga” que va a producirse ese rebose de forma que se pueda atajar a tiempo. Esto se consigue añadiendo a la señal de control un término proporcional a la derivada del error:

$$u(t) = K e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{U(s)}{E(s)} = K + K_d s = K(1 + T_d s)$$

Obs.: Este controlador es físicamente irrealizable (1 cero, ningún polo). En la práctica se incluye un polo alejado que no influye en su comportamiento, o se utiliza una aproximación de la derivada como se verá más adelante.

En general, la acción derivativa no es capaz de detectar (ni por tanto corregir) el  $e_{ss}$ , puesto que este es constante y su derivada es nula.



Respuesta escalón sobreamortiguada con  $e_{ss}$

### Características:

- Ante cambios súbitos en la señal de salida o referencia produce cambios bruscos de magnitud muy grande en la señal de control.
- La acción derivativa se opone a las desviaciones respecto del valor de la señal de referencia. Es un tipo de control de anticipación (actúa en función de la derivada del error, es decir, de si el error está subiendo o bajando).
- No corrige una señal de error no nula en el permanente.
- Amplifica las señales de alta frecuencia (ruido).
- Mejora el amortiguamiento y reduce el rebose.
- En general, valores elevados de la acción derivativa hacen el sistema más lento, aumentando ligeramente tiempo de subida y reduciendo el de asentamiento.

### Acción Proporcional-Integral-Derivativa

Para que el control sea sensible al  $e_{ss}$  y por tanto pueda actuar y corregirlo, se añade a la acción de control un término integral de la forma:

$$u(t) = K e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \Rightarrow \frac{U(s)}{E(s)} = K + K_d s + \frac{K_i}{s} = K \left( 1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right)$$

La presencia del integrador puro en el controlador introducido por la acción integral hace que el sistema sea más inestable. Inestabilidad que puede ser compensada en parte por la acción derivativa.

*Características:*

- Permite eliminar errores en régimen permanente<sup>(1)</sup>.
- La acción integral toma relevancia a medida que pasa el tiempo y persiste la desviación (en los instantes iniciales es la acción proporcional la que actúa en mayor medida). Aporta “memoria” al controlador.
- Ayuda a filtrar el ruido de alta frecuencia.
- En general, valores elevados de la acción integral hacen el sistema más inestable, aumentando el tiempo de asentamiento y reduciendo ligeramente el tiempo de subida.

### <sup>(1)</sup>Aström: “The Amazing Property of Integral Action”

Considérese un controlador PI:  $u = ke + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau$ . Asúmase que hay equilibrio con  $e(t) = e_0$  y  $u(t) = u_0$ . Entonces el error  $e_0$  debe ser cero.

*Demostración:* Supóngase que  $e_0 \neq 0$ , entonces  $u = ke_0 + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau = ke_0 + k_i \int_0^t e_0 d\tau = ke_0 + k_i e_0 t$

La expresión de la derecha solo puede ser constante si  $e_0 = 0$ .

*Mientras se mantenga la desviación (error), la señal de control se modifica y evoluciona para eliminarlo.*

## 6. Sintonización

### 6.1. Sintonía Heurística

El planteamiento general de sintonización PID, sea cual sea el método empleado, siempre sigue un estudio previo basado en unas consignas que tienen en cuenta las propiedades básicas de cada acción del controlador:

- Obtención de la respuesta en lazo abierto para determinar qué características hay que mejorar.
- La adición de un control proporcional mejora el tiempo de llegada pero disminuye la estabilidad.
- La adición de un control integral elimina el  $e_{ss}$  pero disminuye la estabilidad.
- La adición de un control derivativo mejora el rebose y aumenta la estabilidad.

No es necesario implementar las tres acciones de control si no son necesarias: E.g., si un PI proporciona una buena respuesta con estabilidad (rebose) aceptable, no es necesario implementar acción derivativa.

*El controlador debe mantenerse siempre lo más simple posible tanto en topología como en ganancia.*

### Procedimiento:

En principio se contemplan las tres acciones PID. Un procedimiento heurístico útil es el siguiente:

1. Se ajustan inicialmente los parámetros del PID de tal forma que:
  - La acción proporcional sea pequeña.
  - La acción integral y derivativa sean mínimas.
2. Se aumenta la acción proporcional hasta que aparezcan tres picos en la respuesta del sistema.
3. Se aumenta la acción integral hasta anular el error de seguimiento.
4. Se aumenta la acción derivativa, pudiendo suceder dos cosas:
  - i. Si la respuesta empeora se quita la acción derivativa, quedando únicamente el controlador PI.
  - ii. Si la respuesta mejora (tiende a no oscilar), permitirá aumentar la ganancia proporcional y aumentar la acción integral.

Al tratarse de un procedimiento heurístico no es exacto. Hay muchos otros métodos de sintonización basados en reglas.



### 6.2. Métodos de Sintonización de Ziegler-Nichols

- Establecidos por Ziegler y Nichols (Z-N) en 1942 ([Ziegler and Nichols]).
- Son los métodos clásicos y más conocidos para determinar los parámetros de controladores PID.
- Son aún ampliamente utilizados en su forma original o en alguna de sus modificaciones:
 

Åström, autor de la famosa trilogía sobre control PID (ver [Åström and Hägglund, 2009]), después de un análisis exhaustivo de las metodologías de sintonización existentes en ([Åström and Hägglund, 2009]) concluye: "There are already many tuning methods available, but a replacement of the Ziegler-Nichols method is long overdue."

Similares conclusiones se obtienen de los trabajos de Alfaro ([Alfaro]) y Vilanova ([Vilanova and Visioli] o [Vilanova et al.]).

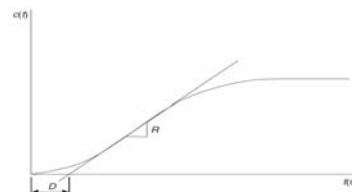
Usualmente se emplea Z-N para obtener valores iniciales y después se aplica un reajuste fino por métodos heurísticos. Z-N ofrece la ventaja de que permite tratar el sistema desde un punto de vista externo entrada-salida, sin necesidad de un modelado interno exhaustivo.

[Ziegler and Nichols] J.G. Ziegler and N.B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controllers", *Transactions of the ASME*, Vol. 64, pp. 759-768, 1942.  
 [Åström and Hägglund, 2001] K.J. Åström and T. Hägglund, "The future of PID control", *Control Engineering Practice*, Vol. 9, Issue 11, pp. 1163-1175, 2001.  
 [Åström and Hägglund, 2009] K.J. Åström and T. Hägglund, *Advanced PID Control*. ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2009.  
 [Alfaro] V. M. Alfaro Ruiz, "Métodos de sintonización de controladores PID que operan como reguladores", *Ingeniería*, 12 (1,2): 21-36, 2002  
 [Vilanova and Visioli] R. Vilanova and A. Visioli, *PID Control in the Third Millennium: Lessons Learned and New Approaches*. Series: Advances in Industrial Control, Springer, 2012.  
 [Vilanova et al.] R. Vilanova, V. M. Alfaro, O. Arrieta, C. Pedret, "Analysis of the claimed robustness for PI/PID robust tuning rules," in *Proc. 2010 IEEE Mediterranean Conference on Control & Automation (MED)*, pp.658-662. 2010.

### Primer método de Z-N: Método de la respuesta escalón

Está basado en la asunción de que la respuesta escalón en lazo abierto de la mayoría de los sistemas de control de procesos tiene forma de S, lo cual suele ser válido al menos en primera aproximación.

Esta respuesta suele denominarse también *curva de reacción del proceso* y puede aproximarse por un sist. de primer orden de máxima pendiente tangencial  $R$  retardado un tiempo  $D$  como el de la figura.



Ambos métodos de Z-N asumen que la resp. óptima del sistema LC se da para una razón de decaimiento entre picos sucesivos de 4:1.

Z-N proporciona mediante tablas los parámetros del controlador para conseguir esta respuesta en función de  $R$  y  $D$  (usualmente calculados por métodos gráficos).

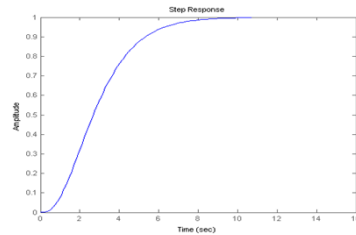
Obs.: Este método no puede utilizarse si la resp. escalón del sistema LA presenta reboso o contiene integradores puros, pues entonces la dinámica del sistema no podría aproximarse a un sistema de primer orden.

Parámetros Z-N Método Resp. Escalón

Controller type	$K_i$	$T_i$	$T_d$
P	$1/RD$	—	—
PI	$0.9/RD$	$D/0.3$	—
PID	$1.2/RD$	$2D$	$0.5D$

*Ejemplo:* Sea un proceso representado por la planta  $G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$ , al que se quiere aplicar un controlador PID. Hallar los parámetros del controlador más adecuados aplicando el primer método de Z-N y la respuesta en lazo cerrado correspondiente.

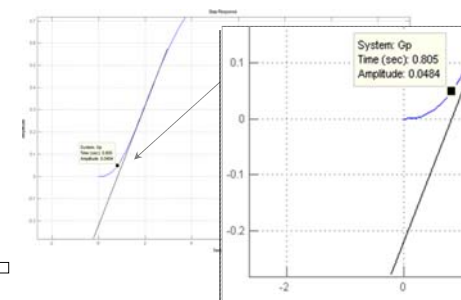
Se aplica al sistema LA una entrada escalón unitario para obtener la curva de reacción del proceso:



A partir de la cual pueden obtenerse los parámetros requeridos:

$$D = 0.805;$$

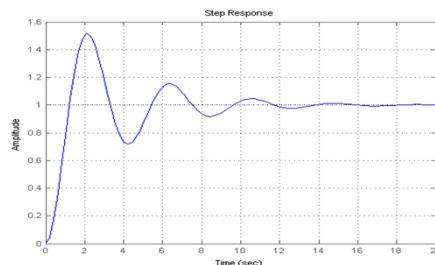
$$R = \text{mtg} = \text{sen/cos} = 0.22/D = 0.2733$$



Entonces, aplicando la tabla se obtienen los parámetros del controlador:

$$K_I = 5.45; T_i = 1.61; T_d = 0.4$$

Con estos valores en los parámetros del PID e implementando el lazo de control se obtiene la respuesta del sistema en LC:



Se puede observar que el comportamiento del sistema controlado es como cabría esperar, con una razón de decaimiento próxima a un cuarto, si bien presenta bastante rebote.

### Segundo método de Z-N: Método de la respuesta en frecuencia

Se trata de un método que se aplica al sistema en LC.

Consiste en, utilizando únicamente control proporcional, ir aumentando su ganancia  $K_I$  hasta que la salida del sistema presenta una oscilación mantenida de amplitud constante. Esa ganancia se llama  $K_u$  y el periodo correspondiente  $T_u$ .

Este diseño se basa en el estudio en el dominio de la frecuencia del sistema, y en particular en el conocimiento del punto del diagrama de Nyquist de la función de transferencia del sistema, donde dicho diagrama intersecta con el eje real negativo. Por razones históricas a este valor de la ganancia se denomina ganancia última  $K_u$  y al periodo de oscilación correspondiente se le denomina periodo último  $T_u$ , y conjuntamente definen el punto de intersección del diagrama de Nyquist ( $K_u=1/K_{I80}$ ,  $T_u=2\pi/\omega_{I80}$ ).

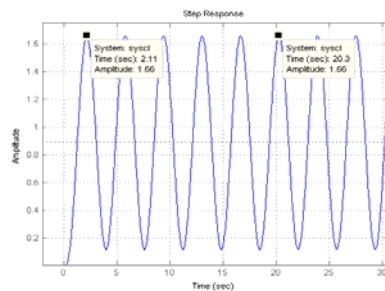
Z-N proporciona mediante tablas los valores de los parámetros del controlador en función de  $K_u$  y  $T_u$ :

Parámetros Z-N Método Resp. en Frecuencia

Controller type	$K_I$	$T_I$	$T_d$
P	$K_u/2$	—	—
PI	$K_u/2.2$	$T_u/1.2$	—
PID	$K_u/1.7$	$T_u/2$	$T_u/8$

**Ejemplo:** Sea un proceso representado por la planta  $G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$ , al que se quiere aplicar un controlador PID. Hallar los parámetros del controlador más adecuados aplicando el segundo método de Z-N y la respuesta en lazo cerrado correspondiente.

Siguiendo el método, y solamente aplicando control proporcional aplicado al sistema LC estimulado por entrada escalón unitario, se va aumentando la ganancia del controlador hasta encontrar oscilaciones mantenidas. Éstas se dan para  $K_u=8$ :



Sobre esta respuesta se mide el periodo:

$$T_u = (20.3 - 2.11)/5 = 3.64.$$

De forma que los parámetros requeridos son:

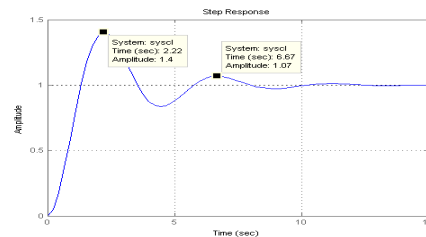
$$K_u = 8,$$

$$T_u = 3.64.$$

Entonces, aplicando la tabla se obtienen los parámetros del controlador:

$$K_I = 4.7; T_i = 1.82; T_d = 0.45$$

Con estos valores en los parámetros del PID e implementando el lazo de control se obtiene la respuesta del sistema en LC:



El resultado es similar al obtenido por el primer método de Z-N, si bien en este caso la razón de decaimiento es mayor que un cuarto. A cambio se obtiene un menor rebote.

La razón de decaimiento un cuarto utilizada en ambos métodos Z-N puede resultar poco exigente y a menudo es recomendable un reajuste a fin de obtener un seguimiento de trayectoria más fino.

### Consideraciones finales sobre los métodos de sintonización de Z-N

De los dos métodos, el primer método (método de respuesta escalón) es más sencillo y menos invasivo cuando se trabaja sobre sistemas reales.

Problema: En la práctica, las medidas de  $R$  y  $D$  son subjetivas y pueden dar lugar a errores.

El segundo método (método de respuesta en frecuencia) suele aportar resultados más precisos, si bien puede ser potencialmente peligroso si se excede la  $K_u$  soportada por el sistema, llevándolo a la inestabilidad y dañándolo.

Los métodos de Ziegler-Nichols proporcionan valores aproximados y en ocasiones es necesario complementar estos métodos reajustando mediante sintonía manual mediante experimentos sobre el sistema LC.

Este ajuste se hace en base al conocimiento del efecto de cada una de las acciones del controlador (punto 5).

## 7. Problemas más comunes y mejoras en controladores PID

### 7.1. Saturación del actuador – Integral wind-up

Uno de los problemas que surgen al implementar controles PID es el “enrollamiento del término integral”. Se debe a la saturación de los actuadores.

#### Explicación:

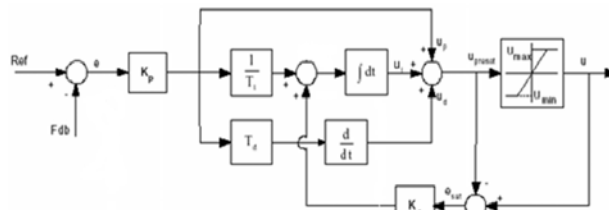
El rango de movimiento de los actuadores, e.g., una válvula de control, tiene límites físicos, de modo que una vez se saturan, incrementar la magnitud de la señal de control no produce ningún efecto en el sistema. No obstante, al existir una diferencia entre el valor medido y el deseado, el error resultante producirá un incremento continuo en el término integral (dependiente de la integral de error) al que se denomina *integral wind-up*. De manera análoga, cuando el término de error cambia de signo, el término integral empieza a “desenrollarse” (unwind), y va disminuyendo. En este momento y pese a que el error ha cambiado de signo, debido al error “acumulado” en el término integral, la acción de control permanece en un valor aún fuera del límite de saturación del actuador y este no responderá hasta que se baje de ese límite. Esto puede producir grandes retardos y posibles inestabilidades al no controlarse el actuador durante ese tiempo.

#### Solución:

La solución es sencilla, y consiste en limitar el máximo valor que el término integral puede tomar.

Esto puede hacerse de manera burda mediante una saturación del término integral, o incluyendo un lazo de control en el PID que tenga en cuenta si se está produciendo saturación del actuador para computar la señal de error que entra a la acción integral. Esto último es lo habitual:

En la figura se ha representado el actuador físico mediante una saturación de manera que puede existir una diferencia entre la señal de control pre-saturación  $u_{presat}$  y la señal de control de salida a planta  $u$ .



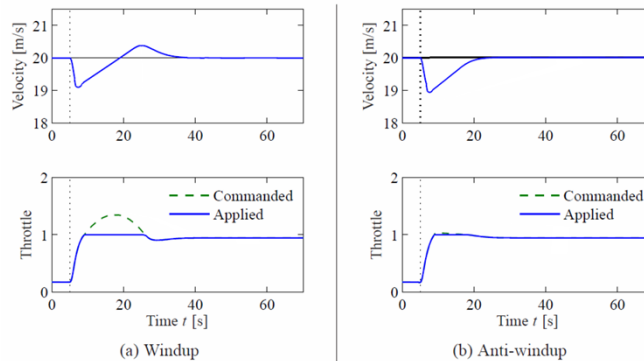
Esquema PID anti wind-up

En base a ese error de saturación  $e_{sat}$  se añade a la acción integral un término de corrección anti wind-up. En caso de que  $e_{sat}$  sea nulo, el término integral que actúa es el clásico. Si en cambio se ha producido la saturación del actuador, el término  $K_c e_{sat}$  (de signo negativo) decrementará el término integral para prevenir el wind-up.

### Ejemplo:

En la siguiente figura se puede observar el efecto del wind-up sobre un control de cruceo PI y cómo se corrige usando el PI modificado anti wind-up del esquema anterior.

En concreto se muestra la respuesta de la velocidad y la señal del acelerador de un vehículo ante una pendiente tan abrupta que el acelerador satura.



Control de cruceo PI con y sin anti wind-up

La salida del controlador está representada por la línea discontinua. Puede observarse cómo el control con anti wind-up elimina el rebote posterior al prevenir que el error se acumule en el término integral del controlador.

### 7.2. Efecto del ruido sobre la acción derivativa - Filtrado de la derivada

Un inconveniente muy habitual en controladores PID es el efecto que tiene el ruido, generalmente componentes de alta frecuencia, sobre la acción derivativa.

#### Explicación:

Una acción derivativa pura presenta grandes variaciones ante señales de alta frecuencia (mide su pendiente).

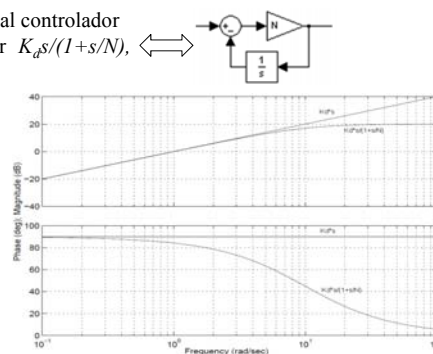
#### Solución:

Este efecto del ruido en la señal medida que se realimenta al controlador puede reducirse sustituyendo el término clásico  $K_d s$  por  $K_d s / (1 + s/N)$ , con  $N$  entero (no sintonizable).

Esta aproximación de la derivada actúa como un término derivativo tradicional  $K_d s$  para  $s$  pequeñas y se comporta como una ganancia constante  $K_d N$  para valores de  $s$  grandes (recordar  $s = \sigma + j\omega$ ).

De hecho, si se observa el Diagrama de Bode (Tema 8) de este tipo de aproximación puede verse que se trata en realidad de un término derivativo ideal más un polo que sirve de filtro paso-baja: La ganancia del sistema  $G(s) = K_d s / (1 + s/N)$  es  $K_d de(t)/dt$  para bajas frecuencias de  $e(t)$ , y  $K_d N$  para frecuencias altas.

Además, la adición del polo hace que el PID sea físicamente realizable (Uppps!, no lo era -recordar Pto 5-).

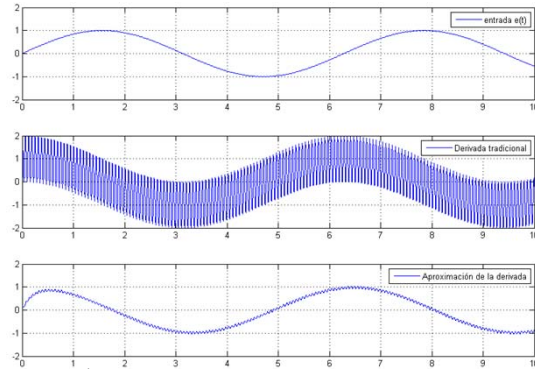


### Ejemplo:

La ventaja de esta aproximación de la derivada frente a un término derivativo ideal se pone de relieve fácilmente al tratar con señales con ruido.

Considérese una señal senoidal a la que se añade un ruido también senoidal pero de pequeña amplitud y alta frecuencia como suele ser el caso:  $e(t) = \sin t + a_n \sin \omega t$ , con  $a_n = 0.01$  y con  $\omega = 100 \text{ rad/s}$ , y un término de aproximación de la derivada:  $G(s) = s/(1+s/5)$ , i.e., con un polo de filtrado en  $N=-5$ .

Como puede observarse, un ruido en la señal de entrada de un 1% se traduce en un ruido del 100% en su derivada. Este ruido se reduce si se utiliza una aproximación de la derivada, que lo va a filtrar en menor o mayor medida en función del término N.



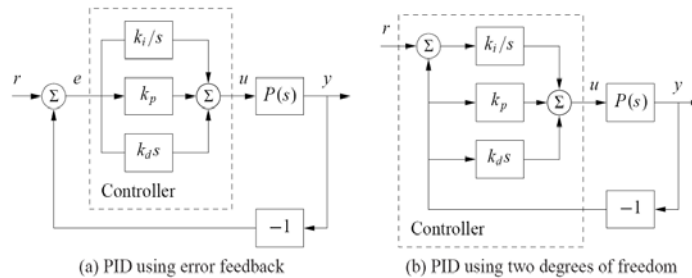
Acción derivativa tradicional vs. aproximada (filtrada)

### 7.3. Balanceado de la referencia – 2DOF PID

En Los controladores PID tradicionales, en general se produce un pico inicial en la señal de control, reacción debida a la respuesta del término proporcional (e.g., ante una entrada escalón, en los instantes iniciales  $e(t)$  es un escalón) y principalmente del término derivativo (la derivada de  $e(t)$  es una función impulso) ante el error inicial.

Este pico puede evitarse utilizando un controlador PID modificado en el que las acciones proporcional y derivativa actúan únicamente sobre la salida del sistema, mientras la acción integral ha de seguir actuando sobre el error para poder eliminar el  $e_{ss}$ , como se muestra en la figura.

A este tipo de PID se le denomina PID de dos grados de libertad (2DOF PID) porque utiliza dos entradas diferentes: la salida y el error, o más específicamente I-PD.



(a) PID using error feedback

(b) PID using two degrees of freedom

### Comentario final

Existen otros muchos métodos más elaborados de sintonía de PID, basados bien en el conocimiento de la representación interna del sistema, y la colocación apropiada de los polos y ceros del controlador en el lugar de las raíces del sistema en lazo cerrado, para obtener la respuesta deseada, o bien en el estudio frecuencial del sistema en lazo cerrado mediante diagramas de Bode y Nyquist, para elegir adecuadamente los márgenes de fase y de ganancia que introduce el controlador de cara a obtener la estabilidad y respuesta deseada del sistema.

Asimismo existen diferentes topologías de controladores basadas en modificaciones del PID tradicional que permiten mejorar aspectos concretos del funcionamiento de este tipo de controles.

Para ampliar conocimientos:

*Advanced PID Control*. Karl Johan Åström and Tore Hägglund. Pearson Education. 2009



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/).

#### You are free:

**To Share** — to copy, distribute and transmit the work

#### Under the following conditions:

**Attribution** — You must attribute the work in the manner specified by the author or licensor (but not in any way that suggests that they endorse you or your use of the work).

**Noncommercial** — You may not use this work for commercial purposes.

**No Derivative Works** — You may not alter, transform, or build upon this work.

#### With the understanding that:

**Waiver** — Any of the above conditions can be waived if you get permission from the copyright holder.

**Public Domain** — Where the work or any of its elements is in the public domain under applicable law, that status is in no way affected by the license.

**Other Rights** — In no way are any of the following rights affected by the license:

- Your fair dealing or fair use rights, or other applicable copyright exceptions and limitations;
- The author's moral rights;
- Rights other persons may have either in the work itself or in how the work is used, such as publicity or privacy rights;

Some of the figures used in this work has been obtained from the Instructor Resources of *Modern Control Engineering*, Fifth Edition, Katsuhiko Ogata, copyrighted ©2010, ©2002, ©1997 by Pearson Education, Inc.

**Notice** — For any reuse or distribution, you must make clear to others the license terms of this work.