

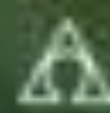
Circuitos y dispositivos electrónicos

Fundamentos de electrónica

6ª Edición

Lluís Prat Viñas, ed.



 Alfaomega



Introducción a la electrónica



ΠΟΛΥΤΕΧΝΟΣ

Lluís Prat Viñas, ed.

Circuitos y dispositivos electrónicos

Fundamentos de electrónica

EDICIONS UPC

La presente obra fue galardonada en el tercer concurso
"Ajut a l'elaboració de material docent" convocado por al UPC.

Primera edición: noviembre de 1994
Segunda edición: septiembre de 1995
Tercera edición: septiembre de 1996
Cuarta edición: septiembre de 1997
Quinta edición: septiembre de 1998
Sexta edición: marzo de 1999

Diseño de la cubierta: Manuel Andreu / Edicions UPC
Diseño y montaje interiores: Edicions UPC y David Pablo

Con la colaboración del Servei d'Informació, Imatge i Publicacions
de la UPC

© Los autores, 1999

© Edicions UPC, 1999
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL
Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona
Tel. 934 016 883 Fax. 934 015 885
Edicions Virtuals: www.edicionsupc.es
e-mail: edupc@sg.upc.es

Impresión: Romanyà-Valls
Pl. Verdaguer 1, 08786 Capellades (Barcelona)

Depósito legal: B-10.970-99
ISBN: 84-8301-291-X

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, así como la exportación e importación de ejemplares para su distribución y venta fuera del ámbito de la Unión Europea.

Prólogo

La rápida evolución de la tecnología electrónica obliga a una renovación y actualización constante de su enseñanza. Deben introducirse nuevos conceptos y condensar otros. En particular hay dos aspectos que en la actualidad conviene considerar desde el principio en la formación del estudiante: la utilización de herramientas informáticas para el análisis y diseño de circuitos electrónicos, y proporcionar al estudiante una visión global de la ingeniería electrónica. Este segundo aspecto es consecuencia de la creciente interacción entre el diseñador de circuitos y sistemas y el fabricante de circuitos integrados.

Este libro pretende responder a este planteamiento. Se trata de un texto de introducción a la electrónica dirigido a estudiantes que inician sus estudios universitarios. Su contenido puede agruparse en cuatro bloques temáticos.

7

El primer bloque está dedicado a introducir las técnicas más elementales de análisis de circuitos. El conocimiento de esta temática es esencial para comprender el comportamiento de los circuitos electrónicos que se tratan en los restantes capítulos. Este bloque comprende los cinco primeros capítulos del libro.

El segundo bloque se dedica a presentar las características eléctricas de los principales dispositivos semiconductores y su aplicación a circuitos analógicos y digitales básicos. Las características de los dispositivos electrónicos se presentan a partir de su circuito equivalente. Los dispositivos tratados en este texto son el diodo, el transistor bipolar, los transistores de efecto de campo (MOS y JFET), los tiristores y algunos dispositivos optoelectrónicos. Este bloque comprende los capítulos seis al nueve.

El tercer bloque presenta los rasgos más significativos del comportamiento físico de los dispositivos semiconductores y de su tecnología de fabricación. A partir de las propiedades eléctricas de los semiconductores se explica el comportamiento de la unión PN y el principio de funcionamiento del transistor bipolar y del transistor MOS, justificando el modelo circuital que representa al dispositivo. También se presentan los procesos básicos en la tecnología de semiconductores y las etapas de fabricación del transistor bipolar y del transistor MOS. Este tema se desarrolla en el capítulo diez.

El cuarto bloque se dedica a la presentación y utilización del programa de análisis de circuitos por ordenador SPICE. A diferencia de los anteriores, la presentación de esta temática se distribuye a lo

largo del texto. En el apéndice B se hace una presentación general del programa comercial PSPICE, y al final de los capítulos cuatro al ocho se presenta la utilización de este simulador de manera gradual. Se pone especial énfasis en la forma en que SPICE modela los distintos dispositivos semiconductores.

Se han cuidado, de forma especial, los aspectos pedagógicos en la presentación de las materias que contiene este libro, ofreciendo gran cantidad de material educativo: ejemplos resueltos, ejercicios propuestos al estudiante indicando la solución, cuestiones conceptuales que estimulen la reflexión del lector y problemas de aplicación.

Este libro se ha escrito a partir de la experiencia adquirida por sus autores en la enseñanza, durante varios años, de un curso semestral de introducción a la electrónica en la Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Telecomunicació de Barcelona (ETSETB) y en la Escola Universitària Politècnica del Baix Llobregat (EUPBL), ambas de la Universitat Politècnica de Catalunya. El libro desborda el contenido de dicho curso con el objeto de facilitar su utilización como material educativo en otros estudios. En particular, si los estudiantes ya han seguido un curso básico de análisis de circuitos, se pueden obviar los cinco primeros capítulos y centrar el curso en el resto del libro.

Los autores quieren expresar su agradecimiento a las autoridades académicas de la Universitat Politècnica de Catalunya por la ayuda concedida para la elaboración de este libro. Asimismo desean agradecer los consejos y comentarios recibidos de colegas y estudiantes durante la elaboración de este libro y que han sido de gran utilidad.

Índice

1 Conceptos básicos

1.1	Magnitudes eléctricas fundamentales	15
1.1.1	Carga eléctrica.....	15
1.1.2	Campo eléctrico	15
1.1.3	Tensión.....	17
1.1.4	Corriente.....	18
1.1.5	Potencia	20
1.2	Componentes, dispositivos y circuitos.....	21
1.3	Señales.....	23
1.3.1	Señal escalón.....	23
1.3.2	Señal exponencial.....	25
1.3.3	Señal sinusoidal.....	26
1.4	Leyes de Kirchhoff.....	28
1.5	Símbolos y unidades	30
	Cuestiones y problemas	31

9

2 Circuitos resistivos

2.1	Concepto de resistencia.....	35
2.2	Análisis de circuitos resistivos por el método de nudos.....	39
2.3	Análisis de circuitos resistivos por el método de mallas.....	42
2.4	Concepto de circuito equivalente.....	45
2.5	Resistencias en serie. El divisor de tensión	46
2.6	Resistencias en paralelo. El divisor de corriente	48
2.7	Reducción de circuitos resistivos.....	49
	Cuestiones y problemas	51

3 Circuitos lineales

3.1	Linealidad y superposición	57
3.2	Cálculo de un circuito por el método de superposición	61
3.3	Circuitos equivalentes de Thévenin y de Norton.....	62
3.4	Transferencia de señal.....	65
	Cuestiones y problemas	67

4 Fuentes dependientes

4.1	Concepto de fuente dependiente lineal	73
4.2	Análisis de circuitos con fuentes dependientes.....	74
4.3	Fuentes dependientes y circuitos activos	78
4.4	El amplificador operacional	78
4.5	Análisis de circuitos con A.O. que trabajan en la región lineal	81
4.6	Circuitos de acoplamiento con A.O.	86
4.7	Análisis de circuitos con A.O. operando en forma no lineal.....	88
4.8	Análisis de circuitos con ordenador usando SPICE	90
	Cuestiones y problemas	95

10

5 El condensador, la bobina y el transformador

5.1	El condensador	103
5.1.1	El condensador ideal	103
5.1.2	Principio físico de funcionamiento	107
5.1.3	Asociación de condensadores	108
5.2	Análisis de circuitos RC.....	110
5.2.1	Respuesta de un condensador a señales en escalón.....	111
5.2.2	Respuesta de circuitos RC a excitaciones sinusoidales	120
5.3	La bobina.....	125
5.3.1	La bobina ideal.....	125
5.3.2	Principio físico de funcionamiento	127
5.3.3	Asociación de bobinas en serie y en paralelo	128
5.4	Análisis de circuitos RL.....	129
5.5	Linealidad y energía almacenada en condensadores y bobinas.....	134
5.6	El transformador.....	135
5.6.1.	El transformador ideal	136
5.6.2.	El transformador real	136
5.7	Análisis de circuitos con condensadores y bobinas usando SPICE	140
	Cuestiones y problemas	142

6 El diodo. Circuitos con diodos

6.1	El diodo. Conceptos básicos	149
6.1.1	El diodo ideal	149
6.1.2	El diodo real	151
6.2	El diodo en continua y baja frecuencia.....	153
6.3	El diodo rectificador.....	154
6.3.1	Modelización del diodo rectificador	154
6.3.2	Técnicas de análisis de circuitos con diodos en continua y baja frecuencia..	158
6.3.3	Aplicaciones del diodo rectificador	161
6.4	El diodo zener.	178
6.4.1	Modelización del diodo zener.	178
6.4.2	Aplicaciones del diodo zener	179
6.5	El diodo en régimen dinámico. Transitorios de conmutación	182
6.6	El diodo en pequeña señal.....	184
6.6.1	Concepto de circuito incremental	185
6.6.2	Modelo del diodo en pequeña señal.....	186
6.7	Consideraciones térmicas.....	188
6.7.1	Efectos de la temperatura sobre las características del diodo.....	189
6.7.2	Potencia disipada y aumento de la temperatura.....	189
6.8	Análisis de circuitos con diodos usando SPICE.....	190
6.8.1	Modelo SPICE del diodo	191
6.8.2	Ejemplos de análisis de circuitos con diodos con SPICE.....	193
	Cuestiones y problemas	198

7 El transistor bipolar

7.1	El transistor bipolar. Conceptos básicos	205
7.2	El transistor bipolar en continua y en baja frecuencia.....	209
7.2.1	Curvas características del transistor bipolar en emisor común.....	209
7.2.2	Análisis de circuitos con transistores bipolares en continua	216
7.3	El transistor bipolar en régimen dinámico.....	220
7.4	El transistor bipolar como interruptor.....	221
7.4.1	Puertas lógicas con transistores bipolares. Puertas TTL	224
7.5	El transistor bipolar como amplificador. Conceptos básicos.....	228
7.5.1	Análisis en continua. Punto de reposo.....	229
7.5.2	Análisis en gran señal. Amplificación y márgenes dinámicos	230
7.5.3	Análisis en pequeña señal. Circuito incremental y ganancia.....	233
7.5.4	Amplificador con componentes discretos	235
7.5.5	Estructura típica de un amplificador integrado.....	241
7.5.6	Resistencia de entrada y resistencia de salida de un amplificador	244
7.6	El transistor bipolar como amplificador. Modelos en pequeña señal.....	246
7.6.1	El circuito equivalente híbrido en π	246
7.6.2	El circuito equivalente de parámetros h	249
7.6.3	Limitaciones del transistor bipolar en alta frecuencia	251

7.7	El transistor bipolar como amplificador. Etapas elementales.....	252
7.7.1	Análisis de las etapas elementales	255
7.7.2	Comparación entre las etapas elementales.....	258
7.8	El par de transistores bipolares acoplados por emisor.....	262
7.8.1	El amplificador diferencial.....	264
7.8.2	La puerta lógica ECL	267
7.9	Limitaciones en la operación de los transistores bipolares.....	269
7.10	Análisis de circuitos con transistores bipolares usando SPICE.....	270
7.10.1	Modelo del transistor bipolar en SPICE	270
7.10.2	Ejemplos de análisis de circuitos con transistores mediante SPICE	272
	Cuestiones y problemas	277

8 El transistor MOS

8.1	El transistor de efecto de campo MOS. Conceptos básicos	283
8.2	El transistor MOS en continua.....	288
8.2.1	Curvas características.....	288
8.2.2	Análisis de circuitos con transistores MOS en continua	291
8.3	El transistor MOS en régimen dinámico.....	294
8.4	El transistor MOS como resistencia.....	295
8.4.1	Cargas saturadas y cargas de vaciamiento.....	295
8.4.2	El inversor NMOS	297
8.4.3	El MOS como resistencia controlada por tensión	303
8.5	El transistor MOS como interruptor	303
8.5.1	El MOS como transistor de paso	304
8.5.2	El inversor CMOS.....	306
8.5.3	Puertas lógicas NMOS y CMOS	309
8.6	El transistor MOS como amplificador	311
8.6.1	Circuitos básicos	312
8.6.2	Modelo de pequeña señal del transistor MOS saturado	313
8.7	Efectos de segundo orden en los transistores MOS.....	317
8.7.1	Modelos más precisos del transistor MOS	317
8.7.2	Conducción en la región de inversión débil	317
8.8	Análisis de circuitos con transistores MOS usando SPICE.....	318
8.8.1	Modelo del transistor MOS en SPICE.....	318
8.8.2	Ejemplo de análisis de circuitos con transistores MOS usando SPICE	320
	Cuestiones y problemas	321

9 Otros dispositivos semiconductores

9.1	Dispositivos optoelectrónicos	329
9.1.1	El diodo electroluminiscente (LED)	329
9.1.2	El fotodiodo.....	331

9.1.3	La célula solar	332
9.1.4	El fototransistor	333
9.2	Dispositivos para la electrónica de potencia.....	335
9.2.1	El rectificador controlado de silicio (SCR)	337
9.2.2	El triac	341
9.2.3	El GTO y el IGBT	343
9.3	El transistor de efecto de campo de unión (JFET)	347
	Cuestiones y problemas	351

10 Teoría y tecnología de dispositivos semiconductores

10.1	Conducción eléctrica en semiconductores	355
10.1.1	Estructura cristalina de los semiconductores	355
10.1.2	Semiconductores intrínsecos.....	357
10.1.3	Semiconductores extrínsecos	360
10.1.4	Generación y recombinación de portadores en un semiconductor	363
10.1.5	Corrientes en un semiconductor.....	364
10.2	Principio de operación del diodo de unión PN	368
10.2.1	La unión PN en equilibrio térmico	368
10.2.2	Característica i-v de la unión PN	372
10.2.3	Ruptura de la unión.....	374
10.2.4	Capacidad de transición	375
10.2.5	Capacidad de difusión	376
10.3	El transistor bipolar.....	377
10.3.1	Principio de operación del transistor bipolar	378
10.3.2	Modelo del transistor bipolar	381
10.4	El transistor de efecto de campo MOS	382
10.4.1	Principio de operación del transistor MOS	382
10.4.2	Modelo del transistor MOS.....	385
10.5	Procesos tecnológicos básicos en los semiconductores	387
10.5.1	Deposición de capas sobre el silicio	388
10.5.2	Oxidación del silicio	389
10.5.3	Fotolitografía.....	389
10.5.4	Grabado de capas sobre el silicio.....	390
10.5.5	Difusión.....	391
10.5.6	Implantación iónica.....	391
10.5.7	Montaje y encapsulado de los dispositivos.....	392
10.6	Fabricación del transistor bipolar.....	392
10.6.1	Estructura física del transistor bipolar de C.I.	393
10.6.2	La tecnología bipolar: proceso de fabricación de un transistor bipolar de C.I.	394
10.7	Fabricación de un transistor MOS	396
10.7.1	Estructura física del transistor MOS	396
10.7.2	La tecnología MOS: proceso de fabricación del transistor MOS.	398
	Cuestiones y problemas	400

Apéndices

A. Características de los componentes pasivos	403
B. Introducción al simulador PSPICE.....	421
C. Características de dispositivos semiconductores	433

Resultados de problemas	449
--------------------------------------	------------

Bibliografía	457
---------------------------	------------

Índice alfabético	459
--------------------------------	------------

Bibliografía

* *Circuitos y señales: Introducción a los circuitos lineales y de acoplamiento*
Thomas R.E., Rosa A.J.
Reverté, 1992

Excelente texto de análisis de circuitos. Cubre con profundidad y de forma pedagógica la temática de los cinco primeros capítulos de este libro.

* *Microelectrónica*
Millman J., Gravel A.
Hispano Europea, 1991

Los libros escritos por el profesor Millman constituyen una referencia obligada de la enseñanza de la electrónica en las tres últimas décadas. Presenta de forma asequible la mayor parte de la temática presentada en los últimos cinco capítulos.

* *Diseño digital. Una perspectiva VLSI-CMOS*
Alcubilla R., Pons J., Bardés D.
Edicions UPC, 1995

Texto que trata de forma actualizada y completa las aplicaciones digitales de los dispositivos electrónicos, haciendo especial énfasis en los circuitos basados en el transistor MOS.

* *Spice for circuits and electronics using PSpice*
Rashid M.H.
Prentice Hall Inc, 1990

El lector puede encontrar en este texto una ampliación de la simulación de circuitos electrónicos por ordenador que ha sido introducido en este libro.

**Modular Series on Solid State Devices. Vol I, II, III, IV, V*

Neudeck G.W., Pierret R.F., Ed.

Addison Wesley, 1988

Excelente obra dedicada a la temática presentada en el capítulo 10 de este libro. Los autores han conseguido una presentación muy asequible y pedagógica de la teoría de dispositivos. Existe una traducción al español de algunos volúmenes de la obra realizada por la editorial Addison-Wesley Iberoamericana.

Índice alfabético

- acción de masas 364
aceptador 360; 362; 368; 383; 394; 400
acoplamiento 66; 351; 352
acumulación 283; 288; 295; 299; 305; 317; 321; 412
adaptación 71; 138; 336; 419
agitación 364; 391; 408
ajustable 413
alta frecuencia 251; 277; 295; 416; 418
alta inyección 191
amorfo 356
amperio 19; 30
amplificador diferencial 83; 253; 264; 277; 280
amplificador integrado 241
amplificador inversor 81; 85; 95; 101; 240; 312
amplificador no inversor 82; 96
amplificador operacional 73; 78; 86; 93; 262; 266
amplificador sumador 83
análisis gráfico 159; 219; 292; 297
análisis numérico 218; 219
AND 225
ánodo 149; 157; 164; 172
apertura de contactos 398
área activa 397
armadura 376; 383; 412
Auger 364
autoinducción 125; 142
248; 249; 251; 269; 272; 276; 278; 329; 336; 343; 351; 355; 377; 379; 387; 392; 396; 399; 425; 434
BJT 205; 277; 279; 425
bobina 103; 125; 140; 141
Boltzman 154; 359
campo eléctrico 15; 30; 103; 107; 357; 363; 369; 374; 379; 382; 412
campo magnético 125; 127; 130; 417; 418
canal 283; 294; 300; 304; 313; 321; 325; 327; 347; 353; 382; 397; 402
capa antirreflejo 333
capa enterrada 393
capacidad 103; 108; 110; 119; 123; 125; 136; 142
capacidad de difusión 182; 377; 402
capacidad de transición 182; 375
carga activa 241; 297
carga almacenada 103; 107; 143
carga de vaciamiento 298
carga eléctrica 15; 17; 18; 31
carga inicial 105; 115; 117; 134
carga saturada 296; 298
cargas móviles 355; 357; 363
cascada 252
cátodo 149; 157; 164
célula solar 332
circuito abierto 31; 104; 114; 120; 147
circuito activo 78
circuito de polarización 236; 312
circuito equivalente 45; 48; 53; 62; 68; 77; 81; 93; 97; 100; 138; 144; 151; 157; 188; 210; 222; 234; 244; 248; 256; 288; 316
-
- 459

- circuito incremental 185; 198; 233; 237; 244; 255; 266; 279; 314; 316
CMOS 297; 306; 312; 316; 322; 327
CMRR 265; 280
código 407; 413
coherencia 330
colector abierto 227
comparador 88; 96; 100
compartimiento de carga 107
compensación 362; 410
componente 21; 29; 353; 383; 403; 409; 411; 416; 418; 420; 423
concentración 359; 368; 378; 391; 397; 400; 401
condensador de acoplo 235
condensador plano 103; 108
conductancia 36
conductividad 367; 406; 417
conexión 330; 393; 404
conformador 197
conmutación 182; 194; 202; 220; 264; 273; 300; 303; 309; 320
constante de difusión 401
constante de tiempo 25; 113; 116; 120; 130; 131; 145
control de fase 340; 342
conversión 164; 166
corriente de fuga 413
corriente de mantenimiento 338; 352
corriente inversa de saturación 154; 189; 273; 331; 351; 373; 377
cortocircuito virtual 80; 82; 96; 99
Coulomb 15; 19; 31; 360
covalente 356; 360; 364; 375; 400
cristalina 355; 360; 387; 389; 420
cuanto 357; 361
culombio 15; 17; 30; 103; 117
curva de carga 242; 297
CVD 388
Czochralski 387
- dado 392; 399
Darlington 260; 277; 336
decibelio 265
demodulador 166
densidad 356; 367; 369; 402
deposición de capas 388; 399
desacoplo 235; 237; 277; 279
desactivación 131
descarga 105; 106; 108; 111; 113; 115; 118; 123; 134; 142; 144; 167; 172
detector 201
- diac 342
diagrama de radiación 330; 334
dieléctrico 389; 412
diferencia de potencial 17; 21; 29; 33; 367; 370; 400
difusión 364; 369; 378; 391; 394
digital 220; 224; 227; 295; 304; 322
diodo 149; 403
disipador 269
disparo 339
distorsión 232; 239; 255; 281
doble onda 162; 200
donador 360; 362; 368; 370; 387; 394; 399; 400
dopado 355; 362; 367; 369; 371; 375; 380; 387; 389; 391; 393; 399; 400
drenador 283; 394; 297; 304; 308; 312; 314; 317; 323; 347; 349; 384; 399
DTL 225
- Early 214; 243; 246; 265; 272; 277; 279
Ebers-Moll 381; 400
ECL 262; 264; 268; 277
ecuación del diodo 154; 155; 159; 187; 378
ecuación diferencial 111; 114; 118; 124; 130
efecto de campo 283; 329; 347; 377; 382
eficiencia 332; 352; 380
electrolítico 412
electrón libre 357; 360; 363
electrónica de potencia 329; 335; 344; 412; 415
elemento de circuito 21; 35
elevador 138
encapsulado 334; 392; 399
enriquecimiento (ver acumulación)
envolvente 167; 201
epitaxia 389; 394
escalón 23; 32
especificaciones 411; 413; 420; 434
espectro 329; 363
estabilidad 404; 406; 413
estabilizador 198; 201
estrangulamiento 347; 353
etapa 227; 253; 266; 269; 277; 281; 384
Euler 28
exponencial 23; 25; 112; 116; 122; 131; 133; 147; 168; 172; 177; 182; 198
- factor de forma 332
factor de idealidad 154; 191; 272
factor de multiplicación 331
factor de transporte 379; 402

- fase 26; 30; 32; 330; 340; 342; 352; 361; 399; 431
fiabilidad 403; 406; 413
fichero 91; 94; 196; 273; 320; 421; 427
fijador de nivel 201
filtro 166; 200
flujo magnético 127; 138; 147; 417
forma de onda 23; 27
fotodiodo 329; 334; 351
fotolitografía 389; 390; 394; 399
fototransistor 329; 333; 351
fotovoltáico 332; 352
Foucault 417; 420
frecuencia de transición 251; 277
fuente de alimentación 164; 166; 198
- ganancia 210; 228; 231; 233; 234; 237; 240; 243; 245;
254; 256; 263; 313; 316; 327; 349; 353
Gauss 370
generación 333; 363; 375
germanio 359
grabado 389; 399; 400; 404
GTO 343; 344; 351
- henrio 126
híbrido 246; 248; 280
hipérbola 270; 277
hueco 330; 357; 361; 364; 369; 373; 375; 378; 383;
387; 400; 401
- IGBT 336; 343
impacto 363; 375
impedancia 125; 133
implantación 391; 394; 399
impurezas 355; 360; 364; 368; 383; 391; 394; 400;
410
inducción mutua 137
inductor 125; 137; 142; 405; 416
infrarrojo 329; 331; 363
integración 403
interacción 329
interruptor 21; 106; 111; 115; 117; 123; 129; 130;
144
intrínseco 331; 357; 359; 360; 364; 368; 400
inversión débil 318
inversor 222; 228; 277; 279; 296; 306; 321
inyección 373; 381
ionización 361; 363; 375; 391
isla 393
- JFET 329; 344; 347; 425
Joule 36; 417
Laplace 134
láser 329
LED 329; 334; 351; 364
limitaciones 246; 270
lineal 57; 67; 110; 112; 133; 134; 149; 154; 156; 161;
177; 193; 197; 287; 292; 295; 323; 334; 345; 386;
405; 411; 424; 428
logarítmica 155; 193
lógico 309
longitud de onda 329; 334; 363
- mallá 29; 33; 42; 52; 54
margenes dinámicos 230; 238; 243; 254; 277; 280;
315; 322; 327
máscara 389; 396; 399
materiales magnéticos 420
mayoritarios 361; 368; 369; 373
media onda 150; 163; 198
metalización 396; 399
minoritarios 361; 368; 369; 373; 376
modelo de enlaces 356
modelo exponencial 154; 155; 158; 161; 164; 186;
189; 191; 193; 199
modelo por tramos lineales 158
modo común 265; 267
modo diferencial 267
modulación 201; 291; 313
monocristal 356; 360; 368; 387; 393; 394
montaje 399; 405
MOS 283; 294; 314; 329; 336; 343; 344; 347; 350;
355; 382; 389; 396; 402; 425; 433
movilidad 367; 400
multiemisor 226
- NAND 310
neutralidad 370
nivel 227; 263; 268; 272; 274; 295; 299; 309; 320
nominal 352; 404; 410; 413
NOR 225; 263; 269; 310; 311
Norton 62
NOT 222
NTC 401; 409
núcleo 356; 360; 416
nudos 39; 41; 44; 48; 51; 52; 54
- oblea 388; 394; 397; 399; 400

- Ohm 36; 38; 42
óhmica 289; 293; 294; 296; 298; 307; 315; 336; 347
óptica 331; 363
optoacoplado 334
optoelectrónica 329; 355
oxidación 389; 399
óxido delgado 397
óxido grueso 397
- panel 352
parámetros h 248; 277; 280
pentavalente 360; 361; 394; 400
pequeña señal 184; 186; 198; 202; 233; 239; 244; 248; 253; 255; 261; 267; 276; 277; 280; 313; 327
pérdidas 332; 379; 413; 417
permanente 113; 117; 120; 122; 130; 131; 133; 141
permitividad 15; 103; 108; 376; 412
Poisson 370
polarización 152; 177; 182; 186; 191; 193; 195; 207; 219; 228; 233; 243; 246; 275; 277; 280; 313; 327
policristalino 387; 397
polisilicio 399
portador 357; 361; 363; 367; 373; 382; 400
potenciómetro 53; 405; 409
primario 138; 143; 147
principio de funcionamiento 169
procesador 430
proceso 339; 361; 384; 387; 390; 394; 399; 402; 404
protección 201
PSPICE 91; 191; 195; 273; 319; 421
PTC 409
puente 166
puerta 222; 224; 264; 267; 277; 283; 288; 289; 291; 293; 294; 301; 303; 311; 317; 321
pulso 24
punto de reposo 237; 241; 312; 327
punto de trabajo 159; 185; 186; 188; 198; 217; 229; 238; 243; 250; 277; 292; 305; 307; 315; 327
PVD 388
- radiación 329; 352; 363; 389
radiativa 364
rampa 23; 32
reciprocidad 381
recocido 392
recortador 168; 169; 170; 172; 177; 182
recta de carga 158; 186; 217; 230; 239; 243; 277; 279; 290; 293; 297; 315
rectificador de precisión 200
redistribución 391; 394
reductor 138
referencia 263; 268; 291
régimen dinámico 182; 205; 220; 294
región activa 211; 219; 229; 230; 234; 239; 246; 256; 264; 335; 338; 344
región de corte 212; 222; 227
región de saturación 212; 216; 221; 224; 228; 231; 264; 289; 298; 305; 307; 313; 315; 339; 343; 347; 385
región inversa 214; 226
regulador 201
relación de rechazo 265
rendimiento 332; 419
reostato 405; 409
resina 389
resistencia de entrada 244; 254; 258; 267; 280; 327
resistencia de salida 244; 256; 258; 261; 280; 327
resistencia dinámica 186; 188; 198; 234
resistencia térmica 189; 203; 280; 404; 406
resistencia variable 47; 340
resistividad 368; 386; 393; 401; 406; 414; 420
resistor 405; 413; 420
respuesta en frecuencia 275; 334; 428
respuesta espectral 331; 334
respuesta forzada 122
respuesta natural 122; 124
retardo de propagación 222; 228; 277; 321; 322; 326
revelado 389
RTL 225
- SCR 337; 351
Schmitt 89
Schottky 228
secundario 138; 143; 147
señal común 264
Shockley 339; 342; 352; 377
siemens 36
sílice 387
silicio 152; 154; 189; 202; 330; 332; 337; 355; 359; 361; 368; 371; 377; 384; 387; 394; 396; 399; 411; 420
sinusoide 23; 26
solapamiento 294
SPICE (ver PSPICE)
subcircuito 94; 426
superposición 57; 61; 67; 68; 75; 77; 85; 134; 149; 185; 234
surtidor 284; 290; 293; 294; 304; 313; 319; 322; 347; 349; 353; 383; 399

- tensión de ruptura 152; 189; 198; 336; 340; 352; 375; 402; 405; 408
tensión máxima 142; 404; 408; 413
tensión térmica 154; 184; 189; 198; 207; 284; 377
tensión umbral 155; 172; 189; 198; 228; 284; 285; 287; 291; 296; 300; 330; 335; 351; 384; 387
termistor 38; 401; 403; 409
Thévenin 62; 65; 67; 75; 93; 95
tiempo de tránsito 182; 220; 252; 277; 377; 402
tiempo de vida 364; 379
tiristor 336; 341; 342
tolerancia 404; 406; 410
totem pole 227
transconductancia 287; 318
transferencia 65; 66; 71; 220; 252; 264; 269; 283; 285; 289; 293; 298; 307; 312; 316; 324; 327; 334; 348; 352; 363; 390; 427
transformador 136; 143; 147
transistor de carga 243; 300
transistor de efecto de campo 347; 382
transistor de paso 304
transistores acoplados 262
transitorio 113; 122; 140; 182; 195; 202; 221; 222; 273; 300; 303; 309
transmisión 305
tres estados 227
triac 342; 352
trimmer 405; 413
trivalente 360; 361; 368; 400; 420
TTL 226; 228; 277
ultravioleta 329; 331; 363; 389
umbral 155; 287; 384
unión 151; 198; 203; 205; 212; 219; 225; 229; 231; 241; 247; 329; 332; 338; 347; 355; 368; 385; 393; 400
vaciamiento 285; 295; 299; 306; 320; 387
valencia 356
valor medio 27
varicap 188
varistor 38; 403; 408; 411
vatio 20; 30
VDR 411
voltio 17; 20; 30
zener 169; 181; 198; 363; 375
zona flotante 387

Capítulo 1

Conceptos básicos

1.1 Magnitudes eléctricas fundamentales

1.1.1 Carga eléctrica

La carga eléctrica es la cantidad de electricidad que posee un cuerpo. Hay dos tipos de carga eléctrica: positiva y negativa. Dos cuerpos que tengan carga del mismo signo se repelen, mientras que si su carga es de signo contrario se atraen. La unidad de carga es el *culombio* (C). La menor cantidad de carga que se encuentra en la naturaleza es la carga del electrón, cuyo valor, q_e , es $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C. La carga del protón es positiva y del mismo valor que la del electrón.

La fuerza que ejercen entre sí dos cargas eléctricas q y q' , separadas una distancia r , viene dada por la *ley de Coulomb*, y su magnitud es:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q \cdot q'}{r^2} \quad (1.1)$$

donde ϵ es la permitividad dieléctrica del medio en el que están las cargas. Si el medio es el vacío, esta constante se denomina ϵ_0 y su valor es $8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m. En este caso el valor de $(1/4\pi\epsilon_0)$ es $9 \cdot 10^9$ V.m/C. Cuando el signo de esta fuerza es positivo significa que las cargas se repelen, y cuando es negativo que se atraen.

1.1.2 Campo eléctrico

El campo eléctrico en un punto del espacio es *la fuerza de origen eléctrico que experimenta la unidad de carga eléctrica positiva en ese punto*. Si en dicho punto hubiera una carga q , la fuerza ejercida por el campo eléctrico $E(x)$ sobre ella sería:

$$\vec{F}(x) = q \cdot \vec{E}(x) \quad (1.2)$$

Nótese que tanto la fuerza como el campo eléctrico son magnitudes vectoriales, definidas por un módulo, una dirección y un sentido. La unidad de campo eléctrico, según se deduce de (1.2), es el newton/culombio.

El concepto de campo eléctrico permite explicar la "acción a distancia" entre cargas eléctricas sin conexión material entre ellas. Se dice que una carga eléctrica crea un campo eléctrico en el espacio que la rodea. Este campo ejerce a su vez una fuerza sobre una segunda carga presente en dicho espacio. De esta forma se puede interpretar la ley de Coulomb diciendo que la carga q crea, a una distancia r , un campo de valor:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \quad (1.3)$$

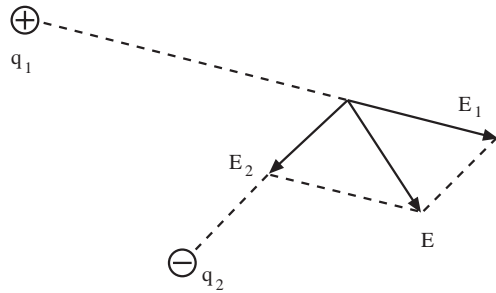


Fig. 1.1 Campo eléctrico creado por dos cargas

y este campo ejerce una fuerza F sobre una carga q' presente en esa región del espacio, de valor:

$$F = E \cdot q' = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \cdot q' \quad (1.4)$$

que no es más que la expresión de la ley de Coulomb.

Cuando hay más de una carga en una región del espacio, el campo eléctrico creado por ellas es la suma vectorial de los campos creados por cada una de las cargas (figura 1.1).

16

Ejemplo 1.1

En los vértices de un triángulo equilátero se hallan tres partículas de cargas 2 nC, -1 nC y -1 nC. Calcular el campo eléctrico en el punto en el que se cruzan las alturas del triángulo en función de la longitud del lado del triángulo.

La distribución de las cargas y los campos eléctricos que originan cada una de ellas se representan en la figura 1.2. A partir de la expresión 1.3 puede deducirse que:

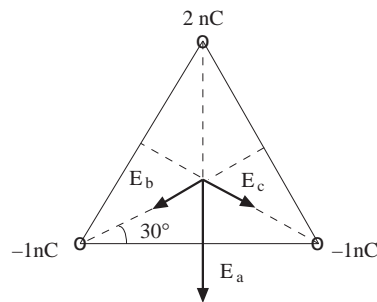


Fig. 1.2 Campos eléctricos creados por la distribución de cargas del ejemplo 1.1

$$|\vec{E}_b| = |\vec{E}_c| = \frac{|\vec{E}_a|}{2}$$

$$|\vec{E}_b + \vec{E}_c| = 2|\vec{E}_b| \cos(60^\circ) = 2|\vec{E}_b| \frac{1}{2} = |\vec{E}_b| = \frac{|\vec{E}_a|}{2}$$

$$|\vec{E}_a + \vec{E}_b + \vec{E}_c| = |\vec{E}_a| + \frac{|\vec{E}_a|}{2} = \frac{3}{2} |\vec{E}_a|$$

La distancia desde un vértice al punto central del triángulo es:

$$r = \frac{\sqrt{3}}{2} d - \frac{d}{2} \tan(30^\circ) = \frac{d}{\sqrt{3}}$$

El módulo del campo \vec{E}_a será:

$$|\vec{E}_a| = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{d^2/3} = \frac{54}{d^2}$$

El campo eléctrico total será la suma de los tres vectores \vec{E}_a , \vec{E}_b y \vec{E}_c . El resultado será un vector de la misma dirección y sentido que \vec{E}_a su módulo será:

$$|\vec{E}_a + \vec{E}_b + \vec{E}_c| = \frac{81}{d^2}$$

Ejercicio 1.1

Sean dos partículas de cargas 1 C y -1 C situadas en el eje de abscisas a una distancia d y -d respectivamente del origen de coordenadas. Calcular el campo eléctrico a lo largo de la línea que une ambas partículas.

Solución:

$$|\vec{E}| = 9 \cdot 10^9 \frac{2d}{x^2 - d^2}$$

1.1.3 Tensión

La tensión eléctrica en un punto A respecto a otro punto B, también denominada diferencia de potencial entre A y B, es *el trabajo que hay que realizar sobre la unidad de carga eléctrica positiva situada en B para trasladarla hasta A*, venciendo la fuerza ejercida sobre ella por el campo eléctrico:

$$v_{AB} = v_A - v_B = -\int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (1.5)$$

Este trabajo es independiente del camino seguido por la carga para ir de B hacia A, ya que el campo eléctrico es conservativo. La unidad de tensión es el *voltio* (V). Por ello, también se suele utilizar el término "voltaje" para designar la tensión eléctrica, y se le representa por la letra v. La expresión 1.5 muestra que el campo eléctrico también se puede expresar en voltios/metro, que es la forma usada más habitualmente en electrónica. Igualando las dos expresiones del campo eléctrico, resulta:

$$1 \text{ voltio} = 1 \text{ newton} \cdot 1 \text{ metro} / 1 \text{ culombio} = 1 \text{ julio} / 1 \text{ culombio}$$

Consideremos el campo eléctrico creado por una carga q. La diferencia de potencial entre dos puntos A y B será:

$$v_{AB} = -\int_{r_B}^{r_A} E \cdot dr = -\int_{r_B}^{r_A} \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Por convenio, se toma el origen de potencial en el infinito. Entonces, el potencial de un punto A, situado a una distancia r_A de la carga q, viene dado por:

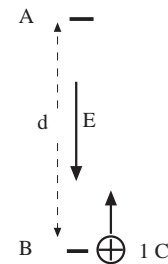


Fig. 1.3 Potencial del punto A respecto al punto B

$$v_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{r_A}$$

Cuando el campo eléctrico es creado por una distribución de cargas, el potencial será:

$$v_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad (1.6)$$

Ejemplo 1.2

Calcular el potencial creado por la distribución de cargas del ejemplo 1.1 en el centro del triángulo equilátero.

Aplicando la expresión 1.6 y teniendo en cuenta que la distancia del centro a cada vértice, r , es la misma en los tres casos, resulta:

$$v_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{2 \cdot 10^{-9}}{r} + \frac{-1 \cdot 10^{-9}}{r} + \frac{-1 \cdot 10^{-9}}{r} \right] = 0$$

Ejercicio 1.2

Calcular el potencial creado por la distribución de cargas del ejercicio 1.2 a lo largo del eje de abscisas.

18

Solución:

$$v(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{2d}{x^2 - d^2}$$



Obsérvese que se cumple la siguiente relación:

$$v_{BA} = v_B - v_A = -(v_A - v_B) = -v_{AB}$$

La tensión de un punto respecto a otro debe expresarse mediante un módulo y un signo.

Con frecuencia se establece una analogía entre el campo eléctrico y el campo gravitatorio. En dicha analogía la tensión equivale a la energía que hay que dar a la unidad de masa para llevarla de un punto a otro punto situado a una altura h por encima de él. Esta energía es proporcional a la diferencia de alturas entre los dos puntos ($g \cdot h$), y es independiente del camino recorrido por la masa para ir de un punto al otro. De forma análoga, la tensión de un punto respecto a otro es independiente del camino recorrido por la carga.

1.1.4 Corriente

La intensidad de la corriente eléctrica que circula por un conductor es *la cantidad de carga eléctrica que atraviesa la sección del conductor por unidad de tiempo*. Es una magnitud vectorial puesto que

depende del sentido del movimiento de las cargas. Si en un incremento de tiempo Δt la cantidad de carga eléctrica que atraviesa la sección del conductor es Δq , el módulo de la intensidad de la corriente viene dado por:

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (1.7)$$

En el lenguaje habitual se suele llamar "corriente" a la intensidad de la corriente. Por convenio, se asigna a la corriente el sentido que tendría el movimiento de las cargas positivas en el conductor.

La unidad de intensidad de corriente eléctrica es el *amperio* (A). De (1.7):

$$1 \text{ amperio} = 1 \text{ culombio} / 1 \text{ segundo}$$

Imaginemos que las cargas eléctricas se mueven en el interior del conductor por efecto de un campo eléctrico E , según se indica en la figura 1.5. Si el conductor sólo tuviera cargas positivas, la corriente tendría el sentido de izquierda a derecha, ya que la carga que atravesaría la sección sería positiva y en el sentido de izquierda a derecha. Si todas las cargas en el interior del conductor fueran negativas, la corriente también circularía de izquierda a derecha, ya que, en este caso, el signo negativo de la carga eléctrica que atravesaría la sección sería compensado con el signo negativo del sentido en el que la atraviesa, puesto que el campo eléctrico desplaza a dichas cargas de derecha a izquierda. En el estudio de circuitos electrónicos se suele imaginar que la corriente está constituida por cargas positivas que se mueven desde los puntos de mayor tensión a los de menor, con independencia de la carga real que posean los portadores de corriente.

Suele establecerse una analogía entre un circuito eléctrico y un circuito hidráulico, en el que se supone que las moléculas de líquido se mueven por la fuerza de la gravedad. En dicha analogía el equivalente a la corriente eléctrica sería el caudal de líquido en un punto del circuito hidráulico (m^3 de líquido que atraviesan una sección determinada en un segundo).

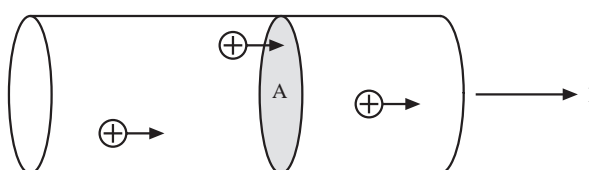


Fig. 1.4 Corriente por un conductor

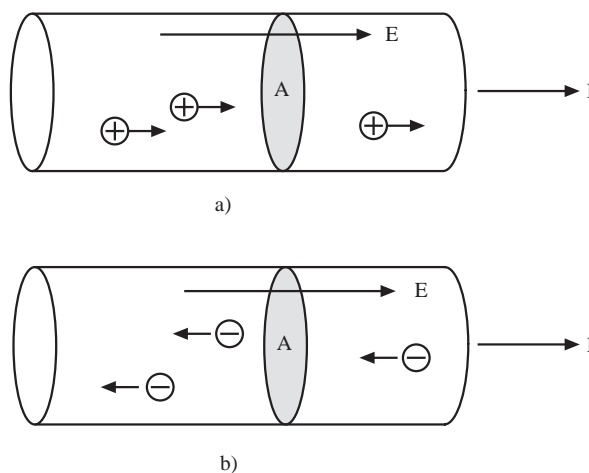


Fig. 1.5 Corriente transportada por: a) cargas positivas; b) cargas negativas

1.1.5 Potencia

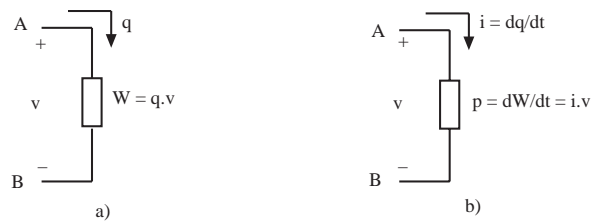


Fig. 1.6 a) Energía retornada por una carga. b) Potencia retornada por una corriente

Imaginemos una carga q situada en un punto A que está a una tensión v respecto a un punto B (figura 1.6). Esto significa que hemos tenido que entregar una energía w a la carga q para llevarla desde B hasta A. Cuando permitimos que la carga q se desplace, ésta volverá a B retornando la energía w . Por definición de tensión, la energía que retornará será $w = q \cdot v$. Si en un

tiempo dt circulan por el circuito dq cargas, la energía que éstas retornarán en este dt será $dw = dq \cdot v$. Se denomina *potencia*, p , que entrega la corriente al circular entre A y B a la *energía que entrega por unidad de tiempo*:

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dq \cdot v}{dt} = i \cdot v \quad (1.8)$$

La unidad de potencia es el *vatio* (W), que viene dada por:

$$1 \text{ vatio} = 1 \text{ julio} / 1 \text{ segundo} = 1 \text{ amperio} \cdot 1 \text{ voltio}$$

20

Hay dispositivos electrónicos que dan energía a las cargas llevándolas a un punto de mayor potencial. Estos dispositivos se denominan fuentes o generadores. El generador no recibe potencia sino que la entrega. Por esto es importante definir la potencia entregada como el producto iv en donde i circula desde el punto de mayor tensión al de menor, tal como se indica en la figura 1.6. En un generador la intensidad circula desde el punto de menor al de mayor tensión y, por tanto, a efectos de cálculo de potencia, se le asigna un signo negativo, dando lugar a una potencia recibida negativa, lo que debe interpretarse como potencia entregada a la corriente.

En la analogía, comentada anteriormente, entre un circuito eléctrico y un circuito hidráulico, la bomba hidráulica equivale al generador o fuente, el cual eleva las moléculas del líquido desde el "nivel base" hasta una altura determinada, incrementando su energía potencial. Esta energía es devuelta al mover el líquido las palas de la turbina (figura 1.7).

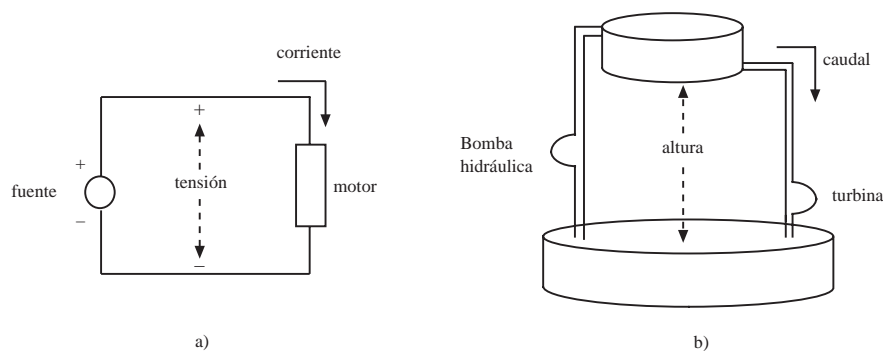


Fig. 1.7 Analogía entre un circuito eléctrico (a) y un circuito hidráulico (b)

1.2 Componentes, dispositivos y circuitos

La electrónica es la disciplina que trata de la utilización de los componentes y de los circuitos electrónicos para realizar funciones especificadas. Un componente electrónico es un ente físico que presenta determinadas relaciones entre las magnitudes tensión y corriente en sus terminales. Un circuito consiste en la interconexión de componentes, generalmente mediante conductores, para realizar una función electrónica específica. Otro vocablo que aparece en la bibliografía técnica de significado similar al de componente es el de dispositivo. El significado preciso de estos vocablos es ambiguo y depende del contexto. En este texto los utilizaremos indistintamente para referirnos a entes físicos que realizan funciones elementales.

Los componentes, dispositivos y circuitos son entes físicos cuyo comportamiento suele ser complejo y difícil de representar con exactitud mediante parámetros concretos. Estudiarlos y analizarlos con pleno rigor, sin realizar ninguna aproximación, sería una tarea de enorme dificultad y, en muchos casos, de poca utilidad. Por esto, es esencial aproximar los dispositivos y circuitos mediante modelos simples, de fácil tratamiento matemático, que permitan obtener unos resultados razonablemente próximos a los reales. Denominaremos a estas aproximaciones elementos ideales, cuyo comportamiento es descrito por una función matemática, y que no tienen existencia real. Los componentes y dispositivos reales se aproximan, entonces, por uno o varios elementos ideales, y con ellos se analizan los circuitos electrónicos.

La interconexión de componentes para constituir un circuito se realiza normalmente mediante *conductores* (figura 1.8). El conductor real suele ser un hilo metálico de determinado diámetro y longitud. El elemento de circuito que utilizaremos para modelar este conductor será un "conductor ideal" que mantiene idéntica tensión en todos sus puntos con independencia de la corriente que lo atraviesa. Aunque en el conductor real la tensión varía ligeramente a lo largo de él cuando circula corriente, la aproximación de conductor ideal suele ser razonablemente precisa para la gran mayoría de los casos.

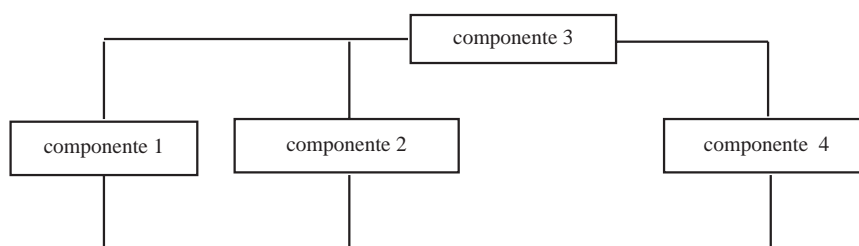


Fig. 1.8 Interconexión de dispositivos para formar un circuito. Todos los puntos de un mismo conductor se suponen a idéntica tensión

Otro elemento de interconexión es el *interruptor* (figura 1.9), que se modela por un interruptor ideal. Este tiene dos estados: abierto y cerrado (en inglés *OFF* y *ON* respectivamente). Cuando está abierto equivale a la ausencia de un camino conductor entre sus dos terminales, y no circula corriente aunque se aplique a los terminales una diferencia de potencial (se supone que el vacío impide el paso de corriente). Cuando el interruptor está cerrado equivale a la presencia de un camino conductor entre sus terminales y se dice que existe un cortocircuito entre ellos.

Este comportamiento suele describirse mediante una gráfica denominada característica i-v. Una característica i-v es la representación en unos ejes cartesianos de la función $i(v)$: la corriente que circula para cada tensión aplicada entre terminales del dispositivo. Cuando el interruptor está abierto, la

corriente será nula sea cual sea la tensión aplicada. Su característica $i-v$ será el eje de abscisas (figura 1.9a). Cuando el interruptor está cerrado la tensión entre terminales será nula (la tensión entre los extremos de un conductor ideal es nula) sea cual sea la corriente por el interruptor (figura 1.9b).

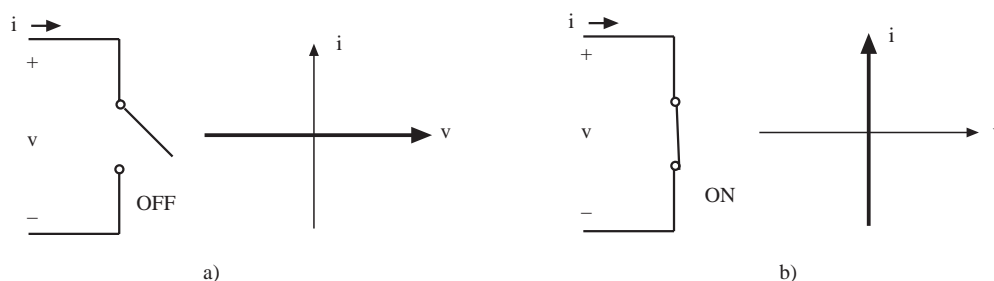


Fig. 1.9 Interruptor ideal: a) abierto; b) cerrado

Otros componentes electrónicos fundamentales son los *generadores o fuentes de tensión y de corriente*. Estas fuentes se utilizan en los circuitos electrónicos bien para suministrar energía eléctrica al circuito, bien para generar una señal (ver 1.3), o bien para modelar algún dispositivo que entregue una señal o energía al circuito que se esté analizando. Ejemplos de estas fuentes son las pilas comerciales, las fuentes de alimentación de los equipos electrónicos, los generadores de funciones, etc.

En el análisis de circuitos los generadores de corriente eléctrica se aproximan por dos tipos de fuentes ideales: las fuentes independientes de tensión y de corriente. Una *fuerza independiente de tensión ideal* es un elemento de circuito que *mantiene entre sus terminales una tensión determinada con independencia de la corriente que la atraviesa*. Su símbolo y su característica $i-v$ se representan en la figura 1.10. Nótese que cuando el valor de su tensión es constante se usa un símbolo distinto.

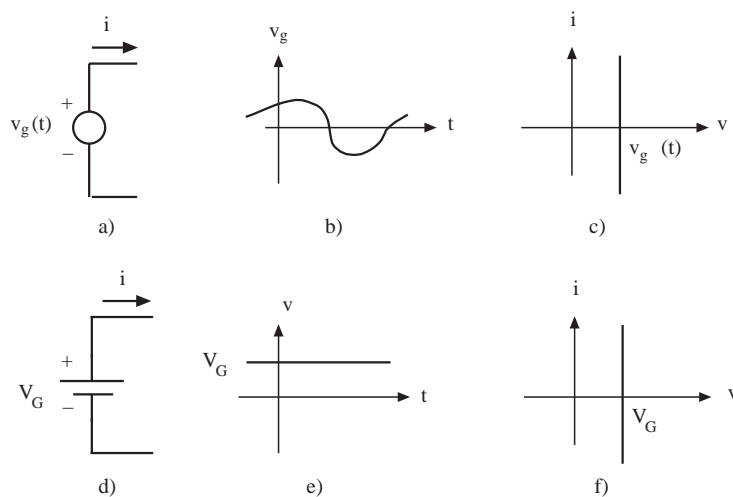


Fig. 1.10 Fuente independiente de tensión ideal. Caso general: a) símbolo; b) tensión en función del tiempo; c) característica corriente-tensión del generador en un instante t . Fuente de tensión constante; d) símbolo; e) dependencia de la tensión con el tiempo; f) característica corriente-tensión

Una *fuentes independiente de corriente ideal* es un dispositivo electrónico que *mantiene una determinada intensidad de corriente a través de sus terminales, con independencia del valor de la tensión entre ellos*. Su símbolo y su característica $i-v$ se presenta en la figura 1.11.

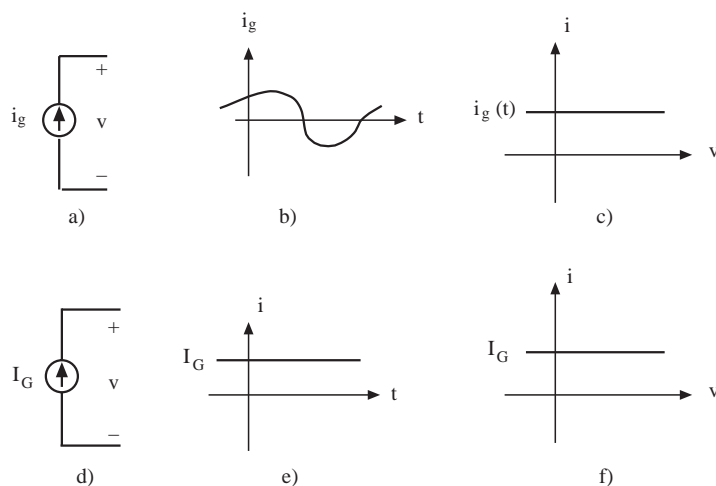


Fig. 1.11 Fuente independiente de corriente ideal. Caso general: a) símbolo; b) variación de la corriente con el tiempo; c) característica corriente-tensión en el instante t . Fuente de corriente constante; d) símbolo; e) corriente en función del tiempo; f) característica corriente-tensión.

1.3 Señales

Una señal es una magnitud física cuyo valor o variación contiene información. Los circuitos electrónicos procesan señales, las cuales se expresan normalmente mediante una tensión o una corriente que puede variar con el tiempo. Con frecuencia se denomina generador de señal a una fuente independiente de tensión o de corriente. La representación gráfica de una señal se suele denominar forma de onda. Las señales reales pueden ser muy complejas y se suele recurrir a unas pocas señales simples, descritas mediante funciones sencillas, que permitan aproximar las señales reales, ya sea cada una por separado o bien mediante combinación de ellas. En este apartado se describen algunas señales básicas, como el escalón, la exponencial y la senoide, y otras que se obtienen a partir de ellas, como el pulso, la rampa, etc.

1.3.1 Señal escalón

La señal escalón viene descrita por la función:

$$v(t) = A \cdot u(t - t_0) \quad (1.9)$$

donde $u(t)$ es la función escalón unidad y t_0 el desplazamiento temporal. Para t menor que t_0 la función vale cero y para t mayor o igual a t_0 vale uno. La representación gráfica de $v(t)$ se da en la figura 1.12a. Se denomina amplitud del escalón a la constante A . Una forma práctica de generar un escalón consis-

te en activar un interruptor, como se indica, por ejemplo, en la figura 1.12b. El escalón suele usarse para fijar el inicio de otras señales.

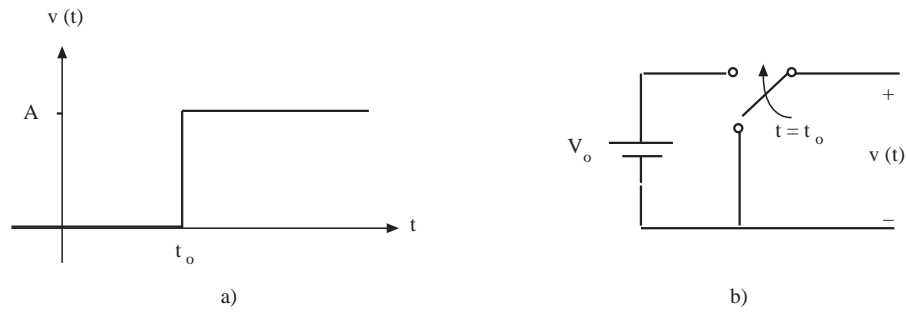


Fig. 1.12 a) Función escalón. b) Generación de un escalón con un interruptor

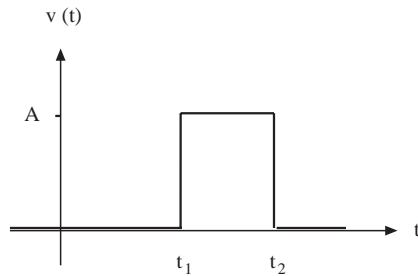


Fig. 1.13 Función pulso

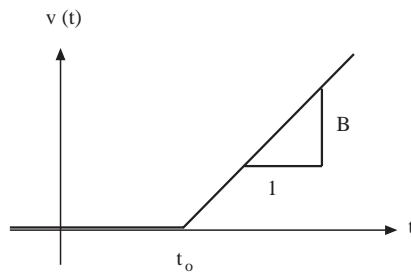


Fig. 1.14 Función rampa

Combinando dos funciones escalón puede obtenerse una señal de amplio uso en electrónica: un *pulso* (figura 1.13). Su valor es cero excepto para $t_1 \leq t \leq t_2$, en cuyo caso su valor es A. Se denomina duración del pulso a $(t_2 - t_1)$, y amplitud al valor de A. Matemáticamente esta función puede expresarse mediante (1.10).

$$v(t) = A \cdot u(t - t_1) - A \cdot u(t - t_2) \quad (1.10)$$

Cuando un pulso se repite en el tiempo la forma de onda resultante se denomina tren de pulsos.

Otra señal que puede obtenerse a través de la función escalón es la *rampa*. Esta forma de onda (figura 1.14) está constituida por dos segmentos: para $t < t_o$ su valor es nulo; a partir de t_o crece linealmente con el tiempo con una pendiente B. Su ecuación matemática es:

$$v(t) = B \cdot r(t - t_o) = u(t - t_o) \cdot B \cdot (t - t_o) \quad (1.11)$$

Obsérvese que la rampa se obtiene multiplicando una recta por un escalón. También se puede obtener integrando la función escalón:

$$B \cdot r(t - t_o) = \int_{-\infty}^t B \cdot u(\tau - t_o) \cdot d\tau \quad (1.12)$$

Combinando rampas y escalones pueden obtenerse *señales triangulares* y *en diente de sierra* como las representadas en la figura 1.15.

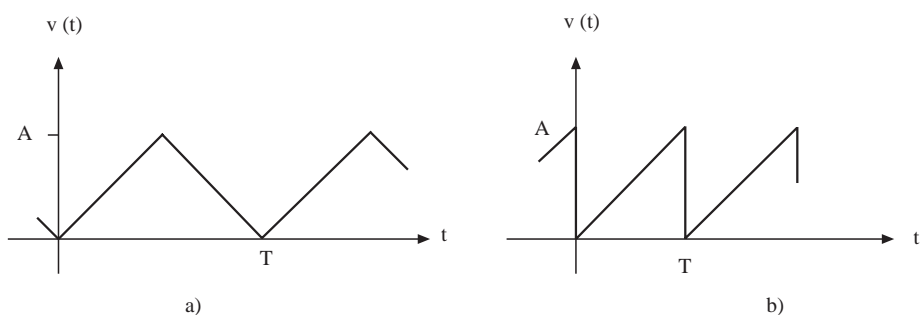


Fig. 1.15 a) Señal triangular. b) Señal en diente de sierra

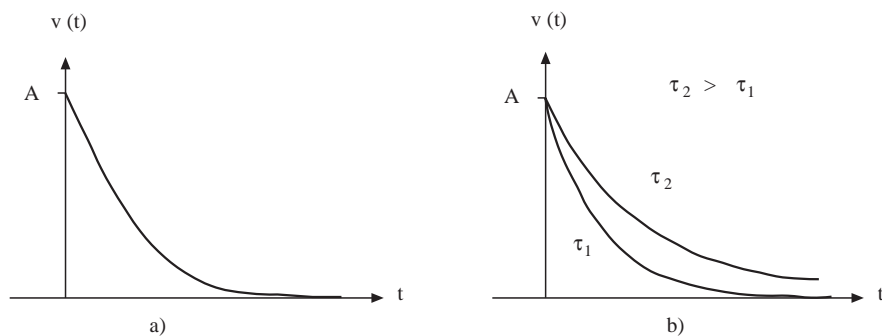
1.3.2 Señal exponencial

La señal exponencial viene dada por la ecuación:

$$v(t) = Au(t) \cdot e^{-t/\tau} \quad (1.13)$$

El parámetro A es el valor inicial de la exponencial (cuando $t = 0$). El parámetro τ se denomina constante de tiempo, tiene unidades de tiempo y determina la rapidez con la que la función tiende a cero. Su representación gráfica se da en la figura 1.16.

25

Fig. 1.16 a) Señal exponencial. b) Efecto del parámetro τ sobre la señal

La señal exponencial tiene unas propiedades que conviene recordar. El valor de la función después de transcurrir un tiempo igual a la constante de tiempo es el 37% del valor inicial. Después de 3 constantes de tiempo el valor es el 5% del inicial, y después de 5 es menor que el 1% del valor inicial. Según la precisión que exija el tipo de aplicación se supone que la exponencial alcanza el valor cero después de 3 ó 5 constantes de tiempo. Otra propiedad es que la recta tangente a la exponencial en $t = 0$ corta al eje de abscisas en $t = \tau$ (figura 1.17).

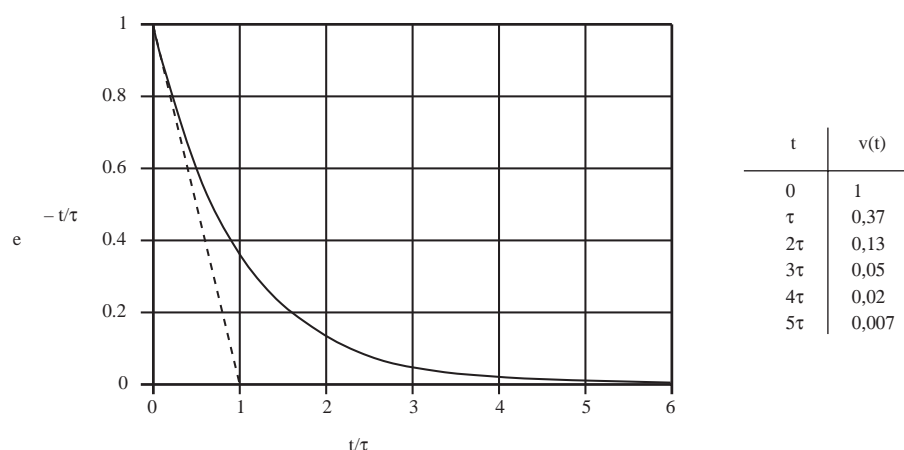


Fig. 1.17 Decaimiento de la señal exponencial con el tiempo

1.3.3 Señal sinusoidal

Una senoide, también denominada senoide, es una señal que responde a una de las siguientes ecuaciones:

$$v(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.14.a)$$

$$v(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.14.b)$$

donde A se denomina amplitud o valor de pico de la senoide, ω pulsación o frecuencia angular y φ ángulo de fase. El ángulo de fase se mide en grados o en radianes, y la pulsación en grados por segundo o radianes por segundo. Recuerdese que la función coseno no es más que la función seno desfasada 90 grados.

La senoide es una función periódica, lo que significa que un valor determinado se repite de forma cíclica cada T segundos (figura 1.18):

$$v(t + nT) = v(t) \quad (1.15)$$

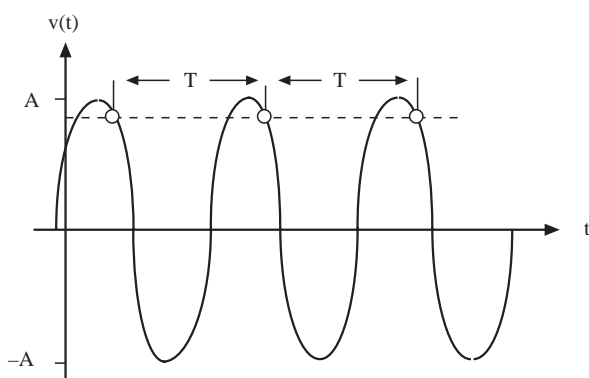


Fig. 1.18 Representación gráfica de una senoide

para cualquier valor entero de n. La constante T se denomina período de la función, y por tanto de la senoide, y se mide en segundos. A su inversa se la denomina frecuencia, se la representa por f, y es el número de períodos o ciclos que se dan en un segundo. Su valor viene dado en ciclos por segundo o hercio (Hz, en honor del científico Hertz). La variable ω , que aparece en 1.14, se denomina pulsación de la senoide y se relaciona con la frecuencia a través de la expresión 1.16. No es más que la frecuencia expresada de forma angular, y su unidad es el radian por segundo (rad/s).

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (1.16)$$

Se suele definir para las señales un valor medio y un valor eficaz en un cierto intervalo de tiempo. En las señales periódicas este intervalo de tiempo se toma de valor un período de la señal. El *valor medio* es el área encerrada entre la función y el eje de abscisas durante el intervalo T, dividida por T. Matemáticamente se expresa por:

$$V_m = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot dt \quad (1.17)$$

Obviamente, el valor medio de una senoide es cero, puesto que el área encerrada por los semiciclos positivos es igual al área encerrada por los semiciclos negativos (figura 1.19a). Para la forma de onda representada en la figura 1.19b su valor medio es:

$$V_m = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \cdot dt = \frac{2A}{\pi} \quad (1.18)$$

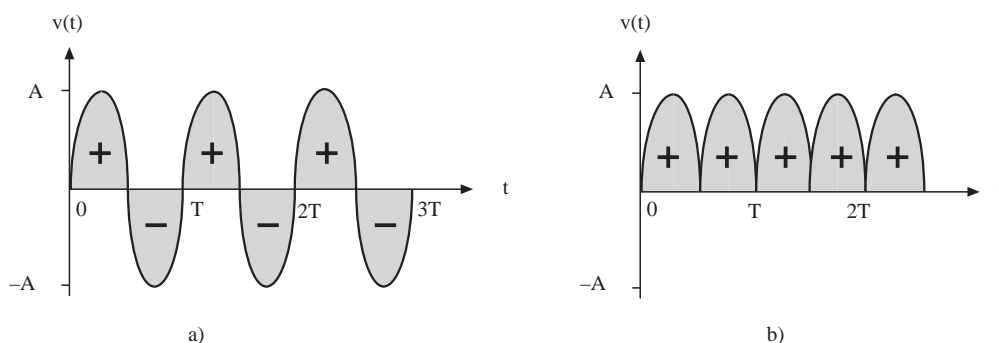


Fig. 1.19 Valor medio: a) para una senoide es nulo;
b) para una senoide rectificadora su valor es $2A/\pi$

El *valor eficaz* de una señal (denominado en inglés r.m.s, iniciales de *root mean square*) es un valor de tensión o corriente que está relacionado con la potencia que transporta la señal y viene dado por:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) \cdot dt} \quad (1.19)$$

Cuando la señal $v(t)$ es una senoide, al aplicar la expresión (1.19) resulta que su valor eficaz es:

$$V_{ef} = \frac{A}{\sqrt{2}} \quad (1.20)$$

Así, por ejemplo, la senoide de 220 V eficaces de la red eléctrica doméstica corresponde a una senoide de 311 V de amplitud ($220\sqrt{2}$ V).

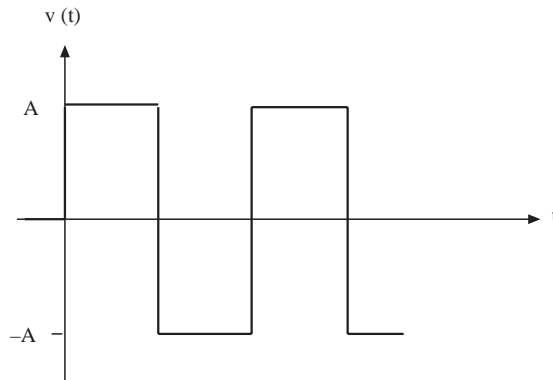
Ejemplo 1.3

Fig. 1.20 Señal cuadrada

Calcular los valores medio y eficaz de la señal cuadrada representada en la figura 1.20.

El valor medio de esta señal es cero, ya que el área encerrada por el primer semiciclo es igual y de signo contrario a la encerrada por el segundo semiciclo.

El valor eficaz es A, ya que aplicando 1.19:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{T/2} A^2 dt + \int_{T/2}^T A^2 dt \right)} = A$$

Ejercicio 1.3

Calcular los valores medio y eficaz de la señal triangular de la figura 1.15a.

Solución:

$$V_m = \frac{A}{2} \quad V_{ef} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

28

en donde A es la amplitud de pico de la señal triangular



En el ámbito de la ingeniería se acostumbra a trabajar en el "plano complejo". La fórmula de Euler permite expresar:

$$e^{j(\omega t + \varphi)} = \cos(\omega t + \varphi) + j \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.21)$$

y por tanto:

$$\begin{aligned} A \sin(\omega t + \varphi) &= \text{Im}(Ae^{j(\omega t + \varphi)}) \\ A \cos(\omega t + \varphi) &= \text{Re}(Ae^{j(\omega t + \varphi)}) \end{aligned} \quad (1.22)$$

donde el operador "Im" significa parte imaginaria y "Re" parte real. A la vista de esta propiedad, se suele trabajar con magnitudes complejas, para simplificar los cálculos de circuitos con señales sinusoidales, y al final se toma la parte real o la parte imaginaria del resultado.

1.4 Leyes de Kirchhoff

Cuando se interconectan varios componentes para formar un circuito se cumplen un conjunto de relaciones entre las corrientes y las tensiones del circuito denominadas leyes de Kirchhoff. En un circuito

se denomina *nudo* al punto de interconexión de dos o más componentes, y *mall*a a todo camino cerrado que contenga dos o más nudos. Las leyes que debe cumplir todo circuito son: la *ley de Kirchhoff de corrientes*, también denominada *ley de nudos*, y la *ley de Kirchhoff de tensiones*, o *ley de mallas*.

La *ley de Kirchhoff de corrientes* establece que la suma de las corrientes entrantes a un nudo debe ser igual a la suma de las corrientes que salen de él. Es decir, la suma algebraica de las corrientes en un nudo debe ser nula. De no cumplirse esta ley, podría darse una acumulación infinita de cargas en algún nudo del circuito, y otro nudo debería actuar como una fuente infinita de cargas eléctricas. La aplicación de esta ley, por ejemplo, en el nudo 2 de la figura 1.21 establece:

$$i_B = i_C + i_D$$

La *ley de Kirchhoff de tensiones* establece que la suma algebraica de las diferencias de tensión a lo largo de una malla cualquiera del circuito, recorrida en un mismo sentido, debe ser nula. La justificación física de esta ley se debe a que la diferencia de potencial entre dos puntos del circuito es independiente del camino recorrido para ir de un punto al otro.

Puesto que no se conocen a priori los signos de las diferencias de tensión entre los terminales de cada componente (ni los sentidos de las corrientes), se asigna arbitrariamente un signo a cada una de ellas, tal como se indica en la figura 1.21. Al recorrer la malla en un determinado sentido, si se va de una marca "-" a una marca "+" se asigna signo positivo a esta diferencia de tensión y se dice que se trata de una "subida" de tensión. Si, por el contrario, se va desde "+" a "-" se dice que hay una "caída" de tensión y se le asigna signo negativo. Así, por ejemplo, para la malla a del circuito anterior:

$$(+v_A) + (-v_B) + (-v_C) = 0$$

29

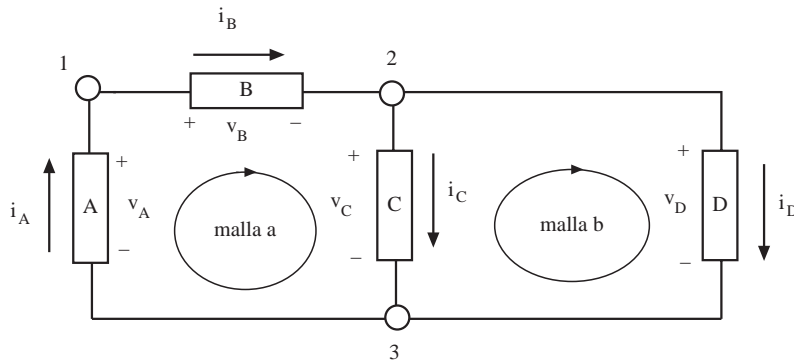
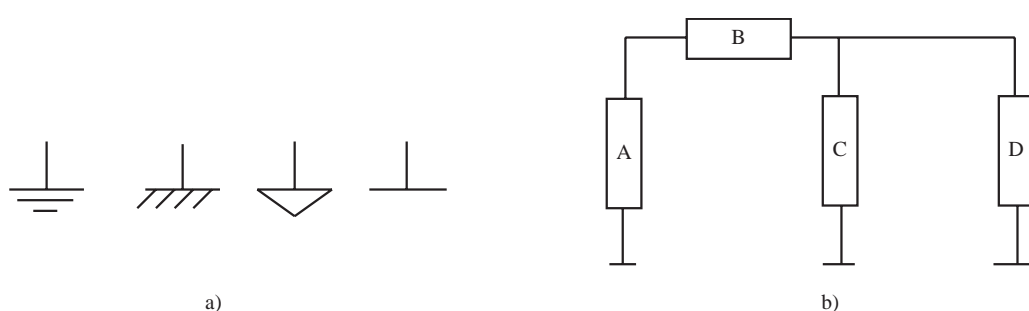


Fig. 1.21 Circuito formado por la interconexión de los componentes A,B,C y D.
El circuito contiene los nudos 1, 2 y 3, y las mallas a y b

La tensión es una magnitud que se define entre dos puntos, al igual que la altura en el campo gravitatorio. Por esto es conveniente señalar al potencial de un punto como potencial de referencia, y expresar las tensiones de los demás puntos como diferencias respecto al potencial del punto de referencia. Al punto seleccionado se le conoce con el nombre de "masa" y se le identifica con uno de los símbolos indicados en la figura 1.22a. Para simplificar el dibujo del circuito "se conectan" a masa todos los puntos que están a la tensión de referencia y se supone que todos ellos están unidos entre sí a través del conductor de "masa" que no se acostumbra a dibujar (figura 1.22b).



1.5 Símbolos y unidades

En la tabla 1.1 se indican las magnitudes físicas más utilizadas en electrónica, y se incluyen sus símbolos y sus unidades. Estas magnitudes están referidas al sistema internacional de unidades basado en el metro (m), como unidad de longitud, en el kilogramo (kg), como unidad de masa, y en el segundo (s), como unidad de tiempo.

Los valores numéricos que se utilizan en ingeniería electrónica suelen ocupar varios órdenes de magnitud. Por esto se suelen utilizar prefijos decimales que se anteponen a la unidad e indican la potencia de diez por la que se debe multiplicar la unidad. En la tabla 1.2 se indican los prefijos decimales más usuales. Nótese que corresponden a exponentes múltiplos de tres. Así por ejemplo: $5 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 5 \text{ mA}$ y se lee 5 miliamperios; $10 \cdot 10^9 \text{ Hz} = 10 \text{ GHz}$ y se lee 10 gigahercios.

MAGNITUD	SÍMBOLO	UNIDAD	SÍMBOLO UNIDAD
Carga	q	culombio	C
Campo eléctrico	E	voltio por metro	V/m
Tensión	v	voltio	V
Corriente	i	amperio	A
Energía	w	julio	J
Potencia	p	vatio	W
Tiempo	t	segundo	s
Frecuencia	f	hercio	Hz
Pulsación o frecuencia angular	ω	radián por segundo	rad/s
Angulo de fase	ϕ	radián o grado	rad o °
Resistencia	R	ohmio	Ω
Impedancia	Z	ohmio	Ω
Conductancia	G	siemens	Ω^{-1} o S
Admitancia	Y	siemens	Ω^{-1} o S
Capacidad	C	faradio	F
Inductancia	L	henrio	H
Flujo magnético	ϕ	weber	Wb
Inducción magnética	B	tesla	T

Tabla 1.1 Magnitudes eléctricas. Símbolos y unidades

PREFIJO	MULTIPLICADOR	SÍMBOLO PREFIJO
Exa	10^{18}	E
Peta	10^{15}	P
Tera	10^{12}	T
Giga	10^9	G
Mega	10^6	M
Kilo	10^3	k
mili	10^{-3}	m
micro	10^{-6}	μ
nano	10^{-9}	n
pico	10^{-12}	p
femto	10^{-15}	f
atto	10^{-18}	a

Tabla 1.2 Prefijos decimales más usuales

Cuestiones

- C1.1** Razonar que no existe campo eléctrico en un punto del espacio en el cual el potencial sea nulo.
- C1.2** Enunciar la diferencia cualitativa entre la ley de Coulomb y la ley de gravitación de Newton.
- C1.3** Dibujar las líneas de fuerza correspondientes a dos cargas q_1 y q_2 separadas una cierta distancia d , para los dos casos posibles de cargas con igual o distinto signo.
- C1.4** Definir los conceptos intensidad de corriente (i), tensión eléctrica (v) y potencia eléctrica (P), a partir de los conceptos de carga eléctrica (q) y trabajo eléctrico (w).
- C1.5** Cuando se produce una corriente eléctrica por la acción de un campo eléctrico dado sobre la cargas eléctricas móviles en el seno de un material, el sentido de la corriente (i) es el mismo que el del campo (E) que la genera. Razónese este efecto a partir del movimiento de las cargas y a partir de la potencia disipada en el material.
- C1.6** ¿Por qué a las potencias eléctricas en las cargas y en las fuentes se les asocian signos opuestos? ¿Cuál de ellas se considera positiva?
- C1.7** Razónese la validez de comparar la corriente eléctrica con la conducción de fluidos en un sistema de tuberías. ¿Qué variables son análogas a la tensión y corriente eléctrica en el sistema de tuberías?
- C1.8** Defínase qué significa el decir que dos puntos A y B de un circuito eléctrico se hallan cortocircuitados. Idem para el caso de que estén en circuito abierto.
- C1.9** ¿Cuál es el modelo más adecuado para la red eléctrica doméstica, una fuente de tensión, o de corriente?
- C1.10** Dar cinco ejemplos de señales periódicas, no necesariamente eléctricas, y otras cinco no periódicas, que sean comunes en la vida diaria.
- C1.11** ¿Tiene sentido decir que la tensión en un nodo es 3 voltios? Razónese la respuesta.
- C1.12** Cuáles de las siguientes configuraciones violan alguna de las leyes de Kirchhoff: a) Una fuente de corriente ideal en circuito abierto. b) Una fuente de corriente ideal en cortocircuito. c) Una fuente de tensión ideal en circuito abierto. d) Una fuente de tensión ideal en cortocircuito.

Problemas

- P1.1** Dos cargas de $2C$ y $-3C$ se hallan sobre un plano en las coordenadas $(-3mm, 0)$ y $(3mm, 0)$ respectivamente. Determinar el punto en el cual el campo se anula. Determinar el potencial en dicho punto respecto al infinito.
- P1.2** El campo eléctrico creado por una carga puntual a una cierta distancia es de 30 N/C , y el potencial de dicho punto respecto al infinito es de 240 voltios . Se pide: a) Calcular el valor de la carga. b) Calcular la distancia a la que se encuentra el punto indicado de la carga.
- P1.3** Dos cargas eléctricas positivas de 10^{-8} C están situadas una en el origen de un sistema de coordenadas cartesiano plano y la otra en un punto $(20\text{ cm}, 0)$. Calcular: a) El campo y el potencial respecto del infinito en el punto A $(10\text{ cm}, 0)$. b) El campo y el potencial respecto del infinito en el punto B $(10\text{ cm}, 10\text{ cm})$. c) El trabajo necesario para llevar una carga de 10^{-12} C desde B hasta A.
- P1.4** Utilizando los prefijos decimales adecuados, simplificar los siguientes valores numéricos dando el resultado más compacto posible. a) $0,00035\text{ km}$. b) $487000 \cdot 10^4\text{ nm/s}$. c) $391 \cdot 10^8\text{ nF}$. d) $0,05 \cdot 10^{-3}\text{ ms}$. e) $0,082 \cdot 10^{-15}\text{ N/C}$.
- P1.5** Indicar cuál es la trayectoria correcta para un electrón que entra a una velocidad V_0 en el espacio comprendido entre las placas del condensador de la figura. Suponer un valor de V_a positivo. ¿Cuál sería la trayectoria con V_a negativo?

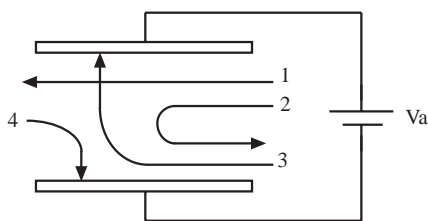


Fig. P1.5

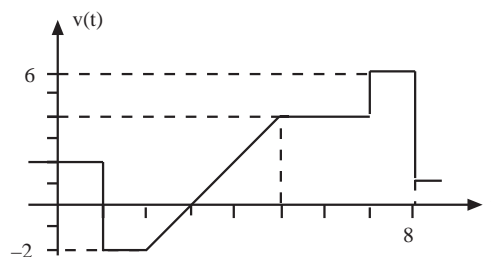


Fig. P1.7

- P1.6** ¿Qué potencia mecánica máxima puede suministrar un motor de continua conectado a una pila de 9 voltios , si la corriente máxima que admite es $0,5\text{ A}$? Razónese por qué nunca se puede alcanzar este máximo.
- P1.7** Expresar matemáticamente la señal $v(t)$ de la figura P1.7 a partir de señales constante, rampa y escalón.
- P1.8** Calcular los valores medio y eficaz de la señal anterior entre los tiempos 0 y 8 .
- P1.9** Calcular los valores medio y eficaz de las señales de la figura P1.9.
- P1.10** Las gráficas que siguen muestran las tensiones y corrientes, ambas senoidales, en el elemento A de la figura, para dos posibles casos: Caso 1) Tensión en fase. Caso 2) Tensión en cuadratura. Calcular, para cada uno de los dos casos: a) La potencia instantánea $p(t)$ disipada en A. b) La potencia media disipada en A. c) La energía disipada en A durante un período.
- P1.11** Dibujar las siguientes señales. a) $x(t) = u(t - 10)$. b) $x(t) = u(t - 2) \cdot \sin(t)$.
c) $x(t) = \cos(2\pi t + \pi/3)$. d) $x(t) = 10^{-5} e^{-40t}$
- P1.12** Indíquese para cada circuito de la figura P1.12 si éste es posible y, caso de no serlo, explicar por qué.

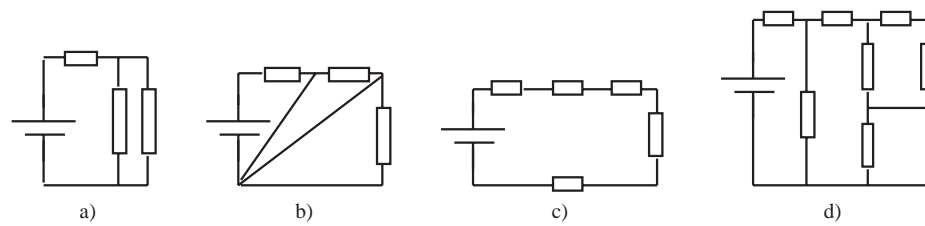


Fig. P1.13

P1.15 Calcular la tensión V_{ab} en el circuito de la figura P1.15 aplicando la ley de Kirchhoff que corresponda.

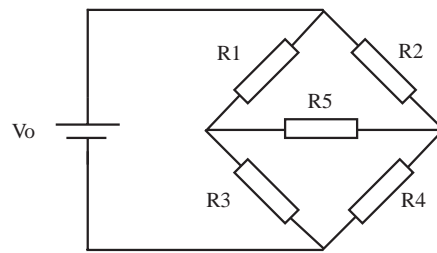


Fig. P1.14

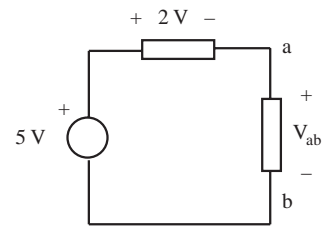


Fig. P1.15

34

P1.16 Para el circuito de la figura se sabe que $V_a = 2\text{ V}$. Se pide : a) Calcular la tensión entre el nodo 1 y el de referencia. b) Si V_{12} vale $1,5\text{ V}$, determinar la tensión entre el nodo 2 y el de referencia. c) Si $I_a=10\text{A}$, $I_b=20\text{A}$, $I_e = -5\text{A}$, hallar I_c , I_d .

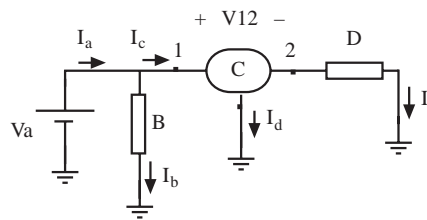


Fig. P1.16

P1.17 Dibujar las señales v_x e i_x que se generan en los siguientes circuitos en función del tiempo t .

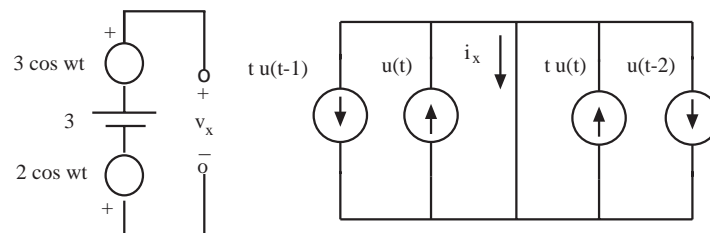


Fig. P1.17

Capítulo 2

Circuitos resistivos

2.1 Concepto de resistencia

Todos los componentes electrónicos presentan algún tipo de relación entre la tensión aplicada a sus terminales y la corriente que los atraviesa. En el capítulo anterior, se vio que la característica corriente-tensión de una fuente independiente de tensión continua ideal era una recta vertical que representaba el comportamiento de la fuente: mantener una tensión constante entre terminales con independencia de la corriente que circula. Se denominan *elementos resistivos* a los elementos que disipan energía y que cumplen que la relación entre la tensión que se aplica a sus terminales y la corriente que los atraviesa pueda ser representada por una gráfica en los ejes cartesianos corriente-tensión (figura 2.1). Esta gráfica está limitada a los cuadrantes primero y tercero ya que la potencia que disipan es positiva.

35

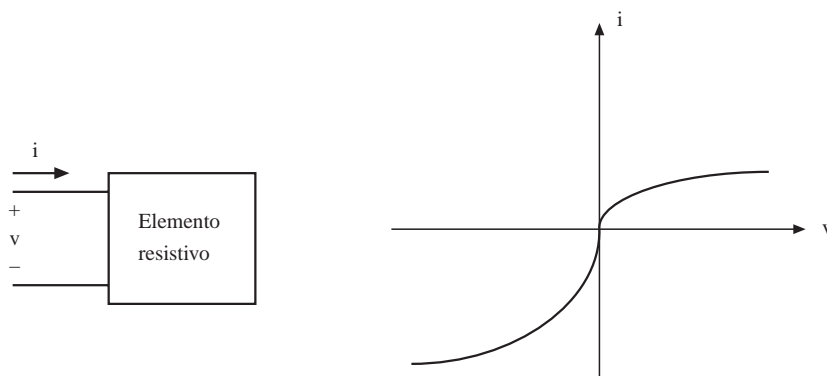


Fig. 2.1 Ejemplo de característica i-v de un elemento resistivo

Como se verá en los próximos capítulos muchos componentes y dispositivos electrónicos (resistencias, diodos, transistores,...) se comportan como elementos resistivos en determinados ámbitos de operación. Sin embargo, no todos los elementos de circuito son resistivos. Por ejemplo, en los condensadores, la tensión entre terminales es proporcional a la integral de la corriente, mientras que en los inductores, la tensión es proporcional a la derivada de la corriente. El objetivo de este capítulo es estudiar uno de estos elementos resistivos denominado *resistencia*, y los circuitos en los que interviene conjuntamente con los elementos vistos en el capítulo anterior.

La *resistencia lineal ideal* es un elemento de circuito cuya característica i-v es una recta que pasa por el origen (figura 2.2b). Analíticamente esta recta viene dada por la ecuación:

$$i = \frac{v}{R} \quad (2.1)$$

donde R, denominada resistencia, es la inversa de la pendiente de la recta, y es constante y positiva. A esta ecuación se la conoce como *ley de Ohm*: la caída de tensión entre los terminales de la resistencia es proporcional a la corriente que la atraviesa. Su símbolo circuital, el signo de la tensión v, y el sentido de la corriente i, se representan en la figura 2.2a.

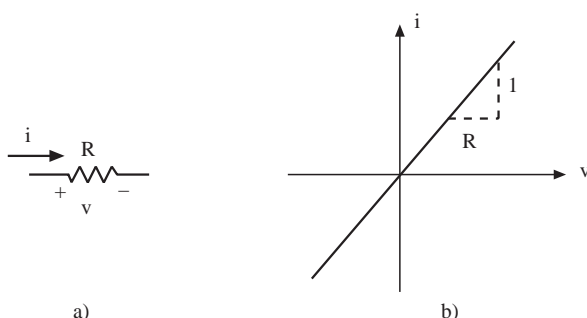


Fig. 2.2 a) Símbolo de la resistencia, sentido de la corriente y signo de la caída de tensión. b) Característica i-v de la resistencia

Una interpretación física del concepto de resistencia está implícito en su propio nombre: dificultad al paso de una corriente. Cuando se aplica una tensión entre los terminales, a mayor resistencia menor corriente, y viceversa. Obsérvese en la característica i-v de la resistencia que es un dispositivo simétrico ya que si se invierte el sentido de i también se invierte el de v. Nótese también que cuando la resistencia es nula la característica i-v es una línea vertical que coincide con el eje de ordenadas. Por esto, un interruptor cerrado, que en el capítulo anterior se

vio que se comporta como un *cortocircuito*, se puede modelar por una resistencia de valor cero. Asimismo, cuando la resistencia es infinita, su característica i-v coincide con el eje de abscisas, por lo que un interruptor abierto, que se comporta como un *circuito abierto*, puede modelarse por una resistencia de valor infinito.

La unidad de resistencia es el *ohmio* (Ω). De la expresión (2.1) resulta:

$$1 \text{ ohmio} = 1 \text{ voltio} / 1 \text{ amperio}$$

A la inversa de la resistencia se la denomina *conductancia*, e indica la facilidad al paso de corriente. Se la identifica con la letra G y su unidad es el inverso del ohmio (Ω^{-1}), que se denomina *siemens* (S):

$$i = Gv \quad (2.2)$$

Cuando una corriente atraviesa una resistencia, ésta absorbe energía del circuito y la convierte en calor. Este fenómeno se denomina *efecto Joule* y la potencia convertida en calor recibe el nombre de *potencia disipada* por la resistencia:

$$P_R = iv = i^2 R = \frac{v^2}{R} \quad (2.3)$$

donde se ha hecho uso de la ley de Ohm.

El significado físico del valor eficaz de una señal en el intervalo de tiempo de 0 a T es fácil de entender a partir de la expresión 2.3. En efecto, si se considera una señal $v(t)$, la potencia media que entrega a una resistencia R en un tiempo T es:

$$P_m = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{(v(t))^2}{R} dt = \frac{1}{R} \left[\frac{1}{T} \int_0^T (v(t))^2 dt \right]$$

Por definición, el valor eficaz sería el valor de una tensión constante que entregara a la resistencia R la misma potencia durante el tiempo T:

$$P_m = \frac{1}{R} V_{ef}^2$$

Identificando esta expresión con la anterior resulta la expresión del valor eficaz 1.19 vista en el capítulo anterior.

Ejemplo 2.1

Determinar la potencia que disipa una resistencia de 100Ω cuando se aplica entre sus terminales una tensión de 15 V. ¿Cuál es el valor de la corriente que atraviesa la resistencia?

Solución:

$$P_R = \frac{v^2}{R} = \frac{15^2}{100} = 2,25 \text{ W}$$

$$i = \frac{v}{R} = \frac{15}{100} = 150 \text{ mA}$$

37

Ejercicio 2.1

¿Cuál es la máxima corriente que puede circular a través de una resistencia de 100Ω si ésta puede disipar una potencia máxima de 0,5 W? ¿Cuál será la máxima tensión que se puede aplicar entre sus terminales?

Solución:

$$i_{\max} \cong 71 \text{ mA}; \quad v_{\max} \cong 7,1 \text{ V}$$



La mayoría de dispositivos reales presentan efectos resistivos. Así por ejemplo, un conductor real presenta una variación de tensión entre sus extremos cuando es atravesado por una corriente. Un interruptor real cerrado también presenta una cierta resistencia entre sus terminales. Sin embargo, su valor es muy pequeño y se suele despreciar frente al resto de resistencias del circuito.

La *resistencia lineal real* es un dispositivo cuya característica i-v se puede aproximar por una recta dentro de unos ciertos márgenes de corriente y tensión, y por tanto se puede aproximar por una resistencia ideal entre dichos márgenes. En el apéndice A se detallan las principales propiedades, tipos

y limitaciones de este dispositivo electrónico en su forma comercial. Existen en el mercado dispositivos electrónicos resistivos no lineales. Entre ellos destacan los *termistores NTC* y *PTC*, cuyo valor resistivo depende de la temperatura, y los *varistores*, cuyo valor resistivo depende de la tensión aplicada entre terminales. En el apéndice A también se detallan sus propiedades más significativas.

El *principio físico de la ley de Ohm* es el siguiente. Considérese, para simplificar, que el conductor sólo contiene cargas positivas, con una concentración de p cargas por unidad de volumen, siendo q el valor de cada carga. Un campo eléctrico E , que se supone constante en el interior del conductor, ejerce una fuerza sobre las cargas que, al ser móviles, las desplaza originándose una corriente i (ver figura 1.5a).

El movimiento "microscópico" de las cargas en el interior del conductor está constituido por tramos de movimiento uniformemente acelerado de cada carga. El movimiento comienza con velocidad inicial nula. La carga se acelera con una aceleración constante a de valor qE/m (m es la masa de la carga), y después de un tiempo t_c colisiona con átomos del conductor a los que transfiere la energía cinética ganada. A consecuencia del choque la carga queda en reposo, e inmediatamente se inicia otro tramo de movimiento uniformemente acelerado.

Al analizar el movimiento descrito en el párrafo anterior desde un punto de vista "macroscópico", se considera que la partícula se mueve con una velocidad uniforme v_p cuyo valor es igual a la velocidad media del movimiento "microscópico":

$$v_p = \frac{x_c}{t_c} = \frac{1/2 \cdot a \cdot t_c^2}{t_c} = \left(\frac{qt_c}{2m} \right) E = \mu_p \cdot E$$

38

donde x_c y t_c son la longitud y tiempo medio entre colisiones. Nótese que la velocidad macroscópica es proporcional al campo eléctrico. A la constante de proporcionalidad, μ_p , se la denomina movilidad. La corriente que producirán las cargas moviéndose a una velocidad uniforme v_p (ver figura 1.5a), será:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q \cdot p \cdot [A \cdot v_p \Delta t]}{\Delta t} = qApv_p = qAp\mu_p E$$

puesto que las cargas que atravesarán la sección A son las contenidas en el cilindro de base A y altura $v_p \Delta t$. Si el conductor tiene una longitud L y entre sus terminales está aplicada una diferencia de potencial V , el campo eléctrico en el interior del conductor será $E=V/L$, con lo que la expresión de la corriente será:

$$i = qAp\mu_p \frac{V}{L} \Rightarrow V = \frac{1}{q\mu_p p} \frac{L}{A} i = \rho \frac{L}{A} i = R \cdot i$$

que es la expresión de la ley de Ohm. En la expresión anterior ρ se denomina resistividad del conductor, que depende de la concentración de sus cargas móviles y de su movilidad. Nótese, por tanto, que la resistencia es proporcional a la resistividad del material, a la longitud del conductor y a la inversa de su sección.

Por otra parte, la energía que cede una partícula al colisionar con los átomos del conductor es:

$$w_u = \frac{1}{2} mv_c^2 = \frac{1}{2} m(at_c)^2 = q\mu_p t_c E^2$$

y como en el conductor hay $A \cdot L \cdot p$ partículas y cada una de ellas experimenta $1/t_c$ colisiones por segundo, la energía transferida al conductor por unidad de tiempo debido a las colisiones de las partículas que constituyen la corriente será:

$$P_R = \frac{ALp}{t_c} w_u = qAp\mu_p \frac{V^2}{L} = \frac{V^2}{R} = i^2 R$$

que no es más que la ley de Joule. Nótese que la ley de Ohm se basa en que la velocidad de las cargas es proporcional al campo eléctrico. Cuando el campo eléctrico alcanza valores muy elevados deja de cumplirse esta proporcionalidad y, en consecuencia, la ley de Ohm deja de ser válida.

2.2 Análisis de circuitos resistivos por el método de nudos

Analizar un circuito consiste en calcular las tensiones en todos sus nudos y las corrientes que circulan por sus elementos. Hay varios métodos para analizar un circuito. El *método de nudos* es un procedimiento sistemático para analizar circuitos que consiste en aplicar a sus nudos la ley de Kirchhoff de corrientes.

Supóngase por el momento que el circuito sólo tenga resistencias y generadores independientes de corriente. Para resolverlo por el método de análisis por nudos se seguirá el siguiente procedimiento:

1. Se asigna a un nudo el potencial de referencia (cero). A cada uno de los restantes nudos se le asigna una tensión respecto al nudo de referencia. Estas tensiones serán las incógnitas que se deberán determinar.
2. Se expresa para cada nudo, excepto para el de referencia, la ley de Kirchhoff de corrientes. Si en el circuito hay n nudos resultarán $n-1$ ecuaciones. Para ello se asigna a cada elemento, de forma arbitraria, un vector de corriente, y se escriben las ecuaciones de Kirchhoff en función de estas corrientes.
3. Se escribe cada una de las corrientes desconocidas en las ecuaciones anteriores en función de las tensiones de los nudos, haciendo uso de la ley de Ohm. Estas ecuaciones deben respetar el signo de la caída de tensión y el sentido de la corriente tal como se indica en la figura 2.2a.
4. Se resuelve el sistema de ecuaciones resultante para hallar las tensiones de los nudos.
5. A partir de las tensiones de los nudos se hallan las variables deseadas del circuito. Cuando el valor numérico de una de las corrientes sea negativo, indica que el sentido real de esta corriente es contrario al que hemos arbitrariamente asignado en el apartado 2.

39

Ejemplo 2.2

Aplicando el método de análisis por nudos, hallar la corriente que circula por la resistencia R_3 , en el circuito de la figura 2.3a.

Notar que el circuito de la figura 2.3b es eléctricamente igual al de la 2.3a. Como la tensión de un conductor es la misma en todos sus puntos, todos los conductores unidos a un nudo están a la tensión del nudo.

1. El circuito contiene cuatro nudos. La tensión de referencia ha sido asignada al nudo 0. Las tensiones en los nudos 1, 2 y 3 han sido designadas como v_1 , v_2 y v_3 , tal como se indica en la figura 2.3b.

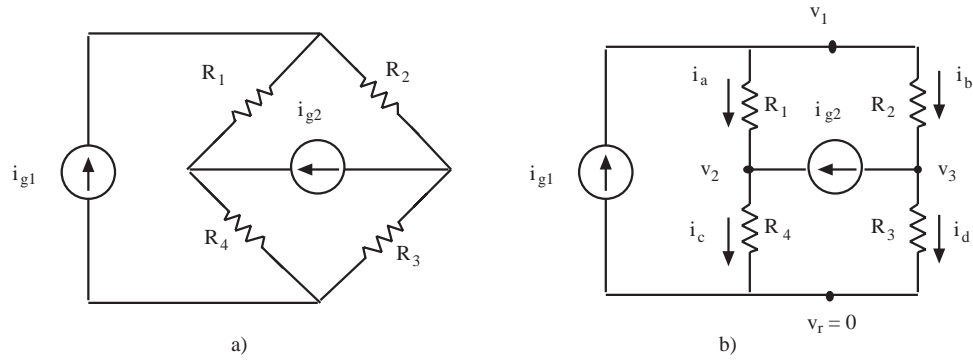


Fig. 2.3 a) Circuito del ejemplo 2.2. b) Tensiones y corrientes en el circuito

2. La ley de Kirchhoff de corrientes conduce a las siguientes ecuaciones:

$$\text{Nudo 1} \rightarrow i_{g1} = i_a + i_b$$

$$\text{Nudo 2} \rightarrow i_{g2} + i_a = i_c$$

$$\text{Nudo 3} \rightarrow i_b = i_{g2} + i_d$$

3. Las corrientes desconocidas de las ecuaciones anteriores (es decir, todas excepto las de los generadores) se expresan, aplicando la ley de Ohm, de la siguiente forma:

$$i_a = \frac{v_1 - v_2}{R_1} \quad i_b = \frac{v_1 - v_3}{R_2}$$

$$i_c = \frac{v_2 - 0}{R_4} \quad i_d = \frac{v_3 - 0}{R_3}$$

4. Sustituyendo las expresiones del punto 3 en las ecuaciones del punto 2 resulta un sistema de tres ecuaciones con las tres incógnitas v_1 , v_2 y v_3 . Por ejemplo, si los valores numéricos de las cuatro resistencias fueran todos de 1Ω el sistema de ecuaciones resultante sería:

$$2v_1 - v_2 - v_3 = i_{g1}$$

$$-v_1 + 2v_2 = i_{g2}$$

$$v_1 - 2v_3 = i_{g2}$$

Téngase en cuenta que los coeficientes de las tensiones en estas ecuaciones tienen dimensiones de Ω^{-1} . Una vez resuelto el sistema, se obtiene:

$$v_1 = i_{g1} \quad v_2 = \frac{1}{2}(i_{g1} + i_{g2}) \quad v_3 = \frac{1}{2}(i_{g1} - i_{g2})$$

5. La corriente que circula por R_3 puede calcularse a partir de v_3 :

$$i_{R_3} = i_d = \frac{v_3}{R_3} = v_3 = \frac{1}{2}(i_{g1} - i_{g2})$$

Ejercicio 2.2

Hallar la tensión v_o en el circuito de la figura 2.4.

Solución:

$$v_o \cong 1,82 \cdot i_1$$

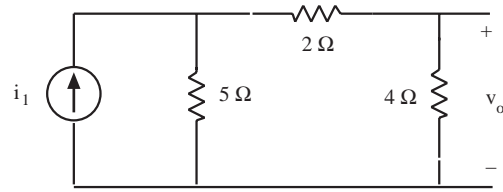


Fig. 2.4 Circuito del ejercicio 2.2

El análisis de nudos tal como ha sido formulado anteriormente es de aplicación directa cuando el circuito contiene solamente generadores de corriente. Cuando el circuito contiene generadores de tensión la metodología anterior debe ser modificada puesto que la corriente que proporciona un generador de tensión no está predefinida: depende del circuito. Por esta razón cada generador de tensión introduce en el sistema de ecuaciones de nudos una incógnita extra: la corriente que proporciona este generador. Sin embargo, cada generador de tensión elimina una tensión incógnita, ya que fija la diferencia de tensión entre los nudos a los que está conectado. Se deben modificar, por tanto, los pasos 1 y 3 del procedimiento anterior. En el siguiente ejemplo se ilustran estos cambios.

Ejemplo 2.3

Aplicando el análisis de nudos, hallar la corriente que circula por R_3 en el circuito de la figura 2.5.

41

1. La tensión v_1 vale, en este circuito, v_{g1} . Desaparece la incógnita v_1 .
2. En el nudo 1 la corriente i_{g1} del ejemplo 2.2 debe ser sustituida por la corriente i_x que entrega la fuente de tensión.
3. La corriente i_x no puede expresarse directamente a partir de las tensiones de los nudos. Es una nueva incógnita.
4. A partir de las consideraciones apuntadas en 1 y 2, el nuevo sistema a resolver es:

$$i_x = \frac{v_{g1} - v_2}{R_1} + \frac{v_{g1} - v_3}{R_2}$$

$$i_{g2} + \frac{v_{g1} - v_2}{R_1} = \frac{v_2 - 0}{R_4}$$

$$\frac{v_{g1} - v_3}{R_2} = i_{g2} + \frac{v_3 - 0}{R_3}$$

que, en el caso en que todas las resistencias sean de 1Ω , conduce a:

$$i_x + v_2 + v_3 = 2v_{g1}$$

$$2v_2 = i_{g2} + v_{g1}$$

$$-2v_3 = i_{g2} - v_{g1}$$

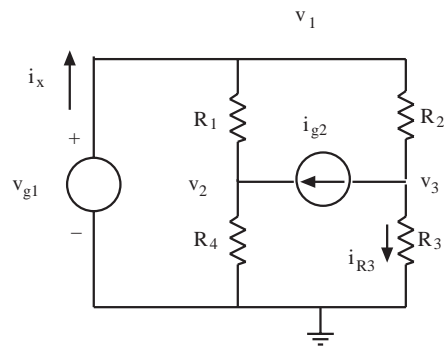


Fig. 2.5 Circuito del ejemplo 2.3

cuya solución es:

$$\begin{aligned}i_x &= v_{g1} \\v_2 &= \frac{v_{g1} + i_{g2}}{2} \\v_3 &= \frac{v_{g1} - i_{g2}}{2}\end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$i_{R3} = \frac{v_3}{R_3} = \frac{1}{2}(v_{g1} - i_{g2})$$

Ejercicio 2.3

Resolver el circuito del ejercicio 2.2 sustituyendo la fuente i_1 por una fuente de tensión de valor v_a .

Solución:

$$v_o = \frac{2v_a}{3}$$

2.3 Análisis de circuitos resistivos por el método de mallas

42

Otro método sistemático para analizar circuitos es el método de mallas, que se basa en la aplicación de la ley de tensiones de Kirchhoff a cada una de las mallas de un circuito. A efectos de simplicidad, se elegirán las mallas que no contengan ningún componente en su interior. A cada malla se le asigna una "corriente de malla". Por cada componente de circuito circulará una corriente que será la suma algebraica de las corrientes de malla que afecten al componente en cuestión. Supóngase, por el momento, que el circuito sólo tiene generadores de tensión. El procedimiento que se seguirá para analizarlo por el método de mallas es el siguiente:

1. Se asigna a cada malla del circuito sin componentes internos una "corriente de malla". Estas serán las incógnitas que se deberán calcular.
2. Se expresa para cada malla la ley de Kirchhoff de tensiones, recorriéndola según el sentido indicado por la corriente de malla. Habrá tantas ecuaciones como mallas. Para ello se asigna a cada componente, de forma arbitraria, una caída de tensión, y se escriben las ecuaciones de Kirchhoff en función de estas caídas de tensión.
3. Se escribe la tensión entre los terminales de cada resistencia en función de las corrientes de malla que circulan por dicho componente, aplicando la Ley de Ohm. La corriente total que atraviesa la resistencia es la suma algebraica de las corrientes de malla que circulan a través de esta resistencia, asignando a una corriente de malla el signo positivo si su sentido es de "+" a "-" en la caída de tensión, y negativo en caso contrario.
4. Se resuelve el sistema de ecuaciones resultante para hallar las corrientes de malla.
5. A partir de las corrientes de malla se hallan las variables deseadas del circuito. Si el valor numérico de una caída de tensión en una resistencia es negativo, significa que su polaridad es contraria a la que se le ha asignado en el punto 2.

Ejemplo 2.4

En el circuito de la figura 2.6a hallar la tensión en el punto A respecto a masa.

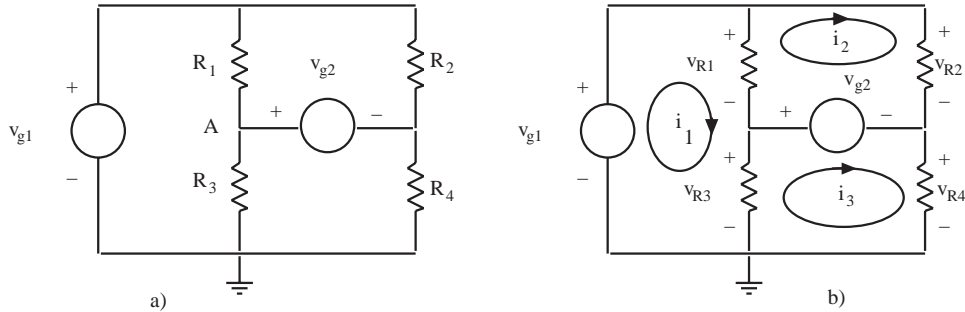


Fig. 2.6 a) Circuito del ejemplo 2.4. b) Tensiones y corrientes para el análisis

1. Como se indica en la figura 2.6b, el circuito tiene tres mallas sin componentes internos a las que se les asigna las corrientes i_1 , i_2 , i_3 .
2. Las ecuaciones de malla son:

$$\text{malla 1} \rightarrow v_{g1} = v_{R1} + v_{R3}$$

$$\text{malla 2} \rightarrow v_{g2} + v_{R1} = v_{R2}$$

$$\text{malla 3} \rightarrow v_{R3} = v_{g2} + v_{R4}$$

43

3. Las diferencias de tensión en los componentes del circuito son, según la ley de Ohm:

$$v_{R1} = R_1(i_1 - i_2)$$

$$v_{R2} = R_2 i_2$$

$$v_{R3} = R_3(i_1 - i_3)$$

$$v_{R4} = R_4 i_3$$

4. Sustituyendo las expresiones del punto 3 en las ecuaciones del punto 2 se obtiene un sistema de tres ecuaciones con las incógnitas i_1 , i_2 , i_3 . Si los valores de todas las resistencias fueran de 1Ω , las ecuaciones resultantes serían:

$$i_1 = v_{g1} \quad i_2 = \frac{1}{2}(v_{g1} + v_{g2}) \quad i_3 = \frac{1}{2}(v_{g1} - v_{g2})$$

5. La tensión en el punto A se calcula a partir de las corrientes de malla:

$$v_A = v_{R3} = R_3(i_1 - i_3) = \frac{R_3}{2}(v_{g1} + v_{g2})$$

Ejercicio 2.4

Aplicando el método de análisis por corrientes de malla, hallar la tensión en el punto P respecto a masa del circuito de la figura 2.7.

Solución:

$$V_P = \frac{4V_A + V_B}{7}$$

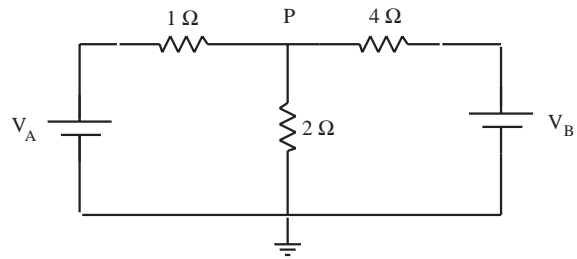


Fig. 2.7 Circuito del ejercicio 2.4

Cuando el circuito contiene generadores de corriente, el procedimiento acabado de exponer debe ser modificado puesto que la tensión entre los terminales de un generador de corriente no es una cantidad predefinida: se ajusta a lo que demanda el circuito a fin de que se cumplan las leyes de Kirchhoff. De forma similar a lo que ocurría en el análisis por nudos cuando en el circuito aparecía un generador de tensión, en el análisis por mallas un generador de corriente permite eliminar como incógnita una corriente de malla, y obliga a considerar como nueva incógnita la tensión entre los terminales del mismo.

Ejemplo 2.5

44

Resolver, aplicando el método de análisis por mallas, el circuito del ejemplo 2.3.

Se denominará v_x a la diferencia de tensión entre los terminales de la fuente de corriente i_{g2} (tensión en el terminal de la izquierda menos tensión en el terminal de la derecha), y se utilizarán corrientes de malla similares a las definidas en la figura 2.6b.

1. Puesto que $i_2 - i_3 = i_{g2}$, una de estas dos corrientes incógnitas puede ser eliminada. Por ejemplo:

$$i_2 = i_{g2} + i_3$$

2. Las ecuaciones de las mallas 2 y 3 deben ser modificadas incluyendo la tensión entre terminales de la fuente de corriente i_{g2} . La tensión v_x será una nueva incógnita. Las ecuaciones que se deben resolver son:

$$\text{malla 1} \rightarrow v_{g1} = R_1(i_1 - i_2) + R_4(i_1 - i_3)$$

$$\text{malla 2} \rightarrow v_x + R_1(i_1 - i_2) = R_2 i_2$$

$$\text{malla 3} \rightarrow R_4(i_1 - i_3) = v_x + R_3 i_3$$

3. Teniendo en cuenta la nueva ecuación del apartado 1 y suponiendo para todas las resistencias el valor de 1Ω , el sistema para resolver sería:

$$2i_1 - 2i_3 = v_{g1} + i_{g2}$$

$$v_x + i_1 - 2i_3 = 2i_{g2}$$

$$-v_x + i_1 - 2i_3 = 0$$

cuya solución es:

$$v_x = i_{g2}$$

$$i_1 = v_{g1}$$

$$i_3 = \frac{1}{2}(v_{g1} - i_{g2})$$

Ejercicio 2.5

Hallar la tensión del punto P del circuito de la figura 2.8.

Solución:

$$V_P = \frac{2(V_A + I_B)}{3}$$

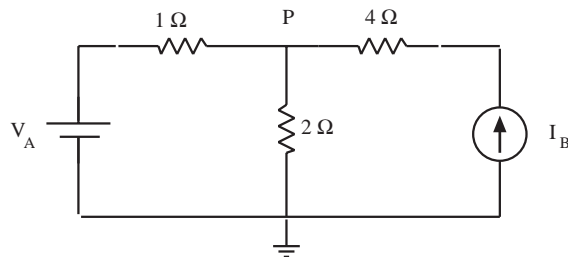


Fig. 2.8 Circuito del ejercicio 2.5

2.4 Concepto de circuito equivalente

Considérese el circuito de la figura 2.9a encerrado dentro de una "caja negra", que permite que aparezcan al exterior únicamente los dos terminales A y B. Cualquier otra "caja negra" que contenga un circuito de dos terminales, y que a través de medidas de corriente y tensión en dichos terminales sea indistinguible de la anterior, se dice que es equivalente a la primera.

45

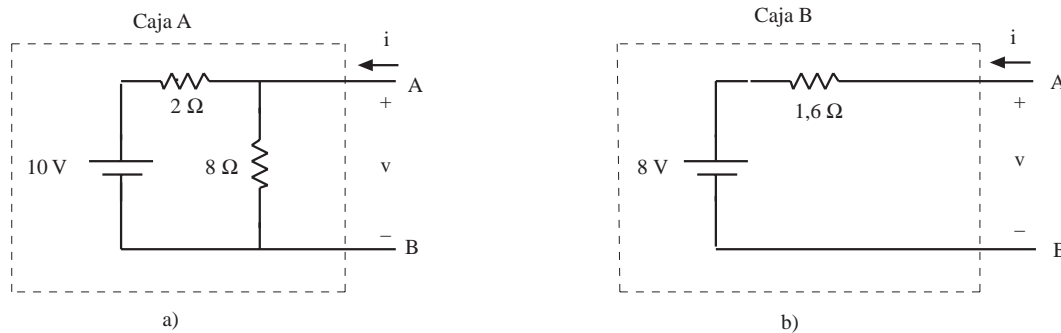


Fig. 2.9 Circuitos equivalentes encerrados en "cajas negras"

Imagínese que la segunda caja contiene el circuito de la figura 2.9b. Para intentar distinguir las dos cajas negras se podría conectar entre los dos terminales de salida una fuente de tensión de valor variable y medir para cada tensión la corriente que circula por los terminales (figura 2.10).

La corriente i , de entrada a la caja A, será la suma de las corrientes que circulan por las resistencias de 2Ω y 8Ω :

$$i = \frac{v - 10}{2} + \frac{v}{8} = \frac{v}{1,6} - 5$$

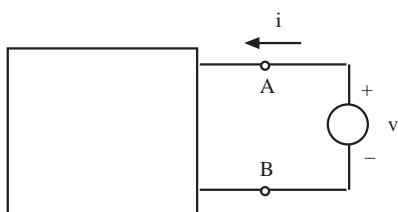


Fig. 2.10 Medida de la característica i-v de una "caja negra"

mientras que para la caja B la corriente de entrada será:

$$i = \frac{v-8}{1,6} = \frac{v}{1,6} - 5$$

de donde resulta idéntica corriente para ambas cajas, cualquiera que sea el valor de v . Lo mismo sucedería si se conectara entre los terminales de salida una fuente de corriente de valor variable y se midiera la tensión entre terminales. Las dos cajas resultan eléctricamente indistinguibles, y en consecuencia se dice que son equivalentes.

El concepto de circuito equivalente se usa extensamente en electrónica para describir el funcionamiento de dispositivos. En estos casos se dice que el dispositivo se comporta como su circuito equivalente y son por tanto intercambiables. También se usa para simplificar circuitos.

2.5 Resistencias en serie. El divisor de tensión

Se dice que dos resistencias están en *serie* cuando comparten un nudo común al cual no hay conectado ningún otro elemento. En consecuencia la corriente que las atraviesa es la misma. En la figura 2.11a se representan las resistencias R_1 y R_2 conectadas en serie. Aplicando la ley de tensiones de Kirchhoff resulta:

$$V_G = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2) \quad (2.4)$$

En la figura 2.11b se presenta un circuito equivalente de las dos resistencias conectadas en serie, una única resistencia de valor R_s . En efecto, la ley de tensiones de Kirchhoff aplicada a este segundo circuito establece que:

$$V_G = IR_s \quad (2.5)$$

e identificando con 2.4 resulta:

$$R_s = R_1 + R_2 \quad (2.6)$$

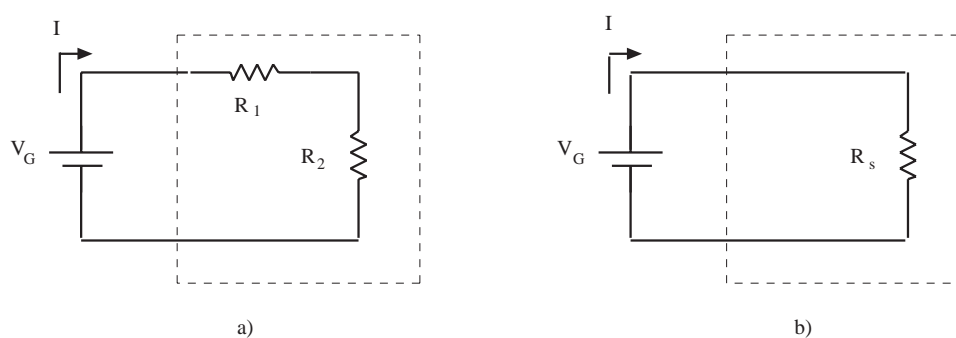


Fig. 2.11 a) Conexión de R_1 y R_2 en serie. b) Resistencia equivalente

Cuando en lugar de dos resistencias hay n resistencias en serie, su circuito equivalente es una resistencia de valor la suma de todas ellas.

Considérese el circuito de la figura 2.12a. La tensión que aparece en los terminales de salida A y B es una fracción de la tensión v_g . Por esta razón se denomina a este circuito *divisor de tensión*. Cuando la corriente de salida por el terminal A es nula ($i_o = 0$), la tensión entre A y B puede calcularse de la siguiente forma:

$$v_o = iR_2 = \frac{v_g}{R_1 + R_2} R_2 = v_g \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.7)$$

Obsérvese que el factor que multiplica a v_g en la última expresión es inferior a la unidad.

Existe en el mercado un componente denominado *resistencia variable* cuyo símbolo está incluido en la figura 2.12b. Consiste en una resistencia que tiene un tercer terminal que hace contacto en un punto intermedio de ella. Este punto de contacto puede desplazarse, a voluntad del usuario, desde un extremo al otro. Denominando R_p a la resistencia total entre los terminales a y c, la resistencia entre el terminal b y el c es xR_p , y la resistencia entre los terminales a y b es $(1-x)R_p$. En estas expresiones, x puede variar entre 0 y 1. El comportamiento del circuito de la figura 2.12b es idéntico al de la 2.12a sin más que tomar como R_1 y R_2 las resistencias $(1-x)R_p$ y xR_p . Así, a partir de 2.7:

$$v_o = v_g \frac{xR_p}{(1-x)R_p + xR_p} = xv_g \quad (2.8)$$

Obsérvese que según la posición x del cursor, v_o varía entre 0 y v_g .

47

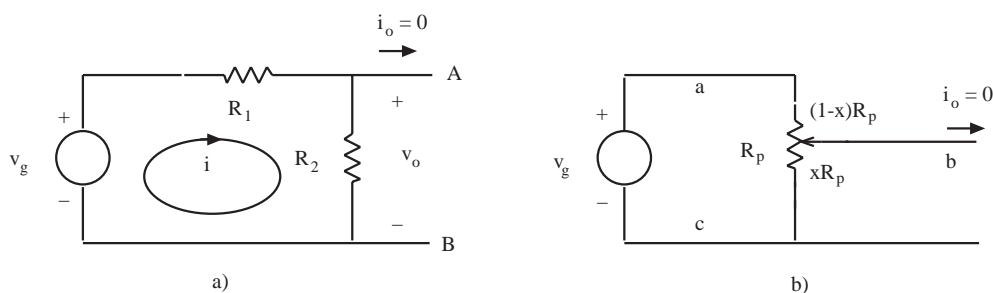


Fig. 2.12 a) Divisor de tensión. b) Resistencia variable como divisor de tensión

Ejemplo 2.6

¿Qué valor debe tener la resistencia R_2 del circuito de la figura 2.12a para que v_{AB} sea la mitad de v_g ?

De acuerdo a la expresión 2.7, se requiere que $R_2 = R_1$.

Ejercicio 2.6

En el circuito de la figura 2.12b el valor total de la resistencia variable es de $10 \text{ k}\Omega$. Si la resistencia entre b y c es de $2 \text{ k}\Omega$, ¿cuál es el valor de la tensión entre b y c, si v_g es 5 V ? ¿Y entre a y b?

Solución: $V_{bc} = 1 \text{ V}; \quad V_{ab} = 4 \text{ V}$

2.6 Resistencias en paralelo. El divisor de corriente

Se dice que dos resistencias están conectadas en *paralelo* cuando las dos están conectadas entre los mismos nudos. En consecuencia, la tensión entre sus terminales es la misma. En la figura 2.13a se representan dos resistencias conectadas en paralelo. Aplicando análisis de nudos al circuito de la figura 2.13a, obtenemos:

$$i_g = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} = v \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \quad (2.9)$$

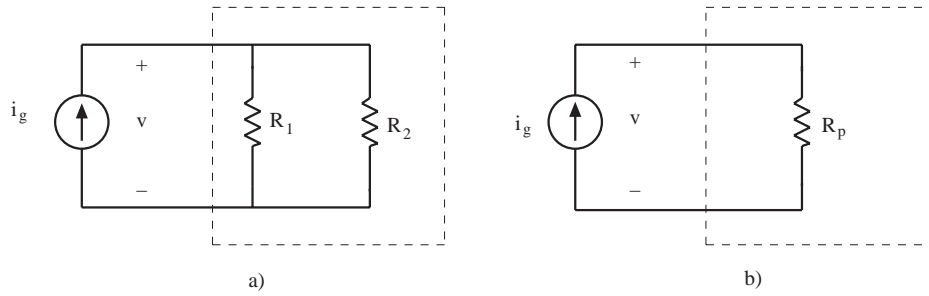


Fig. 2.13 a) Conexión en paralelo de R_1 y R_2 . b) Resistencia equivalente

48

En el circuito de la figura 2.13b se representa el circuito equivalente de dos resistencias conectadas en paralelo, una resistencia de valor R_p . Analizando por nudos este circuito, resulta:

$$i_g = \frac{v}{R_p} \quad (2.10)$$

Identificando 2.9 con 2.10 resulta que la inversa de la resistencia equivalente de dos resistencias conectadas en paralelo es la suma de las inversas de dichas resistencias:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2.11)$$

Esta expresión puede extenderse al caso de n resistencias en paralelo: la inversa de la resistencia equivalente es la suma de las inversas de las resistencias. En el caso de que hubiera *sólo dos* resistencias en paralelo, la expresión 2.11 puede presentarse de otra forma:

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.12)$$

La resistencia equivalente es el producto dividido por la suma de las dos resistencias. Esta última expresión no es generalizable al caso de más de dos resistencias en paralelo.

Ejemplo 2.7

Calcular la resistencia equivalente de: a) dos resistencias iguales en paralelo; b) n resistencias iguales en paralelo.

a) Aplicando 2.12, si $R_1 = R_2 = R$, resulta $R_p = R/2$; b) Aplicando 2.11 resulta $R_p = R/n$

Ejercicio 2.7

Calcular el valor aproximado de la resistencia equivalente de dos resistencias R_1 y R_2 en paralelo, si R_2 es mucho mayor que R_1 .

Solución: $R_p \approx R_1$



Al circuito de la figura 2.13a se le denomina también *divisor de corriente*. La corriente i_g que llega al nudo se divide entre la que circula por R_1 y la que circula por R_2 . Esta última corriente, i_2 , será v/R_2 , y teniendo en cuenta 2.9 resulta:

$$i_2 = i_g \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (2.13)$$

que se puede enunciar diciendo que la corriente que circula por una rama es la corriente que entra al nudo, dividida por la suma de las resistencias de las dos ramas, y multiplicada por la resistencia de la otra rama.

49

Ejercicio 2.8

¿Qué valor debe tener R_2 en el divisor de corriente de la figura 2.13a si se desea que la corriente que la atraviesa sea la décima parte de la que entra al nudo?

Solución: $R_2 = 9 R_1$

2.7 Reducción de circuitos resistivos

En el análisis de circuitos aparece con cierta frecuencia el problema de hallar la resistencia equivalente vista entre dos puntos. La utilización de los conceptos de *resistencia equivalente*, *serie* y *paralelo* permite resolver un gran número de casos, aunque hay que señalar que no siempre es posible. La consideración de dos ejemplos puede ilustrar esta problemática.

Ejemplo 2.8

Hallar la resistencia equivalente que "ve" la fuente de tensión v_g de la figura 2.14.

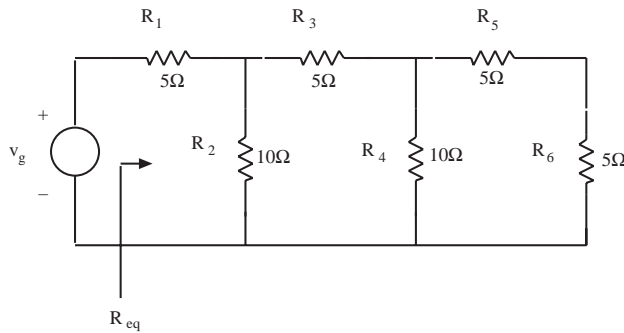


Fig. 2.14 Circuito del ejemplo 2.8

Empezando el análisis por la parte derecha del circuito, se observa que las resistencias R_6 y R_5 están en serie. Equivalen a una resistencia de $10\ \Omega$. Esta resistencia equivalente está a su vez en paralelo con R_4 , agrupación que podemos sustituir por una resistencia de $5\ \Omega$. Y, de nuevo, esta resistencia equivalente está conectada en serie con R_3 , con lo que se repite el proceso anterior. Procediendo de esta forma puede determinarse fácilmente que la resistencia que "ve" la fuente v_g es de $10\ \Omega$.



Hay casos en los que no es posible reducir un circuito asociando las resistencias en serie y en paralelo y sustituyendo éstas por su resistencia equivalente. Un ejemplo es el circuito de la figura 2.16. En dicho circuito no hay ninguna resistencia en serie ni en paralelo. En la figura 2.15 se presentan algunas configuraciones típicas con resistencias.

50

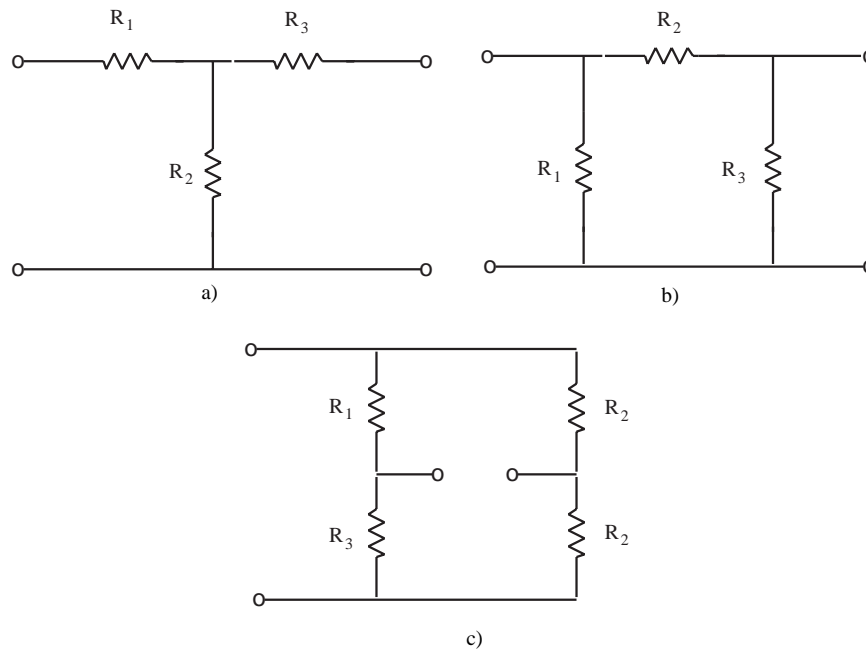


Fig. 2.15 Algunas configuraciones especiales de circuitos: a) Conexión en estrella o en T. b) Conexión en triángulo o en π . c) Conexión en puente

Un método más general, pero que sólo se emplea cuando el procedimiento anterior no puede aplicarse, consiste en conectar entre los puntos entre los que se desea calcular la resistencia equivalente un generador "de prueba" v_x . Calculando la corriente que entrega este generador, i_x , puede calcularse la resistencia equivalente haciendo:

$$R_{eq} = \frac{v_x}{i_x} \quad (2.14)$$

Si se encierra todo el circuito conectado al generador de prueba en una "caja negra", otro circuito consistente en una resistencia R_{eq} daría la misma corriente i_x que el primero, y por tanto sería equivalente.

Ejemplo 2.9

Calcular la resistencia equivalente vista desde los terminales A y B de la figura 2.16. Suponer las cinco resistencias de valor 1Ω .

En este circuito no se puede encontrar ninguna resistencia en serie ni en paralelo, y por tanto no se puede proceder a la simplificación del circuito como en el ejemplo anterior. En este caso, se conectará el generador de prueba v_x entre los terminales A y B y se calculará i_x haciendo uso, por ejemplo, del método de nudos. Las ecuaciones son:

$$2v_x = i_x + v_2 + v_3$$

$$v_x = 3v_2 - v_3$$

$$v_x = -v_2 + 3v_3$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se encuentra que:

$$i_x = v_x / 1 \Omega$$

Por tanto, la resistencia equivalente del circuito será:

$$R_{eq} = \frac{v_x}{i_x} = 1 \Omega$$

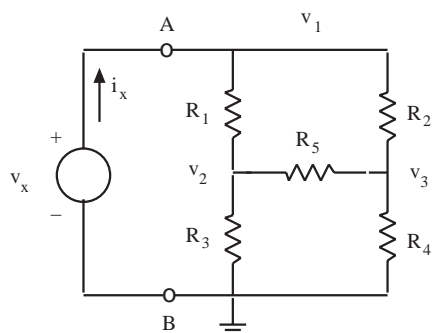


Fig. 2.16 Circuito del ejemplo 2.9

Cuestiones

C2.1 Razonar, utilizando las leyes de Kirchhoff, si son correctos o no los circuitos siguientes:

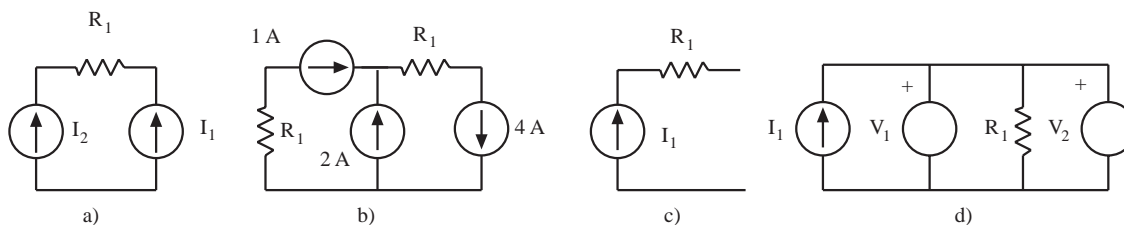


Fig. C2.1

- C2.2** La potencia media que disipa una resistencia cuando se le aplica una forma de onda senoidal y una forma de onda triangular, de igual amplitud, ¿es la misma? ¿Y si las señales tienen el mismo valor eficaz?
- C2.3** Si la potencia máxima que puede disipar una resistencia es P_{\max} , ¿existe alguna restricción en cuanto a los valores máximos de tensión aplicada y de corriente que puede circular por ella?
- C2.4** ¿Puede ser negativa la potencia disipada en un elemento resistivo? ¿Y por un generador?
- C2.5** En un circuito se desea una resistencia de valor variable. Dibujar las dos posibles formas de montar dicha resistencia en el circuito.
- C2.6** Justificar a partir del divisor de corriente por qué al cortocircuitar una resistencia no pasa corriente por ella.
- C2.7** Demostrar que la fórmula $R_1/R_2 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ no es directamente extrapolable a más de dos resistencias.
- C2.8** Según los circuitos de la figura, ¿por qué resistencia (R_a , R_b , R_c , R_d o R_e) pasará más corriente? Suponer que todas las resistencias tienen el mismo valor óhmico.

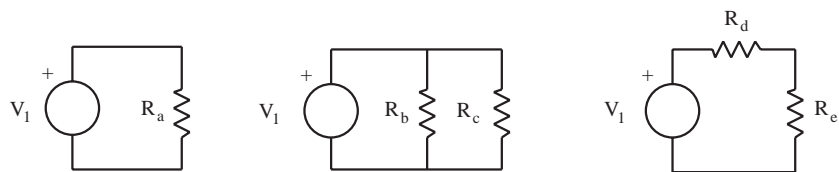


Fig. C2.8

52

- C2.9** ¿Es equivalente analizar un circuito aplicando el método de nudos que aplicando el método de mallas?
- C2.10** ¿Cuántas ecuaciones aparecen al aplicar la ley de Kirchhoff de corrientes en un circuito con N nudos? ¿Cuántas tensiones de nudo hay que calcular? ¿Por qué se pueden sustituir las corrientes que circulan por las resistencias? ¿Cuáles son los términos independientes?
- C2.11** Los dos circuitos equivalentes de la figura, ¿producen la misma disipación de potencia en la resistencia de carga R_L ?

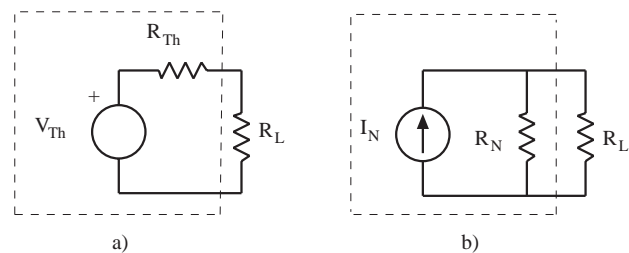


Fig. C2.11

- C2.12** Indicar algún motivo por el que, en algunas aplicaciones, las resistencias comerciales no puedan llegar a modelarse por resistencias ideales.

Problemas

P2.1 Hallar el valor de la resistencia para cada una de las características i-v de la figura P2.1.

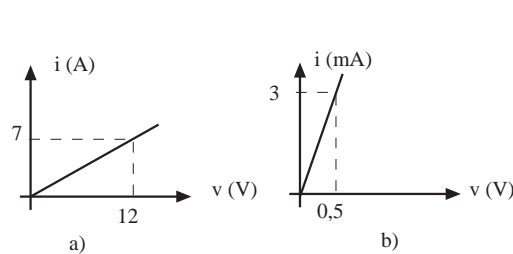


Fig. P2.1

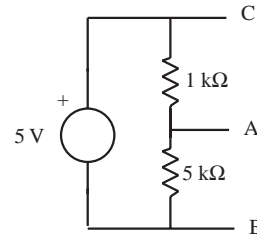


Fig. P2.3

P2.2 La tensión entre los terminales de un elemento resistivo viene dada por $5 \cdot \sin(\omega t)$, y la corriente que la atraviesa por $15 \cdot \sin(\omega t)$. a) ¿Cuál es el valor de este elemento? b) ¿Cuál es la potencia media que disipa?

P2.3 Hallar la característica i-v en el circuito de la figura P2.3 desde los terminales A-B, y desde C-A. ¿Es la misma? En conclusión, ¿la característica i-v depende de qué puntos del circuito se toma?

P2.4 En la figura P2.4b se muestra la característica i-v del dispositivo activo. Se pide: a) Obtener un circuito equivalente sencillo para el dispositivo activo. b) Obtener la característica i-v del circuito resistivo. c) ¿Cuál sería el valor de la tensión y de la corriente a la entrada del dispositivo activo si se le conectara el circuito resistivo? d) Obtener en las condiciones del apartado anterior el valor de la tensión de salida V_o .

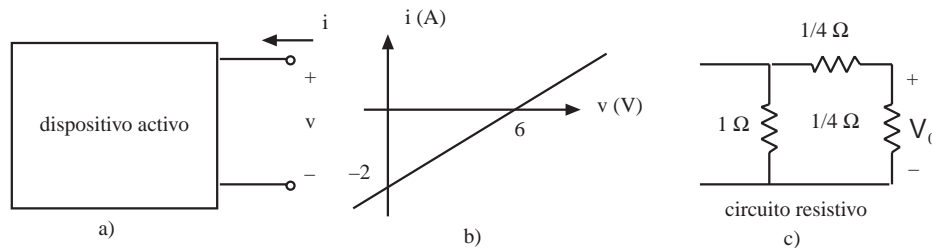


Fig. P2.4

P2.5 Si una resistencia disipa 1 W de potencia cuando circula por ella una corriente de 10 mA, ¿qué tensión cae entre sus terminales? ¿Cuál es el valor óhmico de dicha resistencia?

P2.6 ¿Cuál debe ser el valor de x del cursor del potenciómetro para que la resistencia R de la figura P2.6 disipe 36 mW de potencia?

P2.7 En el circuito de la figura P2.7, calcular el valor de la potencia entregada (o recibida) por cada uno de los dos generadores.

P2.8 Escribir las ecuaciones resultantes de aplicar las leyes de Kirchhoff en los siguientes circuitos:

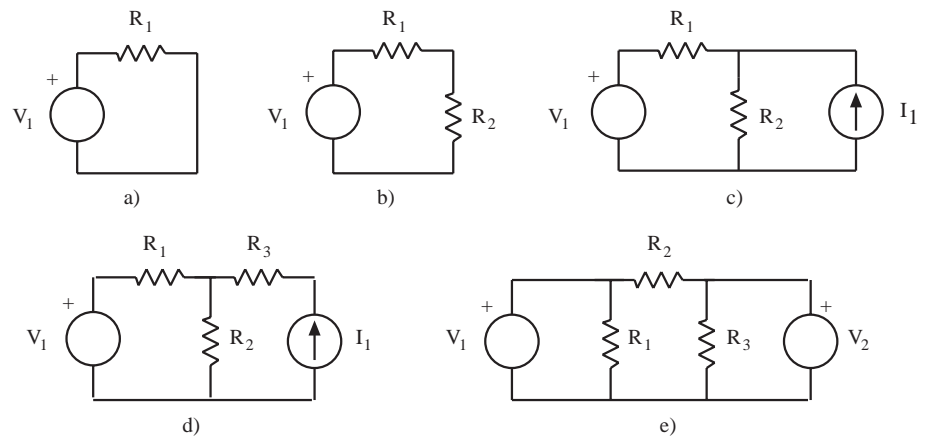


Fig. P2.8

P2.9 Hallar v_x por el método de nudos y i_x por el de mallas.

54

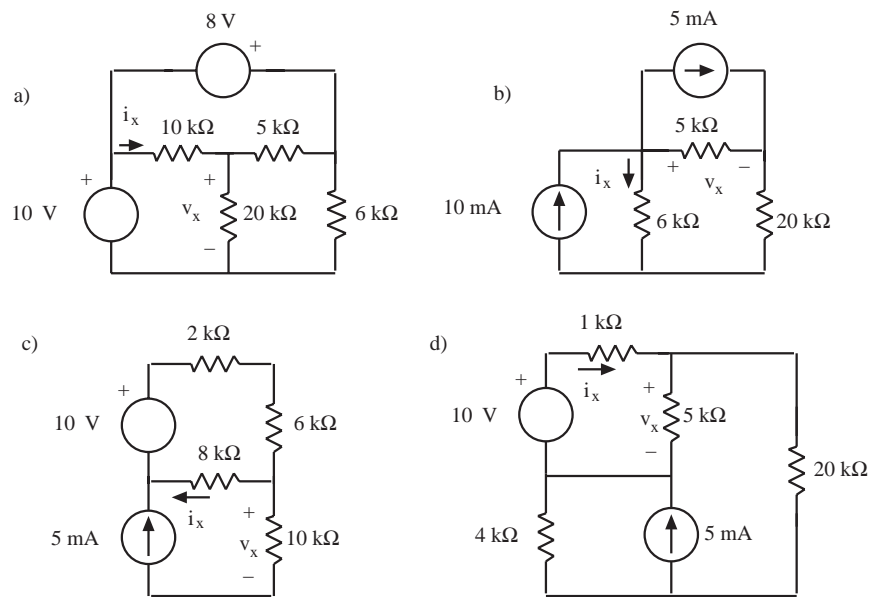


Fig. P2.9

P2.10 Calcular i_x en el circuito de la figura P2.10 empleando técnicas de reducción de resistencias y divisores de corriente.

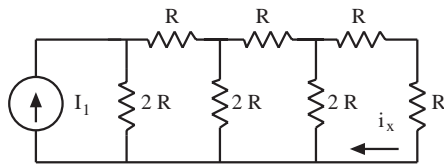


Fig. P2.10

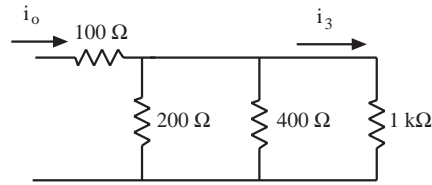


Fig. P2.11

P2.11 Encontrar el valor de i_o en el circuito de la figura P2.11 sabiendo que $i_3 = 5 \text{ mA}$.

P2.12 ¿Cuál ha de ser el valor de la alimentación V_{cc} para que con los valores de las resistencias existentes en el circuito de la figura P2.12, V_o sea de 2 V?

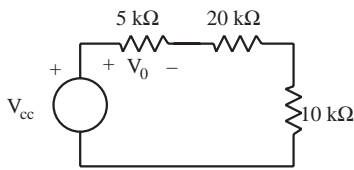


Fig. P2.12

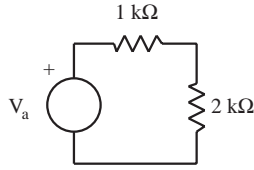


Fig. P2.13

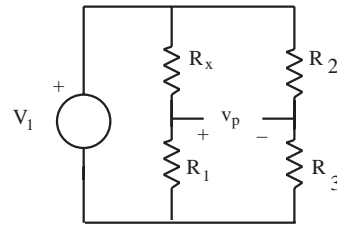
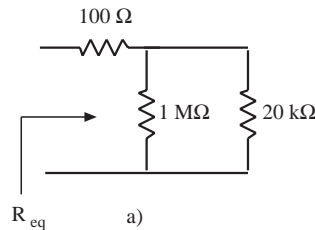


Fig. P2.14

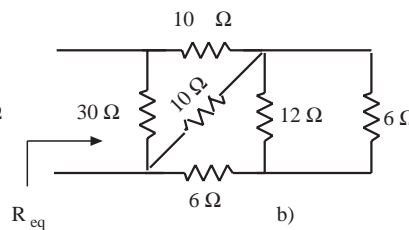
P2.13 Siendo 1 W la potencia máxima que pueden disipar cada una de las resistencias ¿cuál puede ser el valor máximo de la tensión V_a aplicable al circuito de la figura P2.13 para no exceder la limitación de potencia de ninguna de las resistencias?

P2.14 En el circuito de la figura P2.14, hallar el valor de R_x si R_1 , R_2 y R_3 son conocidos y si se cumple que $v_p = 0$.

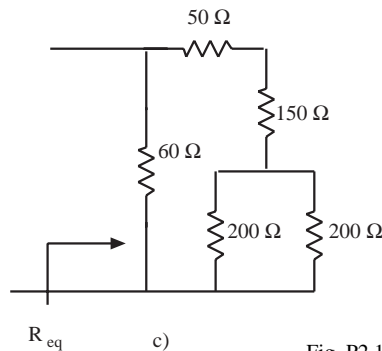
P2.15 Hallar la resistencia equivalente de los siguientes circuitos resistivos:



a)

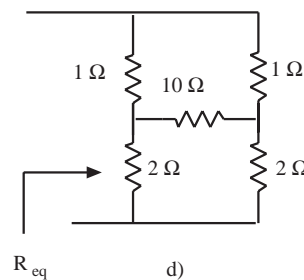


b)



c)

Fig. P2.15



d)

- P2.16** Dado el circuito de la figura P2.16, se pide: a) Calcular la resistencia equivalente en A-A'. b) Calcular $i_2(V_o)$ y representarla gráficamente. c) Calcular $v_1(V_o)$ y representarla gráficamente. d) Potencia entregada por el generador de tensión V_o . e) Potencia disipada en R_1 . f) Calcular R_o para que la potencia disipada en R_1 sea máxima.
- P2.17** Encontrar los valores de R_1 y R_2 que forman la red de adaptación para que se cumplan las relaciones de resistencias vistas desde el generador y la carga de la figura P2.17.

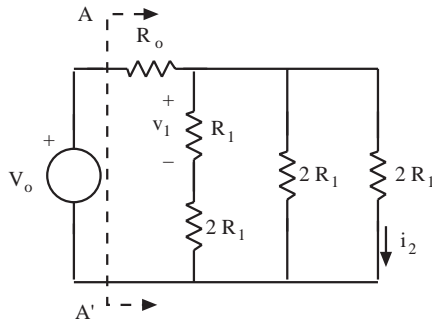


Fig. P2.16

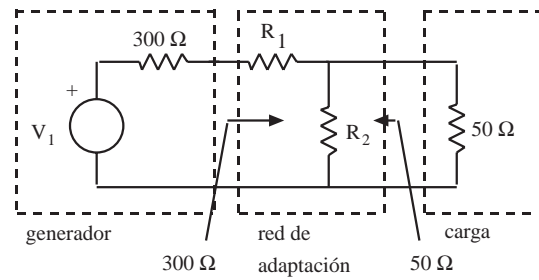


Fig. P2.17

- P2.18** Calcular la resistencia equivalente del circuito de la figura P2.18 (3 grupos en serie de 3 resistencias en paralelo cada uno).
- P2.19** Calcular la resistencia equivalente del circuito de la figura P2.19 (3 grupos en paralelo de 3 resistencias en serie cada uno).
- P2.20** Encontrar los valores de las resistencias r_a , r_b y r_c de la red en T en función de R_A , R_B y R_C de la red en π , de forma que ambas configuraciones sean equivalentes desde los terminales 1-2 y 3-4.

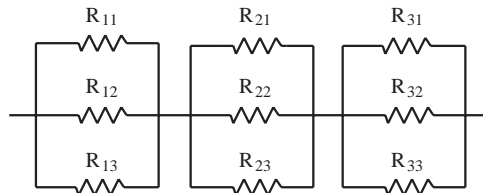


Fig. P2.18

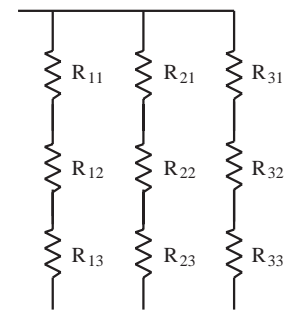


Fig. P2.19

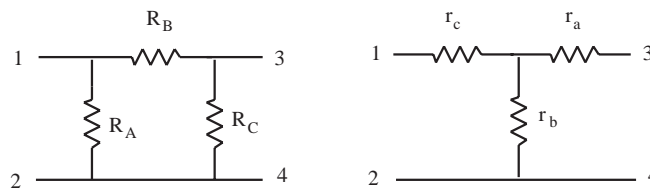


Fig. P2.20

Capítulo 3

Circuitos lineales

3.1 Linealidad y superposición

En los dispositivos y circuitos electrónicos se dan dependencias funcionales de unas variables (corrientes y tensiones) respecto a otras. Así, por ejemplo, la caída de tensión en una resistencia es función de la corriente que la atraviesa; la corriente en un transistor es función de las tensiones aplicadas a sus terminales; la tensión en un nudo de un circuito es función de las fuentes o generadores independientes del circuito. Las características de estas funciones son similares a las de otras funciones que aparecen en áreas de conocimiento tan alejadas de la electrónica como la economía o la psicología. Por esta razón el estudio de las funciones se realiza de una forma independiente de su área de aplicación. En este texto daremos una breve descripción matemática de la definición de linealidad de una función, y posteriormente "traduciremos" su significado al ámbito específico de los circuitos electrónicos.

57

La linealidad es una propiedad matemática que poseen algunas funciones. Esta propiedad suele estudiarse dentro del contexto del álgebra lineal. En este contexto, se dice que *una aplicación* de un espacio vectorial E en otro F *es lineal si cumple la siguiente propiedad*:

$$f(k_1 \cdot \vec{u}_1 + k_2 \cdot \vec{u}_2) = k_1 \cdot f(\vec{u}_1) + k_2 \cdot f(\vec{u}_2) \quad (3.1)$$

en donde \vec{u} son elementos del espacio vectorial E, y k son constantes arbitrarias. Esta definición permite unificar el tratamiento de entes tan diversos como funciones de una o varias variables, de operaciones como la derivación y la integración, y de ecuaciones diferenciales entre otros. Se remite al lector interesado en profundizar sobre este tema a algún texto básico de álgebra lineal.

Una propiedad que presentan las aplicaciones lineales es la *superposición*. Consideremos un vector \vec{u}_a . Este vector, perteneciente al espacio vectorial E de dimensión n, puede expresarse de la siguiente forma:

$$\vec{u}_a = \vec{u}_{a1} + \vec{u}_{a2} + \dots + \vec{u}_{an} \quad (3.2)$$

en donde cada vector \vec{u}_{ai} tiene todas sus componentes nulas excepto la componente i:

$$\vec{u}_{ai} = 0 \cdot \vec{i}_1 + \dots + u_{ai} \cdot \vec{i}_i + \dots + 0 \cdot \vec{i}_n \quad (3.3)$$

siendo \vec{i}_j el vector j-ésimo de la base del espacio vectorial E. Aplicando la propiedad de linealidad 3.1 resulta:

$$f(\vec{u}_a) = f(\vec{u}_{a1} + \vec{u}_{a2} + \dots + \vec{u}_{an}) = f(\vec{u}_{a1}) + f(\vec{u}_{a2}) + \dots + f(\vec{u}_{an}) \quad (3.4)$$

Obsérvese que $f(\vec{u}_{ai})$ es el valor que toma la aplicación para un vector que tiene todas sus componentes nulas excepto la i-ésima. En consecuencia, la expresión 3.4 expresa el principio de superposición: *el valor de la aplicación para un vector arbitrario puede obtenerse sumando los n valores que se obtendrían para vectores que tuvieran todas las componentes nulas excepto una de ellas.*

La "traducción" de esta definición matemática al contexto de circuitos electrónicos es simple. Supongamos, inicialmente, una función de una sola variable independiente. En este caso el espacio vectorial es unidimensional y la definición 3.1 se convierte en:

$$f(k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2) = k_1 \cdot f(x_1) + k_2 \cdot f(x_2) \quad (3.5)$$

donde x es la variable independiente.

Ejemplo 3.1

¿Es lineal la potencia disipada por una resistencia en función de la intensidad que circula por ella? ¿Y la caída de tensión entre sus terminales en función de su intensidad?

La potencia disipada viene dada por:

$$P_R(i) = i^2 \cdot R$$

Esta función es no lineal puesto que no cumple 3.5:

$$P_R(k_1 \cdot i_1 + k_2 \cdot i_2) = (k_1 \cdot i_1 + k_2 \cdot i_2)^2 \cdot R \neq k_1 \cdot P_R(i_1) + k_2 \cdot P_R(i_2) = k_1 \cdot i_1^2 \cdot R + k_2 \cdot i_2^2 \cdot R$$

En cambio, la función caída de tensión en una resistencia en función de la corriente en ella:

$$V_R(i) = R \cdot i$$

sí que es una función lineal ya que cumple 3.5:

$$V_R(k_1 \cdot i_1 + k_2 \cdot i_2) = (k_1 \cdot i_1 + k_2 \cdot i_2) \cdot R = k_1 \cdot i_1 \cdot R + k_2 \cdot i_2 \cdot R = k_1 \cdot V_R(i_1) + k_2 \cdot V_R(i_2)$$

Ejercicio 3.1

El diodo es un dispositivo de dos terminales cuya corriente es función de la tensión aplicada a sus terminales:

$$i_D = I_s \cdot (e^{v/V_T} - 1)$$

en donde I_s y V_T son constantes. ¿Es lineal la corriente en el diodo respecto a la tensión aplicada a sus terminales?

Solución: No es lineal.



Consideremos ahora el caso de una función de dos o más variables independientes:

$$f(x, y, \dots, z)$$

Esta función puede expresarse en forma vectorial definiendo una base de vectores constituida por cada una de las variables independientes, en la cual las componentes de un vector \vec{u} son los valores particulares que toman sus variables independientes:

$$\begin{aligned} \vec{u}_1 &= (x_1, y_1, \dots, z_1) \\ \vec{u}_2 &= (x_2, y_2, \dots, z_2) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Para comprobar la linealidad de la función f debe cumplirse 3.1. Las componentes del vector

$$\vec{u} = k_1 \cdot \vec{u}_1 + k_2 \cdot \vec{u}_2,$$

serán:

$$u = [(k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2), (k_1 \cdot y_1 + k_2 \cdot y_2), \dots, (k_1 \cdot z_1 + k_2 \cdot z_2)] \quad (3.7)$$

y deberá cumplirse:

$$f(\vec{u}) = k_1 \cdot f(\vec{u}_1) + k_2 \cdot f(\vec{u}_2) \quad (3.8)$$

Ejemplo 3.2

En el circuito de la figura 3.1 hállese la relación funcional entre v_o y las fuentes independientes v_g e i_g . ¿Es lineal esta función?

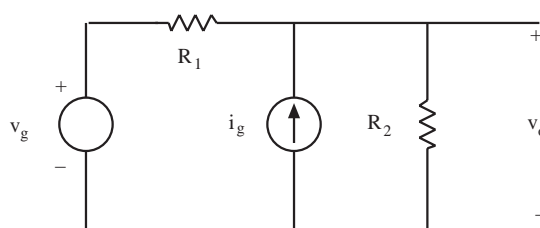


Fig. 3.1 Circuito ejemplo 3.2

Aplicando análisis de nudos:

$$i_g + \frac{v_g - v_o}{R_1} = \frac{v_o}{R_2}$$

y despejando v_o :

$$v_o = v_g \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + i_g \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Obsérvese que para cada par de valores de v_g y de i_g existe un valor de v_o . Por esto, puede considerarse que v_o es función de un vector \vec{u} cuyas componentes son (v_g, i_g) . Esta función será lineal si:

$$v_o(k_1 \cdot \vec{u}_1 + k_2 \cdot \vec{u}_2) = k_1 \cdot v_o(\vec{u}_1) + k_2 \cdot v_o(\vec{u}_2)$$

donde $\vec{u}_1 = (v_{g1}, i_{g1})$ y $\vec{u}_2 = (v_{g2}, i_{g2})$. Como:

$$k_1 \vec{u}_1 + k_2 \vec{u}_2 = (k_1 v_{g1} + k_2 v_{g2}, k_1 i_{g1} + k_2 i_{g2})$$

Operando resulta:

$$v_o(k_1 \vec{u}_1 + k_2 \vec{u}_2) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot (k_1 \cdot v_{g1} + k_2 \cdot v_{g2}) + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot (k_1 \cdot i_{g1} + k_2 \cdot i_{g2})$$

y por tanto:

$$v_o(k_1 \vec{u}_1 + k_2 \vec{u}_2) = k_1 \cdot \left[v_{g1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + i_{g1} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right] + k_2 \cdot \left[v_{g2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + i_{g2} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right]$$

con lo cual se cumple la relación de linealidad.

Ejercicio 3.2

En un transistor MOS la corriente de drenador, en una determinada forma de operación, es función de la tensión v_{gs} y de la tensión v_{ds} , según la siguiente expresión:

$$i_{ds} = K \cdot \left[(v_{gs} - V_T) \cdot v_{ds} - \frac{v_{ds}^2}{2} \right]$$

¿Es lineal la corriente del MOS respecto a las tensiones v_{gs} y v_{ds} ?

Solución: La corriente de drenador no es función lineal de las tensiones v_{gs} y v_{ds} .

60

Ejercicio 3.3

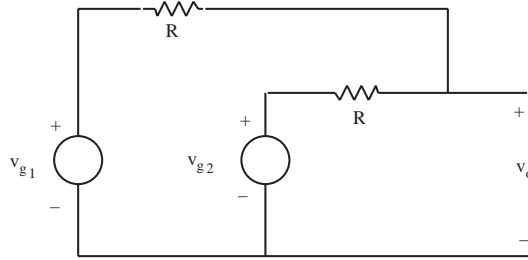


Fig. 3.2 Circuito ejercicio 3.3

Hallar v_o en el circuito de la figura 3.2 e indicar si es lineal.

Solución

$$v_o = \frac{1}{2} \cdot (v_{g1} + v_{g2})$$

Es, por tanto, un circuito lineal.



La traducción de la propiedad de superposición formulada en 3.4 para funciones de varias variables tomará, en este caso, la siguiente forma:

$$f(x_a, y_a, \dots, z_a) = f(x_a, 0, \dots, 0) + f(0, y_a, \dots, 0) + \dots + f(0, 0, \dots, z_a) \quad (3.9)$$

es decir, el valor de la función para un conjunto de valores de las variables independientes puede obtenerse como la suma de los producidos por cada una de las variables, siendo nulas las otras variables independientes.

La tensión en un nudo o la corriente en una rama de un circuito que sólo contenga resistencias lineales y fuentes independientes ideales de tensión o corriente viene dada por una función lineal de

dichos generadores. Es decir, cada generador es una variable independiente de la función. Se suele decir entonces que son *circuitos lineales*. En los próximos capítulos se estudiarán nuevos componentes, algunos de los cuales son lineales, como las fuentes dependientes lineales, los condensadores y las bobinas, mientras que otros no lo son, como es el caso del diodo. Los circuitos constituidos por componentes lineales y fuentes independientes ideales son lineales (en el sentido de que sus corrientes y tensiones son función lineal de las fuentes independientes). Al argumento de la función se le suele denominar *entrada* o *excitación del circuito*, y a la función a calcular *salida* o *respuesta*.

3.2 Cálculo de un circuito por el método de superposición

Como se ha justificado en el apartado anterior, las tensiones en los nudos y las corrientes en las ramas de un circuito lineal son una función lineal de los generadores independientes. Al ser una función lineal cumple la propiedad de superposición: la salida correspondiente a la acción simultánea de n entradas independientes puede obtenerse sumando las salidas producidas por cada una de las entradas siendo nulas las otras. La aplicación de este principio permite resolver un circuito lineal por el método de superposición, que consiste en aplicar el siguiente procedimiento:

1. Se anulan todas las fuentes independientes excepto la fuente j .
2. Se calcula la salida producida por la fuente j .
3. Se repiten los pasos 1 y 2 para el resto de fuentes independientes.
4. La salida del circuito completo se obtiene sumando las salidas producidas por cada una de las fuentes por separado.

Para anular una fuente de tensión ideal hay que sustituirla por un cortocircuito (ya que de esta forma se asegura que entre sus terminales haya una tensión nula sin imponer ninguna restricción a la corriente que la atraviesa). Para anular una fuente de corriente ideal hay que sustituirla por un circuito abierto, ya que así se asegura que la intensidad que la atraviesa sea nula, sin imponer restricciones a la tensión entre sus terminales.

61

Ejemplo 3.3

Calcular v_o en el circuito del ejemplo 3.2 mediante superposición.

En este circuito el vector u tiene dimensión dos. Las componentes de este vector son v_g e i_g . Para analizar el circuito por superposición debe calcularse v_{o1} , salida producida por v_g siendo nula i_g , y v_{o2} , producida por i_g con v_g nula. En la figura 3.3 se representan los circuitos para el cálculo de v_{o1} y de v_{o2} .

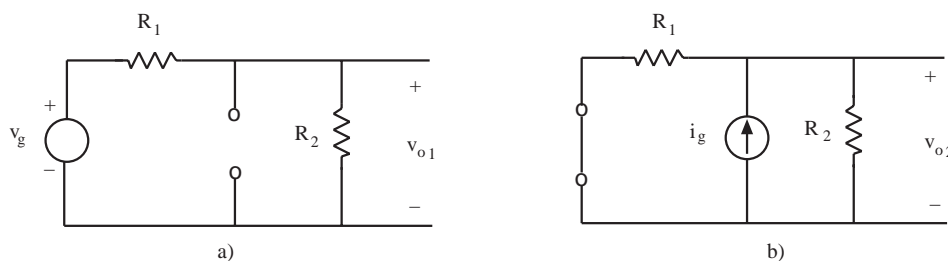


Fig. 3.3 Circuitos para el cálculo de a) v_{o1} y b) v_{o2}

$$v_{o1} = v_g \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$v_{o2} = i_g \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

donde la primera expresión ha sido hallada por divisor de tensión y la segunda mediante paralelo de resistencias. Por tanto: $v_o = v_{o1} + v_{o2}$ que, operando, conduce al mismo resultado obtenido en el ejemplo 3.2.

Ejercicio 3.4

Resolver el ejercicio 3.3 aplicando el método de superposición.

3.3 Circuitos equivalentes de Thévenin y de Norton

La aplicación del principio de superposición a un circuito lineal con varias excitaciones facilita la obtención de circuitos equivalentes simples constituidos por una resistencia en serie con una fuente independiente de tensión (Thévenin) o una resistencia en paralelo con una fuente independiente de corriente (Norton).

Considérese la figura 3.4a, que muestra una "caja negra" que contiene un circuito lineal, del que aparecen al exterior dos terminales A y B. Se trata de encontrar un circuito equivalente al encerrado en la "caja negra" y que sea lo más simple posible. Tal como se estableció en el capítulo anterior, será equivalente cualquier circuito que presente entre A y B la misma característica i-v. Para encontrar esta característica i-v se conecta a la salida una fuente independiente de tensión v , y se calcula la corriente i que sale del circuito, suponiendo que éste contiene n fuentes independientes de tensión y m fuentes independientes de corriente, tal como se indica en la figura 3.4b. Debido al carácter lineal del circuito, la corriente será una combinación lineal (superposición) de las $n+m+1$ fuentes independientes del circuito:

$$i = a_1 \cdot v_1 + a_2 \cdot v_2 + \dots + a_n \cdot v_n + b_1 \cdot i_1 + \dots + b_m \cdot i_m + c \cdot v \quad (3.10)$$

donde a_j , b_j y c son constantes.

Cuando se anula el generador independiente v , la corriente que circula entre A y B se la denomina *corriente de cortocircuito* i_{cc} , ya que anular una fuente de tensión significa sustituirla por un cortocircuito. De acuerdo con 3.10 esta corriente contendrá todos los términos excepto el último:

$$i_{cc} = a_1 \cdot v_1 + a_2 \cdot v_2 + \dots + a_n \cdot v_n + b_m \cdot i_m \quad (3.11)$$

Así pues, la expresión 3.10 podrá escribirse como:

$$i = i_{cc} + c \cdot v \quad (3.12)$$

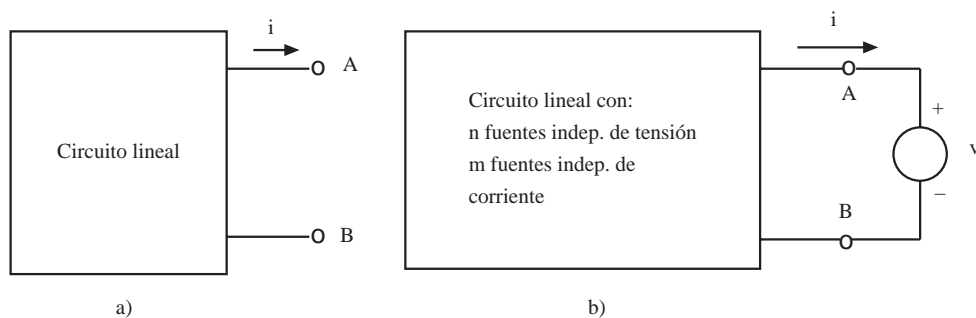


Fig. 3.4 Circuito lineal "encerrado en una caja negra"

Para encontrar un circuito equivalente al considerado en 3.4a, debe buscarse un circuito que, "encerrado en una caja negra" como el anterior, con dos terminales externos A y B entre los que se conecte una fuente de tensión v , produzca una corriente i igual que la dada por 3.12. En la figura 3.5 se muestran los dos circuitos más simples que cumplen esta propiedad: el equivalente Thévenin (3.5a) y el equivalente Norton (3.5b).

Para el equivalente Thévenin:

$$i = \frac{v_{th} - v}{R_{th}} = \frac{v_{th}}{R_{th}} - \frac{1}{R_{th}} \cdot v \quad (3.13)$$

63

que es idéntica a la expresión 3.12 sin más que hacer $i_{cc} = v_{th}/R_{th}$ y $c = -1/R_{th}$. Para el equivalente de Norton:

$$i = i_n - \frac{v}{R_n} \quad (3.14)$$

expresión también idéntica a 3.12 si se hace $i_{cc} = i_n$ y $c = -1/R_n$.

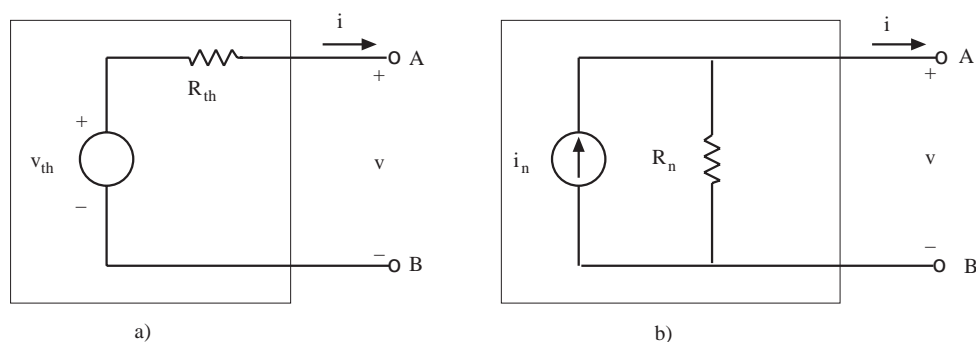


Fig. 3.5 a) Circuito Thévenin b) Circuito Norton

Las expresiones 3.12, 3.13 y 3.14 ponen de manifiesto la equivalencia entre los circuitos considerados. Sin embargo, existe un procedimiento más simple que el indicado para calcular los pará-

metros v_{th} , R_{th} , i_n , R_n . Como un circuito y su equivalente tienen la misma característica i - v , deben tener el mismo comportamiento para cualquier valor de i y de v . En particular, cuando entre los terminales de salida hay un circuito abierto ($i = 0$), la tensión entre terminales debe ser la misma. En el circuito Thévenin esta tensión es v_{th} , por lo que el circuito encerrado en la caja negra también debe presentar esta tensión.

Análogamente, si se cortocircuitaran los terminales de salida ($v = 0$), el análisis del circuito Norton muestra que la corriente que circularía por el cortocircuito sería i_n , (si circulara corriente a través de R_n la tensión entre los terminales de salida no sería nula como exige la presencia del cortocircuito), e idéntica corriente debería circular por los terminales A y B cortocircuitados del circuito considerado.

La expresión 3.10 muestra que si se anulasen todas las fuentes internas y sólo se mantuviese el generador externo v , la corriente sería $i = c.v$. Aplicando el mismo principio a los circuitos Thévenin y Norton, las ecuaciones 3.13 y 3.14 muestran que $i = -v/R_{th}$ y $i = -v/R_n$. Como la corriente debe ser la misma en los tres casos, es obvio que $R_{th} = R_n = -1/c$. La forma práctica de hallar esta resistencia consiste en realizar el siguiente procedimiento:

1. Se conecta entre los terminales de salida una fuente independiente de tensión v_x .
2. Se anulan todas las fuentes independientes internas (para anular i_{cc} en 3.12).
3. Se calcula la corriente i_x que la fuente v_x introduce al circuito.
4. Se calcula la resistencia haciendo:

$$R_{th} = R_n = \frac{v_x}{i_x} \quad (3.15)$$

64

Ejemplo 3.4

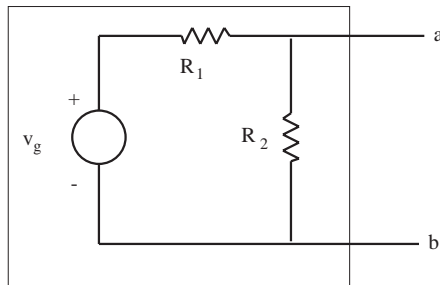


Fig. 3.6 Circuito del ejemplo 3.4

Calcular los circuitos equivalentes Thévenin y Norton del circuito de la figura 3.6.

Para calcular el circuito equivalente Thévenin debe hallarse la tensión entre los terminales a y b en circuito abierto. La corriente que circulará por la malla en estas condiciones será $v_g/(R_1+R_2)$, y la tensión entre a y b:

$$v_{th} = v_g \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.16)$$

Por otra parte, para calcular la resistencia R_{th} se conecta una fuente de tensión "externa", v_x , se anula la fuente independiente v_g y se calcula la corriente i_x (figura 3.7). Esta corriente será:

$$i_x = \frac{v_x}{R_2} + \frac{v_x}{R_1} = v_x \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

y por tanto:

$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{i_x}{v_x} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.17)$$

Para calcular el equivalente Norton se cortocircuitan a y b. La corriente que pasará por el cortocircuito será:

$$i_n = i_{cc} = \frac{v_g}{R_1}$$

y la resistencia R_n será la misma que R_{th} . Estos valores de v_{th} , R_{th} , i_n y R_n son los que hay que dar a los componentes de los circuitos de la figura 3.5 para que sean equivalentes al circuito de la figura 3.6.

Ejercicio 3.5

Calcular los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton del circuito de la figura 3.8, respecto a los terminales A y B.

Solución:

$$v_{th} = 10/3 \text{ V}, \quad R_{th} = 2 \text{ } \Omega;$$

$$i_n = 5/3 \text{ A}, \quad R_n = 2 \text{ } \Omega.$$

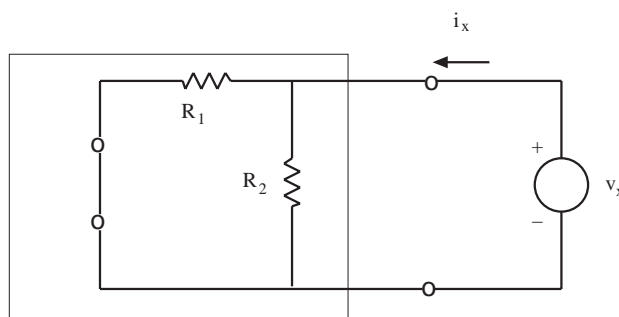


Fig. 3.7 Circuito para el cálculo de R_{th} del ejemplo 3.4

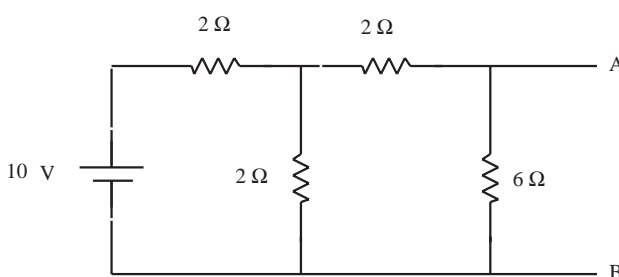


Fig. 3.8 Circuito ejercicio 3.5

3.4 Transferencia de señal

Muchos circuitos electrónicos actúan como "fuente" para transferir una señal a una "carga". Algunos ejemplos pueden ilustrar este concepto. Un amplificador de audio entrega una señal eléctrica que contiene la información de sonido al altavoz, el cual actúa como carga. Un micrófono convierte las ondas acústicas en señales eléctricas y actúa como fuente de señal para el amplificador, el cual actúa ahora como carga. Un cristal piezoeléctrico entrega una señal eléctrica a un amplificador que es proporcional a la presión a la que se somete el cristal. Se suele denominar fuente al circuito que entrega la señal, y carga al que la recibe. Con frecuencia el circuito fuente se representa por su equivalente Thévenin o Norton, y la carga por una resistencia. Este conjunto fuente-carga se representa en la figura 3.9.

En un circuito de este tipo interesa, en general, transferir la máxima señal posible. A veces, transferir la máxima señal significa conseguir que la corriente en la carga sea máxima, otras veces

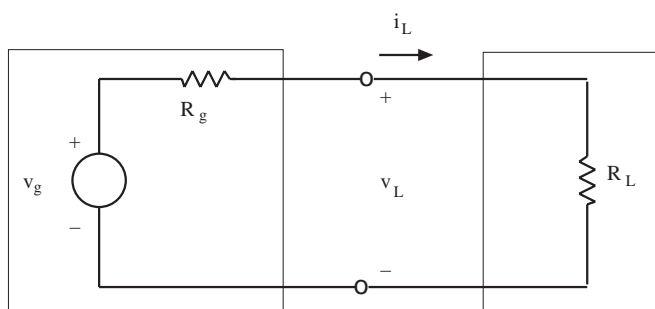


Fig. 3.9 Acoplamiento fuente de señal - carga

lo que debe ser máximo es la tensión que se aplica a la carga, y en otros casos lo que hay que hacer máximo es la potencia que la fuente entrega a la carga.

Se estudiará a continuación la transferencia de tensión, de corriente y de potencia desde la fuente a la carga en el circuito de la figura 3.9, suponiendo la resistencia R_g de la fuente fija, y la resistencia R_L de la carga variable. La tensión y la corriente en la carga vienen dadas por:

$$v_L = v_g \cdot \frac{R_L}{R_L + R_g} \quad (3.18)$$

$$i_L = \frac{v_g}{R_g + R_L} = \frac{v_g}{R_g} \cdot \frac{R_g}{R_g + R_L} = i_g \cdot \frac{R_g}{R_g + R_L} \quad (3.19)$$

En la última expresión, i_g es el valor de la fuente de intensidad del equivalente Norton del circuito fuente. La potencia transferida a la carga será:

$$p_L = v_L \cdot i_L = v_g \cdot \frac{R_L}{R_g + R_L} \cdot v_g \cdot \frac{1}{R_g + R_L} = v_g^2 \cdot \frac{R_L}{(R_g + R_L)^2} \quad (3.20)$$

Esta última expresión presenta un máximo cuando $R_L = R_g$, como puede comprobarse derivando p_L respecto a R_L e igualando a cero. Este valor máximo es $v_g^2/(4 \cdot R_g)$. En la figura 3.10 se representan las variaciones de v_L , i_L , y p_L con R_L . Si la aplicación concreta requiere hacer máxima la tensión entregada a la carga, convendrá hacer $R_L \gg R_g$. Si lo que conviene es maximizar la corriente I_L , entonces habrá que hacer $R_L \ll R_g$. Y si lo que interesa es transferir la máxima potencia a la carga, entonces debe hacerse $R_L = R_g$.

66

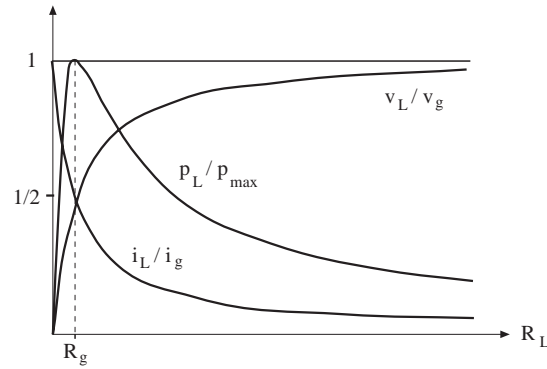


Fig. 3.10 Variación de i_L , v_L y p_L en función de R_L manteniendo R_g constante

La discusión anterior se ha basado en la hipótesis de que R_g era fija y R_L variable. Podría hacerse una discusión similar si R_L fuera fija y R_g variable, encontrándose los requisitos que debería cumplir R_g para conseguir la máxima transferencia de señal. Pero hay situaciones en las que ambas resistencias son fijas, es decir, nos vienen dadas. En estos casos para conseguir la máxima transferencia de señal hay que utilizar un *circuito de acoplamiento o adaptación* entre la fuente y la carga, de la forma

indicada en la figura 3.11. La realización de estos circuitos de acoplamiento será ilustrada en capítulos posteriores.

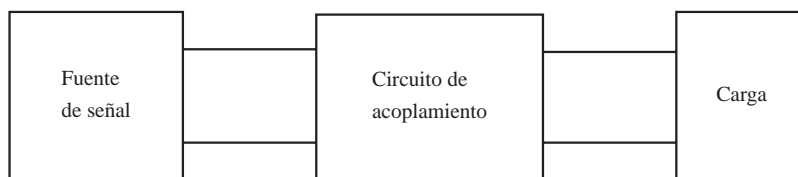


Fig. 3.11 Circuito de acoplamiento entre fuente y carga para conseguir la máxima transferencia de señal.

Cuestiones

- C3.1** Según las definiciones dadas en el apartado 3.1, ¿son las fuentes independientes ideales de tensión y de corriente elementos lineales? ¿Son lineales los circuitos que las contienen?.
- C3.2** En general, un circuito compuesto por componentes lineales es lineal. ¿Es ésta una condición necesaria y suficiente o sólo suficiente? Razonar la respuesta.
- C3.3** En un circuito que contiene elementos no lineales: a) ¿Podemos aplicar las leyes de Kirchhoff? b) ¿Podemos aplicar superposición? c) ¿Podemos extraer los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton?
- C3.4** Si la relación entre las variables i y v viene descrita por la siguiente característica, ¿se puede decir que el dispositivo es lineal?

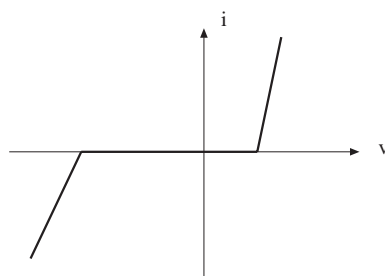


Fig. C3.4

- C3.5** ¿Se podría trabajar con el circuito descrito por la característica $i-v$, dada en la cuestión anterior, como si fuera lineal? ¿Cómo?
- C3.6** ¿Si la tensión de Thévenin es nula, significa que el circuito no tiene fuentes independientes?
- C3.7** En una fuente de tensión real la tensión disminuye al aumentar la corriente. ¿Cómo podría modelarse? Dadas 2 fuentes independientes de tensión *reales* conectadas en paralelo, ¿cuál es el equivalente de Thévenin del conjunto en función de los elementos que la componen? ¿Qué ocurriría si las fuentes fuesen ideales?
- C3.8** ¿Cuál es el equivalente de Thévenin de una fuente de tensión ideal en paralelo con una resistencia? ¿Cuál es el equivalente de Norton de una fuente de corriente en serie con una resistencia? ¿Se puede prescindir de dichas resistencias en el análisis de los circuitos que las contienen?

- C3.9** ¿Cuál es el equivalente de Thévenin de una fuente independiente ideal de tensión? ¿Y el equivalente de Norton de una fuente independiente ideal de corriente? ¿Qué indeterminación se produce al intentar calcular el equivalente de Thévenin de una fuente de corriente o el de Norton de una fuente de tensión?
- C3.10** Si dos circuitos tienen el mismo circuito equivalente, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es válida? a) Son iguales y se comportan igual. b) Son distintos y se comportan igual. c) Son distintos y no se comportan igual. d) Se comportan igual.
- C3.11** Un circuito está cargado con una resistencia R_L tal que permite la máxima transferencia de potencia. ¿Se puede conseguir máxima transferencia de corriente y de tensión con la misma resistencia de carga?

Problemas

- P3.1** Demostrar la linealidad o la alinealidad de las funciones que se definen a continuación:

$$\begin{aligned} a) \quad I(V) &= V^2 + bV + c & b) \quad V(V_1, I_2) &= aV_1 + bI_2 + c \\ c) \quad I(I_1, V_o) &= a(I_1 + bV_o) & d) \quad i(t) &= C \frac{dv(t)}{dt} \\ e) \quad i(t) &= \frac{1}{L} \int v(t) dt & f) \quad V(I_1, I_2, V_1) &= 2V_1 + \frac{I_1 I_2}{2} \end{aligned}$$

68

- P3.2** Se sabe que: $V(2) = 8$, $V(3) = 10$ y $V(5) = 14$. Para demostrar que $V(I)$ es lineal se ha obtenido $V(10)$ y ha resultado 34. ¿Se puede deducir que $V(I)$ es lineal? ¿Por qué?
- P3.3** Calcular el equivalente de Thévenin del circuito P3.3. A partir de los valores encontrados deducir el equivalente de Norton.

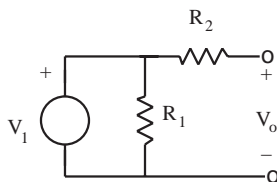


Fig. P3.3

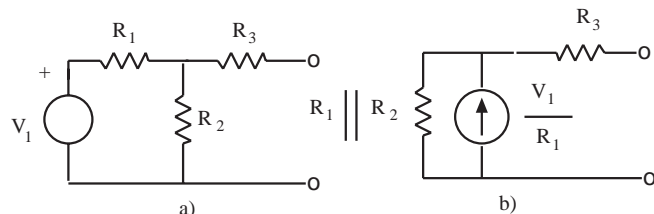


Fig. P3.4

- P3.4** ¿Son equivalentes entre sí los circuitos de las figuras P3.4 a y b?
- P3.5** Calcular la tensión V_o y la corriente I_a del circuito de la figura P3.5, aplicando el principio de superposición.

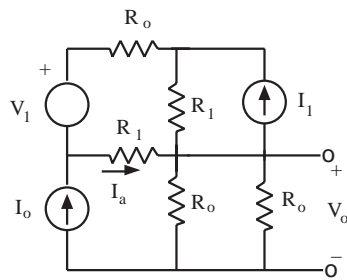


Fig. P3.5

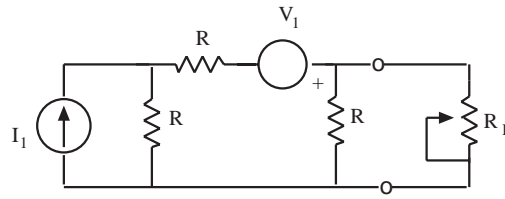


Fig. P3.6

- P3.6** Dibujar el circuito equivalente de Thévenin para la red de la figura P3.6, visto desde los terminales de R_L . Además, calcular la tensión en R_L cuando se conecta al circuito y la máxima potencia que puede transferirse a la misma (teniendo en cuenta que R_L es variable).
- P3.7** Calcular el equivalente de Thévenin de cada uno de los circuitos de la figura P3.7, visto desde los terminales A-B.

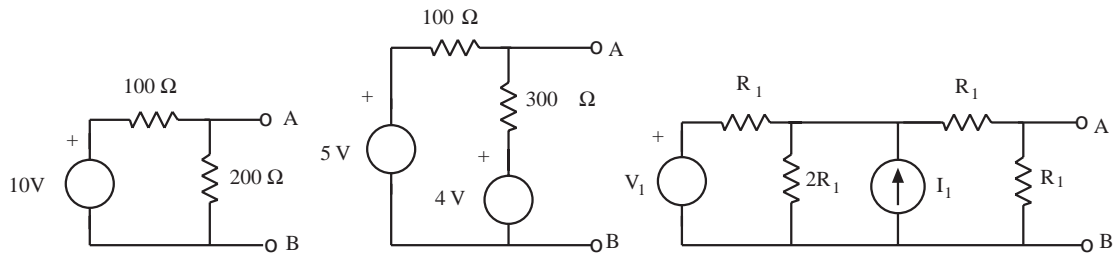


Fig. P3.7

- P3.8** Calcular el equivalente de Thévenin y de Norton de los circuitos de la figura P3.8.

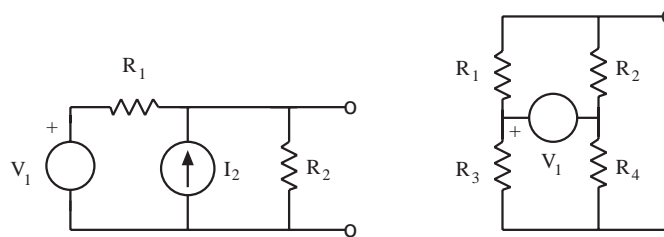


Fig. P3.8

- P3.9** Hallar la tensión V_x en el circuito de la figura P3.9 aplicando el principio de superposición.
- P3.10** Hallar los equivalentes de Thévenin y Norton a partir de las características I-V representadas en la figura P3.10.

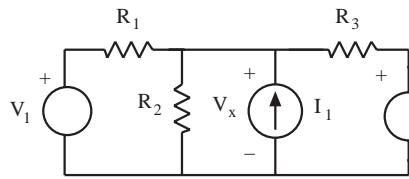


Fig. P3.9

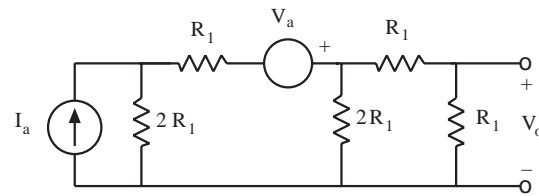


Fig. P3.13

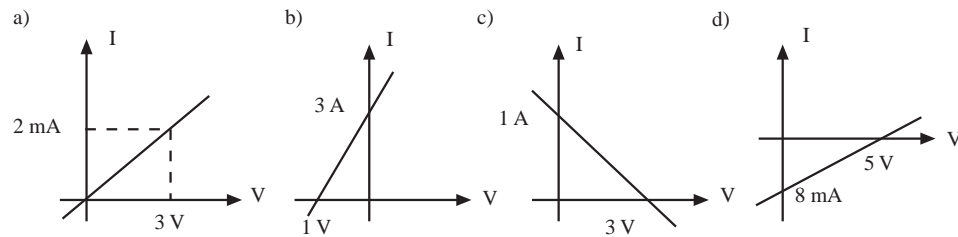


Fig. P3.10

P3.11 Calcular la potencia disipada en la resistencia R_L cuando la caja A se sustituye por los circuitos a), b) y c) de la figura P3.11.

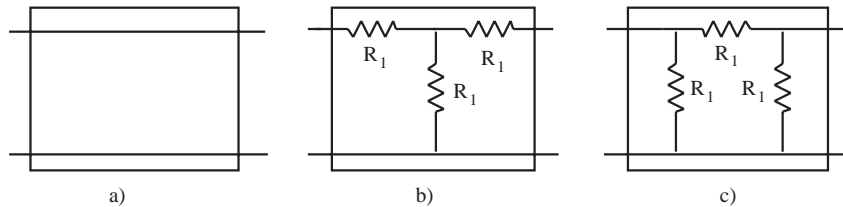
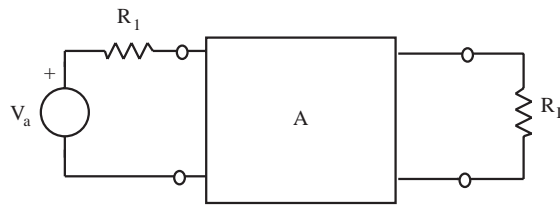


Fig. P3.11

- P3.12** Dado el circuito de la figura 2.7 del capítulo 2, calcular V_p empleando superposición. Comparar la complejidad de la resolución frente al método de mallas.
- P3.13** Encontrar el equivalente de Thévenin del circuito de la figura P3.13 visto desde los terminales de V_o . Se recomienda aplicar superposición y conversiones Thévenin-Norton.
- P3.14** Calcular el equivalente de Thévenin del circuito de la figura P3.14 visto desde los terminales de V_o . ¿Qué relación han de cumplir las resistencias para que la tensión V_o sea 0?
- P3.15** Dado el circuito de la figura P3.15: a) ¿Cuánto ha de valer R_L para que la potencia disipada P_L sea máxima? ¿Cuánto vale P_{Lmax} ? b) ¿Cuánto ha de valer R_L para que $P_L = 2/3 \cdot P_{Lmax}$? c) ¿Es razonable que el apartado anterior tenga dos resultados válidos? Dibujar P_L en función de R_L para justificarlo.

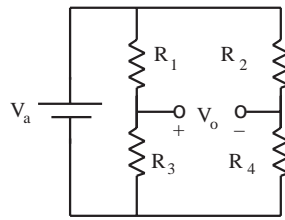


Fig. P3.14

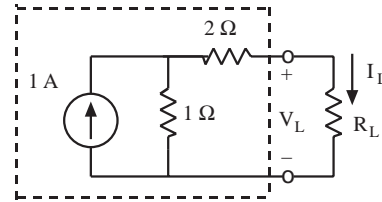


Fig. P3.15

- P3.16** El potenciómetro del circuito de la figura P3.16 es la resistencia de carga del circuito. Se pide:
- Calcular el equivalente de Thévenin visto desde los terminales A-A'.
 - Dibujar la gráfica $i_L(R_L)$ siendo R_L la fracción de la resistencia del potenciómetro que no está cortocircuitada.
 - ¿Para qué valor de R_L se obtiene la máxima transferencia de corriente, i_L ?
 - Si se desea máxima potencia disipada en R_L , ¿cuál debe ser su valor?

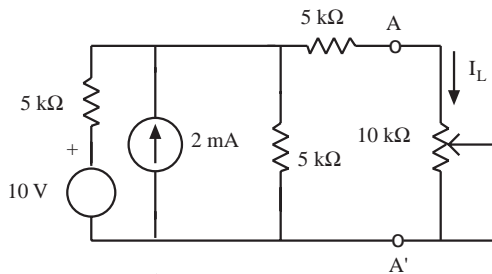


Fig. P3.16

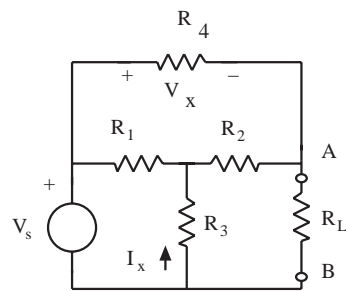
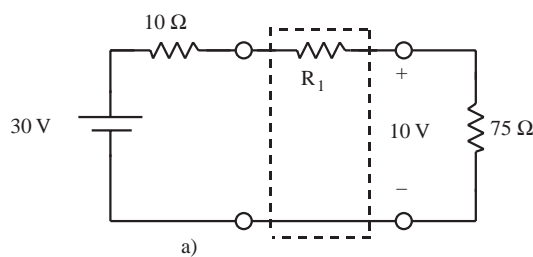


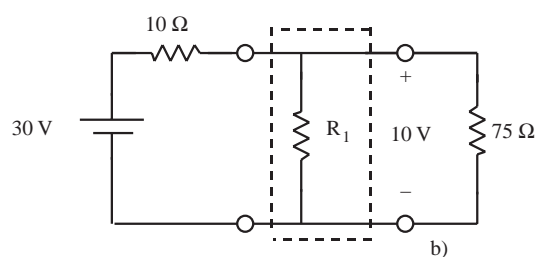
Fig. P3.17

71

- P3.17** Calcular v_x e i_x en el circuito de la figura P3.17 por el método más adecuado, y los equivalentes de Thévenin y Norton vistos desde los terminales A-B.
- P3.18** Se dispone de un generador de señal que proporciona 30 V y tiene una resistencia interna de 10Ω . Se quiere alimentar con él una carga de valor 75Ω en cuyos bornes debe haber una diferencia de potencial de 10 V. Para ello se ha de utilizar un circuito de adaptación entre el generador y la carga, con dos posibles configuraciones. Se pide el valor de R_1 para cada uno de ellos.



a)



b)

Fig. P3.18

Capítulo 4

Fuentes dependientes

4.1 Concepto de fuente dependiente lineal

Una fuente dependiente es un generador cuya magnitud depende de la tensión de algún nudo del circuito o de la corriente de alguna de sus ramas. Las fuentes independientes estudiadas en los capítulos anteriores, a diferencia de éstas, no dependen del circuito al que se conectan. Algunos ejemplos pueden ser útiles para clarificar este nuevo concepto.

Un *transistor bipolar* es un dispositivo de tres terminales cuyo símbolo aparece en la figura 4.1a. En dicho dispositivo la corriente i_c es β veces la corriente i_b en un cierto margen de operación denominado región activa. Una forma de modelar este comportamiento es la indicada en la figura 4.1b, en la que aparece una fuente de valor βi_b . Obsérvese que el valor de la corriente i_c debe coincidir con el de esta fuente, por lo que el circuito fuerza la relación antes citada entre las dos corrientes. A esta fuente de corriente se la denomina dependiente porque su valor depende o está controlado por la corriente i_b que fluye por otra parte del circuito. Las fuentes dependientes de corriente se representan mediante un rombo con una flecha en su interior que indica el sentido de la corriente, con objeto de distinguirlas de las fuentes independientes, que se representan mediante un círculo que encierra una flecha. A la constante β se la suele denominar ganancia de corriente de la fuente dependiente.

73

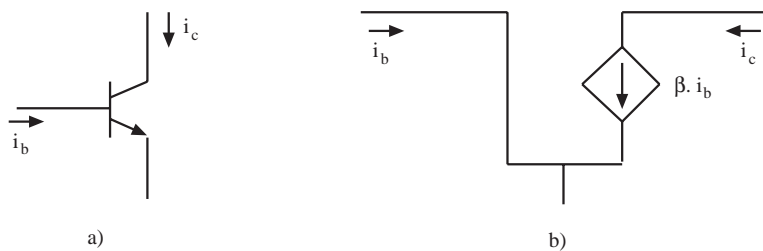


Fig. 4.1 a) Símbolo circuital del transistor bipolar. b) Modelización mediante una fuente dependiente de la relación entre las corrientes i_c e i_b en la región activa ($i_c = \beta i_b$)

Un *amplificador operacional* es un circuito integrado cuyo símbolo se representa en la figura 4.2a. En un rango de operación denominado lineal, la tensión de salida v_o es A veces la tensión de

entrada v_i . Esta dependencia funcional puede modelarse mediante el circuito de la figura 4.2b, en el que aparece una fuente dependiente de tensión de valor Av_i . Las fuentes dependientes de tensión se representan mediante un rombo con los signos + y - para indicar su polaridad. A la constante A se la denomina ganancia de tensión de la fuente dependiente.

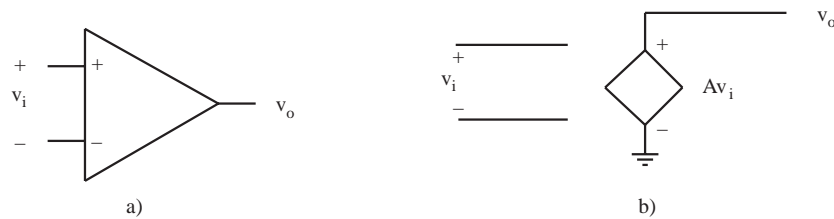


Fig. 4.2 a) Símbolo circuital de un amplificador operacional. b) Circuito que modela su comportamiento en la región lineal ($v_o = Av_i$)

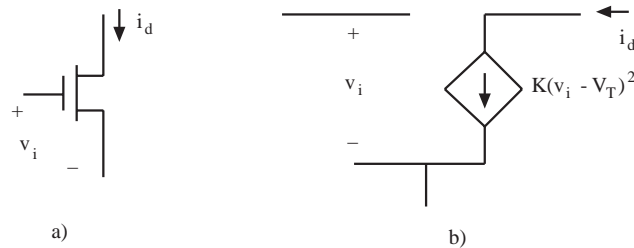


Fig. 4.3 a) Símbolo circuital del transistor MOS. b) Circuito que modela su comportamiento en la región de saturación

Un *transistor MOS* es un dispositivo cuyo símbolo circuital se representa en la figura 4.3a. En un determinado margen de operación (denominado región de saturación) la corriente i_d es K veces el cuadrado de $(v_i - V_T)$, donde v_i es la tensión a la entrada y V_T una constante. Este comportamiento se representa en la figura 4.3b, mediante una fuente dependiente de corriente.

Nótese que, en estos tres ejemplos, las relaciones entre las variables consideradas han sido modeladas mediante fuentes dependientes de tensión o de corriente. Estas dependencias son lineales en los dos primeros casos y no lineal en el último. Las *fuentes dependientes lineales* son aquellas en las que la dependencia entre variables es lineal. Se utilizan, en combinación con otros elementos, para realizar modelos circuitales de dispositivos reales como los vistos anteriormente, con objeto de analizar los circuitos que los contienen.

4.2 Análisis de circuitos con fuentes dependientes

El análisis de circuitos que contienen fuentes dependientes es igual al de los circuitos analizados hasta ahora. Las leyes de Kirchhoff siguen siendo válidas, y en consecuencia es aplicable el análisis por los métodos de nudos y de mallas.

Ejemplo 4.1

Hallar la tensión v_o en el circuito de la figura 4.4.

El circuito contiene dos mallas: la que está recorrida por la corriente i_1 y la recorrida por i_2 . Obsérvese que por el conductor que une los puntos a y b no circula corriente. En efecto, aplicando la ley de Kirchhoff de corrientes al nudo a:

$$i_1 = i_1 + i_a \Rightarrow i_a = 0$$

Sin embargo, el hecho de que no circule corriente por este conductor no significa que pueda eliminarse y que se pueda considerar las dos mallas aisladas. La presencia de este conductor asegura que todos los puntos del circuito conectados a él están a la misma tensión. Esta tensión común en las dos mallas se perdería si éstas estuvieran efectivamente aisladas.

Las ecuaciones de las mallas son:

$$\begin{aligned} v_g &= R_g i_1 \\ v_x &= R_c i_2 + V_{cc} \end{aligned}$$

donde v_x es la caída de tensión entre terminales de la fuente dependiente βi_1 . La corriente i_2 viene fijada por el valor de la fuente de corriente dependiente: $i_2 = -\beta i_1$. Combinando estas ecuaciones es inmediato hallar el valor de v_o :

$$v_o = V_{cc} - \beta \frac{R_c}{R_g} v_g$$

75

Ejercicio 4.1

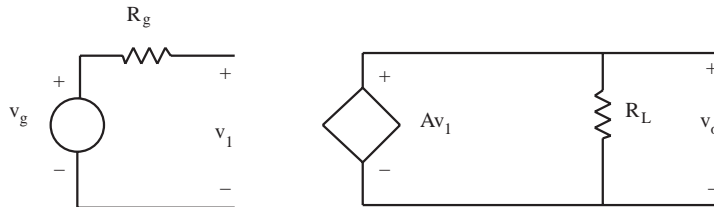


Fig. 4.5 Circuito del ejercicio 4.1

Hallar la tensión v_o en el circuito de la figura 4.5.

Solución:

$$v_o = A v_g$$

Los circuitos que contienen fuentes dependientes lineales, juntamente con los componentes vistos hasta el momento (fuentes independientes y resistencias), son lineales. En consecuencia se pueden analizar mediante superposición y pueden ser representados mediante circuitos equivalentes de Thévenin y Norton. Conviene subrayar que, en estos casos, las fuentes dependientes *nunca* deben suprimirse al aplicar superposición, ya que éstas expresan una relación entre variables y no son una excitación como es el caso de las independientes. En los circuitos lineales la salida es una combinación lineal de las excitaciones y, por tanto, sólo las fuentes independientes pueden anularse en el análisis por superposición.

Ejemplo 4.2

Calcular v_o en el circuito de la figura 4.4 aplicando superposición.

Las únicas fuentes independientes del circuito son v_g y V_{cc} . Por tanto, la salida será una combinación lineal de estas dos fuentes, y se calculará la contribución de cada una de ellas en v_o , anulando la otra

$$\text{Contribución de } v_g: \quad v_{o1} = v_o[V_{cc} = 0] = -R_c \beta i_1 = -\beta \frac{R_c}{R_g} v_g$$

$$\text{Contribución de } V_{cc} \quad v_{o2} = v_o[v_g = 0] = V_{cc}$$

ya que al ser $v_g = 0$, resulta $i_1 = 0$. Obsérvese que, en este caso, la fuente independiente de corriente tiene un valor nulo como consecuencia de la anulación de la fuente dependiente v_g .

El valor de v_o será la suma de v_{o1} y v_{o2} que coincide con el resultado del ejemplo 4.1. Obsérvese que en ningún caso se ha anulado la fuente dependiente.

Ejemplo 4.3

Calcular el equivalente de Thévenin del circuito de la figura 4.6 desde los terminales de salida.

La tensión del generador Thévenin es la que aparece entre los terminales de salida cuando éstos están en circuito abierto. Llamando i_p a la corriente que circula en el sentido de avance de las agujas del reloj por la malla formada por la fuente dependiente - R_p - R_L - V_{BB} - R_s resulta:

$$v_{th} = V_{BB} + i_p R_L$$

$$i_p = \frac{A v_\epsilon - V_{BB}}{R_s + R_L + R_p}$$

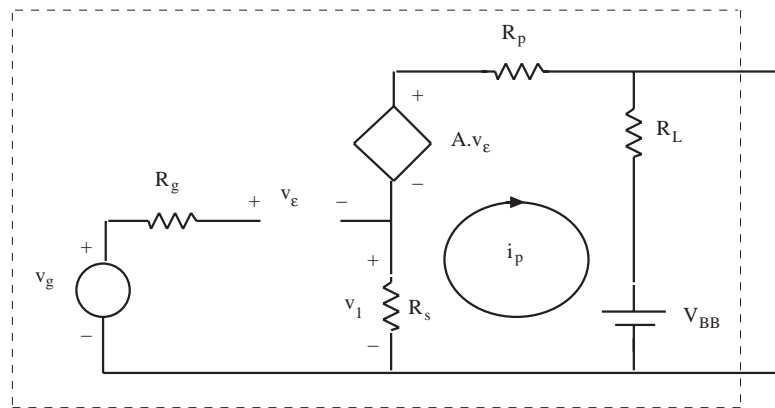


Fig. 4.6 Circuito del ejemplo 4.3

Finalmente, aplicando las leyes de Kirchhoff en la primera malla, se obtiene la tensión v_ε restando, a la tensión del terminal derecho de R_g , la tensión que aparece entre la fuente dependiente y la resistencia R_s , que se denominará v_1 . Obsérvese que a través de v_g y de R_g no circula corriente debido a la presencia del circuito abierto, por lo que la caída de tensión en R_g es nula. Así pues:

$$v_\varepsilon = v_g - v_1 = v_g - (-R_s i_p)$$

Combinando esta ecuación con las dos anteriores se halla v_{th} , que resulta ser:

$$v_{th} = \frac{v_g A R_L + V_{BB} (R_p + R_s (1 - A))}{R_L + R_p + R_s (1 - A)}$$

La resistencia R_{th} se calcula conectando a la salida un generador de prueba v_x , y calculando la corriente i_x que entrega este generador, anulando previamente las fuentes independientes v_g y V_{BB} :

$$i_x = \frac{v_x}{R_L} + \frac{v_x - (v_1 + A v_\varepsilon)}{R_p}$$

Como v_g está anulada, el valor de v_ε viene dado por:

$$v_\varepsilon = 0 - v_1 = -v_1$$

donde el valor de v_1 puede calcularse multiplicando R_s por la corriente que atraviesa, $-i_p$. Operando resulta:

$$i_x = \frac{v_x}{R_L} + \frac{v_x}{R_p + R_s (1 - A)}$$

77

y por tanto, el valor de la resistencia Thévenin será:

$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{i_x}{v_x} = \frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_p + R_s (1 - A)}$$

es decir, a combinación en paralelo de R_L y $[R_p + R_s (1 - A)]$.

Nótese que aunque se han anulado las fuentes independientes, la fuente dependiente no se anula.

Ejercicio 4.2

Calcular la tensión de salida del circuito equivalente de Thévenin del circuito de la figura 4.6 aplicando superposición.

Ejercicio 4.3

Calcular el equivalente Thévenin del circuito de la figura 4.4.

Solución:

$$v_{th} = V_{cc} - \beta \frac{R_c}{R_g} v_g$$

$$R_{th} = R_c$$

4.3 Fuentes dependientes y circuitos activos

Se denomina circuito activo aquel que es capaz de entregar a una carga más potencia que la recibida de la fuente de señal. Considérese el circuito de la figura 4.7, en el que el primer bloque, v_g - R_g , representa un generador de señal, y el último bloque, R_L , representa la carga. En este circuito, la potencia que entrega el generador de señal es nula, ya que i_g es cero debido a la presencia del circuito abierto. Sin embargo, la potencia que el circuito entrega a la carga no es nula:

$$p_L = v_L \cdot i_L = (Av_i) \cdot \left(\frac{Av_i}{R_L}\right) = \frac{(Av_i)^2}{R_L}$$

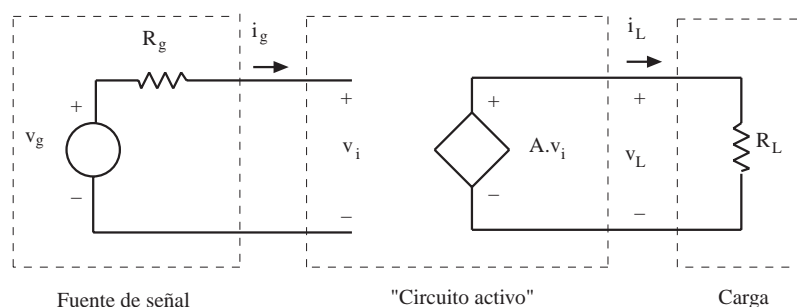


Fig. 4.7 Circuito formado por una fuente de señal, un circuito activo y una carga

Obviamente la potencia que se entrega a la carga la proporciona la fuente dependiente. Dado que la energía no se puede crear a partir de la nada, ¿de dónde obtiene la energía la fuente dependiente? Como se señalaba en el inicio de este capítulo, la fuente dependiente es un elemento de circuito que se utiliza para modelar dispositivos, pero que no tiene, como fuente, una existencia real. Estos dispositivos realizan una transformación de energía: toman energía de una "fuente de alimentación" y la convierten en "energía de señal".

Forma parte de nuestra experiencia cotidiana el hecho que el funcionamiento de un aparato de radio agota la energía de las pilas que lo alimentan. A veces, en los esquemas de estos circuitos, no se hace explícita la "fuente" que "alimenta" a los dispositivos. En estos casos, debe tenerse presente que las fuentes dependientes modelan el fenómeno de conversión de energía. Cuando se estudien dispositivos activos se pondrá de manifiesto esta transformación de energía con mayor claridad.

4.4 El amplificador operacional

Un dispositivo activo, de amplia utilización en la electrónica actual, que ilustra los conceptos desarrollados en el párrafo anterior, es el amplificador operacional (A.O.). El amplificador operacional es un circuito complejo formado por docenas de transistores, resistencias y condensadores, todos ellos fabricados e interconectados sobre un pequeño cristal de silicio. Debido a esta "integración" de diversos dispositivos y a su interconexión sobre silicio, se dice que es un circuito integrado. Pese a su complejidad interna, el amplificador operacional se puede modelar de forma muy simple a través de su modelo ideal, que aproxima razonablemente bien, en un amplio margen de operación, el comportamiento del dispositivo real.

El símbolo circuital y los terminales del amplificador operacional básico son los indicados en la figura 4.8. Tal como se ilustra en dicha figura, el dispositivo consta de cinco terminales: dos entradas, denominadas *inversora* y *no inversora*, una salida, y dos terminales de alimentación a los que se suele aplicar una tensión positiva, V_{cc+} y negativa, V_{cc-} , respectivamente. Los valores típicos para V_{cc+} y V_{cc-} son 15 V y -15

V, aunque otros valores como 8 y -8 o incluso otros no simétricos como 0 y 5 son posibles. Algunos amplificadores operacionales reales presentan algún terminal extra para mejorar determinadas características, que se ignorarán por el momento a fin de resaltar el comportamiento esencial del A.O..

En la figura 4.9 se representan las tensiones y corrientes en terminales del A.O. Nótese que todas las tensiones están referidas a un nudo de referencia, generalmente masa. (Obsérvese que las tensiones v_p y v_n pueden ser positivas o negativas.) Con objeto de simplificar los esquemas de los circuitos con A.O. sólo se representan los terminales de señal, por lo que se eliminan los de alimentación, cuya existencia se da por supuesta.

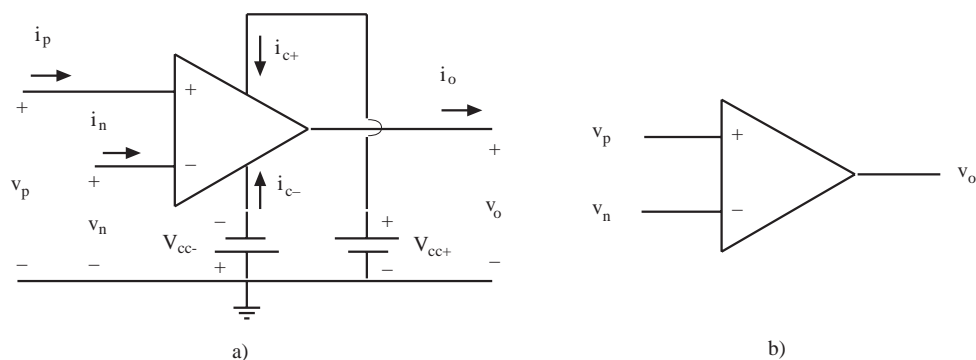


Fig. 4.9 a) Tensiones y corrientes en un A.O. b) Esquema simplificado del A.O.

El comportamiento del A.O. puede aproximarse por la *característica* $v_o(v_i)$ representada en la figura 4.10, donde $v_i = v_p - v_n$. Dicha característica consta de tres regiones: región lineal (1), representada por un segmento de recta que pasa por el origen; región de saturación positiva (2), representada por un segmento de recta horizontal de ordenada $+V_{cc}$; y la región de saturación negativa (3), similar a la anterior, pero de ordenada $-V_{cc}$. (Se supone alimentación simétrica)

En la región lineal, la salida es proporcional a la entrada (ecuación de una recta que pasa por el origen):

$$v_o = A(v_p - v_n) \quad (4.1)$$

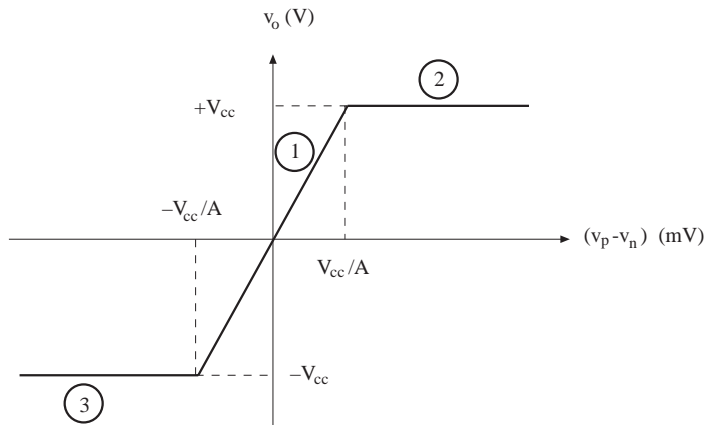


Fig. 4.10 Característica v_o-v_i aproximada de un amplificador operacional

Esta característica representa una operación que se denomina *amplificación*. La salida reproduce la entrada (v_p-v_n) "amplificándola". De ahí el vocablo "amplificador" que se usa para nombrar a este dispositivo. La constante A se denomina *ganancia en tensión del amplificador*. En la expresión 4.1 la ganancia del A.O. es A . Los amplificadores tienen un extenso uso en la electrónica, puesto que frecuentemente las señales de entrada de los circuitos son muy débiles y deben amplifi-

carse para poder operar con ellas. Piénsese por ejemplo en la señal de TV que capta una antena, o en el "eco" que recibe un radar.

En los A.O. la ganancia A suele ser del orden de 10^5 . Tal como se indica en la figura 4.10, el valor máximo de v_o en la región lineal es V_{cc} , que típicamente es de 15 V. Así pues, el valor máximo de (v_p-v_n) en la región lineal será del orden de $15/10^5$ V, es decir, $150 \mu\text{V}$. Por esta razón el eje de ordenadas suele estar rotulado en voltios y el de abscisas en milésimas de voltio. En el modelo del A.O. ideal se suele considerar que A tiende a infinito y, en consecuencia (v_p-v_n) , dentro de la región lineal, tiende a cero. Es decir, v_p coincide con v_n . Se dice entonces que entre las dos entradas se establece un *cortocircuito virtual*, en el sentido que v_p-v_n es prácticamente cero, *pero sin que exista un camino de corriente entre ambos terminales*.

La característica amplificadora acabada de comentar tiene límites en el dispositivo real. La tensión de salida no puede superar a las tensiones de alimentación. De ahí la "saturación del amplificador" en las regiones 2 y 3. En la región de saturación positiva la salida se hace independiente de la entrada y se fija en:

$$v_o = +V_{cc} \quad (4.2)$$

y en la región de saturación negativa, de forma similar a la anterior:

$$v_o = -V_{cc} \quad (4.3)$$

El *modelo ideal del A.O.* se completa con las relaciones de corrientes: las corrientes de entrada i_p y i_n se suponen nulas, por lo que la corriente de salida i_o viene dada por la suma de las corrientes de alimentación i_{c+} e i_{c-} .

$$i_p = i_n = 0 \quad (4.4)$$

$$i_o = i_{c+} + i_{c-} \quad (4.5)$$

En la región lineal, y sólo en ella, el A.O. puede modelarse mediante el circuito de la figura 4.2b. Este circuito establece que la relación entre la salida y la entrada viene dada por la ecuación 4.1,

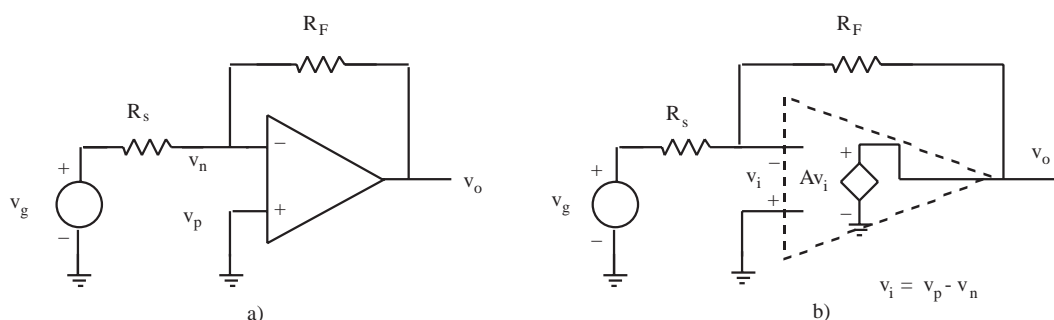
y que las corrientes de entrada i_p e i_n son nulas. En las regiones de saturación positiva y negativa habría que sustituir la fuente dependiente del modelo anterior por una fuente independiente de valor $+V_{cc}$ o $-V_{cc}$ respectivamente. Nótese que el A.O. trabajará en la región lineal mientras la tensión de salida tome valores entre $+V_{cc}$ y $-V_{cc}$.

4.5 Análisis de circuitos con A.O. que trabajan en la región lineal

Tal como se ha dicho en el apartado anterior, cuando un A.O. trabaja en la región lineal se puede modelar según el circuito de la figura 4.2b. El análisis de un circuito con A.O. trabajando en la región lineal consiste en sustituir el A.O. por su circuito equivalente, y a continuación resolver el circuito resultante. Con los valores obtenidos de v_o debe verificarse que el A.O. trabaja en su región lineal, con objeto de validar el análisis realizado.

Ejemplo 4.4

El circuito de la figura 4.11a se denomina amplificador inversor. Calcular la relación v_o/v_g .



81

Fig. 4.11 a) Circuito amplificador inversor con A.O.
b) Sustitución del A.O. por su circuito equivalente en la región lineal

En la figura 4.11b se ha sustituido el A.O. por su circuito equivalente. El análisis de este circuito puede realizarse a partir de las siguientes ecuaciones:

$$v_o = A(v_p - v_n)$$

$$v_p = 0$$

$$v_n = v_g - R_s i_g$$

$$i_g = \frac{v_g - v_o}{R_s + R_F}$$

La última expresión ha sido obtenida haciendo uso de que i_n es nula. Operando se llega a la siguiente expresión:

$$v_o = -\frac{AR_F}{R_F + (A+1)R_s} \cdot v_g$$

$$\frac{v_o}{v_g} = -\frac{AR_F}{R_F + (A+1)R_s}$$

Obsérvese en la última expresión que si A tiende a infinito la relación entre v_o y v_g se simplifica a:

$$\frac{v_o}{v_g} = -\frac{R_F}{R_s} \quad (4.6)$$

puesto que 1 es despreciable frente a A y R_F lo es frente a AR_s , con lo que se obtiene la última expresión simplificando A en el numerador y en el denominador. Este resultado sólo es válido para aquellos valores de v_g que impliquen que v_o está en el margen $-V_{cc}$ a $+V_{cc}$.

Ejercicio 4.4

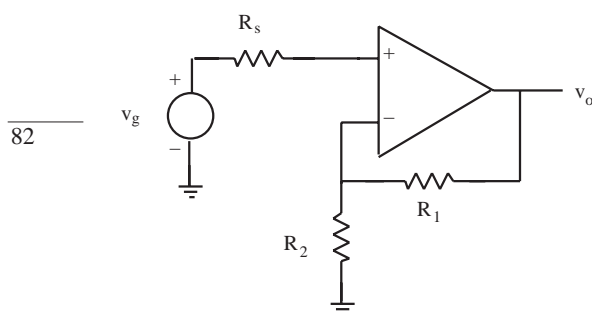


Fig. 4.12 Circuito amplificador no inversor con A.O.

El circuito de la figura 4.12 se denomina amplificador no inversor. Hallar v_o/v_g en función de A , y luego aproximar su valor suponiendo que A tiende a infinito.

Solución:

$$\frac{v_o}{v_g} = \frac{A(R_1 + R_2)}{R_1 + (A+1)R_2} \approx 1 + \frac{R_1}{R_2} \quad (4.7)$$

resultado válido sólo si v_o es superior a $-V_{cc}$ e inferior a $+V_{cc}$.

Se hubiera llegado al mismo resultado simplificado haciendo uso del concepto de cortocircuito virtual. Como se verá en los próximos ejemplos este concepto simplifica enormemente los cálculos y se usa extensamente en el análisis de circuitos con A.O. que operan en su región lineal.

Ejemplo 4.5

Resolver el circuito de la figura 4.11 haciendo uso del concepto de cortocircuito virtual.

El cortocircuito virtual significa que $v_p = v_n$. Como v_p es cero por su conexión a masa, v_n también lo será, por lo que la corriente i_g será:

$$i_g = \frac{v_g - v_n}{R_s} = \frac{v_g - 0}{R_s} = \frac{v_g}{R_s}$$

Como la corriente i_n es nula, la corriente i_g circulará por R_F , por lo que v_o será:

$$v_o = v_n - i_g R_F = 0 - i_g R_F = -i_g R_F$$

sustituyendo en la última expresión el valor de i_g obtenido anteriormente, resulta:

$$\frac{v_o}{v_g} = -\frac{R_F}{R_s}$$

que coincide con lo obtenido anteriormente cuando se suponía que A tendía a infinito. El valor de la relación v_o/v_g es la ganancia de tensión del amplificador, cuyo valor en este caso es $G_v = -R_F/R_s$. Obsérvese que esta ganancia sólo depende de una relación entre resistencias cuando A es muy grande.

Ejercicio 4.5

Calcular el circuito de la figura 4.12 haciendo uso del concepto de cortocircuito virtual.

Solución:

$$\frac{v_o}{v_g} = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$



En las figuras 4.13 y 4.14 se presentan dos circuitos de amplia utilización en la electrónica: el amplificador sumador y el amplificador diferencial o amplificador sustractor, respectivamente. Como sus nombres indican, sus salidas son una combinación lineal de varias entradas (suma o resta). Estos circuitos son analizados en los ejemplos 4.6 y 4.7.

Ejemplo 4.6

Hallar el valor de v_o en el circuito sumador de la figura 4.13.

Debido al cortocircuito virtual, v_n es igual a cero. Asimismo, i_F es la suma de i_1 y de i_2 , ya que i_n es nula. Entonces resulta

$$v_o = 0 - R_F i_F = -R_F i_F$$

$$i_F = i_1 + i_2$$

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_2}{R_2}$$

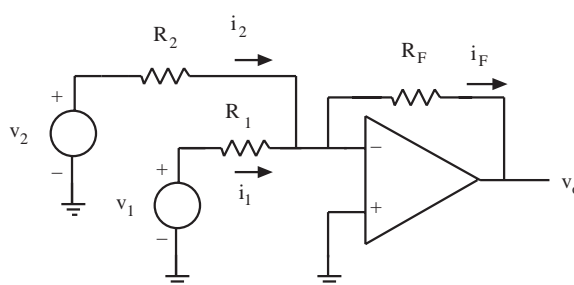


Fig. 4.13 Circuito sumador

Combinando estas ecuaciones se obtiene que v es igual a:

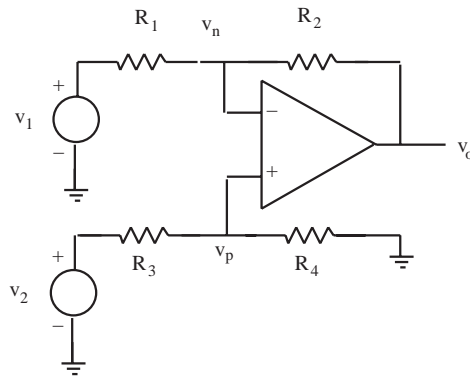
$$v_o = -\left(\frac{R_F}{R_1} v_1 + \frac{R_F}{R_2} v_2\right) \quad (4.8)$$

Si se hiciera $R_1 = R_2 = R$ el resultado anterior se simplificaría a:

$$v_o = -\frac{R_F}{R} (v_1 + v_2)$$

que hace más explícito el carácter "sumador" del circuito.

Ejemplo 4.7



Hallar v_o en el amplificador diferencial de la figura 4.14.

Las tensiones v_p y v_n pueden calcularse combinando los divisores de tensión formados por R_1 y R_2 , y por R_3 y R_4 , puesto que $i_p = i_n = 0$:

$$v_p = \frac{v_2}{R_3 + R_4} R_4$$

$$v_n = v_o + \frac{v_1 - v_o}{R_1 + R_2} R_2$$

Y haciendo uso del cortocircuito virtual, es decir $v_p = v_n$, se llega a la siguiente expresión:

$$v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1 \quad (4.9)$$

Si se cumple que:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (4.10)$$

La expresión 4.9 se convierte en:

$$v_o = k(v_2 - v_1) \quad (4.11)$$

donde $k = R_2 / R_1 = R_4 / R_3$. Nótese que la salida amplifica la diferencia entre las señales v_2 y v_1 . De ahí el nombre de amplificador diferencial. Obsérvese también en 4.11 que la señal conectada a v_p conserva su signo, y la conectada a v_n se invierte.



Los circuitos que contienen A.O. trabajando en la región lineal, así como otros dispositivos lineales, son circuitos lineales y pueden ser calculados por el método de superposición. En muchos circuitos, sin embargo, el cálculo por superposición suele ser más largo que el directo.

Ejercicio 4.6

Calcular la tensión v_o del circuito de la figura 4.13 por superposición, usando la aproximación de cortocircuito virtual.

Ejercicio 4.7

Calcular la tensión v_o del circuito de la figura 4.14 por superposición, usando la aproximación de cortocircuito virtual. Obsérvese que el circuito combina un amplificador inversor con otro no inversor.



Es importante tener en cuenta que todos los cálculos realizados en este apartado sólo son válidos si el A.O. trabaja en su región lineal. Si se sobrepasa este margen, la salida queda fijada a $+V_{cc}$ o a $-V_{cc}$, según invada las regiones de saturación positiva o negativa respectivamente.

Ejemplo 4.8

Suponiendo en el circuito de la figura 4.11 que $R_s = 1 \text{ k}\Omega$, $V_{cc} = 15 \text{ V}$, y que v_g sea la señal triangular de la figura 4.15, dibujar la señal de salida v_o , si: a) $R_F = 5 \text{ k}\Omega$, y b) $R_F = 30 \text{ k}\Omega$.

- a) La ganancia de tensión del amplificador inversor será $G_v = -R_F/R_s = -5$, con lo que v_o será $-5 v_g$. Como la amplitud de pico de la señal triangular de entrada es de 1 V , la amplitud de pico de la salida será de 5 V , valor inferior a $V_{cc} = 15 \text{ V}$. Por tanto, el A.O. trabaja siempre en la región lineal, y la salida v_o será una señal triangular de 5 V de pico, mismo período T , e invertida respecto al eje de abscisas en relación a v_g debido al signo negativo de la ganancia.

- b) De acuerdo con los valores numéricos del enunciado, la

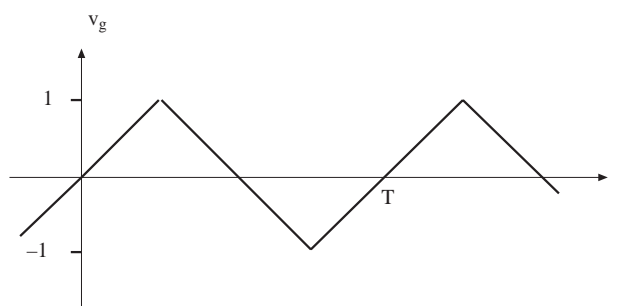


Fig. 4.15 Señal triangular del ejemplo 4.8

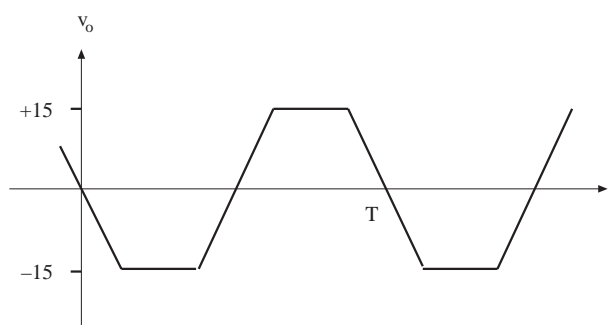


Fig. 4.16 Señal de salida del ejemplo 4.8b

ganancia será ahora de -30 . Al multiplicar v_g por -30 , resultaría una señal triangular invertida respecto al eje de abscisas en relación a v_g (debido al signo negativo) y de 30 V de amplitud de pico. Como este valor de pico supera al máximo que limita la región lineal, V_{cc} , el A.O. penetra en las regiones de saturación, y en ellas el valor de v_o queda fijado a $+V_{cc}$ y a $-V_{cc}$, según se indica en la figura 4.16. En estas zonas en las que el valor de v_o queda recortado, el A.O. trabaja en las regiones de saturación positiva o negativa según el caso.

Ejercicio 4.8

Repetir el ejemplo 4.8 para el circuito de la figura 4.12, con $R_2 = 1$ k Ω y R_1 : a) 4 k Ω y b) 29 k Ω . Supóngase $V_{cc+} = -V_{cc-} = 15$ V.

Solución:

- La salida será una onda triangular como v_g pero de amplitud de pico 5 V. En este caso al ser la ganancia positiva no hay inversión respecto al eje de abscisas.
- La forma de onda de salida es como la anterior, pero recortada por la saturación positiva y negativa, es decir, como en la figura 4.16 pero invertida respecto al eje de abscisas.

Ejemplo 4.9

Demostrar que el circuito de la figura 4.17 se comporta como una fuente de corriente de valor $I_o = V_i/5$ k Ω . Si $V_i = 5$ V, discutir el comportamiento del circuito según los valores que tome R_L .

86

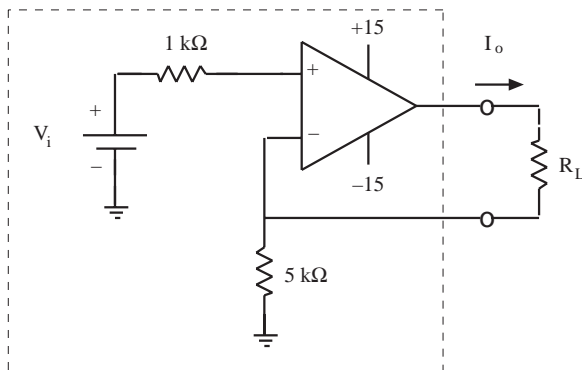


Fig. 4.17 Circuito ejemplo 4.9

Al ser i_p e i_n nulas resulta que $v_p = v_n = V_i$. Por tanto, la corriente que circula por la resistencia de 5 k Ω será $v_n/5$ k Ω , es decir, $(V_i/5)$ mA.

Cuando V_i valga 5 V, la corriente I_o será de 1 mA.

Estos valores sólo son ciertos en la medida que el A.O. trabaje en su región lineal. La tensión de salida v_o es:

$$v_o = I_o R_L + v_n = I_o R_L + V_i$$

Al valer V_{cc} 15 V, resulta que el valor máximo de R_L para que v_o sea inferior a este valor es de 10 k Ω . Para valores de R_L iguales o mayores que éste, el

A.O. trabaja en la región de saturación positiva, y el resultado anterior deja de ser cierto ya que v_p no es igual a v_n .

4.6 Circuito de acoplamiento con amplificador operacional

En el apartado 3.4 relativo a transferencia de señal se discutió la necesidad de circuitos de acoplamiento entre fuente y carga para conseguir una buena transferencia de señal. Uno de estos circuitos se realiza con un A.O. según el esquema de la figura 4.18. Se le denomina *seguidor de tensión*.

Observar que en este circuito v_n es igual a v_o , por lo que mientras el A.O. opere en la región lineal, $v_p = v_n$, y en consecuencia:

$$v_o = v_g \quad (4.12)$$

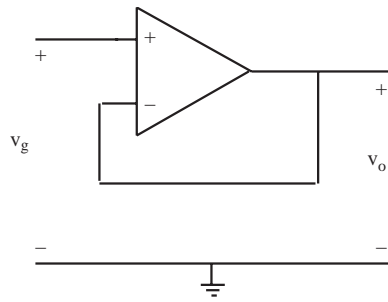


Fig. 4.18 Seguidor de tensión con A.O.

Considérese el circuito de la figura 4.19a. Se desea transmitir la máxima tensión desde el generador de señal v_s a la carga R_L . El problema radica en que R_s es fija y R_L puede variar en muchos órdenes de magnitud. El circuito de la figura 4.19b permite este acoplamiento. Como i_p es nula, v_p vale v_s , y en consecuencia la salida del operacional, y por tanto la tensión en la carga, es v_s . Se consigue, pues, la máxima transferencia de tensión desde el generador de señal a la carga, con independencia de los valores de R_s y de R_L .

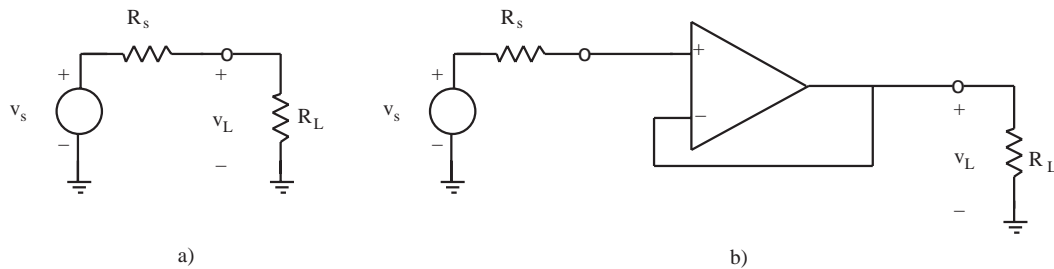


Fig. 4.19 El seguidor de tensión como circuito de acoplamiento

Ejercicio 4.9

Determinar la relación existente en el circuito de la figura 4.20 entre v_L e i_s . Discutir el funcionamiento del circuito según los valores de R_L .

Solución:

En el circuito de la figura 4.20, $v_L = -i_s R_F$ con independencia de R_s y R_L .

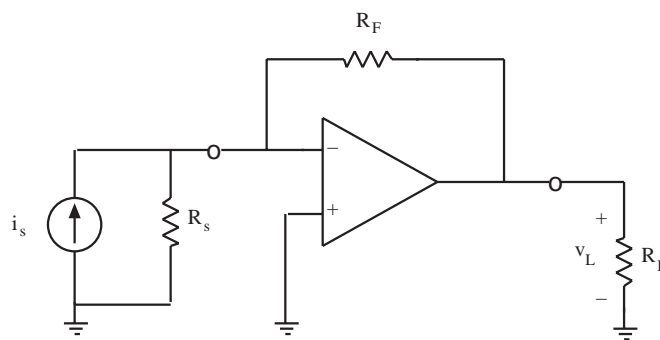
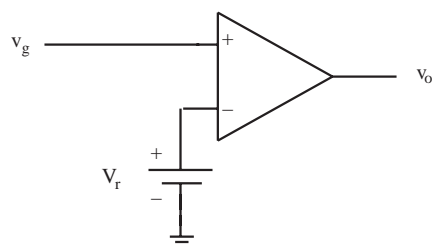


Fig. 4.20 Circuito del ejercicio 4.9

4.7 Análisis de circuitos con A.O. que trabajan de forma no lineal

Muchos circuitos electrónicos que contienen A.O. trabajan en las regiones de saturación. Entre éstos ocupan un lugar importante los circuitos comparadores. Considérese el circuito de la figura 4.21. En dicho circuito v_n es la tensión V_r y la entrada v_p es la tensión v_g . La tensión de entrada del operacional será:



$$v_i = v_p - v_n = v_g - V_r$$

Si el A.O. trabajara en la región lineal, v_o sería Av_i . Pero para operar en esta región se requiere que v_o sea inferior en módulo a V_{cc} . Esto significa que el A.O. trabajará en la región lineal sólo si:

$$|v_g - V_r| \leq \frac{V_{cc}}{A}$$

Fig. 4.21 Circuito comparador

y dado que A suele valer del orden de 10^5 , la expresión anterior significa que sólo se estará en la región lineal cuando v_g sea aproximadamente igual a V_r (la diferencia entre ambas tensiones debe ser inferior a unas décimas de milivoltio). En el resto de los casos el A.O. trabajará en la región de saturación positiva, si $v_g > V_r$, o negativa, si $v_g < V_r$. En el primero de estos dos casos la salida será $+V_{cc}$ y en el segundo $-V_{cc}$.

En la figura 4.22 se representa una señal arbitraria v_g y la salida que se obtiene del comparador: cuando v_g es mayor que la tensión de referencia V_r la salida es "alta" ($+V_{cc}$), mientras que cuando es inferior la salida es "baja" ($-V_{cc}$). Por tanto la salida proporciona el resultado de *comparar* la señal con una tensión de referencia.

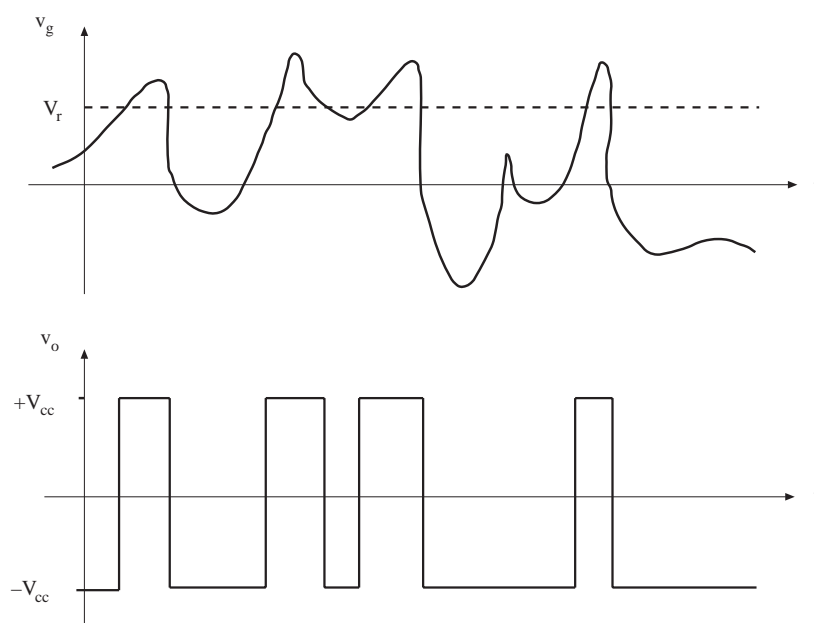


Fig. 4.22 a) Señal arbitraria de entrada al comparador. b) Señal de salida de comparador

Ejemplo 4.10

El circuito de la figura 4.23 es un comparador con histéresis (conocido también como disparador de Schmitt o *Schmitt trigger* en inglés). Dibujar la característica $v_o - v_g$, primero para valores siempre crecientes de v_g y después para valores siempre decrecientes. Discutir el resultado obtenido.

El valor de la tensión v_p viene dado por la siguiente expresión:

$$v_p = V_r + \frac{v_o - V_r}{R_1 + R_2} R_2 = V_r \frac{R_1}{R_1 + R_2} + v_o \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.13)$$

Imagínese que v_g realiza una excursión hacia valores crecientes desde $-\infty$. Inicialmente v_p que es $v_p - v_g$ será positiva y grande, por lo que el A.O. estará en la región de saturación positiva y v_o será $+V_{cc}$. Así pues, de acuerdo con 4.13, el valor de v_p será:

$$v_p = V_r \frac{R_1}{R_1 + R_2} + V_{cc} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.14)$$

Cuando v_g vaya aumentando desde su valor inicial y supere este valor de v_p , el signo de v_i se hará negativo, y el A.O. entrará en la región de saturación negativa después de cruzar rápidamente la región lineal. La salida, por tanto, conmutará a $-V_{cc}$ y se mantendrá en este valor mientras v_g vaya creciendo.

Supóngase ahora que v_g realiza una excursión decreciente desde $+\infty$. Inicialmente, v_i será negativo y v_o será $-V_{cc}$, por lo que la expresión 4.13 se convierte en:

$$v_p = V_r \frac{R_1}{R_1 + R_2} - V_{cc} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.15)$$

y la salida conmutará a $+V_{cc}$ cuando v_g sea inferior a este valor. Este comportamiento se representa en la figura 4.24.

Como puede observarse, los valores de v_g para los que la salida conmuta son distintos para v_g crecientes y para v_g decrecientes. Se dice que el circuito tiene histéresis. Nótese que en este circuito la salida depende de la historia anterior de v_g : la señal de referencia depende del estado de la salida y, por tanto, del valor anterior de la señal de entrada que producía aquella salida. El valor central y la amplitud de la histéresis se muestran en la figura 4.24.

Este tipo de circuito encuentra varias aplicaciones en la electrónica, como por ejemplo evitar que pequeñas variaciones en v_g alrededor del valor de conmutación se traduzcan en variaciones a la salida. La salida sólo cambia cuando v_g presenta una variación grande. También se usa, por ejemplo, en circuitos digitales para recuperar un tren de pulsos degradado por diversos efectos capacitivos parásitos, y para eliminar ruido en una señal digital.

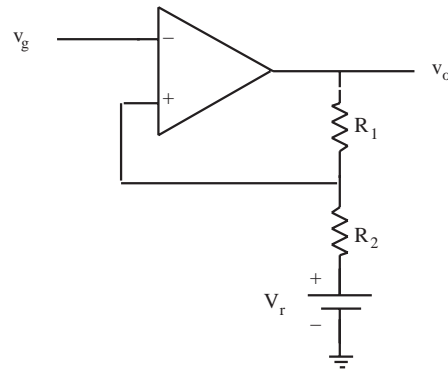


Fig. 4.23 Comparador con histéresis

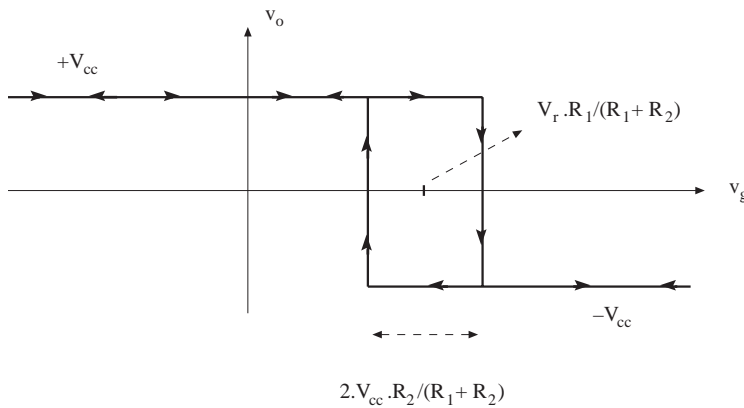
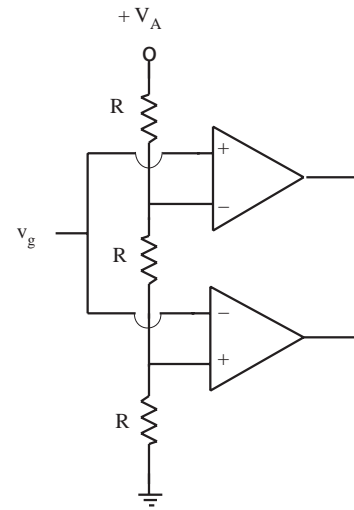
Fig. 4.24 Característica $v_o - v_g$ del comparador con histéresis

Fig. 4.25 Circuito comparador del ejercicio 4.10

Ejercicio 4.10

Indique el estado de las salidas v_{o1} y v_{o2} según los valores que tome v_g en el circuito de la figura 4.25.

Solución:

$$v_{o1} = +V_{cc} \text{ si } v_g > 2V_A/3$$

$$v_{o2} = +V_{cc} \text{ si } v_g < V_A/3$$



Los circuitos que presentan caminos que conectan la salida con la entrada se denominan *circuitos realimentados*. Es importante resaltar que en todos los circuitos que operan en la región lineal, incluyendo los de acoplamiento, la tensión de salida v_o se conecta a la entrada a través del terminal inversor, y se dice que tienen una *realimentación negativa*, mientras que en los que trabajan de forma no lineal lo hace a través del terminal no inversor, y se dice que tienen *realimentación positiva*.

Los amplificadores con realimentación positiva tienden a trabajar en las regiones de saturación. En efecto, si v_o aumenta, la realimentación produce un aumento en v_p , el cual provoca un mayor aumento en v_o ($v_o = A(v_p - v_n)$ en la región lineal). Este efecto encadenado provoca que la salida entre en la región de saturación positiva. De forma similar, si v_o empieza a disminuir el amplificador entra en saturación negativa.

Los amplificadores con realimentación negativa tienden a mantenerse estables en la región lineal. En efecto, si por alguna circunstancia v_o aumenta, la realimentación produce un aumento de v_n , que a su vez provoca una disminución de v_o que tiende a neutralizar el aumento inicial.

4.8 Análisis de circuitos con ordenador usando SPICE

La revolución informática que ha tenido lugar en estos últimos años ha permitido extender el uso de los ordenadores personales de una forma masiva. Con ello, se han popularizado nuevas herramientas

de cálculo que estaban limitadas, hasta muy recientemente, a unos pocos centros de diseño. Estos programas permiten el análisis y diseño de circuitos electrónicos y también pueden ser utilizados para el aprendizaje de la electrónica.

La forma de operar de estos programas es simple. Se comunica al ordenador la topología del circuito que se desea analizar, los valores de los parámetros que definen los modelos de los dispositivos que lo integran y se le indica que lleve a cabo un determinado análisis. Al cabo de poco tiempo, el ordenador proporciona los resultados del análisis, después de resolver numéricamente las ecuaciones resultantes.

Una forma de operar tan simple podría dar la impresión de que pueden diseñarse circuitos electrónicos sin conocer previamente su funcionamiento. Nada más falso. Invitamos al lector a que intente diseñar un amplificador, por ejemplo, sin conocer nada más que su esquema y las especificaciones que se le piden. Hay tantas variables en el circuito que, sin un conocimiento cualitativo del circuito y una idea aproximada de sus valores finales, el diseño se hace imposible en la práctica. La utilidad fundamental de estos programas consiste en "afinar" cuantitativamente un diseño cuando se ha realizado un cálculo aproximado del circuito y se conoce cualitativamente su comportamiento.

Un programa de análisis de circuitos con ordenador que, a lo largo de estos últimos años, se ha ido convirtiendo en estándar para el análisis de circuitos electrónicos es el conocido por las siglas SPICE (*Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis*). Una versión de este programa, denominada PSPICE y ejecutable en ordenadores personales, se describe en este texto.

Se remite al lector interesado en conocer o utilizar este simulador de circuitos electrónicos a la lectura del apéndice B. Los no interesados pueden prescindir de este apartado sin pérdida de continuidad. A continuación se expondrán ejemplos de utilización de SPICE para familiarizar al lector en el uso de los análisis en continua (.OP), del análisis de la función de transferencia (.TF) y en el uso de la definición de subcircuitos (.SUBCKT).

Ejemplo 4.11

Hallar las tensiones en los nudos del circuito de la figura 4.26 utilizando SPICE. Hallar también el valor de i_x y de v_x .

El fichero de entrada para este análisis es el siguiente:

```
EJEMPLO SPICE 1
R1 1 0 4
R2 1 2 1
R3 2 3 2
I1 0 1 DC 1
V1 3 0 DC 10
FI 0 2 V1 -2
EV 1 3 1 2 2
.OP
.PRINT DC V(1) V(2) V(3)
.END
```

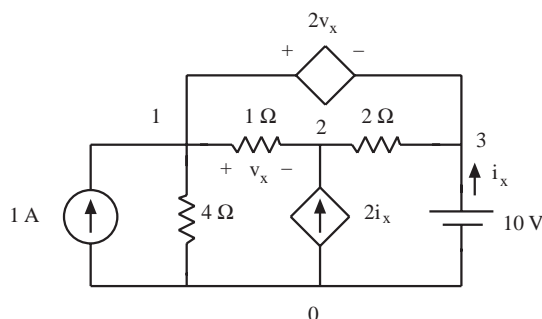


Fig. 4.26 Circuito del ejemplo 4.11

Obsérvese que la corriente de control de la fuente dependiente de corriente, i_x , es la corriente saliente por el generador de tensión de 10 V, denominado V1 en este fichero. Como SPICE considera

como positivo el sentido de una corriente entrante por el terminal positivo de una fuente de tensión, hay que tomar un factor de proporcionalidad de -2 en la definición del generador dependiente FI.

Los resultados de SPICE son:

NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE
(1)	7.6000	(2)	8.8000	(3)	10.0000

VOLTAGE SOURCE CURRENTS

NAME	CURRENT
V1	-3.000E-01

TOTAL POWER DISSIPATION	3.00E+00 WATTS
-------------------------	----------------

***VOLTAGE-CONTROLLED VOLTAGE SOURCES

NAME	EV
V-SOURCE	-2.400E+00
I-SOURCE	3.000E-01

***CURRENT-CONTROLLED CURRENT SOURCES

NAME	FFI
I-SOURCE	6.000E-01

El lector puede verificar que estos resultados coinciden con los obtenidos analizando el circuito con lápiz y papel.

Ejercicio 4.11

Hallar la tensión v_o en el circuito de la figura 4.4 usando SPICE.

Ejemplo 4.12

Hallar el circuito equivalente de Thévenin del circuito de la figura 4.27a utilizando SPICE.

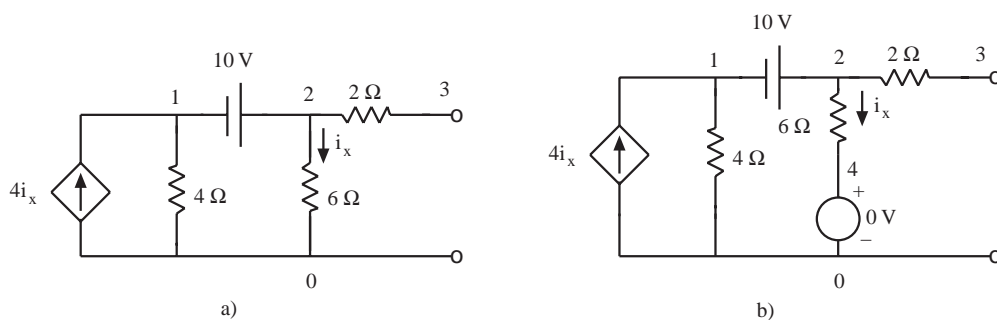


Fig. 4.27 a) Circuito del ejemplo 4.12. b) Inclusión de un generador de valor 0 V para definir la corriente de control i_x

Para hallar el circuito equivalente de Thévenin se calculará la tensión del nudo 2 respecto a masa, eliminando la resistencia de $2\ \Omega$, ya que por ella no circula corriente cuando se calcula V_{Th} . Para poder definir la fuente dependiente de corriente hay que insertar en la rama correspondiente un generador de tensión de valor 0 V. La corriente de control es la que circula por este generador (ver figura 4.27b).

Para el cálculo de la resistencia equivalente R_{Th} se usa el análisis de la función de transferencia (.TF). Este análisis, además de proporcionar la función de transferencia, da la resistencia equivalente de Thévenin vista por la variable de entrada y por la variable de salida.

El fichero de entrada para este circuito será:

EJEMPLO SPICE 2

```
R1 1 0 4
R2 2 4 6
V1 2 1 DC 10
FI 0 1 VF 4
VF 4 0 DC 0
.TF V(2) V1
.END
```

Los valores obtenidos son:

NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE
(1)	-20.0000	(2)	-10.0000	(4)	0.0000

V(2)/V1 = -1.0000E+0

INPUT RESISTANCE AT V1 = -6.000E+0

OUTPUT RESISTANCE AT V(2) = -4.000E+0

La tensión del circuito equivalente de Thévenin es, obviamente, la tensión en el nudo 2. Es decir, -10 V . La resistencia de dicho circuito equivalente será de $2\ \Omega$ más la vista desde el nudo 2 ($-4\ \Omega$). Será, por tanto, $-2\ \Omega$. Una resistencia negativa no existe como dispositivo físico, pero sí que puede existir como elemento de un circuito equivalente de otro que contenga fuentes dependientes.

El lector puede verificar manualmente estos resultados, así como la función de transferencia entre V(2) y V1.

Ejercicio 4.12

Hallar el circuito equivalente de Thévenin de la figura 3.8.

Ejemplo 4.13

Analizar mediante SPICE el circuito de la figura 4.28 usando para cada amplificador operacional un modelo lineal constituido por una resistencia de entrada de $1\text{ M}\Omega$ entre las dos entradas, y una fuente dependiente de tensión de valor $(2 \cdot 10^5 v_d)$ conectada entre la salida y masa, siendo v_d la tensión aplicada entre la entrada no inversora y la inversora ($v_d = v_p - v_n$). Utilizar la definición de subcircuito para el amplificador operacional.

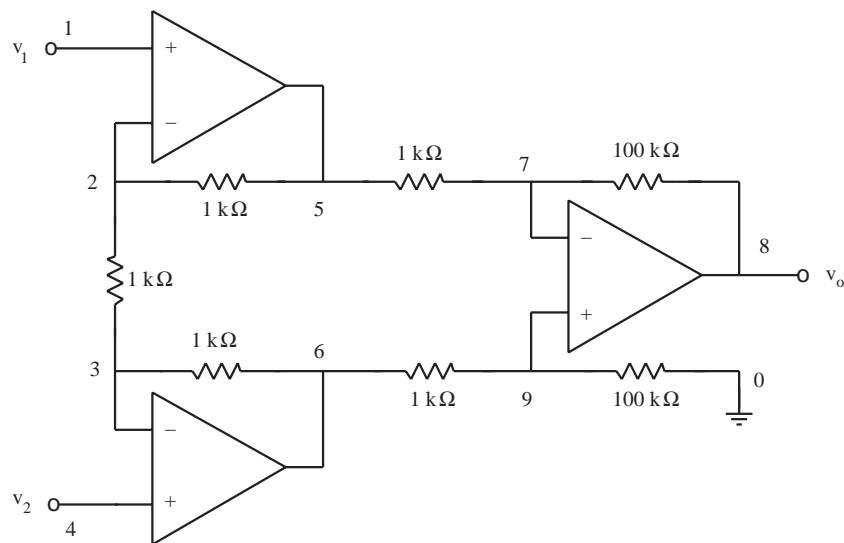


Fig. 4.28 Circuito del ejemplo 4.13

Para analizar este circuito con SPICE se conectará un generador independiente V_D entre las entradas v_1 y v_2 . El fichero de entrada para el análisis de este circuito es el siguiente:

94

```

EJEMPLO SPICE 3
VD 1 4 DC 1M
R1 2 5 1K
R2 5 7 1K
R3 7 8 100K
R4 9 0 100K
R5 6 9 1K
R6 3 6 1K
R7 2 3 1K
XAO1 2 1 5 AO
XAO2 3 4 6 AO
XAO3 7 9 8 AO
.SUBCKT AO 1 2 3
RIN 1 2 1E6
EVO 3 0 2 1 2E5
.ENDS
.OP
.END

```

Obsérvese que en la definición del subcircuito AO los terminales 1, 2 y 3 son independientes del circuito principal.

Los resultados obtenidos con SPICE son:

NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE
(1)	500.0E-6	(2)	500.0E-6	(3)	-500.0E-6	(4)	-500.0E-6
(5)	0.0015	(6)	-0.0015	(7)	-0.0015	(8)	-0.2998
(9)	-0.0015						

A partir de estos resultados es inmediato hallar la ganancia del circuito. Será $V(8)/V_D$, donde $V_D = V(1)-V(4) = 1 \text{ mV}$. Por tanto, $V(8)/V_D = -299,8$.

Ejercicio 4.13

- a) ¿Cuál sería la ganancia del amplificador de la figura 4.28 si la R_{in} del A.O. fuera de $1 \text{ k}\Omega$ y la ganancia de la fuente dependiente $A = 10^3$? (Ver la definición de subcircuito del ejemplo anterior.)
 b) ¿Cuál sería la ganancia del amplificador inversor de la figura 4.11a, con $R_s = 1 \text{ k}\Omega$ y $R_F = 100 \text{ k}\Omega$ si el modelo del A.O. fuera el descrito en el apartado a)?

Solución: a) $G_v = -229,7$ b) $G_v = -83,3$

Cuestiones

- C4.1** Dibuje los cuatro tipos posibles de fuentes dependientes lineales. ¿Qué unidades debe tomar la constante de proporcionalidad que multiplica a la variable de control en cada una de ellas?
- C4.2** ¿Cuál es el equivalente de Thévenin de un circuito formado exclusivamente por resistencias y fuentes dependientes lineales al cual se accede por dos terminales? Justificarlo a partir de la demostración del equivalente de Thévenin.
- C4.3** ¿Es posible sustituir una fuente dependiente de tensión en serie con una resistencia por su equivalente Norton? ¿Y viceversa? Justifíquese.
- C4.4** ¿Es posible conectar dos fuentes dependientes de tensión en paralelo? ¿Y dos fuentes dependientes de corriente en serie?
- C4.5** ¿Cuántos términos tendrá la expresión matemática de la tensión de salida v_o de un circuito que contiene 8 resistencias, 3 fuentes dependientes y 2 fuentes independientes? ¿Dónde aparecen las ganancias (constantes multiplicativas) de las fuentes dependientes en la expresión de v_o ?
- C4.6** Dada la fuente dependiente de la figura: a) ¿Es una fuente dependiente lineal? b) Plantéese la manera de resolver, mediante técnicas para circuitos lineales, un circuito que contenga este tipo de fuentes.

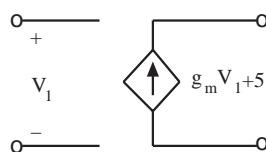


Fig. C4.6

- C4.7** A partir del esquema de tensiones y corrientes de la figura, proponer, en cada caso, un circuito que cumpla las siguientes relaciones:

$$\text{a) } I_b = kI_a; \quad I_c = I_a + I_b$$

$$\text{b) } I_b = k(V_a - V_c); \quad I_a = 0; \quad I_c = -I_b$$

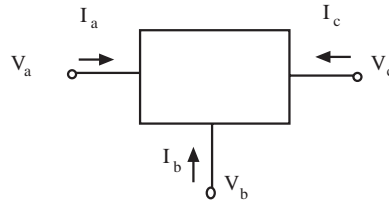


Fig. C4.7

- C4.8** Razónese por qué no pueden cortocircuitarse las entradas de un A.O. durante el análisis aunque se esté usando la técnica del cortocircuito virtual.
- C4.9** En un circuito con A.O. ¿cómo se sabe si éstos trabajan en zona lineal o en saturación? ¿Es posible aplicar el método de análisis del cortocircuito virtual en aquellos A.O. que trabajan en la zona de saturación?
- C4.10** Dibujar las señales de salida de dos amplificadores de ganancias $+5 \text{ V}$ y -5 V si la señal de entrada es $v_i = 2\text{sen}\omega t$. ¿Cómo se refleja el hecho de que la ganancia de tensión tenga signo negativo en la forma de la señal de salida?
- C4.11** Comparar los circuitos del amplificador no inversor y el comparador con histéresis. ¿En qué se diferencian? ¿Por qué se comportan de manera tan distinta?
- C4.12** ¿Cuál es la ventaja fundamental de utilizar un comparador con histéresis frente a uno sin histéresis? Usar un ejemplo gráfico.

96

Problemas

- P4.1** Calcule la tensión de salida del circuito de la figura P4.1.

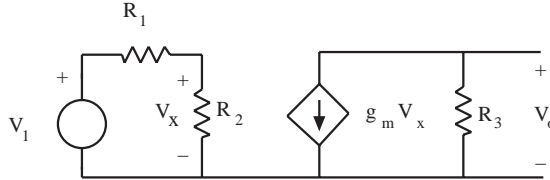


Fig. P4.1

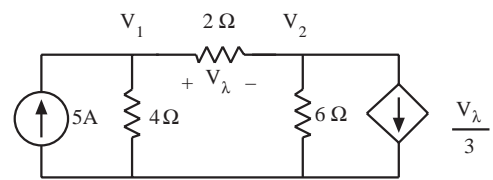


Fig. P4.2

- P4.2** Encuentre los valores de las tensiones en los nudos del circuito de la figura P4.2. Se recomienda usar un método sistemático de análisis.
- P4.3** Calcule v_o en función de v_i para el circuito de la figura inferior. ¿Es posible analizarlo de manera sistemática por mallas? Si es posible, calcúlese la solución y compárese con la ya obtenida.

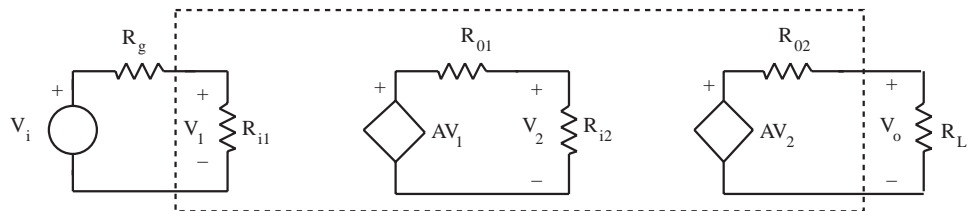


Fig. P4.3

- P4.4** Calcule los equivalentes de Norton y Thévenin de los circuitos de la figura, vistos desde los terminales de salida.

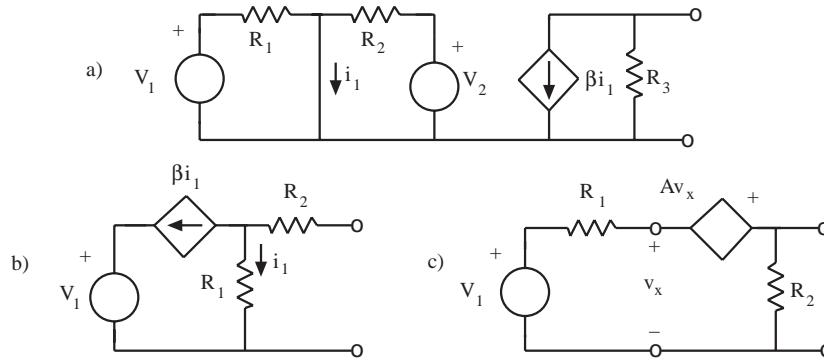


Fig. P4.4

- P4.5** Proponer un circuito equivalente al de la figura P4.1 que contenga una fuente de tensión controlada por corriente en lugar de una fuente de corriente controlada por tensión.
- P4.6** Halle el equivalente de Thévenin de los siguientes circuitos. ¿Por qué la tensión de Thévenin es nula?

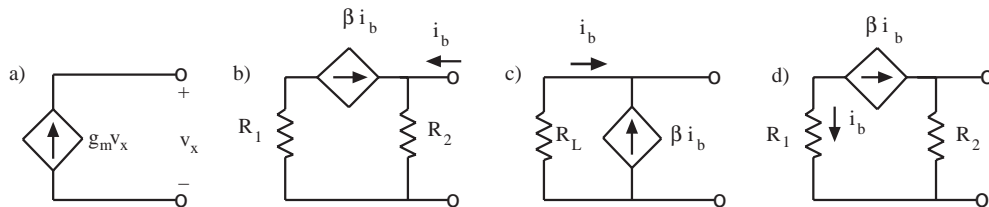


Fig. P4.6

- P4.7** Dado el circuito de la figura, calcule la máxima potencia transferida a la carga R_L .

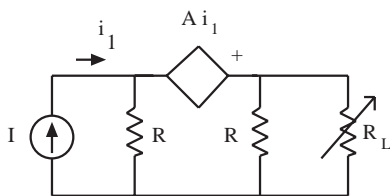


Fig. P4.7

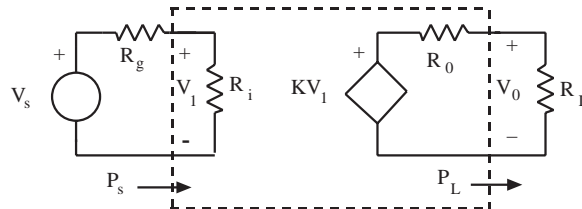


Fig. P4.8

- P4.8** ¿Qué relación han de cumplir R_s y R_i del circuito P4.8 para que la tensión de entrada al circuito v_i sea máxima? ¿Como será la potencia entregada al circuito P_s en ese caso? ¿Qué relación deben cumplir R_0 y R_L para que la potencia entregada a la carga P_L sea máxima? ¿Cuan-to valdrá dicha potencia? Haga el balance de potencias. ¿De dónde proviene la energía que falta?
- P4.9** Dado el circuito de la figura P4.9b, sustituya el transistor por el circuito P4.9a y calcule la relación v_0/v_s .

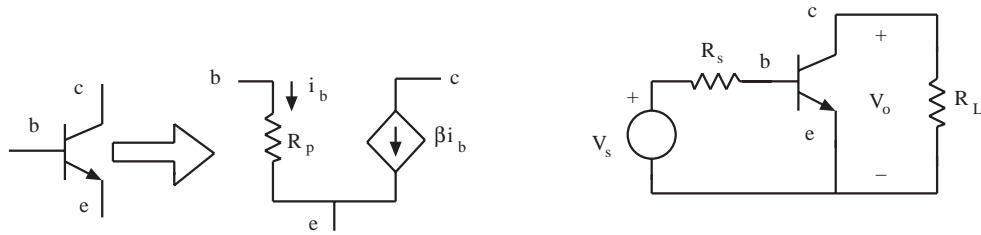


Fig. P4.9

P4.10 Calcule en los circuitos de la figura P4.10, sustituyendo el transistor por el circuito de la figura P4.9a, a) V_o/V , b) V_o/V_s o V_o/I_i , c) el circuito equivalente de Thévenin visto desde la entrada, d) la resistencia equivalente de Thévenin vista desde la salida.

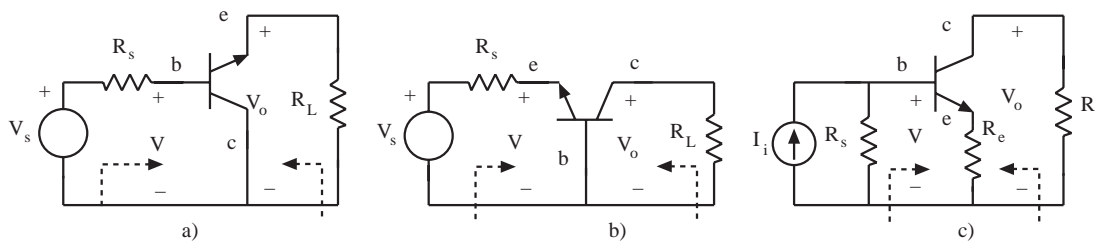


Fig. P4.10

98

P4.11 Dado el circuito de la figura P4.11, se pide: a) Potencia entregada por el generador v_i . b) Potencia disipada en la resistencia de carga R_L . c) Calcule el valor de V_o en función de R_1 , R_2 , R_3 , R_F y V_i .

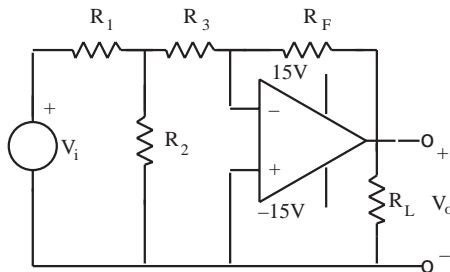


Fig. P4.11

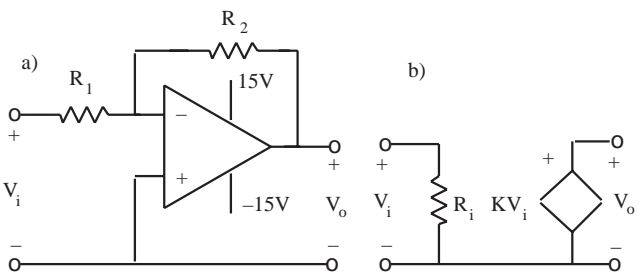


Fig. P4.12

P4.12 Se desea modelar el circuito amplificador de la figura P4.12a mediante el de la figura P4.12b de modo que sean equivalentes. Halle los valores de R_i y K . ¿Para qué margen de valores de v_i los dos circuitos son equivalentes? Sugerencia: calcularlo para v_o y poner v_i en función de v_o .

P4.13 Calcule la tensión de salida de los circuitos de la figura siguiente:

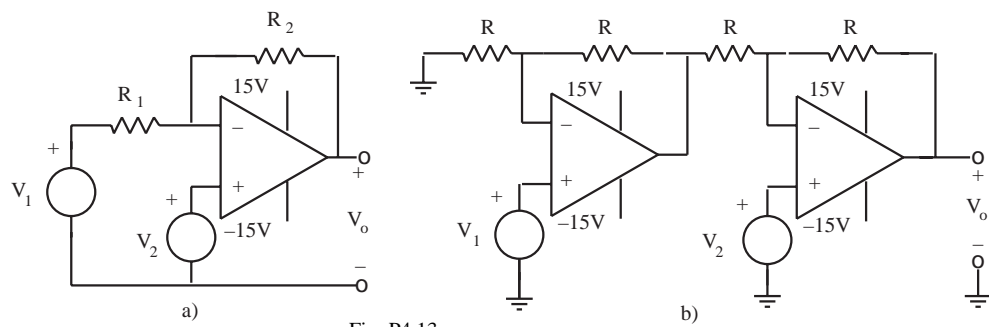


Fig. P4.13

- P4.14** En el circuito de la figura, encuentre: a) V_o en función de V_1 y V_2 . b) Particularice para $R_2 = R_4 = 10 \text{ k}\Omega$ y $R_1 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$. c) De el valor de V_o en este último caso si: 1) $V_1 = 2 \text{ V}$ y $V_2 = 3 \text{ V}$; 2) $V_1 = 1 \text{ V}$ y $V_2 = 3 \text{ V}$.

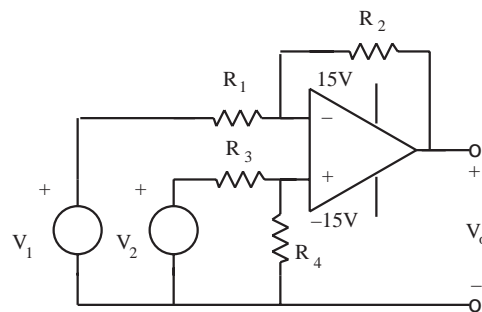


Fig. P4.14

- P4.15** Dibuje la salida del circuito de la figura siguiente (convertidor digital / analógico) para los casos en que $R_F = R$ y $R_F = 2R$, siendo V_1, V_2 y V_3 las representadas en dicha figura:

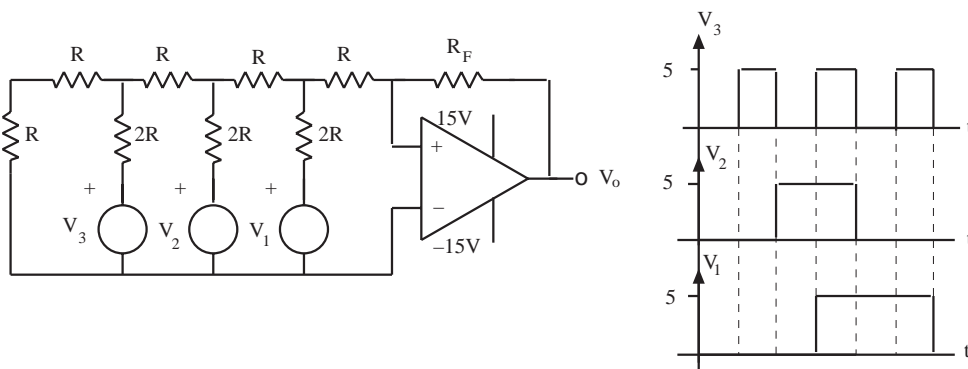


Fig. P4.15

- P4.16** Dibuje v_o en el circuito de la figura P4.16 si $v_i = 3\sin\omega t$. Identifique cuál de los dos amplificadores operacionales del circuito de la figura trabaja en zona lineal y aplique en ese caso el cortocircuito virtual.

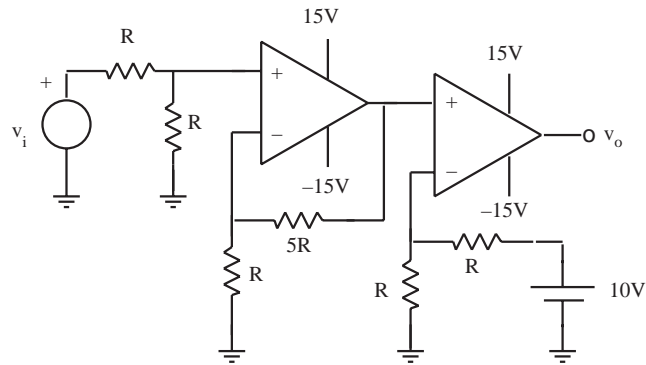


Fig. P4.16

- P4.17** Dado el siguiente circuito (seguidor de tensión): a) Calcule la relación v_o/v_i usando el modelo del A.O. en la zona lineal. b) Calcule la relación v_o/v_i usando el método del cortocircuito virtual. c) Comparando ambos resultados, deduzca qué error relativo se comete al usar el cortocircuito virtual si $A = 1000$.

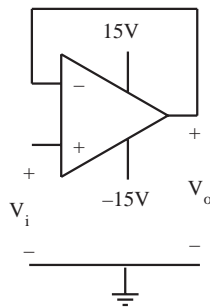


Fig. P4.17

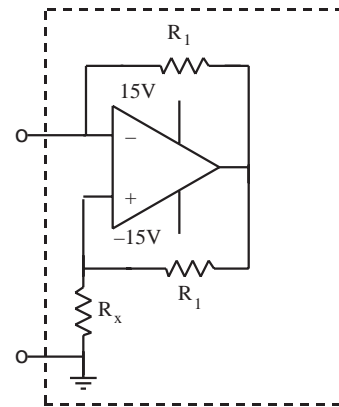


Fig. P4.19

- P4.18** En el circuito de la figura P4.18a considerar que el A.O. se modela por el circuito P4.18b. Se pide: a) Calcular la resistencia de entrada R_i vista por el generador, y la resistencia de salida R_o , vista por la carga. b) Calcular el equivalente de Norton visto desde los terminales de salida. c) Dibujar $V_L(t)$ si $V_g(t) = 3\sin\omega t$, $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = 5\text{ k}\Omega$, y $R_L = 1\text{ k}\Omega$. (Considerando que $R_i = \infty$, $R_o = 0\text{ }\Omega$ y $A = \infty$.)
- P4.19** ¿Qué resistencia equivalente se ve desde la entrada del circuito de la figura P4.19? Suponga que el circuito actúa en la zona lineal y utilice la hipótesis de cortocircuito virtual. Dibuje la característica corriente-tensión del circuito equivalente resultante.
- P4.20** Dibujar la tensión de salida de un comparador con histéresis cuya característica es la de la figura P4.20a, cuando la señal de entrada es la de la figura P4.20b.

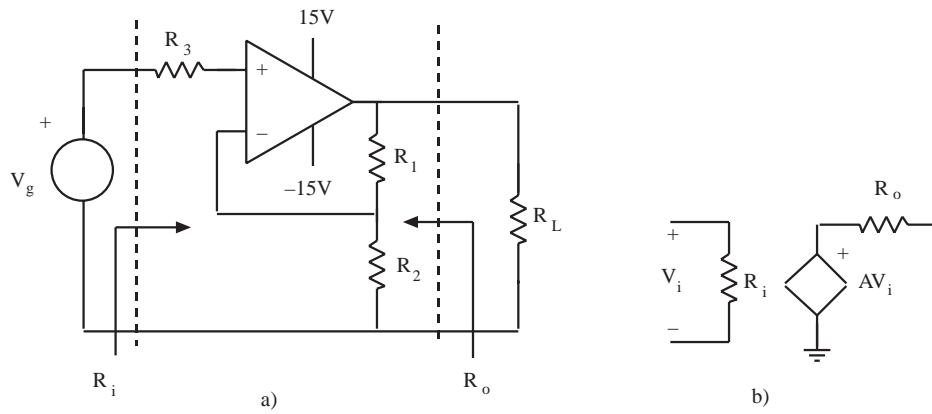


Fig. P4.18

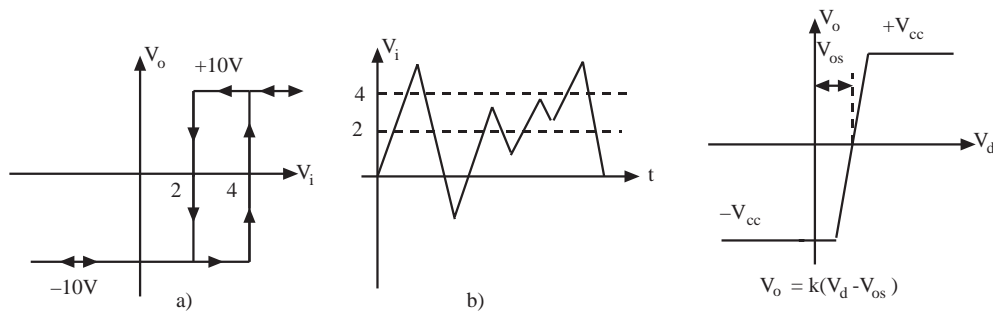


Fig. P4.20

Fig. P4.21

P4.21 Construir un modelo para el A.O. cuya característica sea la mostrada en la figura P4.21. Utilícese este modelo para analizar un amplificador inversor.

Capítulo 5

El condensador, la bobina y el transformador

5.1 El condensador

El condensador es un componente electrónico que tiene la propiedad de almacenar carga eléctrica. La tensión entre sus terminales es proporcional a la carga almacenada. A consecuencia de esta propiedad, la corriente que circula a través de él es proporcional a la derivada de la tensión entre sus terminales. Por tanto, a diferencia de los elementos resistivos, su característica no puede representarse en los ejes de coordenadas corriente-tensión. El condensador real suele aproximarse por un elemento de circuito denominado condensador ideal, que se define a continuación.

103

5.1.1 El condensador ideal

El *condensador ideal* es un elemento de circuito que tiene la propiedad de almacenar energía en forma de campo eléctrico, cuando se acumula una carga eléctrica en su interior. Si la carga que almacena es q , la tensión entre sus dos terminales, v_c , viene dada por:

$$v_c = \frac{q}{C} \quad (5.1)$$

La constante de proporcionalidad C se denomina *capacidad*. La unidad de capacidad es el *faradio* (F). De acuerdo con 5.1:

$$1 \text{ faradio} = 1 \text{ culombio} / 1 \text{ voltio}$$

es decir, un faradio es la capacidad de un condensador que presenta entre sus terminales una tensión de un voltio cuando la carga que almacena es de un culombio. El símbolo circuital del condensador se representa en la figura 5.1a. En la figura 5.1b se representa un dibujo esquemático de un tipo de condensador: *el condensador plano*. Este condensador está constituido por dos placas conductoras de igual área A , separadas por un aislante o dieléctrico, de espesor d y permitividad ϵ . Además de éste, existen otros tipos de condensadores, tales como los cilíndricos, esféricos,... constituidos también por dos placas conductoras (de forma cilíndrica, esférica,...) separadas por un aislante.

Recordando la definición de intensidad:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

y derivando los dos miembros de la expresión 5.1, se halla una expresión alternativa:

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} \quad (5.2)$$

donde i_c es la corriente que entra al condensador. Esta expresión pone de manifiesto dos propiedades muy importantes de un condensador:

- La tensión v_c entre sus terminales no puede variar de forma discontinua. Si lo hiciera, la expresión 5.2 indicaría que debería circular una corriente de valor infinito, que no existe en el mundo real.
- Cuando la tensión v_c se hace constante, el condensador se comporta como un *circuito abierto*, puesto que i_c es nula.

En las expresiones 5.1 y 5.2 hay que tener en cuenta que los signos de q , i_c y v_c son los indicados en la figura 5.1a.

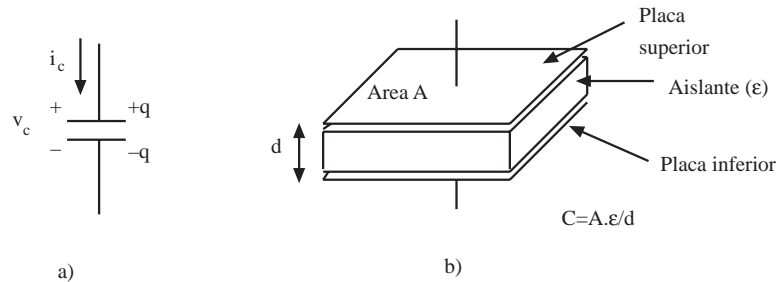


Fig. 5.1 a) Símbolo circuital del condensador. b) Estructura de un condensador plano

Ejemplo 5.1

Calcular la carga almacenada en un condensador de 1 μF si la tensión entre terminales es de 5 V.

La carga almacenada por el condensador será $q = C v_c$. Sustituyendo valores numéricos resulta:

$$q = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 5 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ culombios}$$

Ejercicio 5.1

Considerar un condensador de 1 nF y otro de 1 μF . Ambos pierden una carga de 10^{-6} C. ¿Cuál es la variación de la tensión entre terminales en cada condensador?

Solución:

La disminución de tensión entre los terminales del condensador de 1 μF será de 1 V, mientras que en el de 1 nF sería de 1000 V.



En la definición 5.1 las variables primarias de un condensador son la tensión y la carga. Sin embargo, en el análisis de circuitos se suele trabajar con tensiones y corrientes. La relación entre carga y corriente permite deducir otra expresión alternativa a la 5.1:

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i_c(\tau).d\tau \quad (5.3)$$

donde se supone que la carga en el condensador es nula cuando $t \rightarrow -\infty$. Sustituyendo en 5.1:

$$v_c(t) = \frac{\int_{-\infty}^t i_c(\tau).d\tau}{C} \quad (5.4)$$

Esta formulación integral se expresa, a veces, de otra forma más conveniente para la manipulación matemática. La integral entre $-\infty$ y t se descompone en la suma de dos integrales: una desde $-\infty$ a cero, y otra desde cero a t . La primera integral representa la carga almacenada hasta $t = 0$, que denominaremos $q(0)$. Entonces:

$$\int_{-\infty}^t i_c.d\tau = \int_{-\infty}^0 i_c.d\tau + \int_0^t i_c.d\tau = q(0) + \int_0^t i_c.d\tau \quad (5.5)$$

Así pues, una expresión alternativa a 5.4 es:

$$v_c(t) = \frac{q(0) + \int_0^t i_c(\tau).d\tau}{C} = v_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_c(\tau).d\tau \quad (5.6)$$

105

en la cual la tensión entre terminales depende de la *carga inicial*, $q(0)$, y de la carga almacenada desde $t = 0$. Obsérvese que, cuando el condensador tiene almacenada una carga inicial, la tensión entre sus terminales en $t = 0$ es $v_c(0) = q(0)/C$, que es la tensión "inicial" generada por la carga inicial del condensador. La expresión 5.6 muestra que un *condensador con carga inicial puede modelarse por una fuente de tensión constante, de valor $v_c(0)$, en serie con un condensador descargado.*

Ejemplo 5.2

Se conecta entre los terminales de un condensador de $1 \mu\text{F}$ una fuente independiente de corriente cuya forma de onda se representa en la figura 5.2a. Calcular y representar la tensión en bornes del condensador en función del tiempo. Suponer que la carga del condensador en $t = 0$ es nula.

Entre $t = 0$ y $t = 2\text{ms}$ el condensador se carga con una intensidad constante de 5mA .

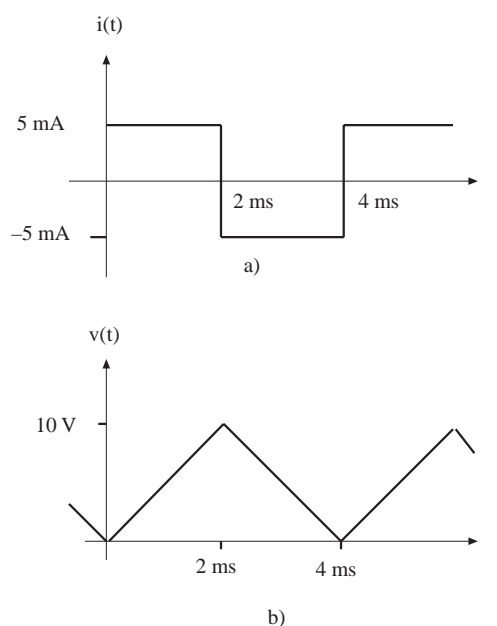


Fig. 5.2 a) Forma de onda de la corriente que carga al condensador del ejemplo 5.2. b) Forma de onda de la tensión en bornes del condensador

Aplicando 5.6, y teniendo en cuenta que $q(0) = 0$, resulta:

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t 5 \cdot 10^{-3} \cdot d\tau = \frac{5 \cdot 10^{-3} t}{C} = 5 \cdot 10^3 t$$

que es una rampa de pendiente positiva, que parte del origen y alcanza los 10 V cuando $t = 2\text{ms}$. Entre $t = 2\text{ms}$ y $t = 4\text{ms}$, la expresión 5.6 conduce a:

$$v_c(t') = 10 + \frac{1}{C} \int_0^{t'} (-5 \cdot 10^{-3}) \cdot d\tau = 10 - 5 \cdot 10^3 t'$$

donde, para facilitar la operación matemática, hacemos $t' = t - 2\text{ms}$. El resultado es una rampa que parte de 10 V y alcanza 0 V al cabo de 2 ms.

La forma de onda de la tensión en bornes del condensador se representa en la figura 5.2b.

Ejercicio 5.2

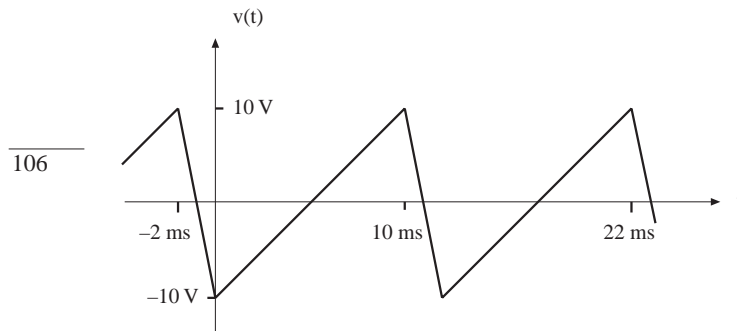


Fig. 5.3 Forma de onda de la tensión en bornes del condensador del ejercicio 5.2

Hallar la forma de onda de la corriente que circula por un condensador de $5 \mu\text{F}$, sabiendo que la forma de onda de la tensión en sus terminales es la representada en la figura 5.3.

Solución:

La forma de onda de la corriente será una señal rectangular cuyos pulsos positivos serán de 10 mA de amplitud y 10 ms de duración, y los negativos de -50 mA y de 2 ms de duración.

Ejemplo 5.3

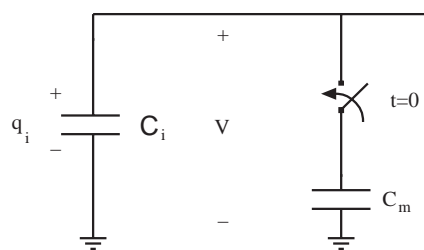


Fig. 5.4 Fenómeno de compartimiento de carga (ejemplo 5.2). Antes de cerrar el interruptor, V es de 5 V. Después vale V_f

En los circuitos integrados a muy gran escala (VLSI) suele ser importante el fenómeno de *compartimiento de carga*. Una forma electrónica de almacenar información consiste en "guardar" carga en un condensador. Si está cargado guarda un "1", mientras que si está descargado guarda un "0". Supongamos que un condensador C_i contiene una carga tal que la tensión entre sus terminales es 5 V. Para "leer" la información guardada en el condensador hay que medir la tensión en bornes del condensador, conectándole un circuito de medida. Supongamos que este circuito equivalga a un condensador C_m que supondremos descargado (figura 5.4). Al

conectar el condensador de medida, la carga guardada en C_i se distribuye entre C_i y C_m , lo que hace disminuir la tensión en bornes de C_i , y si ésta fuera inferior a un cierto umbral sería interpretado como que el condensador "guarda" un "0", en lugar de guardar un "1", como realmente hace. El objetivo de este ejemplo consiste en calcular la tensión en bornes de C_i después de conectar C_m .

En $t < 0$ la carga total del circuito es:

$$q_T = q_{io} + q_{mo} = 5C_i + 0 = 5C_i$$

Una vez conectado el circuito de medida, la carga total del conjunto continúa siendo la misma, ya que se ha supuesto nula q_{mo} (carga inicial de C_m). Al estar conectados en paralelo los dos condensadores tendrán entre sus terminales la misma tensión, lo cual exige que la carga antes almacenada en C_i se "comparta" con C_m , por lo que los valores finales de tensión y carga serán:

$$q_T = q_{if} + q_{mf} = V_f C_i + V_f C_m = V_f (C_i + C_m)$$

Igualando esta expresión con la anterior:

$$V_f = 5 \frac{C_i}{C_i + C_m}$$

Para que el efecto de compartimiento de carga tenga poca incidencia se requiere que C_m sea muy inferior a C_i .

Tal como ha sido resuelto este ejercicio, el lector podría sacar la impresión de que la tensión en bornes de los dos condensadores cambia instantáneamente al cerrar el interruptor. Pero, como se ha comentado anteriormente, esta variación discontinua de la tensión no es posible. En efecto, para simplificar el circuito, no se han representado las resistencias asociadas a los conductores y al interruptor, que siempre están presentes, las cuales, como se verá más adelante, implican que se llega a un valor final estable después de transcurrir cierto tiempo.

107

5.1.2 Principio físico de funcionamiento

El principio físico del condensador se basa en que la carga almacenada en las placas del condensador crea un campo eléctrico entre dichas placas, el cual origina una diferencia de potencial entre ellas. Consideremos la figura 5.5. Una corriente i inyecta cargas positivas a la placa superior del condensador. El aislante entre placas les impide el paso a la placa inferior, y obliga a que queden almacenadas en dicha placa. Estas cargas almacenadas en la placa superior originan un campo eléctrico que "expulsa" cargas positivas de la placa inferior (ley de Coulomb) y por tanto "carga" a

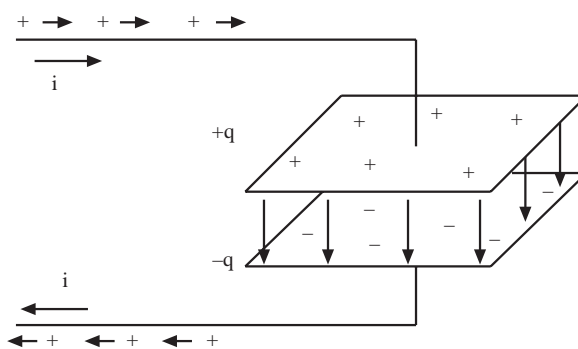


Fig. 5.5 Almacenamiento de cargas y campo eléctrico en un condensador

la placa inferior con una carga igual y de signo contrario a la almacenada en la placa superior. Las cargas positivas expulsadas de la placa inferior circulan por el terminal inferior y dan continuidad a la corriente: la corriente que sale del terminal inferior es igual a la que entra por el superior. El campo eléctrico entre placas provoca que éstas estén a diferente potencial. Nótese también que en el condensador hay neutralidad global de carga: la carga de la placa superior es igual y de signo contrario a la de la placa inferior.

En un condensador plano se demuestra que el campo eléctrico entre placas vale aproximadamente:

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

donde σ es la densidad superficial de carga en la placa (q/A) y ϵ la permitividad del aislante. El espesor de este aislante es d , que se supone igual a la separación entre placas. Por tanto la diferencia de potencial entre placas será:

$$v_c = |\vec{E}| \cdot d$$

y sustituyendo el campo eléctrico dado por la expresión anterior resulta:

$$v_c = \frac{\sigma}{\epsilon} \cdot d = \frac{q}{A \cdot \epsilon} \cdot d = \frac{q}{A \cdot \epsilon / d} = \frac{q}{C}$$

108

La capacidad del condensador plano, por tanto, viene dada por:

$$C = \frac{A \cdot \epsilon}{d} \quad (5.7)$$

5.1.3 Asociación de condensadores

De forma similar a lo que ocurría con las resistencias, a veces los condensadores aparecen en un circuito conectados en serie o en paralelo. También en este caso pueden ser sustituidos por condensadores equivalentes. Consideremos la figura 5.6a, en la que los condensadores C_1 y C_2 aparecen conectados en paralelo. La tensión entre terminales es v , por lo que la carga inyectada al conjunto de los dos condensadores, suponiendo que ambos estaban inicialmente descargados, es:

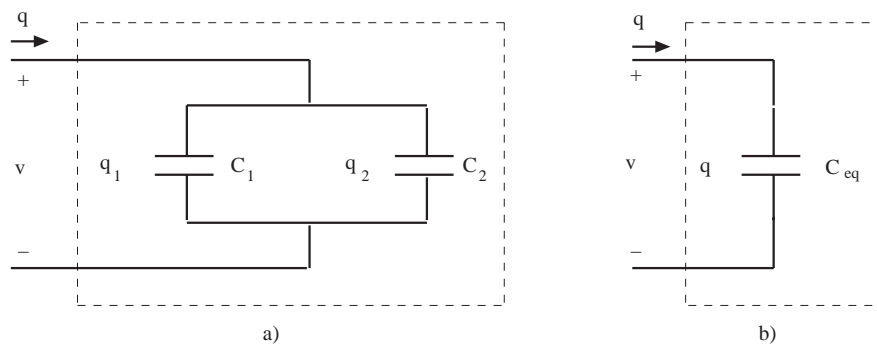


Fig. 5.6 a) Condensadores conectados en paralelo. b) Condensador equivalente

$$q = q_1 + q_2 = vC_1 + vC_2 = v(C_1 + C_2)$$

El condensador de la figura 5.6b, con una tensión v entre terminales, tiene una carga almacenada de:

$$q = vC_{eq}$$

Para que este último condensador sea equivalente a los dos conectados en paralelo se requiere que para la misma tensión entre terminales tenga la misma carga inyectada. Comparando las dos expresiones anteriores es inmediato verificar que debe cumplirse que:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 \quad (5.8)$$

Es decir, cuando dos condensadores están conectados en paralelo equivalen a uno cuya capacidad es la suma de las capacidades. Esta expresión puede generalizarse al caso de n condensadores conectados en paralelo: el valor de la capacidad equivalente es la suma de todas las capacidades.

En la figura 5.7a se representan los condensadores C_1 y C_2 , que se suponen inicialmente descargados, conectados en serie. La corriente que circula por ambos condensadores es la misma, por lo que las cargas que almacenan también lo son. Por tanto, la tensión entre terminales será:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right]$$

En el condensador de la figura 5.7b la relación entre la tensión y la carga es:

$$v = \frac{q}{C_{eq}}$$

109

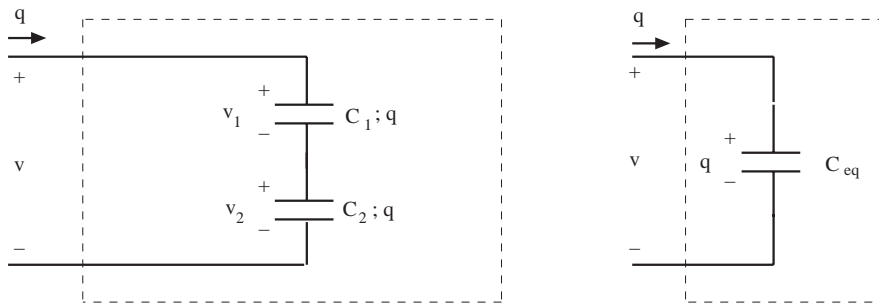


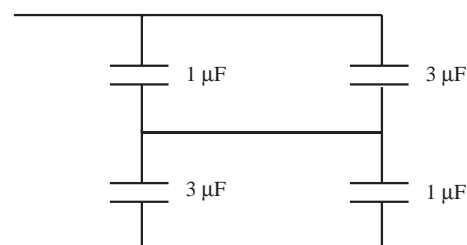
Fig. 5.7 a) Condensadores conectados en serie. b) Condensador equivalente

Para que sean equivalentes, a igualdad de tensión debe haber igualdad de carga almacenada, lo cual implica que:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (5.9)$$

es decir, y generalizando para dos o más condensadores, la inversa de la capacidad equivalente de varias capacidades conectadas en serie es la suma de las inversas de todas ellas.

Ejercicio 5.3



Hallar la capacidad equivalente del conjunto de condensadores de la figura 5.8.

Solución: $2 \mu F$

Fig. 5.8 Circuito del ejercicio 5.3



Obsérvese que estas reglas de equivalencia son "contrarias" a las que rigen para las resistencias. La regla para condensadores en paralelo es análoga a la de resistencias en serie y viceversa.

Los condensadores ideales aproximan el comportamiento de los condensadores reales. Las características de éstos y sus desviaciones respecto a este modelo ideal se tratan en el apéndice A. En particular hay que destacar que un condensador real puede deteriorarse si se aplica entre sus terminales una tensión superior a un valor límite denominada *tensión máxima de trabajo* (ver apéndice A).

5.2 Análisis de circuitos RC

El análisis de circuitos que contienen resistencias y condensadores se basa en la aplicación de las leyes de Kirchhoff, al igual que en los circuitos puramente resistivos. La única diferencia estriba en que los condensadores presentan una dependencia diferencial entre la tensión y la corriente en lugar de la relación de proporcionalidad que regía en el caso de las resistencias. Esta dependencia diferencial da lugar a ecuaciones en las que aparecen la incógnita y sus derivadas, motivo por el cual se denominan *ecuaciones diferenciales*.

La resolución de las ecuaciones diferenciales requiere el conocimiento de técnicas matemáticas específicas que no pueden ser desarrolladas en un texto de electrónica básica como éste. Para aquellos lectores que no las conozcan, y para evitar aplazar el estudio a un primer nivel de estos circuitos a la espera que las adquieran, daremos una breve descripción del procedimiento que se debe seguir sin pretender con ello suplir la adquisición rigurosa de dichos conocimientos.

En este capítulo sólo resolveremos circuitos que originan un tipo determinado de ecuaciones diferenciales: las de primer orden con coeficientes constantes, es decir, aquellas que están formadas por una combinación lineal de la variable y su primera derivada. Existen, por supuesto, circuitos que dan lugar a ecuaciones diferenciales más complicadas, los cuales no serán estudiados por el momento.

5.2.1 Respuesta de un condensador a señales en escalón

Consideremos el circuito de la figura 5.9, en el que el interruptor se cierra en el instante $t = 0$. El condensador está inicialmente descargado ($q(0) = 0$), por lo que al cerrar el interruptor el condensador iniciará un proceso de *carga*. La señal que se aplica al conjunto R-C es un escalón de tensión. Se suele denominar a este análisis *respuesta al escalón*.

Para $t \geq 0$ la ecuación de Kirchhoff de la malla es:

$$V_a = i_c R + v_c \quad (5.10)$$

Esta ecuación contiene dos incógnitas: i_c y v_c . Para resolverla hace falta una ecuación extra que relacione i_c y v_c . Se puede optar por utilizar la ecuación 5.2 o la ecuación 5.6. En el primer caso resulta una ecuación en que la incógnita es v_c . En el segundo caso la incógnita es i_c . Resolveremos las dos opciones.

Sustituyendo la ecuación 5.2 en 5.10:

$$V_a = RC \frac{dv_c}{dt} + v_c \quad (5.11)$$

que es una *ecuación diferencial en v_c* . A diferencia de las ecuaciones algebraicas, la solución de una ecuación diferencial es una función de la variable respecto a la que se deriva. En este caso la solución será la función $v_c(t)$.

El *procedimiento* que se debe seguir para resolver este tipo de ecuaciones diferenciales es el siguiente:

1. Escribir la ecuación de forma estándar: los términos que contienen la incógnita y sus derivadas se escriben en el primer miembro de la igualdad. El resto de los términos en el segundo miembro.

$$RC \frac{dv_c}{dt} + v_c = V_a \quad (5.12)$$

2. Hallar la solución general de la ecuación homogénea. La ecuación homogénea es la constituida por el primer miembro de 5.12 igualado a cero:

$$RC \frac{dv_c}{dt} + v_c = 0 \quad (5.13)$$

Para resolver esta ecuación se ensaya una solución del tipo $v_c = e^{at}$, y se determina el parámetro a para que sea solución. Sustituyendo esta expresión y su derivada en 5.13, resulta:

$$RCe^{at}a + e^{at} = 0 \Rightarrow e^{at}(aRC + 1) = 0 \quad (5.14)$$

Para que e^{at} sea solución se requiere que se cumpla 5.14. Esta ecuación se cumplirá si e^{at} es nula, o si el paréntesis es nulo. La primera alternativa no es adecuada, puesto que implica únicamente la solución trivial $v_c = 0$. Por el contrario, la segunda significa que:

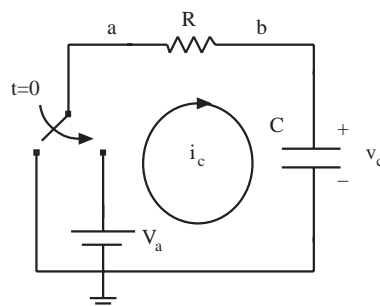


Fig. 5.9 Circuito de carga de un condensador a través de una resistencia

$$a = -\frac{1}{RC} \quad (5.15)$$

que conduce a una solución no nula para v_c . La solución general de la ecuación homogénea viene dada por el producto de la exponencial por una constante arbitraria:

$$v_{ch} = Ke^{-t/RC} \quad (5.16)$$

tal como puede verificarse sustituyendo esta expresión en 5.13.

Obsérvese que esta forma de resolver la ecuación homogénea no es en absoluto "caprichosa". La ecuación 5.13 podría ser resuelta de forma directa sin más que reordenar sus términos:

$$\frac{dv_c}{v_c} = -\frac{dt}{RC} \quad (5.17)$$

Integrando ambos miembros de la igualdad:

$$\begin{aligned} \ln(v_c) &= k_1 - \frac{t}{RC} \\ v_c &= e^{k_1} e^{-t/RC} = Ke^{-t/RC} \end{aligned} \quad (5.18)$$

112

que es la solución obtenida por el procedimiento anterior. Nótese que para que pueda cumplirse 5.13 se requiere que v_c y su derivada sean funciones del mismo tipo. Si no lo fueran, no podría ser nula una combinación lineal de la función y su derivada. La función exponencial cumple esta propiedad.

3. Hallar *una* solución particular de la ecuación completa. Para este tipo de ecuación, en la que el segundo miembro de la igualdad es una constante, se prueba una solución del tipo $v_c = B$, siendo B una constante. Sustituyendo este valor en la ecuación completa resulta:

$$\begin{aligned} RC \cdot 0 + B &= V_a \\ B &= V_a \end{aligned} \quad (5.19)$$

Por tanto, la solución particular será:

$$v_{cp} = V_a \quad (5.20)$$

4. Formular la *solución matemática* de la ecuación diferencial. Esta solución se compone de la suma de la solución general de la ecuación homogénea más la solución particular:

$$v_c = v_{ch} + v_{cp} = Ke^{-t/RC} + V_a \quad (5.21)$$

En efecto, obsérvese que sustituyendo 5.21 en 5.12 se obtiene:

$$RC \frac{d(v_{ch} + v_{cp})}{dt} + (v_{ch} + v_{cp}) = \left[RC \frac{dv_{ch}}{dt} + v_{ch} \right] + \left[RC \frac{dv_{cp}}{dt} + v_{cp} \right] = V_a \quad (5.22)$$

que cumple la ecuación diferencial ya que el primer paréntesis es nulo, y el segundo vale V_a .

Es importante observar que hay infinitas soluciones matemáticas (expresiones que cumplen la ecuación): una para cada valor de K .

5. Hallar la *solución física*, es decir, escoger de entre todas las soluciones matemáticas la que tenga sentido físico. En este tipo de ecuaciones diferenciales, esta solución se halla haciendo que la solución matemática tome, para $t = 0$, el mismo valor que el que impone el comportamiento físico del circuito. En el circuito que estamos analizando, el condensador estaba inicialmente descargado, por lo que en $t = 0$:

$$v_c(0) = \frac{q(0)}{C} = 0 \quad (5.23)$$

Así pues, la expresión 5.21 para $t = 0$ debe tomar este valor:

$$Ke^0 + V_a = K + V_a = 0 \quad (5.24)$$

Por tanto, el valor que debe tomar K para que se cumpla esta condición inicial es:

$$K = -V_a \quad (5.25)$$

y la solución de la ecuación diferencial será:

$$v_c = -V_a e^{-t/RC} + V_a = V_a(1 - e^{-t/RC}) \quad (5.26)$$

113

La representación gráfica de la solución se da en la figura 5.10a. La solución 5.26 contiene dos términos: uno que se extingue al transcurrir el tiempo, que consecuentemente se denomina *régimen transitorio*, y otro que permanece invariable después de extinguido el primero, y que se denomina *régimen permanente*. En este circuito, el régimen transitorio viene dado por una ley exponencial con una constante de tiempo dada por el producto de la resistencia por la capacidad. Después de unas pocas constantes de tiempo (de tres a cinco, según la precisión que se requiera) este término adquiere un valor despreciable (ver capítulo 1, apartado 1.3.2). El régimen transitorio permite dar "continuidad" a v_c para pasar desde su valor inicial (0 V) a su valor final (V_a) (recuérdese que en un condensador v_c no puede cambiar de forma abrupta). El régimen permanente es V_a , que es invariable con el tiempo.

La corriente i_c , que carga al condensador, puede calcularse aplicando 5.2:

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} = \frac{V_a}{R} e^{-t/RC} \quad (5.27)$$

La representación gráfica de esta corriente se da en la figura 5.10b. Para $t = 0$ el valor de i_c es V_a/R , y cuando

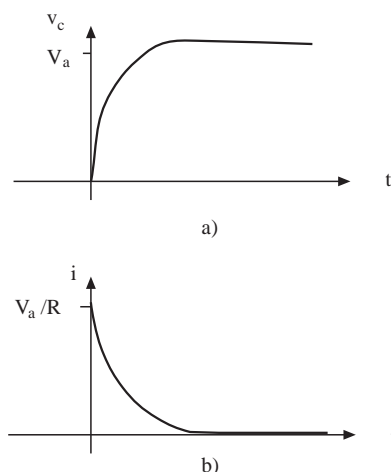


Fig. 5.10 Evolución de v_c en el circuito de la figura 5.7

t es mucho mayor que RC tiende a cero. Así pues, el régimen permanente de un condensador excitado por una tensión continua equivale a un circuito abierto: una vez cargado el condensador a la tensión V_a impide el paso de corriente a través de él.

Estos resultados tienen una fácil interpretación física. La tensión en bornes del condensador es proporcional a su carga. Inicialmente ésta es nula, y por tanto también lo es la tensión en el punto "b" de la figura 5.9. El punto "a" siempre está conectado (para $t \geq 0$) a V_a . Por tanto, en el instante inicial la caída de tensión en R será V_a , y la corriente será, en consecuencia, V_a/R . Esta corriente empezará a cargar el condensador, y a medida que se cargue aumentará v_c , y por tanto la tensión del punto "b". La caída de tensión en la resistencia disminuirá y, por tanto, también disminuirá la corriente. Pero aunque disminuya, esta corriente seguirá cargando al condensador e incrementando v_c , lo que provocará una ulterior disminución de la corriente. El proceso llega a un punto estable cuando v_c alcanza el valor V_a . En estas condiciones la caída de tensión en la resistencia es nula, lo que implica una corriente nula, y al ser nula la corriente deja de incrementarse la carga en el condensador, y por tanto no varía v_c .

La segunda alternativa para resolver el circuito consistía en sustituir la ecuación 5.6 en 5.10.

Esto conduce a la ecuación:

$$V_a = i_c R + \frac{q(0) + \int_0^t i_c \cdot d\tau}{C} \quad (5.28)$$

que resulta ser una *ecuación integral* en i_c . Esta ecuación la transformamos en diferencial derivando ambos miembros de la igualdad respecto al tiempo:

114

$$0 = R \frac{di_c}{dt} + \frac{i_c}{C} \quad (5.29)$$

ya que V_a y $q(0)$ son constantes. Multiplicando ambos miembros de la igualdad por C y aplicando el procedimiento descrito anteriormente para resolver una ecuación diferencial resulta:

1. $RC \frac{di_c}{dt} + i_c = 0$
2. $i_c = e^{at}$
 $RCe^{at}a + e^{at} = 0 \Rightarrow a = -1/RC$
 $i_{ch} = Ke^{-t/RC}$
3. $i_c = B$
 $RC0 + B = 0 \Rightarrow B = 0$
 $i_{cp} = 0$
4. $i_c = Ke^{-t/RC} + 0 = Ke^{-t/RC}$
5. *Físicamente* : $i_c(0^+) = V_a / R$
Matemáticamente : $i_c(0) = K$
Luego $K = V_a / R$
Así pues $i_c = \frac{V_a}{R} e^{-t/RC}$

que es el mismo resultado que el hallado anteriormente. Nótese que el valor inicial de i_c debe ser una vez cerrado el interruptor, $i_c(0^+)$, diferente de $i_c(0^-)$. Aplicando la ecuación 5.6 podemos hallar v_c :

$$v_c = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{V_a}{R} e^{-\tau/RC} d\tau = -V_a e^{-\tau/RC} \Big|_0^t$$

$$v_c = V_a (1 - e^{-t/RC})$$

que vuelve a coincidir con el resultado anterior.

Ejercicio 5.4

En el circuito de la figura 5.11 el condensador está inicialmente descargado. Se pide: a) Hallar la ecuación diferencial del circuito aplicando análisis de nudos. b) Hallar la expresión de la tensión en bornes del condensador. c) ¿Cuánto tiempo tardará aproximadamente en cargarse el condensador a su valor final?

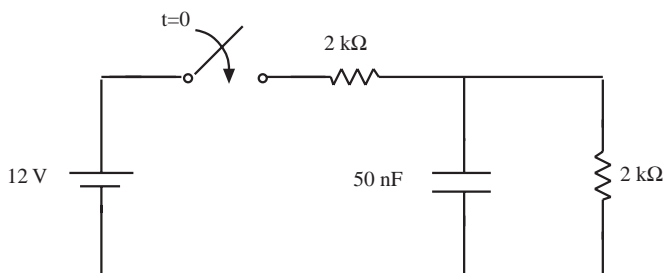


Fig. 5.11 Circuito del ejercicio 5.4

Solución:

$$\frac{12 - v_c}{2k\Omega} = C \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{2k\Omega}$$

$$v_c(t) = 6 - 6e^{-t/\tau} \quad \text{con} \quad \tau = 1k\Omega \cdot 50nF$$

$$t_c \approx 3\tau = 150\mu s$$



Analicemos a continuación la *descarga de un condensador*. Consideremos el circuito de la figura 5.12, en el que se muestra un condensador cargado inicialmente con q_0 . Cuando se cierra el interruptor en $t = 0$ el condensador se irá descargando a través de la resistencia R .

Al tener el condensador una carga inicial q_0 , presenta entre sus terminales una tensión inicial v_{co} de valor q_0/C . Al cerrar el interruptor, esta tensión se aplica a la resistencia, y por tanto circula inicialmente a través de ella una corriente de la valor v_{co}/R . Esta corriente está formada por las cargas almacenadas en el condensador por lo que la carga en éste disminuye de forma continua, lo que provoca que la tensión en sus terminales también lo haga, y por tanto también lo hará la corriente por la resistencia. Este proceso termina cuando el condensador ha perdido toda su carga. Entonces, al estar descargado, presenta una tensión nula, y en consecuencia también será nula la corriente por la resistencia. Es una situación final estable.

La resolución matemática de este circuito es la siguiente. La ecuación de malla, para $t \geq 0$, es:

$$v_c = iR \tag{5.30}$$

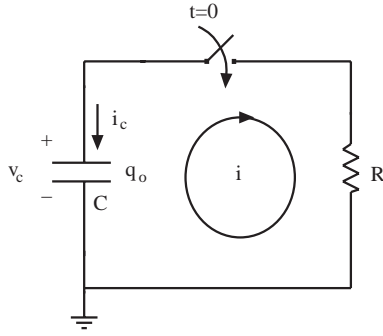


Fig. 5.12 Circuito de descarga de un condensador

La segunda ecuación necesaria para resolver el circuito es una modificación de la ecuación 5.6. En este circuito debe observarse que el sentido de i es contrario al definido en el primer apartado como corriente de carga del condensador i_c . Es una corriente que *descarga* al condensador en lugar de cargarlo. Por tanto, la carga en el condensador será:

$$\begin{aligned} q(t) &= q(0) + \int_0^t i_c \cdot d\tau = q(0) - \int_0^t i \cdot d\tau \\ v_c(t) &= \frac{q(t)}{C} = \frac{q_o - \int_0^t i \cdot d\tau}{C} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Sustituyendo 5.31 en 5.30 y derivando respecto al tiempo resulta:

$$-\frac{i}{C} = R \frac{di}{dt} \quad (5.32)$$

que es una ecuación diferencial que puede resolverse aplicando el procedimiento descrito anteriormente:

$$\begin{aligned} R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} &= 0 \\ e^{at} \left[Ra + \frac{1}{C} \right] &= 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{RC} \\ i_p &= 0 \\ i &= K e^{-t/RC} + 0 = K e^{-t/RC} \end{aligned}$$

El análisis físico del circuito muestra que el valor inicial de i , justo después de cerrar el interruptor, debe ser:

$$i(0) = \frac{v_{co}}{R} = \frac{q_o}{CR} \quad (5.33)$$

Así pues, como el valor de K debe ser $i(0)$, la solución será:

$$i = \frac{q_o}{RC} e^{-t/RC} \quad (5.34)$$

que muestra que la corriente disminuye exponencialmente con una constante de tiempo RC . La tensión en terminales del condensador puede calcularse sustituyendo 5.34 en 5.31. Operando resulta:

$$v_c = \frac{q_o}{C} e^{-t/RC} \quad (5.35)$$

que demuestra que esta tensión también se extingue de forma exponencial desde su valor inicial q_o/C .

Ejemplo 5.4

En el circuito de la figura 5.13a el interruptor se cierra en $t = 0$. Hallar la tensión en bornes del condensador a partir del instante en que se cierra el interruptor. ¿Cuánto tiempo debe transcurrir desde que se cierra el interruptor para que la tensión alcance el régimen permanente si el valor de C es de $1 \mu\text{F}$?

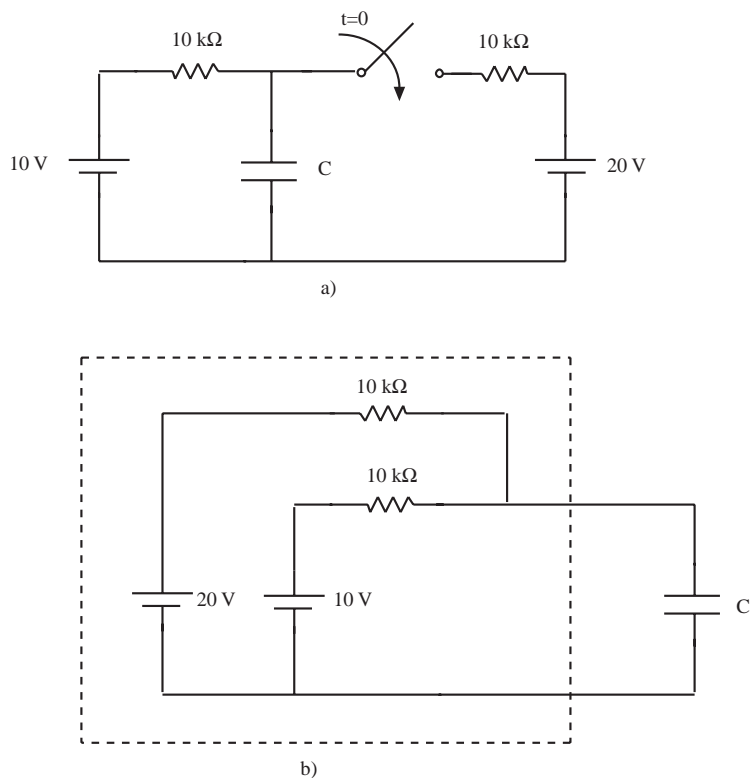


Fig. 5.13 a) Circuito del ejemplo 5.4. b) Circuito cuando el interruptor está cerrado

Con el interruptor abierto, la tensión en bornes del condensador es de 10 V, dado que la fuente de 10 V ha cargado el condensador. Por tanto su carga será de $10 \cdot C$ culombios.

Cuando el interruptor se cierra, se puede volver a dibujar el circuito de la forma indicada en la figura 5.13b. Entonces la parte de circuito recuadrada puede sustituirse por su equivalente Thévenin, lo que conduce a un circuito del tipo de la figura 5.9, pero en el que el valor de la batería es de 15 V y el de la resistencia $5 \text{ k}\Omega$. La solución de este circuito, teniendo en cuenta que su carga inicial es $q(0) = 10 \cdot C$, es:

$$v_c(t) = 15 - 5e^{-t/\tau}$$

donde $\tau = RC = 1 \mu\text{F} \cdot 5 \text{ k}\Omega = 5 \text{ ms}$. Observar que la tensión evoluciona desde un valor inicial de 10 V hasta un valor final de 15 V.

El valor final de 15 V será prácticamente alcanzado después de unas tres constantes de tiempo, es decir, después de unos 15 ms.

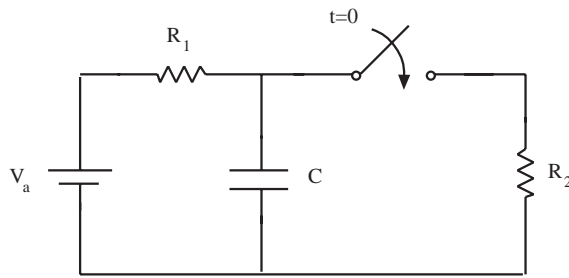
Ejercicio 5.5

Fig. 5.14 Circuito del ejercicio 5.5

Calcular $v_c(t)$ en el circuito de la figura 5.14, en el que el interruptor se cierra en $t = 0$.

Solución:

Con el interruptor abierto, el condensador está cargado a la tensión V_a . Una vez cerrado el interruptor, la evolución de v_c viene dada por:

$$v_c(t) = \frac{V_a}{R_1 + R_2} (R_2 + R_1 e^{-t/C \cdot R_e})$$

donde R_e es el equivalente paralelo de R_1 y R_2 .

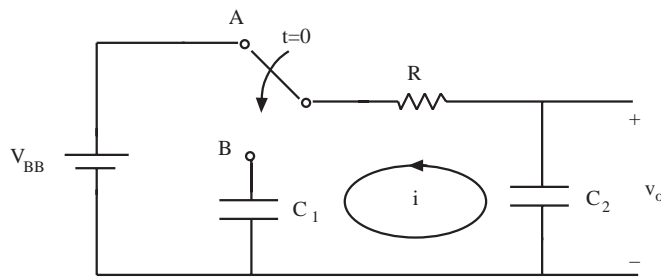
Ejemplo 5.5

Fig. 5.15 Circuito del ejemplo 5.5

En el circuito de la figura 5.15 el interruptor conmuta a la posición B en $t = 0$. Hallar las expresiones de v_{c1} y de v_{c2} en función del tiempo.

Con el interruptor en la posición A el condensador C_2 está cargado a la tensión V_{BB} . Así pues, en $t = 0$, justo antes de la conmutación:

$$v_o(0) = v_{c2}(0) = V_{BB} \Rightarrow q_2(0) = C_2 V_{BB}$$

En $t = 0$ se produce la conmutación. A partir de este instante el circuito es el formado por los elementos C_1 , R y C_2 . Como C_1 se supone descargado, la tensión entre sus terminales será nula, por lo que toda la tensión entre los terminales de C_2 , $q_2(0)/C_2$, se aplica a R . Por tanto, la corriente que circulará en el instante inicial será:

$$i(0) = \frac{v_o(0)}{R} = \frac{V_{BB}}{R}$$

Esta corriente proviene de las cargas almacenadas en C_2 , por lo que descargará a este condensador, y en consecuencia disminuirá la tensión entre sus bornes. Pero, por otra parte, esta corriente carga a C_1 , haciendo aumentar la tensión entre terminales de este condensador. Ambos efectos, la disminución de v_{c2} y el aumento de v_{c1} , provocan que la caída de tensión en R disminuya a partir de su valor inicial, por lo que disminuirá la corriente i . Se llegará a una situación estable cuando la caída de tensión en R sea nula, es decir, cuando las tensiones en los dos condensadores sean iguales. Entonces la corriente i será nula, las cargas no se redistribuirán más, y las tensiones serán invariables.

El tratamiento matemático de este comportamiento es el siguiente:

$$\begin{aligned} v_{c2} &= iR + v_{c1} \\ v_{c2} &= \frac{q_2(0) - \int_0^t i.d\tau}{C_2} \\ v_{c1} &= \frac{0 + \int_0^t i.d\tau}{C_1} \end{aligned}$$

Sustituyendo v_{c1} y v_{c2} en la primera ecuación, y derivando ambos miembros respecto al tiempo obtenemos:

$$R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C_e} = 0$$

donde C_e es la capacidad equivalente de C_1 y C_2 en serie.

La resolución de esta ecuación, teniendo en cuenta la condición inicial antes comentada, conduce a:

$$i = \frac{V_{BB}}{R} e^{-t/RC_e}$$

Las tensiones en bornes de los condensadores pueden hallarse integrando esta expresión de acuerdo con las expresiones de v_{c1} y v_{c2} antes escritas, con lo que se llega a:

119

$$\begin{aligned} v_o(t) = v_{c2}(t) &= V_{BB} \left[1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} (1 - e^{-t/RC_e}) \right] \\ v_{c1}(t) &= V_{BB} \frac{C_2}{C_1 + C_2} (1 - e^{-t/RC_e}) \end{aligned}$$

Obsérvese que ambas tensiones tienden al mismo valor final, tal como habíamos razonado anteriormente.



El análisis de los resultados obtenidos en los procesos de carga y descarga de un condensador, permite extrapolar una expresión para obtener el resultado final sin resolver la ecuación diferencial. Si denominamos v_i al valor inicial de la tensión en bornes del condensador y v_f al valor final de esta tensión:

$$v_c = v_f + (v_i - v_f) e^{-t/\tau} \quad (5.36)$$

donde τ es la constante de tiempo del circuito y viene dada por el producto de C por la resistencia "vista" por el condensador. Obsérvese que en 5.36 el valor de v_c para $t = 0$ es v_i , y el valor para t mucho mayor que la constante de tiempo tiende a v_f . Para aplicar esta expresión basta conocer v_i , v_f y τ

mediante "inspección física" del circuito. En particular, el valor de v_f puede obtenerse sustituyendo el condensador por un circuito abierto, puesto que en régimen permanente éste es su estado. Así, por ejemplo, en el caso de descarga del condensador sabemos que el valor inicial es q_0/C , el valor final 0, y la constante de tiempo RC . Sustituyendo estos valores en la expresión 5.36 obtenemos 5.35. De forma similar se podría obtener la expresión 5.26 relativa a la carga de un condensador a partir del valor inicial, $v_c(0) = 0$, y del valor final, $v_c(\infty) = V_a$, conocidos por simple inspección del circuito.

Ejemplo 5.6

Resolver el ejemplo 5.4 aplicando la expresión 5.36.

El valor inicial de v_c será de 10 V, tal como fue justificado en el ejemplo 5.4.

El valor final de v_c será la tensión del generador equivalente de Thévenin cuyo valor es de 15 V.

La constante de tiempo del circuito será el producto de la capacidad por la resistencia que "ve", que no es otra que la del equivalente Thévenin (R_1 y R_2 en paralelo). Por tanto, sustituyendo estas constantes en 5.36 se obtiene el mismo resultado que en el ejemplo 5.4.

Ejercicio 5.6

Resolver el ejercicio 5.5 aplicando la expresión 5.36.

Solución: Los valores v_i , v_f y τ de la expresión 5.36 son:

$$v_i = V_a \quad v_f = V_a R_2 / (R_1 + R_2) \quad \tau = C [R_1 R_2 / (R_1 + R_2)]$$

120

5.2.2 Respuesta de circuitos RC a excitaciones sinusoidales

La respuesta de los circuitos electrónicos a las señales sinusoidales constituye una parte muy importante de la ingeniería electrónica pero sobrepasa los objetivos de este texto. En este apartado nos limitaremos a introducir algunos conceptos generales sobre este tema, resolviendo la ecuación diferencial de un circuito RC excitado por una señal sinusoidal, ya que algunos conceptos sobre amplificadores, que se verán en capítulos posteriores, lo requieren.

Consideremos el circuito de la figura 5.16. Suponemos el condensador inicialmente descargado.

La ecuación de este circuito es, para $t \geq 0$:

$$A \cos(\omega t) = Ri + v_c$$

que, combinada con 5.2, conduce a la siguiente ecuación diferencial:

$$RC \frac{dv_c}{dt} + v_c = A \cos(\omega t) \quad (5.37)$$

que es similar a las anteriores, con la diferencia de que el término independiente es una senoide de pulsa-

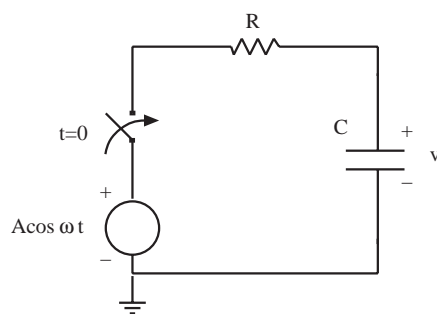


Fig. 5.16 Circuito RC con excitación sinusoidal

ción ω radianes por segundo en lugar de ser una constante. El procedimiento de resolución consta de los mismos pasos expuestos en 5.2.1:

1 y 2: La ecuación homogénea es la misma que 5.13.

3: Para hallar la solución particular se ensaya:

(5.38)

Sustituyendo esta expresión y su derivada en 5.37 resulta:

(5.39)

Para que se cumpla esta ecuación para cualquier valor de t se requiere que los coeficientes de las funciones seno y coseno a ambos lados de la igualdad sean idénticos:

y se hallan a y b resolviendo este sistema de ecuaciones, con lo que se obtiene:

(5.40)

expresión que también puede escribirse de la siguiente forma:

(5.41)

que muestra que la solución particular también es una senoide en la que su amplitud y desfase dependen de la frecuencia de la excitación y del producto RC .

4: Usando 5.40 como solución particular, la solución matemática de la ecuación 5.37 es:

(5.42)

5: La solución física se obtendrá haciendo que el valor matemático para $t = 0$ coincida con el que debe tener físicamente el circuito. En este caso, suponíamos el condensador inicialmente descargado por lo que debe cumplirse que $v_c(0) = 0$, con lo que se encuentra que:

$$v_c = -\frac{A}{+RC} e^{-t/RC} + \frac{A}{\sqrt{+RC}} \quad t - \quad (5.43)$$

Esta expresión se representa gráficamente en la figura 5.17. El primer término es la solución de la ecuación homogénea. Como esta solución no depende de la excitación sinusoidal (generadores inde-

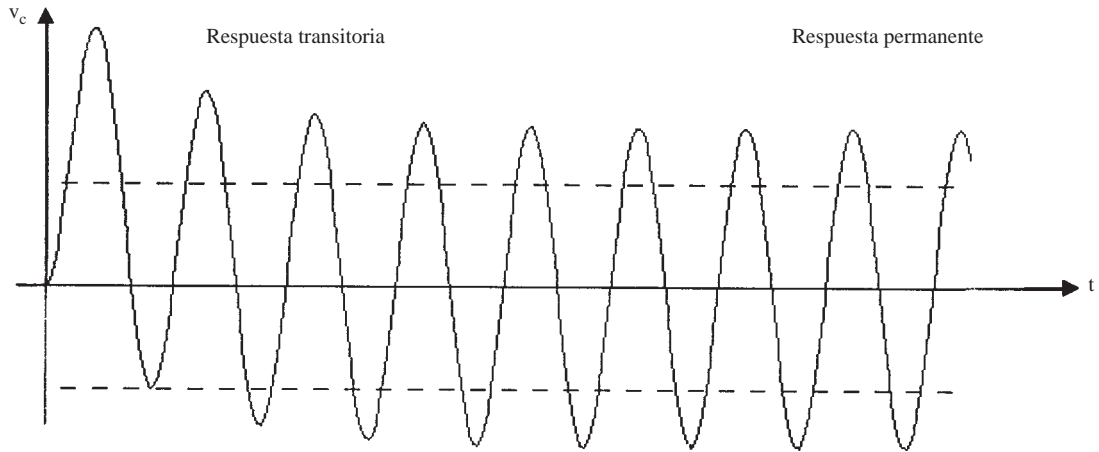


Fig. 5.17 Respuesta a la excitación sinusoidal del circuito de la figura 5.16

pendientes) se la suele denominar *respuesta natural* del circuito. El segundo término depende tanto del circuito como de la excitación y se le denomina *respuesta forzada*. Obsérvese que la respuesta natural se extingue después de unas pocas constantes de tiempo y queda solamente la respuesta forzada. Esta última es una señal periódica que se mantiene indefinidamente en el tiempo mientras dure la excitación. Por esta razón se la suele denominar *régimen permanente sinusoidal*.

Aunque se ha resuelto la ecuación diferencial 5.37 usando sinusoides, matemáticamente resulta mucho más simple resolverla usando exponenciales complejas, puesto que la fórmula de Euler (1.21) permite expresar un coseno como la parte real de la exponencial compleja de su argumento. Por esto, en lugar de resolver 5.37, se resuelve:

$$RC \frac{d\vec{v}_c}{dt} + \vec{v}_c = Ae^{j\omega t} \quad (5.44)$$

En este caso \vec{v}_c será, a diferencia de 5.37, una magnitud compleja, cuya parte real será la respuesta a la excitación $A\cos\omega t$, mientras que su parte imaginaria lo sería a $A\sin\omega t$. La solución de la ecuación 5.44 se halla igual que la de 5.37, pero la solución particular será ahora del tipo:

$$\vec{v}_c = \vec{B}e^{j\omega t} \quad (5.45)$$

que, sustituida en 5.44, conduce a:

$$\vec{B} = \frac{A}{1 + j\omega RC} \quad (5.46)$$

Ignorando el régimen transitorio, que tiene poco interés en la respuesta de circuitos a excitaciones sinusoidales, resulta que la solución del régimen permanente sinusoidal es:

$$\vec{v}_c = \frac{A}{1 + j\omega RC} e^{j\omega t} \quad (5.47)$$

El factor que multiplica a la exponencial puede expresarse en forma polar como:

$$\vec{v}_c = \frac{A}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} e^{-j\varphi} e^{j\omega t} \quad (5.48)$$

donde el ángulo φ es:

$$\varphi = \arctg(\omega RC)$$

La parte real de esta solución, haciendo uso de la fórmula de Euler, es:

$$\text{Re}[\vec{v}_c] = \frac{A}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \cos(\omega t - \varphi) \quad (5.49)$$

que coincide con la solución hallada por el método anterior.

Ejercicio 5.7

En el circuito de la figura 5.16 la resistencia es de 5 kΩ y la capacidad de 20 nF. ¿Para qué valor de ω el desfase de la salida respecto a la entrada será de: a) $\pi/4$ radianes (45°) y b) $\pi/3$ radianes (60°)?

Solución:

$$\varphi = \pi / 4 \Rightarrow \omega RC = \text{tg} \left[\frac{\pi}{4} \right] = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC} = 10^4 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\varphi = \pi / 3 \Rightarrow \omega RC = \text{tg} \left[\frac{\pi}{3} \right] = \sqrt{3} \Rightarrow \omega = \sqrt{3} \cdot 10^4 \text{ rad} / \text{s}$$

123

Ejemplo 5.7

El circuito de la figura 5.18 representa una situación que será encontrada en el estudio de los amplificadores: la combinación de una excitación continua I_0 y una sinusoidal $A \cos(\omega t)$ sobre un circuito formado por una resistencia en paralelo con un condensador. Se pide calcular la tensión $v_c(t)$.

Suponemos el condensador inicialmente descargado. Una vez cerrado el interruptor, y usando la técnica de exponenciales complejas, la ecuación del circuito es:

$$C \frac{d\vec{v}_c}{dt} + \frac{\vec{v}_c}{R} = I_0 + A e^{j\omega t}$$

Al igual que en los casos anteriores, la solución general de la ecuación homogénea es:

$$\vec{v}_c = K e^{-t/RC}$$

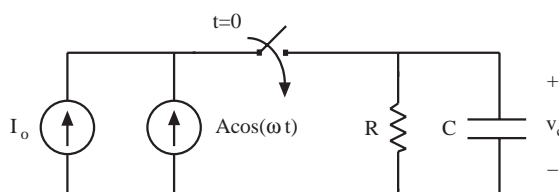


Fig. 5.18 Circuito del ejemplo 5.7

que es la respuesta natural del circuito. Para hallar una solución particular se ensaya:

$$\vec{v}_c = B_1 + B_2 e^{j\omega t}$$

sustituyendo esta expresión y su derivada en la ecuación diferencial, e identificando coeficientes de la función exponencial y de la constante en los dos miembros de la igualdad, resulta:

$$\vec{v}_c = I_0 R + \frac{R}{1 + j\omega RC} A e^{j\omega t}$$

Ignorando la respuesta natural (solución de la ecuación homogénea), la última expresión proporciona el régimen permanente sinusoidal del circuito, sin más que tomar la parte real:

$$\begin{aligned} \text{Re}[\vec{v}_c] &= I_0 R + \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} A \cos(\omega t - \varphi) \\ \varphi &= \arctg(\omega RC) \end{aligned}$$

solución que consiste en un término constante, $I_0 \cdot R$, al que se le superpone una senoide. Hay dos aspectos de este resultado que se deben destacar de una forma especial. El primero es que la amplitud y el desfase de la senoide dependen de la frecuencia de la señal. Por esta razón la respuesta de un circuito a una señal sinusoidal depende de la frecuencia. Esta dependencia se suele representar gráficamente. El segundo aspecto a señalar es que si la frecuencia angular ω es suficientemente elevada, la senoide de la expresión anterior se puede aproximar por:

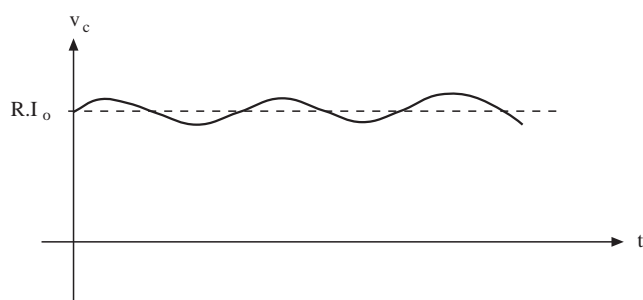


Fig. 5.19 Respuesta del circuito 5.18

$$\frac{A}{\omega C} \cos(\omega t - \pi/2)$$

cuya amplitud será muy pequeña y podrá despreciarse frente al término constante (figura 5.19). Entonces puede aproximarse el condensador como si fuera una fuente de tensión continua de valor $I_0 \cdot R$.



En un estudio más avanzado de este tema se verá un nuevo concepto denominado *impedancia*. En régimen permanente sinusoidal la impedancia, que se suele representar por el símbolo Z , viene dada por el cociente entre la tensión en terminales del dispositivo y la corriente que circula por él, expresadas ambas en forma de exponenciales complejas.

Si se aplica a un condensador una tensión:

$$\vec{v}_c = \vec{V}_c e^{j\omega t} = A e^{j\omega t}$$

la corriente que circulará por él será, de acuerdo con 5.2:

$$\vec{i}_c = C \frac{d\vec{v}_c}{dt} = j\omega CA e^{j\omega t} = \vec{I}_c e^{j\omega t}$$

por lo que la impedancia del condensador vendrá dada por:

$$Z_c = \frac{\vec{V}_c}{\vec{I}_c} = \frac{1}{j\omega C} \quad (5.50)$$

magnitud compleja que puede expresarse en forma polar:

$$Z_c = \frac{1}{\omega C} e^{j\pi/2} \quad (5.51)$$

Nótese que el término $1/\omega C$ tiene dimensión de ohmios, por lo que la impedancia viene a ser una generalización del concepto de resistencia. Pero también contiene el término exponencial complejo que implica un desfase:

$$\vec{i}_c = \frac{\vec{V}_c}{Z_c} e^{j\omega t} = \frac{A \cdot e^{j\omega t}}{(1/\omega C) \cdot e^{-j\pi/2}} = \omega CA \cdot e^{j(\omega t + \pi/2)} \quad (5.52)$$

Esta expresión pone de manifiesto que la senoide que representa la corriente va adelantada un ángulo de 90 grados respecto a la que representa la tensión en bornes del condensador.

5.3 La bobina

La bobina es un componente electrónico en el cual la relación entre la tensión en sus terminales y la corriente que circula por ella también sigue una ley diferencial. La expresión matemática de esta ley guarda una relación dual con la del condensador: se puede obtener una a partir de la otra sin más que cambiar corriente por tensión y capacidad por autoinducción. Por esta razón el tratamiento matemático de ambos elementos es muy similar.

5.3.1 La bobina ideal

La *bobina ideal*, también llamada inductor ideal, es un elemento de circuito que tiene la propiedad de almacenar energía mediante la creación de un campo magnético, cuando circula una corriente a través de ella. A consecuencia de ello, la relación entre la corriente que la atraviesa y la caída de tensión entre sus terminales viene dada por:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (5.53)$$

La constante de proporcionalidad L se denomina coeficiente de autoinducción de la bobina, y su unidad es el *henrio* (H). De acuerdo con 5.53,

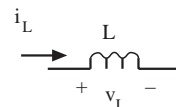


Fig. 5.20 Símbolo de la bobina ideal y signos de v_L e i_L

$$1 \text{ henrio} = 1 \text{ voltio} \times 1 \text{ segundo} / 1 \text{ amperio}$$

es decir, un henrio es el coeficiente de autoinducción de una bobina que presenta entre sus terminales una caída de tensión de un voltio cuando la corriente que la atraviesa varía a razón de un amperio cada segundo. En la figura 5.20 se dan el símbolo de la bobina y los sentidos de i_L y de v_L .

Ejemplo 5.8

Calcular la caída de tensión que habría entre los terminales de una bobina ideal de 2 mH si la intensidad que la atraviesa fuera la señal triangular representada en la figura 5.21a.

En cada una de las rampas que forman la señal triangular, la corriente viene expresada por la ecuación de una recta. La derivada de la corriente será la pendiente de dicha recta. Para las rampas positivas la pendiente es 3 mA/3 ms, es decir, 1 A/s. En estas rampas la tensión en bornes de la bobina será el producto de esta pendiente por L , es decir, 2 mV. Para las rampas negativas la pendiente, y por tanto v_L , toman los mismos valores pero con signo contrario. La forma de onda que toma v_L se representa en la figura 5.21b.

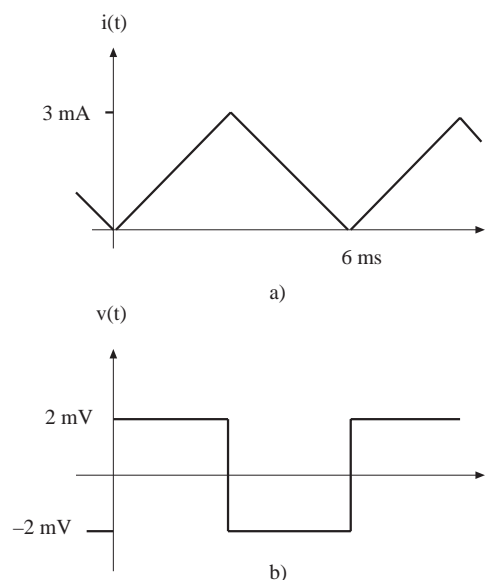


Fig. 5.21 a) Forma de onda de la corriente del ejemplo 5.8.
b) Tensión en bornes de la bobina

Ejercicio 5.8

Calcular la caída de tensión en una bobina de 3 mH, sabiendo que la intensidad viene dada por:

$$i = 3e^{-t/10^{-3}}$$

Solución:

$$v_L = -9e^{-t/10^{-3}} \text{ voltios}$$



La expresión 5.53 pone de manifiesto dos propiedades muy importantes de la bobina:

- La corriente en una bobina no puede variar de forma discontinua. En efecto, si lo hiciera su derivada sería infinita, por lo que la tensión que se generaría entre sus terminales también lo sería, lo cual no ocurre en el mundo real.
- Cuando la corriente i_L tiene un valor constante, la bobina equivale a un cortocircuito, puesto que la caída de tensión en ella es nula.

Existe un símil hidráulico de la bobina que ilustra estas propiedades. En este símil, la bobina equivale a las palas de una turbina que poseen una determinada inercia. Se supone que las palas están situadas en el interior de la tubería del circuito hidráulico y que no se extrae energía de la turbina. Supongamos inicialmente que las palas están en reposo y que no hay corriente hidráulica; es decir, que el líquido está en reposo. Cuando una bomba intente mover el líquido para producir una corriente, ésta sólo podrá circular poniendo en movimiento las palas de la turbina. Como éstas tienen inercia, su velocidad se incrementará de forma continua a partir de cero, haciendo que la corriente también aumente de forma continua a partir de cero. Cuando se alcance un régimen estacionario, las palas no opondrán resistencia a la corriente (situación equivalente al cortocircuito de la bobina en continua). Si se intenta cortar la corriente hidráulica, las palas de la turbina producirán una corriente debido a su inercia, manteniendo la continuidad de la velocidad de su movimiento y por tanto de la corriente que la atraviesa.

Puede obtenerse una expresión alternativa a 5.53 integrándola entre 0 y t:

$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{\int_0^t v_L(\tau).d\tau}{L} \quad (5.54)$$

En esta expresión $i_L(0)$ es la corriente que circula por la bobina en el instante inicial. *Obsérvese que una bobina con una corriente inicial puede modelarse mediante una fuente de intensidad constante, de valor $i_L(0)$, en paralelo con una bobina desactivada en el instante inicial.*

5.3.2 Principio físico de funcionamiento

127

El fundamento físico de este comportamiento tiene su origen en las fuerzas que ejercen entre sí las cargas eléctricas en movimiento. Además de la fuerza estática de Coulomb, dos cargas eléctricas en movimiento experimentan otra fuerza de origen "magnético". De forma similar a lo que se hacía para describir la fuerza electrostática, se puede imaginar que una carga en movimiento modifica el espacio que la rodea, creando un *campo magnético* B . Este campo magnético ejerce una fuerza F_m sobre otra carga eléctrica q que penetra en esta región del espacio con una velocidad v :

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (5.55)$$

Como una corriente eléctrica es un conjunto de cargas en movimiento, creará un campo magnético a su alrededor. Este campo magnético es proporcional al valor de la intensidad de la corriente.

Se define el flujo magnético de un campo B en una superficie perpendicular A como el producto:

$$\phi = B.A \quad (5.56)$$

Un alambre en forma de espira abierta de área A "abrazar" un flujo magnético, ϕ , dado por 5.56. Faraday estableció que si el flujo magnético que abrazaba esta espira variaba con el tiempo, aparecía una diferencia de potencial entre sus extremos de valor:

$$v_e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (5.57)$$

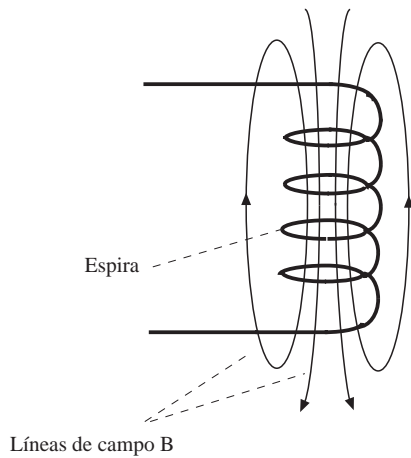


Fig. 5.22 Bobina en la que se indican las líneas de campo magnético

Una bobina está formada por un alambre "enrollado" sobre un núcleo formando N espiras en serie (figura 5.22). La corriente que circula por un hilo crea un campo magnético. Dentro del arrollamiento existe, pues, un campo B que es proporcional a la corriente y al número de espiras, debido a la adición de los campos magnéticos creados por cada espira. Suponiendo que este campo es perpendicular a las espiras, el flujo en cada una de ellas viene dado por el producto del campo por el área de la espira. Si este flujo varía con el tiempo, creará una diferencia de tensión v_e en cada espira, con lo que se obtiene una diferencia total de tensión v_L entre los terminales de la bobina igual a la suma de las tensiones en cada espira, ya que éstas están en serie. La variación del flujo en las espiras de la bobina se debe a la variación del campo magnético. Como que el campo magnético es proporcional a la corriente que atraviesa la bobina, resulta que v_L es proporcional a la variación de la corriente en la bobina:

$$v_L = N \frac{d\phi}{dt} = N \frac{d}{dt}(kNi) = kN^2 \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

128

donde L es la constante $k.N^2$ que aparece en la expresión anterior. La constante de proporcionalidad k depende de la sección de la bobina S , de la longitud del circuito magnético l , y de la permeabilidad μ del material que constituye el núcleo sobre el que se enrolla la bobina:

$$k = \frac{\mu S}{l}$$

Se remite al lector a la consulta de textos básicos de electricidad y magnetismo para la profundización en estos conceptos.

5.3.3 Asociación de bobinas en serie y en paralelo

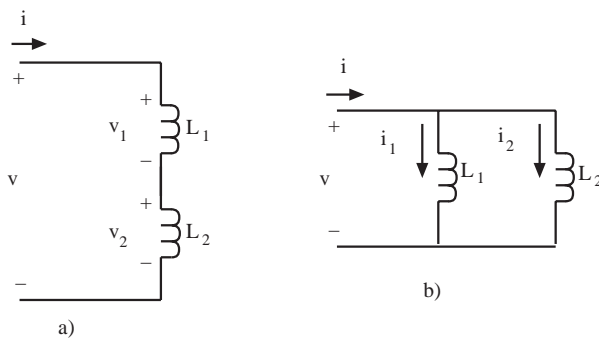


Fig. 5.23 Asociación de bobinas. a) En serie. b) En paralelo

En algunos casos las bobinas se pueden encontrar en un circuito conectadas en serie o en paralelo, en cuyo caso el conjunto de ellas puede ser sustituido por una bobina equivalente. En la figura 5.23a se presentan las bobinas L_1 y L_2 conectadas en serie y construidas de forma que el campo magnético creado por una no afecte a la otra. Suponiendo que la corriente inicial de cada una de las bobinas sea nula, es obvio que la caída de tensión del conjunto de ellas es:

$$v = v_1 + v_2 = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt}$$

por lo que equivalen a una bobina de valor suma de las dos:

$$L_{eq} = L_1 + L_2 \quad (5.58)$$

En la figura 5.23b se muestran las bobinas L_1 y L_2 conectadas en paralelo. En este caso, suponiendo también nulas las corrientes iniciales:

$$i = i_1 + i_2 = \frac{1}{L_1} \int_0^t v \cdot d\tau + \frac{1}{L_2} \int_0^t v \cdot d\tau = \left[\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right] \int_0^t v \cdot d\tau$$

por lo que para la bobina equivalente, L_{eq} , se cumplirá:

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \quad (5.59)$$

Obsérvese que estas reglas de equivalencia son análogas a las que rigen para el caso de resistencias.

Las bobinas ideales aproximan dispositivos reales en un cierto margen de operación. Sus características y limitaciones son descritos en el apéndice A.

5.4 Análisis de circuitos RL

El análisis de circuitos RL es similar al realizado para circuitos RC. Esta similitud proviene del hecho de que las leyes que regulan el comportamiento de condensadores y de bobinas, las ecuaciones 5.2 y 5.53, son duales: se puede obtener una expresión a partir de la otra si se cambian i_c por v_L , v_c por i_L , y C por L . Por tanto, el tratamiento matemático de los circuitos RL es idéntico al de los circuitos RC, por lo que en este apartado pondremos el énfasis en el significado físico de los resultados obtenidos.

Considérese el circuito de la figura 5.24, en el que se pretende *activar una bobina* por la que no circulaba corriente antes de cerrar el interruptor. Al cerrar el interruptor el generador de tensión V_a "intentará" hacer circular una corriente por el circuito, pero, como se ha visto anteriormente, la bobina impide un cambio discontinuo de la corriente. Para evitar este cambio que intenta la fuente V_a , la bobina genera una tensión v_L del valor adecuado para asegurar la continuidad de la corriente. En este caso el valor "adecuado" de v_L es V_a . De esta forma la corriente que circula a través de R será nula, puesto que en sus extremos a y b (figura 5.24) hay la misma tensión.

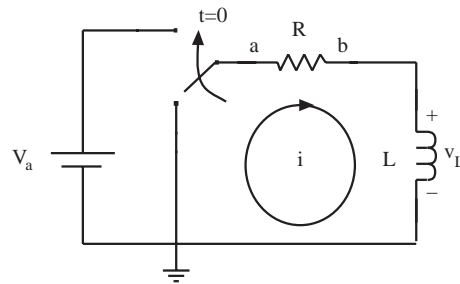


Fig. 5.24 Activación de una bobina a través de una resistencia

La expresión 5.53 implica que si v_L toma el valor V_a , la corriente presenta una derivada de valor v_L/L , por lo cual empieza a aumentar a partir de su valor nulo inicial. Pero la corriente sólo puede aumentar si disminuye la tensión en el terminal b de la resistencia, es decir, si disminuye v_L . Esta secuencia de acciones (continuidad y aumento de la corriente; disminución de v_L) se va sucediendo hasta que se llega a una situación final estable, caracterizada por una corriente constante y una v_L nula. Este valor nulo de la tensión en la bobina provoca que la corriente final en el circuito sea V_a/R . (Nótese que con excitación constante y una vez se alcanza el régimen permanente, la bobina equivale a un cortocircuito.)

Este comportamiento descrito cualitativamente puede cuantificarse resolviendo la ecuación diferencial del circuito. La ecuación de malla establece que:

$$V_a = iR + v_L \quad (5.60)$$

ecuación que combinada con 5.53 o 5.54 conduce a una ecuación diferencial en v_L o en i . Eligiendo, por ejemplo, la segunda alternativa, tenemos

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_a$$

$$i_h = Ke^{-t.R/L}$$

$$i_p = \frac{V_a}{R}$$

$$i(0) = 0 \Rightarrow K = -\frac{V_a}{R}$$

130

y, por tanto, la solución es:

$$i = \frac{V_a}{R} (1 - e^{-t.R/L}) \quad (5.61)$$

Y aplicando 5.53, se halla la tensión v_L :

$$v_L = V_a e^{-t.R/L} \quad (5.62)$$

Las expresiones 5.61 y 5.62 se representan en la figura 5.25. Obsérvese que este comportamiento coincide con el descrito cualitativamente, y que la constante de tiempo del proceso de activación de la bobina es L/R .

A continuación estudiaremos el proceso inverso: la *desactivación de una bobina*. Consideremos la figura 5.26 que muestra un circuito que contiene una bobina que se supone inicialmente activada. Es decir, antes de cerrar el interruptor se supone que circula por la bobina una corriente i_o , la cual genera en la bobina un campo magnético que "almacena" la energía que posee dicho dispositivo. En $t = 0$ se acciona el conmutador conectando la bobina a una resistencia. Como se verá en las siguientes líneas, el campo magnético, y por tanto la

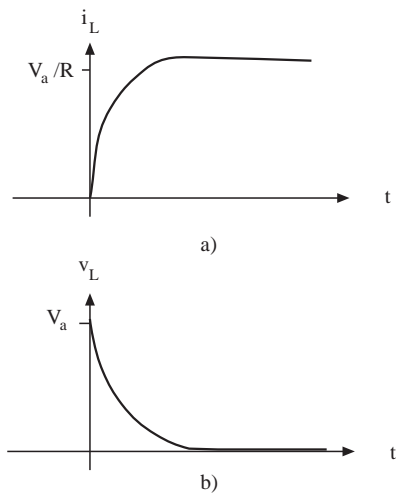


Fig. 5.25 Corriente y tensión en el circuito de la figura 5.24

corriente en la bobina, se extinguen de forma gradual. Por esto decimos que se desactiva la bobina. (Obsérvese en dicha figura que el sentido dado a la corriente de malla i es contrario al habitual a fin de mantener el signo que exige la continuidad de la corriente en la bobina).

El tratamiento matemático del circuito es simple. La ley de Kirchhoff de tensiones en la malla establece que:

$$v_L + iR = 0 \quad (5.63)$$

que combinada con 5.53 conduce a:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad (5.64)$$

La condición física inicial de este circuito es:

$$i(0) = i_o \quad (5.65)$$

con lo que se obtiene como solución la expresión:

$$i(t) = i_o e^{-t.R/L} \quad (5.66)$$

que demuestra que la corriente inicial i_o se extingue de forma exponencial con una constante de tiempo L/R , y sin presentar cambios abruptos en su variación.

Derivando 5.66 puede obtenerse la tensión en bornes de la bobina:

$$v_L = -i_o R e^{-t.R/L} \quad (5.67)$$

Nótese que la tensión en la bobina presenta una discontinuidad en $t = 0$. Antes de accionar el conmutador su valor era nulo. Una vez conmutado presenta un cambio abrupto a $v_L = -R.i_o$ con el objetivo de forzar en R una corriente de valor i_o que asegure la continuidad de la corriente.

Ejemplo 5.9

En el circuito de la figura 5.27 el interruptor conmuta a la posición 2 después de haber permanecido en la posición 1 el tiempo suficiente como para haberse alcanzado el régimen permanente. Calcular el valor de v_r justo después de la conmutación.

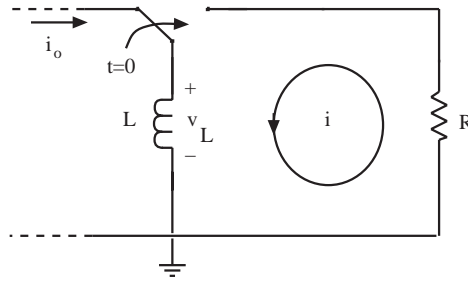


Fig. 5.26 Desactivación de una bobina a través de una resistencia

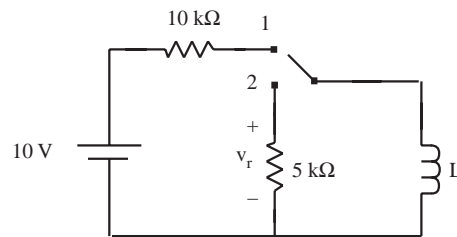


Fig. 5.27 Circuito del ejemplo 5.9

En la posición 1 la batería de 10 V activa a la bobina a través de la resistencia de $10\text{ k}\Omega$, con lo que se llega a un régimen permanente en el que la corriente es constante, por lo que la tensión en bornes de la bobina es nula (la bobina equivale a un cortocircuito). El valor de esta corriente, que circula por la bobina en el sentido de arriba hacia abajo, será, por tanto:

$$i = \frac{10\text{V}}{10\text{k}\Omega} = 1\text{mA}$$

Cuando el interruptor conmuta a la posición 2, debe haber continuidad de la corriente en la bobina. Por tanto, se generará una v_L tal que asegure dicha continuidad de corriente. Esta corriente inicial de 1 mA circulará a través de la resistencia de $5\text{ k}\Omega$ en el sentido de abajo hacia arriba. Por tanto, la tensión v_r será:

$$v_r = -5\text{k}\Omega \cdot 1\text{mA} = -5\text{V}$$

Ejercicio 5.9

Calcular la corriente que circula por la bobina en el circuito de la figura 5.28 a partir de $t = 0$.

Solución:

$$i_L = \left[\frac{V_a}{R} + I_a \right] - I_a e^{-t.R/L}$$

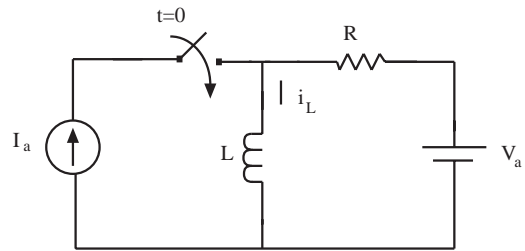


Fig. 5.28 Circuito del ejercicio 5.9

Las bobinas y condensadores también se pueden usar en circuitos que contengan amplificadores operacionales. Esta combinación de elementos permite realizar nuevas funciones electrónicas con señales, tales como la diferenciación y la integración. Una ilustración de estos circuitos se proporciona en el ejemplo y en el ejercicio que siguen.

Ejemplo 5.10

Demostrar que en el circuito de la figura 5.29 se cumple la siguiente relación entre la salida y la entrada:

$$v_o = -\frac{L}{R} \frac{dv_g}{dt}$$

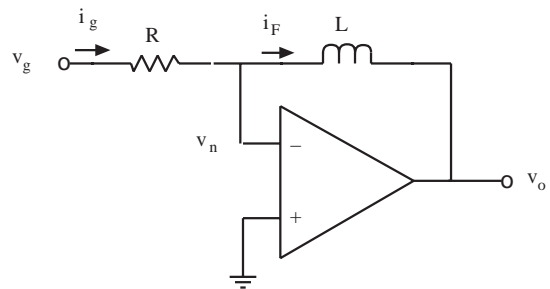


Fig. 5.29 Circuito diferenciador con bobina y A.O.

Observemos que la entrada no inversora del A.O. está a masa. Suponiendo que el amplificador operacional esté operando en la región lineal $v_n = 0$. Por tanto, resulta:

$$v_o = -v_L = -L \frac{di_F}{dt}$$

$$i_F = i_g = \frac{v_g}{R}$$

y sustituyendo la segunda expresión en la primera obtenemos la relación del enunciado.

Ejercicio 5.10

Demostrar que los circuitos de las figuras 5.30a y 5.30b son integradores.

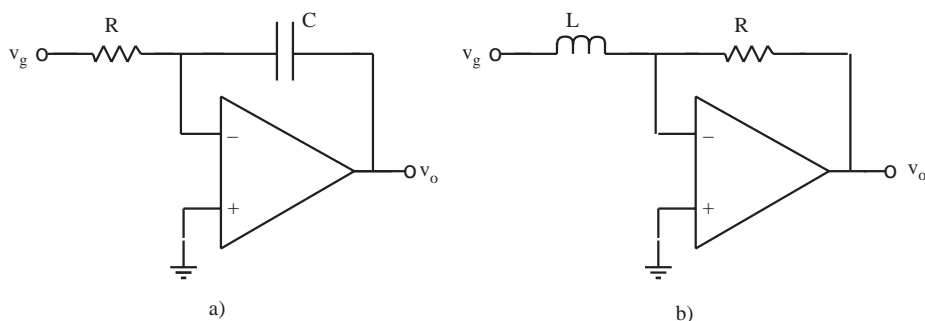


Fig. 5.30 Circuitos integradores. a) Con condensador. b) Con bobina

Solución:

$$v_o = -\frac{1}{RC} \int v_g . dt$$

$$v_o = -\frac{R}{L} \int v_g . dt$$

— ◆ —

Obviamente, una bobina también puede ser excitada con una señal sinusoidal. Aunque no estudiaremos esta situación en este momento, el tratamiento es similar al desarrollado para el condensador en el apartado 5.2.3. En régimen permanente sinusoidal, la impedancia de una bobina viene dada por:

$$Z_L = j\omega L \quad (5.68)$$

como puede verificarse calculando v_L mediante 5.53 y suponiendo una corriente dada por una exponencial de exponente $j\omega t$.

5.5 Linealidad y energía almacenada en condensadores y bobinas

Los condensadores y bobinas ideales, con condiciones iniciales nulas, son elementos lineales. Su linealidad proviene del carácter lineal del operador matemático de derivación. En efecto, se cumple:

$$\frac{d(k_1 u_1 + k_2 u_2)}{dt} = k_1 \frac{d(u_1)}{dt} + k_2 \frac{d(u_2)}{dt} \quad (5.69)$$

Esta propiedad de la derivada implica que las dependencias funcionales entre la tensión y la corriente dadas por 5.2 y 5.53 son lineales. Por tanto, los circuitos que además de fuentes independientes, fuentes dependientes lineales y resistencias ideales contengan condensadores y bobinas ideales serán lineales, y se les podrá aplicar las técnicas de análisis propias de los circuitos lineales (superposición, equivalentes de Thévenin y Norton,...). Esta propiedad no suele aplicarse en el análisis temporal llevado a cabo en este capítulo. Si se aplicara, la "resistencia" equivalente sería una expresión matemática complicada de derivadas e integrales en función del tiempo. Sin embargo, sí que se aplica con profusión cuando se resuelven los circuitos usando la transformada de Laplace, tema que escapa al contenido de este texto básico.

Cuando los condensadores y bobinas tienen condiciones iniciales no nulas deben considerarse a éstas como excitaciones independientes. En efecto, supongamos un condensador con una carga inicial $q(0)$ y que estuviera excitado con unos generadores independientes de corriente i_1 e i_2 . La expresión 5.6 establece:

$$v_c = \frac{q(0)}{C} + \frac{1}{C} \int_0^t (i_1 + i_2) \cdot d\tau \quad (5.70)$$

134

en donde la presencia del primer término del segundo miembro rompe la linealidad de la expresión (si se aplicara superposición usando 5.6, el término $q(0)/C$ se sumaría dos veces). Por el contrario, si se considera a $q(0)$ como una excitación independiente, la expresión 5.70 muestra que v_c puede calcularse como la superposición de tres componentes: las producidas por i_1 e i_2 (suponiendo el condensador descargado) y la debida a la carga inicial $q(0)$.

Los condensadores y bobinas ideales son elementos que almacenan energía. Para ilustrar este concepto, consideremos el circuito de la figura 5.31. En este circuito el conmutador pasa de la posición 0 a la posición 1 en $t = 0$. Permanece en esta posición durante un tiempo suficiente para que el condensador, que estaba inicialmente descargado, se cargue completamente. En este proceso de carga

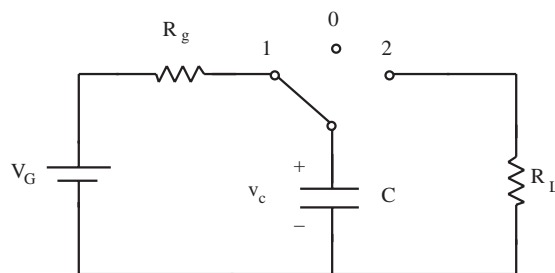


Fig. 5.31 Almacenamiento y posterior entrega de energía por el condensador

el condensador ha almacenado energía proveniente del generador V_G . Una vez cargado el condensador conmutamos a la posición 2. En esta posición el condensador se descarga sobre la resistencia R_L , la cual disipa en forma de calor la energía que le entrega el condensador. Se trata de calcular, en primer lugar, la energía que el condensador ha absorbido de V_G , y, después, la que el condensador ha entregado a R_L .

La energía absorbida por el condensador desde el generador será:

$$W_C = \int_0^\infty p \cdot dt = \int_0^\infty i_c v_c \cdot dt = \int_0^\infty \left(C \frac{dv_c}{dt} \right) v_c \cdot dt = \frac{1}{2} C v_c^2 \Big|_0^{V_G} = \frac{1}{2} C V_G^2 \quad (5.71)$$

puesto que $v_c(0)$ es nula por estar el condensador inicialmente descargado, y se supone que cuando el tiempo tiende a infinito la tensión en bornes del condensador es V_G .

En el proceso de descarga del condensador sobre R_L se usa la variable t' a fin de simplificar las expresiones matemáticas. Se supone que el condensador está inicialmente cargado a V_G y que en $t' = 0$ se inicia su descarga a través de R_L . La energía que disipa esta resistencia será:

$$W_R = \int_0^\infty i_R^2 R_L \cdot dt' = \int_0^\infty \left[\frac{V_G}{R_L} e^{-t'/CR_L} \right]^2 R_L \cdot dt' = \frac{1}{2} C V_G^2 \quad (5.72)$$

en donde se ha utilizado la expresión de la corriente de descarga de un condensador sobre una resistencia deducida en el apartado 5.2.1.

Comparando las expresiones 5.71 y 5.72 se observa que W_C es igual que W_R . Esto significa que toda la energía que ha absorbido el condensador del generador V_G la ha cedido a la resistencia R_L . El condensador, pues, *no disipa energía, sólo la almacena*. La energía que almacena un condensador cargado a una tensión V_o es:

$$W_C = \frac{1}{2} C V_o^2 \quad (5.73)$$

Un comportamiento similar se produce con la bobina ideal. La energía almacenada por una bobina por la que circula una corriente I_o viene dada por:

$$W_L = \frac{1}{2} L I_o^2 \quad (5.74)$$

Esta energía también puede ser entregada a un componente que se conecte a la bobina. En el proceso de intercambio de energía la bobina ideal no disipa potencia: toda la energía que absorbe la entrega. Nótese finalmente la relación dual en las expresiones 5.73 y 5.74.

Ejercicio 5.11

Considerar el circuito de la figura 5.31, sustituyendo el condensador por la bobina. Calcular la energía que una bobina ideal, inicialmente desactivada, absorbe de la fuente independiente de tensión V_G , y luego la energía que esta bobina entrega a una resistencia R_L .

Solución:

$$W_L = W_R = \frac{1}{2} L \cdot \left[\frac{V_G}{R_g} \right]^2$$

5.6 El transformador

El transformador es un componente electrónico constituido por dos bobinas acopladas magnéticamente. Una de estas bobinas se denomina *primario* y se considera la entrada del transformador. La otra se denomina *secundario*. En este apartado se describirán las propiedades esenciales de este dispositivo.

5.6.1. El transformador ideal

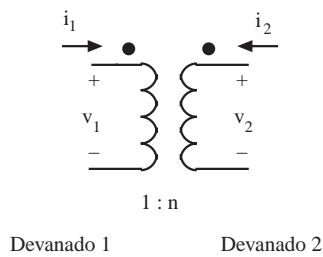


Fig. 5.32 Símbolo circuital del transformador ideal

El transformador ideal es un elemento de circuito cuyo símbolo se representa en la figura 5.32 y que presenta las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} \frac{v_2(t)}{v_1(t)} &= n \\ p_1(t) + p_2(t) &= 0 \end{aligned} \quad (5.75)$$

donde la constante n se denomina relación de transformación del transformador y la segunda relación establece que la potencia instantánea entregada es igual a la potencia instantánea recibida.

Obsérvese que el transformador ideal sólo transmite potencia: ni la almacena ni la disipa. Los puntos señalados en la figura 5.32 indican los terminales del transformador que tienen la misma polaridad: si en el circuito 1 el terminal marcado con un punto es positivo respecto al otro, en el circuito 2 el terminal marcado con un punto también será positivo respecto al otro.

La segunda relación de la definición 5.75 permite establecer una relación entre las corrientes:

$$i_1 \cdot v_1 = -i_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{n} \quad (5.76)$$

136

5.6.2. El transformador real

La construcción física de un transformador se realiza mediante dos bobinas devanadas sobre un núcleo común que confina las líneas de campo magnético creadas por ellas. Si la primera bobina tiene N_1 espiras y la segunda N_2 , la relación de transformación viene dada por:

$$n = \frac{N_2}{N_1} \quad (5.77)$$

Como se justificará más adelante, las relaciones 5.75 sólo son válidas para señales que varíen con el tiempo. *Estas relaciones no se cumplen para tensiones continuas.*

Ejemplo 5.11

¿Cuál es la relación de transformación n de un transformador que convierte una tensión alterna de 110 V eficaces en otra de 220 V eficaces?

De acuerdo con 5.75 :

$$n = \frac{v_2}{v_1} = \frac{220}{110} = 2$$

— ♦ —

El fundamento físico del comportamiento de este componente es el siguiente. Supongamos que el devanado 2 está en circuito abierto, por lo que i_2 es nula. La corriente i_1 crea un campo magnético B_1 (proporcional al número de espiras del devanado 1) que es confinado en el interior del núcleo magnético sobre el que se realizan los dos devanados. El núcleo de un transformador, fabricado con un material y una forma determinados, tiene precisamente esta propiedad de confinamiento del campo magnético (idealmente, todas las "líneas" de campo están en el interior del núcleo y fuera de él no hay campo magnético). Este campo magnético es "abrazado" por las espiras del devanado 1 y del devanado 2, y genera, de acuerdo a la ley de Faraday, una tensión entre terminales de cada devanado proporcional a su número de espiras:

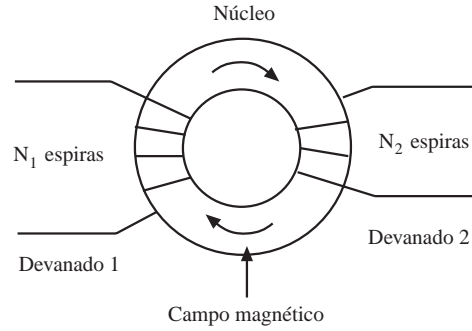


Fig. 5.33 Estructura física de un transformador

$$\begin{aligned} v_{11} &= k_1 N_1^2 \frac{di_1}{dt} \\ v_{21} &= k_2 N_1 N_2 \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \quad (5.78)$$

El coeficiente k_2 es $K.k_1$, donde K es el coeficiente de acoplamiento entre las dos bobinas y cuyo valor suele ser algo inferior a uno debido a las pérdidas de confinamiento del campo magnético. La constante k_1 tiene la misma expresión que en el caso del inductor ($\mu S/l$). La influencia de la corriente que circula por la bobina 1 sobre la 2 se denomina *inducción mutua*, y al coeficiente $k_2.N_1.N_2$ coeficiente de inducción mutua (normalmente designado con la letra M).

Supongamos ahora nula la corriente i_1 . De forma similar a la anterior, una corriente i_2 que circule por el devanado 2 creará un campo magnético B_2 (proporcional a N_2), el cual originará unas tensiones entre terminales de los devanados 1 y 2 proporcionales al número de espiras respectivo:

$$\begin{aligned} v_{12} &= k_2 N_1 N_2 \frac{di_2}{dt} \\ v_{22} &= k_1 N_2^2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned} \quad (5.79)$$

Cuando circulan ambas corrientes simultáneamente las tensiones generadas son la suma de las expresiones anteriores, debido a que los campos magnéticos B_1 y B_2 se suman. Por ello:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_{11} + v_{12} = N_1(k_1 N_1 \frac{di_1}{dt} + k_2 N_2 \frac{di_2}{dt}) = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 &= v_{21} + v_{22} = N_2(k_2 N_1 \frac{di_1}{dt} + k_1 N_2 \frac{di_2}{dt}) = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned} \quad (5.80)$$

Si K fuera igual a la unidad, la relación entre v_1 y v_2 en 5.80 proporciona directamente la expresión 5.75 debido a que las cantidades entre paréntesis son idénticas. Obsérvese que las relaciones 5.80

exigen que las corrientes varíen con el tiempo. Si fueran constantes, no habría variación de flujo magnético, y por tanto no se generarían las tensiones v_1 y v_2 a consecuencia de la ley de Faraday. Si en la primera de las expresiones 5.80 despejamos el término que contiene i_1 se obtiene:

$$\begin{aligned}\frac{di_1}{dt} &= \frac{1}{k_1 N_1^2} v_1 - K \frac{N_2}{N_1} \frac{di_2}{dt} \\ i_1(t) &= \frac{1}{k_1 N_1^2} \int_0^t v_1(\tau) \cdot d\tau - K \frac{N_2}{N_1} i_2(t) \\ i_1(t) &= \frac{1}{L_1} \int_0^t v_1(\tau) \cdot d\tau - K \frac{N_2}{N_1} i_2(t)\end{aligned}\quad (5.81)$$

Análogamente, despejando i_2 en la segunda de las ecuaciones:

$$i_2(t) = \frac{1}{L_2} \int_0^t v_2(\tau) \cdot d\tau - K \frac{N_1}{N_2} i_1(t) \quad (5.82)$$

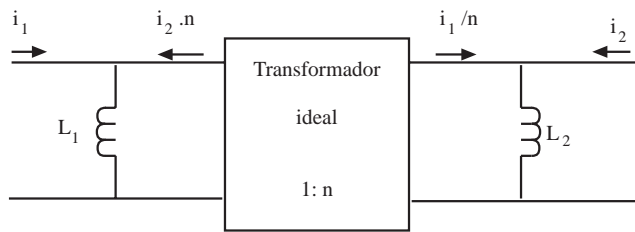


Fig. 5.34 Circuito equivalente de un transformador real sin pérdidas

Estas ecuaciones pueden representarse por el circuito equivalente de la figura 5.34, donde se ha supuesto K igual a la unidad, es decir, que todo el flujo está confinado en el núcleo y no hay pérdidas. Obsérvese que para que el transformador se comporte según el modelo ideal se requiere, además, que los primeros términos de los segundos miembros de 5.81 y 5.82 sean despreciables respecto a los segundos, en cuyo caso se cumplirá la ecuación 5.76. Si estos términos no son despreciables, las bobinas L_1 y L_2 almacenarán energía y la potencia instantánea entrante no será igual a la saliente. Sin embargo, como las bobinas no disipan energía, siempre se cumplirá que las potencias medias entrante y saliente coinciden. Obsérvese que para que estos primeros términos sean despreciables se requieren altos valores de L_1 y L_2 , lo cual suele implicar altos valores de N_1 y N_2 .

Si el número de espiras del secundario es superior a la del primario ($N_2 > N_1$) resulta que n es mayor que la unidad, lo que provoca que v_2 sea mayor que v_1 . Se dice en este caso que el transformador es *elevador* de tensión. En el caso contrario, el transformador es *reductor* de tensión.

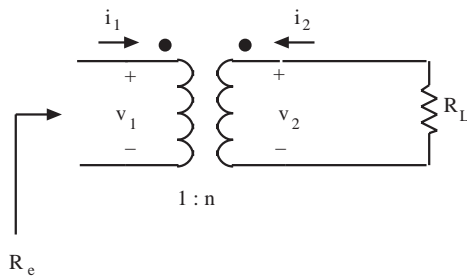


Fig. 5.35 El transformador como circuito adaptador de resistencias

Un uso muy importante del transformador en circuitos electrónicos es como *elemento de adaptación* entre una fuente y una carga para lograr la máxima transferencia de señal. Una carga R_L conectada en el secundario es vista desde el primario como una resistencia de valor R_L/n^2 . Considérese la figura 5.35. La resistencia que se "verá" a la entrada del transformador será:

$$R_e = \frac{v_1}{i_1}$$

Pero usando las relaciones 5.75 y 5.76:

$$v_1 = \frac{v_2}{n}$$

$$i_1 = -ni_2$$

y por la ley de Ohm en R_L :

$$v_2 = -i_2 R_L$$

Por tanto, sustituyendo en la anterior expresión, resulta:

$$R_e = \frac{v_2}{n(-i_2 n)} = \frac{-i_2 R_L}{-i_2 n^2} = \frac{R_L}{n^2}$$

Ejemplo 5.12

La resistencia del circuito equivalente Thévenin de un amplificador es de 100Ω . Se desea transferir la máxima potencia a un altavoz de 4Ω . Calcular la relación de transformación n del transformador para que se transfiera la máxima potencia.

139

Para conseguir la máxima transferencia de potencia se requiere que la resistencia que "vea" el equivalente Thévenin sea igual a 100Ω . Para ello, la resistencia vista desde el primario del transformador debe tener este valor. Por tanto:

$$\frac{R_L}{n^2} = \frac{4}{n^2} = 100$$

$$n = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = 0,2$$

Ejercicio 5.12

Encontrar el equivalente Thévenin del circuito de la figura 5.36. (Nota: en el cálculo de la tensión equivalente Thévenin, observar que la corriente en el secundario es nula, por lo que también debe serlo en el primario.)

Solución:

$$v_{th} = -nR_1 I_a$$

$$R_{th} = n^2 R_1$$

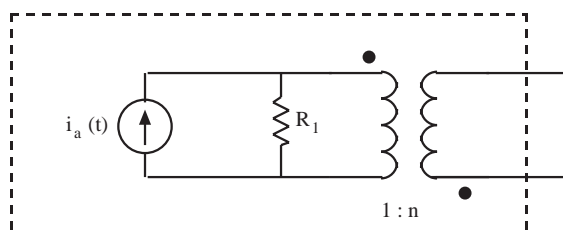


Fig. 5.36 Circuito del ejercicio 5.12

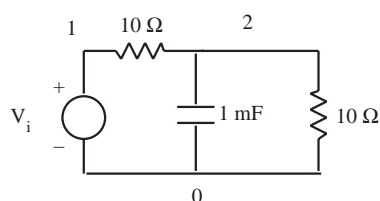
5.7 Análisis de circuitos con condensadores y bobinas usando SPICE

El objetivo fundamental de este apartado es familiarizar al lector con el análisis de transitorios con SPICE (.TRAN), y con la utilización de condiciones iniciales en circuitos con condensadores y bobinas.

Ejemplo 5.13

En el circuito de la figura el condensador está inicialmente cargado a 10 V ($v_c(t=0) = 10$ V). La fuente $V_i(t)$ genera pulsos de 10 V de amplitud, 5 ms de duración y de 10 ms de período. Hallar gráficamente mediante SPICE la tensión de salida, $v(2)$, durante los primeros 60 ms.

El fichero de entrada de SPICE es el siguiente:



EJEMPLO TRANSITORIO 1

```
R1 1 2 10
R2 2 0 10
C1 2 0 1M IC=10
VI 1 0 pulse(0 10 1U 1U 1U 5M 0.01)
.TRAN 1M 0.06 0 0 UIC
.PROBE
.END
```

Fig. 5.37 Circuito del ejemplo 5.13

140

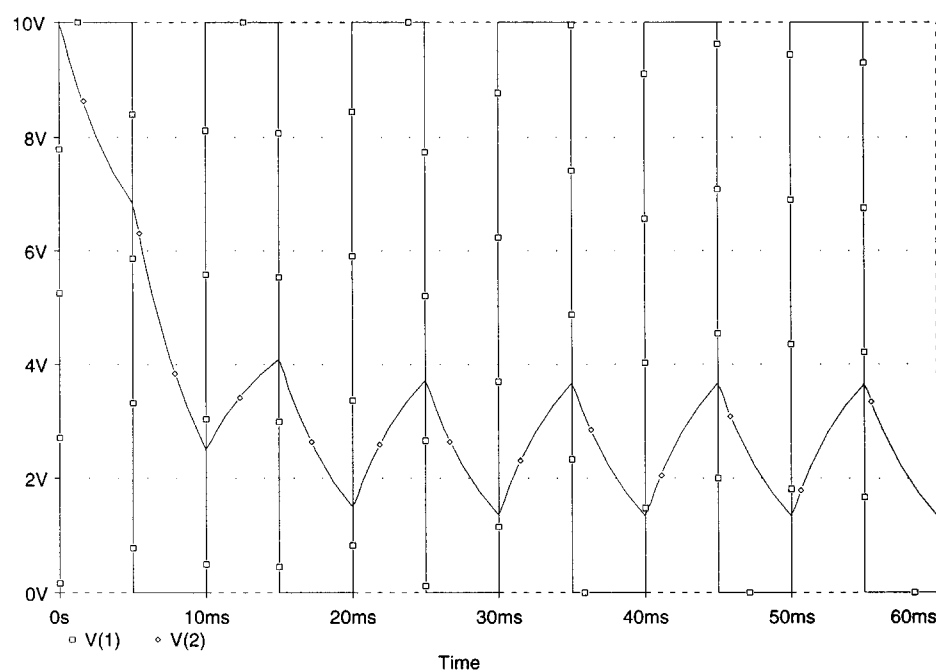


Fig. 5.38 Señales de entrada y de salida del circuito del ejemplo 5.13 obtenidas mediante el programa PROBE

Nótese que en la declaración de C1 se ha incluido la condición inicial de 10 V. Los resultados del análisis son tratados gráficamente por el programa PROBE, y se presentan en la figura 5.38. En dicha figura se presentan la señal de entrada, V(1), y la de salida V(2). Obsérvese que se alcanza el régimen permanente al cabo de unos 20 ms.

Ejercicio 5.13

Analizar, usando SPICE, el circuito de la figura 5.15.

Ejemplo 5.14

Repetir el ejemplo 5.13 sustituyendo el condensador por una bobina de 10 mH por la que circula en el instante inicial una corriente de 0,5 A en el sentido del nudo 2 al nudo 0.

El fichero de entrada de este circuito es idéntico al anterior sin más que sustituir la declaración del condensador C1 por la siguiente:

```
L1 2 0 10M IC=0.5
```

Las formas de onda de entrada y de salida se muestran en la figura 5.39.

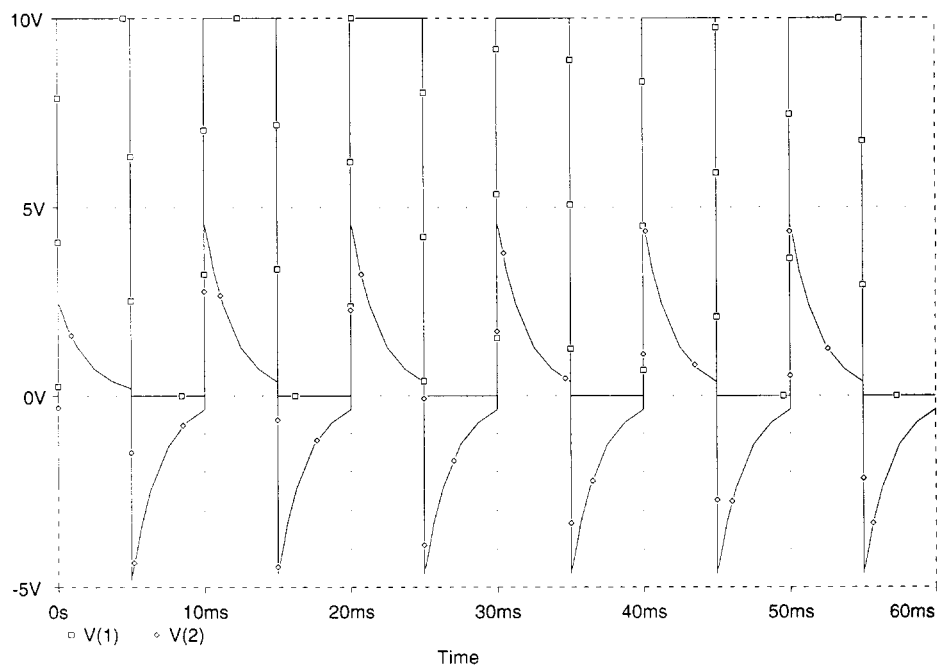


Fig. 5.39 Formas de onda de entrada y de salida del ejemplo 5.14

Ejercicio 5.14

Analizar mediante SPICE el circuito de la figura 5.27.

Cuestiones

- C5.1** ¿Qué sucede si conectamos un condensador descargado a una fuente de corriente ideal constante? Dibuje la evolución de la tensión y de la corriente en el condensador. ¿Ocurre lo mismo si lo conectamos a una fuente de tensión ideal constante?
- C5.2** Razónense las aproximaciones que pueden hacerse al asociar dos condensadores de valores muy dispares en serie y en paralelo.
- C5.3** Sean dos condensadores C_1 y C_2 con cargas iniciales q_1 y q_2 , respectivamente. Conteste las siguientes cuestiones, teniendo en cuenta que un condensador inicialmente cargado equivale a un condensador descargado en serie con una fuente de tensión cuyo valor es la tensión inicial de carga: a) Si se conectan ambos condensadores uno a continuación del otro sin cerrar el circuito, ¿cuáles serán la capacidad y la carga del condensador equivalente al conjunto serie así formado? b) ¿Qué relación ha de existir entre las cargas q_1 y q_2 para que se pueda conectar C_1 y C_2 en paralelo? c) ¿Cuáles serán la capacidad y la carga del condensador equivalente al montaje en paralelo de ambos condensadores?
- C5.4** Un divisor de tensión capacitivo es un circuito formado por dos condensadores en serie al que se le aplica la tensión que se pretende dividir. Demuestre que la tensión resultante en cada uno de los condensadores es igual a la tensión aplicada al divisor multiplicada por la capacidad del otro condensador y dividida por la suma de las dos capacidades. Suponga que inicialmente los condensadores están descargados.
- C5.5** Suponga que en el instante $t = 0$ une dos condensadores con igual capacidad C (previamente cargados con q_1 y q_2 , respectivamente) colocando entre ellos una resistencia en serie R y de manera que se forme un circuito cerrado. ¿Cuál es la carga final del conjunto?
- C5.6** Calcule la energía almacenada en los condensadores de la cuestión anterior C5.5, antes y después de unirlos. ¿Dónde se ha consumido la energía perdida?
- C5.7** Sean dos condensadores C_1 y C_2 , cuyas respectivas tensiones máximas de trabajo son V_{1m} y V_{2m} . Calcule la tensión máxima aplicable al conjunto de ambos condensadores en las dos situaciones siguientes: a) cuando están en paralelo, y b) cuando están en serie.
- C5.8** Demuestre que las constantes de tiempo de los circuitos RC y RL tienen dimensiones de tiempo.
- C5.9** ¿Puede aplicarse durante un tiempo indefinido una tensión constante V en bornes de una bobina? Razone la contestación.
- C5.10** Sean dos bobinas L_1 y L_2 activadas respectivamente por generadores de corriente constante I_1 e I_2 . a) ¿Existe alguna limitación que impida conectar dichas bobinas, previamente activadas, en serie? ¿Cuáles serían el coeficiente de autoinducción y la corriente activadora de la bobina equivalente a ambas en serie? Suponga que no existe acoplamiento mutuo. b) ¿Existe alguna limitación a la conexión en paralelo de dichas bobinas previamente activadas? ¿Cuáles serían el coeficiente de autoinducción y la corriente activadora correspondiente a la bobina equivalente al conjunto paralelo? Suponga que no existe acoplamiento mutuo.
- C5.11** ¿Qué tensiones y corrientes tendrán los condensadores e inductores de las figuras si los generadores son fuentes constantes (invariables en el tiempo) y se supone régimen permanente o estacionario?
- C5.12** Se conecta una fuente de tensión sinusoidal primero a una resistencia R , después a un condensador C y, por último, a una bobina L . Calcule y represente gráficamente, para cada uno de los componentes: a) la corriente $i(t)$; b) la potencia instantánea $p(t)$; c) la potencia media. Explique el comportamiento físico de cada componente, en función de los resultados.

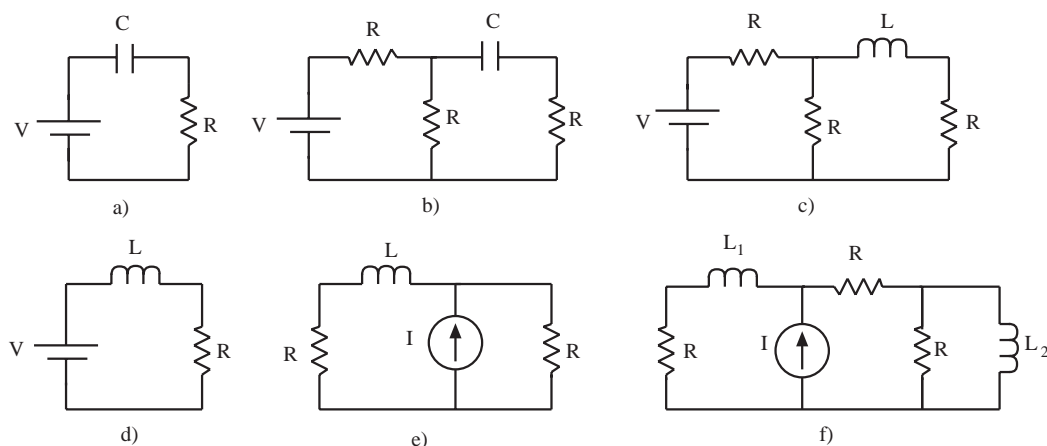


Fig. C5.11

C5.13 Sea un transformador ideal cuyo secundario está cargado por una resistencia R . Si aplicamos una tensión al primario, ¿qué parámetros del circuito determinan el valor de la corriente en ese devanado?

Problemas

143

P5.1 Se tiene un condensador de $1 \mu\text{F}$ de capacidad cargado a una tensión de 5 voltios. Se pide representar gráficamente la tensión en el condensador cuando la corriente que lo atraviesa varía con el tiempo según la figura P5.1.

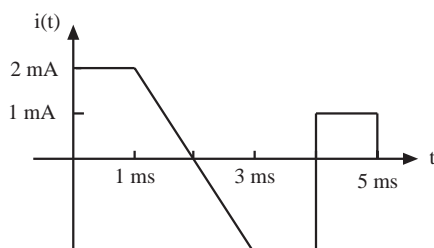


Fig. P5.1

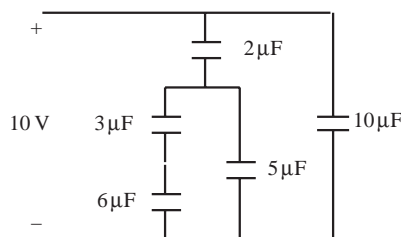


Fig. P5.3

P5.2 Sean tres condensadores C_1 (capacidad $0,2 \mu\text{F}$ y tensión máxima 250 V), C_2 ($0,02 \mu\text{F}$ y 250 V) y C_3 ($0,05 \mu\text{F}$ y 500 V). ¿Cuál es la máxima tensión que puede aplicarse al circuito formado por el condensador C_1 en serie con el conjunto " C_2 en paralelo con C_3 "?

P5.3 Calcule la capacidad equivalente del circuito de la figura P5.3 y obtenga el valor de la carga almacenada en cada uno de los condensadores, suponiendo que en algún instante estuvieran todos descargados.

P5.4 Simplifique el circuito P5.4. Suponga nulo el acoplamiento magnético entre bobinas.

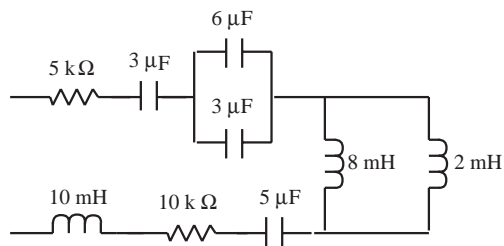


Fig. P5.4

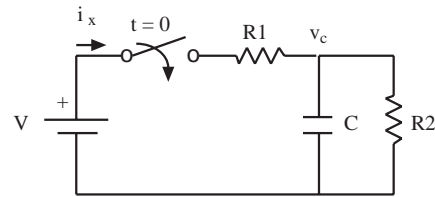


Fig. P5.5

- P5.5** Calcule la tensión v_C y la corriente $i_x(t)$ en el circuito de la figura P5.5 para tiempos mayores y menores que cero, suponiendo que en el instante $t = 0$ cerramos el interruptor.
- P5.6** Dado el circuito de la figura P5.6: a) Determine las condiciones iniciales y finales de v_C . b) Obtenga el circuito equivalente de Thévenin que "ve" el condensador antes y después de cerrar el interruptor. c) Compruebe que los valores obtenidos en los apartados a) y b) son coherentes entre sí. d) Obtenga las expresiones de $v_C(t)$ e $i_C(t)$ y represéntelas gráficamente suponiendo que todas las fuentes y resistencias sean iguales.

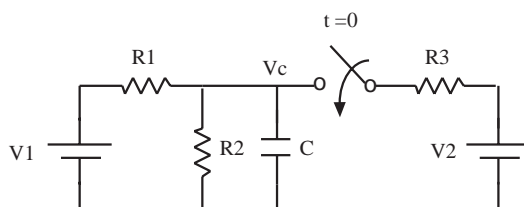


Fig. P5.6

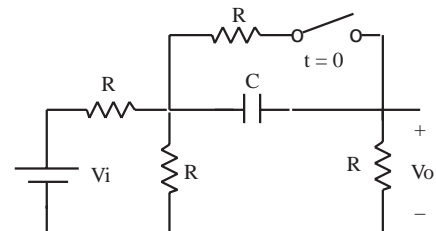


Fig. P5.9

- P5.7** Sea un condensador C cargado inicialmente a una tensión de 1 voltio. Se descarga a través de una resistencia R . Calcule: a) la tensión $v_C(t)$ en el condensador durante la descarga; b) el valor de R para que v_C decaiga el 63% a los 10 ms de iniciar la descarga; c) la potencia instantánea $p(t)$ entregada por el condensador.
- P5.8** Se tiene un circuito RC como el de la figura 5.9 del apartado 5.2.1, en el que $V_a = 10$ V, $R = 1$ MΩ y $C = 10$ μF. Se mide la tensión en el condensador con un voltímetro cuya resolución (capacidad de distinguir entre dos valores próximos) es del 0,1% para la escala de 10 V. ¿A partir de qué momento no se puede distinguir la variación de la tensión medida?
- P5.9** Calcule la tensión de salida $v_o(t)$ en el circuito de la figura P5.9.
- P5.10** Calcule $i_C(t)$, $i_1(t)$ y $v_C(t)$ en el circuito de la figura P5.10, suponiendo que el interruptor se cierra en el instante $t = 0$ y que el condensador ha sido cargado previamente a una tensión $V_C(0) = 20$ V.
- P5.11** El conmutador del circuito de la figura P5.11 permanece en la posición 1 durante el tiempo suficiente para que C está descargado. A partir de entonces conmuta cada segundo entre las posiciones 1 y 2. Represente gráficamente de forma aproximada $v_C(t)$ para los casos $C = 0,1$ μF, $C = 0,3$ μF y $C = 1$ μF.

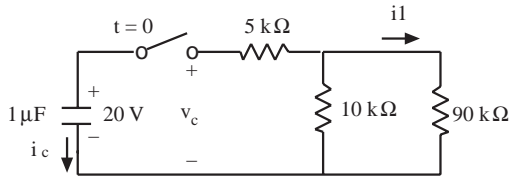


Fig. P5.10

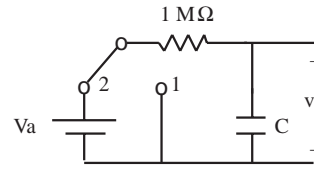


Fig. P5.11

- P5.12** En la figura P5.12 se muestra la posición $P_s(t)$ del conmutador en función del tiempo. Se pide obtener las formas de onda de la intensidad $i_c(t)$ y de la tensión $v_c(t)$. Tomar $C = 200 \text{ nF}$ y suponer que en $t < 0$ el conmutador permanece en la posición 2.

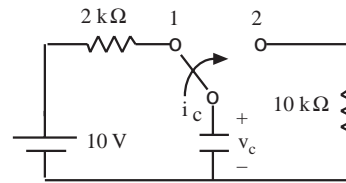
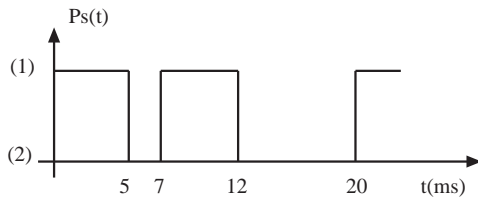


Fig. P5.12

- P5.13** En el circuito de la figura P5.13 el interruptor pasa de la posición 1 a la 2 después de haber permanecido en 1 un tiempo suficientemente largo para que se cargue totalmente el condensador C . Se pide: a) Calcular la ecuación de la $v_o(t)$ resultante tras conmutar a la posición 2, suponiendo que el origen de tiempo se toma en el instante de realizar la conmutación. b) Encontrar la relación entre R_2 y R_3 para la que v_o alcanza un valor máximo de 5 V. c) Dibujar $v_o(t)$ teniendo en cuenta el valor de la constante de tiempo. d) ¿Cuánto tendría que valer R_1 para que v_o alcance su valor máximo o mínimo, en cada transición de la entrada en menos de 15 ms? Datos: $R_1 = 50 \text{ k}\Omega$ y $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$ y $v_i = 1 \text{ V}$.

145

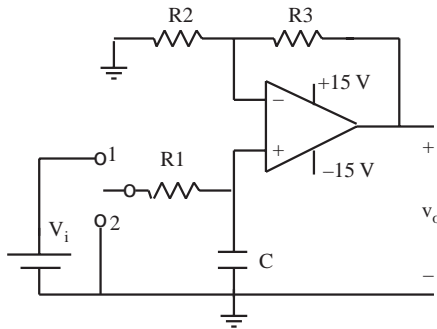


Fig. P5.13

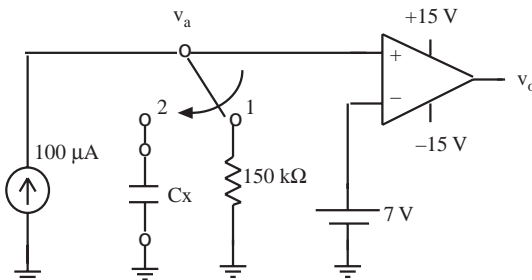


Fig. P5.14

- P5.14** Se desea medir la capacidad de un condensador C_x . Para ello, se emplea el circuito de la figura P5.14 en el que el conmutador pasa de la posición 1 a la 2 en un momento dado. a) Encuentre la expresión de $v_a(t)$ y represéntela gráficamente. b) Represente $v_o(t)$ a partir de $v_a(t)$.

c) ¿Cómo podemos encontrar el valor de C_x a partir de $v_o(t)$? d) Repita los apartados anteriores, a, b y c, sustituyendo la fuente de corriente de $100 \mu\text{A}$ por una fuente de tensión de 15 V en serie con una resistencia de $150 \text{ k}\Omega$.

P5.15 Obtenga la expresión de $i_2(t)$ en el circuito P5.15 suponiendo que antes de la conmutación la corriente en la bobina haya alcanzado el régimen permanente. Datos: $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$, $L = 10 \text{ mH}$ y $v_1 = 10 \text{ V}$.

P5.16 Calcule, y represente gráficamente, la corriente $i_L(t)$ del circuito de la figura P5.16.

P5.17 Calcule $i_L(t)$ en los circuitos de la figura P5.17 suponiendo que antes de la conmutación el circuito esté en régimen estacionario.

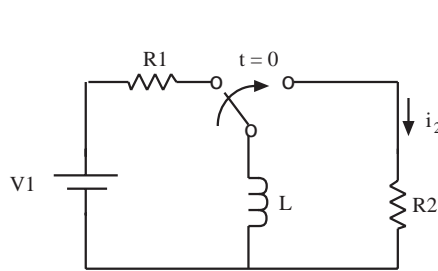


Fig. P5.15

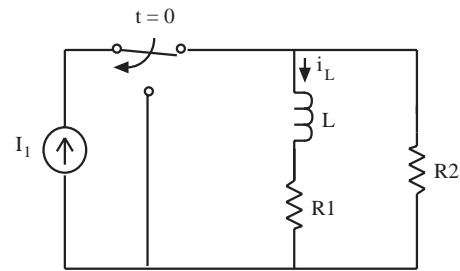


Fig. P5.16

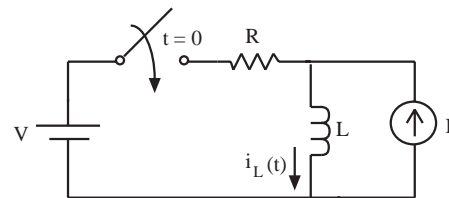
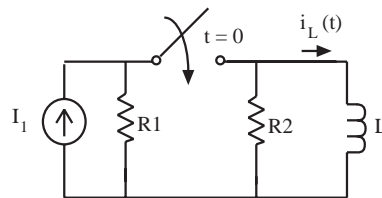


Fig. P5.17

P5.18 Dibuje cualitativamente la respuesta del circuito RL de la figura P5.18 a una señal cuadrada v_s de amplitud A y período T para $L/R = T/10$ y para $L/R = T/2$. Suponga $v_o(0) = A$.

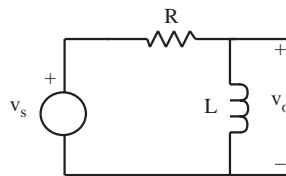


Fig. P5.18

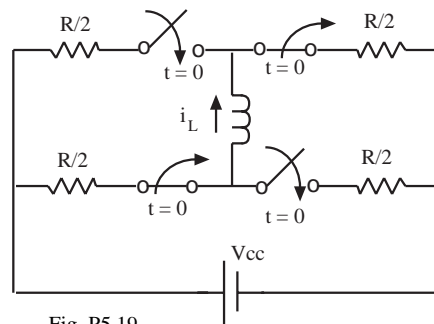


Fig. P5.19

P5.19 Dibuje la forma de onda de la corriente en la bobina del circuito de la figura P5.19, donde: $V_{CC} = 10 \text{ V}$, $R = 10 \Omega$ y $L = 10 \text{ mH}$.

- P5.20** Halle $i(t)$ en el circuito P5.20. Datos: $v_1(t) = 10\text{sen}(\omega t)$, $n = 10$, $R = 10 \text{ k}\Omega$.
- P5.21** Halle los circuitos equivalentes de Thévenin y de Norton del circuito P5.21.
- P5.22** Sea un transformador ideal constituido por tres devanados idénticos, según se representa en la figura P5.22. Determine la resistencia que se ve desde uno de los devanados en cada una de las circunstancias siguientes: a) Cuando los otros devanados se conectan en serie adicional y se hallan conectados a una carga R . Nota: La conexión en serie adicional se caracteriza porque las tensiones inducidas en ambos devanados tienen el mismo sentido. b) Cuando cada uno de los otros devanados está conectado a una resistencia R . c) Cuando sólo uno de los devanados está conectado a una resistencia R , quedando el otro en circuito abierto. d) Cuando los otros devanados están conectados en paralelo y cargados con una resistencia R .

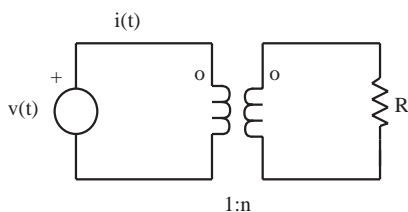


Fig. P5.20

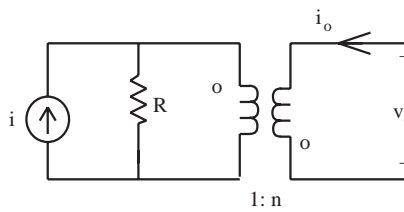


Fig. P5.21

- P5.23** Un transformador cuyo rendimiento es del 80% entrega energía de red a un equipo electrónico cuyo consumo es de 50 VA. Determine el valor mínimo del fusible de protección que debe colocarse en el circuito primario del transformador. Se supone que la tensión de red es alterna de 220 V_{ef} y 50 Hz.
- P5.24** Un transformador no puede transferir la corriente continua e invariable en el tiempo, ya que al no existir variación del flujo magnético no existe tensión inducida en el bobinado secundario. Sin embargo, al aplicar al primario una función escalón existe una variación brusca del flujo magnético que da lugar a una inducción de tensión en el secundario que disminuye exponencialmente con el tiempo. Este efecto se modela mediante una inductancia a la entrada que se denomina inductancia de magnetización L_m . Escriba la expresión de la tensión de salida $v_o(t)$ en función de los elementos del circuito dibujado en la figura 5.24.

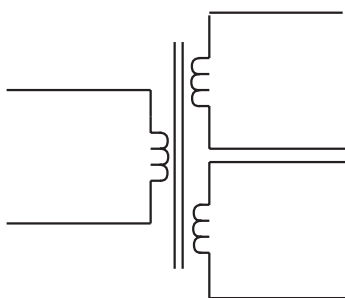


Fig. P5.22

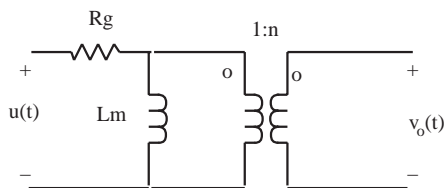


Fig. P5.24

Capítulo 6

El diodo. Circuitos con diodos

6.1 El diodo. Conceptos básicos

El diodo es un dispositivo de dos terminales cuyo comportamiento no es lineal: deja pasar corriente en un sentido y la bloquea en sentido contrario. Este carácter no lineal hace que los circuitos que contienen diodos no sean lineales, por lo que no pueden ser analizados aplicando el método de superposición, ni reducirse a equivalentes de Thévenin ni de Norton.

El comportamiento del diodo puede ser aproximado por un elemento de circuito denominado diodo ideal, si bien algunas aplicaciones requieren el uso de modelos más complejos. En los siguientes apartados se presentarán el diodo ideal y algunos modelos que se aproximan mejor al comportamiento de los diodos fabricados con semiconductores. También se presentará el modelo de diodo que usa el programa de simulación de circuitos por ordenador SPICE.

149

6.1.1 El diodo ideal

El *diodo ideal* es un elemento de circuito de dos terminales cuyo símbolo circuital y característica corriente-tensión se representan en la figura 6.1. Uno de los terminales se denomina ánodo y el otro cátodo. Cuando el diodo conduce, la corriente circula en el sentido de ánodo a cátodo, sin caída de tensión entre ambos terminales. Se dice que está polarizado en *directa* y equivale a un cortocircuito. Cuando el ánodo es negativo respecto al cátodo el diodo bloquea la corriente y equivale a un circuito abierto. Se dice, en este caso, que el diodo está polarizado en *inversa*.

Ejemplo 6.1

En el circuito de la figura 6.2a la señal v_g tiene la forma indicada en 6.2b. Hallar la tensión v_o .

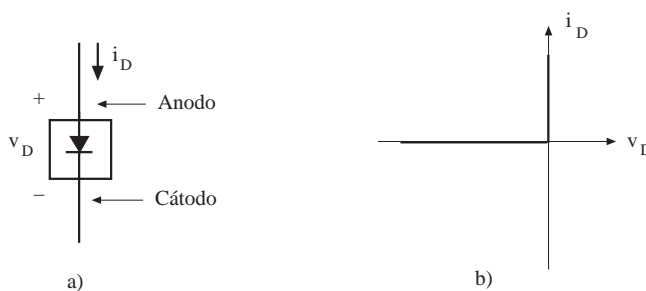


Fig. 6.1 a) Símbolo circuital del diodo ideal. b) Característica i - v

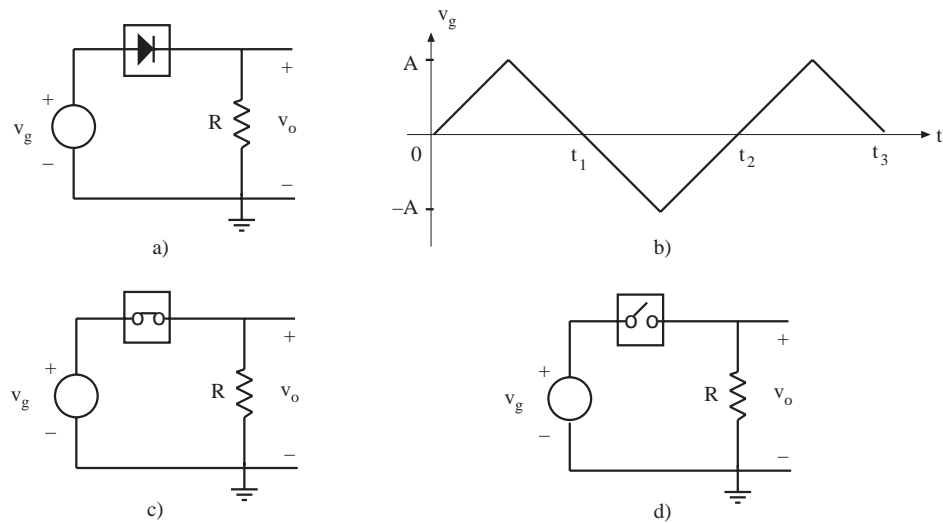


Fig. 6.2 a) Circuito rectificador de media onda. b) Señal aplicada al circuito. c) Circuito equivalente para los semiciclos positivos. d) *Idem* para los negativos

En los intervalos de tiempo $0 - t_1$ y $t_2 - t_3$ la tensión del generador v_g es positiva. Esta tensión tenderá a impulsar una corriente a través del diodo en sentido ánodo a cátodo. En este caso el diodo se comporta como un cortocircuito y v_g se aplica totalmente en bornes de la resistencia, por lo que v_o será v_g .

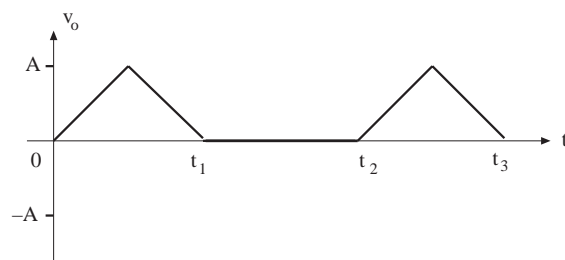


Fig. 6.3 Forma de onda de salida del circuito de la figura 6.2

Por el contrario, entre t_1 y t_2 la tensión v_g es negativa, tendiendo a impulsar una corriente por el diodo en sentido cátodo a ánodo. El diodo está polarizado inversamente y se comporta en este caso como un circuito abierto. Como la corriente en la malla es nula, la tensión de salida, que es la caída en la resistencia, también lo es. Así pues, entre t_1 y t_2 , $v_o = 0$.

Estos resultados se presentan en la figura 6.3. Se dice que el diodo permite el "paso" de los semiciclos positivos, y bloquea los negativos. A este comportamiento se le llama efecto rectificador, el cual será analizado con mayor profundidad en el apartado 6.3.1.

Ejercicio 6.1

Hallar la forma de onda de la tensión v_o en el circuito de la figura 6.4a, si la forma de onda de v_g es la indicada en la figura 6.2b. Suponer que el diodo se comporta según el modelo de diodo ideal.

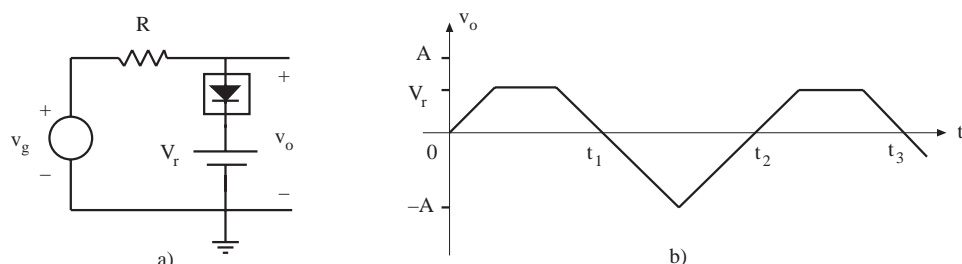


Fig. 6.4 a) Circuito del ejercicio 6.1. b) Forma de onda de salida

Solución: La forma de onda es la representada en la figura 6.4b.

6.1.2 El diodo real

Prácticamente todos los diodos que se usan actualmente en circuitos electrónicos están fabricados con semiconductores. Consisten en la "unión" de un semiconductor P y un semiconductor N (*diodo de unión PN*). Los semiconductores contienen cargas móviles positivas y negativas. Un semiconductor P es un semiconductor que tiene más cargas móviles positivas que negativas, mientras que el N tiene más cargas negativas que positivas. Cuando se aplica una tensión positiva al P respecto al N circula una corriente de valor elevado en el sentido de P a N, mientras que cuando la polaridad de la tensión se invierte, la corriente cambia de sentido y es casi nula. El semiconductor P constituye el ánodo del diodo y el N el cátodo. En el capítulo 10 se hace una breve introducción a la explicación física de este fenómeno.

Los diodos fabricados con semiconductores se comportan de acuerdo con el modelo de la figura 6.5c, en el cual la fuente dependiente I_d es función de la tensión aplicada v_D según una curva del tipo indicado en la figura 6.5d, y el valor del condensador C_D depende también de v_D (figura 6.5e). Este diodo, que denominaremos *diodo real*, presenta, por tanto, algunas diferencias significativas respecto al comportamiento del diodo ideal: incluye una capacidad C_D . En polarización directa la caída de tensión entre sus terminales

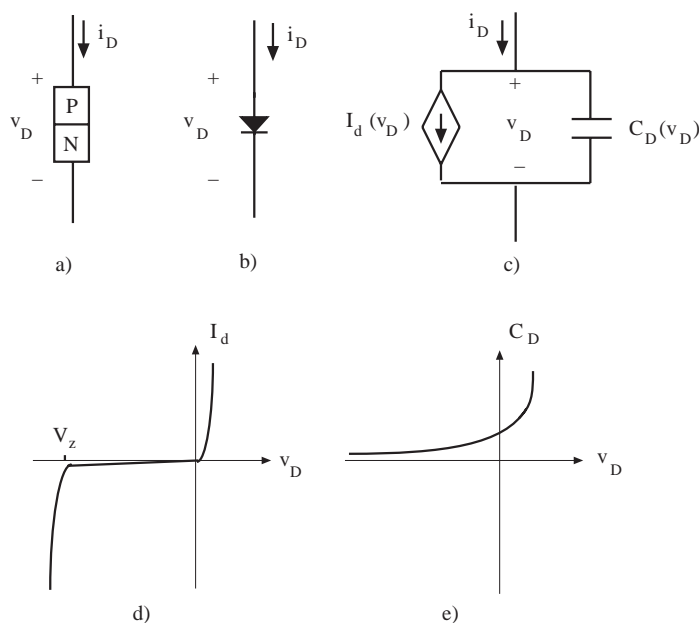
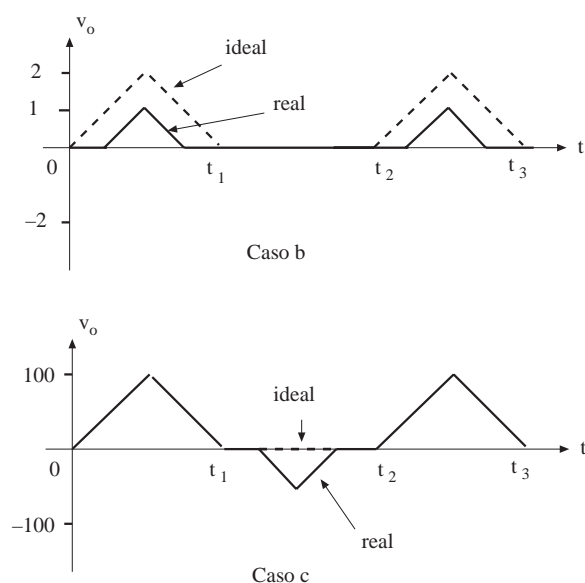


Fig. 6.5 a) Estructura física del diodo de unión PN. b) Símbolo del diodo real. c) Circuito equivalente. d) Característica corriente-tensión en continua (fuente dependiente). e) Dependencia de C_D con la tensión

Fig. 6.6 Formas de onda de v_o del ejemplo 6.2: casos b y c

Ejemplo 6.2

Calcular aproximadamente la forma de onda de salida del circuito de la figura 6.2a si: a) la amplitud de la onda triangular es $A = 100$ V, y la tensión de ruptura es $V_z = -300$ V; b) $A = 2$ V, y $V_z = -300$ V; c) $A = 100$ V y $V_z = -50$ V. Suponer que cuando el diodo está polarizado en directa la máxima caída de tensión entre sus terminales es de 1 V, y que en inversa y antes de la ruptura la corriente es inferior a 1 nA. Suponer también que la señal es lenta, por lo que el efecto de C_D es despreciable, tal como se justificará en próximos apartados. Suponer $R = 10$ k Ω .

- En los semiciclos positivos el diodo presenta una cierta caída de tensión entre sus terminales. Esta caída es máxima cuando $v_g = 100$ V y es del orden de 1 V, por lo que en R caen unos 99 V. En este caso la caída de tensión en el diodo es poco significativa, por lo que en los semiciclos positivos la aproximación del diodo ideal es correcta. En los semiciclos negativos la corriente que deja pasar el diodo es muy pequeña, por lo que la caída en la resistencia R es despreciable y la aproximación del diodo ideal es correcta. La curva de salida coincide básicamente con la representada en la figura 6.3, con $A = 100$ V.
- En este caso, el comportamiento del circuito es idéntico al del caso anterior, pero cuando v_g es 2 V la caída en el diodo será próxima a 1 V, por lo que el resultado del modelo ideal da un error de casi el 100 %. (Véase la figura 6.6a.)
- En los semiciclos positivos el circuito se comporta como en el caso a. En los semiciclos negativos, y cuando el valor de v_g es pequeño todavía, la caída en R es despreciable, por lo que toda la tensión v_g se aplica entre los terminales del diodo. Cuando v_g alcanza el valor de -50 V, el diodo entra en ruptura, deja pasar una corriente elevada y mantiene entre sus terminales una

no es nula (suele ser algo menor que 1 V para diodos de silicio). Cuando la polarización inversa supera el valor V_z el diodo deja de bloquear la corriente y permite el paso de una corriente elevada. Se dice, entonces, que el diodo opera en la *región de ruptura*, y se denomina a V_z *tensión de ruptura*. Obsérvese que V_z siempre tiene un valor negativo.

A pesar de las diferencias señaladas entre el diodo real y el diodo ideal, en muchas aplicaciones el diodo ideal aproxima aceptablemente el comportamiento del diodo real. Este suele ser el caso cuando los efectos capacitivos no son significativos (caso de señales lentas) y cuando no opera en la región de ruptura. Sin embargo, si el diodo trabaja con señales rápidas o si opera en la región de ruptura el diodo ideal no es adecuado para modelar el comportamiento real del diodo.

tensión cercana a -50 V. Por esto la señal de salida toma la forma de la figura 6.6b. En este caso, el modelo del diodo ideal da resultados falsos.

El análisis de estos circuitos se presenta con mayor detalle en el apartado 6.2.

Ejercicio 6.2

Repetir el ejercicio 6.1 pero usando el modelo de diodo y las condiciones de la señal descritas en el ejemplo 6.2. Tomar $V_r = A/2$.

Solución:

En el caso a), la forma de onda de la señal de salida coincide prácticamente con la representada en la figura 6.4b, con $A = 100$ V y $V_r = 50$ V. Las formas de onda de la señal de salida para los casos b y c se representan en la figura 6.7. En el caso b), la tensión en el diodo en directa se supone algo inferior a 1 V.

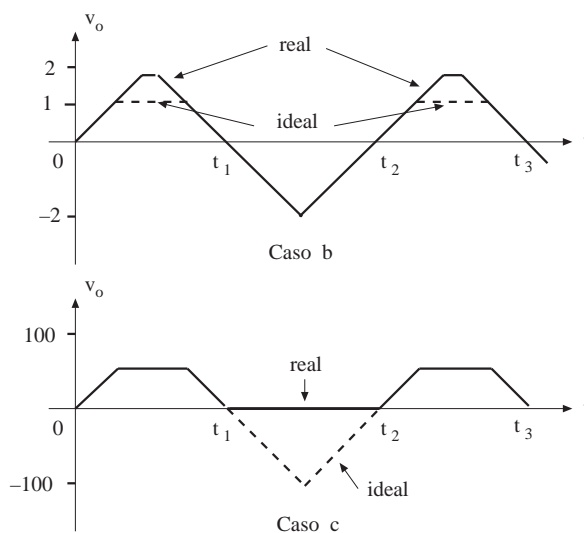


Fig. 6.7 Formas de onda de salida del ejercicio 6.2: casos b y c

6.2 El diodo en continua y en baja frecuencia

Cuando el circuito que contiene al diodo trabaja con "señales lentas", la capacidad C_D puede ignorarse. En efecto, como la corriente por un condensador es:

$$i_c = C \frac{dv}{dt}$$

cuando la tensión en bornes del diodo varía lentamente, la corriente por C_D será muy pequeña y, si es muy inferior a las corrientes significativas del circuito, podrá eliminarse el condensador C_D del modelo del diodo. Esta aproximación es exacta en continua, puesto que entonces la derivada de la tensión es nula, y no pasa corriente por el condensador. A medida que aumenta la "rapidez" de la señal, su derivada respecto al tiempo aumenta, haciendo incrementar la corriente por el condensador, hasta que llega un momento en que es tanto o más importante que la de la fuente dependiente y entonces se comete un error importante al eliminar C_D . Cuando puede eliminarse C_D se dice que el diodo opera en *modo estático*.

Los diodos trabajando con señales lentas presentan dos modos de utilización: la utilización como *diodo rectificador* o como *diodo zener*. En el primer caso, el diodo conduce en directa y bloquea la corriente en inversa. Es decir, se supone que V_z toma un valor tan negativo que nunca se alcanza. En el segundo, el diodo opera en un régimen de ruptura. Es decir, el margen de tensiones que se aplica al diodo contienen V_z . En los próximos apartados se describirán la modelización del diodo y las principales aplicaciones en estos dos modos de operación del diodo.

6.3 El diodo rectificador

En este apartado se explicarán los dos modelos que se utilizan para el diodo rectificador, el modelo exponencial y el modelo de tramos lineales. A continuación, las técnicas usadas para analizar circuitos con diodos y finalmente las principales aplicaciones del diodo rectificador.

6.3.1 Modelización del diodo rectificador

La característica I_d versus v_D del diodo real (figura 6.5d) considerando que V_z toma un valor tan negativo que nunca se alcanza, puede aproximarse de una forma analítica, que se denominará modelo exponencial del diodo, o por una forma gráfica, mediante dos tramos rectos, que se denominará modelo de tramos lineales.

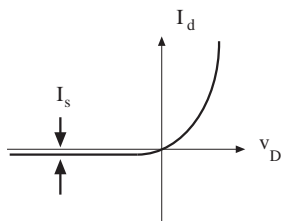
a) Modelo exponencial del diodo

Una forma de aproximar la característica corriente–tensión del diodo es mediante la ecuación:

$$I_d = I_s (e^{v_D/\eta V_T} - 1) \quad (6.1)$$

que se conoce con el nombre de *ecuación del diodo*. El parámetro I_s se denomina *corriente inversa de saturación* del diodo, que suele tomar un valor muy pequeño (del orden de 10^{-14} A para diodos de silicio), η es el *factor de idealidad*, que normalmente vale la unidad, y V_T se denomina *tensión térmica*, y su valor es:

$$V_T = \frac{KT}{q} \quad (6.2)$$



donde K es la constante de Boltzmann, T la temperatura de operación del diodo en Kelvin, y q la carga del electrón. A temperatura ambiente ($T \cong 300$ K) V_T toma un valor de unos 25 mV.

Fig. 6.8 Característica corriente–tensión del diodo exponencial

Ejemplo 6.3

Sea un diodo de silicio con una corriente inversa de saturación de 10^{-14} A. Representar la característica $i(v_D)$ para v_D variando entre 0 y 0.75 V.

- Usando una escala lineal tanto para la corriente como para la tensión.
- Usando una escala logarítmica para la corriente y lineal para la tensión.

Las curvas características se representan en la figura 6.9.



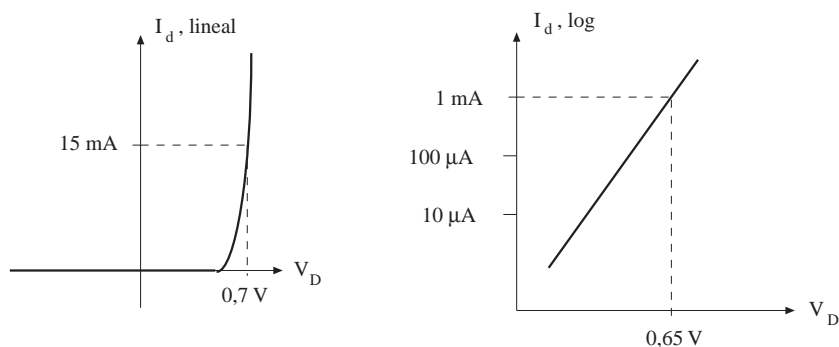


Fig. 6.9 a) Característica lineal $i(v)$. b) Característica logarítmica

Del resultado del ejemplo 6.3 se desprende una característica importante del diodo: sólo conduce corrientes significativas cuando la tensión aplicada a sus terminales es mayor o igual que una tensión mínima denominada *tensión umbral* del diodo V_γ . Para los diodos de silicio esta tensión umbral suele valer unos 0,7 V para corrientes del orden de miliamperios (mA).

Ejercicio 6.3

La tensión umbral de un diodo de germanio es de 0,2 V y la de uno de arseniuro de galio es de 1,1 V. Estimar el valor de la corriente inversa de saturación de cada uno de ellos. Tomar el umbral de conducción en $I_d = 15 \text{ mA}$.

Solución: Para el diodo de Ge: $I_s = 5 \cdot 10^{-6} \text{ A}$. Para el de AsGa: $I_s = 1 \cdot 10^{-21} \text{ A}$.

155

Cuando se utiliza el modelo exponencial del diodo debe usarse la ecuación 6.1 para analizar el circuito, pudiéndose despreciar el término "-1" si la tensión v_D es mayor que unos 100 mV. Esta relación suele conducir a ecuaciones trascendentes que requieren métodos numéricos de cálculo para hallar la solución.

Ejemplo 6.4

Calcular la tensión de salida v_o en el circuito de la figura 6.2a cuando v_g vale 10 V, utilizando el modelo exponencial del diodo con $I_s = 10^{-14} \text{ A}$ y $R = 1 \text{ k}\Omega$.

La ecuación de Kirchhoff para la malla debe resolverse junto a la ecuación del diodo:

$$v_g = v_D + iR$$

$$i \cong I_s e^{\frac{v_D}{V_T}}$$

de donde resulta:

$$v_g = v_D + RI_s e^{v_D/V_T}$$

En esta ecuación es imposible despejar v_D ya que es una ecuación trascendente. Para resolverla puede usarse un método de ensayo-error. Se escribe la ecuación anterior en la forma:

$$v_D = v_g - R I_s e^{v_D/V_T} \quad (6.3)$$

y se ensaya si un valor v_{Di} es la solución. Para ello se usa este valor en el cálculo del segundo miembro de la igualdad anterior. Si es la solución, el valor que se obtendría sería precisamente v_{Di} que es lo que establece el primer miembro de la igualdad. Si el valor ensayado resulta no ser solución se prueba con otro valor. Pueden establecerse diferentes estrategias para ir escogiendo distintos valores de prueba con objeto de converger rápidamente a la solución. En la siguiente tabla se muestra una estrategia posible:

v_{Di}	2º miembro 6.3	v_{Di}	2º miembro 6.3
0	10	0,719	-19,1
1	-2,3.10 ⁶	0,703	-1,67
0,5	9,99	0,695	-1,84
0,75	-96	0,691	-0,09
0,625	9,28	0,689	0,686
0,687	1,23	0,688	1,05

Se inician los ensayos con los valores 0 V y 1 V puesto que la tensión umbral en los diodos de silicio suele ser algo inferior a 1 V. El primer valor ensayado demuestra que la solución debe ser mayor que cero. El segundo que debe ser menor que uno. A partir de este momento se ensayan valores situados en la mitad del intervalo en que debe encontrarse la solución. Los dos últimos valores muestran que la solución debe encontrarse entre 0,688 y 0,689 V. Se puede aceptar como solución de la ecuación trascendente el valor de 0,689 V.

Por tanto, la tensión v_o para $v_g = 10$ V será :

$$v_o = v_g - v_d = 10 - 0,689 = 9,311 \text{ V}$$

Debe señalarse que hay métodos más rápidos para resolver esta ecuación trascendente. Sin embargo, no por ello dejan de ser métodos poco prácticos.

Ejercicio 6.4

Calcular la tensión de salida del circuito de la figura 6.4a, cuando $v_g = 10$ V, $V_r = 4,1$ V, $R = 1$ kΩ e $I_s = 2 \cdot 10^{-13}$ A.

Solución: La tensión de salida es $v_o = 4,7$ V.

b) Modelo del diodo por tramos lineales

Como se ha puesto de manifiesto, el modelo exponencial suele conducir a cálculos complicados y engorrosos. Por ello, cuando el modelo de diodo ideal es poco preciso para aproximar la característica $i(v_D)$ de un diodo, y los efectos capacitivos no son significativos, suele recurrirse al modelo de *diodo aproximado por tramos lineales*, cuya característica $i(v_D)$ y su modelo equivalente se presentan en la

figura 6.10. En este modelo la curva característica se aproxima por dos segmentos: cuando conduce ($i > 0$; $v_D > V_\gamma$ siendo V_γ la tensión umbral), por un segmento de pendiente $1/R_s$; cuando no conduce ($i = 0$; $v_D < V_\gamma$), por un segmento horizontal. La resistencia R_s se denomina *resistencia serie del diodo*.

Cuando el diodo conduce, la tensión entre sus terminales se aparta muy poco de la tensión umbral. En efecto, aproximando el diodo por su modelo exponencial y despreciando el término unidad en la ecuación, es inmediato hallar:

$$v_{D1} - v_{D2} = V_T \ln \frac{I_{d1}}{I_{d2}} \quad (6.4)$$

Si se toma $I_{d1} = 10 \cdot I_{d2}$ resulta que la tensión entre terminales del diodo sólo se ha incrementado en aproximadamente 0,06 V para hacer aumentar la corriente un orden de magnitud. Por esta razón, con frecuencia la resistencia R_s se toma de valor nulo, con lo que el tramo inclinado se convierte en vertical.

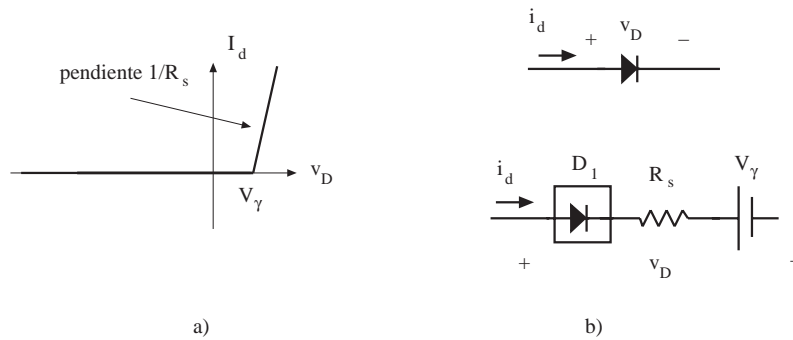


Fig. 6.10 Modelo del diodo por tramos lineales. a) Característica corriente - tensión.
b) Circuito equivalente con diodos ideales

El modelo del diodo por tramos lineales se puede expresar mediante el circuito equivalente de la figura 6.10b. Cuando la tensión del ánodo respecto al cátodo supera V_γ el diodo ideal D_1 conduce y equivale a un cortocircuito. Entonces la tensión del ánodo respecto al cátodo será $V_\gamma + i_d R_s$, que gráficamente es el segmento de conducción directa del diodo. Cuando la tensión v_D es inferior a V_γ el diodo D_1 equivale a un circuito abierto, impidiendo el paso de la corriente por esta rama. Cuando R_s se aproxima a cero y se toma V_γ nula, el modelo por tramos lineales se reduce al diodo ideal.

Ejemplo 6.5

Calcular la tensión de salida v_o en el circuito de la figura 6.2 cuando $v_g = 10$ V usando para el diodo el modelo por tramos lineales con $R_s = 0$ y $V_\gamma = 0,7$ V. Comparar con el ejemplo 6.4.

En la figura 6.11 se ha sustituido el diodo por su circuito equivalente, en el que se ha considerado la resistencia R_s nula.

Como $v_g = 10$ V es mayor que V_γ la corriente que atraviesa el diodo lo hace en sentido directo, por lo que el diodo ideal se comporta como un cortocircuito. Entonces es inmediato hallar que $v_o = 10 - 0,7 = 9,3$.

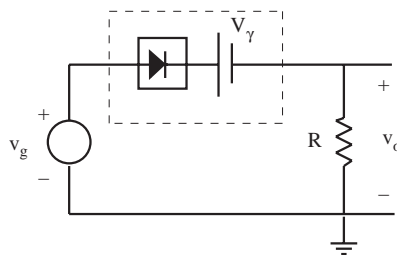


Fig. 6.11 Circuito del ejemplo 6.6

Ejercicio 6.5

Hallar la tensión de salida del circuito de la figura 6.4a para $v_g = 10$ V, $V_r = 4,1$ V, usando el modelo del diodo aproximado por tramos lineales, con $R_s = 0$ y $V_\gamma = 0,6$ V.

Solución: La tensión de salida es de 4,7 V.

6.3.2 Técnicas de análisis de circuitos con diodos en continua y en baja frecuencia

El análisis de circuitos con diodos se realiza aplicando las leyes de Kirchhoff de tensiones y de corrientes junto con las relaciones entre la corriente y la tensión en el diodo. Como ya fue dicho al inicio de este capítulo, al ser los diodos elementos no lineales, las funciones que relacionan las corrientes o tensiones con las fuentes independientes son, en general, no lineales, por lo que no pueden aplicarse los métodos propios de los circuitos lineales. Con esta salvedad, el análisis de circuitos con diodos es igual al análisis de los circuitos vistos hasta el momento. Se escriben las ecuaciones de malla o de nudo, se aproximan los diodos por alguno de sus modelos, y se resuelven las ecuaciones resultantes. A continuación se introducirá un método gráfico de análisis de circuitos.

a) Análisis gráfico. La recta de carga

El análisis gráfico sólo tiene aplicación en circuitos de continua y baja frecuencia en los que podamos aproximar el comportamiento del diodo solamente mediante su fuente dependiente. Entonces, el comportamiento del diodo vendrá definido por una curva $i_D(v_D)$.

En el apartado 6.1 se resolvió el circuito elemental de la figura 6.2a aproximando el diodo por su modelo ideal (ejemplo 6.1), su modelo exponencial (ejemplo 6.4), y por su modelo de tramos lineales (ejemplo 6.5). En este apartado se resuelve el mismo circuito de forma gráfica.

Para calcular la tensión de salida v_o debe resolverse un sistema de dos ecuaciones: la ley de Kirchhoff de tensiones de la malla y la ecuación que relaciona la corriente y la tensión en el diodo. Una forma de resolver un sistema de ecuaciones como éste es representar gráficamente cada una de las ecuaciones sobre los mismos ejes y ver qué puntos del plano i_D - v_D pertenecen a ambas curvas. Estos puntos serán la solución del sistema.

La ley de tensiones de Kirchhoff aplicada al circuito de la figura 6.2a permite obtener:

$$v_g = v_D + i_D R \quad (6.5)$$

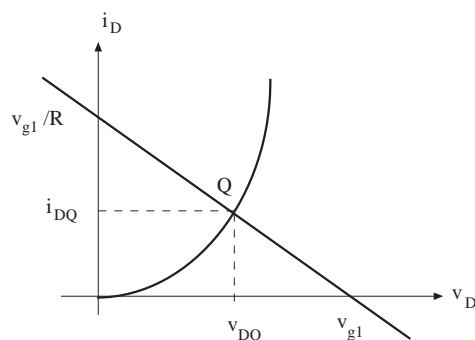


Fig. 6.12 Recta de carga y punto de trabajo

Supóngase por el momento un valor particular v_{g1} del generador independiente. Esta ecuación tiene dos incógnitas: i_D y v_D . Si se representara la ecuación 6.5 en los ejes de coordenadas i_D - v_D (figura 6.12), resultaría ser una recta que interseca a los ejes en los puntos ($v_D = v_{g1}$, $i_D = 0$) y ($v_D = 0$, $i_D = v_{g1}/R$). Los puntos de la recta son los que cumplen la ecuación, y por tanto, necesariamente, la solución del circuito debe ser uno de los puntos de la recta. A esta recta se la denomina *recta de carga del circuito*.

Por otra parte la corriente i_D que circula por el diodo depende de la tensión v_D en sus terminales. Esta dependencia puede expresarse mediante una ecuación y representarse en forma gráfica. La solución del circuito debe ser, necesariamente, un punto de esta curva.

El análisis del circuito consiste, en definitiva, en hallar el valor de i_D y el de v_D que cumplan simultáneamente la ecuación de tensiones de Kirchhoff y la ecuación del diodo. Es decir, que pertenezcan a la vez a la recta de carga y a la curva del diodo. La solución del circuito será, por tanto, el punto de intersección de ambas curvas, que se denomina *punto de trabajo*, y que se suele representar con la letra Q.

Las coordenadas del punto de trabajo proporcionan la solución del circuito para el valor particular del generador independiente v_{g1} . Si se repitiera el procedimiento anterior para otro valor v_{g2} , se obtendría la solución para este segundo valor. Y de esta forma, se podría obtener punto a punto la respuesta del circuito a la señal v_g . Es importante observar que la recta de carga de este circuito mantiene constante su pendiente aunque varíe v_g . Esta pendiente es $m = -1/R$. Al variar v_g con el tiempo la recta de carga se desplaza paralela a sí misma, siendo la intersección con el eje de abscisas el valor particular de v_g .

En la figura 6.13 se presenta el método de resolución gráfica de este circuito. Se selecciona un tiempo t_i en la gráfica de $v_g(t)$. El valor de $v_g(t_i)$ se lleva al eje de abscisas del plano i_D - v_D y se traza la recta de carga. La ordenada del punto de trabajo Q_i se lleva a la gráfica $i_D(t)$ para $t = t_i$. De esta forma se obtiene punto a punto la gráfica $i_D(t)$. De forma similar podría conseguirse la gráfica $v_D(t)$, sin más que llevar la abscisa del punto Q_i a unos ejes coordenados $v_D(t)$. A partir de $v_D(t)$ y de $i_D(t)$ puede obtenerse $v_o(t) = i_D(t) \cdot R = v_g(t) - v_D(t)$.

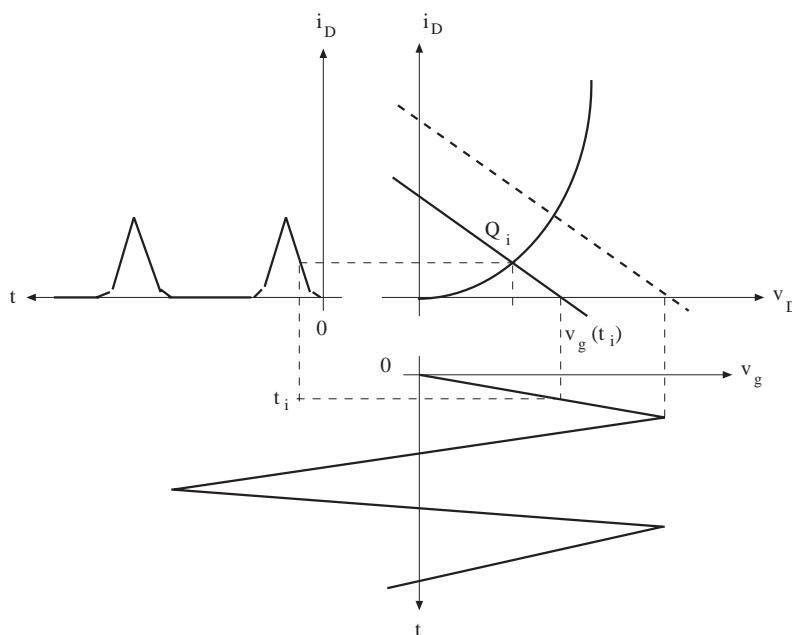


Fig. 6.13 Análisis gráfico del circuito de la figura 6.2a

Este método de análisis gráfico no es de aplicación exclusiva al circuito de la figura 6.2a. Cualquier circuito que contenga un diodo puede ser analizado de esta forma sin más que sustituir el circuito "visto" desde los terminales del diodo por su equivalente de Thévenin, lo cual es válido si la parte del circuito a sustituir es lineal.

Ejercicio 6.6

¿Cuál es la ecuación de la recta de carga del circuito del ejercicio 6.1 (figura 6.4)?

Solución:

$$i_D R + v_D = v_g - V_r$$



El análisis gráfico tiene un indudable valor como método que permite "visualizar" el comportamiento del circuito, y será usado extensamente cuando se analicen cualitativamente circuitos con transistores. Sin embargo, al igual que ocurría con el uso del modelo exponencial, es un método poco práctico para analizar cuantitativamente circuitos con diodos.

b) Análisis por tramos lineales

El método habitual de análisis de circuitos con diodos consiste en sustituir el diodo por su modelo de tramos lineales y calcular analíticamente el circuito resultante. Según las condiciones del circuito, los diodos ideales del modelo serán bien un cortocircuito o bien un circuito abierto. En ambos casos darán lugar a circuitos lineales que tendrán validez solamente en un determinado rango de tensiones. El método para analizar un circuito por tramos lineales puede esquematizarse en el siguiente procedimiento:

1. Sustituir los diodos por sus modelos por tramos lineales.
2. Desglosar el circuito anterior en un conjunto de circuitos lineales, sustituyendo los diodos ideales por cortocircuitos o circuitos abiertos, considerando todas las condiciones de operación posibles.
3. Detallar los márgenes de valores de tensiones para los cuales es válido cada uno de los circuitos lineales del punto anterior.
4. Analizar cada uno de los circuitos lineales obtenidos en el apartado 2.
5. Obtener la solución del circuito combinando las soluciones de cada circuito lineal.

160

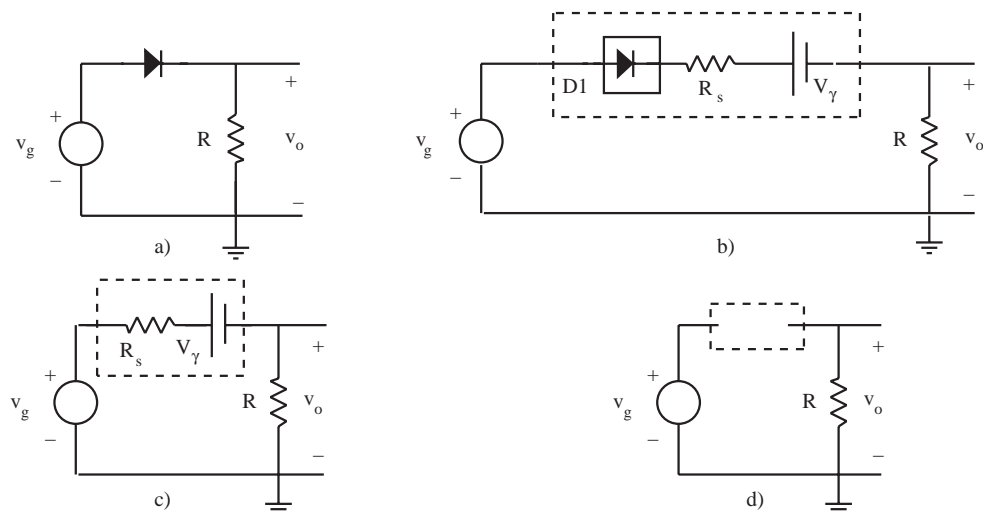


Fig. 6.14 a) Circuito de la figura 6.2a. b) El diodo ha sido sustituido por su modelo de tramos lineales. c) Circuito lineal válido cuando D1 conduce. d) Circuito lineal válido cuando D1 no conduce

Ejemplo 6.6

Analizar el circuito de la figura 6.14a con $R = 4 \Omega$ y una señal triangular de 5 V de pico. Suponer que el diodo puede aproximarse por su circuito equivalente de tramos lineales con $V_\gamma = 0,7 \text{ V}$ y $R_s = 1 \Omega$.

1. Sustituyendo el diodo por su modelo equivalente resulta el circuito de la figura 6.14b.
2. Las condiciones de operación posibles de este circuito son: a) D1 conduce: circuito lineal 6.14c. b) D1 no conduce: circuito 6.16d.
3. El circuito 6.14c es válido si v_g es mayor o igual que V_γ , ya que en este caso D1 conduce. El circuito 6.14d será válido para los valores de v_g inferiores a V_γ .
4. El análisis del circuito 6.14c conduce a:

$$v_o = Ri = R \frac{v_g - V_\gamma}{R_s + R} = \frac{4}{5} (v_g - 0,7)$$

La salida del circuito 6.14d es nula:
 $v_o = 0 \text{ V}$.

5. La salida del circuito se obtiene combinando las salidas de cada uno de los circuitos lineales de acuerdo con los márgenes de tensiones para los que cada uno tiene validez. Así pues, el circuito 6.14b y la ecuación resultante de este circuito serán válidas cuando v_g sea mayor o igual que 0,7 V. La forma de onda de salida será, pues, la mostrada en la figura 6.15.

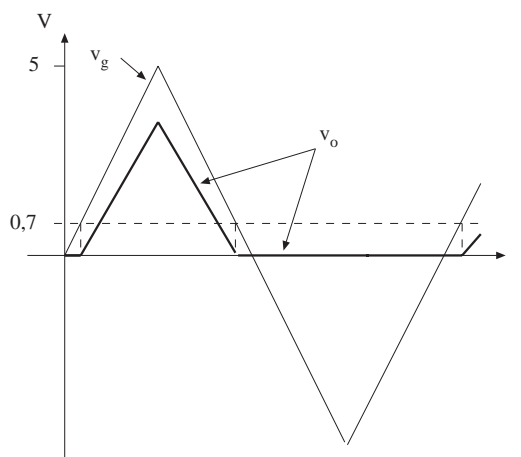


Fig. 6.15 Formas de onda de entrada y de salida del ejemplo 6.6

Ejercicio 6.7

Analizar por tramos lineales el circuito del ejercicio 6.1 (figura 6.4a), con los datos de señal y del diodo del ejemplo 6.6. Tomar $V_r = 2 \text{ V}$ y $R = 4 \Omega$.

Solución:

Cuando v_g es mayor o igual a 2,7 V:

$$v_o = 2,7 + 0,2(v_g - 2,7)$$

Cuando el valor de v_g está entre 2,7 V y -2 V:

$$v_o = v_g$$

Cuando v_g es menor o igual a -2 V:

$$v_o = (v_g + 2)/3 - 2$$

6.3.3 Aplicaciones del diodo rectificador

El análisis de circuitos que operan con señales de baja frecuencia se lleva a cabo aproximando el diodo exclusivamente por la fuente dependiente no lineal; es decir, despreciando el efecto de la capacidad C_D . Según el tipo de circuito y la precisión requerida en los resultados, la fuente dependiente se aproxima por un diodo ideal, un modelo exponencial, un modelo de tramos lineales o algún modelo más sofisticado como el que se usa en SPICE (ver apartado 6.7). En este apartado se supondrá suficiente la aproximación del modelo por tramos lineales con $R_s = 0$.

a) Conversión de tensión alterna a tensión continua. Fuente de alimentación

Muchos equipos electrónicos requieren ser conectados, para poder realizar su función, a una fuente de tensión constante. Como la energía eléctrica suele distribuirse entre los usuarios en forma sinusoidal, hay que transformar esta forma de onda en otra de valor constante. El sistema electrónico que realiza esta función se denomina *fente de alimentación*. Los circuitos que realizan esta función suelen basarse en los cuatro bloques que se indican en la figura 6.16. El primer bloque es un *transformador* que convierte la amplitud de la senoide al valor adecuado para poder obtener la tensión constante deseada a la salida de la fuente de alimentación. El segundo bloque *rectifica* la tensión alterna, es decir, su tensión de salida sólo presenta una polaridad, aunque su amplitud es variable. El tercer bloque *filtra* esta tensión unipolar, y proporciona una tensión aproximadamente constante en su salida. Y el cuarto bloque *estabiliza* v_o frente a cambios en la tensión alterna o en la carga. En este capítulo se presentarán de forma resumida los circuitos que realizan estas funciones.

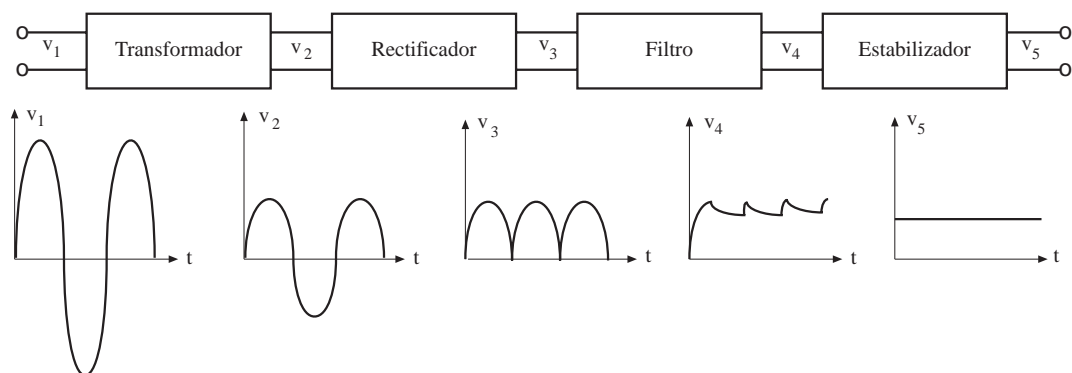


Fig. 6.16 Esquema de una fuente de alimentación

El circuito rectificador más simple es el denominado *rectificador de media onda* y es el circuito de la figura 6.2a, que ha sido analizado en los ejemplos 6.1, 6.2, 6.4 y 6.5. Tiene la propiedad de permitir el paso de los semiciclos positivos, y de bloquear los negativos.

Existen otros circuitos rectificadores con varios diodos que permiten rectificar los dos ciclos de la senoide. Se trata de los *rectificadores de onda completa o de doble onda*, dos de cuyas versiones más extendidas se presentan en la figura 6.17. El circuito 6.17a es el rectificador de doble onda con transformador de toma intermedia, y el 6.17b es el puente rectificador.

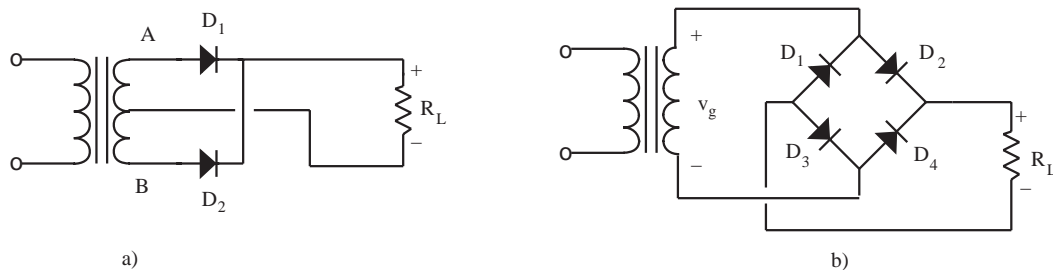


Fig. 6.17 Circuito rectificador de onda completa. a) Con transformador de toma intermedia.
b) Con puente de diodos

Los diodos rectificadores trabajan en la región directa para permitir el paso de unos ciclos, y en la región inversa para bloquear los otros, evitándose que entren en la región de ruptura. Para analizar estos circuitos se usará el modelo por tramos lineales como el utilizado en la figura 6.11, es decir, solamente un diodo ideal y V_γ .

Considérese en primer lugar el funcionamiento del *rectificador con transformador de toma intermedia*. Durante el intervalo de tiempo en el que en el primario del transformador se aplica un semiciclo positivo, aparece una tensión positiva entre el punto A del secundario y la toma intermedia, mientras que el terminal B del secundario es negativo respecto a la toma intermedia. La tensión positiva del punto A intentará hacer circular una corriente por el diodo D1 en sentido directo. Cuando la tensión en A, V_A , sea superior a V_γ el diodo ideal del modelo equivalente será un cortocircuito y aparecerá en R_L una tensión $V_A - V_\gamma$. La tensión negativa de B intentaría hacer circular una corriente en sentido inverso por el diodo D2, por lo que éste equivaldrá a un circuito abierto.

Durante el intervalo en el que se aplica al primario un semiciclo negativo, aparece en el terminal A del secundario una tensión negativa respecto a la toma intermedia, que provoca que D1 aparezca como circuito abierto. Sin embargo, en este caso, el terminal B será positivo respecto a la toma central, por lo que originará una corriente positiva por el diodo D2. Cuando V_B sea superior a V_γ la tensión en R_L será $V_B - V_\gamma$ con la misma polaridad que en el semiciclo anterior.

El funcionamiento del *rectificador en puente* es el siguiente. Durante el semiciclo en el que v_g es positivo la corriente intentará fluir a través del camino D2- R_L -D3, quedando D1 y D4 polarizados inversamente (circuitos abiertos). Empezará a circular corriente por este camino cuando v_g sea superior a $2V_\gamma$ puesto que hay dos diodos en serie en el camino conductor. Cuando circule corriente la tensión en bornes de R_L será $v_g - 2V_\gamma$.

Durante el semiciclo negativo la corriente intentará recorrer el camino: terminal negativo del generador - D4 - R_L - D1- terminal positivo. Obsérvese que la corriente por R_L fluye en el mismo sentido que durante el semiciclo positivo (de arriba hacia abajo), produciendo una forma de onda idéntica a la obtenida en el semiciclo anterior.

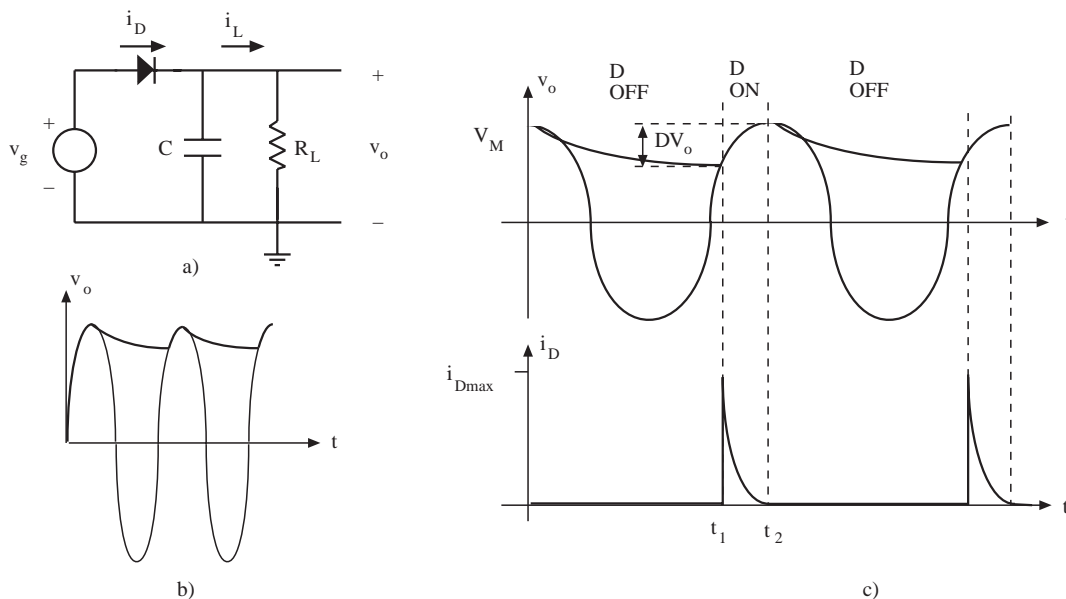


Fig. 6.18 a) Circuito rectificador de media onda seguido de filtro de condensador.
b) Tensión de salida. c) Corriente por el diodo

El segundo bloque de un sistema de conversión alterna-continua lo constituye el *filtro de condensador*. Por simplicidad se estudiará este filtro con el rectificador de media onda, tal como se representa en la figura 6.18. Considere la figura 6.18b, y suponga c inicialmente descargado. Durante la primera mitad del primer semiciclo positivo la tensión positiva del generador provoca la conducción del diodo dando a la salida una tensión $v_g - V_\gamma$. Parte de la corriente que circula por el diodo carga al condensador C , permitiendo que la tensión entre sus terminales siga a la señal de entrada. Cuando v_g alcanza la tensión de pico V_p , la tensión en el condensador, y en la salida, es $V_p - V_\gamma$.

A partir de este instante la tensión del generador empieza a disminuir siguiendo su forma sinusoidal. Aproximadamente en este instante *el diodo deja de conducir*, puesto que la tensión en su ánodo no supera a la de su cátodo en la tensión umbral. El *condensador empieza a descargarse* a través de R_L , por lo que la tensión en sus terminales sigue una disminución exponencial, que suponemos más lenta que la disminución sinusoidal de v_g .

La situación descrita se mantiene hasta que la tensión en el generador vuelve a superar a la tensión de salida en V_γ . A partir de este instante el diodo vuelve a conducir hasta alcanzar de nuevo el valor de pico, a partir del cual se reproduce la situación anterior. Obsérvese que durante el tiempo en el que el diodo conduce de nuevo, el circuito repone en el condensador la carga que ha perdido durante el tiempo de no conducción del diodo.

Durante el intervalo de tiempo de descarga del condensador, la tensión de salida, que es la tensión en bornes del condensador, sigue una forma exponencial con una constante de tiempo CR_L . Si se aumenta el valor del condensador la disminución de la tensión de salida es más lenta, por lo que se reduce la variación de la tensión de salida (variación que se denomina *rizado*). Considérese la figura 6.18c que muestra la tensión de salida del rectificador con filtro, en la que se ha hecho coincidir el origen de tiempos con un pico de la tensión con objeto de simplificar las expresiones matemáticas. La tensión $v_o(t)$ será:

$$v_o(t) = V_M e^{-t/CR_L}$$

donde $V_M = V_p - V_\gamma$ es la tensión de pico a la salida. Para valores de t muy inferiores a CR_L la exponencial puede aproximarse por los dos primeros términos de su desarrollo en serie de Taylor:

$$v_o(t) = V_M \left(1 - \frac{t}{CR_L}\right)$$

La amplitud pico a pico del rizado será:

$$\Delta V_o = V_M - v_o(t_1) = V_M \frac{t_1}{CR_L} \cong V_M \frac{T}{CR_L} = V_M \frac{1}{fCR_L}$$

donde en la última expresión se ha aproximado t_1 por el período T , lo cuál es válido sólo si el rizado es pequeño. Esta expresión permite calcular el rizado conociendo el valor de C , o bien calcular C para una amplitud de rizado prefijada. Obsérvese que al aumentar C disminuye el rizado.

Entre 0 y t_1 la corriente que proporciona la fuente de alimentación la proporciona el condensador. La disminución de carga del condensador será por tanto:

$$\Delta Q_c = \int_0^{t_1} i_L(t) dt = \int_0^{t_1} \frac{v_o(t)}{R_L} dt \cong \frac{V_M}{R_L} T$$

donde se ha supuesto que $\Delta V_o \ll V_M$ y t_1 aproximadamente igual a T . Esta carga perdida por el condensador debe ser repuesta por el generador durante el tiempo de conducción del diodo $t_2 - t_1$. Nótese que a medida que disminuye el rizado, debido a un aumento de C , disminuye el tiempo de conducción del diodo, por lo que para reponer ΔQ_c deberá circular una corriente mayor por el diodo. Esta corriente puede ser tan intensa que deteriore el diodo. Debe elegirse C buscando un compromiso entre la disminución del rizado y la exigencia de mayor corriente a través del diodo.

La máxima corriente por el diodo puede calcularse de la siguiente manera. Entre t_1 y t_2 la tensión $v_o(t)$ vuelve a ser una senoide:

$$v_o(t) = V_M \cos(\omega t)$$

por lo que:

$$i_c(t) = C \frac{dv_o(t)}{dt} = -C\omega V_M \sin(\omega t)$$

Obsérvese que en el intervalo $t_1 - t_2$ la función seno toma valores negativos, por lo que i_c será positiva. El valor máximo de esta corriente se da para $t = t_1$:

$$i_{cmax} = -C\omega V_M \sin(\omega t_1)$$

Teniendo en cuenta que en $t = t_1$:

$$V_M - \Delta V_o = V_M \cos(\omega t_1)$$

165

puede calcularse $\sin(\omega t_1)$ a partir de la última expresión y sustituirla en la anterior, con lo que se obtiene:

$$i_{cmax} = C\omega V_M \sqrt{1 - \left[1 - \frac{\Delta V_o}{V_M}\right]^2}$$

expresión que pone de manifiesto la relación entre el rizado y la corriente de carga del condensador a través del diodo. Si se supone que el rizado es pequeño ($\Delta V_o \ll V_M$) la última expresión puede aproximarse por:

$$i_{cmax} \cong C\omega V_M \sqrt{2 \frac{\Delta V_o}{V_M}} = 2\sqrt{2}\pi V_M \sqrt{\frac{Cf}{R_L}}$$

que permite calcular la corriente máxima por el diodo conociendo el valor del condensador (la corriente por el diodo sería la suma de la corriente que va al condensador más la que va a R_L).

Ejemplo 6.7

Una fuente de alimentación está constituida por un transformador de relación de transformación 1/6, un puente rectificador de diodos, un condensador de filtro de 5 mF y una resistencia de carga de 50

Ω. La fuente se conecta a la red de energía eléctrica (220 V_{ef}, 50 Hz). Hallar la tensión de salida y su rizado.

La tensión en el secundario del transformador será de $220/6 = 36,6$ V_{ef} que corresponden a $36,6 \sqrt{2} = 51,8$ V de pico.

El puente rectificador sin el condensador proporcionaría a la resistencia de carga una sinusoide rectificadora en onda completa de unos 50 V de pico ($51,8 \text{ V} - 2 \text{ V}_p$).

El condensador del filtro produce una tensión de salida dada por:

$$v_o \cong 50 \cdot e^{-t/0,25}$$

donde el origen de t es aproximadamente un pico de la sinusoide rectificadora. Si aproximamos el tiempo de validez de esta descarga del condensador hasta que ocurra el siguiente pico, resulta un tiempo de $T/2$ debido a la rectificación de onda completa, es decir $1/(2 \cdot 50 \text{ Hz}) = 10 \text{ ms}$. Por tanto la tensión en la salida en este instante será:

$$50e^{-10^{-2}/0,25} = 50e^{-0,04} \cong 48 \text{ V}$$

El valor medio de la tensión de salida será aproximadamente 49 V, y la amplitud del rizado de 2 V pico a pico.

Ejercicio 6.8

166

Calcular la relación de transformación del transformador y el condensador de filtro de una fuente de alimentación con puente de diodos, que proporcione una salida de 8 V, con un rizado de 2 V pico a pico, sobre una resistencia de carga de 5 Ω. La fuente debe estar alimentada por la red de distribución de energía eléctrica (220V_{ef}, 50 Hz).

Solución: $n = 1/30$; $C = 8 \text{ mF}$.



El tercer bloque constituyente de una fuente de alimentación es el *estabilizador de tensión*. En este capítulo nos limitaremos a describir un estabilizador muy simple basado en un *diodo zener*, que se analizará en el apartado 6.4.2.

En los circuitos descritos aparece siempre una resistencia de carga R_L . Esta resistencia o bien es una resistencia real, o bien modela el circuito que se conecta al convertidor de alterna a continua. Imagínese que la fuente de alimentación proporcione una tensión V_o . Si el circuito que se conecta a esta fuente consume una corriente I_L , equivaldrá a una resistencia de carga de valor V_o/I_L , pues esta resistencia absorbería la misma corriente que el circuito.

b) Detector de envolvente

Otra aplicación importante del diodo es como *detector de envolvente o demodulador* de una señal modulada en amplitud. Una señal modulada en amplitud es aquella que responde a la ecuación:

$$v_i(t) = V_{im} [1 + m(t)] \cos(\omega_p t) \quad (6.6)$$

en la que la amplitud de la senoide varía con el tiempo y lleva la señal de información $m(t)$, que se denomina moduladora. A esta amplitud de la función coseno, variable con el tiempo, se la denomina envolvente, y la señal sinusoidal de frecuencia ω_p se la llama portadora. Usualmente la envolvente varía mucho más lentamente que la portadora. En la figura 6.19a se representa una señal modulada en amplitud.

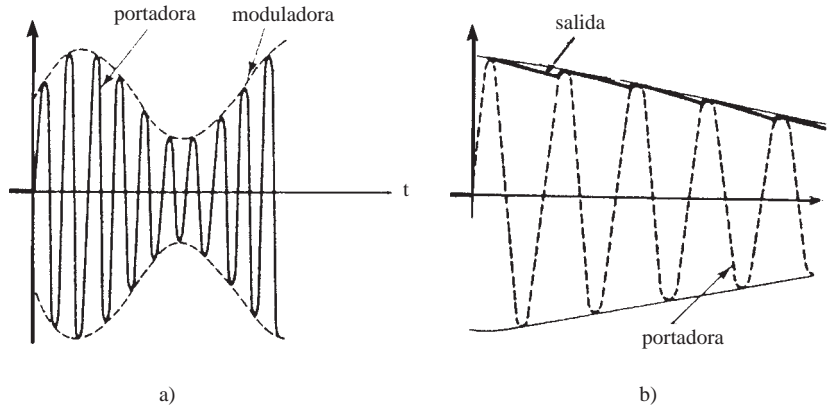


Fig. 6.19 a) Señal modulada en amplitud. b) Salida del detector

El objetivo del detector de envolvente es recuperar la señal $m(t)$ a partir de la señal modulada en amplitud. El circuito que se usa es un rectificador de media onda seguido de un filtro de condensador. La principal diferencia en esta aplicación está en que en este caso el circuito debe ser capaz de seguir la envolvente, en lugar de proporcionar en la salida una tensión casi constante. Si la constante de tiempo fuera muy grande la salida no podría seguir a la envolvente. Por el contrario, si fuera muy pequeña, el condensador se descargaría muy deprisa y la salida tendería a la señal portadora rectificada, produciendo un rizado excesivo. Por esto, el detector de envolvente se diseña de forma que la constante de tiempo del circuito sea:

$$C.R_L = \frac{1}{2\pi A_m f_m} \quad (6.7)$$

donde f_m se suele tomar como la frecuencia más elevada de la señal moduladora $m(t)$, que se supone sinusoidal y de amplitud A_m . De esta forma la salida puede seguir bien a la envolvente. Cuando la portadora es una señal de alta frecuencia este análisis debería ser modificado para tomar en consideración la capacidad del diodo C_D .

Ejemplo 6.8

Demostrar la expresión 6.7.

El condensador debe permitir que la tensión de salida v_o entre dos picos consecutivos de la portadora disminuya tanto como pueda disminuir la envolvente. Esta variación en la salida será:

$$\Delta v_o = V_{im} - V_{im} e^{-T_o/\tau} \cong V_{im} \frac{T_o}{\tau}$$

donde T_o es el período de la portadora. Para obtener la expresión anterior se ha supuesto que τ es mucho mayor que T_o y que en consecuencia la exponencial puede aproximarse por los dos primeros términos de su desarrollo en serie de Taylor.

La máxima variación de la envolvente entre dos picos consecutivos de la portadora será:

$$\begin{aligned}\Delta v_e(t)_{\max} &\cong \left[\frac{dv_e(t)}{dt} \right]_{\max} T_o \\ \left[\frac{dv_e(t)}{dt} \right]_{\max} &= \left[V_{im} \frac{dm(t)}{dt} \right]_{\max} = [V_{im} A_m \omega_m \cos(\omega_m t)]_{\max} = V_{im} A_m \omega_m \\ \Delta v_e(t)_{\max} &\cong V_{im} A_m \omega_m T_o\end{aligned}$$

Para que la salida pueda seguir a la envolvente se iguala la descarga del condensador entre dos picos consecutivos con la última expresión, se obtiene:

$$\tau = \frac{1}{A_m \omega_m}$$

Ejercicio 6.9

168

Una señal modulada en amplitud utiliza una portadora de 10 MHz. La amplitud de la señal moduladora es $A_m = 0,5$ y cubriendo un margen de frecuencias entre 300 Hz y 6 kHz. Si la resistencia de carga del detector de envolvente es de 10 kΩ ¿cuál debe ser el valor del condensador para recuperar adecuadamente la envolvente?

Solución:

$$C = 5,3 \text{ nF}$$



c) Circuitos recortadores y circuitos fijadores de nivel

Los *circuitos recortadores*, también denominados limitadores de amplitud, se utilizan para eliminar la parte de la señal que se encuentra por encima, o por debajo, de un cierto nivel de referencia. En la figura 6.20 se presentan dos circuitos recortadores.

El circuito 6.20a opera de la siguiente forma. Cuando la tensión v_i es positiva el diodo D2 siempre estará en inversa, ya que la corriente que tiende a impulsar v_i va en la dirección de cátodo a ánodo. Por tanto la rama D2- V_{B2} puede ignorarse cuando v_i sea positiva.

Para que el diodo D1 conduzca se requiere que v_o supere a V_{B1} en V_γ . Mientras v_o está por debajo de este valor D1 equivaldrá a un circuito abierto, y no circulará corriente por R, por lo que $v_o = v_i$. Cuando el diodo D1 conduzca la salida estará limitada a $V_{B1} + V_\gamma$. Esto ocurrirá para valores de v_i mayores o iguales que $(V_{B1} + V_\gamma)$.

Cuando v_o se hace menor que $-(V_{B2} + V_\gamma)$ el diodo D2 conducirá y fijará la salida en este valor, tal como se indica en la figura 6.20. Obsérvese que mientras v_i sea negativa el diodo D1 estará en inversa y puede ignorarse esta rama del circuito.

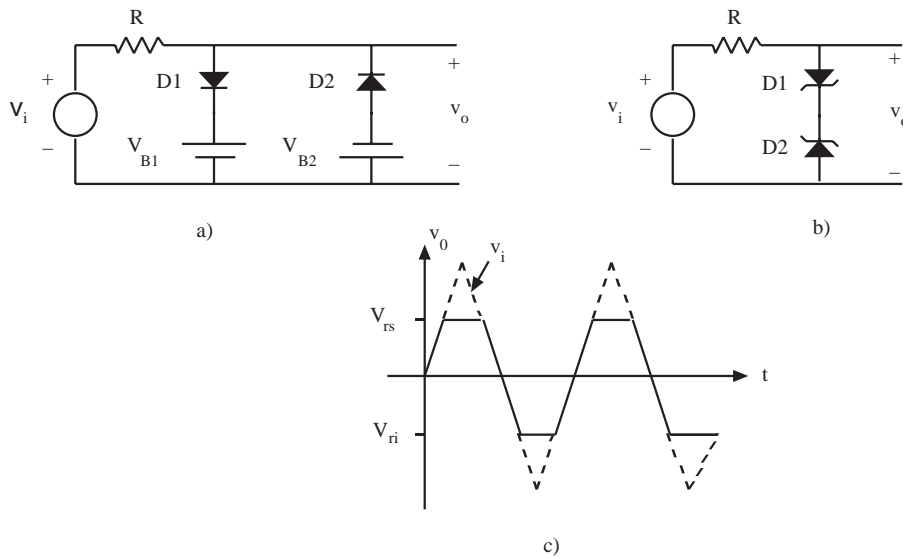


Fig. 6.20 Circuitos recortadores. a) Con diodos y fuentes de tensión. b) Con diodos zener. c) Forma de onda de salida. Para el circuito a) $V_{rs} = V_{B1} + V_{\gamma}$; $V_{ri} = -(V_{B2} + V_{\gamma})$. Para el circuito b) $V_{rs} = V_z + V_{\gamma}$; $V_{ri} = -(V_z + V_{\gamma})$

El circuito, por tanto, recorta la señal de entrada limitándola a los valores que fijan las fuentes de tensión V_{B1} y V_{B2} . Se pueden obtener diversas variantes de este circuito básico sin más que cambiar la polaridad de las fuentes o la de los diodos.

El circuito recortador usando diodos zener de la figura 6.20b será descrito en el apartado 6.4.2.

Ejemplo 6.9

Otro tipo de circuito recortador es el presentado en la figura 6.21. Discutir el funcionamiento de este circuito.

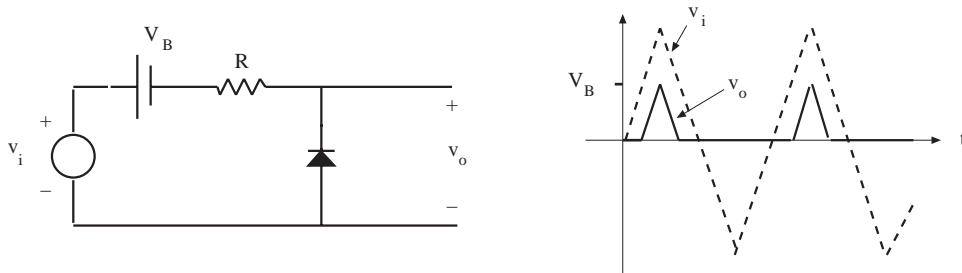


Fig. 6.21 Circuito recortador del ejemplo 6.9

Suponiendo válida la aproximación del diodo ideal, el diodo conducirá solamente cuando la corriente por el diodo vaya de ánodo a cátodo, en cuyo caso mantendrá la salida a cero voltios. Para valores positivos de v_o el diodo no conducirá y la salida será $v_o = v_i - V_B$. Por tanto, la forma de onda de la salida será igual a la de la entrada desplazada hacia abajo una cantidad V_B y "recortando" los valores negativos.

Ejercicio 6.10

Diseñar un recortador que permita obtener la forma de onda de la figura 6.22 a partir de una señal triangular de 10 V de pico.

Solución: El circuito será como el de la figura 6.21 pero invirtiendo el diodo y haciendo $V_B = 5$ V.

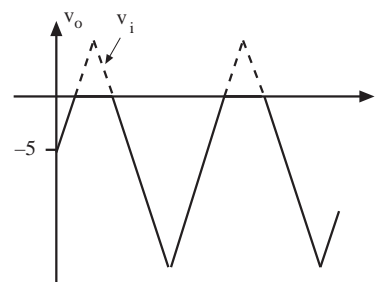
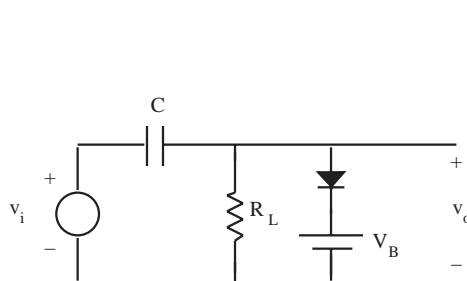
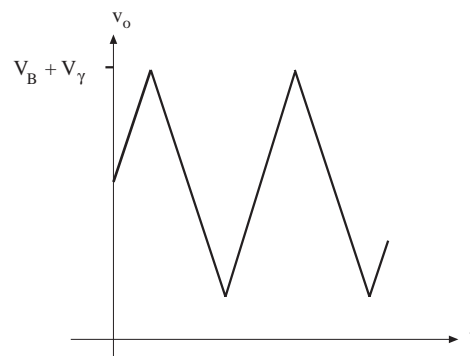


Fig. 6.22 Forma de onda del ejercicio 6.10

Los *circuitos fijadores de nivel* suman a la señal una tensión de referencia. Esta tensión de referencia generalmente es continua, pero podría ser variable con el tiempo. En la figura 6.23a se presenta el circuito básico de fijador de nivel.



a)



b)

Fig. 6.23 a) Circuito fijador de nivel. b) Forma de onda de salida

El funcionamiento del circuito es el siguiente. Supóngase por el momento que R_L es de valor infinito. Como se verá más adelante, el condensador se carga a un valor $V_p - V_B - V_\gamma$ donde V_p es el valor máximo que toma v_i . Para los instantes de tiempo posteriores a los que v_i toma su valor máximo, el diodo no conducirá ya que la tensión de salida será $v_i - (V_p - V_B - V_\gamma)$, la cual es inferior a $V_B + V_\gamma$ (por ser $v_i < V_p$) que es la mínima que se requiere para que el diodo conduzca. Por tanto, la tensión de salida será la de la entrada menos la tensión en terminales del condensador. En la salida se ha fijado el valor máximo de la señal a la tensión $V_B + V_\gamma$.

Si en un momento determinado la entrada toma un valor V_{pr} superior al máximo detectado hasta aquel momento, el diodo conducirá provocando una corriente que incrementa la carga en el condensador, el cual fijará la salida a partir del momento en el que se presente el nuevo máximo en $v_i - (V_{pr} - V_B - V_\gamma)$.

Si por algún motivo aparece en la señal de entrada un pico de tensión imprevisto, el circuito lo interpreta como máximo de la señal, y fija la salida a este máximo. Para evitar este fenómeno se añade la resistencia R_L , que permite una descarga lenta del condensador a fin de que el circuito fije el nivel de los máximos normales de la señal.

Ejemplo 6.10

En el circuito de la figura 6.23a se toma $V_B = 0$ V siendo v_i una señal cuadrada de 10 kHz y 10 V de amplitud (figura 6.24a). Suponiendo que la resistencia serie del diodo, R_s , es muy inferior a R_L , a) dibujar v_o en función del tiempo si $R_L = 10$ k Ω y $C = 1$ μ F. b) repetir el apartado anterior cuando al conectar el circuito ($t=0$) aparece una señal imprevista de 20 V de muy corta duración, superpuesta a la señal cuadrada. Supóngase que se mantienen los valores de R_L y C del caso anterior.

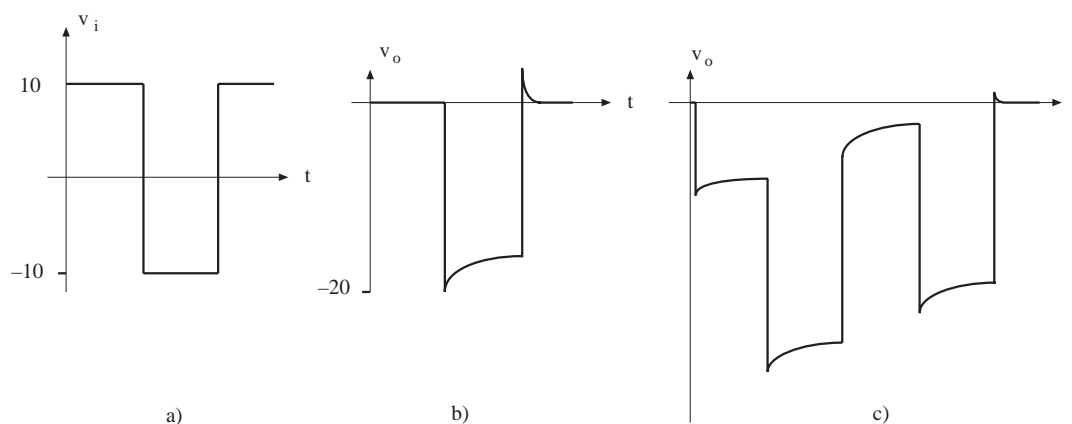


Fig. 6.24 Formas de onda del ejemplo 6.10

- a) El período de la señal será $T=10^{-4}$ s. Durante el inicio del primer semiciclo el diodo conduce y el condensador se carga a la tensión de 10 V en un tiempo idealmente nulo. Mientras el diodo conduce la tensión de salida será nula (diodo ideal), y durante el resto del semiciclo positivo (con el condensador cargado) la salida será también nula ($v_o = v_i - 10$).

Cuando v_i conmuta a $v_i = -10$ V, el diodo queda polarizado inversamente y equivale a un circuito abierto. El circuito queda formado por $v_i - C - R_L$. La tensión en la salida, justo después de la transición de v_i , será $v_o = v_i - v_c = -10 - 10 = -20$ V. A partir de este valor inicial la tensión a la salida empieza a aumentar debido a que el condensador se va descargando, disminuyendo la tensión entre sus terminales v_c . La expresión de v_o viene dada por:

$$v_o = -20 \cdot e^{-t/\tau}$$

donde se ha hecho uso de la expresión de descarga de un condensador con un valor inicial de -20 V y un valor final de 0 V. La constante de tiempo del circuito es $C \cdot R_L$ ($\tau = 10^{-2}$ s). Cuando finaliza el semiciclo negativo (de duración $0,5 \cdot 10^{-4}$ s) la tensión en la salida es -19,9 V.

En $t=10^{-4}$ s la señal v_i vuelve a conmutar a +10 V. La tensión en la salida presenta en consecuencia un salto de 20 V ya que la tensión en bornes del condensador no puede cambiar instantáneamente. La tensión positiva en v_o hace conducir al diodo y en un tiempo idealmente nulo el condensador se recarga a -10 V por lo que hace nula la salida.

Como puede observarse en 6.24b el circuito fija el máximo de la señal cuadrada en la salida a un valor de 0 V.

- b) Supóngase ahora que en el instante de conexión de v_i aparece en el circuito una señal espúrea de 20 V. El condensador se cargará a 20 V en un tiempo idealmente nulo y la salida será

$v_o = v_i - 20$. Así pues, la tensión de salida justo después de haberse terminado la señal espúrea será de -10 V. El diodo estará polarizado inversamente y el condensador iniciará su descarga. Cuando la señal de entrada conmuta a -10 V el diodo seguirá estando en inversa y el condensador proseguirá su descarga. Esta situación se mantendrá mientras v_o no se haga positiva, en cuyo caso el diodo conducirá, repondrá carga en el condensador y el circuito se comportará según se ha descrito en el apartado anterior (figura 6.24c).

Para que el circuito recupere su funcionamiento normal el condensador debe perder la diferencia entre la carga inicial producida por la señal espúrea (20 V) y la carga normal correspondiente al valor de pico de la señal (10 V). Esta pérdida de carga se realiza de forma exponencial con una constante de tiempo CR_L . Por tanto, el tiempo que tarda el circuito en eliminar los efectos de la señal espúrea será:

$$10 = 20e^{-t/\tau} \Rightarrow t = \tau \ln 2 = 0,69CR_L$$

que con los valores numéricos del circuito da un tiempo de 6,9 ms. Como un período de la señal son 0,1 ms, harán falta 69 períodos de señal para recuperar el funcionamiento normal.

Ejercicio 6.11

Diseñar un circuito fijador de tensión que sume 7 V a una señal sinusoidal de 1 KHz y 5 V de pico. Los efectos de una señal espúrea de 20 V de pico deberían desaparecer en unos cinco períodos de la señal. Suponer el diodo ideal y usar un condensador de 1 μ F.

Solución: Ver figura 6.25

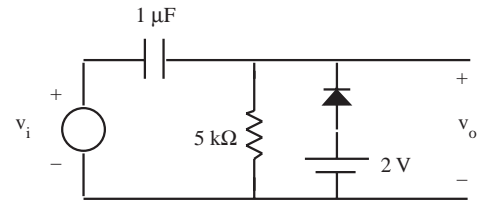


Fig. 6.25 Circuito del ejercicio 6.11

Aunque se ha tratado la rectificación como una aplicación separada, el rectificador, de hecho, no es más que un caso particular de circuito recortador, en el que es especialmente importante la potencia capaz de entregar a una carga. En algunas aplicaciones, sin embargo, esta potencia entregada no es importante y sí lo es la precisión de la rectificación. Este podría ser el caso de rectificación de una señal de muy pequeña amplitud. Si la amplitud de la señal es del orden de las décimas de voltio, la tensión umbral del diodo impide su rectificación. Se requiere en este caso un rectificador capaz de permitir el paso a las tensiones positivas desde casi cero voltios. Esta rectificación precisa puede conseguirse combinando un amplificador operacional y un diodo, en la forma mostrada en el circuito de la figura 6.26a.

El punto de partida para el análisis consiste en observar que las corrientes i_L e i_D deben ser iguales, ya que por el terminal inversor no circula corriente. Como la corriente i_D sólo puede tener el sentido indicado en la figura, la tensión de salida sólo puede ser positiva ($v_o = i_L R_L$). En estas condiciones existe un camino cerrado entre la entrada y la salida, y v_o es igual a v_i . Cuando v_o es negativo el diodo equivale a un circuito abierto, ya que i_D debería ser negativo. En estas condiciones no circula corriente por R_L y v_o es nula. Nótese que en el límite entre estas dos situaciones, cuando la salida empieza a ser positiva, empieza a pasar corriente por el diodo, y en la salida del operacional (ánodo del diodo) habrá una tensión de valor V_T . La curva de transferencia del circuito se presenta en la figura 6.26b.

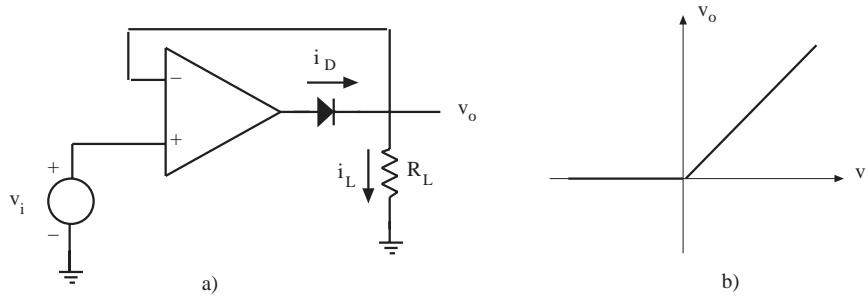


Fig. 6.26 a) Rectificador de precisión. b) Curva de transferencia

d) Aproximación de funciones con diodos

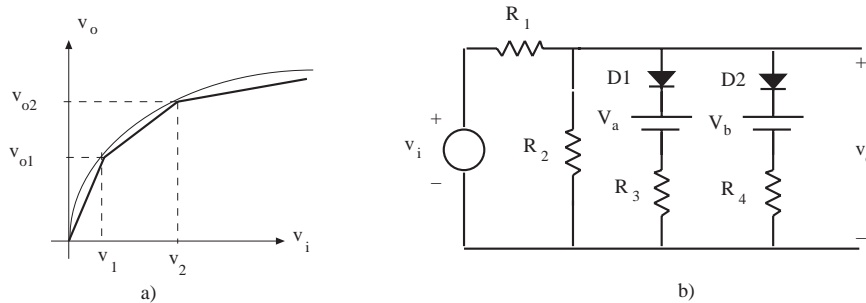
En este apartado se describirá un método para aproximar funciones mediante tramos lineales usando circuitos electrónicos con diodos. También se presentarán un par de ejemplos de otros tipos de aproximación de funciones mediante circuitos con diodos: la obtención de una senoide recortando una señal triangular, y la obtención del logaritmo de una función mediante un A.O. y un diodo.

Supóngase que se desee realizar una función $v_o(v_i)$ de carácter no lineal. La primera tarea consiste en aproximar dicha función por un cierto número de tramos lineales, tal como se indica en la figura 6.27a. Esta aproximación mediante tramos lineales se puede realizar con el circuito de la figura 6.27b. En efecto, el primer tramo, para $v_i < v_1$, se realiza mediante un simple divisor de tensión:

$$v_{o1} = v_i \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.8)$$

173

ecuación que permite conocer R_2 , suponiendo fijada R_1 . Durante este primer tramo los diodos D1 y D2 deben estar en polarización inversa.

Fig. 6.27 a) Aproximación de una función por tramos lineales.
b) Circuito que realiza los tramos lineales

Cuando $v_i \geq v_1$ el diodo D1 debe empezar a conducir, y el D2 debe continuar cortado hasta que la tensión de entrada alcance el valor v_2 . Para hacer que D1 inicie su conducción debe seleccionarse $V_a = v_{o1} - V_\gamma$. A partir de este momento la tensión en la salida será:

$$v_o = v_i - R_1 \left[\frac{v_o}{R_2} + \frac{v_o - V_a - V_\gamma}{R_3} \right] \quad (6.9)$$

Derivando esta expresión se obtiene:

$$dv_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2(1 + R_1 / R_3)} dv_i \quad (6.10)$$

que pone de manifiesto que es una pendiente menor que la del primer tramo. Igualando esta pendiente al valor requerido por la gráfica:

$$\frac{v_{o2} - v_{o1}}{v_2 - v_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2(1 + R_1 / R_3)} \quad (6.11)$$

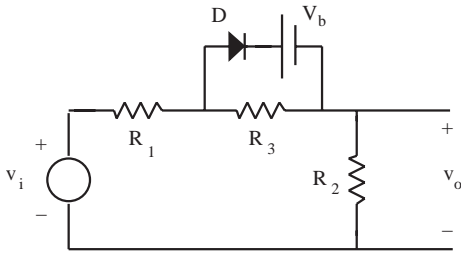


Fig. 6.28 Circuito para aumentar la pendiente de $v_o(v_i)$ al aumentar v_i

se obtiene R_3 supuestos conocidos R_1 y R_2 .

El proceso anterior se repite para diseñar el tercer tramo de la gráfica.

El circuito anterior sólo permite reducir la pendiente de la gráfica cuando v_i aumenta. Para aproximar algunas funciones puede interesar aumentar la pendiente a partir de determinado valor. Una forma de lograrlo es la indicada en el circuito 6.28. En este caso, mientras la caída de tensión en R_3 sea inferior a $V_b + V_\gamma$ el diodo estará abierto y la tensión de salida será:

$$v_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} v_i \quad (6.12)$$

Cuando el diodo conduzca la tensión de entrada será:

$$v_i = v_o + V_b + V_\gamma + R_1 \frac{v_o}{R_2} \quad (6.13)$$

Derivando esta expresión se obtiene:

$$dv_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} dv_i \quad (6.14)$$

que es una pendiente mayor que la del tramo anterior. El valor de v_i para que el diodo inicie la conducción es:

$$v_i = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3} (V_b + V_\gamma) \quad (6.15)$$

Ejemplo 6.11

Se desea aproximar la función

$$v_o = \sqrt{v_i}$$

mediante tres tramos lineales que pasen por los puntos (v_i, v_o) : (1,1); (4,2); (9,3). Diseñar el circuito que realiza esta aproximación. Suponer una tensión umbral de los diodos de 0,7 V.

Como la pendiente va disminuyendo a medida que aumenta v_i , se puede utilizar el circuito de la figura 6.27b. Por comodidad se tomará $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$. Cuando v_i tome valores entre 0 y 1 V la pendiente debe ser 1. Para conseguirlo basta tomar R_2 infinita (es decir, eliminar dicha resistencia).

El diodo D1 debe iniciar su conducción cuando $v_o = 1 \text{ V}$. Para ello basta que $V_a = 0,3 \text{ V}$. Para que v_o valga 2 V cuando v_i sea 4 V se requiere que la corriente que atraviesa R_1 sea 2 mA. Esta corriente debe provocar una caída de tensión en R_3 de 1 V, para que v_o sea 2 V. Entonces debe tomarse $R_3 = 500 \text{ }\Omega$.

El diodo D2 debe empezar a conducir cuando v_o sea 2 V. Para ello tomaremos $V_b = 1,3 \text{ V}$. Como se desea que v_o sea 3 V cuando v_i sea 9 V, debe circular una corriente de 6 mA por R_1 . Para esta salida, circularán 4 mA por la resistencia R_3 . Por tanto por D2 deben circular 2 mA, los cuales deben producir 1 V de caída a través de R_4 . Por tanto, el valor de R_4 debe ser de $500 \text{ }\Omega$.

Ejercicio 6.12

Diseñar un circuito cuya curva de transferencia $v_o(v_i)$ sea la indicada en la figura 6.29a. Suponer los diodos ideales.

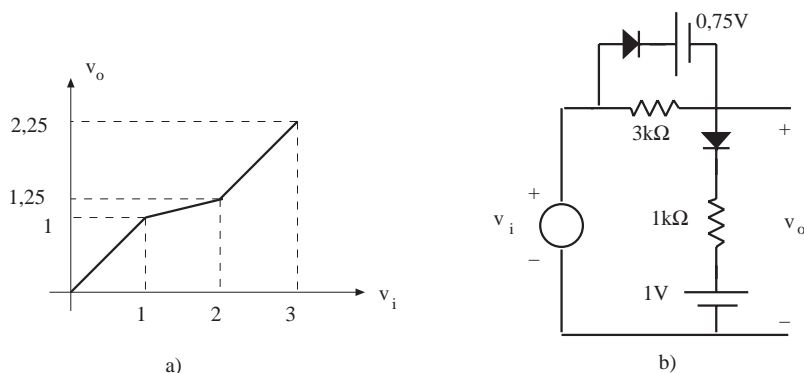


Fig. 6.29 a) Curva de transferencia del ejercicio 6.12. b) Circuito que la realiza

Otra técnica de aproximación de funciones consiste en obtener una señal modificando otra. El circuito de la figura 6.30 permite obtener una senoide recortando una señal triangular (figura 6.31). Esta técnica se usa en equipos electrónicos que generan señales (generadores de funciones).

El principio de funcionamiento del circuito es el siguiente. Cuando la amplitud de v_i es pequeña todos los diodos están cortados y v_i está conectada al terminal inversor del A.O. a través de cuatro ramas resistivas en paralelo. Al aumentar v_i , la tensión en el punto a del circuito llega a V_r y entonces el diodo D1 entra en conducción (los otros diodos continúan cortados). Al conducir D1 la corriente entre el punto a y el terminal inversor se fija en V_r/R_2 , con lo que se hace independiente de v_i . La pendiente de la corriente que entra en el A.O. respecto a v_i disminuye, y también disminuye, por tanto, la pendiente de v_o respecto a v_i . Al ir aumentando v_i van entrando sucesivamente en conducción los diodos D2, D5 y D6. Cuando los cuatro conducen la corriente que entra al A.O. es constante e independiente de v_i , por lo que la derivada de v_o respecto a v_i es nula. Los diodos D3, D4, D7 y D8 reproducen el comportamiento descrito para valores de v_i negativos.

En la figura 6.32 se presenta un circuito que aproxima la función logarítmica. En efecto, suponiendo que el A.O. opera en su región lineal, la salida será $v_o = -v_d$, (v_d es la caída de tensión en el diodo) ya que la entrada inversora está a cero voltios (cortocircuito virtual). Si la corriente que atraviesa el diodo es positiva y no excesivamente pequeña, la relación entre la corriente y la tensión en el

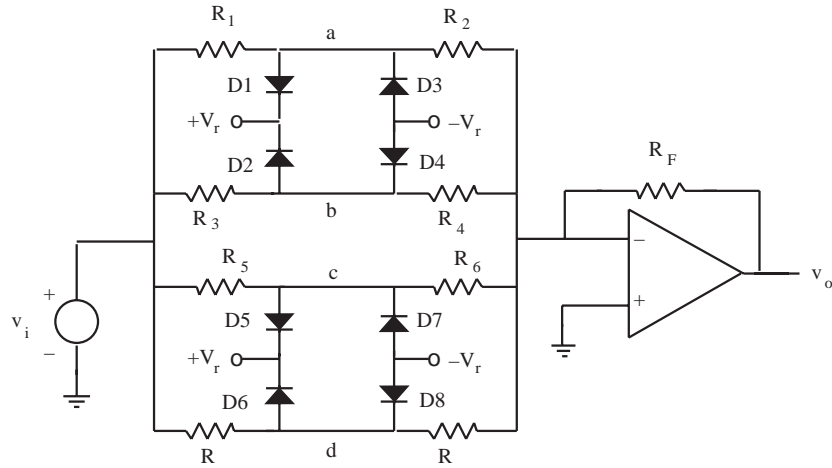


Fig. 6.30 Circuito conformador de una señal sinusoidal a partir de un triangular

176

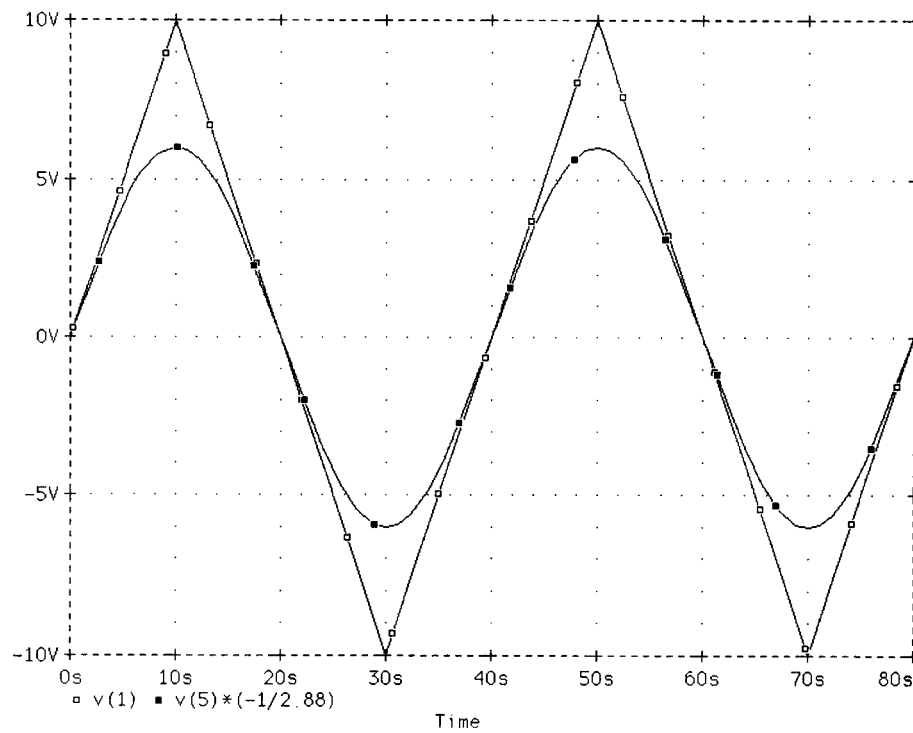


Fig. 6.31 Formas de onda proporcionadas por SPICE para el circuito 6.30

diodo puede aproximarse por una exponencial (ecuación del diodo). Pero la corriente en el diodo será v_i/R_1 . Entonces

$$v_o = -v_d \cong -V_T \ln\left(\frac{i_D}{I_s}\right) = -V_T \ln\left(\frac{v_i}{R_1 I_s}\right) \quad (6.16)$$

siendo, por tanto, la tensión de salida proporcional al logaritmo de la tensión de entrada.

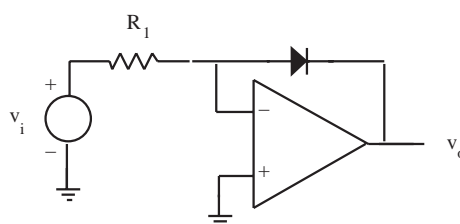


Fig. 6.32 Circuito que aproxima la función logarítmica

e) El diodo como elemento de protección

La máxima tensión que se puede aplicar a la entrada de muchos circuitos integrados está limitada a unos pocos voltios. Conviene, por tanto, limitar la tensión máxima en la entrada del circuito. Una forma de conseguirlo es colocando en su entrada un recortador de tensión como el de la figura 6.20. Cuando la tensión de entrada del circuito para funcionamiento normal es muy pequeña, como es el caso de un A.O. trabajando en la región lineal, pueden ponerse dos diodos de uso general conectados en paralelo y con sentidos contrarios. Supongamos una entrada positiva. El diodo polarizado en inversa siempre estará cortado, y el otro equivaldrá también a un circuito abierto, y no afectará al funcionamiento del circuito, mientras la tensión aplicada sea muy inferior a V_γ . Cuando el valor aumente de forma anómala, empezará a conducir este segundo diodo limitando la tensión a un valor V_γ . Para entradas negativas, el comportamiento de los diodos es simétrico al descrito.

Otra aplicación del diodo como elemento de protección es frecuente en circuitos con cargas inductivas como el representado en la figura 6.33. En este circuito, si no existiera el diodo, al abrirse el interruptor se generaría una tensión muy elevada y negativa en bornes de la bobina, puesto que:

$$v_L = \frac{di_L}{dt}$$

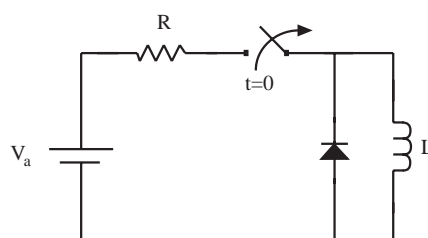


Fig. 6.33 El diodo como elemento de protección en circuitos inductivos

y al no existir camino de conducción cerrado i_L tendería a cero en un tiempo nulo. Esta tensión en la bobina (teóricamente de valor infinito) provocaría un arco voltaico entre los terminales del interruptor para mantener la corriente a través de ella. La repetición de esta chispa acabaría dañando el interruptor.

El diodo se conecta para proteger al interruptor. Cuando el interruptor está cerrado, el diodo está polarizado negativamente y su presencia no afecta al comportamiento del circuito. Cuando se abre el interruptor, la tensión negativa en bornes de la bobina lo polariza directamente, conduce, y permite que la bobina mantenga la continuidad de la corriente. Mientras el diodo conduce, la tensión entre sus terminales será V_γ y evitará el arco en el interruptor. La corriente que circula por el par bobina-diodo se extingue progresivamente debido a la disipación de potencia en la bobina y diodo reales.

6.4 El diodo zener

Cuando la operación en la región de ruptura es básica en la aplicación del diodo suele denominarse *diodo zener*. El símbolo circuital del diodo zener es como el del diodo normal, completado con una especie de "z" en la línea que representa el cátodo, tal como puede observarse en la figura 6.34a. En este apartado se describirá la modelización del diodo zener y algunos circuitos de aplicación que usan diodos zener.

6.4.1 Modelización del diodo zener

El diodo zener es un diodo normal en cuya operación interviene la región de ruptura. Por tanto, su modelización es una ampliación de la modelización del diodo rectificador para incluir la región de ruptura.

Aunque no acostumbra a usarse en análisis de circuitos con "lápiz y papel", un primer modelo del diodo zener consiste en completar el modelo exponencial con otra ecuación exponencial para polarización inversa. Este es el modelo que usa el programa SPICE para modelar la región de ruptura.

El modelo más habitual de la región de ruptura consiste en añadir un nuevo tramo lineal al modelo del diodo rectificador por tramos lineales. Esto se consigue añadiendo en paralelo al conjunto $D1-R_s-V_\gamma$ de la figura 6.10 un circuito $D2-R_z-V_z$ tal como se muestra en la figura 6.34b. Este circuito añadido equivale en polarización directa a un circuito abierto, pero en inversa, cuando la polarización es superior a V_z el diodo $D2$ entra en conducción y el diodo zener se comporta como una fuente de tensión continua V_z en serie con la resistencia R_z . Con cierta frecuencia el valor de R_z es suficientemente pequeño como para que pueda ser aproximado por $R_z = 0$.

178

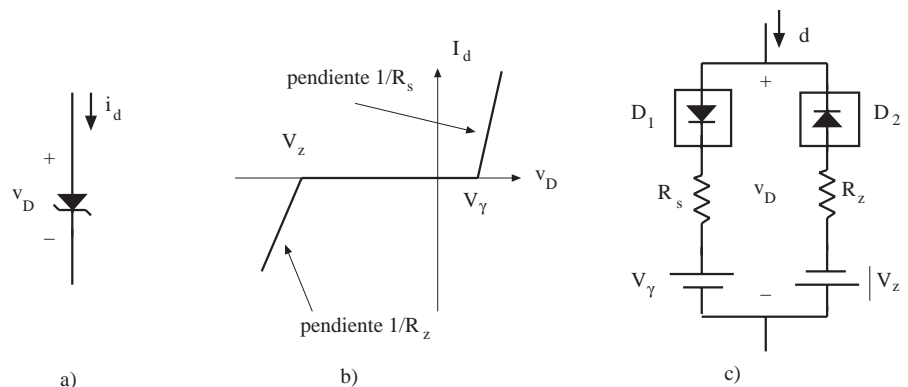


Fig. 6.34 a) Símbolo del diodo zener. b) Curva corriente-tensión. c) Modelización por tramos lineales

El análisis de circuitos que contienen diodos zener es igual al de los circuitos con diodos rectificadores. Puede realizarse un análisis gráfico o un análisis por tramos lineales.

Ejemplo 6.12

Encontrar gráficamente el punto de trabajo del circuito de la figura 6.35a. La tensión de ruptura del diodo es $V_z = -6V$.

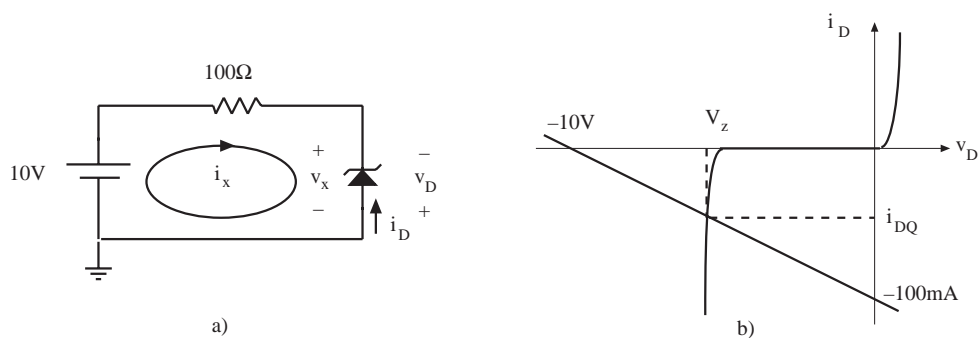


Fig. 6.35 a) Circuito del ejemplo 6.7. b) Análisis gráfico

La ley de Kirchhoff de tensiones del circuito establece:

$$10 = i_x 100 + v_x$$

Pero obsérvese en el circuito que $i_x = -i_D$ y que $v_x = -v_D$. Por tanto, la ecuación anterior puede escribirse en función de i_D y de v_D :

$$10 = -100i_D - v_D$$

ecuación que puede representarse en los mismos ejes coordenados que la curva del diodo, y que proporciona el punto de trabajo, tal como puede verse en la figura 6.35b. El punto de trabajo es:

$$v_{DQ} \cong -6 \text{ V} \quad i_{DQ} \cong -40 \text{ mA}$$

Este circuito también puede ser resuelto mediante análisis por tramos lineales. Para ello basta sustituir el diodo por el circuito equivalente de la figura 6.34b. Como el diodo está polarizado en inversa el diodo D_1 estará en circuito abierto, y sólo habrá que considerar la rama $D_2-R_z-V_z$. Suponiendo que el diodo zener conduzca:

$$10 = i_x \cdot 100 + i_x \cdot R_z + |V_z| \Rightarrow i_x = \frac{10 - 6}{100 + R_z}; \quad v_x = i_x \cdot R_z + |V_z|$$

y si R_z la aproximáramos a cero, la corriente sería $i_x = 40 \text{ mA}$, y $v_x = 6 \text{ V}$.

6.4.2 Aplicaciones del diodo zener

Un diodo zener es un diodo que ha sido diseñado para trabajar en la región de ruptura. Tal como se vio en el apartado 6.1, en la región de ruptura la característica $i(v)$ cae casi verticalmente. Esto significa que aunque la corriente que atraviesa el diodo en inversa varíe mucho (pero siempre dentro de la región de ruptura), la tensión en sus terminales se mantiene a un valor casi constante V_z .

Considérese el circuito de la figura 6.36 en el que el generador independiente v_s suministra una tensión continua sin estabilizar. Frecuentemente será la tensión de salida del filtro de condensador. Se

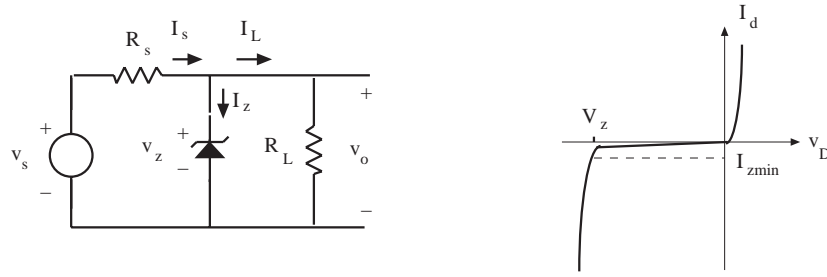


Fig. 6.36 Estabilizador de tensión con diodo zener

pretende obtener en la salida una tensión continua que mantenga su valor aunque varíen la resistencia de carga o v_s dentro de unos ciertos márgenes. El principio de funcionamiento es simple: se toma la salida entre terminales del zener, y se diseña el circuito para que este diodo siempre opere en la región de ruptura. Los cambios en la carga o en el generador provocarán variaciones en la corriente por el diodo pero siempre dentro de la región de ruptura. Como en la región de ruptura la característica es casi vertical, aunque haya grandes variaciones en la corriente, la variación de tensión en terminales del zener será pequeña.

El diseño del circuito parte de la identificación del caso más desfavorable. Se fuerza a que cuando por el diodo circule la corriente mínima ésta sea superior a un valor predeterminado que denominaremos I_{zmin} . Obsérvese que por la ley de corrientes de Kirchhoff $I_z = I_s - I_L$. La corriente por el diodo será mínima cuando I_s sea mínima y I_L sea máxima. Y esta situación se dará cuando v_s y R_L sean mínimos. Entonces resulta:

$$\begin{aligned}
 I_{smin} - I_{Lmax} &\geq I_{zmin} \\
 \frac{V_{smin} - V_z}{R_s} - \frac{V_z}{R_{Lmin}} &\geq I_{zmin} \\
 R_s &\leq \frac{V_{smin} - V_z}{I_{zmin} + V_z / R_{Lmin}}
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

que proporciona el valor máximo de R_s que garantiza que siempre circula por el diodo una corriente inversa superior a I_{zmin} .

El diseño del circuito también debe determinar la potencia que debe ser capaz de disipar el diodo. Para ello debe calcularse I_{zmax} , la cual se dará cuando I_s sea máximo (V_s máxima) e I_L sea mínima:

$$\begin{aligned}
 I_{zmax} &= I_{smax} - I_{Lmin} \\
 I_{zmax} &= \frac{V_{smax} - V_{zmax}}{R_s} - \frac{V_{zmax}}{R_{Lmax}}
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

donde se tiene en cuenta que el diodo presenta una resistencia R_z en la región de ruptura que hace incrementar V_z :

$$V_{zmax} = V_z + (I_{zmax} - I_{zmin}) \cdot R_z \tag{6.19}$$

Sustituyendo 6.18 en 6.19 se halla:

$$V_{z\max} = \frac{V_{s\max} / R_s + V_z / R_z - I_{z\min}}{1 / R_z + 1 / R_s + 1 / R_{L\max}} \quad (6.20)$$

Y usando este valor en 6.18 puede calcularse $I_{z\max}$. Entonces la potencia que debe poder disipar el diodo, P_D , se calcula en el caso más desfavorable: cuando la corriente por él es máxima:

$$P_D \geq V_{z\max} I_{z\max} \quad (6.21)$$

Con este diseño queda garantizado que la máxima variación de la tensión de salida será:

$$\Delta V_{o\max} = V_{z\max} - V_z = (I_{z\max} - I_{z\min}) R_z \quad (6.22)$$

que será muy inferior a la variación de V_s si se elige un diodo con una resistencia R_z suficientemente pequeña.

Ejemplo 6.13

La alimentación de un circuito estabilizador con diodo zener varía entre 16 y 22 V. La resistencia R_s es de 35Ω , la tensión de ruptura del zener es de 12 V, y su resistencia en la región de ruptura es de 10Ω . El circuito que se conecta al estabilizador puede consumir desde cero hasta un máximo de 100 mA. a) ¿Cuál el valor mínimo de la corriente por el zener? b) ¿Cuál es la máxima variación de la tensión de salida? c) ¿Cuál es el valor máximo de la potencia que disipa el zener?

181

- a) La corriente por el diodo zener será mínima cuando V_s sea 16 V y cuando el circuito absorba 100 mA. En este caso se supone que el zener da una tensión de 12 V, por lo que I_s será $(16 - 12)/35 = 114,3$ mA. Como la carga absorbe 100 mA, por el zener circularán 14,3 mA.
- b) La tensión de salida será máxima cuando por el zener circule la máxima corriente, lo que ocurrirá para V_s igual a 22 V y el circuito no absorba corriente. En este caso $I_z = I_s$, y por tanto:

$$\begin{aligned} 22 &= 35I_z + 10I_z + 12 \\ I_z &= (22 - 12) / 45 = 222 \text{ mA} \\ V_o &= 12 + 10I_z = 14,22 \text{ V} \end{aligned}$$

Así pues, la tensión de salida variará entre 12 V y 14,22 V.

- c) La potencia que disipa el zener en el peor caso será:

$$P_D = 14,22 \cdot 0,222 = 3,15 \text{ W}$$

Ejercicio 6.13

Se desea completar la fuente diseñada en el ejercicio 6.8 con un estabilizador con zener para obtener una tensión de salida de 5 V. Calcular R_s , V_z , R_z , y la potencia que debe disipar el diodo zener si se

desea que la variación de la tensión de salida sea inferior a 0,5 V. Suponer que la tensión de red puede variar en $\pm 10\%$. Considerar una I_{zmin} de 20 mA.

$$\text{Solución:} \quad R_s = 1,17 \, \Omega; \quad V_z = 5 \, V; \quad R_z \leq 0,2 \, \Omega; \quad P_D = 14 \, W.$$



Otra aplicación del diodo zener es como recortador. El circuito de la figura 6.20b realiza el recorte por la acción simultánea de dos diodos zener. Cuando v_o es positiva el diodo D1 está polarizado en directa y el D2 en inversa. Si la tensión que se aplica a D2 en inversa es inferior a la de ruptura, no deja pasar corriente y equivale a un circuito abierto, por lo que el conjunto D1–D2 no conduce y $v_o = v_i$.

Cuando v_i se hace igual o superior a $V_z + V_\gamma$ el diodo D2 entra en ruptura, empieza a conducir corriente y la tensión en sus terminales se fija en V_z (suponiendo que R_z sea muy pequeña). Como la caída en D1 es V_γ , la salida queda fijada a $V_z + V_\gamma$.

Cuando v_i es negativa el comportamiento del circuito es simétrico al descrito para la salida positiva, limitándola a un valor mínimo de $-(V_z + V_\gamma)$.

6.5 El diodo en régimen dinámico. Transitorios de conmutación

En el primer apartado de este capítulo se puso énfasis en que el diodo real presenta efectos capacitivos que se modelan mediante una capacidad C_D dependiente de la tensión entre terminales del diodo. Sin embargo, en los apartados posteriores se ignoró esta capacidad debido a que se trabajaba con señales lentas. En este apartado y en el siguiente se volverá a insistir en el papel que juega esta capacidad en los casos en los que no puede ignorarse.

La capacidad dependiente C_D se modela mediante la suma de una capacidad C_s y una capacidad C_j :

$$\begin{aligned} C_D &= C_s + C_j \\ C_s &= \tau_t \frac{dI_d}{dv_d} = \tau_t \frac{I_s}{V_T} e^{v_d/V_T} \\ C_j &= \frac{C_{j0}}{(1 - v_d/V_J)^M} \end{aligned} \quad (6.23)$$

Obsérvese que la capacidad C_s , que se suele denominar *capacidad de difusión*, tiene un comportamiento exponencial con la tensión v_d dada la dependencia funcional de I_d con esta tensión. El parámetro τ_t se denomina *tiempo de tránsito del diodo*. La capacidad C_j suele denominarse *capacidad de transición* y el parámetro C_{j0} es el valor de esta capacidad para v_d nula. El valor de M suele variar entre 0,5 y 0,33, por lo que esta capacidad aumenta al aumentar la polarización. En polarización directa suele dominar C_s , debido a su comportamiento exponencial, mientras que en inversa domina C_j .

Considérese el circuito de la figura 6.37a. En este circuito el interruptor conmuta de la posición 1 a la 2 en $t = 0$. Supóngase que el interruptor ha permanecido en la posición 1 el tiempo suficiente como para que el circuito haya alcanzado una situación estacionaria. Por tanto, la tensión en bornes del diodo será aproximadamente V_γ y la corriente por el diodo $I_F = (V_F - V_\gamma)/R$. Si no se considerase el efecto capacitivo, justo después de conmutar, la corriente en el diodo sería prácticamente nula y la tensión en bornes del diodo sería $v_D = -V_R$.

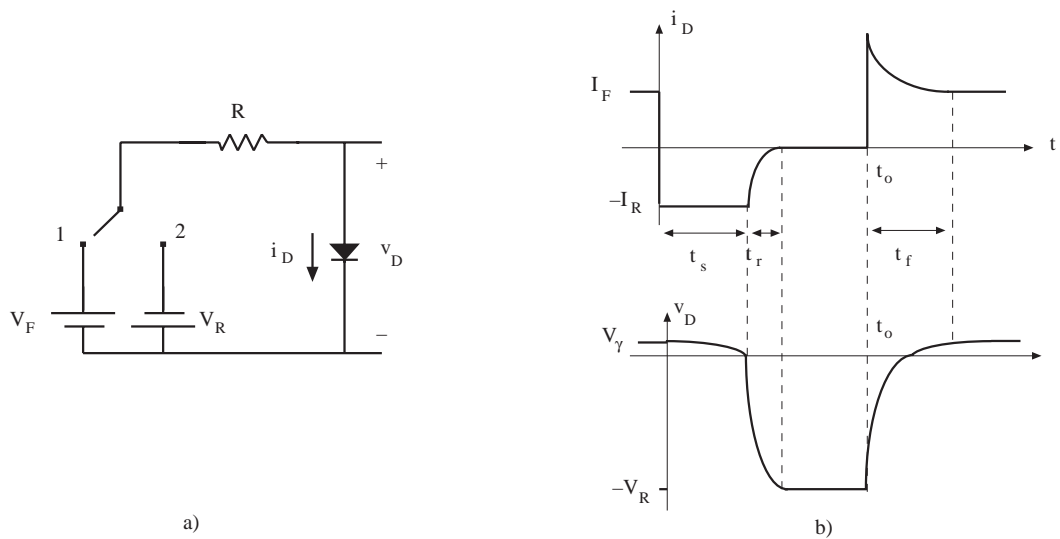


Fig. 6.37 a) Circuito. b) Formas de onda de la corriente y de la tensión en el diodo

Sin embargo, los valores de esta tensión y corriente tienen la forma indicada en la figura 6.37b. Durante un tiempo t_s después de la conmutación circula por el diodo una corriente inversa de valor $i_D = -I_R = -V_R/R$, mientras que la tensión se mantiene entre V_γ y 0 V. Y a continuación, durante un tiempo t_r la corriente pasa de aquel valor a cero y la tensión de cero a $-V_R$. Estos últimos valores caracterizan el nuevo estado permanente después de la conmutación. Así pues, debe transcurrir un tiempo $t_s + t_r$ para que se alcance el régimen permanente previsto sin la capacidad C_D . Al comportamiento del circuito durante este tiempo entre estados permanentes se le denomina *transitorio de corte*.

En $t = t_o$ se vuelve a conmutar el interruptor a la posición 1. De forma similar al caso anterior, también debe transcurrir un tiempo t_f para que el circuito alcance el estado permanente en polarización directa. Se trata del *transitorio de conducción*.

El comportamiento del diodo en ambos transitorios está determinado por la capacidad C_D . En efecto, en la conmutación las señales que se aplican al diodo cambian abruptamente. La hipótesis de que la corriente por C_D era despreciable, por ser la derivada de la tensión en bornes del diodo respecto al tiempo muy pequeña (señal lenta), no sólo deja de cumplirse sino que la corriente por C_D se hace dominante respecto a la corriente por la fuente dependiente. Entonces el diodo equivale básicamente a la capacidad C_D .

Sin embargo, el análisis del circuito sustituyendo el diodo por este condensador no es simple debido a que es una capacidad no constante. En polarización directa la capacidad es de valor muy elevado y en consecuencia la constante de tiempo también lo es. Por tanto, la disminución de la tensión en bornes del diodo es inicialmente muy lenta. A medida que disminuye v_D (basta unas décimas de voltio) la capacidad disminuye en varios órdenes de magnitud, y con ella la constante de tiempo. Entonces la disminución de v_D se hace muy rápida. Estos diferentes órdenes de magnitud de las constantes de tiempo explican la forma del transitorio de v_D , y los valores instantáneos de v_D explican la forma de la curva de la corriente.

6.6 El diodo en pequeña señal

Se dice que el diodo trabaja en modo dinámico de pequeña señal cuando procesa señales de pequeña amplitud (del orden de la tensión térmica V_T). En este caso, el circuito suele excitarse mediante un generador de señal superpuesto a un generador de continua (figura 6.38a). Este generador de valor constante, junto a otros componentes del circuito, proporciona una tensión y corriente por el diodo de valor constante que se denomina *polarización*. La señal produce variaciones en la corriente y tensión por el diodo, que se superponen a los valores de polarización.

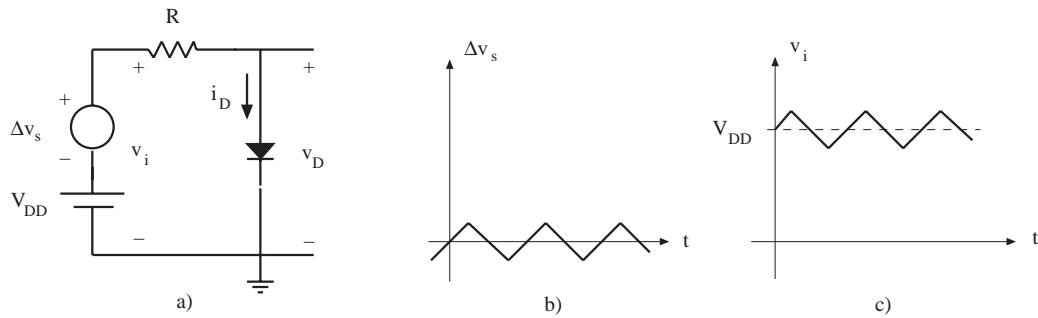


Fig. 6.38 Diodo excitado con una tensión continua y una pequeña señal.
a) Circuito. b) Forma de onda de la señal. c) Forma de onda de la tensión total

184

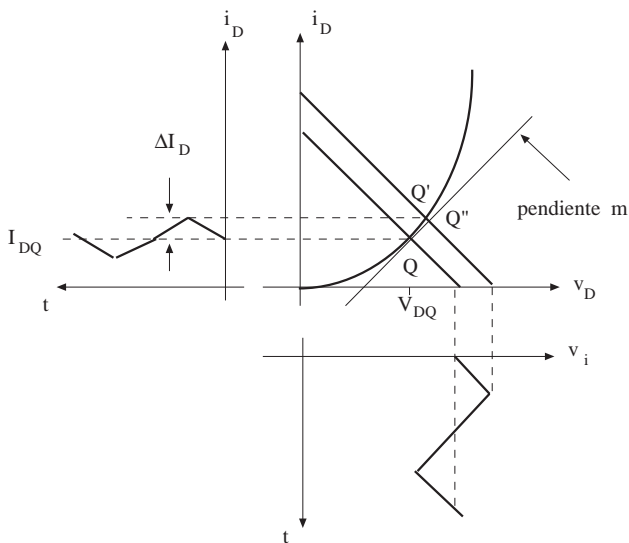


Fig. 6.39 Análisis gráfico del circuito de la figura 6.38

Supóngase por el momento que la señal sea de baja frecuencia y que pueda despreciarse el efecto de C_D . La respuesta del circuito puede ser hallada, en esta situación, de forma gráfica, tal como se indica en la figura 6.39. La corriente por el diodo tendrá una componente de señal, indicada en la figura como Δi_D , superpuesta a una componente continua I_{DQ} . Aunque no se indica en la figura, v_D también viene dada por la suma de una componente continua, v_{DQ} , y una componente pequeña de señal. Existe el convenio de denominar a las componentes de señal con letras minúsculas y subíndices en minúsculas. Sin embargo, en este texto serán denominadas en forma de incrementos para resaltar que se superponen a los valores de polarización.

$$\begin{aligned} i_D(t) &= I_{DQ} + \Delta i_D(t) \\ v_D(t) &= V_{DQ} + \Delta v_D(t) \end{aligned} \quad (6.24)$$

Aunque los valores $i_D(t)$ y $v_D(t)$ de la expresión anterior se obtienen sumando la señal continua y la pequeña señal, adviértese que la componente de pequeña señal *depende* de la posición del punto Q en la curva del diodo, es decir de I_{DQ} . No se trata, por tanto, de la aplicación del principio de superposición, en la que cada componente es independiente de las otras. Sin embargo, como se verá en los próximos apartados, sí que es posible calcular separadamente la componente continua y a partir de ella la componente incremental, y obtener la respuesta total sumando ambas componentes. El primer cálculo se denomina cálculo de la polarización o del punto de trabajo, y el segundo, cálculo del circuito incremental.

Los conceptos presentados en estos apartados, además del interés específico para comprender el comportamiento del diodo, introducen unos conceptos de crucial importancia para entender los principios en que se basan los amplificadores, los cuales serán presentados en el próximo capítulo.

6.6.1 Concepto de circuito incremental

El análisis de la malla del circuito de la figura 6.38a conduce a las siguientes ecuaciones:

$$V_{DD} + \Delta v_s = R(I_{DQ} + \Delta i_D) + (V_{DQ} + \Delta v_D) \quad (6.25)$$

La señal Δv_s varía con el tiempo, y puede tomar el valor cero. Por tanto debe cumplirse que:

$$V_{DD} = I_{DQ}R + V_{DQ} \quad (6.26)$$

es decir, el circuito de continua debe cumplir la ley de tensiones de Kirchhoff. Introduciendo 6.26 en 6.25 resulta:

$$\Delta v_s = \Delta i_D R + \Delta v_D \quad (6.27)$$

Esta ecuación no es más que la ley de tensiones de Kirchhoff aplicada a las variaciones sobre los valores de equilibrio. Indica que el incremento de tensión producido por el generador de tensión debe ser neutralizado por un incremento de la caída de tensión en la resistencia y por un aumento de la tensión en terminales del diodo. Se trata, por tanto, de la ecuación incremental de tensiones.

Para facilitar el cálculo de los incrementos se acostumbra a construir un *circuito incremental* en el que sólo están presentes los incrementos o señales y que cumple la ecuación 6.27. Este circuito se representa en la figura 6.40. Obsérvese que en el circuito sólo circula una corriente incremental Δi_D , y sólo aparecen incrementos de tensión y el generador de señal. En particular, todo componente del circuito real en el que la tensión entre sus terminales se mantenga constante (como es el caso del generador V_{DD}) equivale a un cortocircuito en el circuito incremental (ya que el incremento de tensión es nulo). La resistencia no varía su valor en el circuito incremental, ya que la relación entre los incrementos de tensión y corriente sigue siendo la ley de Ohm. Obsérvese también que en este circui-

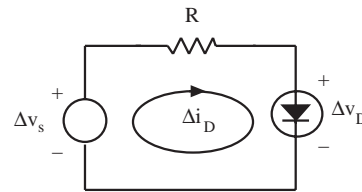


Fig. 6.40 Circuito incremental correspondiente al circuito de la figura 6.38a

to incremental el diodo debe ser sustituido por un diodo incremental en el que circule una corriente Δi_D y proporcione entre sus terminales una tensión Δv_D (en el circuito lo hemos representado con el símbolo del diodo rodeado por una circunferencia).

Para poder realizar el análisis del circuito incremental de la figura 6.40 hay que sustituir el diodo por su circuito equivalente en pequeña señal. Entonces será posible calcular Δi_D y Δv_D en función de Δv_s .

6.6.2 Modelo del diodo en pequeña señal

El modelo del diodo en pequeña señal proporciona la relación funcional entre los incrementos de corriente y de tensión en los terminales del diodo. Si la amplitud de la señal es pequeña, se cometerá un error pequeño si se sustituye la curva del diodo por la recta tangente en el punto Q (ver figura 6.39). Si la amplitud de Δv_s es pequeña la intersección de la recta de carga y la curva del diodo casi coincidirá con la intersección de la recta de carga y la tangente a la curva en el punto Q (puntos Q' y Q").

Sobre esta recta la relación entre los incrementos de corriente y tensión es:

$$\Delta i_D = m \Delta v_D = \frac{1}{r_d} \Delta v_D \quad (6.28)$$

donde r_d es la inversa de la pendiente m de la recta tangente, cuyo valor es:

186

$$m = \left. \frac{di_D}{dv_D} \right|_{i_D=I_{DQ}} = \frac{I_s e^{V_{DQ}/V_T}}{V_T} = \frac{1}{r_d} \quad (6.29)$$

donde se ha supuesto que el diodo se comporta según su modelo exponencial, y se ha calculado la derivada en el punto de trabajo Q. El parámetro r_d que relaciona los incrementos de corriente y tensión en el diodo se denomina *resistencia dinámica o incremental del diodo*, y su valor es función de la corriente de polarización I_{DQ} :

$$r_d = \frac{V_T}{I_{DQ}} = \frac{V_T}{I_{DQ} + I_s} \cong \frac{V_T}{I_{DQ}} \quad (6.30)$$

ya que I_s es muy pequeña y usualmente I_{DQ} es muy superior a I_s .

Cuando las señales que procesa el diodo no son de baja frecuencia la capacidad C_D no puede despreciarse y el modelo equivalente del diodo en pequeña señal se hace algo más complicado. En este caso hay que sustituir el diodo por su modelo dinámico y considerar que la tensión en sus terminales es la suma de la polarización y de la señal. De acuerdo con la figura 6.41a:

$$\begin{aligned} i_D &= i_{D1} + i_{D2} \\ i_{D1} &= I_s \left(e^{\frac{V_{DQ} + \Delta v_D}{V_T}} - 1 \right) \\ i_{D2} &= \frac{dq_D}{dt} \end{aligned} \quad (6.31)$$

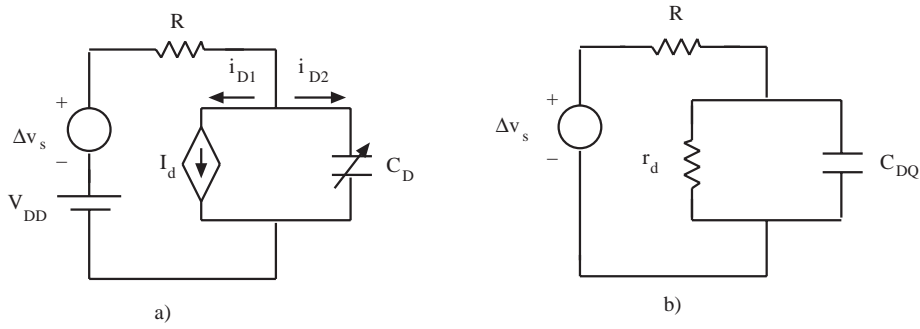


Fig. 6.41 a) Circuito dinámico en gran señal. b) Circuito incremental de pequeña señal

La corriente que circula por la fuente dependiente puede aproximarse suponiendo válido el modelo exponencial del diodo y que hay pequeña señal, es decir, que $\Delta V_D \leq V_T$. Entonces la exponencial de la ecuación del diodo puede aproximarse por los dos primeros términos de su desarrollo en serie de Taylor. A partir de 6.31:

$$e^{\frac{\Delta v_D}{V_T}} \cong \left(1 + \frac{\Delta v_D}{V_T}\right)$$

$$i_{D1} \cong I_S \left(e^{\frac{v_{DQ}}{V_T}} - 1\right) + \frac{I_S \cdot e^{\frac{v_{DQ}}{V_T}}}{V_T} \cdot \Delta v_D \quad (6.32)$$

$$i_{D1} \cong I_{DQ} + \frac{\Delta v_D}{r_d}$$

187

La corriente que circula por el condensador C_D se calcula derivando la carga q_D entregada al mismo. Si además se supone que v_d es muy pequeña:

$$i_{D2} = \frac{dq_D}{dt} = \frac{dq_D}{dv_D} \frac{dv_D}{dt} \cong \frac{dq_D}{dv_D} \frac{d\Delta v_D}{dt} = C_{DQ} \frac{d\Delta v_D}{dt} \quad (6.33)$$

$$C_{DQ} = C_D(V_{DQ})$$

Así pues, sumando las dos contribuciones:

$$i_D = I_{DQ} + \Delta i_D$$

$$\Delta i_D = \frac{\Delta v_D}{r_d} + C_{DQ} \frac{d\Delta v_D}{dt} \quad (6.34)$$

Esta última expresión muestra que el modelo del diodo en pequeña señal está compuesto por la resistencia dinámica r_d en paralelo con la capacidad C_{DQ} , calculadas ambas en el punto de trabajo V_{DQ} , tal como se indica en la figura 6.41b.

Ejemplo 6.14

Calcular el circuito equivalente de pequeña señal de un diodo sabiendo que su punto de trabajo es $I_{DQ} = 10 \text{ mA}$. Los parámetros dinámicos del diodo son $\tau_t = 5 \text{ ns}$, $C_{jo} = 10 \text{ pF}$, $I_s = 10 \text{ fA}$ y $V_j = 0,9 \text{ V}$, y $M = 0,5$.

La resistencia dinámica será:

$$r_d = \frac{25 \text{ mV}}{10 \text{ mA} + I_s} \cong \frac{25}{10} = 2,5 \text{ } \Omega$$

La tensión de polarización será:

$$V_{DQ} = V_T \ln \left[\frac{10 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-15}} \right] = 0,69 \text{ V}$$

Y la capacidad:

$$C_{DQ} = \tau_t \frac{I_s e^{V_{DQ}}}{V_T} + \frac{C_{jo}}{\sqrt{1 - \frac{0,69}{0,9}}}$$

$$C_{DQ} = \tau_t \frac{I_{DQ}}{V_T} + \frac{C_{jo}}{0,48}$$

$$C_{DQ} = 2 \text{ nF} + 20,7 \text{ pF} \cong 2 \text{ nF}$$

188

Ejercicio 6.14

La resistencia dinámica de un diodo es de $2,5 \text{ k}\Omega$. ¿Cuál es el valor de la corriente de polarización?

Solución: $I_{DQ} = 10 \text{ } \mu\text{A}$



Los dos elementos del circuito equivalente del diodo en pequeña señal varían con la polarización. En polarización inversa la resistencia dinámica toma un valor muy elevado, puesto que $I_{DQ} = -I_s$. Por tanto, el modelo incremental del diodo se reduce a un condensador, cuyo valor es función de la tensión de polarización inversa V_{DQ} . Cuando el diodo opera como un condensador dependiente de la tensión aplicada se le denomina *varicap*.

6.7 Consideraciones térmicas

La temperatura de operación de un diodo no siempre es la misma. Depende tanto de la temperatura ambiente como de la potencia que disipa el diodo. Esta potencia disipada es una potencia que el diodo absorbe de los generadores independientes y la convierte en calor, el cual produce un aumento de la temperatura en el interior del diodo. En este apartado se presentarán brevemente dos cuestiones: ¿cómo varían los parámetros del diodo al aumentar la temperatura? y ¿qué relación hay entre la temperatura del diodo y la potencia que disipa?

6.7.1 Efectos de la temperatura sobre las características del diodo

Al aumentar la temperatura de trabajo del diodo su curva característica se desplaza a consecuencia del aumento de la corriente inversa de saturación y de la tensión térmica. El aumento de la corriente inversa de saturación suele aproximarse, para diodos de silicio, por

$$I_s(T) = I_s(T_{nom})e^{0,072(T-T_{nom})} \cong I_s(T_{nom})2^{(T-T_{nom})/10} \quad (6.35)$$

donde T_{nom} es la temperatura nominal de funcionamiento del diodo. La expresión anterior pone de manifiesto que el valor de I_s se dobla por cada incremento de 10 °C en la temperatura de trabajo del diodo.

Si se mantiene la corriente constante, el modelo exponencial del diodo muestra que:

$$\frac{dI_d}{dT} = \frac{d(I_s e^{V_D/V_T})}{dT} = 0 \Rightarrow \frac{dv_D}{dT} = \frac{v_D}{T} - V_T \frac{dI_s/dT}{I_s} \quad (6.36)$$

Obsérvese que la derivada de v_D con la temperatura no es constante. En la práctica, sin embargo, suele aproximarse por una constante negativa, de forma que:

$$\frac{\Delta v_D}{\Delta T} \cong -k \quad (6.37)$$

donde k , para los diodos de silicio, se toma como 2 mV/°C. Esta disminución de la tensión en el diodo para una corriente constante provoca que la tensión umbral V_γ muestre la misma dependencia que 6.37: disminuye 2 mV para cada incremento de un grado centígrado.

También varía con la temperatura la tensión de ruptura V_z . El incremento de esta tensión viene dado por:

$$\Delta V_z = \alpha V_z \Delta T \quad (6.38)$$

donde el parámetro α se denomina coeficiente de temperatura de la tensión de ruptura. Si V_z es menor que 6 V este coeficiente suele ser negativo, mientras que para valores superiores a 6 V es positivo.

6.7.2 Potencia disipada y aumento de la temperatura

La potencia que absorbe un diodo se evacúa en forma de calor y produciéndose un aumento en la temperatura de trabajo del diodo. La relación entre la potencia disipada P_D , la temperatura en el interior del diodo T_j , y la temperatura ambiente T_a , suele modelarse mediante la siguiente ecuación:

$$T_j = T_a + \theta_{ja} P_D \quad (6.39)$$

donde θ_{ja} se denomina *resistencia térmica* entre el semiconductor y el ambiente.

Cada material semiconductor permite un valor máximo de T_j . Si se supera dicho valor el dispositivo sufre un deterioro irreversible. Para el silicio, el valor de T_{jmax} suele estar entre 150 °C y 200 °C. La ecuación 6.39 establece un valor máximo de la potencia que puede disipar un diodo, suponiendo una temperatura ambiente determinada:

$$P_{D\max} = \frac{T_{j\max} - T_a}{\theta_{ja}} \quad (6.40)$$

El comportamiento térmico del diodo obedece al *circuito térmico* de la figura 6.42b. La resistencia térmica viene dada como la suma de dos componentes: una resistencia entre el semiconductor y el encapsulado, θ_{jc} , y otra entre el encapsulado y el ambiente, θ_{ca} . La temperatura del semiconductor es $T_j = P_D \cdot \theta_{jc} + T_c$, mientras que la del encapsulado es $T_c = P_D \cdot \theta_{ca} + T_a$. La resistencia θ_{ca} puede disminuirse usando un *disipador de calor*, que consiste en una pieza de metal de gran superficie para facilitar la evacuación de calor, la cual debe estar térmicamente unida al diodo, pero aislada eléctricamente de él.

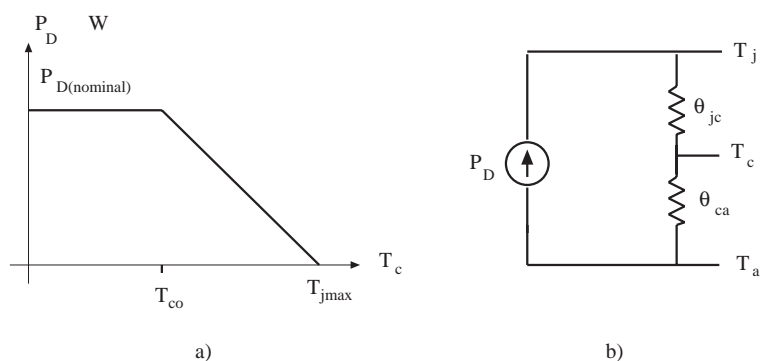


Fig. 6.42 a) Potencia disipable en función de la temperatura del encapsulado. b) Circuito térmico del dispositivo

La resistencia térmica θ_{jc} la suele proporcionar el fabricante del dispositivo a través de una curva como la mostrada en la figura 6.42a. Para temperaturas de la cápsula inferiores a T_{co} , el diodo puede disipar toda su potencia nominal. A partir de esta temperatura la potencia que puede disipar el diodo va disminuyendo, hasta anularse para $T_c = T_{jmax}$. La resistencia θ_{jc} es:

$$\theta_{jc} = \frac{T_{jmax} - T_{co}}{P_{D(nom)}} \quad (6.41)$$

Cuando un diodo debe disipar una potencia importante se determina en primer lugar la resistencia térmica total mediante 6.39. Se elige un diodo que presente una resistencia térmica entre el semiconductor y la cápsula inferior al valor calculado y cuya potencia nominal sea superior o igual a la que debe disipar el diodo. Finalmente se calcula la resistencia térmica del disipador restando a la resistencia total la resistencia térmica θ_{jc} del diodo elegido.

6.8 Análisis de circuitos con diodos usando SPICE

El objetivo de esta apartado es doble. Por una parte se trata de presentar la forma en que SPICE modela el diodo, los parámetros más importantes de dicho modelo y sus valores por defecto. Por otra, familiarizar al lector en la realización de análisis de circuitos con diodos usando PSPICE y en el uso de la

instrucción .DC. El lector que no disponga de este programa, o que no esté interesado en su uso en este momento, puede pasar al próximo capítulo sin pérdida de continuidad.

6.8.1 Modelo SPICE del diodo

SPICE modela el diodo de forma que permite una gran aproximación a las características medidas en un diodo real. Este modelo permite diversos grados de simplificación de manera que puede reducirse al modelo exponencial descrito al inicio del capítulo.

La característica $I_d(v_D)$ de un diodo real con polarización directa se asemeja a la curva mostrada en la figura 6.43b. Esta curva se desvía de la proporcionada por el modelo exponencial (figura 6.9b) en tres regiones. Para tensiones directas de pequeño valor la corriente es mayor que la que proporciona el modelo exponencial y presenta una pendiente menor. Este fenómeno suele modelarse sumando al modelo exponencial otra ecuación exponencial con un factor de idealidad de valor dos:

$$I_{d1} = I_s (e^{v_d/V_T} - 1) + I_{sr} (e^{v_d/2V_T} - 1) \quad (6.42)$$

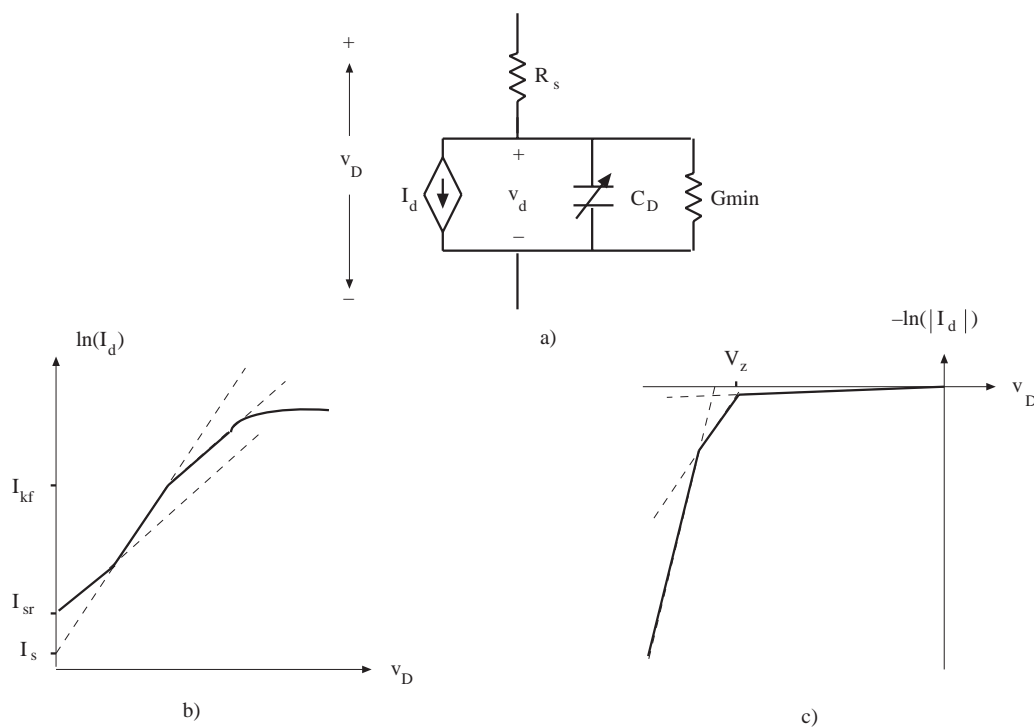


Fig. 6.43 a) Modelo del diodo utilizado en el programa de simulación de circuitos por ordenador PSPICE. b) Característica directa del modelo. c) Característica inversa

Para corrientes mayores que I_{kf} (ver figura 6.43b) la corriente del diodo es menor que la modelada por el diodo exponencial y su pendiente también es menor. Se dice que en esta región el diodo opera en alta inyección. Para modelar este fenómeno SPICE utiliza la ecuación:

$$I_d = \frac{I_{d1}}{\sqrt{1 + I_{d1} / I_{kf}}} \quad (6.43)$$

En esta ecuación I_{d1} es la corriente proporcionada por la ecuación 6.42. Para los valores de v_D para los que I_{d1} es muy inferior a I_{kf} la corriente I_d en 6.43 coincide con I_{d1} , ya que la raíz cuadrada del denominador tiende a la unidad. Cuando I_{d1} es mucho mayor que I_{kf} el término unidad de la raíz es despreciable y, en consecuencia, I_d es proporcional a la raíz cuadrada de I_{d1} . Como para estas corrientes I_{d1} dado por 6.42 es prácticamente $I_s e^{v_d/V_T}$, resulta que I_d es proporcional a $e^{v_d/2V_T}$, con lo que se obtiene una pendiente mitad que la que presenta la corriente para valores inferiores a I_{kf} .

La tercera desviación entre el modelo exponencial y la característica 6.43b se da para corrientes muy elevadas. Esta desviación es debida a los efectos de las resistencias parásitas del diodo. En SPICE se modela este fenómeno incluyendo una resistencia serie R_s en el modelo del diodo, tal como se muestra en la figura 6.43a. La tensión entre terminales del diodo será, por tanto:

$$v_D = v_d + i_d R_s \quad (6.44)$$

La característica del diodo real en polarización inversa también se desvía del comportamiento modelado por el diodo exponencial. Este modelo predice, en polarización inversa, una corriente constante de valor $-I_s$, pero en realidad la corriente suele incrementarse al aumentar la tensión inversa. En SPICE este fenómeno se modela, en parte, mediante la resistencia en paralelo G_{min} de la figura 6.10a. La desviación más importante se da, sin embargo, en la región de ruptura, que no está incluida en el modelo exponencial. En SPICE, esta región se aproxima sumando a la corriente en polarización inversa "sin ruptura", I_r , una o más exponenciales en la forma:

$$I_d = I_r - I_{bv} e^{\frac{-v_d - BV}{n_{bv} V_T}} \quad (6.45)$$

En esta expresión BV es una cantidad positiva igual al módulo de V_z . Cuando $v_d = -BV$ el exponente de 6.45 es nulo y la corriente proporcionada por el término exponencial es $-I_{bv}$, que se suma a I_r . Cuando v_d es mucho más negativa que $-BV$ el exponente de 6.45 es positivo y grande por lo que da un valor negativo y grande a I_d . El factor de idealidad del exponente de esta expresión puede ser ajustado para aproximar mejor la característica real.

La capacidad C_D del diodo está modelada por las ecuaciones 6.23.

El modelo SPICE permite considerar también la dependencia con la temperatura de los diversos parámetros que modelan su comportamiento. Asimismo, contempla efectos suplementarios que no han sido descritos en esta breve presentación. Si el usuario no especifica el valor de un parámetro, SPICE toma un valor por defecto. En la tabla 6.1 se da un resumen de los principales parámetros del modelo del diodo y sus valores por defecto. El parámetro G_{min} puede ajustarse al valor que se desee, siempre que no sea cero, debido a que el método de cálculo que usa el programa para resolver el circuito exige que tenga un valor mayor que cero. Para completar la información presentada en este texto el lector debe consultar el manual de la ver-

Parámetro	Valor por defecto
I_s	$10^{-14} A$
I_{sr}	0
I_{kf}	∞
R_s	0
BV	∞
I_{bv}	$10^{-10} A$
n_{bv}	1
TT	0
CJO	0
VJ	1V
M	0,5

Tabla 6.1 Parámetros del modelo SPICE y valores por defecto

sión del programa SPICE de que disponga. Obsérvese que si no se especifica ningún parámetro en el modelo del diodo el programa usará el del "diodo por defecto", es decir, el modelo exponencial del diodo con $I_s = 10^{-14} \text{ A}$.

6.8.2 Ejemplos de análisis de circuitos con diodos con SPICE

A continuación se presentan unos ejemplos sobre la influencia de los parámetros del modelo del diodo sobre su comportamiento y sobre el uso de la instrucción .DC.

Ejemplo 6.15

Obtener con SPICE la característica $i_d(v_d)$ del diodo en polarización directa usando los siguientes parámetros:

- a) D1: Los parámetros del diodo por defecto.
- b) D2: $I_{sr} = 10 \text{ pA}$; $I_{kf} = 1 \text{ mA}$ y el resto los de defecto.
- c) D3: $I_{sr} = 10 \text{ pA}$; $I_{kf} = 1 \text{ mA}$; $R_s = 0,1 \Omega$.

El programa para simular estos tres diodos es el siguiente:

```
ANALISIS MODELO DIODO EN SPICE
VDD 1 0 DC 0.5
D1 1 0 diodo1
D2 1 0 diodo2
D3 1 0 diodo3
.model diodo1 d
.model diodo2 d(Isr=10p Ikf=1m)
.model diodo3 d(Isr=10p Ikf=1m Rs=0.1)
.DC lin VDD 0.1 1.5 0.01
.Probe
.End
```

193

El circuito que describe este programa contiene cuatro elementos: una fuente de tensión continua entre el nudo 1 y masa; un diodo D1 entre el nudo 1 y masa, con valores de los parámetros por defecto; otro diodo D2 entre el nudo 1 y masa con los parámetros del caso b y un tercer diodo D3 entre los mismos nudos y con los parámetros del caso c. Los resultados que proporciona SPICE se muestran en la figura 6.44a en escala lineal, y en la figura 6.44b en escala logarítmica.

Ejercicio 6.15

Ajustar los valores de I_s , I_{sr} , I_{kf} y R_s de un diodo para que la característica corriente–tensión en directa pase por los siguientes puntos: (200 mV; 4,9 μA); (450 mV; 2,4 mA); (700 mV; 1,16 A); (1,05 V; 51 A).

Solución: $I_s = 70 \text{ pA}$; $I_{sr} = 115 \text{ nA}$; $I_{kf} = 35 \text{ mA}$; $R_s = 3 \text{ m}\Omega$.

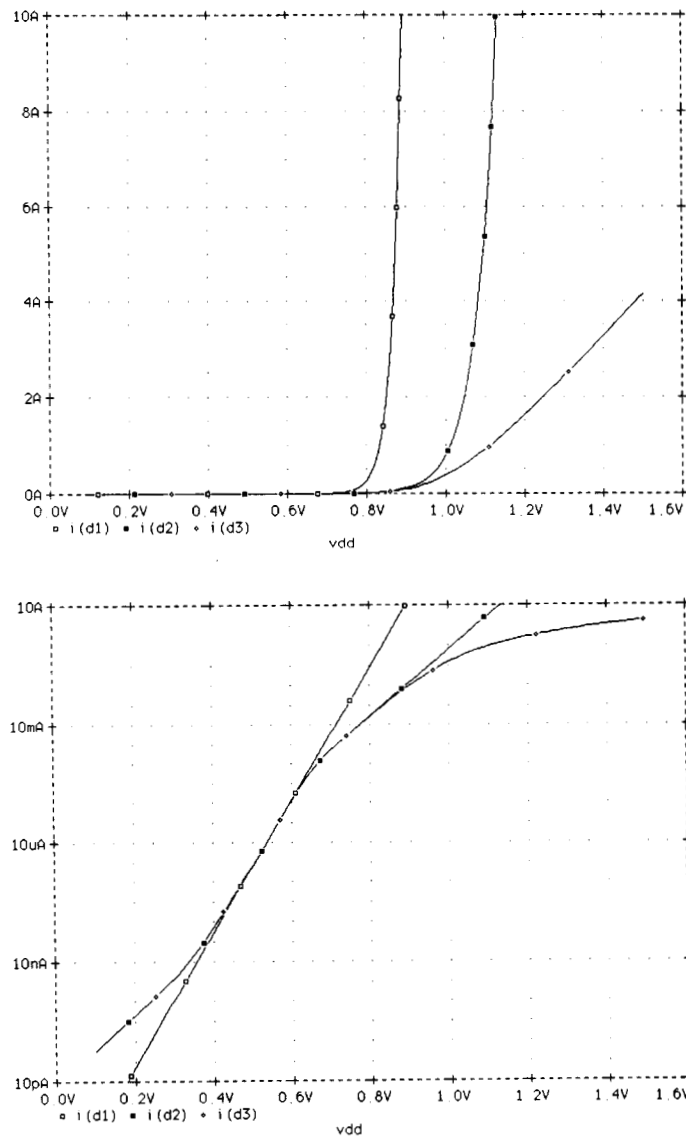


Fig. 6.44 a) Característica i-v en escala lineal. b) Característica i-v en escala logarítmica

Ejemplo 6.16

Analizar con SPICE los transitorios de conmutación de un diodo (circuito de la figura 6.37) con $V_F=V_R=10$ V, $R=1$ k Ω y discutir la influencia de los parámetros TT y CJO en los transitorios de la corriente. Tomar $I_s=10^{-14}$ A.

En la figura 6.45 se presentan los resultados relativos al transitorio de la corriente para tres casos:

Diodo 1: $TT = 5 \text{ ns}$ $CJO = 2 \text{ pF}$
 Diodo 2: $TT = 2 \text{ ns}$ $CJO = 2 \text{ pF}$
 Diodo 3: $TT = 5 \text{ ns}$ $CJO = 0,5 \text{ pF}$

Obsérvese que la duración de la fase t_s está determinada por el parámetro TT , mientras que la duración de las fases t_r y t_f lo está por CJO . Si se inspeccionan las ecuaciones de SPICE que modelan a C_D , este resultado es lógico. En polarización directa la capacidad es:

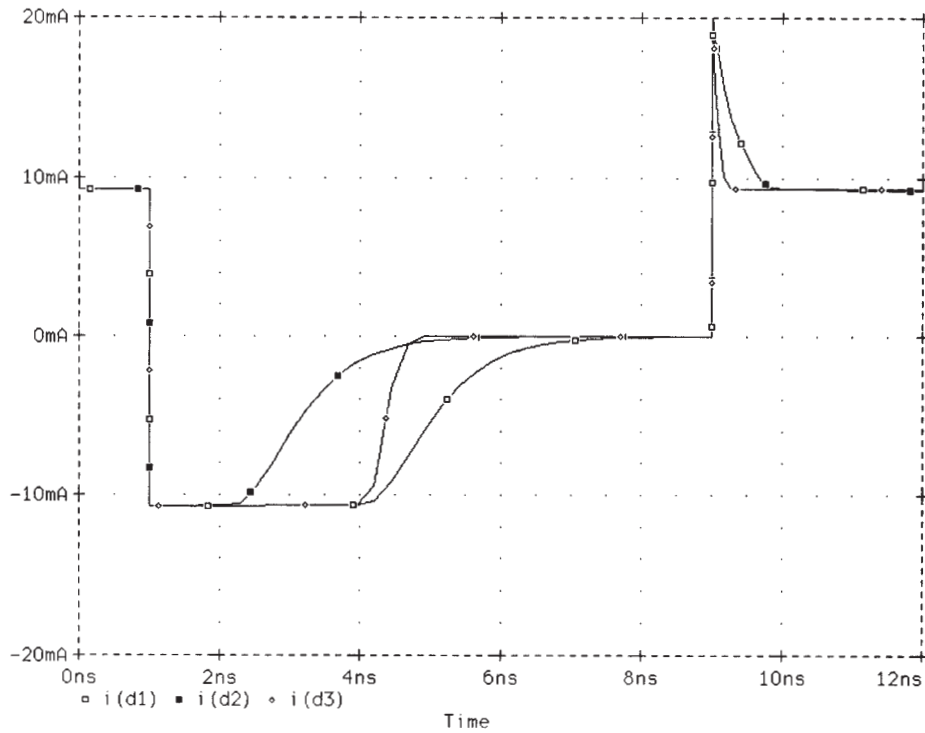


Fig. 6.45 Transitorios de la corriente del diodo obtenidos con PSPICE

$$C_D \cong C_s = TT \frac{I_s e^{v_d/V_T}}{V_T}$$

que en directa y para $TT = 5 \text{ ns}$ toma un valor numérico próximo a 5 nF ($v_d = 0,71 \text{ V}$). La constante de tiempo inicial será, por tanto, del orden $5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ (muchísimo mayor que la duración del impulso simulado. Por esto v_D casi no varía). En polarización inversa la capacidad C_s se hace despreciable y domina C_j :

$$C_D \cong C_j = CJO(1 - v_d/V_T)^{-0,5}$$

que para $CJO = 2 \text{ pF}$ toma un valor próximo a $0,1 \text{ pF}$. La constante de tiempo será del orden de $0,1 \text{ ns}$, lo que implica un cambio rápido de la tensión en bornes del diodo.

Ejercicio 6.16

Determinar el valor de TT en el modelo SPICE del diodo para que t_s sea $0,5 \text{ ns}$. Suponer los demás datos como los del ejemplo 6.15, tomando $CJ0=0,5 \text{ pF}$.

Solución: $TT = 0,9 \text{ ns}$.

Ejemplo 6.17

Analizar con SPICE el circuito de la figura 6.46, teniendo en cuenta que el generador v_i proporciona una señal de amplitud muy pequeña. Discutir el comportamiento del circuito cuando V_{cc} vale 5 V y cuando su valor es -5 V .

El fichero de entrada para este circuito es el que se indica a continuación, con la numeración de nudos indicada en la figura 6.46, donde se ha supuesto que V_{CC} vale 5 V .

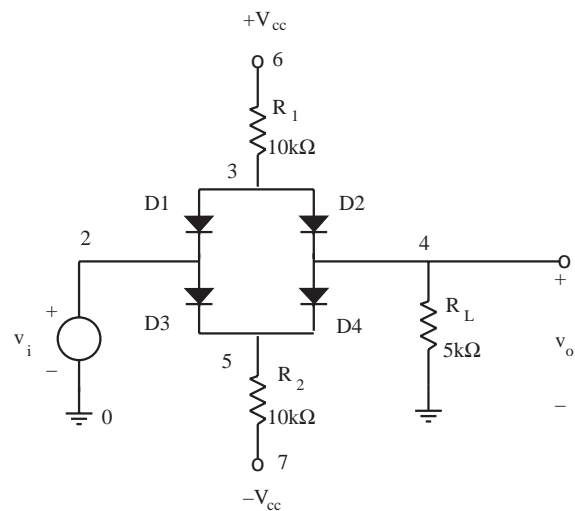


Fig. 6.46 Circuito conmutador con diodos del ejemplo 6.17

CIRCUITO CONMUTADOR A DIODOS

```
R1 6 3 10K
R2 7 5 10K
RL 4 0 5K
VCC 6 0 DC 5
VSS 7 0 DC -5
D1 3 2 DJ
D2 3 4 DJ
D3 2 5 DJ
D4 4 5 DJ
.MODEL DJ D
VI 2 0 PULSE(-5 5 0 1 1 2 6)
.TRAN .05 10 0 0
.PROBE
.END
```

Los resultados obtenidos con SPICE se dan en la figura 6.47. Obsérvese que la señal de entrada está constituida por unos pulsos que varían entre $+5V$ y $-5V$ con flancos de subida y bajada lineales. La señal de salida v_o coincide con la de entrada cuando ésta es una tensión próxima a cero voltios, y queda fijada a un valor próximo a $1,5V$ cuando la entrada supera este valor.

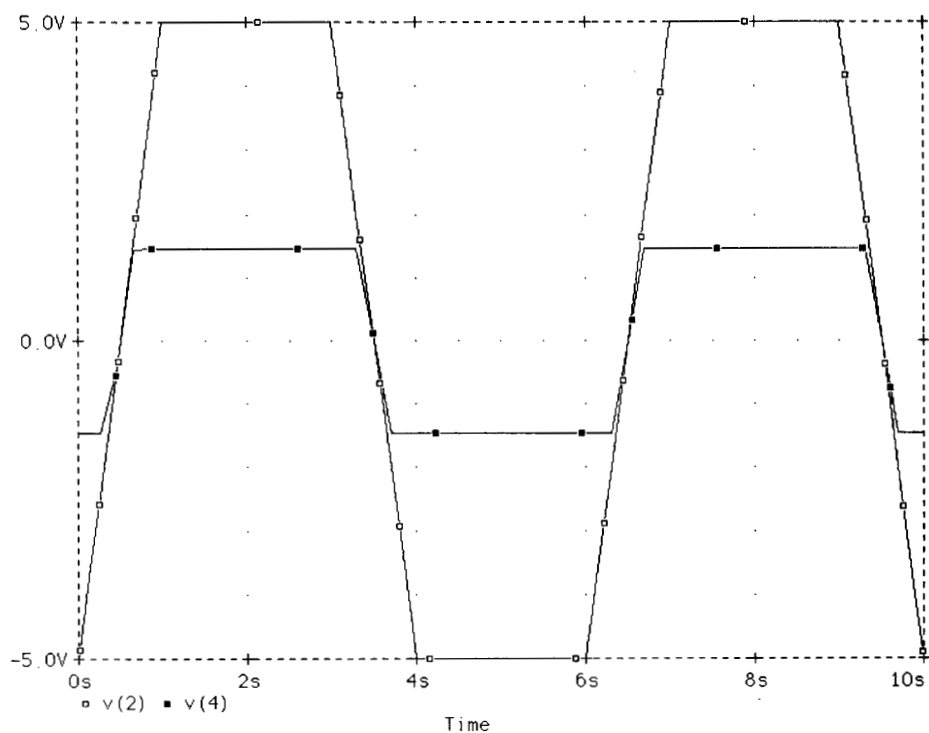


Fig. 6.47 Formas de onda generadas por SPICE para el circuito de la figura 6.20

Si se repite el análisis anterior para $V_{cc} = -5V$ se obtiene una tensión de salida siempre nula. El lector puede verificar que en este caso los diodos están polarizados en inversa y, por tanto, equivalen a circuitos abiertos.

Este circuito se usa como conmutador analógico controlado por la tensión V_{cc} . El generador de entrada v_i proporciona una señal de amplitud muy pequeña. Cuando V_{cc} vale $5V$ la tensión de salida es prácticamente igual a la de entrada. Cuando V_{cc} vale $-5V$ la salida está desconectada de la entrada y su valor es nulo.

Ejercicio 6.17

Analizar con SPICE el circuito conformador de una señal sinusoidal a partir de una triangular (figura 6.33) y reproducir el resultado mostrado en la figura 6.34.

Cuestiones

- C6.1** ¿Por qué razones no es posible utilizar siempre un mismo modelo de diodo en el análisis de circuitos ?
- C6.2** Defina, para un diodo de unión los siguientes conceptos: a) Tensión umbral. b) Tensión térmica. c) Tensión de ruptura. d) Tensión de trabajo. Indique sobre la característica del diodo, cuando proceda, los parámetros anteriores.
- C6.3** Defina, para un diodo de unión los siguientes conceptos: a) Resistencia directa, R_s . b) Resistencia dinámica, r_d . c) Resistencia zener, R_z . Indique sobre la característica del diodo, cuando proceda, los parámetros anteriores.
- C6.4** Indique el valor de los parámetros que determinan la tensión térmica.
- C6.5** La corriente que circula por un diodo real viene aproximada por la siguiente expresión: $I_D = I_S (e^{V_s/V_t} - 1)$. Si la temperatura aumenta, ¿qué efecto tiene sobre la corriente que circula por el diodo?
- C6.6** ¿Qué efecto tiene la potencia disipada por el diodo sobre la variación de sus parámetros?
- C6.7** ¿Qué diferencia importante hay entre el funcionamiento de un diodo normal y el funcionamiento de un diodo zener?
- C6.8** Dibuje la característica I_z-V_z de un diodo zener con los sentidos de corriente y tensión indicados en la figura 6.36. Con las tensiones y corrientes definidas en la figura, ¿qué gráfica corresponde a la característica I-V del diodo?
- C6.9** Enumere las ventajas de emplear un estabilizador en la etapa final de una fuente de alimentación.
- C6.10** ¿Qué restricciones tiene el uso de diodos para aproximar una función por tramos lineales?
- C6.11** Dibuje los siguientes modelos circuitales del diodo: a) Modelo exponencial completo. b) Modelo en pequeña señal. c) Modelo a baja frecuencia
- C6.12** ¿Qué utilidad podría tener en un circuito la capacidad C_D asociada al diodo?
- C6.13** Razone cuál será la forma de onda de salida del rectificador de media onda cuando la capacidad C_D asociada al diodo no sea despreciable.
- C6.14** Explique el concepto de circuito incremental. ¿Cuál es el modelo incremental del diodo? ¿es independiente del punto de trabajo ?
- C6.15** Justificar a partir del modelo en pequeña señal del diodo por qué no puede actuar como rectificador.

198

Problemas

- P6.1** Para los circuitos siguientes, se pide: a) Hallar los valores de V_1 para los cuales los diodos conmutan de ON a OFF. b) Dibujar las características $V_2 - V_1$. c) Dibujar las características $I_1 - V_1$

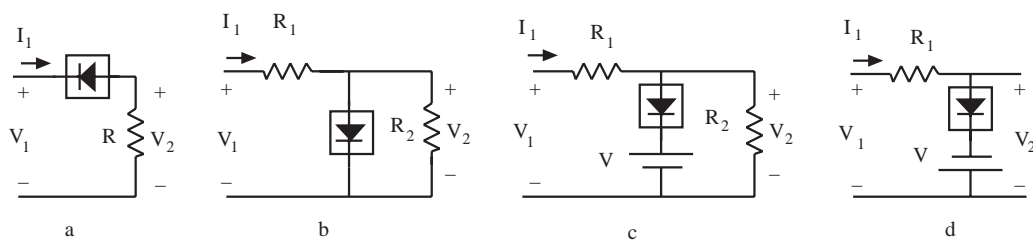


Fig. P6.1

- P6.2** Dibujar sobre un papel milimetrado en escala lineal, las características I_d - V_d de dos diodos a $T=300$ K, con $I_s = 1$ nA y $I_s = 0,1$ fA. (Tomar como escala 1 V y 10 nA.)
- P6.3** Encontrar el punto de trabajo (i_{DQ} , v_{DQ}) del diodo del circuito de la figura resolviendo la ecuación trascendente que resulta al usar el modelo exponencial del diodo con $I_s = 10$ fA (tomar $V_T = 25$ mV).

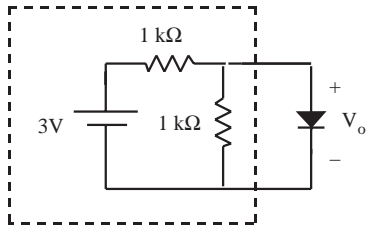


Fig. P6.3

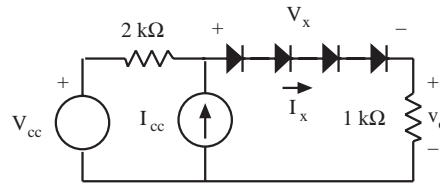


Fig. P6.8

- P6.4** Aproximar la curva del problema P6.2 ($I_s = 0,1$ fA) por tramos lineales y hallar los parámetros característicos del diodo (R_s y V_γ). Tomando como escala de corrientes 1 microamperio ¿cuál es el valor de V_γ ? Tomando como escala de corrientes 1 amperio ¿cuál es ahora el valor de V_γ ?
- P6.5** Representar gráficamente la característica I-V de un diodo cuyo modelo circuital para conducción directa está constituido por un diodo ideal, en serie con una resistencia de $0,5 \Omega$ y en serie con una fuente de tensión constante de $0,6$ V.
- P6.6** a) Hallar gráficamente la corriente I_D y la tensión V_D en un circuito formado por una fuente constante de 3 V, en serie con una resistencia de 2Ω , y en serie con un diodo cuyas características son las del diodo del problema anterior. b) Repetir el análisis anterior de forma numérica sustituyendo el diodo por su modelo de tramos lineales.
- P6.7** Para el circuito del problema P6.3 obtener gráfica y analíticamente $V_o(t)$ en respuesta a $V_i(t)$, siendo $V_i(t)$ una señal cuadrada de 20 V de amplitud y utilizando para el diodo el modelo de tramos lineales con $R_s = 0 \Omega$, $V_\gamma = 0,7$ V, $V_z = -5$ V y $R_z = 500 \Omega$.
- P6.8** Hallar gráficamente el punto de trabajo (i_x , v_x) del circuito de la figura P6.8 sabiendo que el diodo sigue el modelo exponencial con $I_s = 10^{-7}$ A. Supónganse todos los diodos iguales. Datos: $V_{cc} = 10$ V, $I_{cc} = 5$ mA.
- P6.9** Repetir el cálculo del problema 6.3 sustituyendo los elementos encerrados en el recuadro por su equivalente Thévenin. Justificar por qué puede utilizarse el equivalente Thévenin en un circuito que contiene un elemento no lineal como un diodo. Datos: $R_s = 5 \Omega$, $V_\gamma = 0,6$ V.
- P6.10** Para el circuito de la figura P6.10 calcular el margen de tensiones de entrada para que el diodo esté en la región directa, en la región de corte y en la región zener, en función de V_γ y V_z . Datos $R_2 = 2R_1 = 2R_c$.

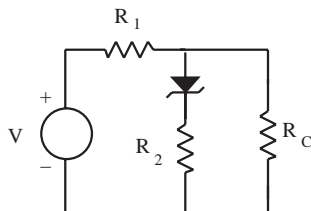


Fig. P6.10

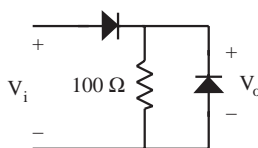


Fig. P6.11

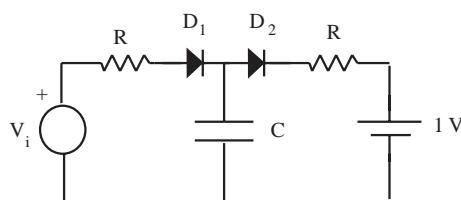


Fig. P6.15

- P6.11** Sea el circuito de la figura P6.11, donde los diodos pueden representarse según el modelo de tramos lineales con $V_\gamma = 0,6 \text{ V}$, $V_z = -4 \text{ V}$, $R_z = 10 \Omega$ y $R_s = 1 \Omega$. Se pide: a) Determinar las condiciones para que los diodos estén en directa, en corte y en ruptura. b) Dibujar la gráfica $V_o - V_i$. c) Dibujar la onda de salida cuando la señal de entrada es un onda triangular de 10 V de pico.
- P6.12** En el rectificador de doble onda de la figura 6.19b, dibujar la forma de onda en la carga R_L suponiendo que v_g es $10\sin(\omega t)$, $V_\gamma = 0,7 \text{ V}$, $R_s = 5 \Omega$ y $R_L = 1 \text{ k}\Omega$.
- P6.13** Dado el circuito de la figura P6.13: a) Describir su funcionamiento. b) Si para los diodos se toma $V_\gamma = 0,7 \text{ V}$ y $R_s = 5 \Omega$, dibujar la forma de onda de la tensión de salida del circuito V_o para una entrada $V_i = V_p \sin(\omega t)$.

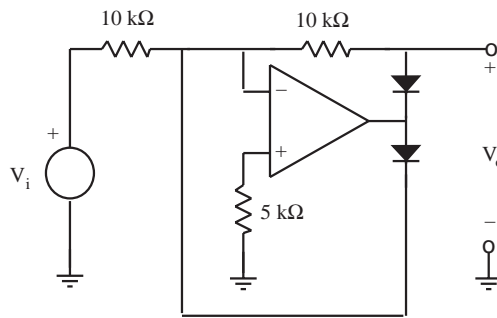


Fig. P6.13

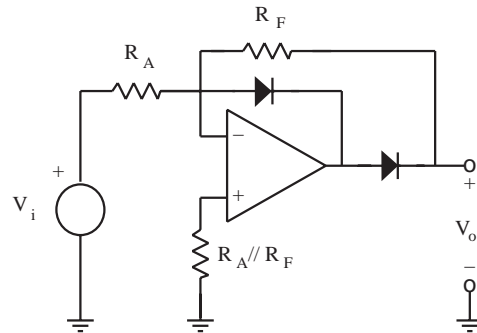


Fig. P6.14

200

- P6.14** El circuito de la figura P6.14 es un rectificador de precisión. Describir su funcionamiento y dibujar la forma de onda de la tensión de salida suponiendo que la entrada es una senoide.
- P6.15** El circuito de la figura P6.15 está excitado por una señal V_i constituida por un pulso de 2 V de amplitud y 1 ms de duración. Este pulso se repite cada 2 ms (el período de la señal es $T = 2 \text{ ms}$). Se pide: a) Calcular la tensión en el condensador para $t = 1 \text{ ms}$. b) Hallar $V_c(t)$ y representarla gráficamente. c) Si el periodo de repetición del tren de pulsos es ahora de 10 ms, calcular $V_c(t)$ y representarla gráficamente. Datos $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$, $V_c(t = 0^-) = 0 \text{ V}$. Supónganse diodos ideales.
- P6.16** En el circuito rectificador de la figura P6.16 se pide: a) Determinar la expresión matemática de la señal de salida V_o . b) Dibujar la forma de onda de la señal de salida. c) Dibujar la señal de salida que se obtendría si no existiese la resistencia R . d) Repetir el apartado b) para una frecuencia de la señal de entrada de 1 kHz. Suponer el diodo ideal y que la señal de entrada es una onda cuadrada de amplitud A (valores A y $-A$) y frecuencia 5 Hz. Datos: $L = 50 \text{ mH}$, $R = R_c = 10 \Omega$.
- P6.17** En el circuito rectificador de media onda con filtro de condensador suponer $V_i = 10 \sin(\omega t)$ con $f = 50 \text{ Hz}$, el diodo ideal y la resistencia de carga R_L de 100Ω . Se pide: a) Cuál debe ser el valor de C para que el rizado sea de 0,5 V? b) Estimar el tiempo de conducción del diodo. c) Estimar la carga que ha cedido el condensador a R_L durante el tiempo en que el diodo ha permanecido cortado. d) ¿Cuál será la corriente por el diodo durante la recarga del condensador si dicha corriente fuera constante durante el tiempo de conducción del diodo?

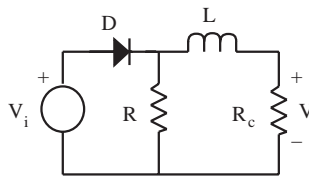


Fig. P6.16

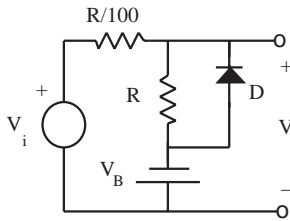


Fig. P6.21

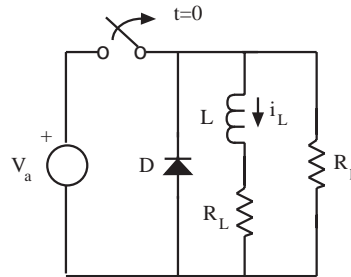


Fig. P6.25

- P6.18** El regulador zener de la figura 6.36 utiliza un diodo zener de $V_z = -20$ V, para mantener 20 V constantes a través de la resistencia de carga R_L . Si la tensión de entrada varía de 32 V a 43 V y la corriente en la carga de 200 mA a 600 mA, determinar el valor de R_s para mantener la tensión constante a través de la carga. Determinar el margen de potencia para la resistencia y para el diodo zener. Suponer $R_z = 0$.
- P6.19** Se desea realizar un estabilizador como el de la figura 6.36 empleando un diodo zener de $V_z = 5$ V y R_z nula. La tensión de entrada varía entre 10 V y 20 V. a) Si no se conecta la resistencia R_L , hallar el valor mínimo de R_s para que la potencia en el diodo no exceda de 250 mW. b) Si se conecta una resistencia R_L cuyo valor varía entre 600Ω y 1200Ω determinar el valor de R_s que minimiza la potencia disipada en el diodo sin perjudicar el funcionamiento del regulador.
- P6.20** Se desea diseñar un detector de envolvente para demodular una señal sinusoidal modulada en amplitud de las siguientes características: Frecuencia de la portadora : 2 MHz. Frecuencia de la señal moduladora: 15 kHz. Índice de modulación 15%. Dibujar el circuito detector e indicar el valor de los componentes empleados. Nota: Se define el índice de modulación como A_m/V_{im} . Dato: $V_{im} = 1$ V.
- P6.21** En el circuito de la figura P6.21 $V_i = A \cdot \sin \omega t$. Indicar la forma de $V_o(t)$ para $A < V_B$ y $A > V_B$.
- P6.22** En el circuito de la figura 6.20a con $R = 500 \Omega$, $V_{B1} = 1$ V y $V_{B2} = 6$ V, se añade una resistencia de $0,25 \Omega$ en serie con D_1 y otra de 100Ω en serie con D_2 . Se suponen D_1 y D_2 ideales. Se pide: a) Hallar los valores de $V_i(t)$ para los cuales los diodos D_1 y D_2 conmutan de OFF a ON. b) Si $V_i(t) = 25 \sin \omega t$, dibujar $V_o(t)$. c) Las dos ramas que contienen a D_1 y a D_2 corresponden al modelo de un diodo por tramos lineales. Dibujar la característica $i-v$ de dicho diodo y obtener R_s , R_z , V_γ y V_z .
- P6.23** Diseñar un circuito fijador de nivel que sume 5 V a una señal sinusoidal de 5 V de amplitud. Suponer $V_\gamma = 0,7$ V, $C = 0,1 \mu F$ y $f = 5$ kHz.
- P6.24** Se desea diseñar un circuito en el que la tensión de salida V_o sea aproximadamente la raíz cuadrada de la tensión de entrada V_i . Para ello se usará el circuito de la figura 6.30 con $R_1 = 1$ k Ω , $V_a = 1$ V y $V_b = 2$ V. Se desea que la característica de transferencia $V_o(V_i)$ pase por los puntos (1,1), (4,2) y (9,3). Suponer los diodos ideales.
- P6.25** La figura P6.25 representa un circuito de protección para la desconexión de un inductor. a) Determinar la energía acumulada en el inductor para $t < 0$. b) Hallar y representar gráficamente $i_L(t)$ para $t > 0$. c) Hallar y representar gráficamente la potencia disipada en R_L , R_p y D a lo largo del tiempo. d) Compruébese que la energía total disipada coincide con la energía total acumulada en el inductor en $t < 0$. Datos: $V_a = 10$ V, $R_L = 100 \Omega$, $R_p = 10$ k Ω , $L = 1$ mH, $V_\gamma = 0,7$ V

- P6.26** En el circuito de la figura P6.26, obtener $V_o(t)$ para $V_i(t) = V_p \sin \omega t$ y representarla gráficamente. Datos: $V_p = 7 \text{ V}$, $R_2 = 2R_1$, D diodo ideal, $V_{cc} = 10 \text{ V}$.

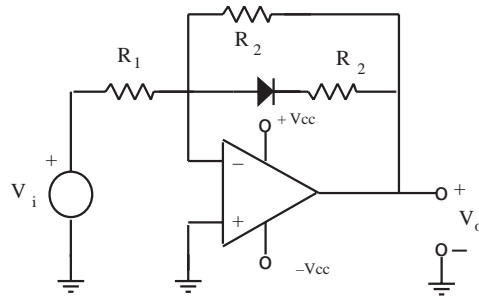


Fig. P6.26

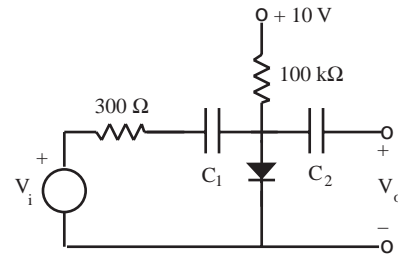


Fig. P6.27

- P6.27** Calcular $V_o(t)$ suponiendo que debido a la baja frecuencia de $V_i(t)$ los efectos capacitivos del diodo son despreciables. Suponer C_1 y C_2 cortocircuitos para la frecuencia de la señal $V_i(t)$. Datos: $V_\gamma = 0.7 \text{ V}$, $V_T = 25 \text{ mV}$.

- P6.28** En el circuito de la figura el diodo está polarizado inversamente y equivale en pequeña señal a un condensador. La asociación de L y C en paralelo constituye un "circuito resonante" a la frecuencia $1/2\pi\sqrt{LC}$. Se pide indicar el margen de frecuencias de resonancia del circuito al variar el potenciómetro entre sus dos extremos. Datos: $C_{j0} = 2 \text{ pF}$, $m = 0.5$, $V_j = 1 \text{ V}$, $C_2 = 1 \mu\text{F}$, $L = 10 \text{ mH}$.

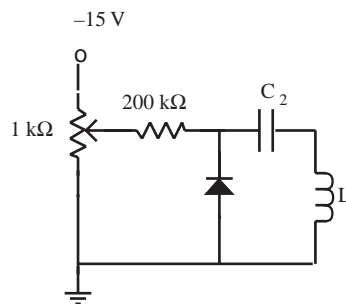


Fig. P6.28

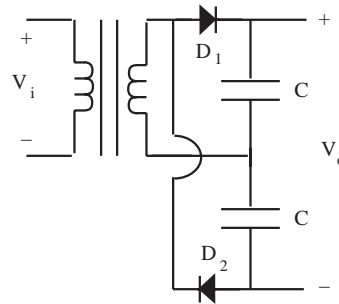


Fig. P6.32

- P6.29** La forma que toma la señal del transitorio de conmutación de conducción a corte (ver figura 6.37b) se debe a la dependencia de la capacidad asociada al diodo C_D , con la tensión aplicada a sus terminales V_D . Esta dependencia provoca que C_D tome valores relativamente elevados cuando V_D es positiva y pequeños cuando V_D es negativa. Para estimar los valores que toma C_D , se va a suponer que en el intervalo $0 - t_s$ toma un valor constante C_{D1} y durante t_r otro valor constante C_{D2} . Se pide: a) Estimar los valores de C_{D1} y C_{D2} . b) Representar gráficamente $C_s(V_D)$ y $C_j(V_D)$ suponiendo $t_s = 5 \text{ ns}$, $C_{j0} = 2 \text{ pF}$ y $I_s = 10^{-14} \text{ A}$. Suponer $V_D(0) = 0.7 \text{ V}$ y $V_j = 1 \text{ V}$. c) Comparar los resultados del apartado a) con los del apartado b). ¿Cuál debe ser el valor de $V_D(t_s)$?
- P6.30** Un diodo de silicio puede trabajar a una potencia máxima de 2 W en ambientes cuya temperatura sea de 20°C , pero en tales condiciones la parte exterior del diodo se calienta hasta 100°C .

Deseamos aumentar la potencia máxima del diodo hasta 3 W y hacer que la temperatura de la parte externa no exceda de 40 °C. Para ello se utiliza el radiador adecuado. a) Calcular la resistencia térmica del diodo desde la unión al ambiente. b) Calcular la resistencia térmica del radiador a emplear.

- P6.31** Un diodo semiconductor asociado a un radiador cuya resistencia térmica es de 2 °C/W debe trabajar a 50 °C de temperatura ambiente. Sus características de disipación son: Potencia total: 40 W. Resistencia térmica unión–fondo de cápsula: 1 °C/W. Resistencia térmica fondo de cápsula–radiador: 0,5 °C/W. Calcular: a) Temperatura de la unión (T_j). b) Temperatura del fondo de cápsula (T_{fc}). c) Temperatura del radiador (T_r). d) Superficie del radiador suponiéndolo plano y horizontal y siendo su coeficiente de expansión térmica de 2 mW/cm² °C. Nota: La superficie del radiador se calcula con la expresión:

$$S = \frac{1}{\sigma R_{ra}}$$

donde R_{ra} es la resistencia térmica entre el radiador y el ambiente y σ es el coeficiente de expansión térmica.

- P6.32** Suponiendo que V_i sea una tensión sinusoidal de amplitud A, indicar cuál será aproximadamente el valor de V_o en el circuito de la figura P6.32.

Capítulo 7

El transistor bipolar

El transistor bipolar de uniones, conocido también por BJT (siglas de su denominación inglesa *Bipolar Junction Transistor*), es un dispositivo de tres terminales denominados emisor, base y colector. La propiedad más destacada de este dispositivo es que aproxima una fuente dependiente de corriente: dentro de ciertos márgenes, la corriente en el terminal de colector es controlada por la corriente en el terminal de base. La mayoría de funciones electrónicas se realizan con circuitos que emplean transistores, sean bipolares o de efecto de campo, los cuales se estudiarán en el próximo capítulo. Ambos transistores son, por tanto, los dispositivos básicos de la electrónica moderna. En este capítulo se presentará el comportamiento del transistor bipolar en continua y en régimen dinámico, así como su utilización como interruptor y como amplificador de señales de pequeña amplitud.

205

7.1 El transistor bipolar. Conceptos básicos

La estructura física de un transistor bipolar consta de dos uniones PN dispuestas una a continuación de la otra. Entre los terminales de emisor y base hay una unión PN, denominada unión emisora, y entre los de base y colector otra unión PN, llamada unión colectora.

Hay dos tipos de transistores bipolares: el NPN y el PNP. Estos nombres proceden de la descripción de su estructura física. En el transistor NPN el emisor es un semiconductor tipo N, la base es tipo P y el colector es tipo N. La estructura física del transistor PNP es dual a la anterior cambiando las regiones P por regiones N, y las N por P. En la figura 7.1 se representan estos tipos de transistores

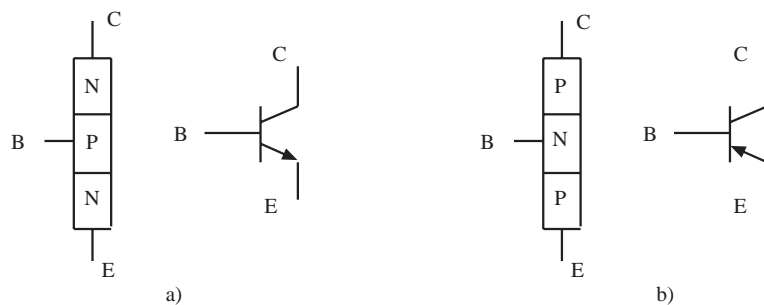


Fig. 7.1 Tipos y símbolos de transistores bipolares. a) Transistor NPN. b) Transistor PNP

y sus símbolos respectivos. Obsérvese que en los símbolos de los transistores el terminal de emisor se distingue del de colector por incluir una flecha. Esta flecha va siempre en el sentido de P a N. Por esto es saliente en el NPN y entrante en el PNP. Aunque en esta figura, por simplicidad, se representa una estructura simétrica, la estructura real no lo es: los terminales de emisor y de colector no son intercambiables.

En una primera aproximación el transistor bipolar puede modelarse por el circuito representado en la figura 7.2. La corriente de colector viene fijada por una fuente dependiente de corriente, cuyo valor es controlado por la corriente de base. Este modelo sólo se aproxima al transistor real cuando el sentido de la corriente de base es el indicado en la figura y la tensión entre los terminales de colector y de emisor es positiva para el NPN y negativa para el PNP. Nótese que la corriente de emisor es saliente para el NPN y entrante para el PNP, tal como sugieren sus símbolos. En ambos transistores, las corrientes de base y colector se suman para formar la corriente de emisor (las dos son entrantes para el NPN y salientes para el PNP). Este modelo sumamente simplificado podría denominarse, por simetría con el diodo, "transistor idealizado".

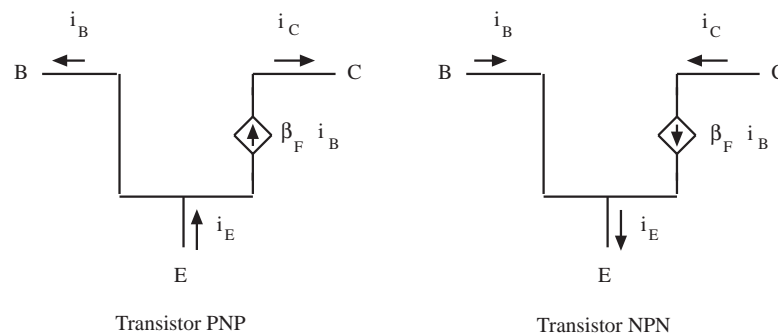


Fig. 7.2 Comportamiento idealizado del transistor bipolar

Ejemplo 7.1

Calcular las corrientes de emisor, base y colector en el circuito de la figura 7.3, suponiendo que el transistor se comporta según el modelo idealizado de la figura 7.2. Tomar $V_{BB} = V_{CC} = 10 \text{ V}$; $R_B = 100 \text{ k}\Omega$; $R_C = 500 \Omega$; $\beta_F = 100$.

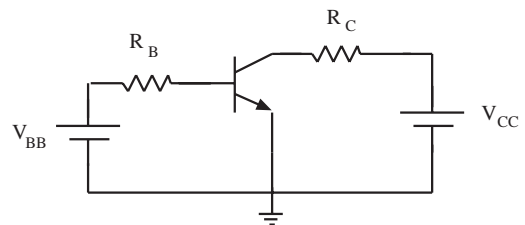


Fig. 7.3 Circuito del ejemplo 7.1

El circuito contiene un transistor NPN. La corriente de base es entrante y su valor es:

$$i_B = \frac{V_{BB}}{R_B} = 0,1 \text{ mA}$$

La corriente de colector también es entrante y su valor es:

$$i_C = \beta_F i_B = 10 \text{ mA}$$

El modelo idealizado es válido ya que la corriente de base es entrante y V_{CE} es positiva:

$$V_{CE} = V_{CC} - i_C R_C = 10 - 5 = 5 \text{ V}$$

Ejercicio 7.1

Si V_{CE} vale 2,5 V en el circuito de la figura 7.3, ¿cuál será el valor de β_F si las fuentes y resistencias tienen el mismo valor que en el ejemplo 7.1?

Solución: $\beta_F = 150$



Un modelo del transistor bipolar más aproximado a la realidad es el representado en la figura 7.4. La justificación física de este modelo se lleva a cabo en el capítulo 10. Como puede observarse, este modelo, para el transistor NPN, contiene un diodo entre base y emisor por el que circula una corriente I_{be} , otro diodo entre base y colector por el que circula una corriente I_{bc} , una fuente dependiente de valor $(\beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc})$ y dos condensadores C_e y C_c . Las constantes β_F y β_R son específicas de cada transistor y se denominan ganancia de corriente en emisor común, en funcionamiento directo e inverso respectivamente. Nótese que los sentidos de los diodos y de las corrientes en el transistor PNP son contrarios a los del transistor NPN. Las expresiones de las corrientes I_{be} e I_{bc} vienen dadas por:

Transistor NPN	$I_{be} = I_{se} (e^{v_{BE}/V_T} - 1)$ $I_{bc} = I_{sc} (e^{v_{BC}/V_T} - 1)$	(7.1)
Transistor PNP	$I_{eb} = I_{se} (e^{v_{EB}/V_T} - 1)$ $I_{cb} = I_{sc} (e^{v_{CB}/V_T} - 1)$	

Nótese que las tensiones de polarización de estos diodos tienen signos contrarios para el transistor NPN y el PNP. En estas ecuaciones V_T es la tensión térmica ($V_T = KT/q$), I_{se} e I_{sc} son las corrientes inversas de saturación de los diodos del modelo de la figura 7.4. Entre estas corrientes se cumple la siguiente relación:

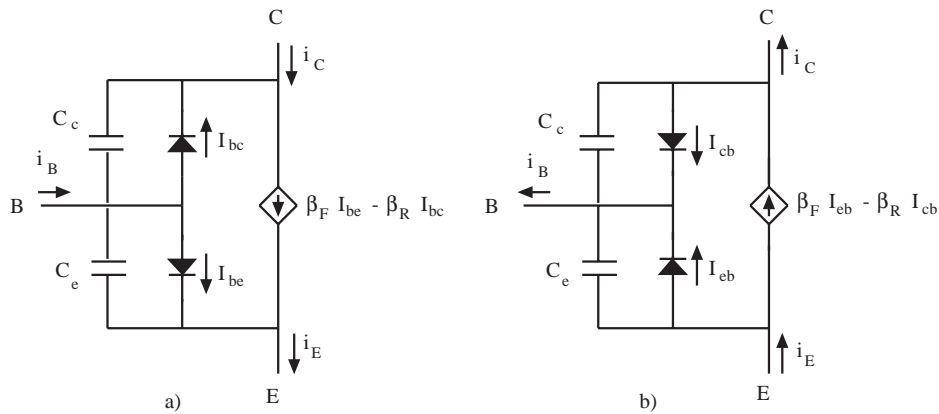


Fig. 7.4 Modelos de los transistores: a) NPN. b) PNP

$$I_{se}\beta_F = I_{sc}\beta_R = I_s \quad (7.2)$$

Los condensadores C_e y C_c son las capacidades asociadas a los diodos de emisor y colector respectivamente y tienen el mismo comportamiento que la capacidad C_D descrita en el capítulo anterior para el diodo. Los parámetros que determinan C_e y C_c , así como el parámetro I_s , son específicos de cada transistor. Valores típicos de algunos de estos parámetros son: $\beta_F = 100$, $\beta_R = 1$, $I_s = 10^{-16}$ A. Obsérvese que al ser β_F mucho mayor que β_R el transistor no se comporta de forma simétrica.

Ejemplo 7.2

Calcular las corrientes I_E , I_C e I_B de un transistor NPN polarizado con $V_{BE} = 0,7$ V y $V_{BC} = -5$ V. Considerar que $I_s = 10^{-16}$ A, $\beta_F = 100$ y $\beta_R = 1$, e ignorar el efecto de C_e y C_c . Tomar $V_T = 25$ mV.

Aplicando las ecuaciones 7.1, se encuentra: $I_{be} = 1,44 \mu\text{A}$; $I_{bc} = -10^{-16}$ A.

Por tanto:

$$i_C = \beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc} - I_{bc} \cong \beta_F I_{be} = 144 \mu\text{A}$$

$$i_E = \beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc} + I_{be} \cong (\beta_F + 1) I_{be} = 145,4 \mu\text{A}$$

$$i_B = I_{be} + I_{bc} \cong 1,44 \mu\text{A}$$

Ejercicio 7.2

208

Calcular I_s y β_F de un transistor que tiene una corriente de colector de 2 mA y una corriente de base de 10 μA cuando se polariza con $V_{BE} = 0,7$ V y $V_{CB} = 2$ V.

Solución: $I_s = 1,4 \cdot 10^{-15}$ A; $\beta_F = 200$.



Según las polarizaciones de los diodos de emisor y colector se dice que el transistor bipolar trabaja en determinados *modos o regiones de funcionamiento*, los cuales se indican en la tabla 7.1.

		Unión emisora	
		Directa	Inversa
Unión colectora	Directa	Saturación	Inversa
	Inversa	Activa	Corte

Tabla 7.1 Regiones de funcionamiento del transistor bipolar

Para el transistor NPN las uniones emisora y colectora están polarizadas en directa cuando V_{BE} y V_{BC} son positivas. Para el transistor PNP las dos uniones estarán en directa si las tensiones anteriores son negativas (es decir, si las tensiones V_{EB} y V_{CB} son positivas).

Con frecuencia, cuando el transistor bipolar aparece en un circuito electrónico, se dan unas conexiones típicas que se denominan *base común*, *emisor común* y *colector común*. En la configuración base común el terminal de base es común a la "entrada" y a la "salida", tal como se indica en la figura 7.5. En la configuración emisor común, el terminal común es el emisor, y en colector común lo es el colector.

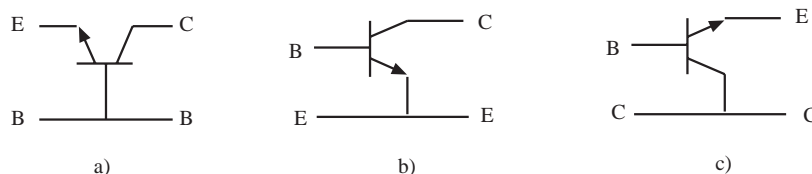


Fig 7.5 Configuraciones básicas: a) Base común. b) Emisor común. c) Colector común

A no ser que se indique lo contrario, se considerará en adelante, por defecto, un transistor NPN.

7.2 El transistor bipolar en continua y baja frecuencia

209

Cuando el transistor trabaja con valores constantes de tensiones y corrientes o éstas varían muy lentamente, los condensadores C_e y C_c pueden despreciarse, tal como se hacía en el diodo, ya que por ellos o no circula corriente o ésta es muy pequeña. En este caso, el modelo del transistor bipolar se reduce a dos diodos y una fuente dependiente.

Se iniciará este apartado describiendo las relaciones entre las tensiones y corrientes en un transistor bipolar trabajando en continua o baja frecuencia a través de las curvas características en emisor común. Después se presentará la metodología de análisis de circuitos con transistores a los que se aplican solamente fuentes de tensión o de corriente constantes.

7.2.1 Curvas características del transistor bipolar en emisor común

Considérese un transistor NPN en configuración de emisor común tal como se indica en la figura 7.6. Se suele considerar que la entrada del transistor está formada por los terminales de base y emisor y su salida por los de colector y emisor. La relación que existe entre la corriente y la tensión de entrada (i_B, V_{BE}) suele darse en forma gráfica mediante las denominadas *curvas características de entrada*, y la relación entre la corriente y tensión de salida (i_C, V_{CE}) mediante las *curvas características de salida*. Como la entrada y salida del transistor son interdependientes, se acostumbra a representar las curvas de entrada para determinados valores de la tensión de salida V_{CE} , y las curvas de salida para distintos valores de la corriente de entrada i_B .

En la figura 7.6b se ha sustituido el transistor por su circuito equivalente. Se va a analizar a continuación el comportamiento de este circuito en las distintas regiones de funcionamiento.

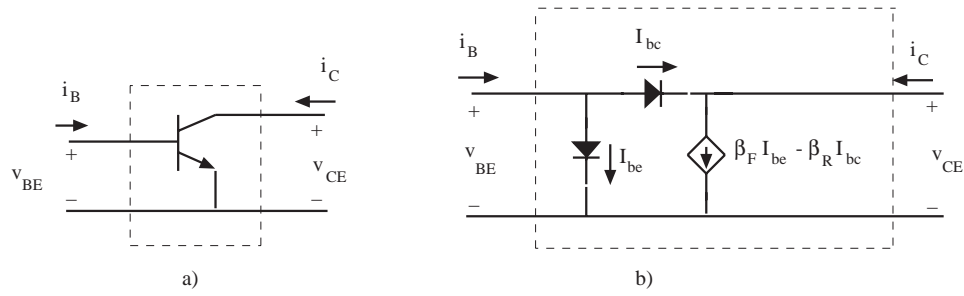


Fig. 7.6 a) Corrientes y tensiones en emisor común. b) Modelo en emisor común

a) Región activa

En este modo de funcionamiento ($v_{BE} > 0$; $v_{BC} < 0$) el diodo de emisor está polarizado en directa y el de colector en inversa. La corriente I_{bc} será prácticamente nula, por lo que el diodo de colector puede aproximarse por un circuito abierto y, tal como muestra el circuito de la figura 7.7a, podrá escribirse:

$$\begin{aligned} i_B &\cong I_{be} = I_{se} (e^{v_{BE}/V_T} - 1) \\ i_C &\cong \beta_F I_{be} = \beta_F i_B \end{aligned} \quad (7.3)$$

210

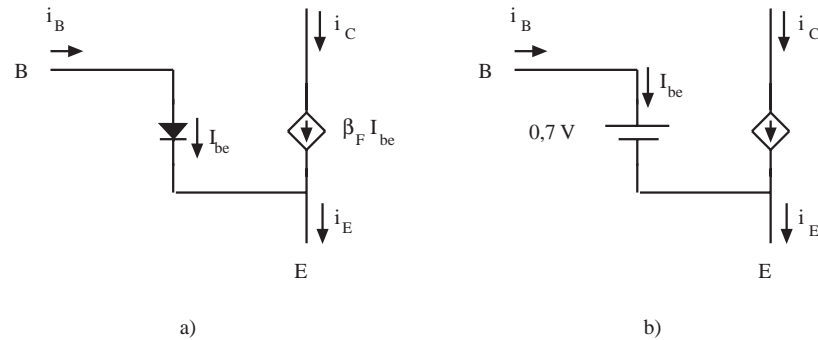


Fig. 7.7 a) Circuito equivalente del transistor en modo activo. b) Circuito aproximado

Obsérvese que la característica de entrada es la curva del diodo de emisor, y es independiente de v_{CE} . La característica de salida viene dada por rectas horizontales (fijado un valor de i_B , la corriente de colector es independiente de la tensión de salida). La corriente de colector es constante y vale β_F veces la de base. El parámetro β_F tiene, pues, el significado físico de "ganancia" de corriente del transistor bipolar en la configuración de emisor común.

Estas curvas características se representan en la figura 7.8. La dependencia que se ha descrito pone de manifiesto que el transistor es un dispositivo unidireccional: la entrada determina a la salida pero no al revés.

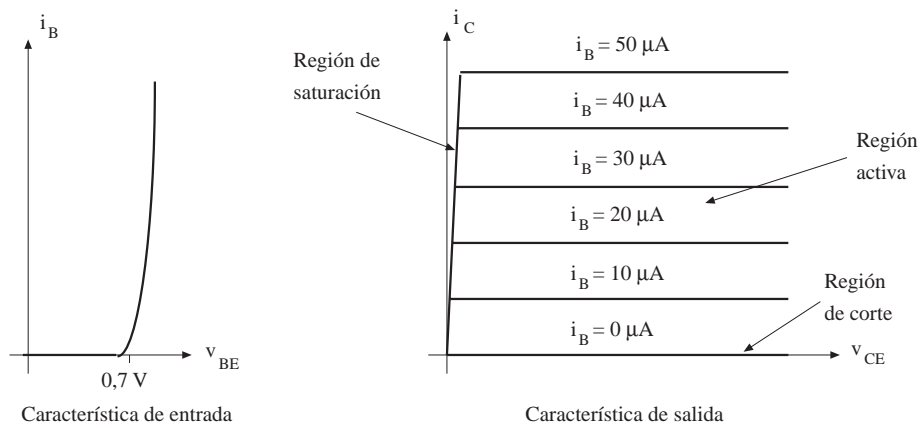


Fig. 7.8 Curvas características del transistor bipolar según el modelo de la figura 7.6b

Ejemplo 7.3

La curva característica de la figura 7.9 corresponde a una corriente de base constante de 15 μA . ¿Cuál es el valor aproximado de β_F ?

En la región activa $i_C = \beta_F i_B$. Por tanto, tomando un punto cualquiera del tramo horizontal de la curva, resulta:

$$\beta_F \cong \frac{2,25 \text{ mA}}{15 \mu\text{A}} = 150$$

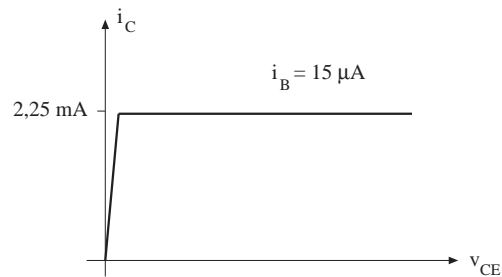


Fig. 7.9 Curva característica del ejemplo 7.2

Ejercicio 7.3

El transistor de la figura trabaja en la región activa. Hallar la tensión de salida v_o .

Solución:

A partir de 7.3:

$$v_o = -v_{BE} \cong -V_T \ln \frac{i_B}{I_{se}} = -V_T \ln \frac{\beta_F i_B}{\beta_F I_{se}} =$$

$$-V_T \cdot \ln \frac{i_C}{I_s} = -V_T \cdot \ln \frac{v_i}{I_s R_1} \quad (\text{para } -v_o \gg V_T)$$

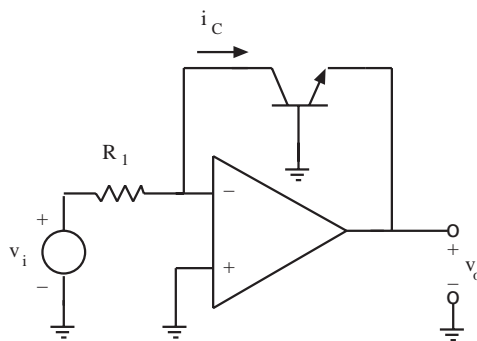


Fig. 7.10 Circuito del ejercicio 7.2

En la región activa, el valor de la corriente de emisor es:

$$i_E = i_C + i_B = (\beta_F + 1)i_B$$

$$i_E = \left[\frac{\beta_F + 1}{\beta_F} \right] i_C = \frac{1}{\alpha_F} i_C \quad (7.4)$$

El parámetro α_F tiene el significado físico de "ganancia de corriente" en la configuración base común. Este parámetro tiene un valor muy próximo a la unidad (normalmente mayor o igual a 0,99). Por ello se suele considerar que la corriente de emisor es aproximadamente igual a la de colector.

Ejemplo 7.4

Calcular α_F si β_F vale 100.

El valor de α_F será:

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} = \frac{100}{101} = 0,99$$

Ejercicio 7.4

Suponiendo que α_F vale 0,98 ¿cómo repercute en β_F un aumento del 1% en α_F ?

Solución: El aumento de β_F es del 100%

212



b) Región de corte

Cuando el transistor bipolar opera en modo de corte, las corrientes I_{be} e I_{bc} son aproximadamente nulas. Por tanto, también lo será la corriente de colector. En las curvas características de salida, la región de corte viene dada por el semieje positivo de abscisas, puesto que la corriente de colector debe ser nula, y la unión colector polarizada inversamente. En la figura 7.11a se representa el modelo aproximado del transistor bipolar en corte.

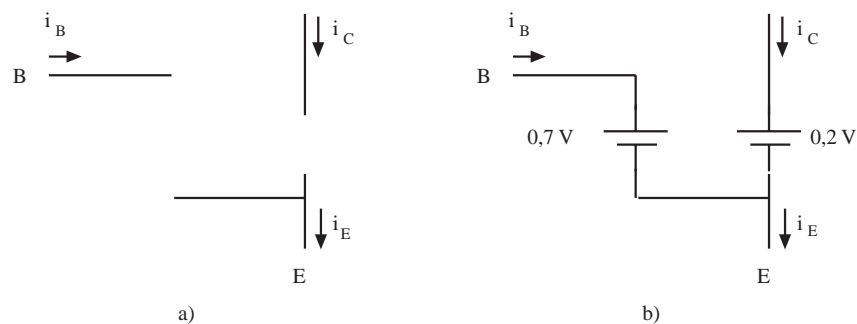


Fig. 7.11 a) Modelo aproximado del transistor en corte. b) Modelo aproximado del transistor en saturación

c) Región de saturación

Cuando el transistor bipolar opera en modo de saturación, las tensiones v_{BE} y v_{BC} son ambas positivas. El modelo del transistor, entonces, no puede simplificarse ya que los dos diodos conducen. Este modelo establece que la corriente de colector viene dada por:

$$i_C = \beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc} - I_{bc} = I_s (e^{v_{BE}/V_T} - 1) - \frac{I_s}{\alpha_R} (e^{v_{BC}/V_T} - 1) \quad (7.5)$$

En la última expresión se ha hecho uso de las ecuaciones 7.1 y 7.2 y de la definición del parámetro α . Mientras el transistor opera en la región activa, la corriente de colector vale $\beta_F i_B$, es decir, el primer término de la última igualdad. Cuando v_{BC} se incrementa a partir de cero, el segundo término de la ecuación 7.5 adquiere importancia y, al restar, hace que la corriente de colector primero disminuya y luego cambie de signo.

Nótese que si α_R fuera la unidad, la ecuación anterior indicaría que la corriente de colector sería nula para v_{BC} igual a v_{BE} , es decir, para una tensión v_{CE} nula. Como α_R es menor que la unidad, v_{CE} será algo mayor que cero cuando i_C sea igual a cero. Como la curva característica se traza para un valor fijo de i_B , la tensión v_{BE} es constante. Por esto, la disminución de i_C tendrá una dependencia exponencial respecto a v_{CE} ($v_{CE} = v_{CB} + v_{BE}$). En consecuencia, la curva característica en saturación se puede aproximar por una curva "casi" vertical, tal como se indica en la figura 7.8. Se acostumbra a considerar que cuando el transistor se satura v_{CE} vale unos 0,2 V. En la figura 7.11b se representa el modelo aproximado del transistor en saturación.

Ejemplo 7.5

Calcular v_{CE} en función de i_C/i_B en la región de saturación. ¿Cuánto vale v_{CEsat} si se supone que el transistor se satura cuando $i_C = 0,9 \beta_F i_B$?

La corriente i_C está dada por la ecuación 7.5. La corriente de base es $i_B = I_{be} + I_{bc}$. Luego, despreciando la unidad frente a las exponenciales y operando obtenemos:

$$\frac{i_C}{i_B} = \beta_F \frac{e^{v_{CE}/V_T} - 1 / \alpha_R}{e^{v_{CE}/V_T} + \beta_F / \beta_R}$$

De esta expresión puede despejarse v_{CE} :

$$v_{CE} = V_T \ln \left[\frac{1 / \alpha_R + (i_C / i_B) / \beta_R}{1 - (i_C / i_B) / \beta_F} \right]$$

Si $i_C = 0,9 \beta_F i_B$ (inicio de saturación), resultará:

$$v_{CEsat} = V_T \ln \left[\frac{1 + \beta_R + 0,9 \beta_F}{0,1 \beta_R} \right] \cong V_T \ln \left[\frac{9 \beta_F}{\beta_R} \right]$$

Si $\beta_F = 100$ y $\beta_R = 1$ resulta $v_{CEsat} = 112 \text{ mV}$.

Ejercicio 7.5

A partir del ejemplo 7.5, calcular el valor de v_{CE} cuando la curva característica de saturación corta al eje de abscisas.

Solución: $v_{CE} = V_T \ln(1/\alpha_R)$, Si $\beta_R = 1$, $v_{CE} = 17 \text{ mV}$.



Obsérvese que en la región de saturación i_C es menor que $\beta_F i_B$. La igualdad entre estas dos cantidades se da sólo en la región activa.

d) Región inversa

En la región inversa el diodo de emisor está en corte y el de colector conduce. Por tanto, el transistor se comporta como en modo activo, pero intercambiando los terminales de emisor y colector, y sustituyendo β_F por β_R . Al ser β_R muy inferior a β_F no suele resultar interesante trabajar en esta región.

Las curvas características representadas en la figura 7.8 se dedujeron a partir del modelo de la figura 7.4 del transistor bipolar. Cuando estas curvas *se miden* en un transistor real (figura 7.12) suelen aparecer algunas diferencias que, si bien no son muy importantes, indican que el modelo de transistor de la figura 7.4 no representa el comportamiento exacto del dispositivo real.

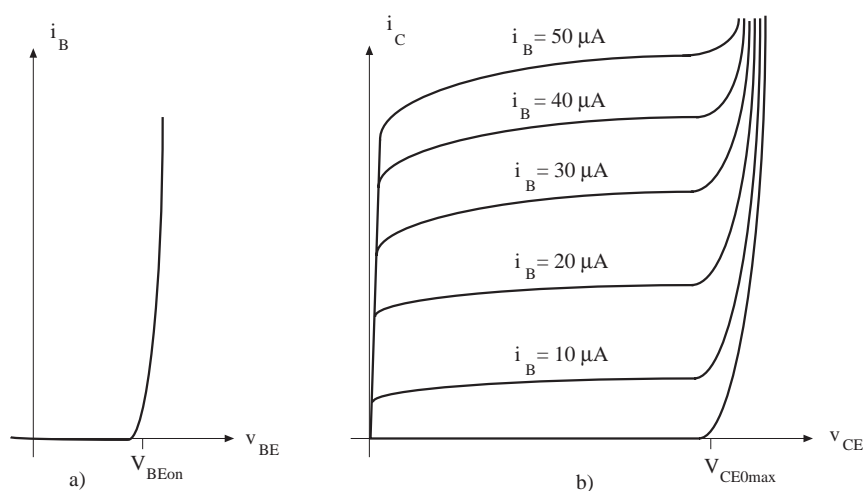


Fig. 7.12 Curvas características típicas de un transistor bipolar

Una diferencia entre ambas curvas es que para tensiones v_{CE} elevadas, las corrientes del transistor aumentan abruptamente. Esto es debido a que el diodo de colector entra en su región de ruptura. Otra desviación entre las curvas experimentales y el modelo descrito está en el ligero aumento de i_C con v_{CE} en la región activa. Este fenómeno se denomina *efecto Early* e implica un aumento del parámetro β_F con la tensión v_{CE} (en la región activa β_F viene dado por i_C/i_B). Para modelar este efecto se suelen aproximar las curvas de salida en la región activa por segmentos de rectas cuya prolongación corta al eje de abscisas en un punto $v_{CE} = -V_A$, según se indica en la figura 7.13a. La tensión V_A se denomina tensión Early.

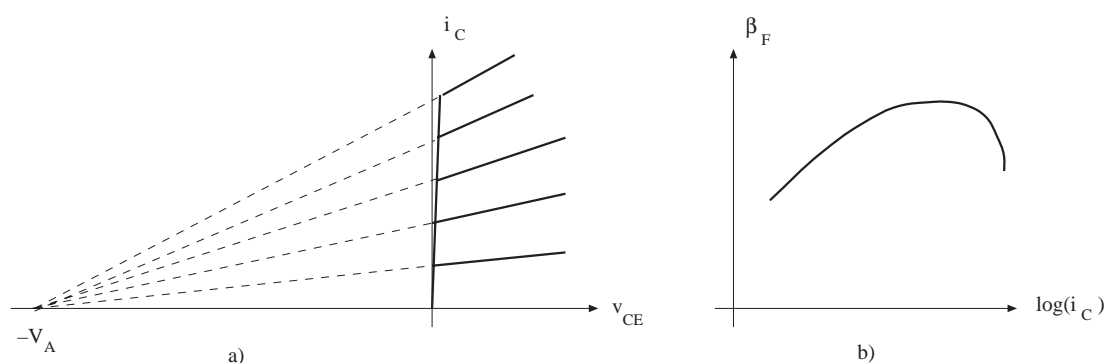


Fig. 7.13 a) Modelización del efecto Early. b) Variación de β_F con I_C

Por tanto, suponiendo un valor constante de i_B , tenemos:

$$i_C(v_{CE}) = i_C(0) \left(1 + \frac{v_{CE}}{V_A}\right) \quad (7.6)$$

Ejemplo 7.6

¿Cuál es el incremento relativo de β_F cuando v_{CE} pasa de 5 V a 15 V si la tensión Early es de 100 V?

Aplicando 7.6, obtenemos:

$$\beta_F(15) = \frac{i_C(15)}{i_B} = \frac{i_C(0)}{i_B} \left(1 + \frac{15}{100}\right); \quad \beta_F(5) = \frac{i_C(5)}{i_B} = \frac{i_C(0)}{i_B} \left(1 + \frac{5}{100}\right)$$

$$\frac{\beta_F(15)}{\beta_F(5)} = \frac{1,15}{1,05} = 1,095$$

Así pues, $\beta_F(15)$ es un 9,5% mayor que $\beta_F(5)$.

Ejercicio 7.6

La curva característica de un transistor correspondiente a una i_B de 10 μA pasa por $i_C = 2,125$ mA cuando $v_{CE} = 5$ V y por $i_C = 2,625$ mA cuando $v_{CE} = 25$ V. Calcular V_A .

Solución: $V_A = 80$ V.



El parámetro β_F también varía con la corriente de colector de la forma indicada en la figura 7.13b. Nótese que dicha curva presenta un máximo. Esto significa que las curvas características para incrementos iguales de i_B no están igualmente separadas.

En los análisis de circuitos con transistores mediante "lápiz y papel" no se suele considerar estas variaciones del parámetro β_F . Se hace la aproximación de que β_F toma un valor constante. Esto signi-

fica suponer que en la región activa las curvas de salida son rectas horizontales uniformemente espaciadas. También se aproxima la región de saturación por una recta vertical de valor $V_{CE} = 0,2 \text{ V}$, y la característica de entrada por otra recta vertical de valor $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$.

7.2.2 Análisis de circuitos con transistores bipolares en continua

Al igual que en el resto de los circuitos vistos hasta este momento, el objetivo del análisis es conocer las tensiones en los nudos del circuito y las corrientes que circulan por sus elementos. En particular, como un transistor bipolar tiene tres terminales, hay que calcular tres corrientes, i_E , i_B , i_C y tres tensiones, v_{BE} , v_{CE} , v_{CB} . Sin embargo, el número de variables a calcular se reduce a cuatro ya que, según las leyes de Kirchhoff, se cumple:

$$\begin{aligned} i_E &= i_B + i_C \\ v_{CB} &= v_{CE} - v_{BE} \end{aligned} \quad (7.7)$$

El cálculo de estas cuatro incógnitas requiere cuatro ecuaciones. Dos pueden obtenerse a partir de las mallas de entrada y de salida (véase la figura 7.14), y las otras dos provienen de las ecuaciones propias del transistor bipolar.

En los análisis que se realizarán en este texto se usará el siguiente convenio de sentidos para las corrientes:

216

- Para la corriente de emisor se tomará como positivo el sentido que indica la flecha del terminal de emisor: saliente para el transistor NPN, y entrante para el PNP.
- Para las corrientes de base y colector se supondrán los sentidos implícitos en la primera de las ecuaciones 7.7: para el transistor NPN las corrientes de base y de colector deben ser entrantes al transistor para dar la corriente de emisor que es saliente. Para el transistor PNP los sentidos de estas dos corrientes son salientes ya que la corriente de emisor es entrante. Obsérvese que en el transistor PNP los sentidos de todas las corrientes son los contrarios a los establecidos para el NPN.

En los análisis realizados a "mano" se supondrá que β_F es constante y que el transistor puede aproximarse de la forma indicada en las figuras 7.7b y 7.11, y que se resumen en la tabla 7.2.

REGIÓN	APROXIMACIONES	CONDICIONES
Activa	$i_C = \beta_F i_B$ $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$	$V_{CE} > 0,2 \text{ V}$
Corte	$i_C = 0$ $i_B = 0$	$V_{BE} < 0,7 \text{ V}$ $V_{BC} < 0,7 \text{ V}$
Saturación	$V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ $V_{CE} = 0,2 \text{ V}$	$i_C < \beta_F i_B$

Tabla 7.2 Aproximaciones para transistores NPN

Considérese el circuito de la figura 7.14, y supóngase que $V_i = 5\text{ V}$, $R_B = 10\text{ k}\Omega$, $R_C = 1\text{ k}\Omega$, $V_{CC} = 5\text{ V}$ y $\beta_F = 100$. Obsérvese que en uno de los terminales de R_C se indica $+V_{CC}$. Esto significa que este terminal se conecta al borne positivo de una batería de valor V_{CC} , cuyo terminal negativo está conectado a masa (línea discontinua en la figura 7.14).

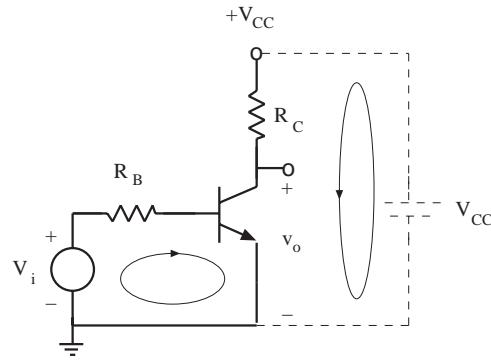


Fig. 7.14 Ejemplo de circuito con transistor bipolar

a) Análisis gráfico

Considérese la malla de base formada por V_i , R_B y los terminales de base y emisor del transistor. La ecuación de esta malla es:

$$V_i = i_B R_B + v_{BE} \quad (7.8)$$

Esta ecuación corresponde a una recta que puede representarse en los ejes cartesianos i_B - v_{BE} . Dicha recta corta al eje de abscisas en $v_{BE} = V_i = 5\text{ V}$, y al eje de ordenadas en $i_B = V_i/R_B = 0,5\text{ mA}$. El punto de intersección de la recta con la curva característica se denomina punto de trabajo, se representa por la letra Q y proporciona I_{BQ} y V_{BEQ} .

Considérese ahora la malla de "colector" formada por V_{CC} , R_C y los terminales colector y base del transistor bipolar. La ecuación de esta malla es:

$$V_{CC} = i_C R_C + v_{CE} \quad (7.9)$$

Esta ecuación puede representarse en los mismos ejes que la característica de salida del transistor bipolar. Corta al eje de abscisas en $v_{CE} = V_{CC} = 5\text{ V}$, y al eje de ordenadas en $i_C = V_{CC}/R_C = 5\text{ mA}$. El punto de trabajo de colector, (I_{CQ}, V_{CEQ}) , vendrá dado por la intersección de esta recta de carga con la curva del transistor correspondiente al valor de I_{BQ} , que ha sido hallado en la característica de entrada. En la figura 7.15 se indica este punto Q en la región de saturación del transistor, puesto que se supone un valor elevado de I_{BQ} . Por tanto I_{CQ} es un valor próximo a 5 mA y V_{CEQ} es aproximadamente $0,2\text{ V}$.

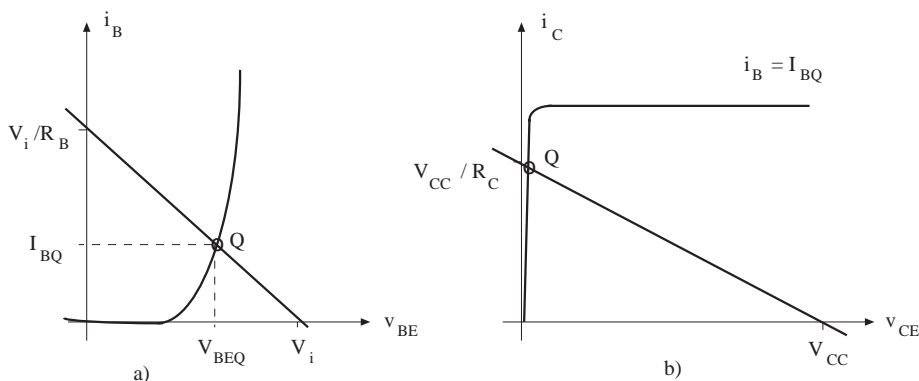


Fig. 7.15 Análisis gráfico del circuito de la figura 7.9

b) Análisis numérico

El análisis numérico parte de suponer que V_{BEQ} es aproximadamente igual a 0,7 V. Esta aproximación es válida si circula corriente por el terminal de base y el transistor no está en inversa.

Haciendo esta aproximación, la ecuación 7.8 proporciona I_{BQ} :

$$I_{BQ} = \frac{V_i - V_{BEQ}}{R_B} \cong \frac{5 - 0,7}{10 \cdot 10^3} = 0,43 \text{ mA}$$

El valor positivo de esta corriente indica que el transistor no está en corte. El punto de trabajo de colector puede hallarse a partir de 7.9 si se supone que el transistor está en la región de saturación. Si esto fuera cierto V_{CE} sería aproximadamente 0,2 V, y entonces:

$$I_{CQ} = \frac{V_{CC} - V_{CEsat}}{R_C} \cong \frac{5 - 0,2}{10^3} = 4,8 \text{ mA}$$

Nótese que esta corriente es muy inferior a la que habría si el transistor trabajase en la región activa:

$$I_{CQ}|_{activa} = \beta_F I_{BQ} = 43 \text{ mA}$$

lo que confirma la hipótesis de que el transistor está en saturación.

218

A continuación se analizará el mismo circuito pero con $V_i = 0$ V.

La ecuación 7.8, relativa a la malla de base, continúa siendo válida. Esta ecuación pone de manifiesto que la pendiente de esta recta de carga, $-1/R_B$, es fija, por lo que al variar V_i la recta se desplaza paralelamente a sí misma. Con $V_i = 0$ V la recta pasará por el origen de coordenadas, por lo que i_B y v_{BE} serán ambas nulas.

La recta de carga de colector (ecuación 7.9) sigue siendo la misma. El punto de trabajo del transistor será la intersección de la recta de carga con la curva característica para I_{BQ} . Como I_{BQ} es igual a cero, el punto de trabajo estará en la intersección de la recta de carga con el eje de abscisas, es decir, $I_{CQ} = 0$ y $V_{CEQ} = V_{CC} = 5$ V. Para este valor de V_i el transistor opera en modo de corte.

Por último, supóngase que en el circuito de la figura 7.14, $R_B = 200 \text{ k}\Omega$ y $V_i = 5$ V

Si se repite el análisis anterior, se obtiene para este valor:

$$I_{BQ} = \frac{5 - 0,7}{200 \cdot 10^3} = 21,5 \text{ }\mu\text{A}$$

$$I_{CQ} = \frac{5 - 0,2}{10^3} = 4,8 \text{ mA}$$

Pero ahora I_{CQ} es mayor que $\beta_F I_{BQ} = 2,15 \text{ mA}$ (recuérdese que β_F es 100). Por tanto este resultado no es consistente con las hipótesis realizadas: si el transistor operase en saturación I_{CQ} debería ser inferior a $\beta_F I_{BQ}$.

Como una de las hipótesis realizadas ha resultado no ser válida hay que repetir el cálculo cambiando dicha hipótesis. En consecuencia, supóngase ahora que el transistor trabaja en la región activa. En esta región se cumple que:

$$i_C = \beta_F i_B \quad (7.10)$$

De ahí que:

$$I_{CQ} = \beta_F I_{BQ} = 100 \cdot 21,5 \mu A = 2,15 \text{ mA}$$

y, una vez conocido I_{CQ} , se halla V_{CEQ} mediante la ecuación 7.9:

$$V_{CEQ} = V_{CC} - I_{CQ} R_C = 5 - 2,15 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 = 2,85 \text{ V}$$

Estos resultados son consistentes con la hipótesis realizada. En efecto, la tensión en la base es aproximadamente 0,7 V. La tensión en el colector es 2,85 V. Por tanto, V_{CB} es 2,15 V, que al ser positiva, polariza inversamente la unión colector. Por tanto, el transistor opera en la región activa.

El análisis gráfico proporciona una información clara y visual de la operación del transistor, pero es un análisis engorroso y poco práctico. El análisis numérico es rápido pero deben hacerse hipótesis previas sobre el modo de funcionamiento del transistor y verificar posteriormente si los resultados obtenidos son consistentes con las hipótesis realizadas.

El método más utilizado para analizar circuitos con transistores es el numérico. Normalmente se supone la hipótesis inicial de que el transistor opera en modo activo. Si una vez hallado el punto de trabajo se comprueba que la hipótesis no es consistente con los resultados, se repite el cálculo suponiendo que trabaja en la región de saturación o en la región de corte.

219

Ejemplo 7.7

Hallar el punto de trabajo del circuito de la figura 7.16. Considerar que $V_{CC} = 15 \text{ V}$; $R_C = 1 \text{ k}\Omega$; $R_B = 400 \text{ k}\Omega$; $\beta_F = 200$ y que $V_{BEQ} = 0,7 \text{ V}$.

Nótese que la corriente que circula por la resistencia R_C es la suma de la corriente de colector y la de base. La ecuación de la malla de base será:

$$V_{CC} = (i_C + i_B) R_C + i_B R_B + V_{BE}$$

Si se supone el transistor en la región activa la corriente de polarización de base será:

$$I_{BQ} = \frac{V_{CC} - 0,7}{R_B + (\beta_F + 1) R_C} \cong 24 \mu A$$

y por tanto,

$$I_{CQ} = \beta_F I_{BQ} = 4,8 \text{ mA}$$

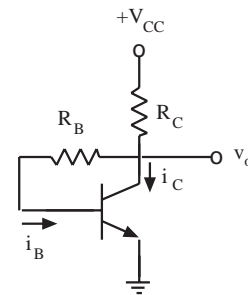


Fig. 7.16 Circuito del ejemplo 7.7

La ecuación de la malla de colector es:

$$V_{CC} = (i_C + i_B)R_C + v_{CE}$$

que permite calcular v_{CEQ} :

$$v_{CEQ} = V_{CC} - (I_{CQ} + I_{BQ})R_C = 10,2 \text{ V}$$

Estos resultados confirman que el transistor trabaja en su región activa ($V_{CE} > 0,2 \text{ V}$).

Ejercicio 7.7

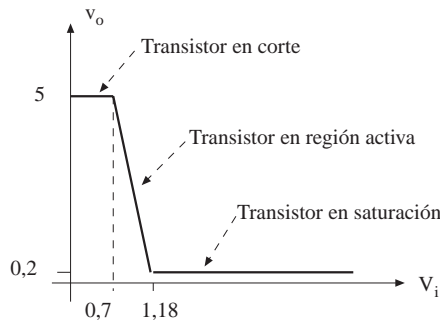


Fig. 7.17 Curva de transferencia del circuito de la figura 7.14

Representar gráficamente v_o en función de v_i para el circuito de la figura 7.14. Tomar $V_{CC} = 5 \text{ V}$; $R_C = 1 \text{ k}\Omega$; $R_B = 10 \text{ k}\Omega$; $V_{BEQ} = 0,7 \text{ V}$ y $\beta_F = 100$.

Solución:

En la región activa:

$$v_o = V_{CC} - \beta_F \frac{R_C}{R_B} (V_i - V_{BEQ}) = 12 - 10V_i$$

7.3 El transistor bipolar en régimen dinámico

Cuando las señales que se aplican al transistor varían con el tiempo, las capacidades C_e y C_c no pueden ignorarse, ya que por ellas circulan corrientes que pueden ser muy importantes. Los valores de los condensadores C_e y C_c (figura 7.4) dependen de las tensiones aplicadas entre los terminales del transistor, de forma similar a cómo lo hacía el condensador C_D del modelo del diodo. Las dependencias de estas capacidades con las tensiones aplicadas al transistor NPN son:

$$\begin{aligned} \text{Para la unión emisora} \quad C_e &= \frac{C_{je0}}{(1 - v_{BE} / V_{je})^{m_e}} + \tau_f \beta_F \frac{dI_{be}}{dv_{BE}} \\ \text{Para la unión colectora} \quad C_c &= \frac{C_{jco}}{(1 - v_{BC} / V_{jc})^{m_c}} + \tau_r \beta_R \frac{dI_{bc}}{dv_{BC}} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Obsérvese que estas expresiones son una extensión de las utilizadas para el diodo. El parámetro τ_f se denomina tiempo de tránsito en directa y τ_r tiempo de tránsito en inversa.

Existen dos aplicaciones usuales del transistor bipolar en las que los efectos de estas capacidades son importantes. Una corresponde a los circuitos "digitales" en los que las tensiones y corrientes que se aplican al transistor conmutan entre dos valores. En este caso, la capacidad de los condensadores toma valores que varían con las tensiones.

La otra aplicación corresponde al uso del transistor bipolar como amplificador. En este caso se aproximan las dos capacidades por condensadores fijos, y puede calcularse la respuesta del circuito, teniendo en cuenta estos condensadores, con relativa facilidad. En los próximos apartados de este capítulo se analizarán estas aplicaciones.

Ejemplo 7.8

Calcular las capacidades C_e y C_c de un transistor NPN cuyos parámetros sean: $I_s = 10^{-16}$ A; $\tau_f = 0,2$ ns; $\tau_r = 20$ ns; $C_{je0} = 0,30$ pF; $C_{jco} = 0,15$ pF. Tomar para ambas uniones $m = 0,5$ y $V_j = 1$ V. Suponer que las tensiones en el transistor son $V_{BE} = 0,8$ V y $V_{CE} = 0,2$ V.

Aplicando la primera de las expresiones 7.11, obtenemos:

$$C_e = \frac{0,30 \cdot 10^{-12}}{(1 - 0,8/1)^{0,5}} + 0,2 \cdot 10^{-9} \frac{10^{-16} e^{0,8/0,025}}{0,025} = 0,67 \text{ pF} + 63 \text{ pF} \cong 63,7 \text{ pF}$$

La tensión V_{BC} será $0,8 - 0,2 = 0,6$ V. Entonces:

$$C_c = \frac{0,15 \cdot 10^{-12}}{(1 - 0,6/1)^{0,5}} + 20 \cdot 10^{-9} \frac{10^{-16} e^{0,6/0,025}}{0,025} = 0,24 \text{ pF} + 2,12 \text{ pF} \cong 2,36 \text{ pF}$$

221

Ejercicio 7.8

Repetir el cálculo anterior cuando el transistor está en corte: $V_{BE} = 0$ V y $V_{BC} = -5$ V.

Solución: $C_e = 0,30$ pF; $C_c = 0,06$ pF.



Los resultados del ejemplo y del ejercicio 7.8 ponen de manifiesto el amplio margen de valores que toman las capacidades C_c y C_e según la región de funcionamiento en que se encuentre el transistor. Los efectos de esta amplia variación se comentarán más adelante al analizar los transitorios de conmutación.

7.4 El transistor bipolar como interruptor

La acción de un transistor cuando trabaja en modo de corte o en modo de saturación puede ser asimilada a la de un interruptor. En efecto, considérese el circuito de la figura 7.18. Cuando el transistor está en modo de corte equivale a un interruptor abierto; cuando está en modo de saturación la tensión de salida es casi cero y puede aproximarse por un interruptor cerrado. El estado del interruptor está controlado por la corriente i_B . Nótese que, para que el transistor equivalga a un interruptor cerrado, debe trabajar en la región de saturación, lo que implica que I_C debe ser inferior a $\beta_F I_B$.

Uno de los tipos de circuitos electrónicos de amplia utilización son los denominados circuitos digitales binarios. Las señales que se procesan en estos circuitos sólo toman dos valores. Un valor

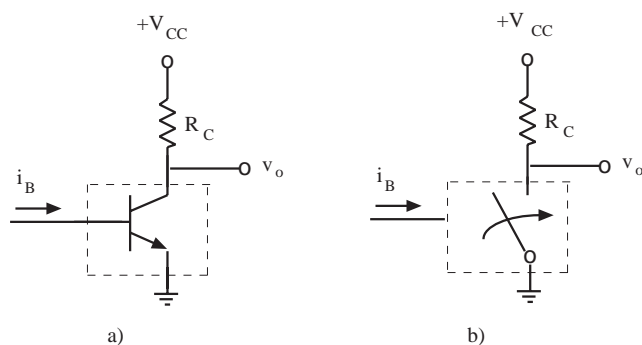


Fig. 7.18 El transistor bipolar como interruptor

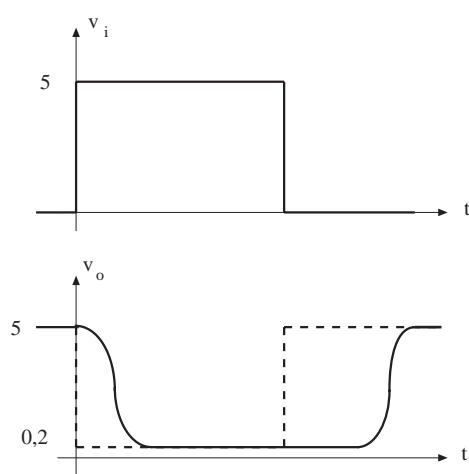


Fig. 7.19 Señales de entrada y de salida del inversor de la figura 7.14

"alto" próximo al de la fuente de alimentación V_{CC} , y un valor "bajo" próximo a cero voltios.

El circuito de la figura 7.14 puede analizarse desde esta perspectiva. Este circuito recibe el nombre de inversor (o puerta NOT) porque la tensión de salida es "alta" cuando la de entrada es "baja" y viceversa. Para entrada "baja" (próxima a cero voltios) el transistor trabaja en la región de corte y entonces v_o es igual a V_{CC} . Para entrada "alta" (próxima a V_{CC}) el transistor trabaja en modo saturación y v_o es próxima a cero (0,2 V).

Sin embargo, este comportamiento no es del todo exacto. En efecto, considérese el circuito de la figura 7.14 y supongáse que la tensión V_i conmuta entre 0 y 5 V según se indica en la figura 7.19. Si el análisis de continua fuera válido, la tensión de salida v_o sería la indicada en la figura con trazo discontinuo. En realidad, la salida que se observa es la indicada con trazo continuo. Nótese que la salida alcanza los valores previstos por el análisis de continua después de transcurrido un cierto tiempo. Es el denominado *retardo de propagación*. Este retardo es debido a las capacidades C_e y C_c del transistor bipolar.

El análisis cuantitativo de la respuesta del circuito inversor es complicado debido a que las capacidades dependen de las tensiones V_{BE} y V_{BC} .

Por esta razón suele realizarse mediante el uso de programas de análisis de circuitos con ordenador. En el último apartado de este capítulo se presenta un ejemplo de dicho análisis.

Sin embargo, puede llevarse a cabo un estudio cualitativo de su comportamiento sustituyendo el transistor por su circuito equivalente (figura 7.20). Supóngase que V_i es 0 V durante un tiempo largo, de forma que C_e está descargado y C_c cargado a $V_{BC} = -5$ V. Cuando V_i conmuta a 5 V, el condensador C_e inicia su carga y la tensión v_{BE} empieza a aumentar desde su valor inicial nulo. El aumento de esta tensión provoca el de I_{ct} , que inicialmente era nula, lo cual provoca, a su vez, la disminución de v_o debido a la caída de tensión en la resistencia R_C . Al cabo de cierto tiempo, la corriente I_{ct} toma el valor suficiente para que la caída en R_C sea de casi 5 V. Al final de este proceso, el condensador C_e se ha cargado a una tensión de unos 0,7 V, y el condensador C_c a unos 0,5 V ($v_{BC} = v_{BE} - v_{CE}$). Esto explica el transitorio de conmutación desde el valor alto de salida a su valor bajo.

Cuando la entrada conmuta de nuevo a 0 V, la carga de los condensadores mantiene, durante un cierto tiempo, unas tensiones v_{BE} y v_{BC} positivas que, a su vez, mantienen un valor elevado de la

corriente por R_C . Sólo cuando C_c y C_e se han descargado suficientemente, las corrientes I_{be} e I_{bc} disminuyen y tienden a su valor final.

Los tiempos de retardo acabados de analizar (transitorios de conmutación) impiden que el circuito inversor funcione correctamente en altas frecuencias. En la figura 7.21 se muestra la salida del circuito inversor cuando la frecuencia de conmutación de la señal de entrada es elevada. En esta figura $v(3)$ representa a v_i y $v(2)$ a v_o .

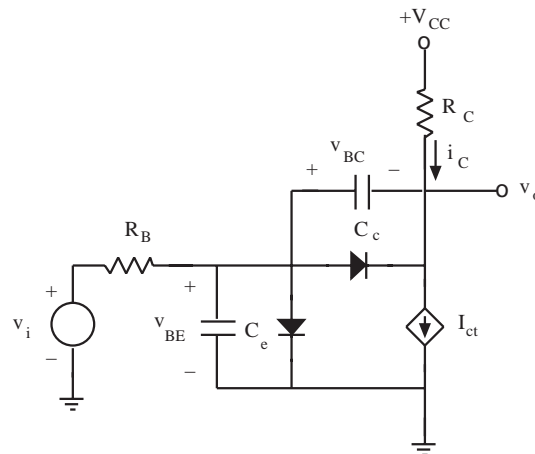


Fig. 7.20 Circuito equivalente correspondiente al de la figura 7.14

Ejemplo 7.9

En el circuito de la figura 7.22 ¿cuál es el máximo valor de I_o para que el transistor se mantenga saturado? Tomar $V_{CC} = 5\text{ V}$; $R_C = 1\text{ k}\Omega$; $R_B = 10\text{ k}\Omega$; $V_i = 5\text{ V}$; $\beta_F = 100$; $V_{BE} = 0,7\text{ V}$ y $V_{CEsat} = 0,2\text{ V}$.

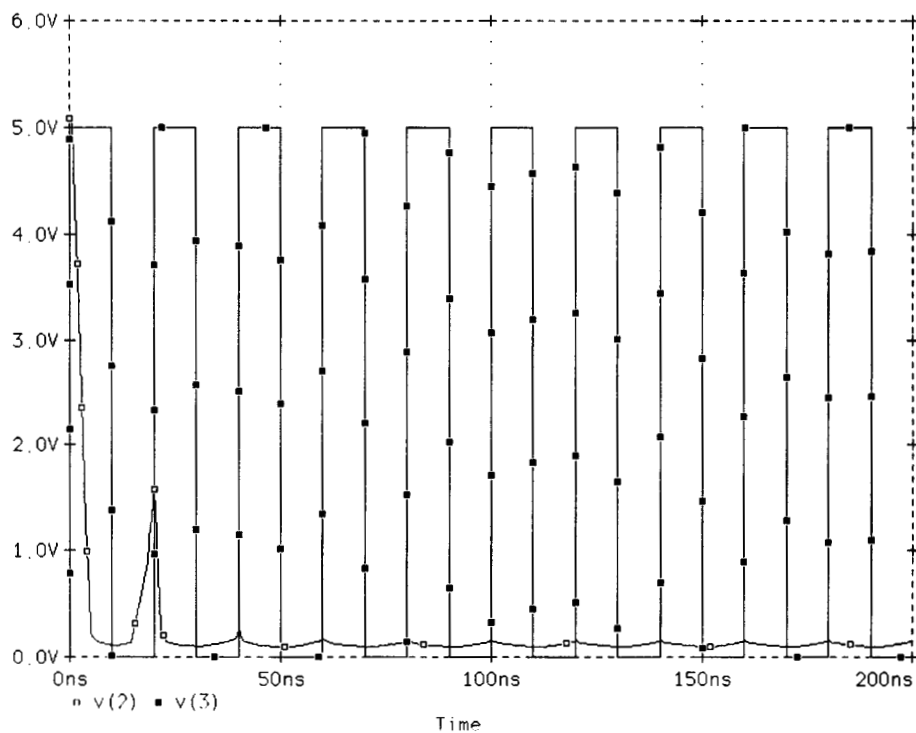


Fig. 7.21 Respuesta del circuito 7.14 para una frecuencia de conmutación elevada

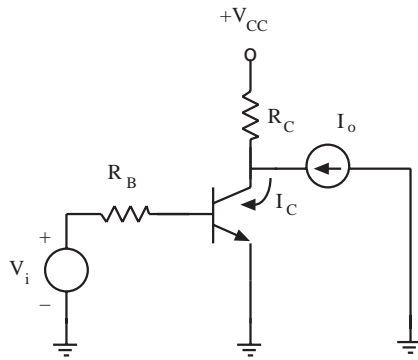


Fig. 7.22 Circuito del ejemplo 7.9

La corriente de base en el circuito de la figura 7.22 será:

$$i_B = \frac{5 - 0,7}{10 \text{ k}\Omega} = 0,43 \text{ mA}$$

Para que el transistor se mantenga saturado I_C deberá ser inferior a $\beta_F i_B$:

$$i_{C\max} = \beta_F i_B = 43 \text{ mA}$$

Mientras el transistor se mantenga saturado, la corriente por la resistencia R_C de $1 \text{ k}\Omega$ será:

$$I_{R_C} = \frac{5 - 0,2}{1 \text{ k}\Omega} = 4,8 \text{ mA}$$

Por tanto, la máxima corriente I_o podrá ser:

$$I_{o\max} = 43 \text{ mA} - 4,8 \text{ mA} = 38,2 \text{ mA}$$

224

Cuando la corriente de colector iguale o supere los 43 mA, el transistor abandonará la región de saturación y trabajará en activa. En estas condiciones se comporta como una fuente de corriente de valor 43 mA. En el nudo de conexión del terminal de colector con R_C y la fuente I_o , deberá cumplirse la ley de Kirchhoff de corrientes, por lo que parte de la corriente I_o puede circular a V_{CC} a través de R_C .

Ejercicio 7.9

Si en el circuito inversor de la figura 7.14, se toma $V_{CC} = 5 \text{ V}$; $R_C = 1 \text{ k}\Omega$; $R_B = 10 \text{ k}\Omega$ y $V_i = 5 \text{ V}$. ¿Cuál es el menor valor de β_F que asegura que la salida es 0,2 V cuando la entrada es de 5 V?

Solución: $\beta_{F\min} = 11,2$.

7.4.1 Puertas lógicas con transistores bipolares. Puertas TTL

Tomando como base el circuito inversor de la figura 7.14, es posible diseñar circuitos que realicen funciones "lógicas" más complejas. Una puerta lógica es un circuito digital cuya salida es una función lógica de las entradas: la salida es alta para unas determinadas combinaciones de las entradas.

Para ilustrar este concepto, considérese el circuito de la figura 7.23. Dicho circuito puede verse como dos inversores que comparten una misma resistencia de colector. A la entrada de un transistor se le aplica una tensión A y a la entrada del otro una tensión B. Ambas tensiones pueden tomar un valor "bajo" o un valor "alto".

Cuando una entrada es de valor bajo, el transistor correspondiente está en corte y no conduce corriente. Cuando la entrada es de valor alto, el transistor está saturado y su tensión V_{CE} es casi cero. Inspeccionando este circuito, es inmediato deducir la tabla 7.3 que proporciona sus posibles estados. La salida es baja si la entrada A o la entrada B son altas. O bien, la salida es alta si la entrada A y la entrada B son bajas. Se dice, entonces, que la salida es una función "lógica" de las entradas. Esta función lógica se denomina NOR.

Otro ejemplo de puerta lógica es la representada en la figura 7.24, que consta de un circuito con diodos seguido de un inversor. Si la tensión aplicada a una entrada es nula, el diodo de entrada correspondiente conducirá y su ánodo estará a una tensión de unos 0,7 V. Esta tensión impide que el transistor conduzca, ya que la corriente de base es nula. Para que no lo fuera se requeriría un mínimo de 2,1 V (0,7 V para la unión base emisor del transistor y otros 0,7 V para cada uno de los diodos). Con el transistor en corte la tensión de salida será 5V ("alto").

Si las entradas A y B son altas, ninguno de los diodos de entrada conducirá y entonces la corriente de base será elevada y provocará la saturación del transistor, con lo que dará una salida de unos 0,2 V ("bajo"). En efecto, la corriente de base valdrá 0,19 mA ($I_B = (5 - 2,1)/15 \text{ k}\Omega$); la corriente de colector, cuando el transistor está saturado, es de 0,32 mA ($I_{Csat} = (5 - 0,2)/15 \text{ k}\Omega$); entonces, si β_F es superior a 1,6 (0,32/0,19), el transistor estará saturado. Las combinaciones posibles se presentan en la tabla 7.4. La salida es baja si A y B son altas. Esta función lógica se denomina NAND.

La puerta lógica mostrada en la figura 7.23 pertenece a la familia denominada RTL (iniciales de las palabras inglesas *Resistor - Transistor - Logic*) y la mostrada en la figura 7.24 DTL (*Diode - Transistor - Logic*). Ambos tipos de puertas lógicas no han tenido una utilización importante en la realización de circuitos digitales. Los circuitos que han dominado ampliamente la tecnología digital durante más de dos décadas, y que aún tienen una amplia utilización, son

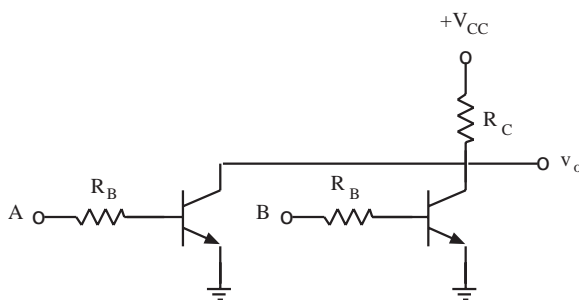


Fig. 7.23 Puerta lógica NOR del tipo RTL

A	B	V_o
Bajo	Bajo	Alto
Bajo	Alto	Bajo
Alto	Bajo	Bajo
Alto	Alto	Bajo

Tabla 7.3 Estados posibles del circuito 7.23

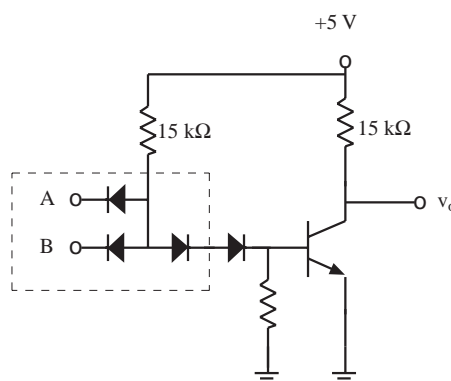


Fig. 7.24 Puerta lógica NAND del tipo DTL

A	B	V_o
Bajo	Bajo	Alto
Bajo	Alto	Alto
Alto	Bajo	Alto
Alto	Alto	Bajo

Tabla 7.4 Combinaciones posibles del circuito 7.24

los basados en la puerta TTL (*Transistor - Transistor - Logic*). La estructura básica de esta puerta se representa en la figura 7.25.

En la entrada de esta puerta hay un transistor "multiemisor", que no es más que una extensión de la estructura del transistor bipolar, que está formado por un colector tipo N, una base tipo P y varios emisores N separados entre sí, unidos todos a la base P (figura 7.25b). Este transistor multiemisor equivale a los diodos del circuito de la figura 7.24 enmarcados en la línea a trazos. El otro diodo es sustituido, en la puerta TTL, por la unión base emisor de un transistor bipolar.

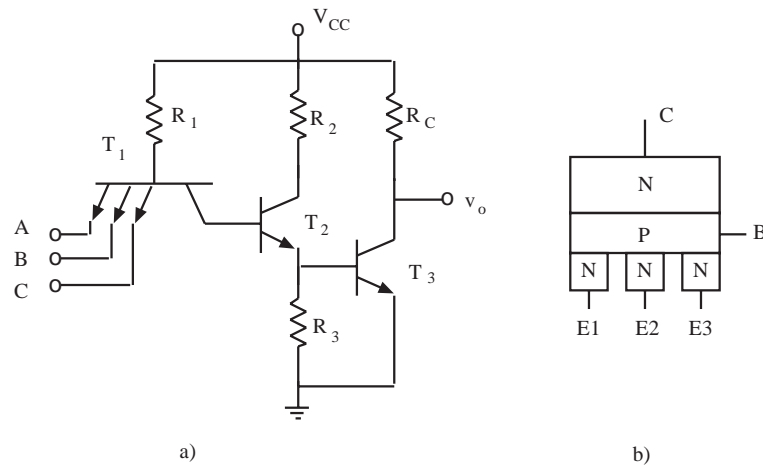


Fig. 7.25 a) Puerta básica NAND tipo TTL. Valores típicos de sus componentes son: $V_{CC} = 5 \text{ V}$; $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 1,4 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$; $R_C = 4 \text{ k}\Omega$. b) Transistor multiemisor

Si una de las entradas fuera nula, la unión base emisor estaría polarizada directamente y la tensión en la base de T₁ sería aproximadamente 0,7 V. En estas condiciones T₂ y T₃ están en la región de corte. En efecto, si no lo estuvieran, el transistor T₁ debería proporcionar la corriente de base entrante al transistor T₂, lo cual exigiría que la unión colectora de T₁ estuviera polarizada directamente. Pero, en este caso, T₁ tendría las dos uniones polarizadas en directa por lo que trabajaría en saturación. Y en saturación v_{CE1} es aproximadamente 0,2 V. Así pues, si la base de T₂ está a 0,2 V, este transistor no puede conducir, y por tanto debe estar en corte.

Si todas las entradas son altas, las uniones emisoras de T₁ están polarizadas inversamente. Sin embargo la unión colectora de T₁ está polarizada directamente a través de V_{CC} y R₁, por lo que dicho transistor está en la región inversa. En esta región de funcionamiento, la corriente I_{B2} será la corriente de emisor del transistor invertido: $(\beta_R + 1)I_{B1}$, y es suficiente para llevar T₂ y T₃ a saturación. En estas condiciones la tensión en la base de T₁ será aproximadamente tres veces 0,7 V ya que entre dicho punto y masa hay tres uniones en directa. Entonces,

$$I_{B1} \cong \frac{5 \text{ V} - 2,1 \text{ V}}{4 \text{ k}\Omega} = 0,73 \text{ mA}$$

$$I_{B2} \cong (\beta_R + 1)I_{B1} \cong 1,4 \text{ mA} \quad (7.12)$$

donde se ha supuesto un valor de β_R próximo a la unidad. Como I_{C2sat} vale aproximadamente 3 mA ($I_{C2sat} = (5 - 0,2 - 0,7)/1,4 \text{ k}\Omega$), basta con que β_{F2} valga 2 para saturar T_2 . El transistor T_3 también estará saturado ya que sus corrientes de base y colector serán:

$$\begin{aligned} I_{B3} &\cong I_{C2sat} - \frac{0,7 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = 2,3 \text{ mA} \\ I_{C3sat} &\cong \frac{5 \text{ V} - 0,2 \text{ V}}{4 \text{ k}\Omega} = 1,2 \text{ mA} \end{aligned} \quad (7.13)$$

En resumen, la relación lógica entre las entradas y la salida es la misma que la de la puerta con diodos descrita anteriormente, por lo que se trata de una puerta NAND.

Sobre este circuito básico se realizan modificaciones que dan lugar a las denominadas salidas en colector abierto, en *totem pole* y de tres estados. Estas modificaciones se presentan en la figura 7.26. La salida en colector abierto es el circuito 7.26a. Obsérvese que la resistencia R_c del circuito de la figura 7.25 debe conectarse externamente. De ahí el nombre de "colector abierto" que se usa en aplicaciones digitales.

La salida en *totem pole* es la representada en el circuito 7.26b. Se añaden el transistor T_4 y el diodo D en la etapa de salida. Su función es dar una corriente de salida mayor cuando T_3 entra en la región de corte, lo que permite una carga más rápida de un condensador C_L conectado a la salida del circuito. Este condensador es parásito y su tiempo de carga limita la velocidad de conmutación del circuito. Cuando T_3 está en saturación T_4 y D están ambos en estado de corte, ya que $v_x = v_{BE3} + v_{CE2sat} = 0,9 \text{ V}$, menor que $1,6 \text{ V}$ ($0,2 + 2 \cdot 0,7$) que se requieren para que conduzcan D y T_4 .

La salida de tres estados se representa en la figura 7.26c. Cuando la señal de habilitación está a nivel bajo, los diodos D1 y D2 conducen y llevan a T_3 y T_4 al estado de corte, con independencia de las entradas aplicadas a la puerta. La salida, entonces, se comporta como un circuito abierto, también

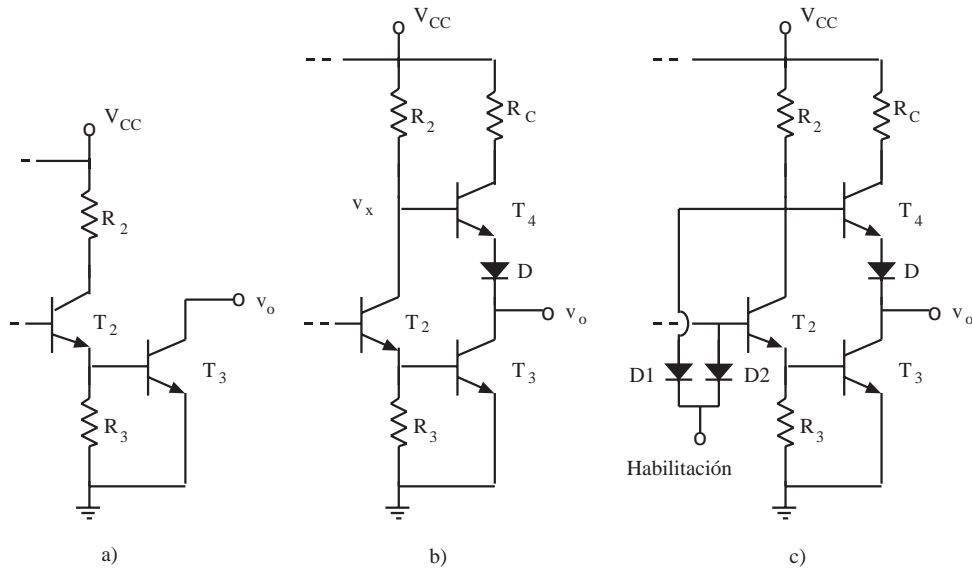


Fig. 7.26 a) Salida en colector abierto. b) Salida en *totem pole*. c) Salida en tres estados

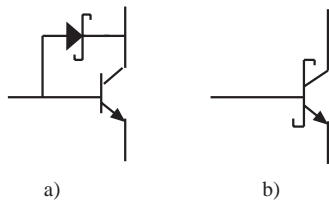


Fig. 7.27 a) Conexión del diodo Schottky con el transistor bipolar.
b) Símbolo del conjunto

denominado "estado de alta impedancia", que no es ni un nivel alto ni un nivel bajo. Como la salida puede ser alta, baja o de alta impedancia, se la denomina de tres estados.

Otra modificación importante del circuito básico es la conexión de un diodo Schottky entre la base y el colector de los transistores (ver figura 7.27). El circuito resultante se denomina Schottky-TTL. Este tipo de diodo tiene la propiedad de tener una tensión umbral de unos 0,4 V. La tensión directa entre base y colector, entonces, no puede superar los 0,4 V, lo que evita que el transistor "se adentre" en la región de saturación. La consecuencia de esta acción es que los retardos de propagación son

menores, ya que la capacidad C_c está polarizada a una tensión menor que en el circuito inversor estándar, lo que implica un valor mucho menor de dicha capacidad (recuérdese que esta capacidad aumenta exponencialmente con v_{BC} en polarización directa).

7.5 El transistor bipolar como amplificador. Conceptos básicos

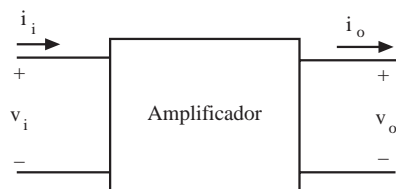


Fig. 7.28 Bloque amplificador. Los terminales de alimentación, imprescindibles en todo amplificador, no suelen representarse

Se dice que un circuito amplifica cuando la potencia de la señal de salida es superior a la de la señal de entrada y se conserva la forma de onda de la señal. Se definen tres factores de amplificación: *ganancia de tensión*, G_v ; *ganancia de corriente*, G_i , y *ganancia de potencia*, G_p (figura 7.28):

$$\begin{aligned} G_v &= \frac{v_o}{v_i} \\ G_i &= \frac{i_o}{i_i} \\ G_p &= \frac{P_o}{P_i} = \frac{v_o \cdot i_o}{v_i \cdot i_i} = G_v \cdot G_i \end{aligned} \quad (7.14)$$

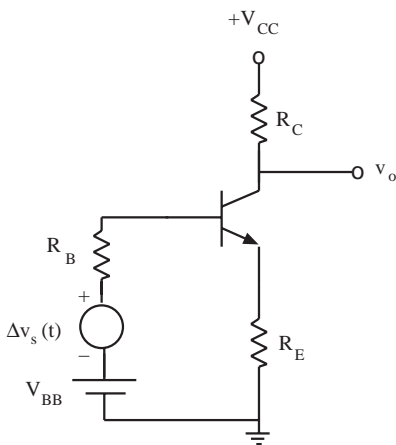


Fig. 7.29 Circuito amplificador

Los circuitos electrónicos capaces de hacer esta función se denominan *amplificadores*. Un concepto fundamental en estos circuitos es que se basan en una transformación de energía. La señal amplificada tiene más energía que la señal de entrada (ver apartado 4.3). Este incremento de energía de la señal proviene de la fuente de alimentación: el amplificador transforma la energía "continua" que proporciona la fuente en "energía de señal". Por tanto, todo amplificador debe estar "alimentado" con algún generador de tensión o corriente que le proporcione la energía que debe transferir a la señal.

En este apartado se presentarán los conceptos fundamentales de un amplificador a través del análisis del circuito de la figura 7.29. Este circuito está alimentado

con las fuentes de tensión V_{CC} y V_{BB} , y la señal a amplificar es proporcionada por el generador $\Delta v_s(t)$. Con el objeto de concretar el análisis se supondrán los valores numéricos siguientes: $V_{CC} = 10$ V; $R_C = 2$ k Ω ; $R_E = 1$ k Ω ; $R_B = 30$ k Ω ; $V_{BB} = 3$ V; $\beta_F = 200$; $V_{BE} = 0,7$ V.

7.5.1 Análisis en continua. Punto de reposo

En este apartado se supondrá que $\Delta v_s(t)$ es igual a cero. Es decir, el circuito sólo tiene aplicadas las fuentes V_{CC} y V_{BB} . El objetivo de este apartado es el cálculo de las corrientes y tensiones del circuito en esta situación, y en particular de las corrientes de base y de colector y de la tensión V_{CE} . Estos valores determinan las coordenadas del punto de trabajo en reposo del transistor y se les identifica con el subíndice Q: I_{BQ} , I_{CQ} y V_{CEQ} . La técnica de análisis para hallar el punto de trabajo es la desarrollada en el apartado 7.2.2.

El análisis de la malla de base conduce a:

$$\begin{aligned} V_{BB} &= I_{BQ}R_B + V_{BEQ} + I_{EQ}R_E \\ V_{BB} &\cong I_{BQ}R_B + 0,7 + (\beta_F + 1)I_{BQ}R_E \end{aligned} \quad (7.15)$$

Despejando la corriente de base, obtenemos:

$$I_{BQ} = \frac{V_{BB} - 0,7}{R_B + (\beta_F + 1)R_E} \quad (7.16)$$

229

donde se ha supuesto que V_{BE} es aproximadamente 0,7 V y que el transistor trabaja en la región activa. Con los valores numéricos indicados, se obtiene $I_{BQ} = 10$ μ A. La corriente de colector será:

$$I_{CQ} = \beta_F I_{BQ} \quad (7.17)$$

expresión que conduce a un valor numérico de 2 mA para I_{CQ} . El análisis de la malla de colector da la ecuación:

$$\begin{aligned} V_{CC} &= I_{CQ}R_C + V_{CEQ} + I_{EQ}R_E \\ V_{CC} &\cong I_{CQ}R_C + V_{CEQ} + I_{CQ}R_E \\ V_{CEQ} &\cong V_{CC} - I_{CQ}(R_C + R_E) \end{aligned} \quad (7.18)$$

donde se ha hecho uso de que I_{EQ} vale aproximadamente I_{CQ} en la región activa. El valor numérico de V_{CEQ} es de 4 V.

Estos resultados son consistentes con la hipótesis de que el transistor trabaja en la región activa. En efecto, la unión base emisor está en directa por ser positiva la corriente de base, y la unión colector está en inversa por ser V_{CEQ} mayor que 0,2 V.

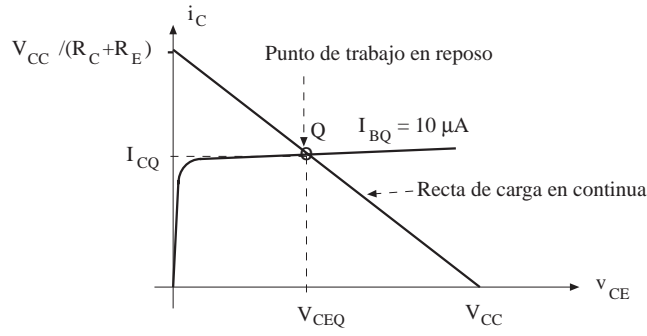


Fig. 7.30 Recta de carga de colector y punto de trabajo

Obsérvese que la tensión de salida V_{oQ} es de 6 V ($V_{oQ} = V_{CC} - I_{CQ}R_C$), y la del terminal de emisor de 2 V ($V_{EQ} = I_{CQ}R_E$).

En la figura 7.30 se representa la recta de carga de colector en continua (ecuación 7.18) y el punto de trabajo en reposo Q.

7.5.2 Análisis en gran señal: amplificación y márgenes dinámicos

Supóngase ahora que el generador de señal $\Delta v_s(t)$ del circuito de la figura 7.29 no es nulo, sino que toma valores negativos y positivos al variar el tiempo. Se supondrá de momento, y mientras no se indique lo contrario, que V_{BE} se mantiene en 0,7 V. Entonces, los únicos cambios que hay que hacer en las ecuaciones anteriores es sustituir V_{BB} por $V_{BB} + \Delta v_s(t)$. Las nuevas ecuaciones son:

230

$$i_B = \frac{V_{BB} - 0,7}{R_B + (\beta_F + 1)R_E} + \frac{\Delta v_s(t)}{R_B + (\beta_F + 1)R_E} \quad (7.19)$$

$$i_B = I_{BQ} + \Delta i_B(t)$$

El generador de señal introduce una corriente de base de "señal", $\Delta i_B(t)$, que se suma a la corriente de base de reposo I_{BQ} . La corriente de colector, haciendo la hipótesis de que el transistor bipolar sigue en la región activa, será:

$$i_C = \beta_F i_B = \beta_F I_{BQ} + \beta_F \Delta i_B(t) = I_{CQ} + \Delta i_C(t) \quad (7.20)$$

expresión que indica que aparece una corriente de colector de "señal" añadida a la corriente de colector de reposo I_{CQ} . La tensión de salida v_o será:

$$v_o = V_{CC} - i_C R_C = V_{CC} - I_{CQ} R_C - \Delta i_C(t) R_C$$

$$v_o = V_{oQ} + \Delta v_o(t) \quad (7.21)$$

lo que indica que también aparece en la salida una señal $\Delta v_o(t)$ superpuesta al valor de reposo V_{oQ} . Encadenando las ecuaciones 7.19 - 7.21 se obtiene:

$$\Delta v_o(t) = -\frac{R_C \beta_F}{R_B + (\beta_F + 1)R_E} \Delta v_s(t) = G_v \cdot \Delta v_s(t) \quad (7.22)$$

La señal de salida resulta ser proporcional a la señal de entrada. Sustituyendo valores en 7.22 resulta que la ganancia de tensión, G_v , es igual a $-1,74$. El signo menos indica que la salida está "invertida" respecto a la entrada. Esto significa que un aumento de $\Delta v_s(t)$ implica un incremento negativo de $\Delta v_o(t)$, es decir, una disminución de v_o . El módulo de G_v indica que la señal de salida es un 74% mayor que la señal de entrada. Por tanto, el circuito ha amplificado la señal. En la figura 7.31b se representan gráficamente las tensiones $\Delta v_s(t)$, $v_o(t)$ e $\Delta v_o(t)$.

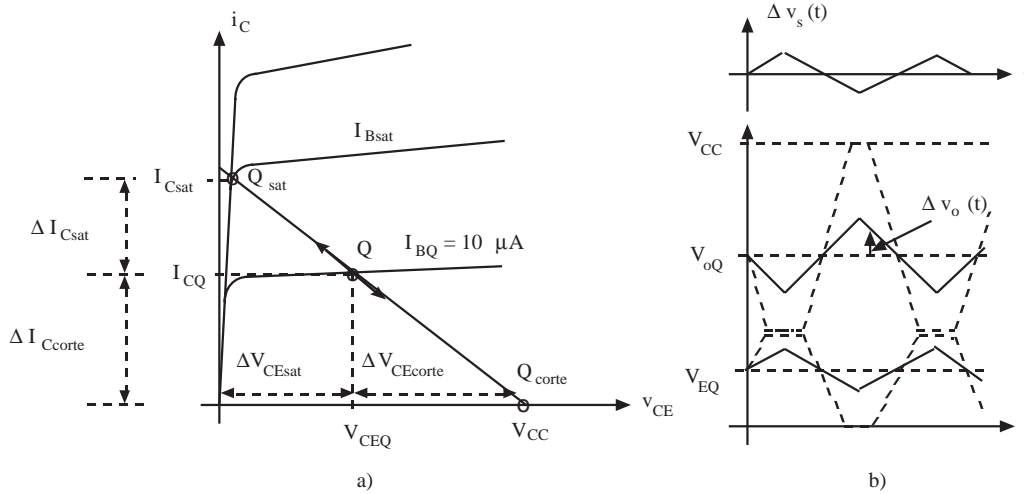


Fig. 7.31 a) Desplazamiento del punto de trabajo sobre la recta de carga de colector.
b) Tensiones en colector y emisor

Otro concepto muy importante en un amplificador es el de los márgenes dinámicos. ¿Cuál es la máxima amplitud de la señal amplificada que puede obtenerse a la salida? Cuando el amplificador "deforma" la señal deja de ser amplificador puesto que la señal de salida deja de ser una ampliación fiel de la señal de entrada. Se dice que la señal de salida está *distorsionada*.

Considérese el circuito de la figura 7.29. El efecto de la señal sobre el punto de trabajo puede obtenerse a partir del análisis de la malla de colector:

$$V_{CC} = i_C(R_C + R_E) + v_{CE} \quad (7.23)$$

El punto de trabajo instantáneo será la intersección de la recta dada por la ecuación anterior con la curva característica correspondiente a i_B en el instante considerado. La ecuación 7.19 indica que el valor de la corriente de base cambia con el tiempo, con lo que el punto de trabajo instantáneo se mueve a lo largo de la recta de carga, tal como se indica en la figura 7.31a. Si $\Delta v_s(t)$ fuera un valor negativo, haría disminuir i_B (ecuación 7.19). Si este valor negativo es muy grande, la unión emisora se polarizará inversamente e i_B se anulará. Por esto, el punto de trabajo instantáneo tiene un límite inferior que viene dado por la intersección de la recta de carga con el eje de abscisas (región de corte). En este punto i_C es igual a cero, V_{CE} vale V_{CC} y la tensión de salida es igual a V_{CC} , ya que no hay caída en R_C .

Cuando $\Delta v_s(t)$ se hace positivo el valor de i_B aumenta y el punto de trabajo instantáneo va hacia valores mayores de i_C . Pero este desplazamiento del punto Q sobre la recta de carga tiene un límite: la región de saturación. Para corrientes de base mayores que el valor i_{Bsat} indicado en la figura 7.31, el valor de i_C permanece prácticamente constante: todas las curvas de salida del transistor para estos valo-

res de i_B cortan a la recta de carga en el mismo punto: Q_{sat} . En este punto i_C es igual a $i_{C_{sat}}$. Nótese que $i_{C_{sat}}$ vale aproximadamente $V_{CC}/(R_C+R_E)$ (véase figura 7.30), valor que depende de los elementos del circuito y no de las curvas características. Obsérvese que $i_{B_{sat}}$ es igual a $i_{C_{sat}}/\beta_F$.

Así pues, si la amplitud de la señal de entrada es suficientemente grande puede hacer que la corriente de colector quede limitada por corte o saturación. Si la señal de salida es recortada, su forma ya no es una copia fiel de la de entrada y el circuito deja de comportarse como un amplificador. Se denominan márgenes dinámicos del amplificador a las variaciones máximas de corrientes y tensiones en el circuito sin que haya deformación de la señal. Los márgenes dinámicos de i_C serán las amplitudes de las excursiones desde I_{CQ} hasta el corte ($i_C = 0$), y hasta saturación ($i_{C_{sat}}$). Si la señal de entrada del amplificador tuviera la misma amplitud en la excursión positiva y negativa, la máxima amplitud de la señal de salida sin recortar vendría dada por el menor de los dos márgenes dinámicos. En la figura 7.31a se representan los márgenes dinámicos de i_C del amplificador.

Si se aproxima $i_{C_{sat}}$ por el punto de intersección de la recta de carga con el eje de ordenadas ($V_{CE_{sat}}$ igual a cero), los márgenes dinámicos de i_C pueden expresarse mediante:

$$\begin{aligned}\Delta i_C|_{corte} &= 0 - I_{CQ} = -I_{CQ} \\ \Delta i_C|_{sat} &= i_{C_{sat}} - I_{CQ} \cong \frac{V_{CC}}{R_E + R_C} - I_{CQ}\end{aligned}\quad (7.24)$$

Para los valores numéricos de este ejemplo el margen dinámico de corte es de 2 mA y el de saturación es de 1,33 mA. La máxima amplitud de la corriente de colector sin distorsión será, por tanto, de 1,33 mA de pico.

232

Las expresiones 7.21 relacionan los incrementos de la corriente de colector con los de la tensión de salida. Por tanto, los márgenes dinámicos de i_C implican también márgenes dinámicos en v_o , cuyo valor será:

$$\begin{aligned}\Delta v_o|_{corte} &= -R_C \Delta i_C|_{corte} \\ \Delta v_o|_{sat} &= -R_C \Delta i_C|_{sat}\end{aligned}\quad (7.25)$$

Para los valores numéricos del circuito de la figura el margen de corte es de 4 V y el de saturación de -2,66 V. En la figura 7.31b se representan cualitativamente estos márgenes dinámicos. La interpretación de estos resultados es inmediata. En reposo v_o vale 6V. Cuando el transistor se corta, la corriente de colector se anula y en consecuencia v_o pasa a valer 10 V. Por tanto, el incremento de v_o es de 4 V. Cuando el transistor se satura V_{CE} pasa a valer 0,2 V. Si se aproxima este valor a cero voltios, la corriente que circulará en la malla de colector será:

$$i_{C_{sat}} = \frac{V_{CC} - V_{CE_{sat}}}{R_C + R_E} \cong \frac{V_{CC}}{R_C + R_E} \quad (7.26)$$

cuyo valor numérico es de 3,33 mA. Por tanto, con el transistor saturado el valor de v_o es de 3,33 V, y el incremento de v_o desde su valor de reposo será de 2,66 V. La máxima amplitud de la tensión de salida sin distorsión será, por tanto, de 2,66 V.

La señal de salida es producida por la amplificación de la señal de entrada. Por tanto, la máxima amplitud posible de la señal de entrada para que la salida no sea distorsionada (suponiendo excursiones simétricas) será:

$$\Delta v_s|_{max} = \frac{\Delta v_o|_{max}}{|G_v|} \quad (7.27)$$

Nótese que los márgenes dinámicos vienen determinados por la posición del punto de trabajo en reposo. Si el punto de polarización Q estuviera, por ejemplo, en la región de saturación, los márgenes dinámicos a saturación serían nulos, y la máxima amplitud de la señal de salida sin distorsión sería nula: el amplificador no podría amplificar ya que recortaría todas las señales que se le aplicasen. Algo similar ocurriría si Q estuviera en la región de corte. Para tener una señal de salida de amplitud relativamente amplia conviene situar el punto Q en la parte central de la recta de carga. De ahí la importancia de la polarización del transistor.

7.5.3 Análisis en pequeña señal. Circuito incremental y ganancia

En el apartado anterior se ha mostrado que, al aplicar una señal $\Delta v_s(t)$ al amplificador, se generaban unas señales que se superponían a los valores de reposo o continua. El cálculo de la amplitud de estas señales se hizo aproximando la tensión entre base y emisor a 0,7 V. Esta aproximación no siempre es aceptable y por esto debe desarrollarse un modelo más exacto para el cálculo de la ganancia del amplificador.

El análisis de la malla de entrada del amplificador de la figura 7.29 proporciona la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} V_{BB} + \Delta v_s(t) &= i_B R_B + v_{BE} + i_E R_E \\ V_{BB} + \Delta v_s(t) &= [I_{BQ} + \Delta i_B(t)] R_B + V_{BEQ} + \Delta v_{BE}(t) + [I_{EQ} + \Delta i_E(t)] R_E \end{aligned} \quad (7.28)$$

La ecuación 7.15 establece la relación entre las componentes de reposo de la ecuación anterior. Entonces, para que se cumpla 7.28, debe cumplirse también:

$$\Delta v_s(t) = \Delta i_B(t) R_B + \Delta v_{BE}(t) + \Delta i_E(t) R_E \quad (7.29)$$

Análogamente, el análisis de la malla de colector proporciona las ecuaciones:

$$\begin{aligned} V_{CC} &= i_C R_C + v_{CE} + i_E R_E \\ V_{CC} &= [I_{CQ} + \Delta i_C(t)] R_C + V_{CEQ} + \Delta v_{CE}(t) + [I_{EQ} + \Delta i_E(t)] R_E \end{aligned} \quad (7.30)$$

que, combinada con 7.18, conduce a:

$$0 = \Delta i_C(t) R_C + \Delta v_{CE}(t) + \Delta i_E(t) R_E \quad (7.31)$$

Las ecuaciones 7.29 y 7.31 sólo contienen incrementos de tensiones o corrientes. Al igual que se hizo para el diodo en pequeña señal, se suele construir un circuito ficticio, denominado *circuito incremental*, que proporciona las ecuaciones anteriores al aplicar a sus mallas las leyes de Kirchhoff. Este circuito se obtiene a partir del circuito completo sustituyendo las fuentes independientes de tensión continua ideales por cortocircuitos (ya que el incremento de tensión entre sus terminales será siempre nulo), las fuentes independientes de corriente continua ideales por circuitos abiertos (ya que a través de ellas el incremento de intensidad debe ser nulo, lo que equivale a una resistencia infinita), y los otros componentes deben sustituirse por los elementos que relacionen los incrementos de tensión y corriente entre sus terminales: las resistencias no varían y el transistor debe ser sustituido por su cir-

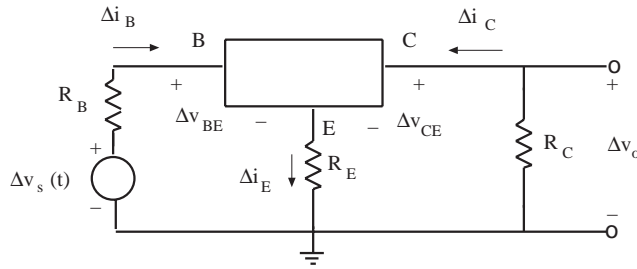


Fig. 7.32 Circuito incremental correspondiente al circuito de la figura 7.23

y finalmente se suman ambas componentes. Aunque formalmente parezca que éste sea el proceso de cálculo, *el circuito incremental no es independiente del circuito de continua* y, por tanto, no cumple los requisitos del principio de superposición. Como se verá en el apartado 7.6, los valores de los elementos del circuito incremental del transistor (r_π, \dots) dependen del punto Q (I_{CQ}, V_{CEQ}), de forma similar a como los elementos del modelo de pequeña señal del diodo dependían de I_{DQ} y V_{DQ} .

En la figura 7.32 falta sustituir el transistor bipolar por su circuito incremental. Este circuito incremental debe estar formado por los elementos que permitan relacionar los incrementos de tensión y corriente que se aplican a sus terminales. Cuando los incrementos son de pequeña amplitud, se puede considerar que el circuito incremental del transistor es lineal. Se le denomina también *modelo de pequeña señal*.

Aunque en el apartado 7.6 se desarrollará con detalle la deducción del modelo de pequeña señal, una versión simplificada del mismo se presenta en la figura 7.33b. En la región activa el transistor equivale al circuito de la figura 7.33a. En este circuito circulan las corrientes "totales" y las tensiones que se aplican a sus terminales son también "totales". En el capítulo anterior se vio que la relación entre los incrementos de corriente y de tensión en un diodo venía dada por la resistencia dinámica del diodo ($\Delta v_D = \Delta i_D r_d$). Es inmediato observar en el circuito anterior que Δi_C es $\beta_F \Delta i_B$. Por dicha razón, el circuito incremental simplificado del transistor es el representado en la figura 7.33b, donde la resistencia r_π es la resistencia dinámica del diodo base-emisor de valor V_T/I_{BQ} . Cuando se introduce este circuito en el circuito incremental de la figura 7.32 se obtiene el circuito incremental completo (figura 7.34).

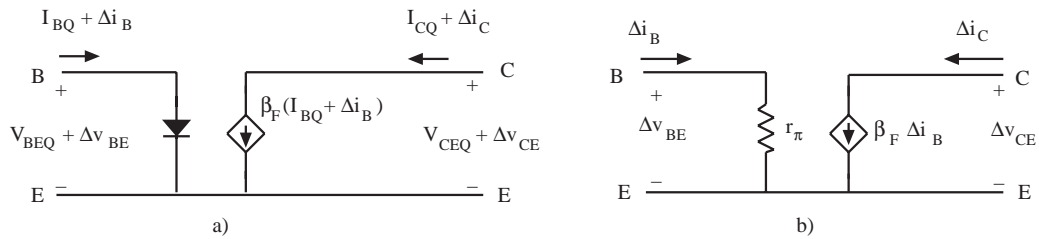


Fig. 7.33 a) Modelo del transistor en activa. b) Modelo de pequeña señal del transistor

El análisis de este circuito permite calcular la ganancia del amplificador:

$$\begin{aligned} \Delta v_o &= -\beta_F \Delta i_B R_C \\ \Delta v_s &= \Delta i_B (R_B + r_\pi) + R_E (\Delta i_B + \beta_F \Delta i_B) \end{aligned} \quad (7.32)$$

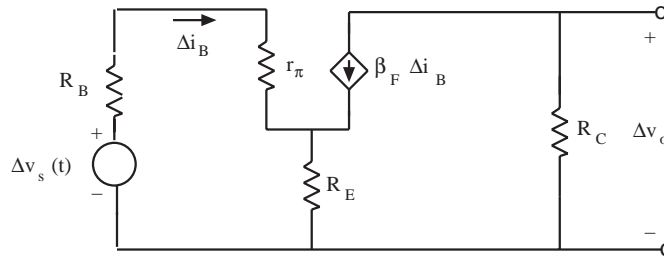


Fig. 7.34 Circuito de pequeña señal del amplificador de la figura 7.28

Combinando estas ecuaciones se obtiene:

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_s} = - \frac{\beta_F R_C}{R_B + r_\pi + (\beta_F + 1) R_E} \quad (7.33)$$

Esta expresión se diferencia de la obtenida anteriormente (7.22) en el término r_π del denominador. Esta diferencia se debe a que en el apartado anterior se consideraba implícitamente que r_π tenía un valor nulo al considerar que Δv_{BE} era igual a cero (V_{BE} constante).

7.5.4 Amplificador con componentes discretos

El circuito de la figura 7.29 no es un circuito práctico: ni se suelen utilizar dos fuentes de alimentación, ni el generador de señal suele intercalarse entre una fuente de alimentación y el terminal de base. En la figura 7.35 se presenta el circuito básico de un *amplificador emisor común realizado con componentes discretos*. Como se observará, el generador de señal, representado por su circuito equivalente de Thévenin (Δv_s , R_s), se conecta al amplificador a través del condensador de "acoplo" C_A . El amplificador propiamente dicho consta de las resistencias R_1 , R_2 , R_C y R_E , el transistor bipolar, la fuente de alimentación V_{CC} y el condensador de "desacoplo" de la resistencia de emisor, C_E . Con frecuencia el amplificador entrega la señal a una carga R_L que está conectada al colector a través de un condensador de acoplo C_L .

235

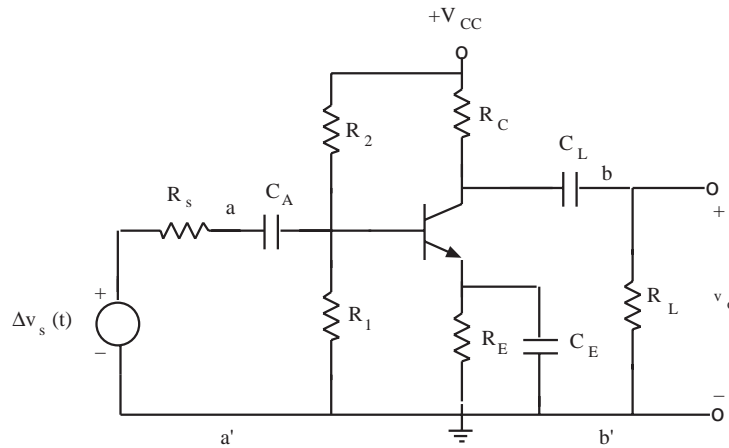


Figura 7.35.- Circuito amplificador básico en emisor común con componentes discretos

Hay tres aspectos que son importantes a destacar en este circuito: la función del divisor de tensión R_1 – R_2 , la de los condensadores C_A y C_L y la del condensador C_E .

En continua, y una vez establecido el régimen permanente, los condensadores equivalen a circuitos abiertos, por lo que el circuito de polarización o continua resulta ser el formado por las resistencias R_1 , R_2 , R_C , R_E , la alimentación V_{CC} y el transistor bipolar. Este circuito tiene una ventaja importante respecto al anterior: utiliza una única fuente de alimentación. Dicho circuito es eléctricamente equivalente al de la figura 7.36a. Obsérvese que la fuente V_{CC} ha sido desdoblada en dos fuentes del mismo valor. Una, que sigue alimentando a R_C , y otra que alimenta a R_2 . En la figura 7.36b se ha sustituido el circuito formado por R_1 , R_2 y V_{CC} por su equivalente Thévenin. Los valores de los componentes de este último circuito equivalente son:

$$R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_{th} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{CC}$$
(7.34)

Nótese que este último circuito coincide con el de la figura 7.29 en continua ($\Delta v_s = 0$ V).

236

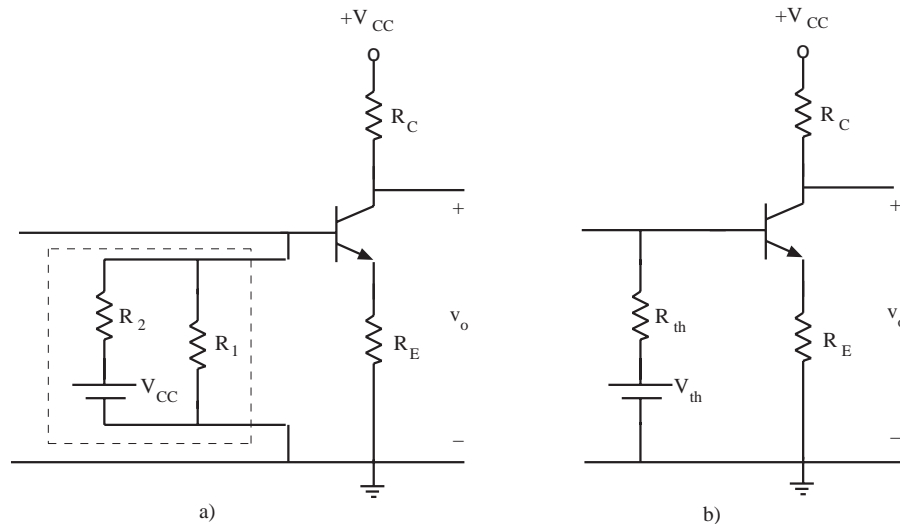


Fig. 7.36 a) Circuito de polarización del circuito de la figura 7.35.
b) Simplificación del circuito mediante el equivalente de Thévenin

La función de los condensadores C_A y C_L consiste en acoplar el generador de señal y la carga al amplificador en el circuito de pequeña señal y desconectarlos en continua. Ya se ha visto que en continua los condensadores equivalen a un circuito abierto y, por tanto, "desconectan" R_L y el generador de señal. De esta forma no influyen en el punto de reposo Q .

En el ejemplo 5.7 se analizó el comportamiento de un condensador en paralelo con una resistencia excitados por una fuente de corriente que tenía una componente continua de valor I_o más una componente de señal sinusoidal de valor $A \cdot \cos(\omega t)$. La tensión en bornes del condensador se encontró que era:

$$v_C = I_o R + \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} A \cos(\omega t - \varphi)$$

es decir, una componente constante de valor $I_o R$ más una señal sinusoidal. Si la frecuencia es suficientemente elevada, la amplitud de la senoide será muy inferior a la componente constante y podrá despreciarse. En este texto se supondrá que *la frecuencia de la señal es suficientemente alta como para que la tensión en bornes del condensador pueda aproximarse por un valor constante*. Se supondrá, por tanto, que el condensador equivale a una fuente de tensión constante, por lo que en pequeña señal equivaldrá a un cortocircuito.

El circuito incremental del amplificador de la figura 7.35 se representa en la figura 7.37. Nótese que los condensadores C_A , C_L y C_E han sido sustituidos por cortocircuitos. Obsérvese que al estar cortocircuitada la resistencia de emisor por el condensador de desacoplo, el terminal de emisor es común a la entrada y a la salida. De ahí el nombre de amplificador emisor común. Obsérvese también que en el circuito incremental R_L está en paralelo con R_C .

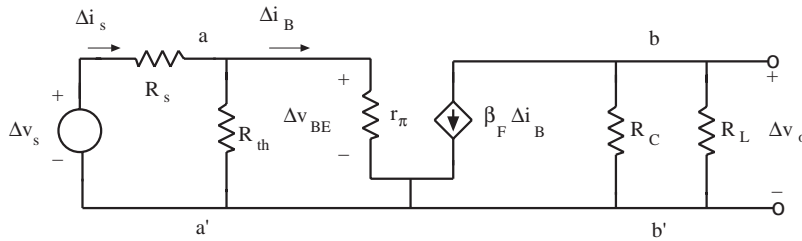


Fig. 7.37 Circuito equivalente en pequeña señal del circuito 7.35

El tercer aspecto que se debe considerar es la función de C_E . Como acaba de ser señalado, en continua aparece la resistencia R_E en el terminal de emisor, la cual es cortocircuitada en el circuito incremental. La expresión 7.33 pone de manifiesto que la resistencia R_E disminuye drásticamente la ganancia. Por tanto, si el condensador C_E anula esta resistencia en el circuito incremental, la ganancia aumentará. Tal es precisamente la función del condensador de desacoplo de la resistencia de emisor.

Se podría razonar, en consecuencia, que ya que R_E disminuye la ganancia, lo mejor sería diseñar el amplificador con una resistencia de emisor nula. Sin embargo, esta alternativa no es conveniente debido a la gran variación de β_F en los transistores. La variación de este parámetro exige incluir un valor significativo de R_E para *estabilizar el punto de reposo*.

En el apartado 7.5.1 se analizó el punto de reposo en continua. Se dedujo que:

$$\begin{aligned} I_{BQ} &\cong \frac{V_{th} - 0,7}{R_{th} + (\beta_F + 1)R_E} \\ I_{CQ} &= \beta_F I_{BQ} = \beta_F \frac{V_{th} - 0,7}{R_{th} + (\beta_F + 1)R_E} \end{aligned} \quad (7.35)$$

Esta última expresión muestra que si R_E fuera nula el valor de I_{CQ} sería:

$$I_{CQ} = \beta_F \frac{V_{th} - 0,7}{R_{th}} \quad (7.36)$$

Como la variación de β_F para un mismo tipo de transistor puede ser del 300%, no habría control sobre I_{CQ} en el circuito. En unos casos el transistor estaría saturado y daría salida nula, en otros en corte, en donde tampoco amplificaría, y en otros casos podría amplificar correctamente.

Por el contrario, si se hace que $(\beta_F + 1)R_E$ sea mucho mayor que R_{th} (en la práctica se suele tomar un valor entre 5 y 10 veces R_{th}) la expresión 7.35 se puede aproximar por:

$$I_{CQ} \cong \frac{V_{th} - 0,7}{R_E} \quad (7.37)$$

que es independiente de β_F . En este caso se puede fijar el valor de I_{CQ} para que el amplificador proporcione el margen dinámico requerido para la tensión de salida.

La presencia de C_E en el circuito también afecta a los márgenes dinámicos. En efecto, obsérvese que la tensión entre los terminales de C_E será aproximadamente:

$$v_{C_E} = v_{EQ} \cong I_{EQ} R_E = \text{constante} \quad (7.38)$$

La ecuación 7.23 de la malla de colector se convierte en:

$$\begin{aligned} V_{CC} &= i_C R_C + v_{CE} + I_{EQ} R_E \\ V_{CC} &= [I_{CQ} + \Delta i_C(t)] R_C + V_{CEQ} + \Delta v_{CE}(t) + I_{EQ} R_E \end{aligned} \quad (7.39)$$

238

y como las componentes continuas deben neutralizarse (ecuación 7.18), resulta:

$$0 = \Delta i_C(t) R_C + \Delta v_{CE}(t) \quad (7.40)$$

Esta ecuación es distinta de la 7.23, que fue utilizada para hallar los márgenes dinámicos del amplificador sin el condensador C_E . Con objeto de representar esta ecuación sobre las características de salida del transistor, se puede volver a escribir de la siguiente forma:

$$0 = (i_C - I_{CQ}) R_C + (v_{CE} - V_{CEQ}) \quad (7.41)$$

que no es más que una recta que pasa por el punto Q (I_{CQ}, V_{CEQ}) y por el punto ($i_{Csat}, 0$), donde i_{Csat} es el valor de i_C para $v_{CE} = 0$ V:

$$i_{Csat} = I_{CQ} + \frac{V_{CEQ}}{R_C} \quad (7.42)$$

Esta recta de carga, por la que se desplaza el punto de trabajo cuando se aplica una señal al circuito, se denomina *recta de carga en señal*.

Si se analizan los márgenes dinámicos sobre esta recta de carga, puede verse que el margen dinámico a corte no está afectado y coincide con el hallado en el circuito sin C_E . Sin embargo, el margen dinámico a saturación ahora será distinto. De la ecuación anterior:

$$\Delta i_C|_{sat} = i_{Csat} - I_{CQ} = \frac{V_{CEQ}}{R_C} \quad (7.43)$$

que hará que el margen dinámico a saturación de la tensión de salida se convierta en:

$$\Delta v_o|_{sat} = -\Delta i_C|_{sat} \cdot R_C = -V_{CEQ} \quad (7.44)$$

que será mayor que el margen anterior (siempre que el punto de trabajo en reposo esté en la región activa). Sustituyendo valores numéricos se obtiene un margen de saturación para la tensión de salida de 4 V. Como el margen de corte era también de 4 V, la máxima amplitud para señal simétrica de salida sin distorsión resulta ser de 4 V de pico, notablemente superior a la obtenida anteriormente.

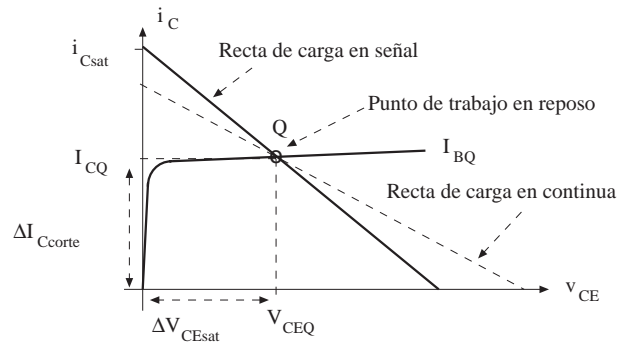


Fig. 7.38 Rectas de carga en continua y en señal

Ejemplo 7.10

En el circuito de la figura 7.35 los valores de los componentes son: $V_{CC} = 15 \text{ V}$; $R_C = 8 \text{ k}\Omega$; $R_L = 12 \text{ k}\Omega$; $R_E = 2 \text{ k}\Omega$; $R_1 = 30 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 120 \text{ k}\Omega$; $R_S = 1 \text{ k}\Omega$; $\beta_F = 200$; $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$. Suponer que el parámetro de pequeña señal del transistor bipolar, r_π , vale $V_T \cdot \beta_F / I_{CQ}$ y tomar $V_T = 25 \text{ mV}$. Calcular el punto de trabajo en continua, los márgenes dinámicos y la ganancia.

239

El análisis de la polarización es el siguiente:

$$V_{th} = V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 3 \text{ V}$$

$$R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 24 \text{ k}\Omega$$

$$I_{BQ} = \frac{V_{th} - V_{BEQ}}{R_{th} + (\beta_F + 1)R_E} = 5,42 \text{ }\mu\text{A}$$

Suponiendo que el transistor trabaje en la región activa:

$$I_{CQ} = \beta_F I_{BQ} = 1,08 \text{ mA}$$

Usando este valor de I_{CQ} , las tensiones en los terminales del transistor son:

$$V_{CEQ} = V_{CC} - I_{CQ}(R_C + R_E) = 4,2 \text{ V}$$

$$V_{EQ} = I_{EQ} R_E = 2,16 \text{ V}$$

$$V_{BQ} = V_{EQ} + 0,7 = 2,86 \text{ V}$$

$$V_{CQ} = V_{EQ} + V_{CEQ} = 6,36 \text{ V}$$

Estos valores muestran que el transistor trabaja en la región activa tal como se había supuesto. Una forma práctica de calcular los márgenes dinámicos es partir del punto de trabajo:

$$\Delta i_{C_{corte}} = 0 - I_{CQ} = -I_{CQ} = -1,08 \text{ mA}$$

$$\Delta v_{CEsat} = 0 - V_{CEQ} = -V_{CEQ} = -4,2 \text{ V}$$

Los otros dos márgenes pueden obtenerse a partir de éstos y de la pendiente de la recta de carga en señal. La ecuación de la recta de carga en señal se obtiene analizando la malla de colector del circuito incremental:

$$\Delta i_C (R_C \parallel R_L) + \Delta v_{CE} = 0$$

Por tanto, los otros dos márgenes dinámicos serán:

$$\Delta i_{C_{sat}} = \Delta v_{CEsat} \left[-\frac{1}{R_C \parallel R_L} \right] = \frac{V_{CEQ}}{R_C \parallel R_L} = 0,875 \text{ mA}$$

$$\Delta v_{CEcorte} = \Delta i_{C_{corte}} [-R_C \parallel R_L] = [R_C \parallel R_L] \cdot I_{CQ} = 5,18 \text{ V}$$

Los márgenes dinámicos de la tensión de salida v_o pueden hallarse, por ejemplo, a partir de los de la corriente de colector:

240

$$\Delta v_{ocorte} = -[R_C \parallel R_L] \cdot \Delta i_{C_{corte}} = I_{CQ} \cdot [R_C \parallel R_L] = 5,18 \text{ V}$$

$$\Delta v_{osat} = -[R_C \parallel R_L] \cdot \Delta i_{C_{sat}} = -[R_C \parallel R_L] \frac{V_{CEQ}}{R_C \parallel R_L} = -V_{CEQ} = -4,2 \text{ V}$$

Por tanto, la máxima excursión de la señal de salida sin distorsión será de 4,2 V. El valor del parámetro de pequeña señal r_π será:

$$r_\pi = \frac{V_T \beta_F}{I_{CQ}} = 4,6 \text{ k}\Omega$$

El análisis del circuito de pequeña señal conduce a:

$$\Delta v_o = -(R_C \parallel R_L) \beta_F \Delta i_B$$

$$\Delta i_B = \Delta i_S \frac{R_{Th}}{R_{Th} + r_\pi}$$

$$\Delta i_S = \frac{\Delta v_S}{R_S + (R_{Th} \parallel r_\pi)}$$

Sustituyendo valores resulta:

$$\Delta v_o = -168 \cdot \Delta v_S$$

Se trata, por tanto, de un amplificador inversor de ganancia 168.

Ejercicio 7.10

Repetir el ejemplo anterior considerando que el transistor tiene ahora una $\beta_F = 500$.

Solución: $I_{BQ} = 2,25 \mu A$; $I_{CQ} = 1,12 mA$; $V_{CEQ} = 3,8 V$

$\Delta v_{ocorte} = 5,38 V$; $\Delta v_{osat} = -3,8 V$

$r_\pi = 11,2 k\Omega$; $\Delta v_o = -190 \Delta v_s$

7.5.5 Estructura típica de un amplificador integrado

En el diseño de circuitos integrados no es conveniente, por razones tecnológicas y de coste, utilizar resistencias. Por esta razón, se suelen utilizar transistores para hacer las funciones de resistencias. Una estructura típica de un amplificador integrado es la presentada en la figura 7.39a. En este circuito, T1 tiene la misma función que la del transistor del circuito discreto. Como se verá más adelante, el conjunto formado por T2, T3, R_o y V_{CC} equivale, en un cierto entorno del punto de reposo, a una fuente de corriente constante con una resistencia en paralelo (equivalente de Norton). Por esto se dice que T2 actúa como "carga activa". El transistor T3 se comporta como un diodo, y sirve para fijar el valor de la fuente de corriente equivalente. Obsérvese que T1 es un transistor NPN mientras que T2 y T3 son PNP.

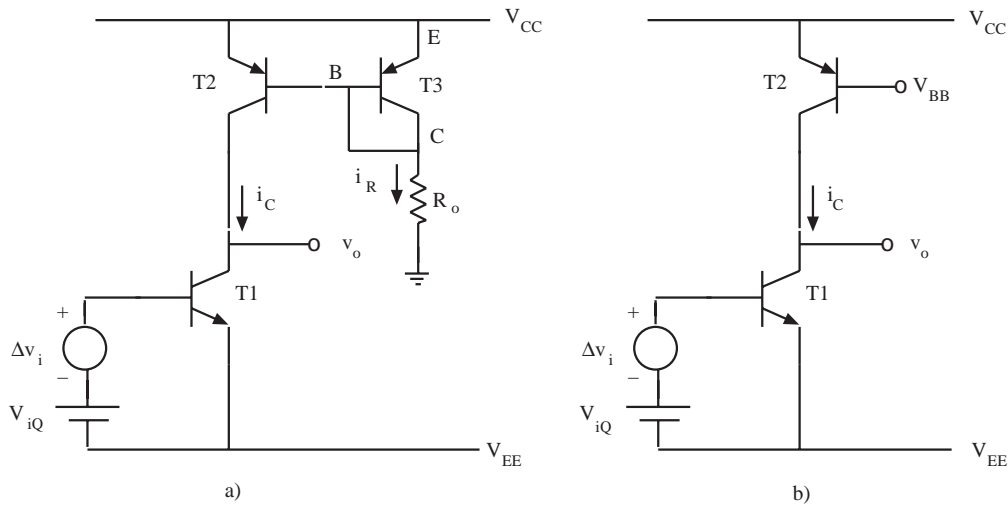


Fig. 7.39 a) Estructura típica de un amplificador de circuito integrado. b) Circuito equivalente

El transistor T3, con la unión base-colector cortocircuitada, equivale a un diodo. En efecto, a partir de su modelo equivalente (figura 7.40), puede verse que la corriente que circula entre emisor y base (o colector) es:

$$i_C = I_{eb} + \beta_F I_{eb} = (1 + \beta_F) I_{se} (e^{v_{EB}/V_T} - 1) \cong I_s (e^{v_{EB}/V_T} - 1) \quad (7.45)$$

que no es más que la ecuación de un diodo conectado de emisor a base. Entonces la tensión en el colector de T3 será aproximadamente $V_{CC} - V_\gamma$ y la corriente i_R será:

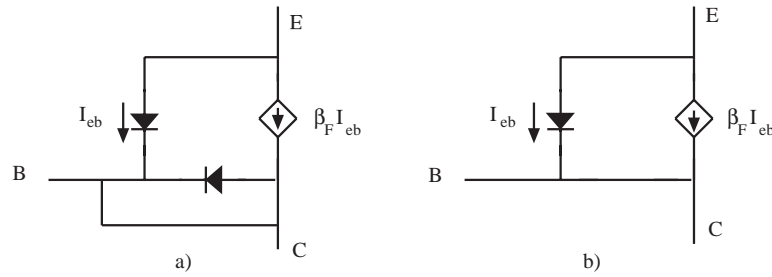


Fig. 7.40 El transistor T3 conectado como diodo

$$i_R \cong \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_o} \quad (7.46)$$

Como i_R es aproximadamente constante, ya que V_γ vale aproximadamente 0,7 V, e i_R es prácticamente igual a i_C , la expresión 7.45 establece que v_{EB} también debe ser constante. Por esta razón, en el circuito de la figura 7.39b se ha indicado que el transistor T2 está a una tensión fija V_{BB} .

Las curvas características en emisor común se representaron en el apartado 7.2 tomando la corriente de base como parámetro. Las curvas $i_C(v_{CE})$, tomando v_{BE} como parámetro, tienen una forma parecida, ya que, dado que i_B es igual a $I_{se}(e^{v_{BE}/V_T} - 1)$, un valor fijo de la corriente de base implica un valor constante de v_{BE} . En la figura 7.41a se representa la curva de salida de T2 para $v_{BE} = V_{BB}$. Nótese que el eje de abscisas es v_{EC2} .

Las curvas características de salida de T1 se dan en la figura 7.41b para distintos valores de $v_{EB} = v_i$. Sobre estas curvas características se ha dibujado la "curva de carga" del transistor T2. Obsérvese que v_{EC2} viene dado por:

$$v_{EC2} = V_{CC} - v_o \quad (7.47)$$

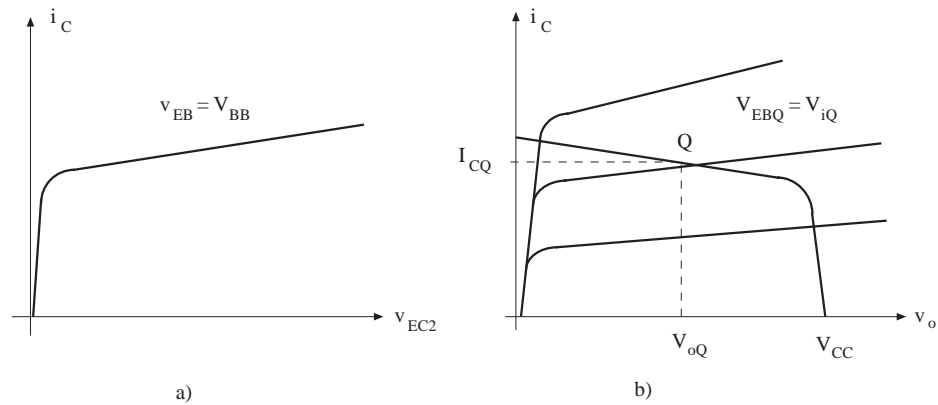


Fig. 7.41 a) Curva característica de T2 para $v_{EB} = V_{BB}$.
b) Punto de reposo del amplificador 7.39

y que I_C es la misma para ambos transistores. Por esto, cuando v_o vale V_{CC} , v_{CE2} es cero e i_C es cero. Cuando v_o disminuye, v_{EC2} aumenta e i_C también aumenta. De esta forma, puede trasladarse la curva

de la figura 7.41a sobre el plano $i_c(v_o)$ del transistor T1, sin más que "reflejar" dicha curva sobre el eje de ordenadas, y desplazarla a la derecha una cantidad V_{CC} . Esta curva hace la misma función que la recta de carga de colector del amplificador analizado anteriormente. Por esto se dice que T2 actúa como transistor de carga.

Cuando la tensión en la base de T1 varía alrededor del valor de reposo V_{iQ} por efecto del generador de señal $\Delta v_i(t)$, el punto de trabajo se desplaza sobre la curva de carga y traslada a la salida la señal. En un entorno del punto de trabajo la curva de carga puede aproximarse por una recta, cuya pendiente, según el modelo Early, es I_{CQ}/V_A . Como la pendiente de la recta de carga es la inversa de la resistencia de colector, la curva de carga equivale, en dicho entorno, a una resistencia efectiva de colector de alto valor. Y al ser la ganancia proporcional a esta resistencia, resulta que la ganancia de este amplificador es muy superior a la que se suele obtener con el esquema de la figura 7.35.

Ejemplo 7.11

Calcular la ganancia del circuito de la figura 7.39a suponiendo que la corriente de polarización de T1 sea $100 \mu A$, β_F igual a 100 y la tensión Early de T2 sea de 50 V.

La ganancia del circuito será:

$$\Delta v_o = -\frac{R_c \beta_F}{r_\pi} \Delta v_i$$

El valor de R_c será:

$$R_c = \frac{V_A}{I_{CQ}} = \frac{50}{100 \cdot 10^{-6}} = 500 \text{ k}\Omega$$

243

El valor de r_π será:

$$r_\pi = \frac{V_T}{I_{BQ}} = \frac{V_T \beta_F}{I_{CQ}} = 25 \text{ k}\Omega$$

Por tanto, la ganancia del circuito será:

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_i} = -2000$$

Ejercicio 7.11

Estimar los márgenes dinámicos de la tensión v_o del circuito de la figura 7.39.

Solución:

$$\begin{aligned} \Delta v_o \big|_{sat} &= v_{oQ} - V_{CE1sat} \\ \Delta v_o \big|_{corte} &= v_{oQ} - (V_{CC} - V_{EC2sat}) \end{aligned}$$

7.5.6 Resistencia de entrada y resistencia de salida de un amplificador

En general, se define la resistencia para pequeña señal "vista" desde dos terminales de un circuito, como la resistencia del circuito equivalente de Thévenin "vista" desde dichos terminales, considerando el circuito incremental. Si los terminales que se eligen son los de entrada del amplificador, se denomina resistencia de entrada, R_i . Si los terminales son los de salida, se denomina resistencia de salida, R_o . Para el cálculo de estas resistencias se procede de idéntica forma a como se hacía el cálculo de la resistencia del circuito equivalente de Thévenin: se conecta entre los terminales considerados un generador de tensión v_x y se calcula la corriente que entrega dicho generador, i_x , anulando las fuentes independientes del circuito. La relación v_x/i_x es la resistencia "vista" desde dichos terminales.

Ejemplo 7.12

Calcular la resistencia de entrada de pequeña señal vista desde los terminales a-a' del amplificador de la figura 7.35, y la resistencia de salida vista desde los terminales b-b' del mismo circuito.

El cálculo de ambas resistencias se realiza sobre el circuito para pequeña señal, representado en la figura 7.37. Para el cálculo de la resistencia de entrada se conecta un generador de tensión v_x entre a y a'. La corriente i_x que entrega dicho generador será:

$$i_x = \frac{v_x}{R_{th}} + \frac{v_x}{r_\pi} \Rightarrow R_i = \frac{v_x}{i_x} = \frac{R_{th} \cdot r_\pi}{R_{th} + r_\pi} = R_{th} \parallel r_\pi$$

244

De forma similar, para calcular la resistencia de salida, R_o , vista desde los terminales b y b', se conecta entre dichos terminales un generador de tensión v_y y se calcula la corriente i_y que entrega dicho generador, anulando la fuente independiente de señal Δv_s :

$$i_y = \frac{v_y}{R_C} + g_m \Delta v_{BE} = \frac{v_y}{R_C} \Rightarrow R_o = \frac{v_y}{i_y} = R_C$$

ya que $\Delta v_{BE} = 0$ V por serlo Δv_s . Nótese que en este caso, estas resistencias podrían obtenerse por simple inspección del circuito.

Ejercicio 7.12

Calcular la resistencia de entrada del amplificador de C.I. del circuito de la figura 7.39.

Solución: $R_i = r_\pi$.



Un sistema amplificador suele estar formado por tres bloques: un generador de la señal que se quiere amplificar, el amplificador propiamente dicho y la carga a la que se entrega la señal. Un ejemplo de tal sistema podría ser un amplificador de audio. El generador de señal modela, por ejemplo, un micrófono. Se suele representar por su equivalente de Thévenin (Δv_s , R_s). La carga sería, en este caso,

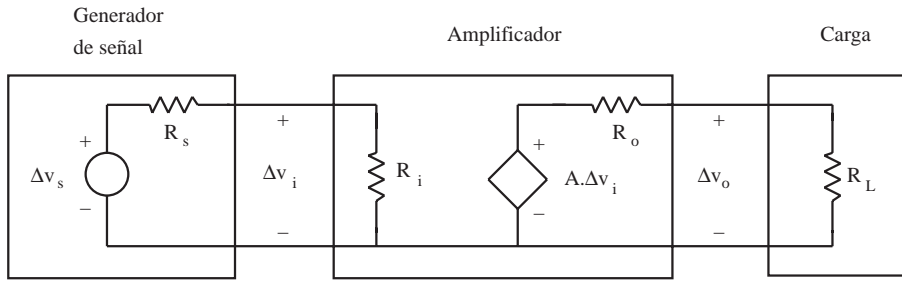


Fig. 7.42 Bloques constituyentes de un sistema amplificador

el altavoz, que se puede modelar por una resistencia (R_L). El esquema de un sistema amplificador se presenta en la figura 7.42.

Normalmente el amplificador puede modelarse mediante el circuito equivalente representado en la figura 7.42. En efecto, el circuito que "ve" el generador de señal (amplificador más carga) puede sustituirse por un circuito equivalente de Thévenin. Pero el generador de tensión de este circuito equivalente debe ser nulo ya que, en pequeña señal, el amplificador y la carga no contienen fuentes independientes. Por lo tanto, el generador de señal sólo ve la resistencia de entrada R_i . De forma similar, el circuito que ve la carga (amplificador y generador de señal), puede sustituirse por un circuito equivalente de Thévenin (o de Norton). La resistencia de este circuito equivalente será la resistencia de salida R_o , y el generador de tensión será proporcional al generador independiente de señal Δv_s . Pero como existe una proporcionalidad entre la señal, Δv_s , del generador, e Δv_i , también puede expresarse en función de esta última tensión.

245

Cuando se analiza el sistema amplificador de la figura 7.42, con el bloque amplificador sustituido por su circuito equivalente, resultan las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\Delta v_o &= \frac{A\Delta v_i}{R_o + R_L} R_L \\ \Delta v_i &= \frac{\Delta v_s}{R_s + R_i} R_i \\ \Delta v_o &= A \frac{R_L}{R_L + R_o} \frac{R_i}{R_i + R_s} \Delta v_s\end{aligned}\tag{7.48}$$

La última expresión pone de manifiesto la influencia de las resistencias de entrada y de salida sobre la ganancia total del sistema amplificador. Para que ésta no disminuya apreciablemente se requiere que R_i sea mucho mayor que R_s y que R_o sea muy inferior a R_L . De no cumplirse estas relaciones la ganancia "intrínseca" del amplificador, A , puede quedar muy reducida.

En algunos amplificadores puede resultar que la resistencia de salida R_o de la figura 7.42 tome un valor muy elevado. En estos casos es conveniente representar la salida del amplificador por un circuito equivalente de Norton, en lugar del equivalente Thévenin usado anteriormente. Nótese que, en este caso, si R_o es mucho mayor que R_L , puede ignorarse R_o , y entonces el amplificador, visto desde su salida, equivale a una fuente dependiente de corriente.

7.6 El transistor bipolar como amplificador: modelos en pequeña señal

En el apartado 7.5.3 se justificó la necesidad de disponer de un modelo que relacionara los incrementos de corriente en los terminales del transistor con los incrementos de tensión aplicados. Se introdujo, también, un primer modelo muy simplificado del transistor en pequeña señal. En este apartado se deducirán, de forma más rigurosa y completa, otros dos modelos equivalentes del transistor bipolar en pequeña señal, se hallará la relación entre ellos y se analizarán las limitaciones del transistor bipolar como amplificador.

7.6.1 El circuito equivalente híbrido en π

Considérese el modelo del transistor NPN representado en la figura 7.4a, en el que se supondrá que la fuente dependiente de salida viene dada por:

$$I_{ct} = (\beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc})(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}) \quad (7.49)$$

con objeto de incluir el efecto Early. Supondremos también que las capacidades C_e y C_c vienen dadas por las expresiones 7.11 y que las tensiones aplicadas a las uniones emisora y colectora son:

246

$$\begin{aligned} v_{BE} &= V_{BEQ} + \Delta v_{BE}(t) \\ v_{CB} &= V_{CBQ} + \Delta v_{CB}(t) \end{aligned} \quad (7.50)$$

donde el primer término del segundo miembro es el valor de polarización o reposo, y el segundo la señal. Supóngase por último que el transistor bipolar trabaja en la región activa.

La corriente que circulará por el diodo conectado entre base y emisor será:

$$I_{be} = \frac{I_s}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BEQ} + \Delta v_{BE}}{V_T}} - 1 \right] = \frac{I_s}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BEQ}}{V_T}} e^{\frac{\Delta v_{BE}}{V_T}} - 1 \right] \cong \frac{I_s}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BEQ}}{V_T}} \left(1 + \frac{\Delta v_{BE}}{V_T} \right) - 1 \right] \quad (7.51)$$

donde se ha aproximado la exponencial de la señal por los dos primeros términos de su desarrollo de Taylor, lo cual sólo es válido si la amplitud de la señal es mucho menor que V_T : "pequeña señal". Si se desarrolla la última expresión de la igualdad anterior resulta:

$$I_{be} \cong \frac{I_s}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BEQ}}{V_T}} - 1 \right] + \frac{I_s}{\beta_F} e^{\frac{V_{BEQ}}{V_T}} \frac{\Delta v_{BE}}{V_T} = I_{BQ} + \frac{\Delta v_{BE}}{r_\pi} \quad (7.52)$$

donde el valor de r_π es:

$$r_\pi = \frac{V_T}{I_{BQ}} = \frac{\beta_F V_T}{I_{CQ}} \quad (7.53)$$

ya que, al ser I_{bc} prácticamente cero, I_{CQ} coincide con $\beta_F I_{BQ}$. Por tanto, el incremento de corriente en el diodo conectado entre base y emisor debido a la señal Δv_{BE} , será el mismo que el que habría si, entre estos dos terminales, hubiera conectada una resistencia de valor r_π .

Por el diodo conectado entre base y colector no circulará corriente, ya que se supone polarizado inversamente. Equivaldrá, por tanto, a un circuito abierto. Sin embargo, a veces se sustituye por una resistencia r_μ de muy alto valor (del orden de decenas de megaohmios) para tener en consideración algunas no idealidades.

La corriente que circulará por la fuente dependiente I_{ct} será:

$$I_{ct} \cong \beta_F I_{be} \left(1 + \frac{v_{CE}}{V_A}\right) \cong (\beta_F I_{BQ} + \beta_F \frac{\Delta v_{BE}}{r_\pi}) \left(1 + \frac{V_{CEQ}}{V_A} + \frac{\Delta v_{CE}}{V_A}\right) \quad (7.54)$$

donde se ha hecho uso de 7.52 y, si se tiene en cuenta que V_A suele ser mucho mayor que V_{CEQ} y que los incrementos son muy pequeños, la última expresión se puede aproximar por:

$$I_{ct} = I_{CQ} + g_m \Delta v_{BE} + \frac{\Delta v_{CE}}{r_o} \quad (7.55)$$

donde g_m y r_o vienen dados por:

$$\begin{aligned} g_m &= \frac{\beta_F}{r_\pi} = \frac{I_{CQ}}{V_T} \\ r_o &= \frac{V_A}{I_{CQ}} \end{aligned} \quad (7.56) \quad \overline{247}$$

La expresión 7.55 muestra que el incremento de corriente por la fuente dependiente se puede aproximar por un generador de corriente de valor $g_m \Delta v_{BE}$ en paralelo con una resistencia de valor r_o .

La corriente que circula por los condensadores será:

$$I_{C_i} = C_i (V_{iQ} + \Delta v_i) \frac{d(V_{iQ} + \Delta v_i)}{dt} \cong C_i (V_{iQ}) \frac{d(\Delta v_i)}{dt} \quad (7.57)$$

donde se aproxima el valor del condensador por el que tiene en reposo, y se muestra que sólo circula corriente en señal. La capacidad de la unión colector se aproxima por:

$$C_\mu = C_{jcQ} \quad (7.58)$$

puesto que I_{bc} es nula (ver 7.11). La capacidad de la unión emisora se aproxima por:

$$C_\pi = C_{jeQ} + \tau_f \beta_F \left. \frac{dI_{be}}{dV_{BE}} \right|_Q = C_{jeQ} + \tau_f g_m \quad (7.59)$$

Por último, conviene señalar que suele incluirse en el modelo de pequeña señal una resistencia en serie con el terminal de base, que se denomina $r_{bb'}$. Esta resistencia incluye efectos debidos a la estructura bidimensional del transistor real que no eran considerados en el modelo simple presentado en la figura 7.4. Esta resistencia es un parámetro específico de cada transistor, y suele tener un valor relativamente pequeño (un valor típico es de 50Ω). Cuando se incluye en el modelo este parámetro, hay que modificar el valor de la fuente dependiente $g_m \Delta v_{B'E}$. Su nuevo valor es $g_m \Delta v_{B'E}$, donde B' y E son los terminales de la resistencia r_π .

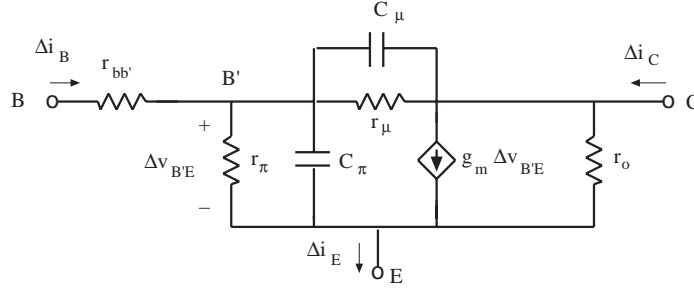


Fig. 7.43 Circuito equivalente de pequeña señal híbrido en π

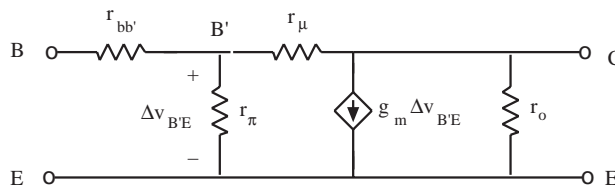


Fig. 7.44 Circuito híbrido en π en baja frecuencia

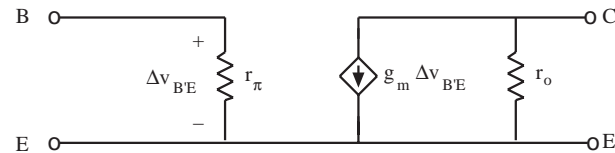


Fig. 7.45 Versión simplificada del circuito híbrido en π en baja frecuencia

El modelo de pequeña señal que se ha deducido en este apartado se representa en la figura 7.43. Se le llama *circuito equivalente de pequeña señal híbrido en π* .

En baja frecuencia el circuito equivalente híbrido en π puede aproximarse despreciando sus capacidades, ya que a baja frecuencia equivalen a resistencias de muy alto valor. El circuito simplificado se representa en la figura 7.44.

La resistencia $r_{bb'}$ suele tener un bajo valor óhmico y frecuentemente se aproxima por un valor nulo. La resistencia r_μ suele tener un valor muy elevado y se suele despreciar. Con estas aproximaciones resulta el circuito de la figura 7.45. Obsérvese que en este circuito:

$$\Delta v_{B'E} = r_\pi \Delta i_B$$

por lo que la fuente independiente vale:

$$g_m \Delta v_{B'E} = g_m r_\pi \Delta i_B = \beta_F \Delta i_B$$

El circuito usado en el apartado 7.5.3 no es más que este último circuito despreciando la resistencia r_o , que suele tener un alto valor óhmico.

Ejemplo 7.13

Calcular los parámetros r_π , g_m y r_o del modelo híbrido en π si $I_{CQ} = 2 \text{ mA}$, $V_A = 100 \text{ V}$ y $\beta_F = 100$.

Aplicando las expresiones 7.53 y 7.56 resulta:

$$g_m = \frac{I_{CQ}}{V_T} = 0,08 \text{ } \Omega^{-1}$$

$$r_\pi = \frac{\beta_F}{g_m} = 1,25 \text{ } k\Omega$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_{CQ}} = 50 \text{ } k\Omega$$

Ejercicio 7.13

Repetir el ejercicio anterior si I_{CQ} pasa a valer 0,2 mA y se mantienen V_A y β_F .

Solución: $r_\pi = 12,5 \text{ } k\Omega$; $g_m = 0,008 \text{ } \Omega^{-1}$; $r_o = 500 \text{ } k\Omega$.

7.6.2 El circuito equivalente de parámetros h

Una forma alternativa de modelar el transistor bipolar en pequeña señal es mediante un "cuadripolo equivalente de parámetros h". Este modelo, que fue tradicionalmente muy utilizado por los fabricantes de transistores, sólo se usa en baja frecuencia, y consiste en describir las variables incrementales de entrada y de salida del transistor conectado en emisor común mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \Delta v_{BE} &= h_{ie} \Delta i_B + h_{re} \Delta v_{CE} \\ \Delta i_C &= h_{fe} \Delta i_B + h_{oe} \Delta v_{CE} \end{aligned} \quad (7.60)$$

Las expresiones de los parámetros h pueden deducirse de las expresiones anteriores:

$$\begin{aligned} h_{ie} &= \left. \frac{\Delta v_{BE}}{\Delta i_B} \right|_{\Delta v_{CE}=0} \quad (\Omega) & h_{re} &= \left. \frac{\Delta v_{BE}}{\Delta v_{CE}} \right|_{\Delta i_B=0} \\ h_{fe} &= \left. \frac{\Delta i_C}{\Delta i_B} \right|_{\Delta v_{CE}=0} & h_{oe} &= \left. \frac{\Delta i_C}{\Delta v_{CE}} \right|_{\Delta i_B=0} \quad (\Omega^{-1}) \end{aligned} \quad (7.61)$$

Estas expresiones muestran que el parámetro h_{ie} tiene dimensiones de resistencia, h_{oe} de admitancia y h_{re} y h_{fe} son adimensionales. Por esto se les denomina parámetros híbridos. Las expresiones 7.60 se pueden representar mediante un circuito equivalente, que se representa en la figura 7.46. Este circuito se llama circuito equivalente en parámetros h.

La relación entre los dos circuitos equivalentes del transistor en pequeña señal, el circuito híbrido en π y el circuito de parámetros h, se hallan aplicando las expresiones 7.61 al primero de los circuitos equivalentes citados. En el caso general, las expresiones que resultan de los parámetros h son complejas a causa de la presencia de los condensadores. Por esta razón, la equivalencia entre los circuitos equivalentes se reduce al caso de baja frecuencia en el que los condensadores se desprecian (figura 7.44).

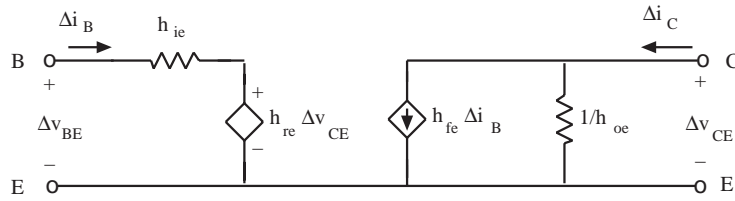


Fig. 7.46 Circuito equivalente en parámetros h

Para hallar h_{ie} deben cortocircuitarse los terminales de salida para forzar Δv_{CE} o, conectar una fuente independiente de corriente a la entrada de valor Δi_B y calcular Δv_{BE} . El resultado es:

$$h_{ie} = r_{bb'} + r_{\pi} \parallel r_{\mu} \cong r_{bb'} + r_{\pi} \quad (7.62)$$

Análogamente se calculan los otros parámetros. Los resultados que se obtienen son:

$$\begin{aligned} h_{fe} &= g_m (r_{\pi} \parallel r_{\mu}) \cong g_m r_{\pi} = \beta_F \\ h_{re} &= \frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + r_{\mu}} \cong \frac{r_{\pi}}{r_{\mu}} \\ h_{oe} &= \frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_{\pi} + r_{\mu}} + g_m \frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + r_{\mu}} \cong \frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_{\mu} / \beta_F} \end{aligned} \quad (7.63)$$

250

Estas expresiones también permiten calcular los parámetros del modelo híbrido en π a partir de los parámetros h y del punto de trabajo en reposo del transistor.

Nótese que cuando se aproxima $r_{bb'}$ a cero h_{ie} se reduce a r_{π} . Cuando r_{μ} se aproxima a infinito, h_{re} toma un valor nulo. En este caso la entrada del transistor es independiente de la salida (ver la figura 7.46), por lo que el transistor se convierte en un dispositivo unidireccional (la señal se transmite de la entrada a la salida pero no al revés). Asimismo, con esta aproximación de r_{μ} , h_{oe} coincide con la inversa de r_o .

Ejemplo 7.14

Calcular los parámetros h del transistor del ejemplo 7.13 si $r_{bb'} = 50\Omega$ y $r_{\mu} = 10\text{ M}\Omega$.

Aplicando las expresiones 7.62 y 7.63, resulta:

$$\begin{aligned} h_{ie} &= r_{bb'} + r_{\pi} = 1,3\text{ k}\Omega \\ h_{re} &= \frac{r_{\pi}}{r_{\mu}} = 1,25 \cdot 10^{-4} \\ h_{fe} &= \beta_F = 100 \\ h_{oe} &= \frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_{\mu} / \beta_F} = \frac{1}{33,3\text{ k}\Omega} = 30 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1} \end{aligned}$$

Ejercicio 7.14

Un transistor polarizado con $I_{CQ} = 1 \text{ mA}$ tiene $h_{ie} = 2,7 \text{ k}\Omega$, $h_{fe} = 100$, $h_{oe} = 25 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}$ y $h_{re} = 0$. Calcular los parámetros del modelo híbrido.

Solución: $g_m = 4 \cdot 10^{-2} \Omega^{-1}$; $r_\pi = 2,5 \text{ k}\Omega$; $r_{bb'} = 200 \Omega$; $r_o = 40 \text{ k}\Omega$.



Para calcular un amplificador utilizando "lápiz y papel" estos circuitos suelen simplificarse. En baja frecuencia, suelen despreciarse los parámetros r_o , r_μ y $r_{bb'}$ del circuito híbrido en π , y los parámetros h_{re} y h_{oe} del circuito de parámetros h . El circuito aproximado es el representado en la figura 7.45, en el que la fuente dependiente $g_m \Delta v_{BE}$ también puede expresarse por $\beta_F \Delta i_B$ ya que Δv_{BE} es igual a $r_\pi \Delta i_B$, y el producto $g_m r_\pi$ es igual a β_F como muestran las ecuación 7.56.

7.6.3 Limitaciones del transistor bipolar en alta frecuencia

La presencia de las capacidades internas C_π y C_μ limita la capacidad de amplificación del transistor. En efecto, una medida de la capacidad amplificadora del transistor es el parámetro h_{fe} ($h_{fe} = \Delta i_C / \Delta i_B$ con Δv_{CE} igual a cero). Este parámetro se calcula dividiendo la intensidad que circula por los terminales de salida del transistor cortocircuitados (Δi_C) por la corriente de entrada por el terminal de base (Δi_B). Si se aplica este cálculo al circuito 7.43, en el que se supone r_μ infinita, y se tiene en cuenta que la impedancia que presenta un condensador es $Z_C = 1/j\omega C$ (ver 5.50):

251

$$h_{fe} = \frac{g_m \Delta v_{B'E} - Y_\mu \Delta v_{B'E}}{Y_\pi \Delta v_{B'E} + Y_\mu \Delta v_{B'E}} = \frac{g_m - j\omega C_\mu}{1/r_\pi + j\omega(C_\pi + C_\mu)} \quad (7.64)$$

donde el valor de Y_π es:

$$Y_\pi = \frac{1}{r_\pi \parallel Z_{C_\pi}} = \frac{1 + j\omega r_\pi C_\pi}{r_\pi} \quad (7.65)$$

La expresión 7.64 puede simplificarse despreciando el término de C_μ en el numerador:

$$h_{fe} \cong \frac{\beta_F}{1 + j\omega r_\pi (C_\pi + C_\mu)} \quad (7.66)$$

La representación gráfica aproximada del logaritmo del módulo de h_{fe} en función de la frecuencia se da en la figura 7.47. Obsérvese que el módulo de este parámetro se mantiene aproximadamente constante hasta la frecuencia f_β , a partir de la cual empieza a disminuir. Cuando se alcanza la frecuencia f_T el valor de h_{fe} es la unidad ($\log(1)=0$), y es menor que la unidad para frecuencias superiores. La frecuencia f_T se denomina *frecuencia de transición* y es la máxima frecuencia para la que el transistor actúa como amplificador. A frecuencias superiores el transistor atenúa la señal en lugar de amplificarla. El valor de f_T puede calcularse a partir de la última expresión:

$$f_T \cong \frac{g_m}{2\pi(C_\pi + C_\mu)} \cong \frac{1}{2\pi\tau_f} \quad (7.67)$$

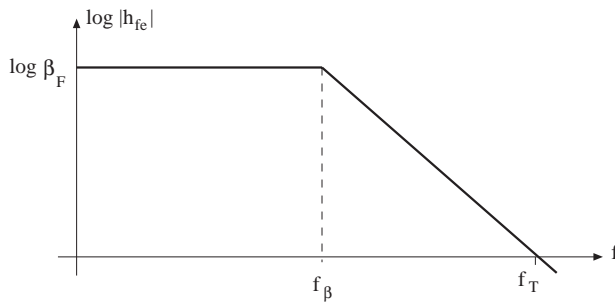


Fig. 7.47 Variación aproximada del logaritmo del módulo del h_{fe} con la frecuencia

donde la última aproximación ha sido obtenida suponiendo que C_π es mucho mayor que C_μ y que, en la primera, domina C_s frente a C_j . En definitiva, el parámetro del transistor bipolar que limita su respuesta en alta frecuencia es τ_f , que se denomina tiempo de tránsito.

Ejemplo 7.15

Calcular C_π , C_μ y f_T para un transistor cuyos parámetros capacitivos son: $C_{je0} = 1 \text{ pF}$, $V_{je} = 0,9 \text{ V}$, $m_e = 0,33$; $C_{jco} = 0,3 \text{ pF}$, $V_{jc} = 0,52 \text{ V}$, $m_c = 0,5$; $\tau_f = 0,35 \text{ ns}$ y está polarizado en $I_{CQ} = 2 \text{ mA}$, $V_{CEQ} = 5 \text{ V}$ y $V_{BEQ} = 0,65 \text{ V}$.

Aplicando las expresiones 7.58, 7.59 y 7.11 resulta:

$$C_\mu \cong C_{jc}(0,65 - 5) = \frac{0,3 \text{ pF}}{(1 + 4,35/0,52)^{0,5}} = 0,098 \text{ pF}$$

$$C_\pi \cong C_{je}(0,65) + \tau_f g_m =$$

$$= \frac{1 \text{ pF}}{(1 - 0,65/0,9)^{0,33}} + 0,35 \cdot 10^{-9} \cdot 0,08 = 1,53 \text{ pF} + 28 \text{ pF} = 29,5 \text{ pF}$$

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_\pi + C_\mu)} = 430 \text{ MHz}$$

252

Ejercicio 7.15

Estimar el parámetro τ_f de un transistor cuya frecuencia de transición sea de 400 MHz.

Solución: $\tau_f = 0,4 \text{ ns}$.

7.7 El transistor bipolar como amplificador: etapas elementales

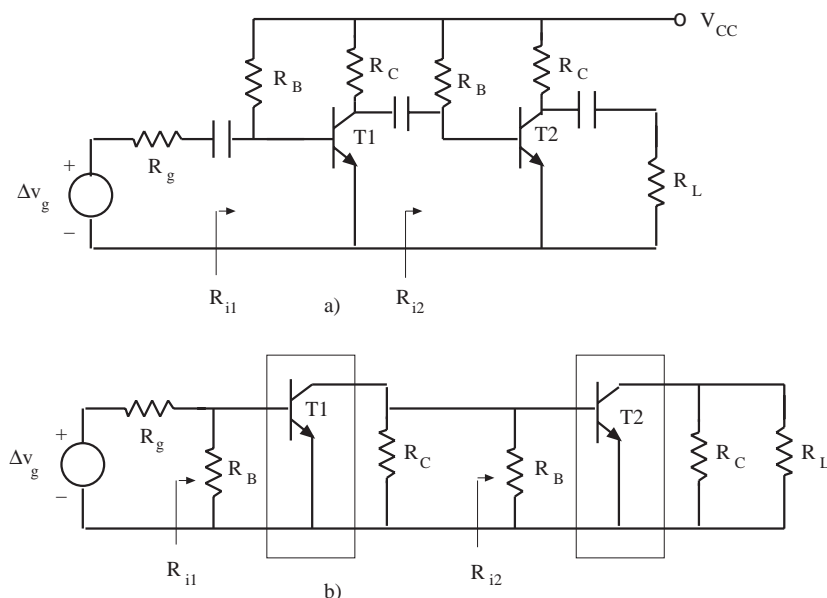
Con frecuencia, la señal a amplificar proviene de un "sensor" que convierte en eléctrica una señal de otra naturaleza (acústica, óptica, temperatura, presión,...) y, una vez amplificada, la entrega a un "actuador" que la vuelve a traducir en señal de naturaleza diferente (acústica, mecánica,...). Para realizar con eficacia este proceso amplificador, se requiere que el factor de amplificación tenga el valor preciso y que exista una adecuada transferencia de señal entre el sensor y el amplificador, por un lado, y entre el amplificador y el actuador por el otro. El cumplimiento de este conjunto de requisitos suele necesitar el concurso de varios dispositivos activos: un circuito para "acondicionar" la señal que procede del sensor, varios amplificadores en cascada, es decir, uno tras otro, para amplificar la señal por el factor deseado y un circuito final para adecuar la señal al actuador. Cada uno de estos circuitos se denomina *etapa* del sistema amplificador.

Cada etapa de un amplificador realiza una función específica: amplifica, adapta resistencias (según se requiera máxima transferencia de tensión, de corriente o de potencia), proporciona potencia a la salida, etc. Normalmente cada etapa contiene uno o varios dispositivos activos (transistores, amplificadores operacionales,...). En este apartado se expondrán exclusivamente algunas propiedades de las etapas que contienen un solo transistor: la etapa en emisor común, el seguidor por emisor y la etapa en base común. En el próximo apartado también se estudiará una etapa amplificadora básica con dos transistores: el amplificador diferencial. Un tratamiento más completo de este tema supera el marco de este texto.

Normalmente las etapas de un amplificador se conectan en cascada. Hay dos técnicas básicas para realizar esta conexión: directamente o bien mediante condensadores intercalados en serie entre las etapas. En el primer caso, que es la solución usada en los circuitos integrados, una variación en el punto de trabajo de una etapa afecta a todas las demás. En el segundo caso, las etapas están aisladas en continua, ya que los condensadores, en continua, equivalen a circuitos abiertos, y sólo transmiten la señal. Esta suele ser la solución utilizada en la realización de amplificadores discretos.

Ejemplo 7.16

Calcular la ganancia del amplificador de dos etapas representado en la figura 7.48.



253

Fig. 7.48 a) Amplificador de dos etapas del ejemplo 7.16. b) Circuito de pequeña señal. (El transistor encerrado en el rectángulo debe ser sustituido por su modelo de pequeña señal.) Considerar los siguientes valores numéricos: $R_g = 1 \text{ k}\Omega$; $R_B = 1,43 \text{ M}\Omega$; $R_C = 4 \text{ k}\Omega$; $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$; $V_{CC} = 15 \text{ V}$; $\beta_F = 200$; $R_L = 1 \text{ k}\Omega$

En continua los condensadores equivalen a circuitos abiertos, por lo que cada etapa está aislada. Obsérvese que, en este ejemplo, las dos etapas son idénticas en continua y tienen, por tanto, el mismo punto de trabajo. El cálculo de I_{CQ} es inmediato:

$$I_{CQ} = \beta I_{BQ} = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} = 2 \text{ mA}$$

El valor de los parámetros de pequeña señal será:

$$g_m = \frac{I_{CQ}}{V_T} = 0,08 \text{ } \Omega^{-1} \quad r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = 2500 \text{ } \Omega$$

El cálculo de la ganancia puede iniciarse empezando desde la salida (transistor 2) hacia la entrada:

$$\begin{aligned} \Delta v_o &= -(R_L \parallel R_{C2}) \beta_2 \Delta i_{B2} \\ \Delta i_{B2} &= \frac{\Delta v_{B2}}{r_{\pi 2}} \\ \Delta v_{B2} &= -(R_{C1} \parallel R_{i2}) \beta_1 \Delta i_{B1} \\ \Delta i_{B1} &= \frac{\Delta v_{B1}}{r_{\pi 1}} \\ \Delta v_{B1} &= \Delta v_g \frac{R_{i1}}{R_{i1} + R_g} \end{aligned}$$

254

donde las resistencias de entrada R_{i1} y R_{i2} son:

$$\begin{aligned} R_{i1} &= R_{B1} \parallel r_{\pi 1} \\ R_{i2} &= R_{B2} \parallel r_{\pi 2} \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores numéricos en las expresiones anteriores se obtiene:

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_g} = 5485$$

Nótese que, en la solución de este circuito, se ha sustituido la segunda etapa por R_{i2} en el cálculo de Δv_{B2} , y la primera etapa por su resistencia de entrada R_{i1} , en el cálculo de Δv_{B1} en función de Δv_g . También es posible calcular el circuito sin hacer uso de R_{i1} y R_{i2} . Se deja al lector la verificación de que conduce al mismo resultado.

Ejercicio 7.16

Calcular los márgenes dinámicos a la salida de cada etapa del amplificador del ejemplo 7.16, teniendo en cuenta que la resistencia efectiva de carga de la primera etapa es la resistencia de entrada de la segunda R_{i2} . Razonar cuál será el margen dinámico del amplificador global.

Solución:

El margen dinámico de la segunda etapa es $\Delta i_{C2max} = 2 \text{ mA}$, lo que implica $\Delta v_{omax} = 1,6 \text{ V}$. El margen dinámico de la primera etapa es $\Delta i_{C1max} = 2 \text{ mA}$, lo que implica $\Delta v_{B2max} = 3 \text{ V}$. Como la amplitud máxima de la señal sin distorsión en la entrada de la segunda etapa es de 3V, y la ganancia de tensión de esta etapa es mayor que la unidad, la etapa que limita la amplitud de la señal en la salida para que no haya distorsión será la segunda. La máxima amplitud de la señal sin distorsión en la salida será de 1,6 V.

7.7.1 Análisis de las etapas elementales

Considérese el circuito de la figura 7.35. Su circuito incremental puede representarse como se indica en la figura 7.49a, en el que el transistor contenido en el rectángulo central debe ser sustituido por su modelo en pequeña señal. El circuito formado por el generador de señal y las resistencias R_{th} y R_s puede sustituirse por un circuito equivalente de Thévenin ($\Delta v_g, R_g$) y las resistencias R_C y R por una única resistencia de carga (R_L). Con estas sustituciones el circuito anterior toma la forma del circuito 7.50 en el que el rectángulo contiene el "emisor común". En otros casos el circuito se puede reducir a una estructura similar pero con un transistor en colector común o en base común en el rectángulo. En este apartado se analizará el circuito 7.50 para los tres casos comentados: emisor común, colector común y base común.

255

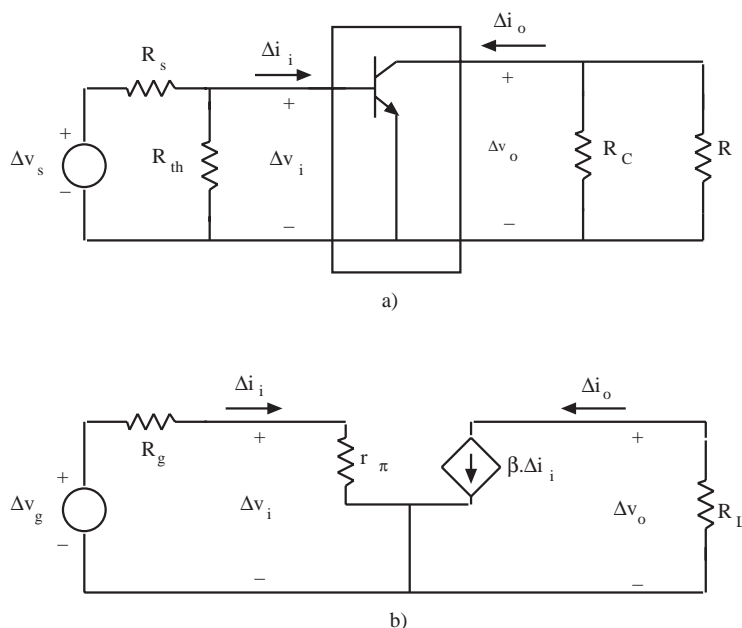


Fig. 7.49 a) Circuito equivalente en pequeña señal del amplificador de la figura 7.35.
b) Circuito básico en emisor común

El análisis de la etapa en emisor común se lleva a cabo a partir de la figura 7.49b, donde el transistor en emisor común ha sido sustituido por su circuito equivalente simplificado en pequeña señal (sólo los parámetros r_π y β_F). Para simplificar la notación suele utilizarse β en lugar de β_F , ya que en amplificación el transistor suele estar en la región activa. En este circuito es inmediato comprobar los siguientes cálculos:

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{\Delta v_i}{\Delta i_i} = r_\pi \\ \frac{\Delta i_o}{\Delta i_i} &= \beta \\ \frac{\Delta v_o}{\Delta v_s} &= -\frac{\beta R_L}{R_g + r_\pi} \end{aligned} \quad (7.68)$$

Para el cálculo de la resistencia de salida se completa el modelo anterior de pequeña señal con el parámetro r_o , ya que de no hacerlo, se obtendría un valor infinito para dicha resistencia. El valor que se obtiene es:

$$R_o = \left. \frac{\Delta v_o}{\Delta i_o} \right|_{\Delta v_s=0} = r_o \quad (7.69)$$

A partir de los valores calculados en 7.68, puede observarse que la ganancia de corriente de esta etapa es superior a la unidad y la ganancia de tensión también, siempre que se tomen valores adecuados de resistencias. Nótese también que el amplificador invierte la señal de tensión.

256

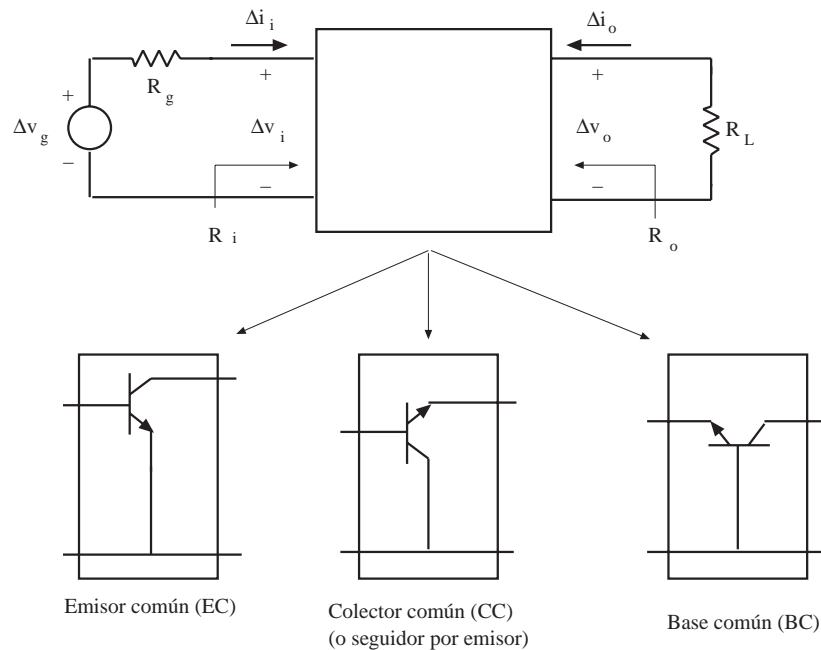


Fig. 7.50 Estructura en pequeña señal de las etapas elementales analizadas

La segunda etapa elemental es el seguidor por emisor, también denominada colector común. El circuito básico es el representado en la figura 7.51. Nótese que la salida se toma en el emisor del transistor y que, en el circuito incremental, el colector está unido a masa tal como se indica en la figura 7.50. En este circuito R_L es la resistencia de emisor R_E . En el circuito equivalente del transistor en pequeña señal se ha ignorado r_o ya que suele ser muy superior a R_E .

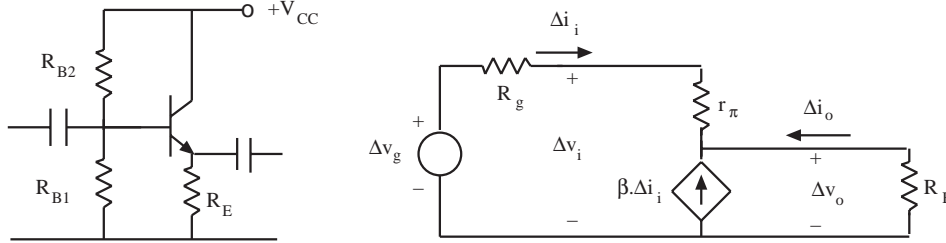


Fig. 7.51 a) Seguidor por emisor (colector común). b) Circuito básico en pequeña señal

El análisis de este circuito conduce a los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}
 R_i &= r_\pi + (\beta + 1)R_E \\
 R_o &= \frac{R_g + r_\pi}{\beta + 1} \\
 \frac{\Delta i_o}{\Delta i_i} &= -(\beta + 1) \\
 \frac{\Delta v_o}{\Delta v_g} &= \frac{(\beta + 1)R_E}{R_g + r_\pi + (\beta + 1)R_E}
 \end{aligned} \tag{7.70}$$

257

Nótese que la ganancia de tensión de esta etapa es positiva (no invierte la señal) y que siempre es menor que la unidad. Cuando $(\beta_F + 1)R_E$ es mucho mayor que $R_g + r_\pi$ la ganancia tiende a la unidad, de ahí el nombre de "seguidor por emisor". La resistencia de entrada es elevada. Obsérvese también que la resistencia de salida puede ser muy baja.

La tercera etapa elemental es la denominada base común, y su circuito básico se representa en la figura 7.52. Nótese que en señal la base está conectada a masa y es común a la entrada y a la salida. En el circuito 7.52b se representa el circuito básico en pequeña señal, con sólo los parámetros r_π y β . El análisis de esta etapa proporciona los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}
 R_i &= \frac{r_\pi}{1 + \beta} \\
 \frac{\Delta i_o}{\Delta i_i} &= -\frac{\beta}{\beta + 1} \\
 \frac{\Delta v_o}{\Delta v_g} &= \frac{\beta R_L}{(\beta + 1)R_g + r_\pi} \cong \frac{R_L}{R_g}
 \end{aligned} \tag{7.71}$$

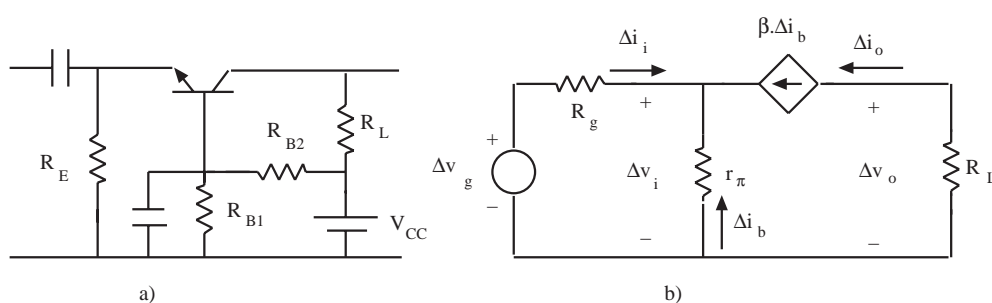


Fig. 7.52 a) Circuito base común. b) Circuito básico en pequeña señal

Para el cálculo de la resistencia de salida es conveniente completar el modelo del transistor con r_o , como se ha hecho en la etapa de emisor común. El resultado que se obtiene es:

$$R_o = r_o + \frac{R_g(\beta r_o + r_\pi)}{R_g + r_\pi} \cong r_o \left(1 + \frac{\beta R_g}{R_g + r_\pi}\right) \quad (7.72)$$

Obsérvese el bajo valor de la resistencia de entrada y el alto valor de la de salida. Destaca también que la ganancia de corriente es inferior a la unidad y que la ganancia de tensión puede ser elevada y no invierte.

7.7.2 Comparación entre las etapas elementales

En la tabla 7.5 se resumen los resultados hallados en el apartado anterior. También se incluyen unos valores representativos de cada uno de ellos y un comentario cualitativo. A partir de dichos resultados se justifica su utilización en amplificadores más complejos.

La etapa emisor común es la única que presenta ganancia de corriente y de tensión simultáneamente. Por ello es la etapa de amplificación más común. Nótese que las resistencias de entrada y de salida toman valores intermedios con respecto a las entradas de seguidor por emisor y de base común.

El seguidor por emisor no proporciona ganancia de tensión pero presenta una resistencia de entrada alta y una de salida baja. Se suele usar como etapa de salida para adaptar resistencias. Un ejemplo de esta adaptación de resistencias podría ser el siguiente: como la ganancia de tensión de un amplificador en emisor común, es proporcional a la resistencia de carga, si ésta toma un valor pequeño, como suele ser habitual en muchos sistemas de amplificación (un altavoz, por ejemplo, puede presentar una resistencia de 4Ω), la ganancia podría ser muy inferior a la unidad (el amplificador atenuaría la señal en lugar de amplificarla). Para evitarlo, se puede disponer en la salida un seguidor de emisor, el cual presenta una resistencia alta a la última etapa amplificadora en emisor común (su resistencia de entrada), y permite una resistencia de carga R_E de bajo valor sin degradar significativamente la ganancia.

La etapa en base común tiene una utilización menos frecuente en amplificación. Su uso suele reservarse para cuando se desea amplificar señales de frecuencias muy elevadas (la respuesta del amplificador a señales sinusoidales de distintas frecuencias queda fuera del alcance de este texto) o cuando se requiere una resistencia de entrada muy baja o una de salida muy alta.

	Emisor común (EC)	Colector común (CC)	Base común (BC)
R_i	r_π típico : 1 kΩ entre CC y BC	$r_\pi + (\beta + 1)R_E$ típico : 100 kΩ alta	$r_\pi / (\beta + 1)$ típico : 10 Ω baja
R_o	r_o típico 50 kΩ alta	$\frac{r_\pi + R_g}{\beta + 1}$ típico : 20 Ω baja	$r_o (1 + \frac{\beta R_g}{R_g + r_\pi})$ típico 2,5 MΩ muy alta
$\frac{\Delta v_o}{\Delta v_s}$	$\frac{-\beta R_L}{R_g + r_\pi}$ típico : -50 puede ser alta	$\frac{(\beta + 1)R_E}{R_g + r_\pi + (\beta + 1)R_E}$ típico : 0,98 menor que 1	$\frac{\beta R_L}{\beta R_g + r_\pi}$ típico : $\frac{R_L}{R_g}$ puede ser alta
$\frac{\Delta i_o}{\Delta i_i}$	β típico : 100 alta	$-(\beta + 1)$ típico : -100 alta	$-\frac{\beta}{\beta + 1}$ típico : -0,99 menor que uno
Uso	Etapas amplificadora normal	Etapas de salida (adaptación de resistencias)	Uso especial (alta frecuencia, adaptación de resistencias,...)

Tabla 7.5 Resumen de las propiedades más significativas de las etapas elementales. Los valores típicos se han calculado usando el siguiente conjunto de parámetros: $\beta = 100$; $r_\pi = 1 \text{ k}\Omega$; $r_o = 50 \text{ k}\Omega$; $R_L = 1 \text{ k}\Omega$; $R_g = 1 \text{ k}\Omega$

Ejemplo 7.17

La resistencia de carga del amplificador de la figura es $R_L = 4 \Omega$. Los transistores T2 y T3 de la etapa de salida forman una conexión denominada *par Darlington*. Se pide: a) Demostrar que el par Darlington equivale a un transistor cuya β viene dada por el producto de las β de los dos transistores y cuya V_{BE} es el doble de la de un transistor aislado. b) Hallar la resistencia de entrada de la segunda etapa R_{i2} . c) Hallar la ganancia del amplificador.

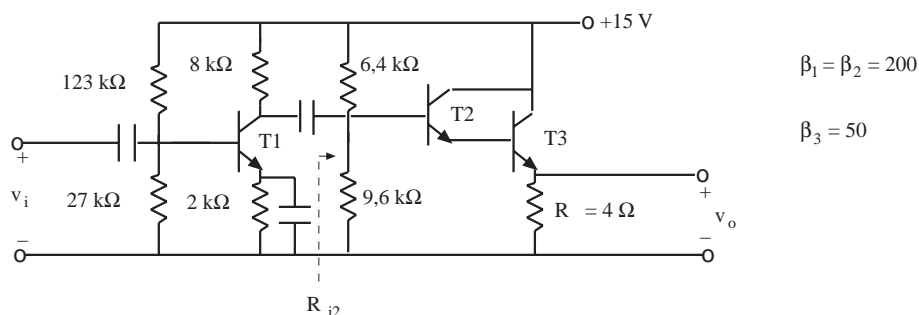


Fig. 7.53 Circuito del ejemplo 7.17

a) Denominando I_C a la corriente que entra por el colector del conjunto ($I_C = I_{C3} + I_{C2}$), I_B a la corriente de base de T2 ($I_B = I_{B2}$), y I_E a la de emisor de T3 ($I_E = I_{E3}$), resulta:

$$I_C = I_{C3} + I_{C2} = \beta_3 I_{B3} + \beta_2 I_{B2} = \beta_3 \beta_2 I_{B2} + \beta_2 I_{B2} = \beta_2 (\beta_3 + 1) I_B$$

ya que $I_{B3} = I_{C2}$. Por tanto el parámetro β del conjunto será $\beta_2(\beta_3 + 1)$, expresión en la que normalmente se puede despreciar el "1".

La tensión V_{BE} del conjunto será $V_{BE2} + V_{BE3}$, que será aproximadamente el doble del valor usual (0,7 V).

b) La resistencia de entrada de la segunda etapa puede calcularse sustituyendo el par Darlington por el transistor equivalente:

$$R_{i2} \cong 9,6 \text{ k}\Omega \parallel 6,4 \text{ k}\Omega \parallel (r_{\pi2} + \beta_2 r_{\pi3} + \beta_3 \beta_2 R_L) \cong 3,84 \text{ k}\Omega \parallel 40 \text{ k}\Omega = 3,5 \text{ k}\Omega$$

c) Para calcular la ganancia del circuito hay que calcular previamente los parámetros de pequeña señal, los cuales dependen del punto de trabajo. Realizando el análisis en continua de la segunda etapa se obtienen $I_{C2Q} = 34 \text{ mA}$ e $I_{C3Q} = 1,7 \text{ A}$. El análisis en continua de la primera etapa proporciona $I_{C1Q} = 1 \text{ mA}$. Suponiendo r_{bb} despreciable resultan los siguientes valores: $r_{\pi1} = 5 \text{ k}\Omega$; $r_{\pi2} = 144 \text{ }\Omega$; $r_{\pi3} = 0,72 \text{ }\Omega$. La ganancia del circuito será:

$$\begin{aligned} \Delta v_o &= 4\beta_3\beta_2\Delta i_{B2} \\ \Delta i_{B2} &= \frac{\Delta v_{B2}}{r_{\pi2} + \beta_2 r_{\pi3} + \beta_2\beta_3 R_L} \\ \Delta v_{B2} &= -(8 \text{ k}\Omega \parallel R_{i2})\beta_1\Delta i_{B1} \\ \Delta i_{B1} &= \frac{\Delta v_i}{r_{\pi1}} \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores numéricos resulta:

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_i} = -96$$

Ejercicio 7.17

¿Cuál sería la ganancia de tensión del circuito anterior si se hubiera conectado la resistencia de carga de $4 \text{ }\Omega$ directamente después del condensador de acoplo entre la primera y la segunda etapas (es decir, eliminando la etapa formada por los transistores T2 y T3)?

Solución: $G_v = -0,16$.



Con mucha frecuencia aparece una etapa amplificadora simple que no es ninguna de las tres estudiadas. Se trata de la etapa amplificadora en *emisor común con resistencia de emisor sin desacoplar*, que se muestra en la figura 7.54. El análisis de esta etapa en pequeña señal, usando sólo los parámetros r_π y β , conduce a los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} R_i &= r_\pi + (\beta + 1)R_E \\ \frac{\Delta i_o}{\Delta i_i} &= \beta \\ \frac{\Delta v_o}{\Delta v_i} &= -\frac{\beta R_L}{R_g + r_\pi + (\beta + 1)R_E} \end{aligned} \quad (7.73)$$

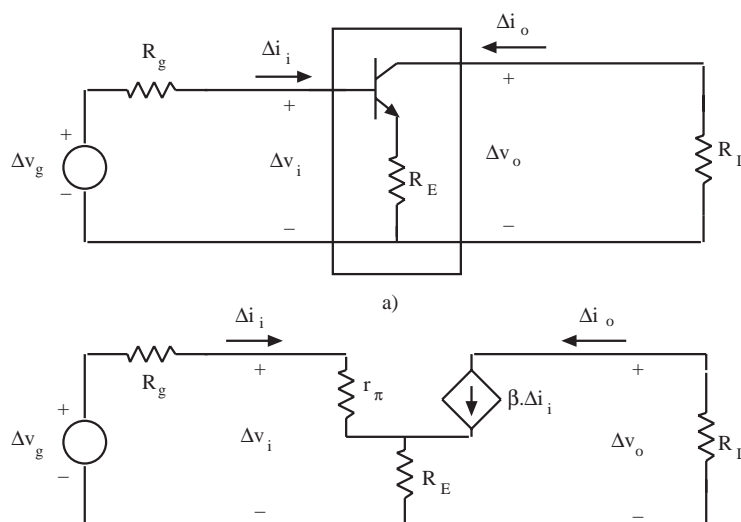


Fig. 7.54 Etapa en emisor común con resistencia de emisor sin desacoplar

Nótese que la presencia de R_E hace que disminuya la ganancia de tensión y que aumente la resistencia de entrada con respecto a la etapa en emisor común. La ventaja que se puede obtener con esta etapa es conseguir que la ganancia de tensión tome un valor determinado, independiente de β . En efecto, si βR_E es mucho mayor que $(R_g + r_\pi)$, la última de las ecuaciones 7.73 conduce a:

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_i} \cong \frac{R_L}{R_E} \quad (7.74)$$

Para el cálculo de la resistencia de salida es conveniente añadir la resistencia r_o al modelo elemental utilizado en el cálculo anterior. El valor de resistencia de salida que se obtiene es:

$$R_o = r_o \left(1 + \frac{\beta R_E}{R_g + r_\pi + R_E} \right) \quad (7.75)$$

que puede ser mucho mayor que la que presenta la etapa en emisor común.

7.8 El par de transistores acoplados por emisor

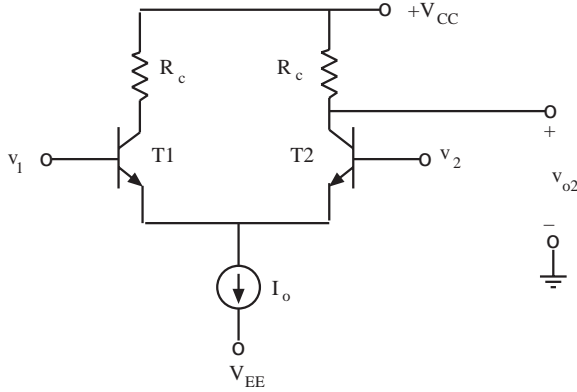


Fig. 7.55 Estructura básica del par de transistores acoplados por emisor

El par de transistores acoplados por emisor es una configuración básica muy utilizada en circuitos electrónicos. Se encuentra, por ejemplo, en la etapa de entrada del amplificador operacional y en las puertas lógicas de alta velocidad denominadas ECL (del inglés *Emitter-Coupled Logic*). Esta estructura se muestra en la figura 7.55. Como puede observarse, consta de dos transistores, T1 y T2, dos resistencias R_c , una fuente de corriente I_o , y dos fuentes de tensión V_{CC} y V_{EE} . El circuito posee dos entradas, v_1 y v_2 , una de las cuales se denomina inversora y la otra no inversora. La salida del circuito puede tomarse entre el

colector de T2 y masa, o entre el colector de T1 y masa, o bien puede tomarse una salida "diferencial $v_{c2}-v_{c1}$ " entre los dos colectores.

El comportamiento cualitativo de este circuito es el siguiente. Suponiendo ambos transistores idénticos, cuando v_1 y v_2 son iguales las tensiones entre base y emisor de ambos transistores son iguales y, por tanto, conducen la misma corriente de emisor. Esta corriente debe ser $I_o/2$, ya que la suma de las corrientes de los dos emisores debe ser I_o . Cuando v_1 se hace mayor que v_2 el transistor T1 conduce más, por tener mayor tensión base-emisor y, por tanto, su corriente de emisor es mayor que $I_o/2$. En consecuencia, la corriente de emisor de T2 será inferior a $I_o/2$. Cuando el desequilibrio entre las dos entradas se hace mayor, T1 absorbe toda la corriente I_o y T2 queda en estado de corte. La situación simétrica ocurre cuando v_2 se hace mayor que v_1 .

Supóngase, para simplificar, que la salida se toma en el colector de T2, es decir, v_{o2} . La relación entre esta tensión y las de entrada puede deducirse del siguiente modo:

$$\begin{aligned} I_{C1} &\cong I_s e^{v_{BE1}/V_T} & I_{C2} &\cong I_s e^{v_{BE2}/V_T} & \frac{I_{C1}}{I_{C2}} &= e^{\frac{v_{BE1}-v_{BE2}}{V_T}} \\ v_1 = v_{BE1} - v_{BE2} + v_2 &\Rightarrow & v_{BE1} - v_{BE2} &= v_1 - v_2 = v_d \\ I_{E1} + I_{E2} = I_o &\Rightarrow & I_{C1} + I_{C2} &\cong I_o \end{aligned} \quad (7.76)$$

donde se han supuesto los dos transistores idénticos, $\beta \gg 1$ y $v_{BE} \gg V_T$. Despejando I_{C1} en la primera de las ecuaciones y sustituyendo en la última resulta:

$$I_{C2} = \frac{I_o}{1 + e^{v_d/V_T}} \quad (7.77)$$

Y finalmente :

$$v_{o2} = V_{CC} - I_{C2} R_c \quad (7.78)$$

De forma similar puede procederse para el cálculo de I_{C1} y v_{o1} , de lo que resultará:

$$I_{C1} = \frac{I_o}{1 + e^{-v_d/V_T}} \quad v_{o1} = V_{CC} - I_{C1}R_C$$

La representación aproximada de estas corrientes y tensiones en función de la tensión diferencial, $v_d = v_1 - v_2$, se da en la figura 7.56. Obsérvese que cuando $v_1 - v_2$ es mayor que $4V_T$ el transistor T2 está en corte (I_{C2} es cero), y toda la corriente de la fuente I_o circula por T1. Por el contrario, cuando $v_1 - v_2$ es menor que $-4V_T$ el transistor que se corta es T1 y toda la corriente es conducida por T2. Entre los dos valores citados de v_d los dos transistores conducen y se reparten la corriente de la fuente I_o .

La característica de transferencia deducida pone de manifiesto las dos aplicaciones fundamentales de este circuito: como amplificador de la diferencia entre las dos tensiones de entrada (amplificador diferencial), si el circuito trabaja con tensiones de entrada cuya diferencia se mantenga en la región lineal (aproximadamente entre $-4V_T$ y $4V_T$), y como puerta lógica si trabaja fuera de dicho margen.

En las proximidades de v_d igual a cero, la tensión de salida v_{o2} es proporcional a v_d . Es decir, $v_{o2} = A \cdot v_d$, donde la constante de proporcionalidad es la ganancia de tensión del amplificador diferencial. El valor de esta ganancia se puede calcular derivando v_{o2} respecto a v_d en el origen:

$$A = \left. \frac{dv_{o2}}{dv_d} \right|_{v_d=0} = -R_C \left. \frac{dI_{C2}}{dv_d} \right|_{v_d=0} = \frac{R_C I_o}{4V_T} \quad (7.80)$$

La utilización del par acoplado por emisor como puerta lógica se basa en el circuito mostrado en la figura 7.57. La entrada del transistor T2 se conecta a una tensión constante de referencia, V_R , y se comparan las tensiones aplicadas a las bases de T1 y T1' con dicha tensión de referencia. Si las dos tensiones A y B son menores que V_R , los transistores T1 y T1' estarán cortados, T2 conducirá toda la corriente y v_{o2} tomará un nivel bajo. Si por el contrario A o B son mayores que V_R , T2 estará cortado y v_{o2} tomará un nivel alto.

La salida de esta puerta lógica se puede tomar en el colector de T2, v_{o2} , o en el colector de T1, v_{o1} . El conjunto de salidas que se obtendrán en uno u otro caso se presentan en la tabla 7.6. La función lógica que proporciona la salida v_{o2} se denomina *OR*, y la que proporciona v_{o1} se denomina *NOR*.

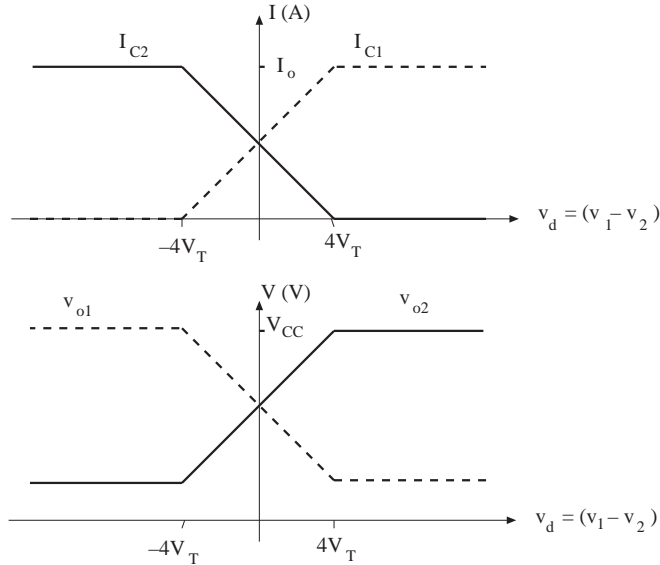


Fig. 7.56 Curvas de transferencia aproximadas de las corrientes y tensiones del par de transistores acoplados por emisor

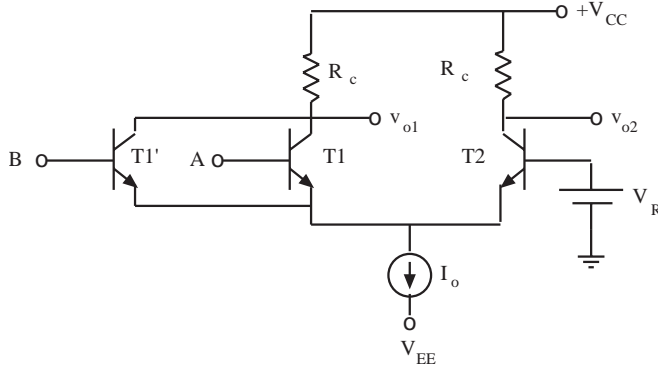


Fig. 7.57 Estructura básica de la puerta ECL

Esta puerta lógica ECL presenta una alta velocidad de operación debido a que los retardos en la conmutación son muy pequeños. Esto se debe a que las capacidades internas de los transistores, C_e y C_c , toman valores pequeños ya que los transistores no llegan a la región de saturación (las uniones colectoras no llegan a polarizarse directamente). Se diseña el circuito para que un transistor esté en la región activa cuando conduce toda la corriente I_o .

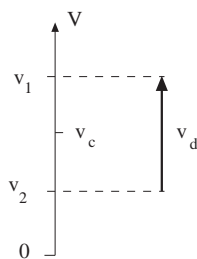
A	B	v_{o1}	v_{o2}
bajo	bajo	alto	bajo
bajo	alto	bajo	alto
alto	bajo	bajo	alto
alto	alto	bajo	alto

Tabla 7.6 Funciones lógicas de la puerta ECL

7.8.1 El amplificador diferencial

El amplificador diferencial, cuya característica de transferencia se ha descrito en el apartado anterior, amplifica la diferencia entre las dos señales de entrada. Sin embargo, su salida no es del todo insensible al valor "común" de las entradas. De forma general, dadas dos señales de entrada, v_1 y v_2 , se definen la señal diferencial, v_d , y la señal común, v_c , (ver figura 7.58), de la siguiente forma:

$$v_d = v_1 - v_2 \quad v_c = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad (7.81)$$

Fig. 7.58 Definición de la señal diferencia y de la señal común a partir de las señales de entrada v_1 y v_2

Entonces, las señales de entrada vienen dadas por:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_c + \frac{v_d}{2} \\ v_2 &= v_c - \frac{v_d}{2} \end{aligned} \quad (7.82)$$

La señal de salida del amplificador será, en general, dependiente de ambas entradas y, por tanto, de la señal diferencia y de la señal común:

$$v_o = A_1 v_1 + A_2 v_2 = A_d v_d + A_c v_c = A_d v_d \left[1 + \frac{A_c}{A_d} \frac{v_c}{v_d} \right] \quad (7.83)$$

La calidad de un amplificador diferencial se mide por su *relación de rechazo del modo común*, también denominado *CMRR* (del inglés *Common-Mode Rejection Ratio*), definido como:

$$\rho = \frac{A_d}{A_c} \quad (7.84)$$

La señal de salida puede ser expresada, entonces, de la siguiente forma:

$$v_o = A_d v_d \left[1 + \frac{v_c}{\rho v_d} \right] \quad (7.85)$$

Esta expresión pone de manifiesto que la salida sería insensible al modo común si ρ fuera infinita. La relación de rechazo del modo común se suele expresar en forma logarítmica:

$$CMRR = 20 \log(|\rho|) \quad (7.86)$$

En este caso se dice que el CMRR viene expresado en decibelios (dB).

Otro aspecto importante del esquema de la figura 7.55 es la fuente de corriente I_o , que suele realizarse de la forma mostrada en los circuitos de la figura 7.59. Cuando el transistor de salida trabaja en la región activa la fuente de corriente puede ser representada por su equivalente Norton, tal como se indica en la misma figura. Los valores de I_{oN} y R_o vienen dados por:

$$I_{oN} = \frac{V_{CC} - V_{EE} - V_{BE}}{R} \quad R_o = \frac{V_A}{I_{oN}} \quad (7.87)$$

donde V_A es la tensión Early del transistor.

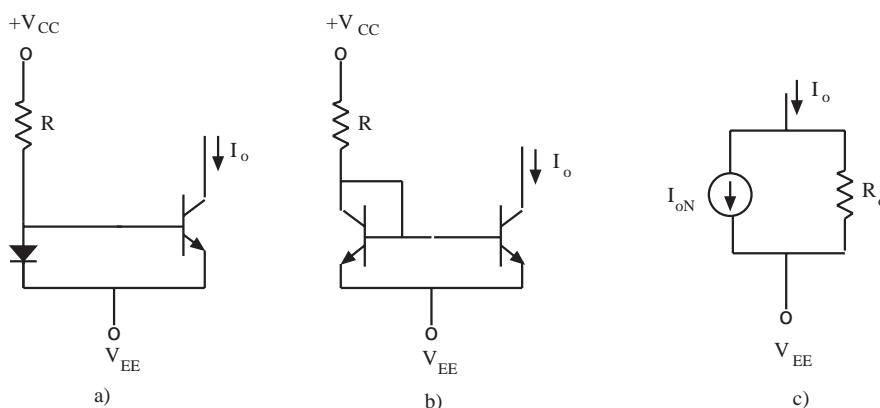


Fig. 7.59 a) Fuente de corriente con diodo. b) Fuente de corriente usada en circuitos integrados (nótese que el diodo se realiza con un transistor). c) Equivalente Norton de la fuente de corriente

Sustituyendo la fuente de corriente por su equivalente Norton, y obteniendo el circuito incremental del amplificador diferencial total, resulta el circuito representado en la figura 7.60, en el que v_1 y v_2 se han sustituido por las expresiones 7.82.

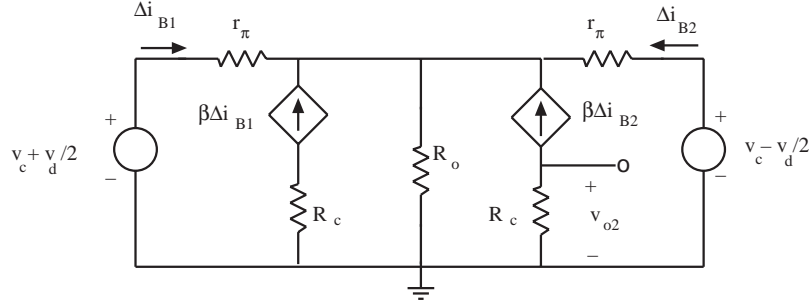


Fig. 7.60 Circuito incremental del amplificador diferencial

El análisis de este circuito conduce a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_c + \frac{v_d}{2} - \Delta i_{B1} r_\pi &= v_c - \frac{v_d}{2} - \Delta i_{B2} r_\pi \\ v_c + \frac{v_d}{2} &= \Delta i_{B1} r_\pi + R_o [(\beta + 1) \Delta i_{B1} + (\beta + 1) \Delta i_{B2}] \end{aligned} \quad (7.88)$$

Despejando Δi_{B2} en este par de ecuaciones se calcula v_{o2} :

$$v_{o2} = \frac{\beta R_c}{2r_\pi} v_d - \frac{\beta R_c}{r_\pi + 2(\beta + 1)R_o} v_c \quad (7.89)$$

Identificando con 7.83, resultan una ganancia diferencial y una relación de rechazo del modo común dadas por:

$$\begin{aligned} A_d &= \frac{\beta R_c}{2r_\pi} = \frac{R_c I_o}{4V_T} \\ \rho &= \frac{1}{2} + \frac{(\beta + 1)R_o}{r_\pi} \cong \frac{(\beta + 1)R_o}{r_\pi} = \frac{(\beta + 1)V_A}{V_T} \end{aligned} \quad (7.90)$$

donde se ha tenido en cuenta la dependencia de r_π con I_{CQ} . Notar que $I_{CQ} = I_o/2$ y que βR_o toma un valor muy grande.

Con frecuencia se usa para el amplificador diferencial el mismo símbolo del amplificador operacional, ya que éste último no es más que un amplificador diferencial seguido de otras etapas amplificadoras que proporcionan alta ganancia. Usando este símbolo, la definición de v_1 y v_2 en función del modo diferencial y del modo común permite representar el amplificador de la forma indicada en la figura 7.61.

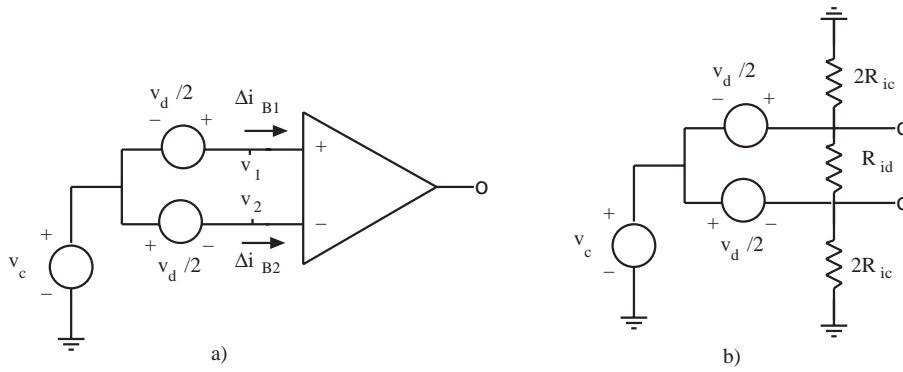


Fig. 7.61 a) Representación de los modos diferencial y común en un amplificador diferencial.
b) Circuito equivalente de entrada en pequeña señal del amplificador diferencial

En el modelo de pequeña señal de un amplificador diferencial se suele definir la resistencia de entrada en modo diferencial y la resistencia de entrada en modo común. Su definición tiene fácil lectura a partir de la figura 7.61:

$$R_{id} = \left. \frac{v_d}{\Delta i_{B1}} \right|_{v_c=0} \quad R_{ic} = \left. \frac{v_c}{\Delta i_{B1} + \Delta i_{B2}} \right|_{v_d=0} \quad (7.91)$$

El cálculo de estas resistencias de entrada a partir del circuito incremental conduce a los siguientes valores:

$$R_{id} = 2r_\pi \quad R_{ic} = \frac{r_\pi}{2} + (\beta + 1)R_o \quad (7.92)$$

7.8.2 La puerta lógica ECL

La estructura de la puerta ECL es la representada en la figura 7.62. Como puede observarse, es la misma estructura que la comentada anteriormente (figura 7.57) con dos diferencias. La primera es que contiene un seguidor por emisor a continuación del colector de T2, cuya misión es disminuir en 0,7 V la tensión de salida. De esta forma el nivel bajo de v_o tiene el mismo valor que el nivel bajo aplicado a las entradas de dicha puerta. La otra diferencia consiste en que la fuente de corriente ha sido sustituida por una resistencia R_E . Esta resistencia aproxima una fuente de corriente ya que el emisor de los transistores está a una tensión aproximadamente constante: $V_E = V_R - V_{BE}$. Por tanto, $I_o = (V_E - V_{EE})/R_E$.

La tensión de referencia V_R se obtiene en el emisor del circuito representado en la figura 7.62b. Con los valores numéricos del circuito se obtiene:

$$V_R = -1,3 \text{ V} \quad (7.93)$$

Para este tipo de puertas lógicas se suele aproximar V_{BE} por 0,8 V en lugar de 0,7. Esto se debe a que los transistores de estas puertas suelen fabricarse de tamaño muy pequeño, y por tanto con una

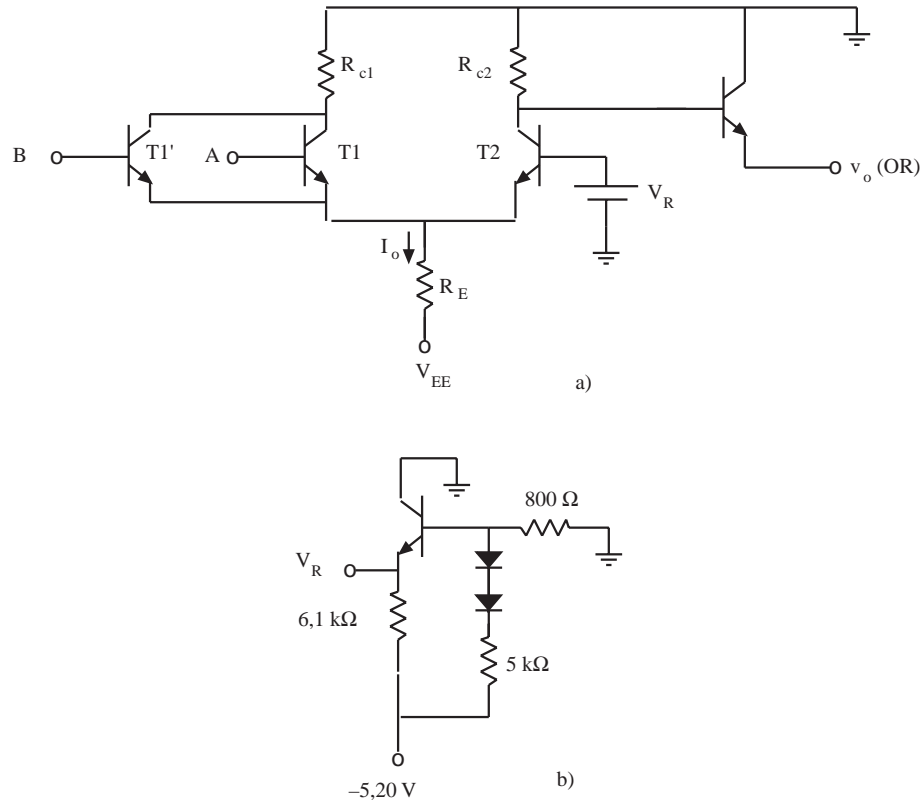


Fig. 7.62 a) Puerta ECL. Por simplicidad sólo se muestra la salida OR. b) Realización de la tensión de referencia V_R . Valores típicos de este circuito son: $V_{EE} = -5,2 \text{ V}$; $R_{c1} = 220 \text{ } \Omega$; $R_{c2} = 245 \text{ } \Omega$; $R_E = 780 \text{ } \Omega$; $V_R = -1,3 \text{ V}$

I_s muy pequeña, con objeto de reducir las capacidades parásitas. Por tanto, para obtener los valores usuales de corrientes tienen que aplicárseles tensiones mayores.

La corriente de la fuente I_o será entonces:

$$I_o = \frac{V_E - V_{EE}}{R_E} = \frac{V_R - V_{BE} - V_{EE}}{R_E} = 4 \text{ mA} \quad (7.94)$$

Cuando la entrada A o la B toma un nivel alto, T2 entra en corte ya que toda la corriente es absorbida por T1 o T1'. Entonces la tensión en el colector de T2, v_{c2} , será de 0 V y la tensión de salida $-0,8 \text{ V}$, que corresponde al nivel alto como se indica en la figura 7.63. Para conseguir este valor de salida se requiere una v_d mayor que $4V_T$, es decir, que la tensión aplicada a la entrada A (o a la B) sea:

$$V_A > V_R + 4V_T \cong -1,3 \text{ V} + 100 \text{ mV} = -1,2 \text{ V} \quad (7.95)$$

Cuando las entradas A y B son ambas de nivel bajo, T1 y T1' están cortados y T2 conduce toda la corriente I_o . Entonces las tensiones en colector y en la salida serán:

$$v_{C2} = -I_o R_{C2} = -1 \text{ V} \Rightarrow v_o = -1 \text{ V} - 0,8 \text{ V} = -1,8 \text{ V} \quad (7.96)$$

Para que T2 absorba toda la corriente de la fuente I_o se requiere que la tensión aplicada a las entradas A y B sea menor que:

$$V_A < V_R - 4V_T \cong -1,4 \text{ V} \quad (7.97)$$

Aunque por simplicidad sólo se haya estudiado la salida OR de la puerta ECL, un tratamiento similar se aplica para el estudio de la salida NOR (también debe añadirse una etapa seguidor por emisor en esta salida). Obsérvese que la diferencia entre el nivel alto y el bajo es muy pequeña, del orden de un voltio. Esta característica ayuda a la velocidad de operación de estas puertas ya que la variación de tensiones en terminales de las capacidades parásitas entre los estados alto y bajo es pequeña.

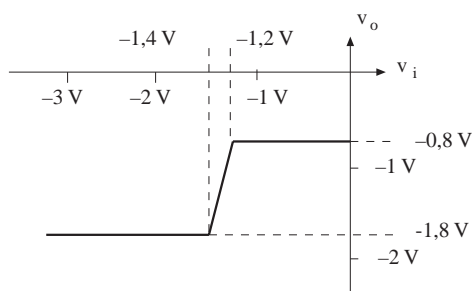


Fig. 7.63 Curva de transferencia de la puerta ECL (salida OR)

7.9 Limitaciones en la operación de los transistores bipolares

269

Las curvas características mostradas en la figura 7.8 no se mantienen para valores indefinidamente altos de las tensiones o corrientes. Cuando estas magnitudes crecen, aparecen fenómenos de "ruptura" que pueden conducir a la destrucción del transistor.

Un primer fenómeno que se debe considerar es la ruptura de las uniones. Si se polariza inversamente la unión emisora con una tensión superior a un determinado valor, dicha unión entra en ruptura y conduce una corriente muy intensa, como ocurría con el diodo. El fabricante del transistor suele indicar el máximo valor de la polarización inversa de la unión emisora mediante el parámetro V_{EB0max} . Esta es la tensión de ruptura de la unión emisora si dejamos el terminal de colector en circuito abierto. Un valor típico de este parámetro es 7 V.

La máxima tensión inversa que se puede aplicar a la unión colectora entre los terminales de base y colector es V_{CB0max} (el 0 indica que el emisor está en circuito abierto). Cuando el transistor está en emisor común y el terminal de base se deja en circuito abierto la máxima tensión que se puede aplicar es V_{CE0max} la cual suele ser bastante inferior a V_{CB0max} . Un valor típico de esta tensión es 30 V.

Otra limitación del transistor se presenta en la corriente de colector. Esta corriente no puede superar un valor umbral que proporciona el fabricante, I_{Cmax} , debido a que el calor disipado por efecto Joule puede destruir los conductores que conectan las regiones del semiconductor con los terminales externos.

De forma similar a lo que ocurría con el diodo, la potencia que disipa el transistor debe ser inferior a un valor máximo dado por el fabricante. La potencia que absorbe el transistor:

$$P_D = i_C v_{CE} + i_B v_{BE} \cong i_C v_{CE} \leq P_{Dmax} \quad (7.98)$$

ya que normalmente la corriente de colector es muy superior a la de base y v_{CE} suele ser muy superior a v_{BE} . La curva $i_C \cdot v_{CE} = P_{Dmax}$ se conoce con el nombre de hipérbola de disipación máxima y es otra limi-

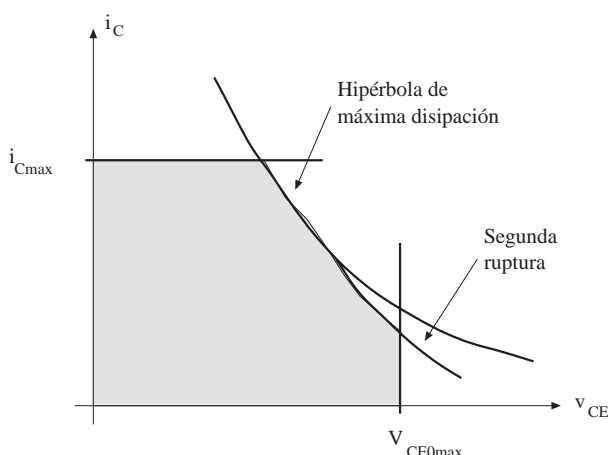


Fig. 7.64 Área de funcionamiento seguro del transistor bipolar

tación que debe ser respetada. La disipación de potencia produce un incremento de la temperatura del transistor y puede requerirse utilizar un disipador para evacuar el calor generado (ver apartado 6.6.2).

Estas limitaciones de tensiones y corrientes se representan en la figura 7.64. Para evitar el riesgo de destruir el transistor debe procurarse que opere en el "área de funcionamiento seguro", es decir, en el área del primer cuadrante limitada por la hipérbola de disipación máxima, la ordenada de corriente de colector máxima, y la abscisa V_{CE0max} . El fabricante suele restringir algo más esta área introduciendo una nueva limitación por "segunda

ruptura" tal como se indica en la figura. Esta segunda ruptura intenta evitar la concentración de la corriente de colector en puntos determinados del semiconductor.

7.10 Análisis de circuitos con transistores bipolares usando SPICE

El método descrito hasta el momento para analizar circuitos con transistores se basa en simplificaciones importantes en el modelo del transistor. Se supone que $V_{BEQ} = 0,7$ V si la corriente de base no es nula, que β_F es constante y que en saturación v_{CE} es igual a 0,2 V. Para algunas aplicaciones, estas aproximaciones dan resultados suficientemente precisos. Sin embargo, para otras, puede requerirse una precisión mayor. Cuando éste es el caso, hay que recurrir a modelos del transistor bipolar más exactos y calcular los circuitos usando estos modelos. Con frecuencia, estos análisis más detallados se realizan con ayuda del ordenador. Por esto se presentará brevemente cómo se modela el transistor bipolar en el programa de análisis de circuitos por ordenador SPICE.

7.10.1 Modelo del transistor bipolar en SPICE

En el programa SPICE se utiliza, para el modelo del transistor bipolar, una denominación de corrientes distinta a la utilizada en este capítulo. En lugar de las corrientes I_{be} e I_{bc} se utilizan las corrientes I_{cc} e I_{ec} :

$$\begin{aligned} I_{cc} &= \beta_F I_{be} = I_s (e^{v_{BE}/V_T} - 1) \\ I_{ec} &= \beta_R I_{bc} = I_s (e^{v_{BC}/V_T} - 1) \end{aligned} \quad (7.99)$$

por lo que el valor de la fuente dependiente pasa a ser:

$$I_{ct} = \beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc} = I_{cc} - I_{ec}$$

El programa SPICE completa el modelo básico del transistor bipolar en tres aspectos:

- Permite considerar la dependencia de β_F con v_{CE} y con i_C .
- Incluye los efectos capacitivos asociados al transistor bipolar.
- Permite incluir efectos de resistencias parásitas.

a) Inclusión de la variación de β_F con V_{CE} y con I_C

Como se ha visto en el apartado anterior, el efecto Early consiste en el incremento de I_C cuando aumenta V_{CE} y se mantiene constante I_B . La variación de β_F con I_C se debe a la distinta dependencia de las corrientes de base y colector del transistor real con las tensiones aplicadas a las uniones. En la figura 7.65 se representa el logaritmo de I_C y el de I_B en función de V_{BE} para $V_{BC}=0$. Nótese que el transistor opera en modo activo y que la separación vertical entre las dos gráficas es $\log(\beta_F)$, ya que $\log(I_C) - \log(I_B)$ es igual a $\log(I_C/I_B)$ y por tanto es $\log(\beta_F)$. La separación vertical entre las curvas I_C e I_B varía con V_{BE} , por lo que la gráfica 7.65 es otra manera de representar la variación de β_F con I_C dada por la figura 7.13b.

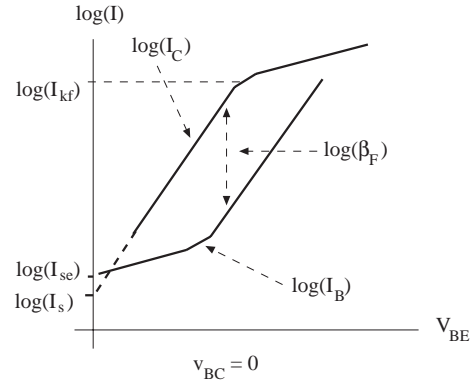


Fig. 7.65 Gráfica de Gummel –Poon del transistor bipolar

Estos fenómenos se modelan modificando el valor de la fuente dependiente I_{ct} y las corrientes por los diodos. El nuevo valor de I_{ct} es:

$$I_{ct} = \frac{q_1}{q_b} [I_{cc} - I_{ec}] \quad (7.100)$$

donde los valores de q_b y q_1 vienen dados por:

$$\begin{aligned} q_b &= \frac{1}{2} [1 + \sqrt{1 + 4q_2}] \\ q_1 &= 1 - \frac{V_{BC}}{V_{AF}} - \frac{V_{BE}}{V_{AR}} \\ q_2 &= \frac{I_s}{I_{kf}} [e^{V_{BE}/V_T} - 1] + \frac{I_s}{I_{kr}} [e^{V_{BC}/V_T} - 1] \end{aligned} \quad (7.101)$$

Las corrientes por los diodos pasan a ser:

$$\begin{aligned} \text{Diodo base-emisor:} \quad I_{be} &= \frac{I_{cc}}{\beta_F} + I_{sre} \left[e^{\frac{V_{BE}}{2V_T}} - 1 \right] \\ \text{Diodo base-colector:} \quad I_{bc} &= \frac{I_{ec}}{\beta_R} + I_{src} \left[e^{\frac{V_{BC}}{2V_T}} - 1 \right] \end{aligned} \quad (7.102)$$

Las ecuaciones 7.100 y 7.101 modelan el efecto Early y la disminución de la pendiente de I_C para altos niveles de corriente, que es responsable de la disminución de β_F para altos valores de I_C . La ecuación 7.102 modela el comportamiento de I_B en bajos niveles de corriente, que es responsable de la disminución de β_F para valores pequeños de I_C . En efecto, como la corriente de base es la suma de las dos ecuaciones 7.102, el segundo término de estas ecuaciones produce un aumento de la corriente de base, que provoca la disminución de β_F . El efecto de los segundos términos de 7.102 es despreciable para valores medios y altos de las tensiones de polarización ya que I_{cc} e I_{ec} aumentan exponencialmente con dichas tensiones con un factor de idealidad uno.

Supóngase, por el momento, que V_{BC} sea cero. En este caso I_{ct} valdrá I_{cc}/q_b ya que la ecuación 7.101 muestra que q_1 será aproximadamente la unidad (nótese que $V_{BE} < 1$ V). Para los valores de V_{BE} que hagan $4q_2$ muy inferior a uno, el valor de q_b será la unidad, y por tanto, I_C será I_{cc} . Según se indica en la figura 7.65, y teniendo en cuenta la ecuación 7.99, esta situación se cumplirá mientras I_C sea muy inferior a I_{kf} . Cuando, por el contrario, I_C sea muy superior a I_{kf} , q_2 será muy superior a la unidad y q_b podrá aproximarse por la raíz cuadrada de q_2 . Entonces:

$$I_C \cong \frac{I_{cc}}{\sqrt{q_2}} = \frac{I_s e^{v_{BE}/V_T}}{\sqrt{\frac{I_s}{I_{kf}} e^{v_{BE}/V_T}}} = \sqrt{I_s I_{kf}} \cdot e^{\frac{v_{BE}}{2V_T}} \quad (7.103)$$

Esta última ecuación muestra que para corrientes elevadas la pendiente de $\log(I_C)$ se reduce a la mitad. La ordenada de la intersección de las dos asíntotas de I_C es I_{kf} .

El efecto Early se incluye mediante el factor q_1 . Nótese también que en la región activa V_{BC} es negativa, por lo que q_1 es superior a la unidad y, en consecuencia, aumenta el valor de I_C .

b) Modelización de los efectos capacitivos C_e y C_c

Estas dos capacidades se modelan en la forma expresada en el apartado 7.3. Los valores por defecto de C_{joe} , C_{joc} , τ_F y τ_R son nulos, por lo que ningún efecto capacitivo estará considerado en SPICE a no ser que se definan explícitamente dichos parámetros.

c) Inclusión de efectos resistivos

El programa SPICE también permite considerar resistencias parásitas en serie con los terminales de emisor, base y colector. Estas resistencias se denominan r_e , r_c y r_{bb} . Las dos primeras resistencias toman un valor fijo, determinado por el usuario. La tercera toma un valor que varía con el valor de la corriente de base I_B . En los manuales de SPICE se detalla la ecuación que se usa para modelar este efecto, así como otros detalles de segundo orden en el modelo SPICE del transistor bipolar.

En la tabla 7.7 se da un resumen de los valores de los parámetros que toma el programa SPICE por defecto, cuando el usuario no le indica su valor.

7.10.2 Ejemplos de análisis de circuitos con transistores mediante SPICE

En este apartado se presentarán algunos ejemplos del uso del programa SPICE para analizar circuitos con transistores bipolares. Se mostrará también la utilización de la instrucción .AC de SPICE.

PARÁMETRO	VALOR POR DEFECTO
I_s	10^{-16} A
β_F	100
β_R	1
I_{kf}	∞
I_{kr}	∞
V_{AF}	∞
V_{AR}	∞
τ_{ff}	0
τ_r	0
r_c	0
r_e	0
r_{bb}	0

Tabla 7.7 Valores por defecto de algunos parámetros del transistor bipolar en SPICE

Ejemplo 7.18

Escribir un fichero de entrada para el programa PSPICE que permita obtener $\beta_F(i_C)$ para un transistor NPN. Representar gráficamente la curva obtenida. Tomar para el transistor los parámetros por defecto, excepto para $\beta_F = 300$; $I_{kf} = 0,1$ A; $I_{sre} = 0,01$ pA y $n_e = 2$.

El programa SPICE para obtener la curva pedida es:

```
PROGRAMA DEPENDENCIA DE BETA CON CORRIENTE IC
Q1 1 1 0 BC999
VBE 1 0 DC 1
.DC lin VBE 0.1 1.2 0.02
.MODEL BC999 NPN (BF=300 IKF=0.1 ISE=0.01p NE=2)
.PROBE
.END
```

273

Notar que el nombre que usa el programa para I_{sre} es I_{se} . No confundir este parámetro con la corriente inversa de saturación de la corriente I_{be} .

La gráfica obtenida se representa en la figura 7.66.

Ejercicio 7.19

Estimar los valores que deben tener I_{sre} e I_{kf} para que la β_F del transistor disminuya para valores de i_C mayor o igual a 100 mA y para valores de i_B menores que 100 nA.

Solución: $I_{sre} = 10^{-5}$ A; $I_{kf} = 1$ A.

Ejemplo 7.20

Analizar con SPICE el circuito de la figura 7.14 con la señal de entrada mostrada en la figura 7.19 y representar los transitorios de conmutación de dicho circuito, usando el siguiente conjunto de parámetros: $\tau_{ff} = 0,2$ ns; $\tau_r = 15$ ns; $C_{je0} = 0,30$ pF; $V_{je} = 0,9$ V; $m_e = 0,5$; $C_{jco} = 0,10$ pF; $V_{jc} = 0,7$ V; $m_c = 0,33$.

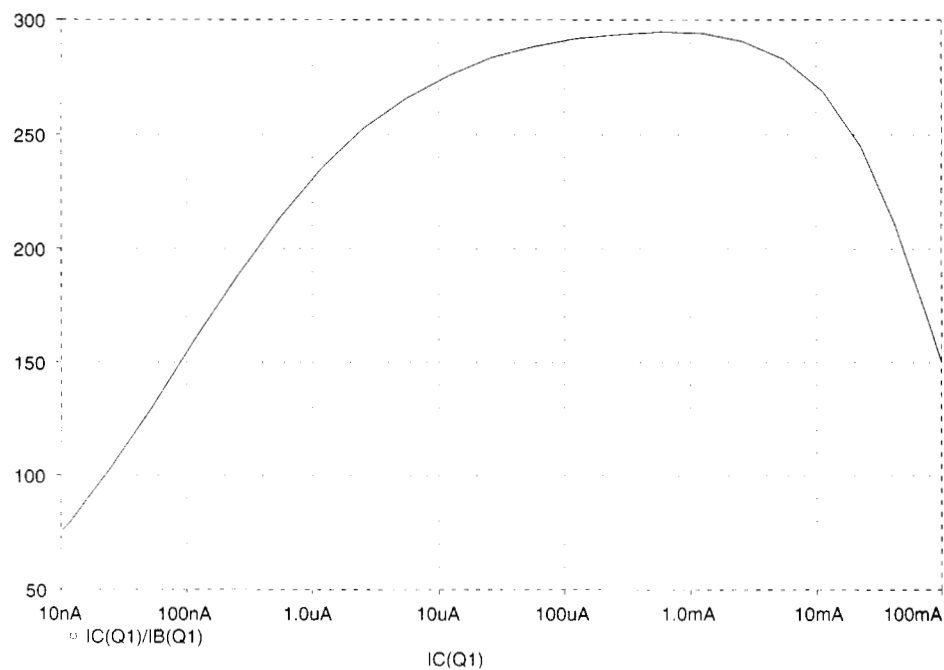


Fig. 7.66 Resultados del ejemplo 7.18

274

El fichero de entrada para este análisis es el siguiente:

```

ANALISIS DE TRANSITORIOS DE CONMUTACION
RC 1 2 1K
RB 3 4 10K
Q1 2 4 0 BC999
VCC 1 0 DC 5
VI 3 0 PULSE(0 5 1p 1p 1p 50n 100n)
.MODEL BC999 NPN(TF=0.2n TR=15n CJE=0.30p
+VJE=0.9 MJE=0.5 CJC=0.10 pF VJC=0.7 MJC=0.33)
.TRAN 1n 200n
.PROBE
.END
  
```

En la figura 7.67 se presentan la tensión de salida v(2) y la de entrada v(3). Se observa que cuando la entrada conmuta de 0 a 5 V la salida alcanza el nivel bajo después de unos 5 ns y cuando vuelve a conmutar de 5 a 0 V la salida se mantiene primero en nivel bajo durante unos 15 ns y no alcanza el nivel alto hasta después de 35 ns.

Ejemplo 7.21

La instrucción .AC permite obtener la "respuesta en frecuencia" de un circuito. En este ejemplo será utilizada para conseguir la respuesta del amplificador de la figura B.1 del apéndice cuando la

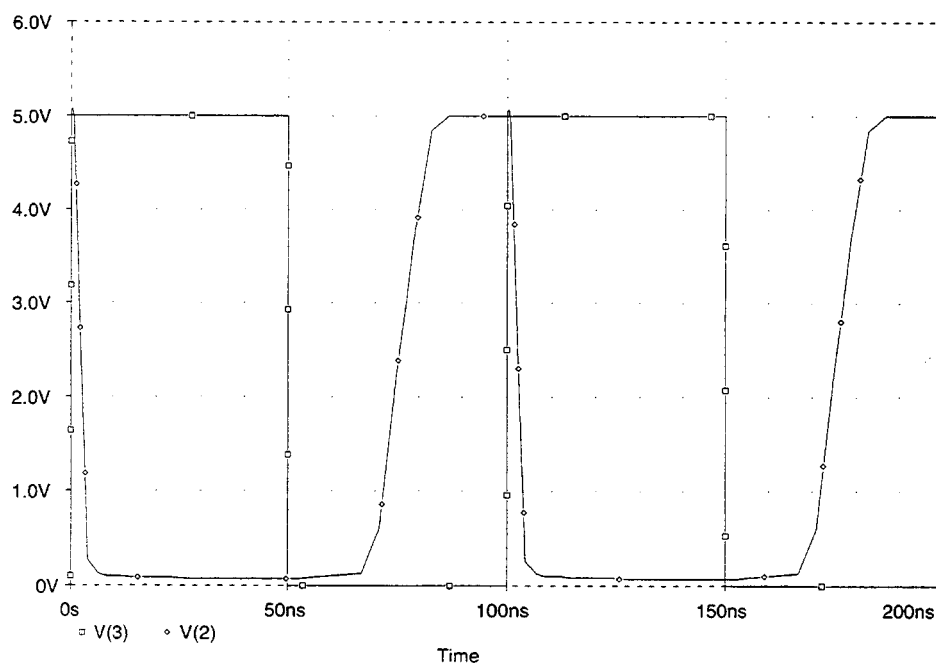


Fig. 7.67 Tensiones de salida y entrada del ejemplo 7.20 obtenidas mediante el programa SPICE

275

frecuencia del generador sinusoidal de señal varía desde 10 Hz hasta 100 MHz manteniendo constante su amplitud. Los parámetros del transistor bipolar son los que se indican en el fichero de entrada.

El fichero de entrada del circuito es el siguiente:

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL AMPLIFICADOR B.1

```
RC 2 1 4K
RB 3 1 1MEG
CB 1 4 1U
VCC 3 0 DC 10
VIN 4 0 AC 5M
Q1 2 1 0 BC999
.MODEL BC999 NPN(IS=20F BF=120 VAF=120 EG=1.11 BR=0.8 NC=2 CJC=10P
+VJC=0.8 MJC=0.33)
.OP
.AC DEC 3 10 100MEG
.PROBE
.END
```

El programa proporciona los valores de polarización, los parámetros del modelo del transistor en pequeña señal y la curva de la respuesta en frecuencia. Las tensiones en los nudos del circuito en continua son:

NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE
(1)	0.6402	(2)	5.3316	(3)	10.0000	(4)	0.0000

Los valores de las corrientes y tensiones en el transistor bipolar en continua y los de sus parámetros en pequeña señal son:

BIPOLAR JUNCTION TRANSISTORS

NAME	Q1
MODEL	BC999
IB	9.36E-6
IC	1.17E-3
VBE	6.40E-1
VCB	-4.69E0
BETADC	1.25E+2
GM	4.51E-2
RPI	2.76E+3
RX	0.00E+0
RO	1.07E+5
CBE	0.00E+0
CBC	5.30E-12
CBX	0.00E+0
CJS	0.00E+0
BETAAC	1.25E+2
FT	1.36E+9

276

En la figura 7.68 se presenta la tensión en la salida del amplificador en función de la frecuencia del generador sinusoidal cuya amplitud se mantiene constante en 1 mV. Como puede observarse,

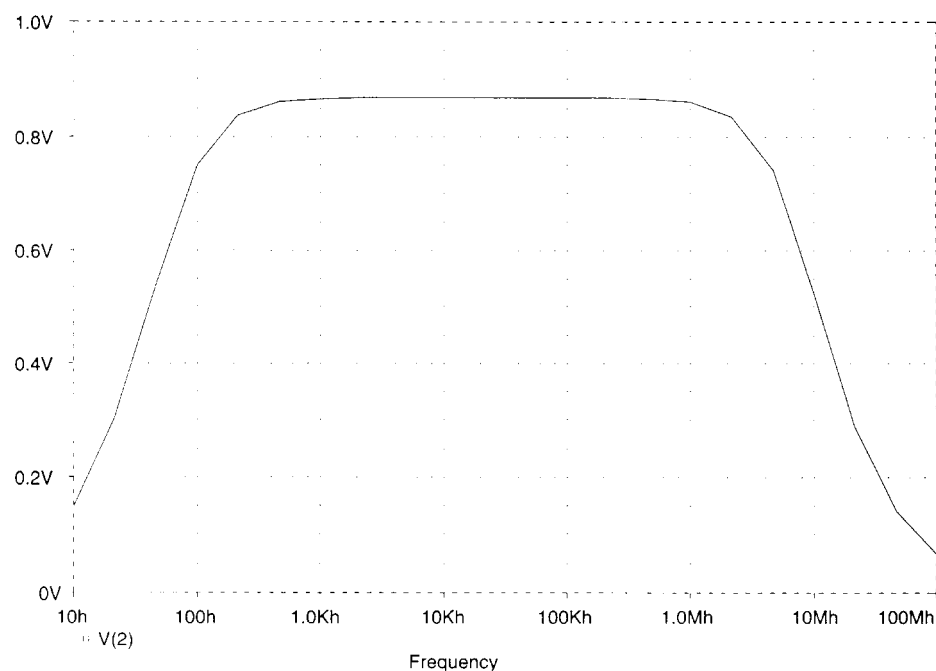


Fig. 7.68 Respuesta en frecuencia del amplificador de la figura B.1

la ganancia de tensión en las frecuencias centrales se mantiene constante en un valor del orden de 170. La ganancia disminuye para frecuencias inferiores a unos 200 Hz, debido a los condensadores de acoplo y desacoplo, y para frecuencias superiores a 2 MHz debido a las capacidades internas del transistor.

Cuestiones

- C7.1** En una etapa en emisor común autopolarizada, ¿qué parámetros influyen en la posición del punto de trabajo?
- C7.2** ¿Cómo varía el punto de trabajo del colector de un BJT en cada una de las condiciones siguientes? a) Cuando varía la corriente de base. b) Cuando varía la tensión de polarización de colector V_{cc} . c) Cuando varía la resistencia de colector.
- C7.3** Defina la diferencia entre la recta de carga en alterna y la recta de carga en continua. Justificar cuál de las dos se ha de utilizar para el cálculo de los márgenes dinámicos.
- C7.4** Compare los circuitos de polarización del BJT con y sin resistencia de emisor. ¿Cómo depende I_{CQ} de las variaciones de β en cada caso?
- C7.5** Discuta las ventajas e inconvenientes de la presencia de una resistencia en el terminal de emisor, R_E , en el amplificador EC, tanto en continua como en señal.
- C7.6** ¿Por qué el margen dinámico a saturación de la tensión de colector disminuye debido a la presencia de una resistencia de emisor R_E sin desacoplar?
- C7.7** ¿Qué influencia tiene el efecto Early sobre la ganancia de un BJT?
- C7.8** Si se pretende usar un transistor como fuente de corriente, ¿cuáles de las tres configuraciones estudiadas son más adecuadas? ¿En qué zona debe trabajar el BJT para presentar una R_o elevada?
- C7.9** ¿Qué diferencias presenta una etapa amplificadora en base común frente a una en colector común y a una en emisor común?
- C7.10** Justifique cualitativamente las dependencias de los parámetros h_{ie} , h_{fe} y h_{oe} con la corriente I_{CQ} que se presentan en las hojas de características del apéndice C.
- C7.11** ¿Qué se entiende por frecuencia de transición y tiempo de tránsito de un BJT trabajando como amplificador de pequeña señal en alta frecuencia?
- C7.12** Suponga que en un inversor con BJT el retardo de la señal de salida es debido únicamente a la capacidad C_E entre la base y emisor del transistor. Si C_E aumenta hasta el doble de su valor inicial, ¿qué ocurre con el retardo? ¿y si C_E disminuye a la mitad?
- C7.13** ¿De qué forma se ve afectado el comportamiento del transistor BJT trabajando a alta frecuencia? ¿Qué elementos del modelo en pequeña señal condicionan dicho comportamiento?
- C7.14** Razone las ventajas e inconvenientes de utilizar la tecnología TTL frente a la tecnología ECL para la realización de puertas lógicas.
- C7.15** ¿Qué diferencias de funcionamiento existen en los dos transistores que componen un par Darlington?
- C7.16** ¿Se puede analizar el margen dinámico de un circuito multietapa analizando cada una de las etapas por separado? Justifique la respuesta.
- C7.17** Compare la característica $v_{o2}(v_d)$ de un amplificador diferencial basado en 2 BJT con la de un A.O. ¿Cómo se podría aumentar la ganancia del amplificador diferencial para que su comportamiento se aproxime al del A.O.?
- C7.18** ¿Qué se entiende por hipérbola de máxima disipación de un BJT?

Problemas

A no ser que se especifique lo contrario, supóngase los siguientes valores numéricos: $V_{BEon} = 0,7 \text{ V}$, $V_T = 25 \text{ mV}$, $V_{CEsat} = 0,2 \text{ V}$.

P7.1 Suponiendo un transistor bipolar NPN, se pide rellenar la siguiente tabla usando el modelo completo del transistor. En la columna Modo se ha de decir si el transistor está en inversa, corte, activa o saturación.

	$I_s \text{ (A)}$	β_F	β_R	V_{BE}	V_{BC}	$I_B \text{ (A)}$	$I_C \text{ (A)}$	$I_E \text{ (A)}$	V_{CE}	Modo
A	10^{-16}	100	1	0,7 V	-5 V			$1,46 \cdot 10^{-4}$		
B	$1,4 \cdot 10^{-16}$	200	2	0,7 V		$1,01 \cdot 10^{-6}$	$2,02 \cdot 10^{-4}$	$2,03 \cdot 10^{-4}$	2,7 V	
C	$2 \cdot 10^{-15}$	150	3		-2 V	$1,05 \cdot 10^{-3}$	$1,58 \cdot 10^{-1}$	$1,59 \cdot 10^{-1}$	2,8 V	
D			2	0,7 V	-2 V	$2,17 \cdot 10^{-7}$	$4,34 \cdot 10^{-5}$			

Tabla P7.1

P7.2 En el circuito de la figura P7.2 halle: a) la relación entre v_o y v_s cuando el transistor está en la región activa; b) los valores de v_s para los que el transistor está en la región de corte; c) *idem* para saturación; d) la representación gráfica de v_o en función de v_s a partir de los resultados anteriores; e) el punto de trabajo si $v_s = 6 \text{ V}$; f) la gráfica de $v_o(t)$ a partir de la característica del apartado anterior cuando $v_s = 6 + 2 \cdot \text{senwt}$; g) *idem* para $v_s = 6 + 6 \cdot \text{senwt}$. Tome $\beta = 100$, $V_{BEon} = 0,6 \text{ V}$, $V_{CEsat} = 0,2 \text{ V}$.

P7.3 Sea el circuito de la figura P7.3 con $V_{cc2} = 0$. Complete la siguiente tabla.

	R_1	R_2	R_C	R_E	V_{cc1}	V_{cc2}	V_{BEQ}	β_F	I_{CQ}	V_{CEQ}
A	15 k Ω	2,5 k Ω	4 k Ω	1 k Ω	10 V	0 V	0,7 V	125		
B	200 k Ω	100 k Ω	200 Ω	1 k Ω	15 V	0 V	0,7 V	100		
C	60 k Ω	40 k Ω		0 Ω	20 V	0 V	0,6 V	200		10,79 V
D	200 k Ω	50 k Ω	200 Ω		15 V	0 V	0,6 V		8,09 mA	5,30 V

Tabla P7.3

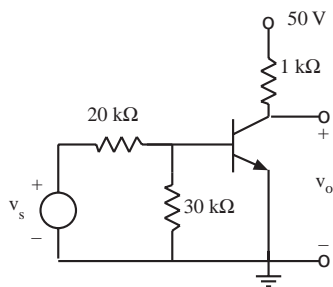


Fig. P7.2

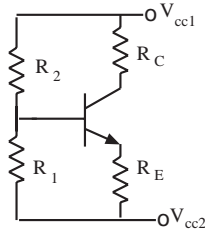


Fig. P7.3

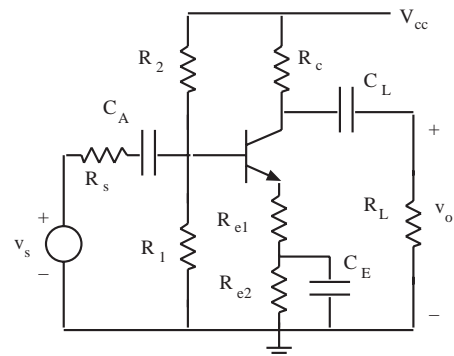


Fig. P7.8

P7.4 Halle el punto de trabajo Q del circuito amplificador de la figura P7.3 con V_{cc2} igual a $-V_{cc1}$. Tome los siguientes valores: $V_{cc1} = 10 \text{ V}$, $R_2 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 2,5 \text{ k}\Omega$, $R_C = 4 \text{ k}\Omega$, $R_E = 1 \text{ k}\Omega$ y $\beta = 125$.

- P7.5** En el circuito de la figura P7.5, el transistor tiene las características de salida adjuntas. Se pide hallar gráficamente: a) Las coordenadas del punto de trabajo cuando R_1 tiene un valor máximo. b) El máximo desplazamiento del punto de trabajo cuando se varía R_1 . c) La β del transistor en el punto de trabajo para R_1 máximo.

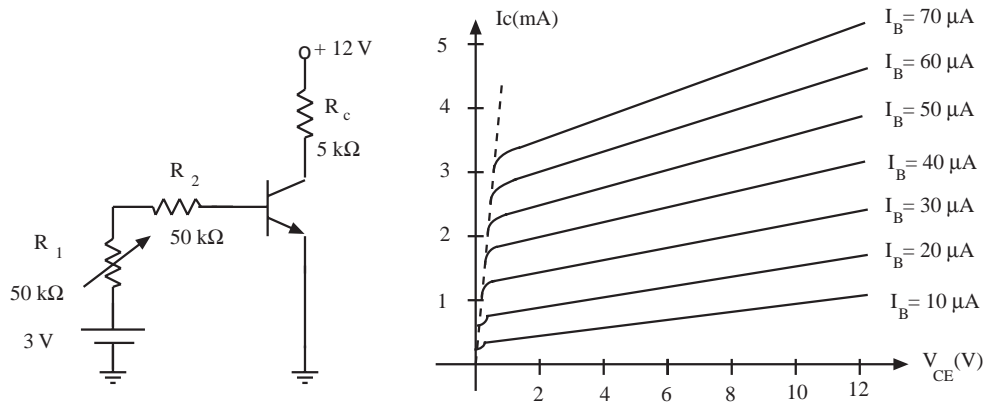


Fig. P7.5

- P7.6** Repita el ejercicio P 7.5, suponiendo nulo el Efecto Early. Para ello supóngase que las curvas son horizontales a partir de la región de saturación. Resuélvalo también numéricamente para R_1 máximo.
- P7.7** Considere el circuito inversor (figura 7.14) formado por un transistor NPN, una resistencia en serie con la base de valor $R_B = 10 \text{ k}\Omega$, una alimentación $V_{cc} = 10 \text{ V}$ y excitado por una señal impulso de 5 V de amplitud. Se pide calcular el valor de la resistencia de colector R_C para que el circuito actúe como un inversor.
- P7.8** Considere el circuito de la figura P7.8 sin R_L ni C_L , y con $R_s = 0$, $V_{cc} = 10 \text{ V}$, $R_C = 4 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 27 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 73 \text{ k}\Omega$ y $\beta = 100$. Calcule: a) $R_{e1} + R_{e2}$ para que $V_{CEQ} = 4 \text{ V}$. b) g_m y r_{π} . c) R_{e1} para que la ganancia de tensión en pequeña señal sea -20 . d) Los márgenes dinámicos de la tensión de salida.
- P7.9** El circuito de la figura P7.8 (emisor común degenerado) es un caso intermedio entre el emisor común sin R_E (R_E cortocircuitada en señal por C_E) y el emisor común sin C_E . a) Calcule el punto de trabajo del BJT (V_{CEQ} , I_{CQ}). b) Encuentre los parámetros del modelo en pequeña señal del BJT. c) Dibuje el circuito incremental del amplificador y calcule $G_v = v_o/v_i$ y R_i en función de x . d) Particularice para los casos $x = 0$, $x = 0,5$ y $x = 1$. Comente la influencia de x en el compromiso $G_v - R_i$. Datos: $R_s = 0$; $R_{e1} = x \cdot R_E$; $R_{e2} = (1-x) \cdot R_E$; $R_E = R_C = 1 \text{ k}\Omega$; $R_L = 4 \text{ k}\Omega$; $R_1 = R_2 = 100 \text{ k}\Omega$; $V_{cc} = 10 \text{ V}$; C_1 , C_2 y C_E tienden a infinito; $\beta = 200$. Nótese que $R_{e1} + R_{e2} = R_E$.
- P7.10** Halle los márgenes dinámicos de la tensión de salida del amplificador de la figura P7.8 sin condensador de desacoplo de la resistencia de emisor, con los siguientes datos: $V_{cc} = 15 \text{ V}$; $R_C = 10 \text{ k}\Omega$; $R_L = 10 \text{ k}\Omega$; $R_E = R_{e1} + R_{e2} = 400 \Omega$; $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$; $\beta_F = 100$; $R_s = 100 \Omega$.
- P7.11** Sea el circuito de la figura P7.8 con R_{e1} y R_{e2} nulas. Calcule el valor de β , V_{cc} , R_C , R_2 y R_L : Datos: $I_{CQ} = 15,1 \text{ mA}$; $V_{CEQ} = 10 \text{ V}$; $I_{BQ} = 151 \mu\text{A}$; $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$; $R_s = 40 \Omega$, $G = V_o/V_s = -38,4$. Tomar $R_L = R_C$.
- P7.12** Considere el circuito de la figura P7.8 sin R_L y con $R_s = 0 \Omega$. Se desea que el circuito amplificador de la figura esté polarizado en $I_{CQ} = 2,5 \text{ mA}$, $I_{BQ} = 20 \mu\text{A}$ y $V_{CEQ} = 17,5 \text{ V}$. La recta

de carga de continua corta a los ejes en 6 mA y 30 V. a) Encuentre los valores de R_C , R_E , R_1 , R_2 , y V_{cc} sabiendo que $R_C = 9R_E$, $R_1 = R_2$ y $V_{BE} = 0,6$ V. b) Halle g_m y r_π . c) Halle la ganancia de tensión del amplificador $\Delta v_o / \Delta v_s$. d) Halle los márgenes dinámicos de la tensión de salida Δv_o . e) Halle la máxima amplitud de la señal sinusoidal de entrada para la cual la señal de salida no está recortada. f) Halle la resistencia de entrada en pequeña señal vista desde los terminales a-a'.

P7.13 Diseñe una etapa en EC con resistencia de emisor sin desacoplar y sin R_L que tenga una ganancia de tensión $G_v = -25$. Suponga que el transistor tiene $\beta_F = 100$, $V_{BEQ} = 0,7$ V, $V_{cc} = 15$ V y que la resistencia del equivalente de Thévenin del generador de señal, R_s , tiene un valor de 100Ω . Calcule G_v cuando $\beta_F = 300$.

P7.14 Sea la etapa en colector común de la figura P7.14. a) Determine el punto de trabajo del circuito (I_{CQ} , V_{CEQ} , V_{oQ}). b) Dibuje el modelo de pequeña señal del circuito. c) Calcule la ganancia V_o/V_s y los márgenes dinámicos de V_o . d) Calcule la ganancia de potencia en pequeña señal. Datos: $R_L = 500 \Omega$; $R_s = 1 \text{ k}\Omega$; $V_{BE} = 0,7$ V; $V_{CEsat} = 0,2$ V; $\beta = 100$; $V_{cc} = 12$ V; $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$; $R_1 = 50 \text{ k}\Omega$; $R_E = 10 \text{ k}\Omega$.

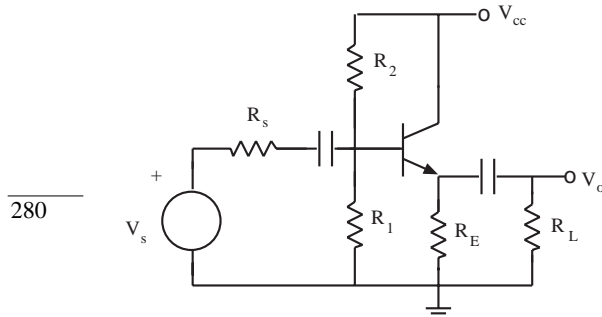


Fig. P7.14

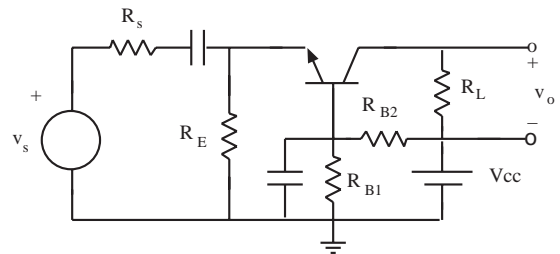


Fig. P7.15

P7.15 Para el amplificador en base común de la figura P7.15, se pide: a) Halle las expresiones de la resistencia de entrada y de salida. b) Halle la expresión de la ganancia de tensión. c) Si $\beta = 100$, $R_s = 600 \Omega$, $R_E = 10 \text{ k}\Omega$ y $R_L = 10 \text{ k}\Omega$, halle el valor de R_i , R_o y G_v .

P7.16 Un transistor cuya corriente de polarización es $I_{CQ} = 2$ mA tiene el siguiente conjunto de parámetros h: $h_{ie} = 2,7 \text{ k}\Omega$; $h_{re} = 5 \cdot 10^{-4}$; $h_{fe} = 200$; $h_{oe} = 60 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}$. Calcule: a) Los parámetros del modelo híbrido en π . b) El valor de la tensión de Early.

P7.17 Las capacidades equivalentes C_μ y C_π del modelo de pequeña señal de un determinado BJT son: $C_\mu = 0,1 \text{ pF}$ y $C_\pi = 30 \text{ pF}$. Calcule la frecuencia de transición f_T para la cual el transistor deja de amplificar, cuando está polarizado de manera que la corriente del punto de trabajo es $I_{CQ} = 2$ mA.

P7.18 Suponga que el transistor utilizado en el amplificador de la figura P7.18 tiene una resistencia térmica transistor-ambiente: $\theta_{TA} = 0,5 \text{ } ^\circ\text{C/mW}$. ¿Qué temperatura alcanzará el transistor en las condiciones de operación sin señal aplicada cuando la temperatura ambiente es de $25 \text{ } ^\circ\text{C}$?

P7.19 Considere el amplificador diferencial de la figura P7.19. La alimentación es $V_{CC} = -V_{EE} = 5$ V. Utilizando la expresión 7.80 referida a la salida v_{o2} : a) Si $I_o = 10 \mu\text{A}$, calcule el punto de trabajo de los transistores en situación de reposo (despreciar R_o). b) ¿Qué valor debe tener R_C para que $A_d = 50$? c) ¿Qué valor tiene v_{o2} en reposo en este caso? d) ¿Cuál es el margen dinámico de v_{o2} ? e) ¿Qué valor debe tener R_o para que el CMRR = $20 \log(|A_d|/|A_c|)$ sea de 100 dB?

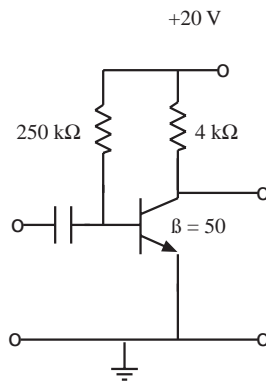


Fig. P7.18

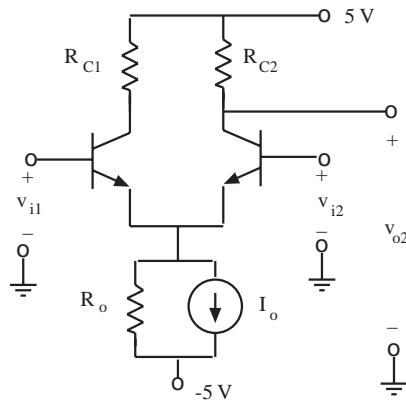


Fig. P7.19

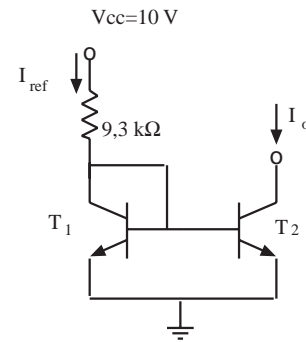


Fig. P7.20

P7.20 El circuito de la figura P7.20 es una fuente de corriente basada en un espejo de corriente. T_1 y T_2 se suponen iguales. a) Calcule la expresión y el valor de I_{ref} . b) Despreciando las corrientes de base, ¿cuál es el valor de I_o ? c) Repita el apartado anterior sin despreciar las corrientes de base. ¿Cuál es el error que se comete si se hace la aproximación del apartado b y se toma $\beta = 100$? d) Si el colector de T_2 se conecta a una resistencia cuyo extremo esté conectado a V_{cc} , ¿cuál es el valor máximo de esta resistencia para que T_2 presente una R_o elevada? e) ¿Cuál es el valor de R_o si $V_A = 100$ V?

P7.21 En el circuito amplificador multietapa de la figura P7.21 los dos transistores que aparecen son iguales, y tienen una $\beta = 200$. Se pide: a) Calcule el punto de trabajo Q de cada una de las etapas. b) Obtenga la ganancia de tensión v_o/v_i . c) Calcule los márgenes dinámicos de cada una de las etapas. d) ¿Cuál será la máxima tensión de pico que se pueda tener a la entrada para que ninguna de las etapas introduzca distorsión en la señal de salida? e) Calcule los valores de la resistencia de entrada R_i y de salida R_o del amplificador multietapa.

281

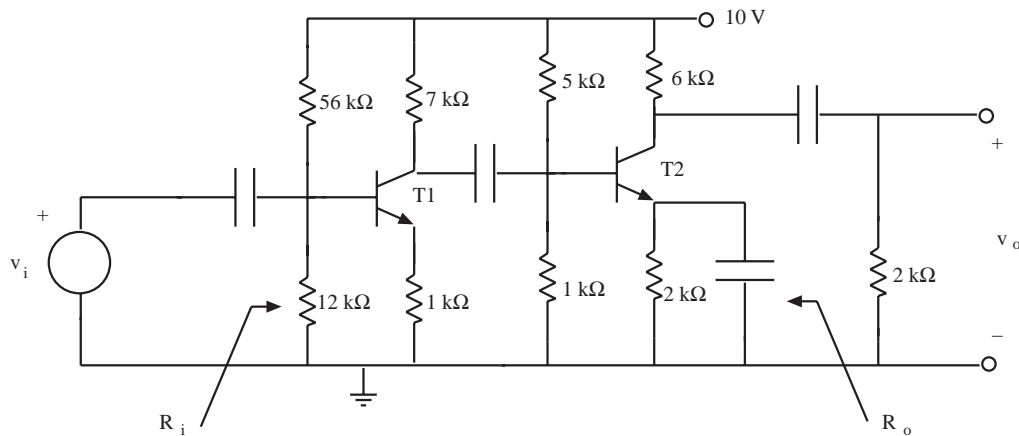


Fig. P7.21

P7.22 Sea el circuito amplificador de la figura P7.22 que consta de 3 etapas acopladas directamente. Se pide: a) Determine el punto de trabajo de las 3 etapas considerando despreciables las corrientes de base. b) Substituya el modelo de pequeña señal y calcular la ganancia total V_o/V_i . Datos: $\beta = 150$; $V_z = 2,7\text{ V}$; $R_z = 0\ \Omega$.

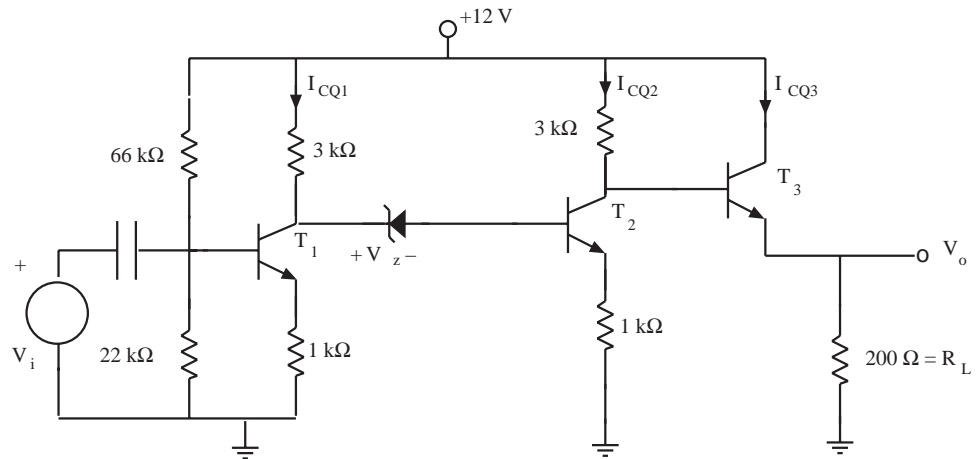


Fig. P7.22

Capítulo 8

El transistor MOS

El transistor de efecto de campo MOS, también denominado MOSFET (iniciales inglesas de *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor*), es un dispositivo de tres terminales denominados drenador (D, del inglés *Drain*), puerta (G, del inglés *Gate*) y surtidor o fuente (S, del inglés *Source*). La corriente que circula entre drenador y surtidor es controlada por la tensión aplicada a la puerta. Este transistor tiene, de hecho, un cuarto terminal (B, del inglés *Bulk*) conectado al sustrato, al que suele aplicársele una tensión fija. Un elemento fundamental en este transistor es el condensador de puerta que, en los primeros transistores, estaba formado por un metal, una capa de óxido de silicio como dieléctrico, y un semiconductor como segunda placa del condensador. Precisamente el nombre de este transistor deriva de dicha estructura. Una propiedad muy importante de este dispositivo es que suele ocupar sobre el silicio un tamaño menor que el transistor bipolar, lo que permite una alta densidad de integración.

283

8.1 El transistor de efecto de campo MOS. Conceptos básicos

La estructura de un *transistor MOS de acumulación (o enriquecimiento) de canal N* se representa en la figura 8.1a. Este dispositivo está constituido por un semiconductor tipo P en el que se han creado dos regiones N que constituyen el drenador (D) y el surtidor (S). Entre estas dos regiones N, se forma el condensador de puerta, constituido por una placa metálica, en la que hace contacto el terminal de puerta (G), un óxido de puerta, que actúa como dieléctrico, y por el semiconductor, que forma la segunda placa. El cuarto terminal, denominado sustrato (B), hace contacto con el semiconductor P. En el capítulo 10 se expone la teoría y la tecnología de fabricación de este dispositivo. A fin de facilitar al lector la comprensión de este dispositivo, se hará una breve introducción a sus principios de funcionamiento.

Cuando se aplica una tensión positiva al terminal de puerta se crea un campo eléctrico entre las placas del condensador que incide perpendicularmente sobre la superficie del semiconductor. Este campo eléctrico atrae cargas negativas hacia la superficie y repele las positivas. Si el campo eléctrico tiene la intensidad suficiente logra crear, en la proximidad de la superficie del semiconductor, una región muy rica en cargas negativas que se denomina canal N. Este canal, de longitud L y anchura W (ver figura 8.1a), conecta las dos regiones N y permite el paso de corriente entre drenador y surtidor. Si el campo eléctrico transversal se hace más intenso, el canal se hace más rico en cargas negativas, disminuye su resistencia, y permite el paso de una corriente mayor. El transistor MOS se denomina de

efecto de campo porque la corriente que circula entre los terminales de drenador y surtidor está controlada por este campo eléctrico perpendicular a la superficie del semiconductor entre las regiones de drenador y surtidor.

En la figura 8.1b se representa el símbolo de este transistor. Nótese que la flecha en el terminal B va en el sentido del sustrato P hacia el canal N. En la figura 8.1c se representa la *característica de transferencia* del transistor. La corriente de drenador aumenta al hacerse más positiva la tensión de puerta respecto a la de surtidor. La mínima tensión v_{GS} necesaria para que haya corriente se denomina *tensión umbral* del transistor MOS y su símbolo es V_T (nótese que este símbolo coincide con el utilizado para la tensión térmica KT/q , aunque no guarda ninguna relación con ella). La estructura del transistor MOS es simétrica y, por tanto, los terminales de drenador y surtidor son intercambiables. En el transistor MOS de canal N el terminal conectado a la tensión mayor actúa como drenador, y el otro como surtidor.

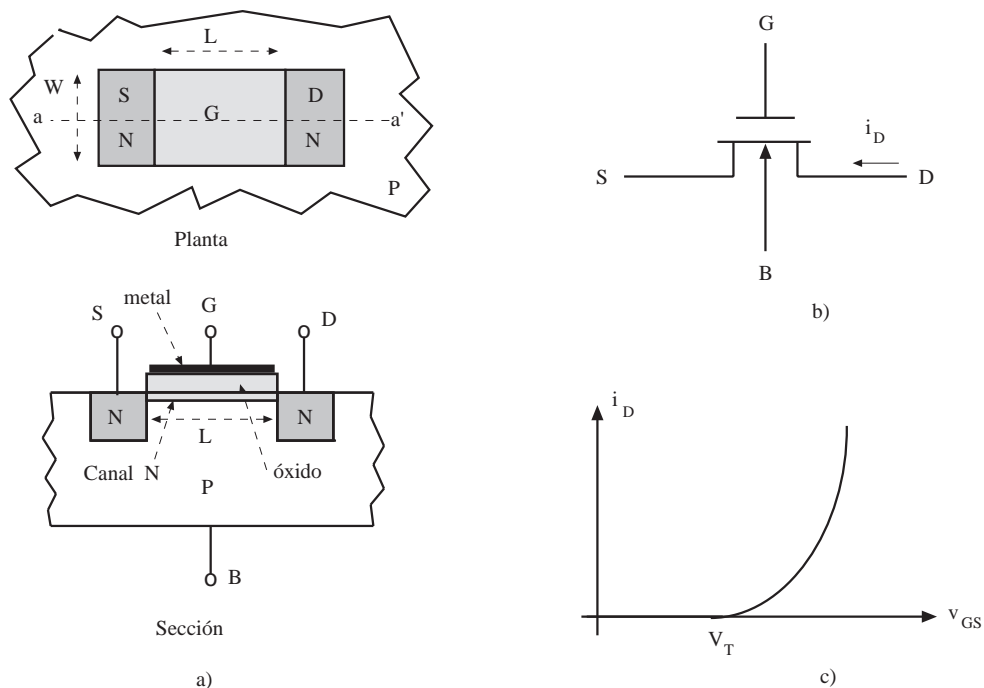


Fig. 8.1 a) Estructura física del transistor MOS de acumulación de canal N: planta y sección.

b) Símbolo. c) Característica $i_D(v_{GS})$

En la figura 8.2 se representa un transistor *MOS de acumulación de canal P*. Obsérvese que es la estructura dual a la anterior. El sustrato es tipo N y las regiones de drenador y surtidor son de tipo P. Para crear un canal P debe aplicarse una tensión negativa al terminal de puerta respecto al sustrato. Este tensión creará un campo eléctrico perpendicular a la superficie del semiconductor que tendrá el sentido que va del semiconductor hacia la placa metálica y que, en consecuencia, atraerá a las cargas positivas hacia la superficie del semiconductor. Esta acumulación de cargas positivas en la superficie del semiconductor crea el canal P, el cual conecta las dos regiones P de drenador y surtidor. Al hacerse más negativa la tensión en G, habrá más cargas positivas en el canal, disminuirá su resistencia y aumentará la corriente entre drenador y surtidor.

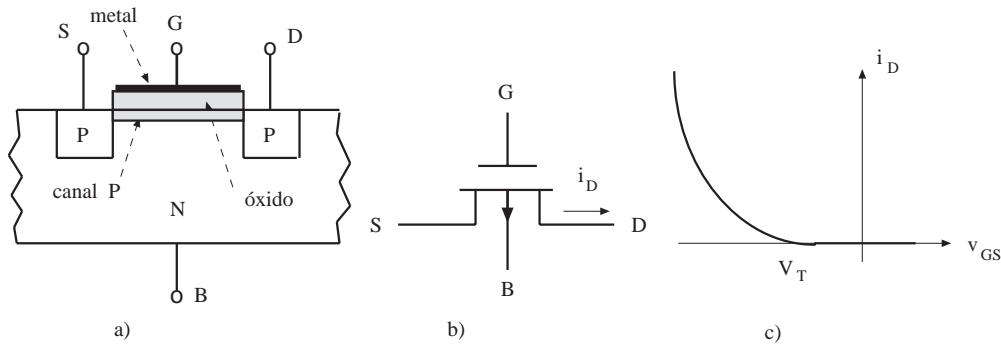


Fig. 8.2 Transistor MOS de acumulación de canal P. a) Estructura física.
b) Símbolo. c) Característica $i_D(v_{GS})$

Su símbolo se diferencia del anterior por el sentido de la flecha del terminal B. En este caso, va en el sentido del canal P hacia el sustrato N. La característica de transferencia de este transistor se representa en la figura 8.2c. Obsérvese que la corriente aumenta al hacerse más negativa la tensión de puerta respecto al surtidor, v_{GS} . Nótese que la tensión umbral del MOS de acumulación de canal P es negativa. En el MOS de canal P, el drenador está a una tensión más negativa que el surtidor. La corriente de drenador también tiene el sentido contrario al que tiene en el MOS de canal N.

En la figura 8.3 se representa otro tipo de transistor MOS: el *MOS de vaciamiento de canal N*. Este transistor se distingue del de acumulación de canal N en que durante el proceso de fabricación se ha *implantado un canal N*. Por esto, en ausencia de tensión aplicada a la puerta, existe un camino conductor entre drenador y surtidor que permite el paso de corriente. Para anular la corriente hay que vaciar de cargas negativas el canal prefabricado, lo que se consigue aplicando una tensión negativa entre puerta y sustrato. La característica de transferencia se distingue de la del MOS de acumulación de canal N en que la tensión umbral es negativa, ya que para una v_{GS} nula, el transistor conduce (figura 8.3c). En su símbolo (figura 8.3b) se indica la presencia del canal prefabricado mediante un trazo grueso.

285

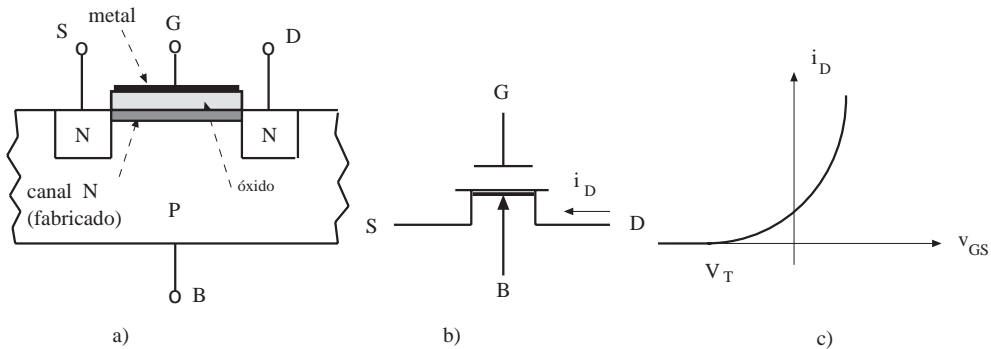


Fig. 8.3 MOS de vaciamiento de canal N. a) Estructura.
b) Símbolo. c) Característica $i_D(v_{GS})$

Finalmente en la figura 8.4 se representa la estructura, símbolo y característica del transistor *MOS de vaciamiento de canal P*. Nótese que su característica es igual a la del MOS de acumulación de canal P pero desplazada hacia la derecha de forma que su tensión umbral es positiva.

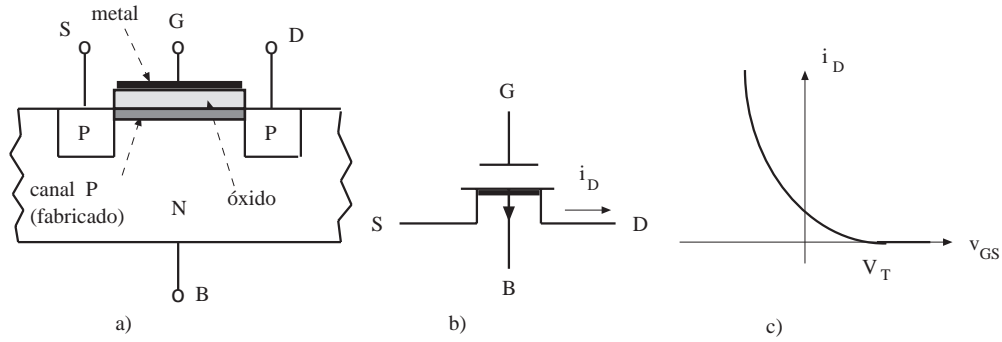


Fig. 8.4 MOS de vaciamiento de canal P. a) Estructura. b) Símbolo. c) Característica $i_D(v_{GS})$

El modelo representado en la figura 8.5 aproxima el comportamiento del transistor MOS de canal N. El modelo es el mismo para el transistor MOS de acumulación y de vaciamiento. La única diferencia está en el signo de la tensión umbral de ambos transistores. Como se observa en la estructura física de los transistores MOS, aparecen dos uniones PN formadas por el sustrato P y las regiones N de drenador y surtidor. Para un correcto funcionamiento del MOS estos *diodos siempre deben estar polarizados inversamente*. En estas condiciones los diodos equivalen solamente a sus capacidades parásitas, denominadas C_{bd} y C_{bs} , ya que el valor de su fuente dependiente de corriente es nulo. En el modelo del transistor se suelen incluir dos diodos, modelados por la ecuación exponencial, para poder tener en cuenta sus efectos en caso de que se polarizaran directamente. Las capacidades C_{gd} , C_{gs} y C_{gb} representan los efectos capacitivos del condensador de puerta. El valor de la fuente dependiente I_d para el MOS de canal N viene dado por:

$$\begin{aligned}
 \text{Para } v_{GS} < V_T; \quad v_{DS} > 0 \quad & I_d = 0 \\
 \text{Para } v_{GS} > V_T; \quad 0 < v_{DS} < v_{GS} - V_T \quad & I_d = K \frac{W}{L} \left[(v_{GS} - V_T)v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right] \\
 \text{Para } v_{GS} > V_T; \quad v_{DS} > v_{GS} - V_T \quad & I_d = \frac{K}{2} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_T)^2
 \end{aligned} \quad (8.1)$$

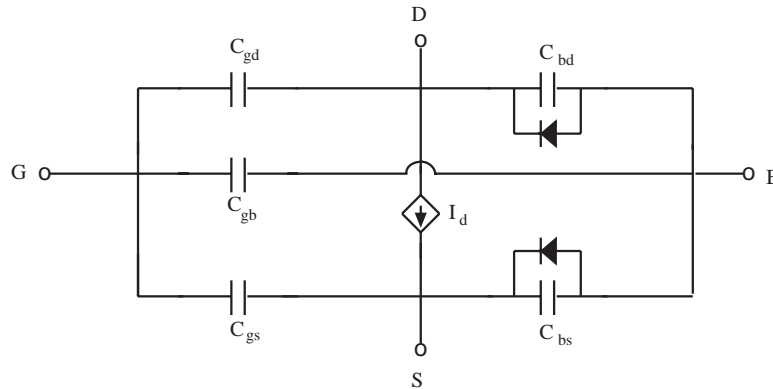


Fig. 8.5 Modelo del transistor MOS de canal N

donde V_T es la tensión umbral, W y L son la anchura y la longitud del canal respectivamente, y K es el llamado *parámetro de transconductancia*, que es específico de cada transistor y cuyas dimensiones son A/V^2 . Valores típicos de estos parámetros pueden ser $V_T = 1$ V; $W = L = 2$ μm ; $K = 20$ $\mu A/V^2$.

Ejemplo 8.1

Calcular la corriente de drenador de un transistor MOS si las tensiones aplicadas a sus terminales son $V_{DS} = 5$ V y $V_{GS} = 5$ V. Los parámetros del transistor son $V_T = 1$ V; $K = 20$ $\mu A/V^2$ y $W/L = 1$.

Como $V_{DS} = 5$ V $>$ $V_{GS} - V_T = 4$ V la corriente de drenador viene dada por la última de las ecuaciones 8.1. Entonces:

$$I_d = 10 \cdot 10^{-6} (5 - 1)^2 = 160 \cdot 10^{-6} = 0,16 \text{ mA}$$

Ejercicio 8.1

¿Cuál debería ser la relación W/L del transistor del ejemplo anterior para que la corriente de drenador fuera de 1 mA?

Solución: $W/L = 6,25$.



El transistor MOS de canal P se modela igual que el de canal N, aunque con dos diferencias. La fuente dependiente y los diodos de sustrato a drenador y a surtidor tienen sentidos contrarios. Las ecuaciones que controlan la fuente dependiente pasan a ser:

$$\begin{aligned} \text{Para } v_{GS} > V_T; \quad v_{DS} < 0 \quad I_d &= 0 \\ \text{Para } v_{GS} < V_T; \quad 0 > v_{DS} > v_{GS} - V_T \quad I_d &= K \frac{W}{L} \left[(v_{GS} - V_T) v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right] \\ \text{Para } v_{GS} < V_T; \quad v_{DS} < v_{GS} - V_T \quad I_d &= \frac{K}{2} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_T)^2 \end{aligned} \quad (8.2)$$

donde todos los parámetros tienen el mismo significado que para el MOS de canal N. Nótese que en el transistor MOS de canal P las tensiones y corrientes tienen signos y sentidos contrarios a las del MOS de canal N.

El transistor MOS tiene tres modos de funcionamiento correspondientes a las tres expresiones de 8.1 y 8.2. Para el MOS de canal N (canal P), cuando v_{GS} es menor (mayor) que la tensión umbral, las corrientes por el transistor son nulas, y se dice que el transistor está en *corte*. Cuando la corriente de la fuente dependiente en 8.1 y 8.2 es independiente de v_{DS} se dice que el MOS trabaja en *modo saturado*. En caso contrario se dice que trabaja en *modo lineal u óhmico* ya que para V_{DS} muy pequeño I_D es aproximadamente lineal con V_{DS} . En el próximo apartado se detallarán estos modos de funcionamiento.

La tensión umbral del MOS de canal N varía con la tensión del sustrato según la siguiente expresión:

$$V_T = V_{TO} + \gamma \left[\sqrt{-2\phi_B - v_{BS}} - \sqrt{-2\phi_B} \right] \quad (8.3)$$

donde v_{BS} es la tensión del sustrato respecto a la del surtidor, V_{T0} es la tensión umbral para una tensión v_{BS} nula, γ y ϕ_B son parámetros que modelan la dependencia de V_T con las características del sustrato (ver expresiones 10.34 y 10.35). Esta dependencia de la tensión umbral con la tensión del terminal B se conoce con el nombre de *efecto sustrato*. Con frecuencia v_{BS} es nula, con lo que $V_T = V_{T0}$.

Ejemplo 8.2

¿Cuál sería la tensión umbral de un transistor MOS de canal N de $V_{T0} = 1\text{ V}$ si V_S fuera igual a 5 V y V_B fuera nula? Tomar $2\phi_B = -0,6\text{ V}$ y $\gamma = 0,4\text{ V}^{1/2}$.

Aplicando la expresión 8.3 con $V_{BS} = -5\text{ V}$, resulta $V_T = 1,64\text{ V}$.

Ejercicio 8.2

¿Cuál debería ser V_{BS} del transistor MOS del ejemplo 8.1 para que la disminución de la corriente de drenador debida al efecto sustrato fuera del 10%? Tomar los mismos datos que en el ejemplo anterior.

Solución: $V_{BS} = -1\text{ V}$.



En el MOS de canal P la ecuación del efecto sustrato es:

288

$$V_T = V_{T0} - \gamma \left[\sqrt{2\phi_B + v_{BS}} - \sqrt{2\phi_B} \right] \quad (8.4)$$

En el resto de este capítulo, a no ser que se indique explícitamente algo diferente, se supondrá un MOS de acumulación de canal N.

8.2 El transistor MOS en continua

Cuando las tensiones aplicadas en los terminales del transistor MOS varíen muy lentamente, las corrientes por los condensadores serán muy pequeñas y éstos podrán ignorarse. En este caso, el transistor MOS se comporta como una fuente dependiente conectada entre drenador y surtidor controlada por las tensiones aplicadas a sus terminales. Obsérvese entonces que la corriente de puerta i_G es nula, así como también lo es la corriente de sustrato. En este caso, el circuito equivalente de la figura 8.5 se reduce a una fuente de corriente entre drenador y surtidor, cuyo valor depende de la tensión v_{GS} . Por esto, se dice que el MOS es un dispositivo controlado por tensión, no por corriente, como era el caso del transistor bipolar.

8.2.1 Curvas características

En la figura 8.6 se representan las curvas características de un transistor MOS de canal N. Para cada valor de v_{GS} hay una curva de la corriente de drenador en función de la tensión entre drenador y surtidor. Para v_{GS} menor o igual a V_T las curvas coinciden con el eje de abscisas: la corriente de drenador es nula. A medida que v_{GS} aumenta por encima de V_T la corriente va creciendo.

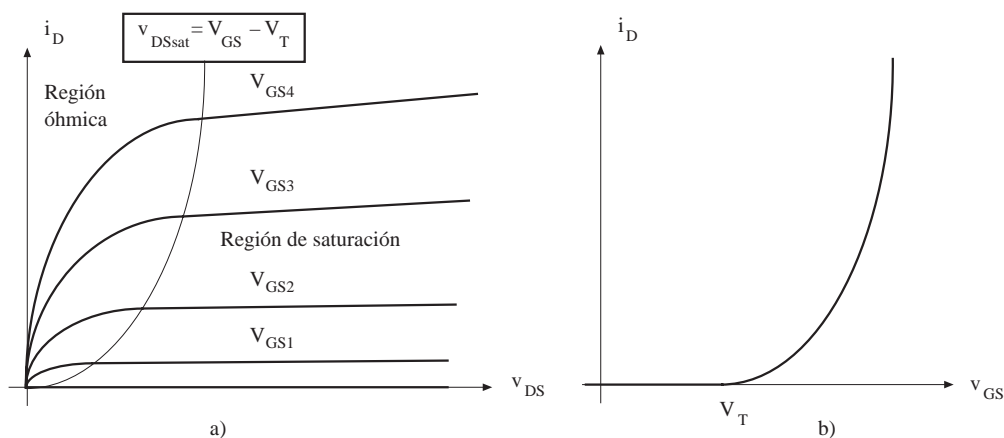


Fig. 8.6 a) Curvas características de drenador de un transistor MOS de canal N. b) Curva de transferencia en la región de saturación

Estas curvas presentan dos regiones bien diferenciadas. Una, en la que las curvas son casi horizontales, donde I_D casi no varía con v_{DS} . Es la denominada región de saturación. La otra, más próxima al origen de coordenadas, se denomina región óhmica o lineal. La ecuación de la curva que separa ambas regiones es:

$$v_{DSsat} = v_{GS} - V_T \quad (8.5)$$

289

Sustituyendo este valor en la tercera de las ecuaciones 8.1, se obtiene la ecuación que muestra la frontera entre la región óhmica y la de saturación en la gráfica $i_D(v_{DS})$:

$$i_D = \frac{K}{2} \frac{W}{L} v_{DSsat}^2$$

Así pues, dada una curva característica correspondiente a un valor determinado de v_{GS} , la abscisa para la que empieza la región de saturación es el valor v_{DSsat} dado por la ecuación 8.5.

En la región de saturación la corriente de drenador es casi independiente de la tensión v_{DS} , y sólo depende de la tensión de puerta v_{GS} . Se suele representar esta dependencia mediante la *curva de transferencia* del transistor (figura 8.6b), obtenida de 8.1. Nótese que esta curva sólo tiene validez si el transistor MOS está en saturación.

Ejemplo 8.3

Un transistor MOS de canal N tiene aplicada una tensión $V_{DS} = 5 \text{ V}$. ¿Para qué valores de V_{GS} trabajará el transistor en la región óhmica? Suponer $V_T = 1 \text{ V}$.

Para que el transistor trabaje en la región óhmica V_{DS} debe ser menor o igual a $V_{GS} - V_T$. Por tanto V_{GS} debe ser mayor o igual que $V_{DS} + V_T$, es decir, 6 V.

Ejercicio 8.3

Un transistor MOS de canal P tiene aplicada una tensión $V_{GS} = -5$ V. ¿Para qué valores de V_{DS} trabajará el transistor en la región de saturación?. Suponer $V_T = -1$ V.

Solución: Para $V_{DS} < -4$ V.



El modelo descrito en el apartado 8.1 aproxima estas curvas características. Obsérvese que si se representa la ecuación del transistor MOS en la región óhmica (figura 8.7a) para un valor determinado de v_{GS} , la curva es una parábola cuyo vértice se sitúa en el punto de abscisa v_{DS} igual a $v_{GS} - V_T$. Obviamente sólo tiene sentido físico la parte de la parábola situada a la izquierda de su vértice. La otra rama de la parábola no corresponde al comportamiento real del transistor.

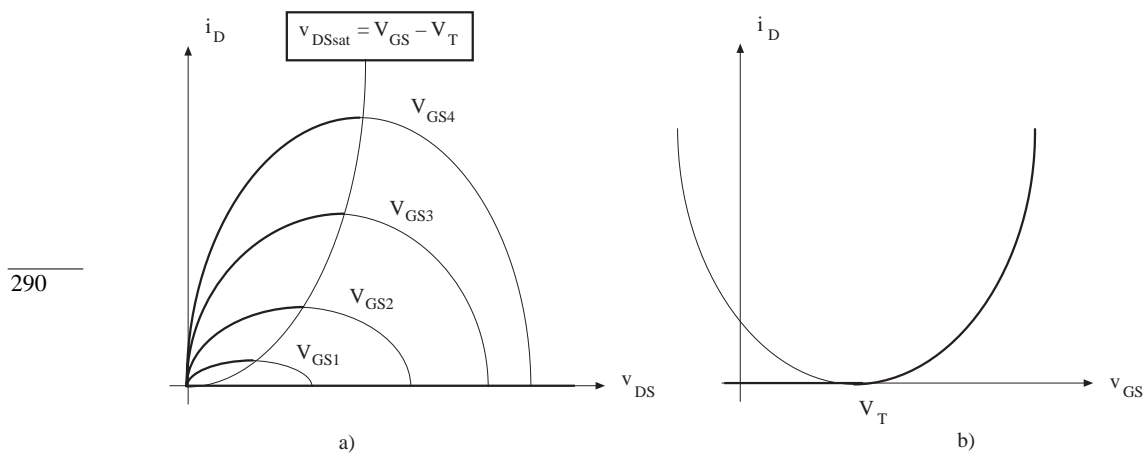


Fig. 8.7 Representación de las ecuaciones del transistor MOS.
a) Región óhmica. b) Región de saturación

La ecuación del transistor en la región de saturación muestra que el valor de i_D es constante para un valor dado de v_{GS} . Este valor coincide con el que proporciona la ecuación anterior en su máximo. El carácter cuadrático de esta ecuación pone de manifiesto que la curva de transferencia también es una parábola cuyo mínimo se da para $v_{GS} = V_T$ y es de valor nulo. Esta parábola predice valores de corriente positivos para valores de v_{GS} menores que V_T , lo cual está en contradicción con el comportamiento físico del transistor, ya que para dichos valores no hay canal entre drenador y surtidor y, por tanto, la corriente es nula.

De forma similar a lo realizado con los diodos y los transistores bipolares, el análisis de circuitos con transistores MOS requiere hallar la intersección de la recta de carga, correspondiente a la ecuación de Kirchhoff de una malla, con la curva del transistor. Como las curvas del transistor vienen dadas por parábolas, habrá, en general, dos puntos de intersección. Pero uno de ellos corresponderá a la intersección de la recta con la rama de la parábola que no tiene validez física y, por tanto, habrá que rechazarlo.

El modelo aproximado presentado en el apartado 8.1 no coincide exactamente con las curvas experimentales del transistor MOS. Una de las diferencias más importantes es que, en la región de saturación, las curvas experimentales presentan una cierta inclinación en lugar del valor constante que pro-

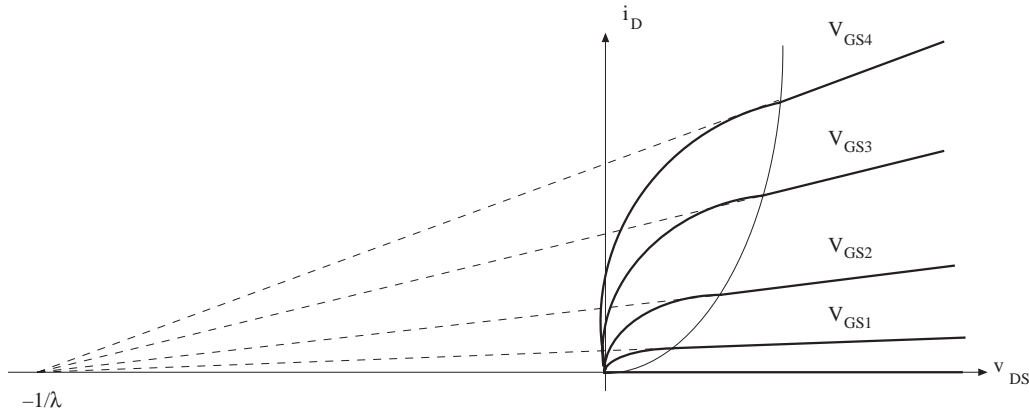


Fig. 8.8 Modelización de la pendiente de las curvas en la región de saturación

porciona el modelo. Para tener en cuenta este fenómeno en aquellas aplicaciones que lo requieran, se multiplican las ecuaciones anteriores por el factor $(1 + \lambda v_{DS})$. Esto equivale a considerar que en la región de saturación las curvas características son segmentos de recta que convergen en el punto $v_{DS} = -1/\lambda$, tal como se indica en la figura 8.8. La magnitud λ se denomina *parámetro de modulación de la longitud del canal*, haciendo referencia al fenómeno físico que causa dicho comportamiento, tal como se explica en el capítulo 10. Nótese la similitud con el efecto Early del transistor bipolar.

Para simplificar la representación de circuitos con transistores MOS, con frecuencia no se indica el terminal de sustrato B. Si no se dice nada al respecto, se supondrá, que dicho terminal está conectado al surtidor. En este caso, la tensión umbral será V_{T0} . Conviene indicar, sin embargo, que en algunas tecnologías puede haber una tensión v_{BS} distinta de cero, que modifica la tensión umbral.

291

8.2.2 Análisis de circuitos con transistores MOS en continua

La técnica de análisis de circuitos que contienen transistores MOS es esencialmente la misma que la desarrollada para circuitos con transistores bipolares. Deben combinarse las leyes de Kirchhoff en el circuito que se analiza con las ecuaciones que modelan el comportamiento del dispositivo.

Considérese el circuito de la figura 8.9, y supóngase que V_i vale 5 V. El análisis de la malla puerta-surtidor establece que:

$$v_{GS} = V_i \quad (8.6)$$

El análisis de la malla de drenador conduce a:

$$V_{DD} = i_D R_D + v_{DS} \quad (8.7)$$

Esta ecuación puede representarse sobre las características de drenador. Al igual que en el caso del transistor bipolar, esta

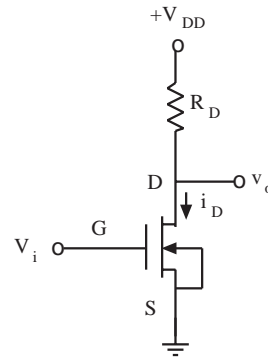


Fig. 8.9 Circuito con transistor MOS. Valores numéricos: $V_{DD} = 5$ V; $R_D = 10$ kΩ; $V_T = 1$ V; $W/L = 2$; $K = 20 \cdot 10^{-6}$ A/V²

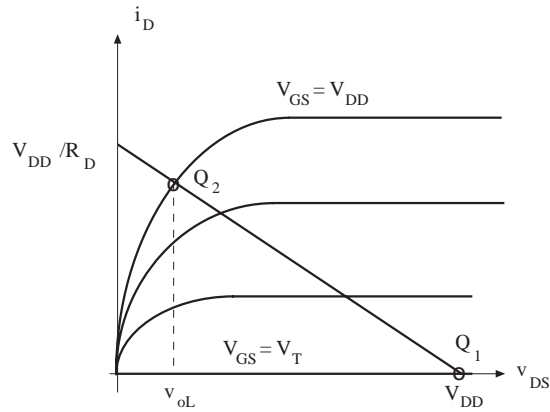


Fig. 8.10 Análisis gráfico del circuito de la figura 8.9

ecuación se denomina recta de carga en continua. El punto de trabajo vendrá dado por la intersección de esta recta con la curva característica correspondiente a $v_{GS} = V_i$. Este análisis gráfico del circuito se presenta en la figura 8.10. En particular, cuando $V_i \leq V_T$ el punto de trabajo es Q_1 , y si $V_i = V_{DD}$ es Q_2 .

Sin embargo, el análisis gráfico es poco práctico para analizar circuitos complejos. Una forma alternativa de análisis consiste en hallar numéricamente el punto de trabajo resolviendo las ecuaciones correspondientes. El problema radica, al igual que ocurría con el transistor bipolar, en que deben hacerse hipótesis sobre la región de funcionamiento del MOS y posteriormente verificar su validez.

Para $V_i = V_{DD}$ supóngase que el transistor trabaje en la región de saturación. Entonces la corriente de drenador será:

$$i_D = \frac{K}{2} \frac{W}{L} (V_i - V_T)^2 = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot (5 - 1)^2 = 0,32 \text{ mA}$$

292

La ecuación 8.7 proporciona:

$$v_{DS} = V_{DD} - i_D R_D = 5 - 0,32 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3 = 1,8 \text{ V}$$

Una vez obtenido el resultado hay que verificar si éste es consistente con la hipótesis inicial. Para que el transistor opere en la región de saturación se requiere que v_{DS} sea mayor que $v_{GS} - V_T$, es decir, 4 V. Obviamente, esto no es cierto, por lo que el cálculo no es válido y debe repetirse cambiando de hipótesis.

Supóngase, por tanto, que el transistor MOS trabaje en su región lineal:

$$i_D = K \frac{W}{L} \left[(V_i - V_T) v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right] = 40 \cdot 10^{-6} \left[4 v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right]$$

y, sustituyendo en 8.7, resulta:

$$v_{DS} = V_{DD} - R_D i_D = 5 - 0,4 \left(4 v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right)$$

que, operando, puede expresarse como:

$$v_{DS}^2 - 13 v_{DS} + 25 = 0$$

Resolviendo esta ecuación se encuentran las siguientes soluciones:

$$v_{DS} = 2,35 \text{ V}; \quad v_{DS} = 10,65 \text{ V}$$

La segunda de estas soluciones no tiene sentido físico. La tensión v_{DS} no puede ser mayor que V_{DD} , puesto que la corriente i_D es positiva. Esta solución corresponde a la intersección de la recta de carga con la rama de la parábola de la región óhmica que no tiene validez física. Por tanto, la solución es 2,35 V.

Esta solución es consistente con la hipótesis de que el transistor opera en la región óhmica. En efecto, para trabajar en esta región se requiere que v_{DS} sea inferior a $v_{GS} - V_T$, lo cual es cierto, ya que 2,35 V es inferior a 4 V.

En la figura 8.11 se presenta la característica de transferencia $v_o(V_i)$ de este circuito. Tal como se acaba de hallar, v_o vale 2,35 V cuando V_i es 5 V. Si V_i disminuye, el punto de trabajo se desplaza sobre la recta de carga hacia valores mayores de v_{DS} , hasta que, para V_i igual a cero, v_o vale V_{DD} . Nótese que la salida será V_{DD} mientras el transistor esté en corte ($i_D = 0$), lo cual ocurre para $V_i < V_T$, puesto que $v_{GS} = V_i$. A partir de este valor de la tensión de entrada, el transistor trabaja primero en la región de saturación y luego en la óhmica, como puede verse siguiendo la recta de carga de la figura 8.10.

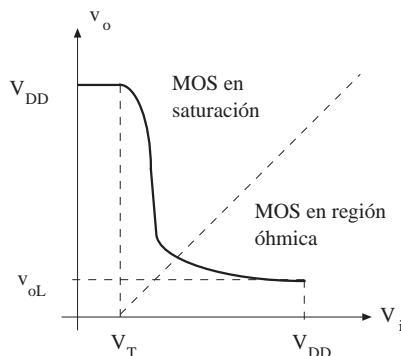


Fig. 8.11 Característica de transferencia del circuito de la figura 8.9

Ejemplo 8.4

Calcular el punto de trabajo del circuito de la figura 8.12. Tomar $V_{GG} = 9$ V; $V_{DD} = 20$ V; $R_D = 10$ k Ω ; $R_S = 5$ k Ω ; $W/L = 10$, $V_T = 1$ V y $K = 20 \cdot 10^{-6}$ A/V.

El análisis de la malla puerta surtidor conduce a la ecuación:

$$V_{GS} = V_{GG} - i_D R_S$$

ya que la corriente de puerta es nula ($I_G = 0$) y por R_S circula la corriente de drenador.

Haciendo la hipótesis de que el transistor trabaja en la región de saturación:

$$i_D = \frac{K}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)^2$$

Sustituyendo en la ecuación anterior, despejando V_{GS} y utilizando los valores numéricos se llega a la ecuación:

$$V_{GS}^2 - 17 = 0$$

cuyas soluciones son $V_{GS} = 4,12$ V y $V_{GS} = -4,12$ V. La última solución no tiene sentido físico, ya que si V_{GS} fuera negativa el transistor estaría en corte, no en saturación como se ha supuesto. Sustituyendo el valor hallado de V_{GS} en la expresión de i_D , resulta un valor de 0,97 mA. El valor de V_{DS} será:

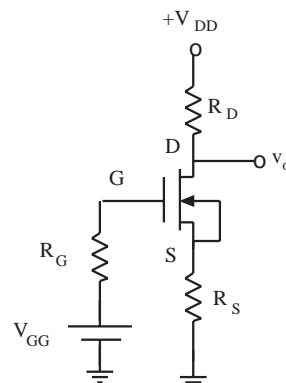


Fig. 8.12 Circuito del ejemplo 8.12

$$V_{DS} = V_{DD} - i_D(R_D + R_S) = 20 - 14,6 = 5,4 \text{ V}$$

Como V_{DS} es mayor que $V_{GS} - V_T$ el transistor trabaja en la región de saturación y la hipótesis realizada es correcta. El punto de trabajo viene dado por los valores hallados de V_{GS} , V_{DS} e i_D .

Ejercicio 8.4

Repetir el ejemplo anterior para $V_{GG} = 8,3 \text{ V}$

Solución: $i_D = 0,8 \mu\text{A}$; $V_{GS} = 4,3 \text{ V}$; $V_{DS} = 1,62 \text{ V}$.

8.3 El transistor MOS en régimen dinámico

Cuando las señales que se aplican al circuito varían rápidamente con el tiempo, las intensidades por los condensadores del modelo del transistor MOS pueden ser importantes, por lo que no pueden ignorarse.

Las capacidades asociadas a los diodos de la figura 8.5 (capacidades C_{bd} y C_{bs}) se modelan tal como fue descrito en el capítulo 6.

Las capacidades C_{gd} , C_{gs} y C_{gb} se modelan, cada una de ellas, mediante dos componentes. Uno, de naturaleza parásita, independiente del punto de trabajo, que se llama capacidad de solapamiento, y otro, que depende de las tensiones aplicadas al transistor:

$$\begin{aligned} C_{gs} &= C_{GSO} \cdot W + C_{ox} \cdot f_1(v_{GS}, v_{DS}) \\ C_{gd} &= C_{GDO} \cdot W + C_{ox} \cdot f_2(v_{GS}, v_{DS}) \\ C_{gb} &= C_{GBO} \cdot L + C_{ox} \cdot f_3(v_{GS}, v_{DS}) \end{aligned} \quad (8.8)$$

donde C_{GSO} , C_{GDO} y C_{GBO} son las capacidades de solapamiento por unidad de longitud, entre puerta y surtidor, puerta y drenador, y puerta y sustrato respectivamente. Son específicas de cada transistor y dependen de sus geometrías. Los términos proporcionales a C_{ox} tienen su origen en la capacidad de puerta. Dicha capacidad se descompone en tres condensadores: entre la puerta y los terminales de drenador, de surtidor y de sustrato. El valor de estos condensadores depende de si hay canal, y en caso afirmativo, de la región de funcionamiento del transistor. Por ello las funciones f_1 , f_2 y f_3 dependen de las tensiones v_{GS} y v_{DS} y, para cálculos manuales, se suelen aproximar por los valores de la tabla 8.1. C_{ox} es la capacidad de puerta y su valor viene dado por la capacidad del condensador plano:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon A}{d} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} WL \quad (8.9)$$

donde ϵ_{ox} es la permitividad del dieléctrico de puerta y t_{ox} su espesor.

	CORTE	ÓHMICA	SATURACIÓN
f_1	0	1/2	2/3
f_2	0	1/2	0
f_3	1	0	0

Tabla 8.1.— Valores de los factores capacitivos f en las distintas regiones de trabajo

Ejemplo 8.5

Calcular la capacidad de puerta de un transistor MOS de dimensiones $L = W = 5 \mu\text{m}$, y cuyo espesor de dieléctrico sea de 700 \AA . La constante dieléctrica del óxido de puerta es 3,9.

De acuerdo con la expresión 8.9:

$$C_{ox} = \frac{3,9 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14}}{700 \cdot 10^{-8}} (5 \cdot 10^{-4})(5 \cdot 10^{-4}) = 12,3 \text{ fF}$$

Ejercicio 8.5

Calcular las capacidades C_{gs} , C_{gd} y C_{gb} del transistor del ejemplo anterior en la región de saturación suponiendo despreciables las capacidades de solapamiento.

Solución: $C_{gs} = 8,2 \text{ fF}$; $C_{gd} \cong 0$; $C_{gb} \cong 0$.

Al igual que ocurría con los transistores bipolares, los efectos capacitivos son importantes en los circuitos en los que las señales conmutan entre dos niveles (circuitos digitales) y los que amplifican señales de alta frecuencia. En ambos casos el tratamiento de dichas capacidades es similar al detallado en el caso de los transistores bipolares.

8.4 El transistor MOS como resistencia

El transistor MOS es un dispositivo que se utiliza fundamentalmente en circuitos integrados. No es conveniente el uso de resistencias en circuitos integrados por razones de índole tecnológica (una resistencia de valor elevado requiere mucha área de silicio). Por esta razón se suelen utilizar transistores MOS para hacer la función de resistencia. A estos transistores se les denomina también cargas activas. También se utiliza, a veces, la característica lineal del MOS en un entorno de $v_{DS} = 0$, como resistencia dependiente de la tensión v_{GS} .

295

8.4.1 Cargas saturadas y cargas de vaciamiento

Hay dos formas básicas de aproximar una resistencia con un transistor MOS. Una consiste en usar un transistor MOS de acumulación con la puerta conectada al drenador. La otra utiliza un transistor de vaciamiento con la puerta conectada al surtidor. En la figura 8.13 se representan ambas aproximaciones junto a las curvas i - v que proporcionan.

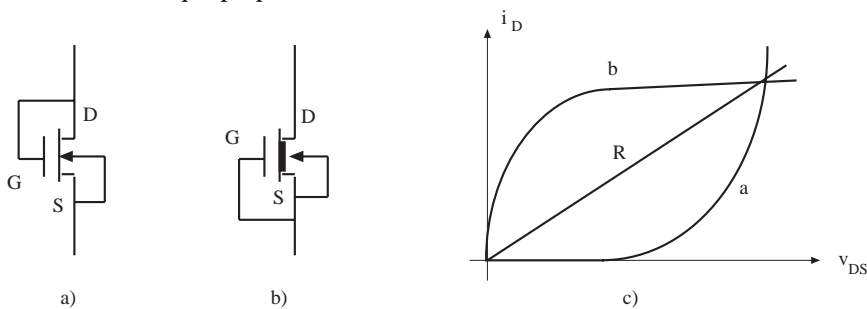


Fig. 8.13 a) Transistor MOS de acumulación conectado como resistencia. b) Transistor MOS de vaciamiento conectado como resistencia. c) Características i - v de los transistores MOS conectados como resistencia y de una resistencia lineal

La conexión mostrada en la figura 8.13a fuerza al transistor a trabajar en la región de saturación. En efecto, debido a la conexión entre puerta y drenador:

$$v_{DS} = v_{GS} > v_{GS} - V_T \quad (8.10)$$

por lo que está en saturación. Se suele decir que se trata de una carga saturada. En esta región la característica corriente-tensión será:

$$\begin{aligned} i_D &= \frac{K}{2} \frac{W}{L} (v_{DS} - V_T)^2 & \text{si } v_{DS} \geq V_T \\ i_D &= 0 & \text{si } v_{DS} < V_T \end{aligned} \quad (8.11)$$

La otra aproximación consiste en usar un transistor de vaciamiento con la puerta unida al surtidor. Como en este transistor la tensión umbral es negativa, pasará corriente por el transistor aunque v_{GS} sea nula. En la figura 8.13c se representa la curva característica de este MOS para v_{GS} igual a cero. Esta curva constituye otra aproximación a la resistencia.

Ejemplo 8.6

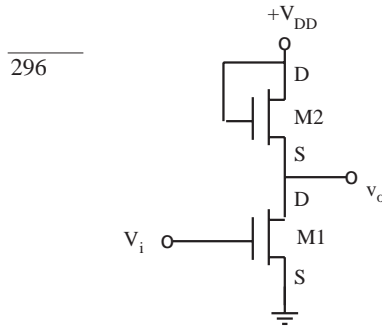


Fig. 8.14 Inversor NMOS con carga saturada. Ambos sustratos están conectados a masa

Hallar v_o en el inversor con carga saturada de la figura 8.14 cuando: a) v_i es nula; b) v_i es 5 V. Tomar para los dos transistores los parámetros usados en el circuito de la figura 8.9.

Tal como se ha indicado en los párrafos anteriores el transistor M2 siempre trabaja en saturación, ya que $v_{DS2} = v_{GS2} > v_{GS2} - V_{T2}$. Por esta razón la corriente viene dada por 8.11.

Cuando V_i es nula la corriente i_{D1} también lo será ya que el transistor M1 estará en corte. Por tanto, i_{D2} también será nula y, de acuerdo con 8.11, v_{DS2} será igual a V_{T2} . (A la salida del circuito siempre existe una capacidad parásita de carga. Cuando M1 se corta, esta capacidad es cargada por M2. Cuando la tensión entre sus terminales alcanza el valor V_{DD} menos V_{T2} , la corriente por M2 se anula y se detiene la carga de dicha capacidad.) La salida en esta situación será, por tanto, $V_{DD} - V_{T2}$.

Cuando V_i valga 5 V la tensión en la salida será v_{oL} . Para calcularla se supondrá que M1 trabaja en la región óhmica. Teniendo en cuenta que la corriente por ambos transistores es la misma:

$$\frac{K}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_2 (V_{DD} - v_{oL} - V_{T2})^2 = K \left[\frac{W}{L} \right]_1 \left[(V_i - V_{T1})v_{oL} - \frac{v_{oL}^2}{2} \right]$$

Suponiendo ambos transistores idénticos y con los parámetros del transistor de la figura 8.9, resulta la ecuación:

$$v_{oL}^2 - 8v_{oL} + 8 = 0$$

cuyas soluciones son 1,17 V y 6,82 V. La segunda de las soluciones no tiene sentido físico, por lo que se rechaza. El valor de v_{oL} será, por tanto, 1,17 V.

Ejercicio 8.6

Una variante del circuito anterior consiste en conectar la puerta del transistor M2 a una tensión constante V_{GG} en lugar de conectarla a la tensión V_{DD} . ¿Cuál sería la mínima tensión V_{GG} que haría falta para que v_o fuera V_{DD} cuando V_i fuera nula?

Solución: $V_{GG} = V_{DD} + V_{T2}$.

8.4.2 El inversor NMOS

A continuación se analizará un circuito como el de la figura 8.9, pero sustituyendo la resistencia R_D por un transistor MOS de vaciamiento con la puerta y el drenador cortocircuitados, tal como se representa en la figura 8.15. Este circuito se conoce como *inversor NMOS*. Hace unos pocos años este circuito era la base de una familia de circuitos integrados de amplia utilización. Sin embargo, actualmente están siendo desplazados por los circuitos basados en el inversor CMOS, que se describirá más adelante en este capítulo. Distinguiremos a las variables y parámetros del MOS de carga con un subíndice 2, y las correspondientes al MOS de acumulación con el subíndice 1.

En el MOS de carga la tensión entre puerta y sustrato es nula: $v_{GS2}=0$. Por este MOS circula corriente en estas condiciones ya que se trata de un MOS de vaciamiento que tiene una tensión umbral V_{T2} negativa. La curva característica de este MOS se representa en la figura 8.16a. El transistor M1 tiene el mismo comportamiento que en el circuito de la figura 8.9. Sus curvas características se representan en la figura 8.16b. Sobre estas curvas se ha representado también la "curva de carga" del transistor M2. Obsérvese en la figura 8.15 que:

$$\begin{aligned} v_{DS2} &= V_{DD} - v_o \\ i_{D2} &= i_{D1} \end{aligned} \quad (8.12)$$

Por tanto, cuando v_o valga V_{DD} el valor de v_{DS2} será nulo e i_{D2} también lo será. Cuando v_o sea nula, v_{DS2} valdrá V_{DD} y la corriente i_D podrá obtenerse a través de la gráfica 8.16a para este valor de tensión. La curva de carga, así pues, no es más que la curva del transistor M2 reflejada sobre el eje de ordenadas y desplazada una cantidad V_{DD} hacia la derecha. Esta "curva de carga" sustituye a la recta de carga que aparecía en el análisis gráfico cuando la carga era una resistencia R_D .

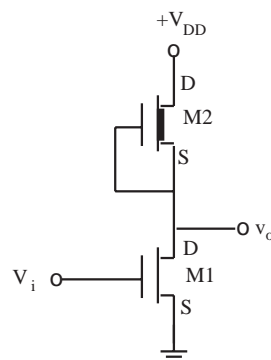


Fig. 8.15 Inversor NMOS. El MOS de vaciamiento actúa como carga activa. Ambos sustratos están conectados a masa

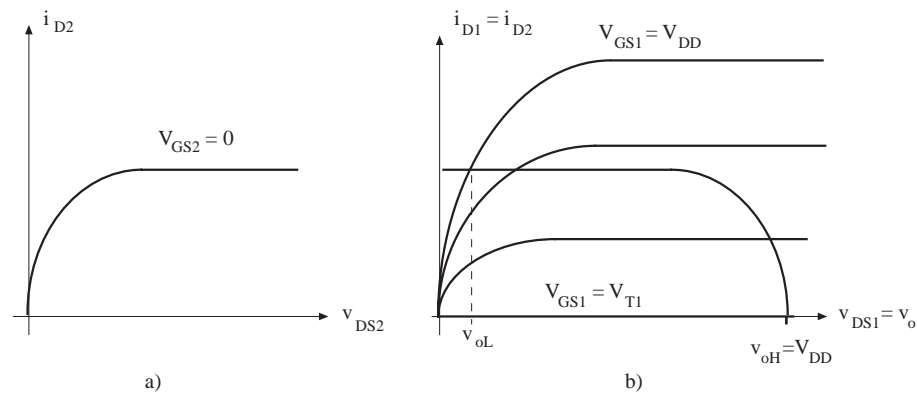


Fig. 8.16 a) Curva característica del MOS de carga de la figura 8.15.
b) Análisis gráfico del circuito de la figura 8.15

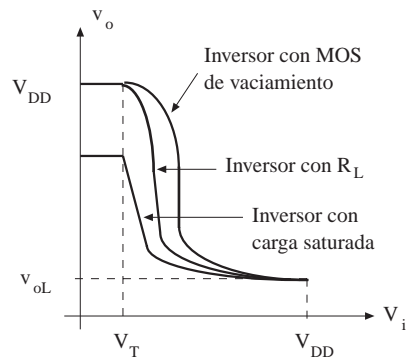


Fig. 8.17 Curvas de transferencia del inversor NMOS con carga de vaciamiento, con carga resistiva y con carga saturada (ejemplo 8.6)

La respuesta del circuito vendrá dada por la intersección de la curva de carga con la curva característica del transistor M1 para el valor $v_{GS1}=V_i$. La característica de transferencia que se obtiene se representa en la figura 8.17, donde se compara con la de un inversor con carga resistiva y con la de otro con carga saturada. Cuando V_i es inferior a V_{T1} el transistor M1 está en corte y v_o vale V_{DD} . A medida que V_i va creciendo por encima de V_{T1} , la intersección con la curva de carga se va dando para valores menores de v_{DS1} , hasta que para V_i igual a V_{DD} la intersección ocurre para el menor valor de v_o , que se denomina v_{oL} .

Obsérvese que, a lo largo de esta excursión del punto Q sobre la curva de carga, los transistores M1 y M2 van cambiando de región de funcionamiento. De acuerdo con la figura 8.16b, cuando V_i es nula, M1 está en corte y la corriente por M2 es nula (ya que $v_{DS2}=0$). Cuando V_i aumenta justo por encima de V_{T1} , el transistor M1 trabaja en la región de saturación y M2 en su región óhmica. Un aumento mayor de la tensión de entrada provoca que los dos transistores trabajen en saturación. Y, finalmente, para los valores mayores de V_i , el transistor M2 sigue en saturación y M1 entra en su región óhmica.

Para resolver numéricamente el circuito hay que hacer hipótesis sobre la región de funcionamiento de cada transistor. Procedamos al cálculo de v_{oL} . Para el MOS de carga supondremos $V_{T2}=-4$ V, $K=20$ $\mu\text{A}/\text{V}^2$, y $(W/L)_2=1/2$. Para el MOS M1 tomaremos la misma K , $V_T=1$ V y $W/L=2$.

Supondremos inicialmente que cuando V_i es 5 V, el transistor M1 está en la región óhmica y M2 en saturación. Entonces:

$$i_{D2} = \frac{K_2}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_2 (0 - V_{T2})^2 = 80 \cdot 10^{-6} \text{ A}$$

$$i_{D1} = K_1 \left[\frac{W}{L} \right]_1 \left[(V_i - V_{T1})v_{oL} - \frac{v_{oL}^2}{2} \right] = 40 \cdot 10^{-6} \left[4v_{oL} - \frac{v_{oL}^2}{2} \right]$$

Como la corriente por ambos transistores debe ser la misma, resulta, al igualar las dos expresiones anteriores, que:

$$v_{oL}^2 - 8v_{oL} + 4 = 0$$

cuyas soluciones son:

$$v_{oL} = 7,46 \text{ V}; \quad v_{oL} = 0,53 \text{ V}$$

La primera de las soluciones no tiene sentido físico, ya que es una tensión mayor que V_{DD} y la corriente i_D es positiva, por lo que hay que rechazarla. La solución será, pues, $v_{oL} = 0,53 \text{ V}$.

Esta solución será válida si las hipótesis iniciales se cumplen. Para que M1 trabaje en su región óhmica se requiere que $v_{DS1} = v_{oL}$ sea inferior a $(V_i - V_{T1})$. Esta condición se cumple ya que 0,53 es inferior a 4. Para que M2 trabaje en su región de saturación debe cumplirse que v_{DS2} sea superior a $(v_{GS2} - V_{T2})$. Como v_{DS2} es igual a $(V_{DD} - v_{oL})$ resulta ser igual a 4,47 V. Por otra parte $(v_{GS2} - V_{T2})$ es igual a 4V. Por tanto, M2 trabaja en saturación ya que 4,47 es superior a 4. Al cumplirse ambas hipótesis el análisis es correcto y v_{oL} vale 0,53 V.

La función de un inversor es proporcionar un nivel de salida bajo cuando la entrada es de nivel alto, y viceversa. Una manera de entender el comportamiento de este circuito es mediante un divisor de tensión. El MOS de vaciamiento equivale a una cierta resistencia de carga R_2 , y el MOS de acumulación a una resistencia R_1 . La tensión de salida será:

$$v_o = V_{DD} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (8.13)$$

Cuando la tensión de entrada es de nivel bajo, el transistor M1 está en corte y R_1 tiende a infinito. En estas condiciones, la expresión anterior muestra que v_o vale V_{DD} . Cuando la entrada es alta (V_{DD}), R_1 tomará un valor finito. Entonces, para que v_o sea un valor pequeño, se requiere que R_2 sea muy superior a R_1 . Es decir, $(KW/L)_2 \ll (KW/L)_1$.

La tensión de salida v_{oL} del inversor será realmente baja si otro inversor conectado a la salida del primero da, en su salida, un nivel alto. Para asegurar este comportamiento se requiere que v_{oL} del inversor sea inferior a V_T . De esta forma, el transistor de acumulación del segundo inversor estará en corte y producirá una salida de nivel alto.

Supóngase que cuando la entrada es de nivel alto el MOS de acumulación trabaja en la región óhmica y el de vaciamiento en saturación. Entonces:

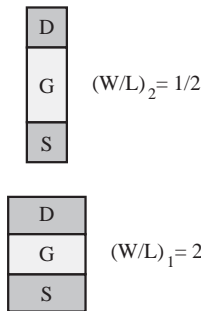
$$K_1 \left[\frac{W}{L} \right]_1 \left[(V_i - V_{T1})v_{oL} - \frac{v_{oL}^2}{2} \right] = \frac{K_2}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_2 (-V_{T2})^2 \quad (8.14)$$

Suponiendo que $K_1 = K_2$, $V_i = V_{DD} = 5 \text{ V}$, $V_{T1} = 1 \text{ V}$ y que $V_{T2} = -4 \text{ V}$ (valores típicos), resulta:

$$\frac{[W/L]_1}{[W/L]_2} = \frac{V_{T2}^2}{2(V_{DD} - V_{T1} - v_{oL}/2)v_{oL}} = \frac{16}{(8 - v_{oL})v_{oL}} \quad (8.15)$$

Si se desea que, para asegurar un buen funcionamiento, v_{oL} valga $V_{T1}/2$, la expresión anterior conduce a:

$$k_r = \frac{[W/L]_1}{[W/L]_2} = 4,2 \quad (8.16)$$



Es decir, la relación anchura dividida por longitud de canal del MOS de acumulación debe ser unas 4 veces la del MOS de vaciamiento. Este parámetro k_r se denomina *relación del inversor*. En la figura 8.18 se muestra una posible geometría para satisfacer esta relación del inversor.

Fig. 8.18 Posible geometría de los transistores del inversor NMOS para satisfacer la relación del inversor

300

Ejemplo 8.9

¿Cuál sería la relación del inversor necesaria para mantener v_{oL} igual a $V_T/2$ cuando la tensión de entrada fuera $V_{DD} - V_T$ en lugar de V_{DD} ? Tomar $V_T = 1 \text{ V}$ y $V_{DD} = 5 \text{ V}$.

De acuerdo a con la expresión 8.14, se obtiene:

$$\frac{[W/L]_1}{[W/L]_2} = \frac{V_{T2}^2}{2(V_{DD} - 2V_T - v_{oL}/2)v_{oL}} \cong 6$$

Ejercicio 8.9

En el inversor NMOS los sustratos de los dos transistores están conectados a masa. El transistor de vaciamiento puede presentar una tensión V_{BS2} no nula, la cual afectará a su tensión umbral (efecto sustrato). Calcular la tensión umbral del transistor de carga cuando $V_i = 0 \text{ V}$. Tomar $\gamma = 0,4 \text{ V}^{1/2}$, $2\phi_B = 0,6 \text{ V}$ y $V_{T0} = -4 \text{ V}$.

Solución: $V_{T2} = -3,4 \text{ V}$.



Otro aspecto que se debe considerar son los transitorios de conmutación en este inversor. Supóngase que a la salida del inversor hay una capacidad parásita C_L , que agrupa las diversas capacidades

parásitas de la salida (nótese que en circuitos MOS la presencia de capacidades parásitas es inevitable ya que la puerta del transistor es un condensador). Supóngase también que el transistor de acumulación se comporta como un interruptor ideal y conmuta en un tiempo nulo de conducción a corte y viceversa.

Considérese, en primer lugar, la conmutación de nivel bajo a alto en la salida (conmutación que será producida por una conmutación de nivel alto a bajo en la entrada). El valor inicial de la tensión de salida será v_{oL} , que para simplificar aproximaremos a 0 V. A medida que el condensador C_L se vaya cargando a través del transistor de vaciamiento, ya que suponemos que el transistor M1 está en corte, la tensión v_o irá aumentando hacia V_{DD} .

La carga de C_L presenta dos fases diferenciadas. En el instante inicial, el valor de v_{DS2} es V_{DD} , ya que v_o es cero. En estas condiciones el transistor de carga trabaja en saturación y proporciona una corriente constante. El condensador C_L se carga inicialmente siguiendo una rampa hasta que la tensión de salida alcanza un valor tal que v_{DS2} sea igual a $-V_{T2}$ (es decir, v_o debe ser igual a $V_{DD}+V_{T2}$). A partir de este instante el transistor trabaja en la región óhmica. En la figura 8.19 se representan las dos fases de carga de C_L .

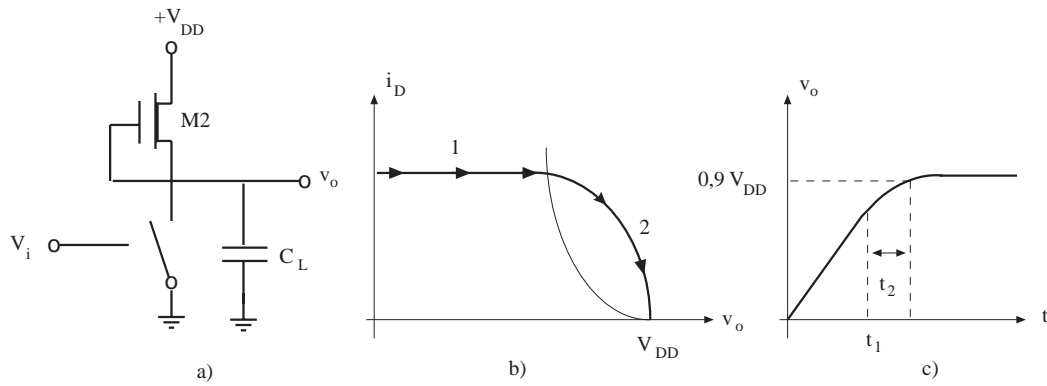


Fig. 8.19 Conmutación de bajo a alto nivel en la salida.
a) Circuito. b) Curva de carga de C_L . c) Evolución de la tensión de salida

El tiempo que dura la carga de C_L a intensidad constante será:

$$t_1 = \frac{C_L(V_{DD} + V_{T2})}{I_{Dsat}} = \frac{2C_L(V_{DD} + V_{T2})}{K_2(W/L)_2 V_{T2}^2} \quad (8.17)$$

En la segunda fase, el transistor trabaja en la región óhmica. La ecuación que rige esta carga es:

$$C_L \frac{dv_o}{dt} = i_D = K_2 \left[\frac{W}{L} \right]_2 \left[(-V_{T2})(V_{DD} - v_o) - \frac{(V_{DD} - v_o)^2}{2} \right] \quad (8.18)$$

El tiempo que tarda la salida en ir desde $V_{DD}+V_{T2}$ hasta $0,9 V_{DD}$ será:

$$t_2 = \int_{t_1}^{t_1+t_2} dt = \int_{V_{DD}+V_{T2}}^{0,9V_{DD}} \frac{C_L dv_o}{i_D} = \frac{C_L}{K_2[W/L]_2 V_{T2}^2} \ln\left(\frac{V_{DD}}{-20V_{T2} - V_{DD}}\right) \quad (8.19)$$

El tiempo total que tarda la tensión de salida en alcanzar el 90% del valor final será, pues:

$$t_{BA} = t_1 + t_2 = \frac{2C_L}{K[W/L]_2 V_{T2}} \left[\frac{V_{DD} + V_{T2}}{V_{T2}} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{V_{DD}}{-20V_{T2} - V_{DD}}\right) \right] \quad (8.20)$$

Para el caso usual que V_{T2} sea igual a $-0,8V_{DD}$, la expresión anterior se convierte en:

$$t_{BA} \cong \frac{4C_L}{K_2[W/L]_2 V_{DD}} \quad (8.21)$$

donde t_{BA} significa el tiempo requerido para que la salida realice la transición de nivel bajo a nivel alto.

Un cálculo similar puede realizarse para calcular el tiempo que se precisa para que la salida vaya del nivel alto al bajo, t_{AB} . En este caso el transistor de acumulación debe descargar C_L desde V_{DD} hasta cero. Como la corriente por el transistor de carga suele ser muy inferior a la del transistor de acumulación (debido a la relación del inversor), se hace la aproximación de despreciar la corriente que proporciona el transistor de vaciamiento. Con esta aproximación:

$$t_{AB} \cong \frac{2C_L}{K_1[W/L]_1 (V_{DD} - V_{T1})} \left[\frac{V_{T1}}{V_{DD} - V_{T1}} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{19V_{DD} - 20V_{T1}}{V_{DD}}\right) \right] \quad (8.22)$$

302

Suponiendo que V_{T1} sea igual a $0,2V_{DD}$, este tiempo puede aproximarse a:

$$t_{AB} = \frac{4C_L}{K_1[W/L]_1 V_{DD}} \quad (8.23)$$

Obsérvese que ambos tiempos aumentan cuando lo hace la capacidad C_L , y disminuyen cuando aumenta la corriente de carga (aumento del denominador de las expresiones anteriores). Nótese también que si $K_1=K_2$:

$$t_{AB} \cong \frac{t_{BA}}{k_R} \quad (8.24)$$

donde k_R es la relación del inversor.

Ejemplo 8.10

Calcular los tiempos de conmutación t_{AB} y t_{BA} de un inversor NMOS si $C_L = 0,3$ pF, (W/L) del MOS de carga es 0,5 y la del MOS de acumulación es 2. Suponer la misma K para ambos transistores igual a $20 \mu A/V^2$. Tomar $V_{DD} = 5$ V.

De acuerdo con la expresión 8.21:

$$t_{BA} = \frac{4 \cdot 0,3 \cdot 10^{-12}}{20 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 \cdot 5} = 24 \text{ ns}$$

Según 8.23:

$$t_{AB} = \frac{4 \cdot 0,3 \cdot 10^{-12}}{20 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 5} = 6 \text{ ns}$$

Ejercicio 8.10

¿Cuál debería ser W/L del transistor de vaciamiento del ejemplo anterior para cargar C_L en 1 ns?

Solución: $(W/L)_2 = 12$.



Como puede observarse, el método de cálculo de los transitorios de conmutación es complicado, por lo que es un método poco práctico para analizar circuitos complejos. Por esta razón se suele recurrir bien a análisis por ordenador, o bien a realizar aproximaciones en el modelo del transistor que permitan una estimación rápida de los tiempos de conmutación. Estas aproximaciones suelen basarse en sustituir los transistores por resistencias equivalentes.

8.4.3 El MOS como resistencia controlada por tensión

El transistor MOS también se utiliza algunas veces como resistencia controlada por la tensión de puerta. El transistor, en la región óhmica y cuando v_{DS} es pequeña, puede aproximarse por una recta que pasa por el origen. Es decir, por una resistencia. La pendiente de esta recta, que no es más que el valor de dicha resistencia, depende de la tensión v_{GS} . Por esto, en esta utilización, se dice que el transistor MOS equivale a una resistencia cuyo valor está controlado por la tensión de puerta.

El valor de esta resistencia puede aproximarse por:

$$R_{DS(on)} = \left. \frac{v_{DS}}{i_D} \right|_{v_{DS} \approx 0} = \frac{1}{(KW/L)(v_{GS} - V_T - v_{DS}/2)} \quad (8.25)$$

$$\cong \frac{1}{(KW/L)(v_{GS} - V_T)}$$

Nótese que el valor de $R_{DS(on)}$ disminuye al aumentar v_{GS} . En la figura 8.20 se representan las características del transistor MOS en un entorno del origen, para v_{DS} pequeña, que pone de manifiesto este concepto.

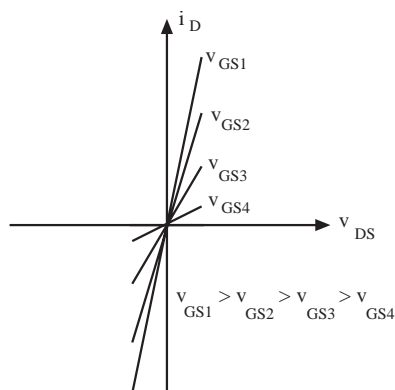


Fig. 8.20 Curvas características del transistor MOS para v_{DS} muy pequeña. Las curvas se aproximan por rectas cuya pendiente depende de v_{GS}

8.5 El transistor MOS como interruptor

La operación del transistor MOS en muchos circuitos es esencialmente la de un interruptor. O bien está en estado de corte, con lo que impide la circulación de corriente, o bien conduce una corriente signi-

ficativa presentando una caída de tensión pequeña entre drenador y surtidor. El objetivo de este apartado consiste en estudiar el comportamiento del transistor MOS en estas aplicaciones. En particular se analizará su utilización como transistor de paso y su utilización en circuitos digitales simples.

8.5.1 El MOS como transistor de paso

Considérese el circuito de la figura 8.21 en el que se supone un transistor de acumulación de canal N. En este circuito el transistor MOS actúa como un interruptor. Cuando la tensión que se aplica a la puerta es nula, el transistor está en corte y equivale a un circuito abierto. Cuando dicha tensión toma un valor elevado (nivel alto) el transistor equivale a una pequeña resistencia, $R_{DS(on)}$, que conecta los circuitos 1 y 2.

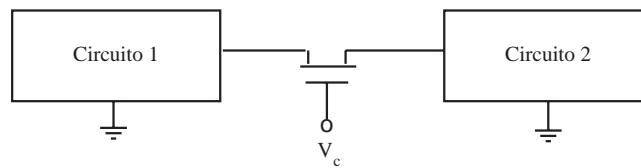


Fig. 8.21 El transistor MOS de canal N actuando como transistor de paso

304

Para que el transistor de paso se aproxime a un interruptor ideal se requiere que $R_{DS(on)}$ sea pequeña, por lo que se necesita el mayor valor posible para v_{GS} .

Ejemplo 8.7

¿Qué valor debería tener W/L para que $R_{DS(on)} = 100 \, \Omega$ si $v_{GS} = 10 \, V$ y $K = 20 \cdot 10^{-6} A/V^2$? Tomar $V_T = 1 \, V$.

A partir de la expresión 8.25:

$$\frac{W}{L} = \frac{1}{R_{DS(on)} K (v_{GS} - V_T)} \cong 55$$

Ejercicio 8.7

¿Cuál sería el valor de $R_{DS(on)}$ para un transistor con $W/L = 1$ y $v_{GS} = 5 \, V$? Tomar los valores de K y de V_T del ejemplo anterior.

Solución: $R_{DS(on)} = 12,5 \, k\Omega$.



Un problema que presenta este transistor de paso es que se aleja del comportamiento como interruptor ideal cuando transmite señales de valor próximo a V_{DD} . Consideremos el circuito de la figura 8.22 en el

que se desea transmitir la tensión V_{DD} al condensador C_L (transmisión de un nivel alto). Se supone que inicialmente el transistor de paso está en corte y el condensador C_L descargado. En $t=0$ se aplica a la puerta del transistor una tensión de valor V_{DD} . El drenador del transistor será el terminal de la izquierda, conectado a V_{DD} , por ser más positivo que el de la derecha (que inicialmente es nulo). Entonces, el transistor trabaja en la región de saturación, ya que v_{DS} es igual a v_{GS} y, por tanto, es mayor que $v_{GS}-V_T$. La corriente por el transistor seguirá la ecuación de saturación, la cual cargará la capacidad C_L . La tensión de surtidor irá aumentando a medida que el condensador se cargue, lo que provoca que vaya disminuyendo la tensión v_{GS} . Cuando v_S valga $V_{DD}-V_T$ la corriente se anulará, ya que v_{GS} valdrá V_T , y se detendrá la carga del condensador C_L . La máxima tensión a que puede cargarse este condensador será, por tanto, inferior a V_{DD} en una cantidad V_T .

El transistor de paso permite, sin embargo, una buena transmisión de una tensión baja. Supóngase que, en la figura 8.22, hubiera un cortocircuito en lugar de la batería V_{DD} y que C_L estuviera cargado a una tensión próxima a V_{DD} . El circuito permite la descarga completa del condensador (buena transmisión de un nivel bajo). En efecto, en este caso el drenador será el terminal conectado al condensador por ser más positivo que el otro. Cuando se aplica una tensión V_{DD} a la puerta, el valor de v_{GS} queda fijado en V_{DD} por ser v_S igual a cero. El punto de trabajo del transistor se desplaza sobre la curva de salida correspondiente a v_{GS} igual a V_{DD} desde un valor inicial de v_{DS} próximo a V_{DD} hasta 0 V, cuando C_L se ha descargado completamente.

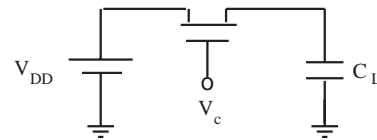


Figura 8.22.— Cuando V_c vale V_{DD} el condensador sólo puede cargarse hasta $V_{DD}-V_T$

Ejemplo 8.8

305

Si en el circuito de la figura 8.22 el transistor de paso fuera de canal P en lugar de canal N, ¿cuál debería ser la tensión de control de puerta para que el transistor condujera? ¿Cuál sería la tensión que alcanzaría el condensador C_L ? Suponer C_L inicialmente descargado.

En el transistor de canal P el drenador del MOS es el terminal más negativo. En este caso sería el conectado a C_L . Para que este transistor conduzca, la tensión v_{GS} debe ser más negativa que V_T (que en el MOS de acumulación de canal P es negativa). Por tanto, la tensión de control que se aplica a la puerta debe ser inferior a V_{DD} (tensión de surtidor) al menos en V_T . En los circuitos usuales se toma V_c igual a cero voltios (nivel bajo).

Si se toma V_c igual a cero voltios, la tensión v_{GS} será $-V_{DD}$, por lo que el punto de trabajo se desplazará sobre la curva correspondiente a este valor de v_{GS} desde un valor inicial de v_{DS} de $-V_{DD}$ hasta un valor final nulo. Por tanto, el condensador se carga hasta V_{DD} . Se dice que el transistor de canal P permite una buena transmisión del nivel alto.

Ejercicio 8.8

Considerar el circuito de la figura 8.22 sustituyendo la batería V_{DD} por un cortocircuito y el transistor de paso por uno de canal P. Suponer C_L inicialmente cargada a V_{DD} y que V_c es nula. ¿Cuál es el valor final de la tensión en C_L ?

Solución: La tensión final en C_L será $|V_{TP}|$.



Una mejor aproximación a un interruptor ideal la constituye la conexión de un transistor P en paralelo con otro de canal N. Las puertas de los dos transistores deben ser excitadas con señales complementarias (si la tensión aplicada al N es alta, la aplicada al P debe ser baja, y viceversa). Este circuito, representado en la figura 8.23, se denomina *puerta de transmisión CMOS*. El transistor de canal P permite la transmisión completa de una tensión alta mientras que el transistor N permite la completa transmisión de una tensión baja.

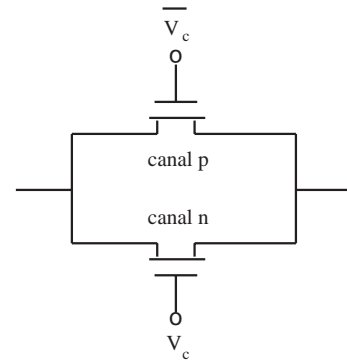


Fig. 8.23 Puerta de transmisión CMOS. Nótese que la puerta del transistor MOS de canal P está excitada por la señal complementaria ($V_{DD} - V_c$) de la que excita la puerta del transistor MOS de canal N (V_c).

8.5.2 El inversor CMOS

El nombre CMOS deriva del uso de transistores MOS complementarios: de canal N y de canal P. El esquema del inversor CMOS se representa en la figura 8.24a. Como puede observarse, el transistor de acumulación de canal N es igual al del inversor NMOS. En cambio, el transistor de vaciamiento ha sido sustituido por un transistor PMOS, cuya puerta se conecta directamente a la entrada. Nótese que el surtidor del transistor P es el terminal conectado a V_{DD} , puesto que es menos negativo que el drenador, que está conectado a v_o . Para el transistor de canal N el surtidor está conectado a masa y el drenador a la salida.

La operación del circuito puede entenderse sustituyendo los dos transistores por dos interruptores, tal como se indica en la figura 8.24b. Supóngase que se aplica a la entrada una tensión de 0 V. El transistor N estará en corte y equivaldrá a un circuito abierto. El transistor P tendrá aplicada una tensión $v_{GS} = 0 - V_{DD}$, que al ser más negativa que V_{TP} forzará a que este MOS trabaje sobre la curva de drenador, no nula, correspondiente a este valor. Como la corriente de drenador debe ser nula, por serlo la del transistor de canal N, el transistor P deberá tener una v_{DS} igual a cero. Es decir, equivaldrá a un cortocircuito. En consecuencia, la tensión de salida será V_{DD} .

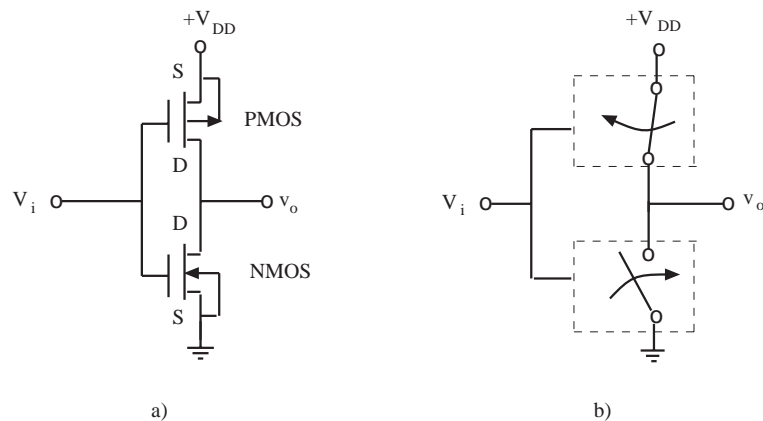


Fig. 8.24 a) Inversor CMOS. b) Actuación de los transistores como interruptores

Cuando la entrada es V_{DD} rige un razonamiento dual: el transistor P equivale a un circuito abierto, y el de canal N a un cortocircuito, el cual conecta la salida a masa. Nótese que para cualquiera de las dos entradas consideradas no circula corriente entre V_{DD} y masa. Por tanto, para cualquiera de las dos entradas el consumo de potencia es nulo. Ello da lugar al bajo consumo en reposo que caracteriza a los circuitos CMOS.

La curva de transferencia del inversor $v_o(v_i)$ puede obtenerse bien de forma gráfica o bien de forma analítica. El análisis gráfico es similar al presentado en la figura 8.16b con una modificación importante. El transistor PMOS no trabaja sobre una sola curva como el transistor de vaciamiento del inversor NMOS, sino sobre una familia de curvas como el transistor de acumulación. Para cada valor de V_i , el punto de trabajo viene determinado por la intersección de la curva característica del transistor NMOS para v_{GSN} igual a V_i con la curva característica del PMOS correspondiente a v_{GSP} igual a $V_i - V_{DD}$.

La obtención analítica de la característica de transferencia consiste en calcular los puntos de trabajo a través de ecuaciones. Para simplificar este cálculo es conveniente dividir el plano $v_o - V_i$ en diversas regiones según los modos de trabajo de ambos transistores, tal como se muestra en la figura 8.25a. El transistor NMOS estará en corte si v_{GSN} , cuyo valor es V_i , es menor o igual que V_{TN} . Este transistor estará en saturación si:

$$v_{DSN} \geq v_{GSN} - V_{TN} \Rightarrow v_o \geq V_i - V_{TN} \quad (8.26)$$

La región de saturación estará, pues, por encima de la recta de pendiente 45° que corta al eje de abscisas en V_{TN} . Por debajo de esta recta el NMOS trabajará en la región óhmica.

El transistor PMOS estará en corte si v_{GSP} es mayor que V_{TP} (recordar que su valor numérico es negativo). Es decir, si $V_i - V_{DD}$ es mayor que V_{TP} . Este transistor estará en saturación si:

$$v_{DSP} \leq v_{GSP} - V_{TP} \Rightarrow v_o - V_{DD} \leq V_i - V_{DD} - V_{TP} \Rightarrow v_o \leq V_i - V_{TP} \quad (8.27)$$

La región de saturación estará por debajo de la recta de 45° que corta al eje de abscisas por V_{TP} .

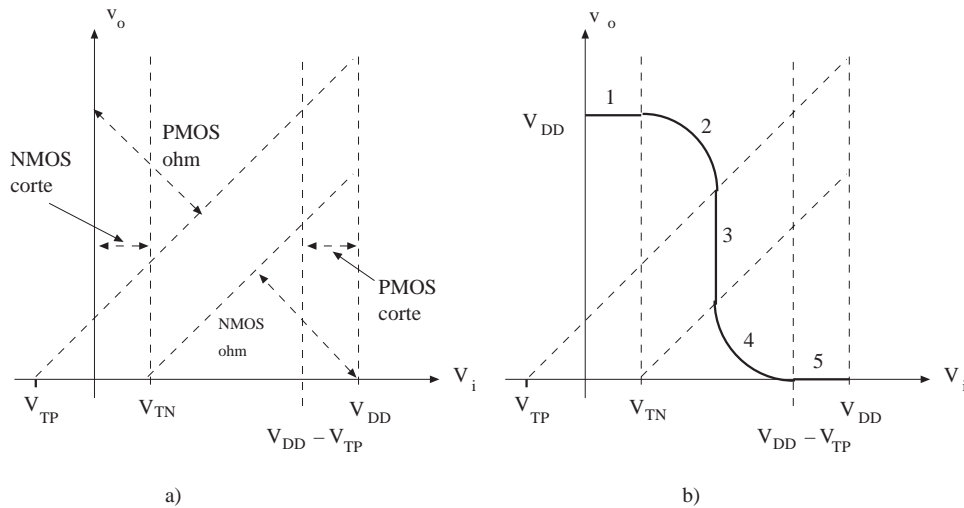


Fig. 8.25 a) Regiones de funcionamiento del inversor CMOS. b) Curva de transferencia

La característica de transferencia del inversor se representa en la figura 8.25b. En el tramo 1, el transistor NMOS está en corte y el PMOS en la región óhmica. Como la corriente por ambos es nula v_{DSP} debe ser cero y, en consecuencia, v_o vale V_{DD} . El tramo 5 corresponde a la situación dual, conduciendo a un valor de v_o igual a cero. En el tramo 3 ambos transistores están en saturación. Por tanto:

$$\frac{K_N}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_N (V_i - V_{TN})^2 = \frac{K_P}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_P (V_i - V_{DD} - V_{TP})^2 \quad (8.28)$$

Llamando β a KW/L , puede despejarse V_i en la expresión anterior:

$$V_i = \frac{\sqrt{\beta_N} V_{TN} + \sqrt{\beta_P} (V_{TP} + V_{DD})}{\sqrt{\beta_N} + \sqrt{\beta_P}} \quad (8.29)$$

y si β_N fuera igual a β_P y si V_{TP} fuera igual a $-V_{TN}$, la expresión anterior conduciría a:

$$V_i = \frac{V_{DD}}{2} \quad (8.30)$$

En la región 2 de la curva de transferencia, el transistor PMOS está en la región óhmica y el NMOS en saturación. Igualando las corrientes de estos transistores, cada una de acuerdo con el modo de funcionamiento del transistor, puede obtenerse la ecuación de este tramo de la curva de transferencia. Análogamente ocurre en la región 4.

308

Ejemplo 8.11

Representar gráficamente la corriente que entrega la fuente de alimentación V_{DD} al inversor CMOS en función de la tensión de entrada V_i .

Cuando el transistor NMOS o el PMOS están en corte, la corriente que entrega la fuente es nula. Esto ocurre para V_i menor o igual a V_{TN} y para V_i mayor o igual a $V_{DD} + V_{TP}$ (V_{TP} es negativa).

Cuando V_i se hace algo mayor que V_{TN} la curva de drenador del NMOS empieza a separarse del eje de abscisas y corta a la curva del PMOS correspondiente a $v_{GSP} = V_i - V_{DD}$ en un punto situado en el primer cuadrante. Es decir, la corriente de drenador ya no es nula.

La corriente es máxima cuando ambos transistores están en saturación. En este caso la corriente viene dada por el primer miembro de igualdad 8.28, en la que el valor de V_i viene dado por 8.29. En el caso que se cumpliera 8.30 (β_N igual a β_P y V_{TP} igual a $-V_{TN}$), este valor sería:

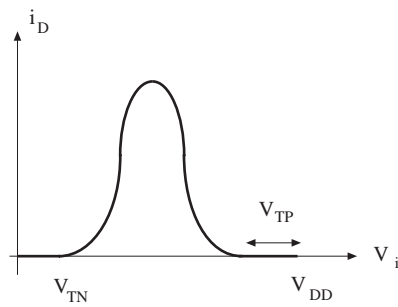


Fig. 8.26 Corriente que entrega la fuente V_{DD} al inversor CMOS en función de V_i

$$i_{Dmax} = \frac{K_N}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_N \left(\frac{V_{DD}}{2} - V_{TN} \right)^2$$

La gráfica aproximada de i_D en función de V_i se representa en la figura 8.26

Ejercicio 8.11

El inversor CMOS no consume corriente ni cuando se aplica a su entrada un nivel alto ni un nivel bajo. Sin embargo, absorbe corriente de la fuente V_{DD} cuando hace una conmutación desde el nivel bajo al nivel alto. Calcular la corriente media absorbida de la fuente de alimentación por el inversor CMOS en función de la frecuencia de una señal cuadrada que se aplique a su entrada.

Solución: $I_{media} = V_{DD} \cdot C_L \cdot f$.



Los transitorios de conmutación del inversor CMOS pueden calcularse de forma similar a lo realizado para el inversor NMOS. Si se supone una capacidad de carga C_L a la salida del inversor, el tiempo que tarda la salida en hacer la transición de nivel bajo a nivel alto es:

$$t_{BA} = \frac{4C_L}{V_{DD}K_P(W/L)_P} \quad (8.31)$$

y el tiempo para la transición desde nivel alto a nivel bajo:

$$t_{AB} = \frac{4C_L}{V_{DD}K_N(W/L)_N} \quad (8.32)$$

En la primera de las transiciones el transistor NMOS se supone en corte y C_L se carga a través del transistor PMOS. En la segunda, el PMOS está en corte y C_L se descarga a través del transistor NMOS. En estos cálculos se ha supuesto que $V_{TN} = -V_{TP} = 0,2V_{DD}$. La relación entre estos tiempos es:

309

$$\frac{t_{BA}}{t_{AB}} = \frac{K_N}{K_P} \frac{(W/L)_N}{(W/L)_P} \quad (8.33)$$

Si la relación (W/L) de ambos transistores fuera la misma, la relación anterior tendría un valor próximo a 2 debido a la diferencia entre las trasconductancias entre el transistor N y el P. A igualdad de W/L , el transistor P tiene menor capacidad de corriente y tarda más en cargar C_L desde cero hasta V_{DD} (t_{BA}).

8.5.3 Puertas lógicas NMOS y CMOS

Los transistores MOS tienen una amplia utilización en circuitos lógicos. En estos circuitos, tal como se describió en el capítulo anterior, la salida es una función lógica de las entradas aplicadas.

Considérese el circuito NMOS de la figura 8.27. Si las tensiones aplicadas a las entradas A y B son de nivel bajo, los dos transistores estarán en corte y la salida v_o será de nivel alto, al igual que ocurría en el inversor NMOS. En los otros casos la salida será de nivel bajo, ya que por lo menos uno de los transistores conducirá (considerar el esquema de los interruptores de la figura 8.27b). Entonces puede escribirse la tabla 8.2 de todos los casos posibles. Esta tabla indica que la salida será alta sólo si todas las entradas son bajas. Esta relación lógica se denomina función NOR.

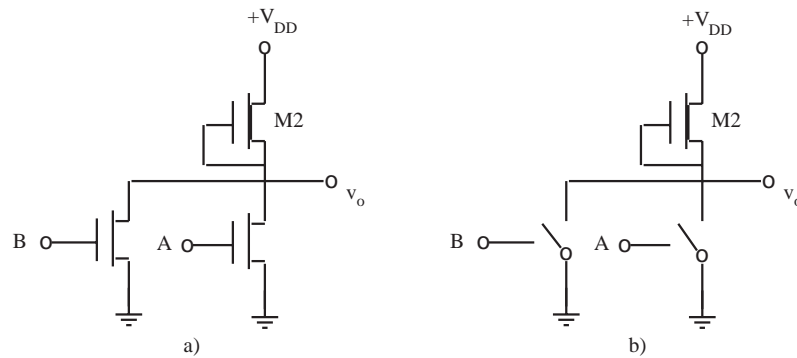


Fig. 8.27 Puerta lógica NOR en tecnología NMOS. Los sustratos están conectados a masa

A	B	V_o
Bajo	Bajo	Alto
Bajo	Alto	Bajo
Alto	Bajo	Bajo
Alto	Alto	Bajo

Tabla 8.2 Cuadro de posibles estados del circuito 8.27a

310

Considérese el circuito CMOS de la figura 8.28. Si la tensión aplicada a la entrada A o a la entrada B tienen nivel bajo, la salida tiene nivel alto. En efecto, si la entrada A es de nivel bajo el transistor M1 está en corte y equivale a un circuito abierto, mientras que M2 conduce y equivale a un interruptor cerrado. La salida estará conectada a V_{DD} y desconectada de masa, por lo que será de nivel alto. Una situación similar ocurre si la entrada B es de nivel bajo. Esta relación lógica entre la salida y las entradas, expresada en la tabla 8.3, indica que la salida será baja sólo si las dos entradas son altas. Se la denomina función NAND.

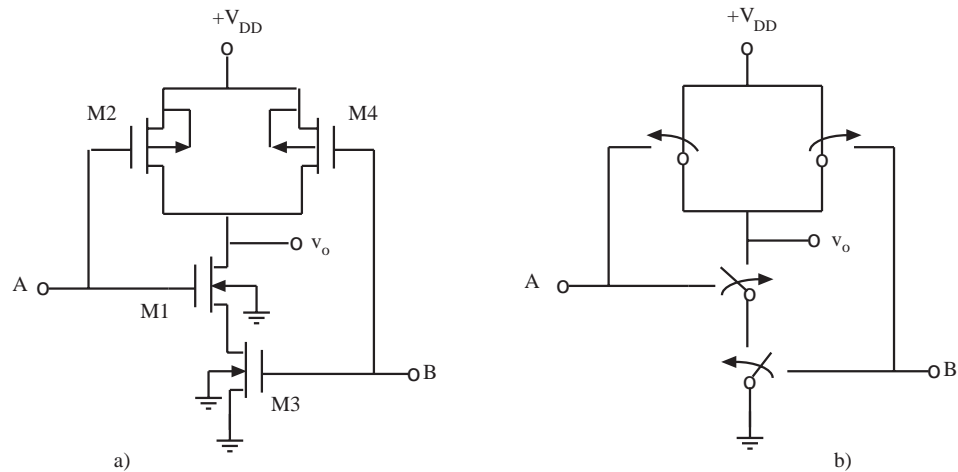


Fig. 8.28 Puerta lógica NAND en tecnología CMOS

A	B	V_o
Bajo	Bajo	Alto
Bajo	Alto	Alto
Alto	Bajo	Alto
Alto	Alto	Bajo

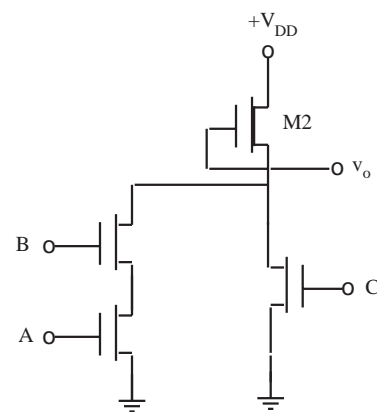
Tabla 8.3 Cuadro de posibles estados del circuito 8.25a

Como el lector puede imaginar, se pueden extender estos conceptos para realizar funciones lógicas más complejas. En el ejemplo 8.12 se muestra una puerta lógica más compleja.

Ejemplo 8.12

Enunciar la función lógica que realiza el circuito NMOS de la figura 8.29.

La tensión de salida será de nivel bajo si la entrada C es de nivel alto o si son de nivel alto las entradas A y B simultáneamente.



311

Fig. 8.29 Puerta lógica NMOS del ejemplo 8.12.
Los sustratos están conectados a masa

Ejercicio 8.12

La realización de la función NAND con tecnología NMOS consta de dos transistores de acumulación en serie unidos al transistor de vaciamiento (circuito de la figura 8.29 eliminando el transistor de entrada C). Si los transistores de acumulación y de vaciamiento tuvieran la misma geometría (W y L) que los utilizados en un inversor NMOS, ¿cómo sería la tensión de salida de nivel bajo v_{oL} ? ¿Y en la puerta NOR?

Solución:

En la puerta NAND la tensión de nivel bajo v_{oL} sería superior a la del inversor, y en la puerta NOR, la tensión v_{oL} sería menor, ya que los transistores de acumulación quedan conectados en serie y paralelo respectivamente.

8.6 El transistor MOS como amplificador

El transistor MOS también se utiliza para amplificar señales, de forma similar a como lo hacía el transistor bipolar. Cuando el transistor MOS se utiliza como amplificador, se le suele polarizar en la región de saturación, ya que en la región óhmica la amplificación del transistor MOS y sus márgenes dinámicos son menores.

8.6.1 Circuitos básicos

Los amplificadores con transistores MOS pueden realizarse con componentes discretos o formando parte de circuitos integrados. Como se ha indicado anteriormente, en la tecnología integrada suele evitarse el uso de resistencias de alto valor. Por ello, los amplificadores integrados suelen utilizar transistores haciendo la función de resistencias. Por el contrario, en tecnología de componentes discretos, se usan resistencias y condensadores, cuyo coste suele ser menor que el de los transistores discretos.

En la figura 8.30a se muestra un esquema de amplificador realizado con componentes discretos. En continua, los condensadores equivalen a circuitos abiertos. A efectos de análisis, el circuito de polarización de puerta suele sustituirse por su equivalente de Thévenin, tal como se indica en la figura 8.30b. Este circuito ya fue analizado en el ejemplo 8.4. Téngase en cuenta que:

$$\begin{aligned} V_{GSQ} &= V_{GG} - I_{DQ}R_S \\ V_{GG} &= V_{DD} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \end{aligned} \quad (8.34)$$

Estas ecuaciones, junto con las propias del transistor y las resultantes de aplicar las leyes de Kirchhoff a la malla de drenador, permiten hallar el punto de reposo I_{DQ} , V_{DSQ} y V_{GSQ} .

312

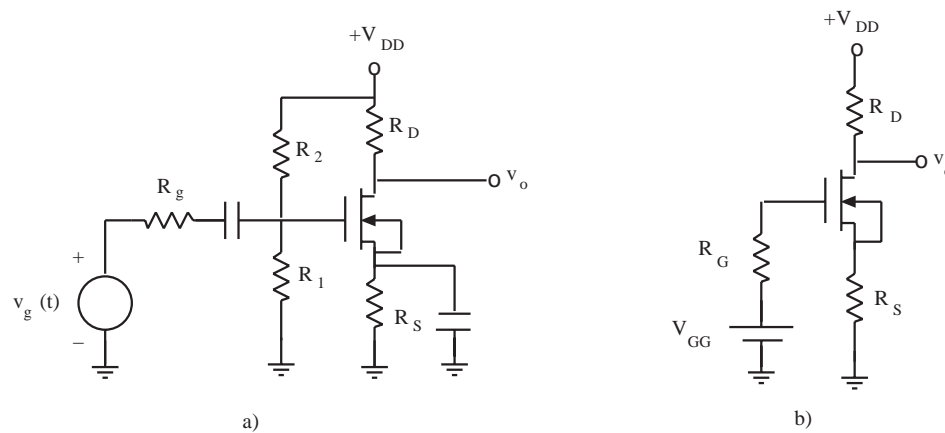


Fig. 8.30 a) Amplificador con componentes discretos. b) Circuito equivalente de polarización

En la figura 8.31a se presenta el esquema de un amplificador integrado basado en tecnología CMOS. Obsérvese que no es más que un inversor CMOS pero polarizado por una tensión positiva V_{DD} en el terminal superior y por una tensión V_{SS} (normalmente negativa) en el terminal inferior. En el caso ideal, ajustando las tensiones de alimentación y las geometrías de los transistores, podría conseguirse una curva de transferencia entre la entrada y la salida como la indicada en la figura 8.31b, donde se observa que una tensión de entrada nula produce una tensión de salida nula. Este es precisamente el punto de reposo. Cuando hay un incremento de tensión en la entrada se produce un incremento de signo contrario a la salida. Se trata, por tanto, de un amplificador inversor. Su ganancia será la relación entre los incrementos de entrada y salida, es decir, la pendiente de la curva de transferencia en el ori-

gen. Nótese que si se ignora el parámetro de modulación de la longitud del canal, λ , en ambos transistores, la parte central de la característica de transferencia sería vertical, lo que conduciría a una ganancia infinita. Por ello no puede ignorarse dicho parámetro.

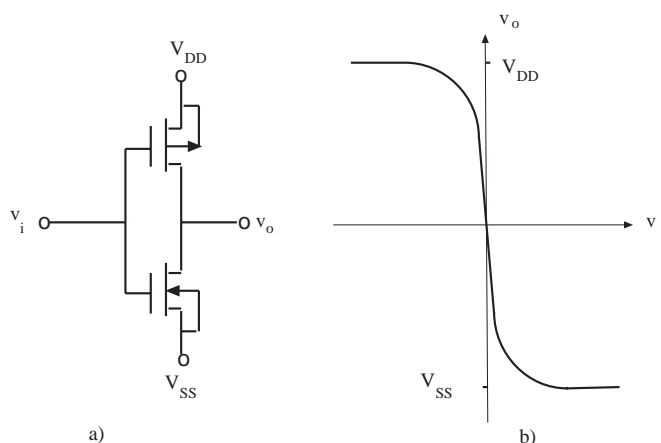


Fig. 8.31 a) Amplificador inversor CMOS. b) Curva de transferencia

8.6.2 Modelo de pequeña señal del transistor MOS saturado

El modelo de pequeña señal del transistor MOS (modelo incremental) puede deducirse a partir del modelo dinámico del transistor. Suponiendo que el transistor trabaje en la región de saturación, la fuente dependiente I_d viene dada por:

$$I_d = \frac{K}{2} \frac{W}{L} [v_{GS} - V_T]^2 (1 + \lambda v_{DS}) \quad (8.35)$$

313

La señal $\Delta I_d(t)$, que se superpone al valor de polarización I_{dQ} , es debida a las variaciones de las tensiones v_{GS} , v_{DS} y v_{BS} . El efecto de esta última se da a través de la variación de V_T con la tensión entre sustrato y surtidor. Si la amplitud de la señal es pequeña, la relación entre estas señales podrá expresarse mediante:

$$\begin{aligned} \Delta I_d &= \left. \frac{\partial I_d}{\partial v_{GS}} \right|_Q \Delta v_{GS} + \left. \frac{\partial I_d}{\partial v_{DS}} \right|_Q \Delta v_{DS} + \left. \frac{\partial I_d}{\partial v_{BS}} \right|_Q \Delta v_{BS} \\ \Delta I_d &= g_m \Delta v_{GS} + \frac{\Delta v_{DS}}{r_{ds}} + g_{mb} \Delta v_{BS} \end{aligned} \quad (8.36)$$

Los valores de los tres parámetros de pequeña señal se calculan a partir de las expresiones 8.35 y 8.3. Estos valores son:

$$\begin{aligned} g_m &= \sqrt{2K \frac{W}{L} I_{DQ}} \\ r_{ds} &= \frac{1/\lambda}{I_{DQ}} = \frac{1}{\lambda I_{DQ}} \\ g_{mb} &= \eta g_m \\ \text{siendo } \eta &= \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi - V_{BSQ}}} \end{aligned} \quad (8.37)$$

Los condensadores del modelo dinámico del transistor MOS toman los valores correspondientes al punto de trabajo en reposo. Su circuito incremental en pequeña señal será, pues, el representado en la figura 8.32.

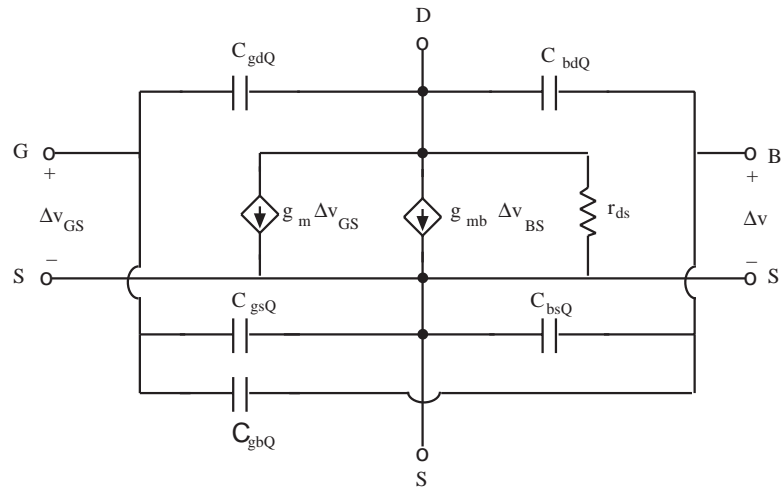


Fig 8.32 Modelo de pequeña señal del transistor MOS

314

En baja frecuencia, las corrientes que circulan por las capacidades del modelo anterior son despreciables, por lo que pueden ser aproximadas por circuitos abiertos. Entonces, el modelo de pequeña señal del transistor MOS simplifica en la forma representada en la figura 8.33.

El modelo de la figura 8.33 incluso suele simplificarse más cuando se utiliza para analizar circuitos con "lápiz y papel". Normalmente el efecto de la fuente $g_{mb}\Delta v_{BS}$ puede ignorarse por ser mucho menor que el de $g_m\Delta v_{GS}$. Sin embargo, hay circuitos en los que su presencia tiene efectos importantes. También puede ignorarse r_{ds} en los circuitos en los que las resistencias que aparecen entre drenador y surtidor del modelo incremental del circuito sean muy inferiores a ella. En estas condiciones, el circuito de pequeña señal del transistor MOS simplificado es el representado en la figura 8.34, donde se pone de manifiesto que se comporta, esencialmente, como un fuente de corriente controlada por la tensión Δv_{GS} .

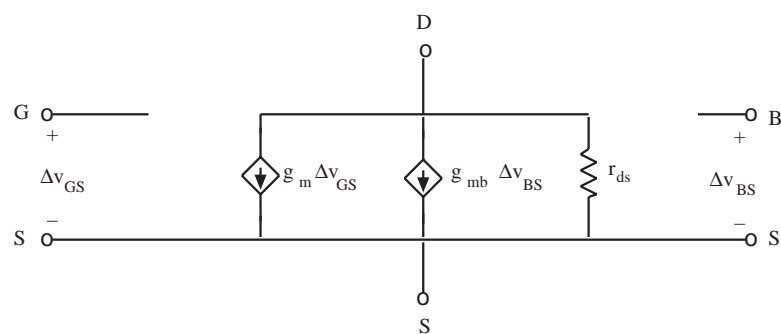


Fig. 8.33 Modelo de pequeña señal en baja frecuencia

El análisis de un amplificador con transistor MOS se realiza aplicando los mismos conceptos que se describieron en el análisis del amplificador con transistor bipolar. En el ejemplo que se desarrolla a continuación se ilustra dicho análisis.

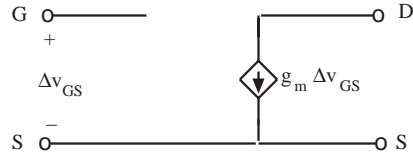


Fig. 8.34 Modelo simplificado del transistor MOS en pequeña señal

Ejemplo 8.13

Hallar la ganancia de tensión del amplificador de la figura 8.30. ¿Cuáles serán los márgenes dinámicos de v_o que garanticen que el transistor se mantiene en la región de saturación? Para el transistor tómese $V_{TN} = 1$ V; $K_N = 20 \cdot 10^{-6}$ A/V²; $W/L = 10$; $\lambda_N = 0$. Considerar que $V_{DD} = 20$ V y las resistencias $R_S = 5$ k Ω ; $R_D = 10$ k Ω ; $R_1 = 45$ k Ω ; $R_2 = 55$ k Ω y $R_g = 100$ Ω .

El circuito equivalente de Thévenin del formado por R_1 , R_2 y V_{DD} proporciona un valor de $v_{GG} = 9$ V y $R_G = 25$ k Ω . El análisis en continua de este amplificador (figura 8.30b) ya fue realizado en el ejemplo 8.4 (figura 8.12), se obtuvieron los siguientes resultados aproximados:

$$V_{GSQ} = 4,12\text{V}; \quad V_{DSQ} = 5,4\text{ V}; \quad I_{DQ} = 0,97\text{ mA}$$

El parámetro g_m de pequeña señal de este transistor en este punto de trabajo será:

$$g_m = \sqrt{2K \frac{W}{L} I_{DQ}} = 6,2 \cdot 10^{-4} \text{ } \Omega^{-1}$$

315

El parámetro r_{ds} se supone infinito por ser $\lambda_N = 0$. La ganancia de tensión será:

$$\begin{aligned} \Delta v_o &= -R_D g_m \Delta v_{GS} \\ \Delta v_{GS} &= \Delta v_s \frac{R_G}{R_G + R_g} \\ G_v &= \frac{\Delta v_o}{\Delta v_s} = -R_D g_m \frac{R_G}{R_G + R_g} \end{aligned}$$

Sustituyendo valores numéricos resulta $G_v = -6,2$.

Los márgenes dinámicos de v_o para que el transistor se mantenga en la región de saturación se pueden calcular de la siguiente forma:

La recta de carga en señal será:

$$\Delta i_D R_D + \Delta v_{DS} = 0 \Rightarrow (i_D - I_{DQ}) R_D + (v_{DS} - V_{DSQ}) = 0$$

El margen dinámico hasta el corte se halla de inmediato haciendo i_D nula en la ecuación anterior. Resulta una variación de v_o de 9,7 V. El margen dinámico de v_o hasta que el transistor alcance la región óhmica vendrá dado por la intersección de la recta de carga en señal con la curva frontera entre las regiones de saturación y óhmica:

$$i_D = \frac{K}{2} \frac{W}{L} v_{DSsat}^2$$

Sustituyendo la última expresión en la anterior, y operando, resulta $v_{DS} = 3,4$ V. La variación de la tensión de salida será, por tanto, de $5,4 - 3,4 = 2$ V.

Por consiguiente, la máxima amplitud de una señal simétrica en la salida sería de 2 V con objeto de garantizar que el transistor se mantiene en la región de saturación.

Ejercicio 8.13

Repetir el cálculo de la ganancia del circuito anterior eliminando el condensador de desacoplo de R_s .

Solución: $G_v = -1,52$.

Ejemplo 8.14

Considerar el amplificador CMOS de la figura 8.31 con $V_{DD} = -V_{SS} = 5$ V, y los siguientes parámetros: Para el NMOS: $V_{TN} = 1$ V; $K_N = 20 \cdot 10^{-6}$ A/V²; $\lambda_N = 0,01$ V⁻¹. Para el PMOS: $V_{TP} = -1$ V; $K_P = 10 \cdot 10^{-6}$ A/V²; $\lambda_P = 0,02$ V⁻¹.

- Si la relación (W/L) del transistor NMOS vale 1, ¿cuál debe ser el valor de este parámetro en el PMOS para que la característica de transferencia pase por el origen?
- Para el valor hallado de W/L calcular los parámetros de pequeña señal de los dos transistores.
- Calcular la ganancia y la resistencia de salida del amplificador.

a) Suponiendo que ambos transistores trabajen en saturación:

$$I_N = \frac{K_N}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_N (v_i - V_{SS} - V_{TN})^2 [1 + \lambda_N (v_o - V_{SS})]$$

$$I_P = \frac{K_P}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_P (v_i - V_{DD} - V_{TP})^2 [1 - \lambda_P (v_o - V_{DD})]$$

Igualando ambas corrientes y forzando que para $v_i = 0$ sea $v_o = 0$, resulta:

$$\left[\frac{W}{L} \right]_P = 1,91$$

b) Aplicando 8.37, e ignorando g_{mb} , resulta:

$$g_{mN} = 82 \cdot 10^{-6} \text{ } \Omega^{-1} \quad r_{dN} = 595 \text{ } k\Omega$$

$$g_{mP} = 80 \cdot 10^{-6} \text{ } \Omega^{-1} \quad r_{dP} = 298 \text{ } k\Omega$$

c) El circuito incremental del amplificador CMOS, obtenido sustituyendo los transistores por sus circuitos equivalentes, es el indicado en la figura 8.35. La ganancia del amplificador será:

$$G_v = -(g_{mN} + g_{mP})(r_{dN} \parallel r_{dP}) = -32$$

La resistencia de salida será: $R_o = r_{dN} \parallel r_{dP} = 198 \text{ k}\Omega$

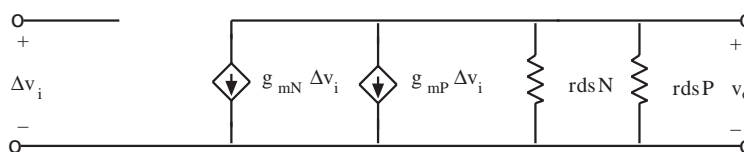


Fig. 8.35 Circuito incremental del amplificador CMOS

Ejercicio 8.14

El inversor NMOS de la figura 8.15 se desea usarlo como amplificador. Calcular su ganancia suponiendo que se le polariza en $V_{oQ} = V_{DD}/2$ mediante una tensión continua aplicada a su entrada y superpuesta a la señal.. Considerar los siguientes valores numéricos: Alimentación $V_{DD} = 25 \text{ V}$. Para el MOS de vaciamiento, $V_T = -4 \text{ V}$, $K = 20 \cdot 10^{-6} \text{ A/V}^2$, $W/L = 0,5$ y $\lambda = 0,01 \text{ V}^{-1}$. Para el MOS de acumulación $V_T = 1 \text{ V}$, $W/L = 2$ y los mismos valores anteriores para K y λ .

Solución: $I_{DQ} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ A}$; $G_v = -26,5$.

8.7 Efectos de segundo orden en los transistores MOS

El modelo utilizado para describir el comportamiento del transistor MOS en los párrafos precedentes es el modelo más simple que se usa. Sin embargo, la correspondencia entre el comportamiento del transistor y este modelo es limitada. Por esta razón, cuando las aplicaciones que se consideren lo requieran, deben usarse modelos más elaborados del transistor, que se ajusten con mayor precisión a los datos experimentales. Estos modelos presentan, en contrapartida, una formulación más compleja. En este apartado se hará un comentario general sobre dichos modelos y se describirá la operación del transistor en la región subumbral (inversión débil).

317

8.7.1 Modelos más precisos de los transistores MOS

Los modelos del transistor MOS que presentan una mayor correspondencia entre los valores predichos por las ecuaciones y los medidos experimentalmente presentan una formulación distinta tanto de la corriente del transistor MOS en función de las tensiones aplicadas como de sus capacidades, respecto a la formulada hasta el momento. Existen varias formulaciones más exactas, unas de carácter más teórico y otras de naturaleza más empírica. Cada una de ellas tiene sus ventajas e inconvenientes, aunque todas ellas son engorrosas para realizar cálculos de circuitos con lápiz y papel.

En general estos modelos suelen tomar en consideración la influencia de las dimensiones físicas del dispositivo (canal corto, canal estrecho,...) sobre los parámetros eléctricos del circuito, así como la dependencia del parámetro K (transconductancia) con las tensiones de puerta y drenador.

8.7.2 Conducción en la región de inversión débil

Considérese un transistor NMOS de acumulación. Cuando v_{GS} es mayor que V_T se dice que el transistor trabaja en fuerte inversión y conduce corrientes significativas. Cuando v_{GS} es menor que V_T (pero

positiva y cercana a V_T) se dice que el transistor trabaja en inversión débil. La corriente que circula en estas condiciones es pequeña, aunque no nula. En el modelo de primer orden desarrollado en los apartados anteriores se suponía que era cero, lo cual no es exacto y puede inducir a errores en determinadas aplicaciones.

Se supone que las expresiones de las corrientes para fuerte inversión son válidas para v_{GS} mayor o igual a $V_T + 2nV_t$, siendo V_t la tensión térmica KT/q , simbolizada en estas expresiones con el subíndice en minúscula para no confundirla con la tensión umbral V_T . Para tensiones menores el transistor trabaja en la región de inversión débil y la corriente de drenador puede aproximarse por:

$$I_d = I_{do} \frac{W}{L} e^{(v_{GS} - V_T)/nV_t} \quad (8.38)$$

$$I_{do} = \frac{2K(nV_t)^2}{e^2}$$

donde K es el parámetro transconductancia del MOS, n representa una constante de valor entre uno y dos y e es la base de los logaritmos neperianos.

8.8 Análisis de circuitos con transistores MOS usando SPICE

318

El programa de ordenador SPICE para análisis de circuitos también permite el cálculo de circuitos con transistores MOS. En este apartado se presentará cómo se modela un transistor MOS en SPICE y se presentarán algunos ejemplos de análisis de circuitos con transistores MOS con SPICE.

8.8.1 Modelo del transistor MOS en SPICE

El modelo del transistor MOS en el programa SPICE difiere de la filosofía seguida en el diodo y en el transistor bipolar en dos aspectos. Uno de ellos es que en lugar de construir un único modelo completo, que puede simplificarse dejando de definir determinados parámetros, el usuario debe elegir entre distintos modelos para el transistor MOS. La elección del modelo se especifica con el parámetro LEVEL. En este apartado sólo se detallará el modelo correspondiente a LEVEL = 1, que es el modelo descrito en este capítulo.

El segundo aspecto diferenciador es la intervención, en las ecuaciones, de muchos parámetros de las características del semiconductor y de los procesos seguidos en la fabricación del transistor. Sin embargo, en el modelo más simple que se describirá a continuación, puede definirse casi todo el modelo sin tener que declarar parámetros relativos a la estructura física del transistor.

El modelo LEVEL = 1 de transistor MOS que usa SPICE básicamente es el representado en la figura 8.5. Este circuito se puede completar, si se desea, con cinco resistencias: una resistencia en serie con los terminales de drenador, surtidor, puerta y sustrato, y una última resistencia en paralelo con la fuente dependiente I_d . El valor por defecto de las cuatro primeras resistencias es cero, y el de la quinta es infinito.

La corriente de la fuente dependiente I_d se modela, en un transistor MOS de canal N, tal como se ha descrito en los apartados anteriores, que por comodidad se reproduce:

$$\begin{aligned}
 & \text{Si } v_{GS} < V_T & I_d &= 0 \\
 & \text{Si } v_{DS} < v_{GS} - V_T & I_d &= K \frac{W}{L} \left[(v_{GS} - V_T) v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right] (1 + \lambda v_{DS}) \\
 & \text{Si } v_{DS} \geq v_{GS} - V_T \geq 0 & I_d &= \frac{K}{2} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda v_{DS})
 \end{aligned} \tag{8.39}$$

Estas expresiones son válidas mientras v_{DS} sea positiva. Cuando esta tensión es negativa, el terminal de drenador se toma como surtidor y el de surtidor como drenador. La tensión V_T en las expresiones anteriores se calcula según la expresión 8.3.

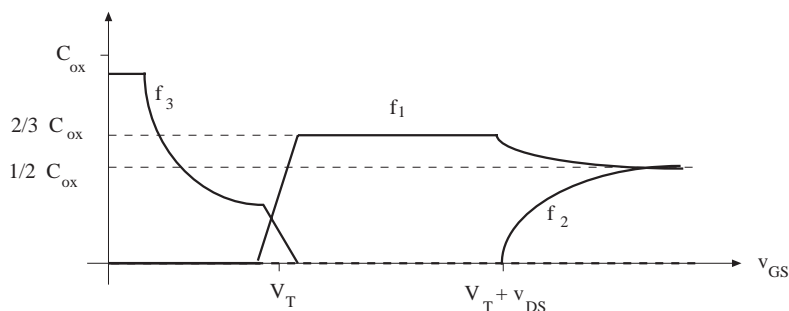


Fig. 8.36 Variación de las funciones f_1 , f_2 , y f_3 con las tensiones

Los diodos del circuito 8.5 se aproximan por su modelo exponencial, con un factor de idealidad que puede definir el usuario. El valor por defecto de la corriente inversa de saturación de estos diodos es de 10^{-14} A.

Las capacidades se modelan según las ecuaciones 8.8 y 8.9. Las funciones f_1 , f_2 y f_3 varían con las tensiones aplicadas de una forma similar a la representada en la figura 8.36, y el programa las calcula internamente.

Los valores por defecto que toma SPICE en el modelo que se acaba de describir se dan en la tabla 8.4. El programa SPICE toma por defecto el modelo LEVEL = 1.

PARÁMETROS	VALOR POR DEFECTO
V_{TO}	1 V
K	$20 \mu\text{A} / \text{V}^2$
γ	0
2ϕ	0,6 V
λ	0
t_{ox}	$0,1 \mu\text{m}$
C_{GBO}	0
C_{GDO}	0
C_{GSO}	0

Tabla 8.4 Parámetros por defecto del transistor MOS en el modelo LEVEL = 1 de SPICE

Los parámetros que definen este modelo del transistor MOS también pueden ser calculados por el programa SPICE a partir de magnitudes relativas a la estructura física del transistor. Así, por ejem-

plo, el parámetro eléctrico K puede ser calculado a través de la expresión $K = \mu \cdot \epsilon_{ox} / t_{ox}$ si se entran como parámetros físicos μ y t_{ox} . El usuario puede elegir entrar las magnitudes físicas del transistor (ver capítulo 10), o bien las magnitudes eléctricas antes descritas, o bien una combinación de ambas. En caso de conflicto, el programa toma el valor del parámetro eléctrico entrado en lugar de calcularlo a partir de las magnitudes físicas.

8.8.2 Ejemplo de análisis de circuitos con transistores MOS usando SPICE

Como ilustración del empleo de SPICE para analizar circuitos con transistores MOS se analizará el retraso de propagación de un inversor NMOS con carga capacitiva.

Ejemplo 8.15

Considérese el inversor NMOS de la figura 8.15. Entre la salida v_o y masa se conecta un condensador C_L de valor 5 pF que simula una carga capacitiva parásita. La alimentación es $V_{DD} = 5$ V. El transistor de vaciamiento tiene una tensión umbral de -4 V, una longitud de canal de $1 \mu\text{m}$ y su anchura también es de $1 \mu\text{m}$. El MOS de acumulación tiene una tensión umbral de 1 V, una longitud de canal de $1 \mu\text{m}$ y su anchura es de $4 \mu\text{m}$. El espesor del óxido de puerta es de 600 \AA para todos los transistores. Se desea hallar el retraso de propagación de esta puerta, usando SPICE.

Con objeto de disminuir este retraso se aumentan las anchuras de los transistores del inversor, manteniendo siempre la proporción 1 a 4. ¿Cuáles deberían ser las W de los transistores para que el retraso de propagación fuera del orden de 1 ns ?

320

El fichero de entrada para el análisis del circuito es:

```
ANALISIS RETRASOS INVERSOR NMOS
ML 3 2 2 0 MV W=1U L=1U
MI 2 1 0 0 MA W=4U L=1U
VDD 3 0 DC 5
VI 1 0 PULSE(0 5 10P 10P 10P 1000N 2000N)
CL 2 0 5P
.MODEL MV NMOS (LEVEL=1 VTO=-4 TOX=600E-10)
.MODEL MA NMOS (LEVEL=1 VTO=1 TOX=600E-10)
.TRAN 100N 3000N
.END
```

El resultado obtenido se muestra en la figura 8.37. Como puede observarse, el tiempo de conmutación dominante se produce cuando la salida hace la transición de nivel bajo a nivel alto. Su valor es de unos 150 ns .

Para obtener un tiempo de conmutación del orden de 1 ns , las anchuras de los transistores deberían ser de $200 \mu\text{m}$ para el MOS de vaciamiento, y de $800 \mu\text{m}$ para el de acumulación.

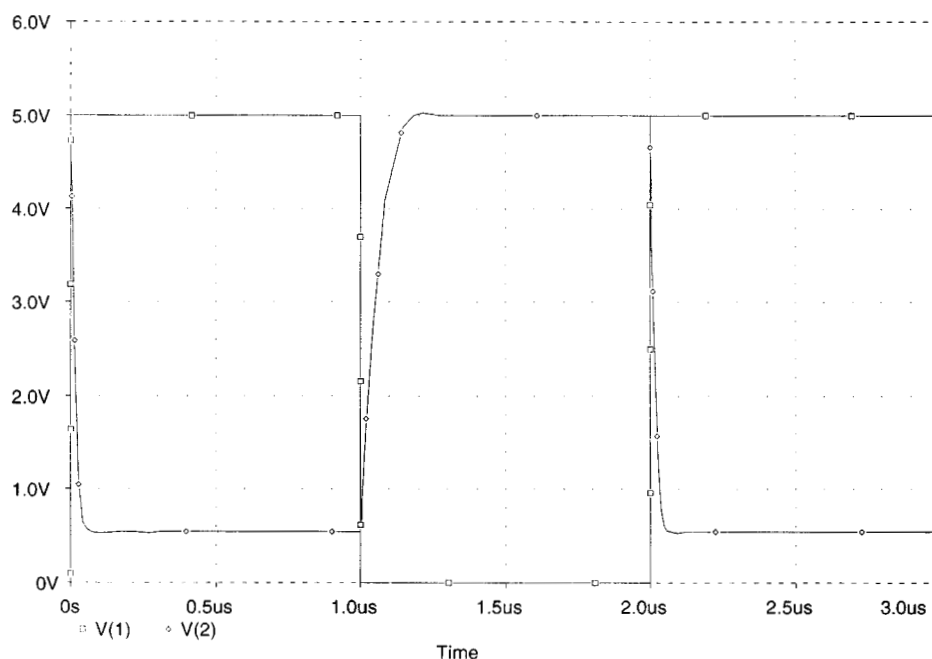


Fig. 8.37 Transitorios de conmutación en el inversor NMOS

321

Ejercicio 8.15

Para que el retraso de propagación del inversor del ejemplo anterior fuera del orden de 1 ns, hubo que hacer que los transistores tuvieran una anchura de puerta muy grande. Esta característica provoca una gran capacidad de entrada del inversor NMOS, ya que es proporcional al área de puerta. Para conseguir un retraso de propagación pequeño también hay que evitar que la carga de la capacidad de entrada dure un tiempo excesivo. Para ello, se usará una cadena de tres inversores en cascada. El primero tendrá los transistores de tamaño mínimo ($L=1\ \mu\text{m}$; $W=1\ \mu\text{m}$ para el de vaciamiento, y $L=1\ \mu\text{m}$; $W=4\ \mu\text{m}$ para el de acumulación), y el último inversor, el calculado en el ejemplo anterior. Calcúlense las anchuras de los transistores del inversor intermedio para conseguir un tiempo de retraso total del orden de 1 ns.

Solución: $W_L = 10\ \mu\text{m}$; $W_I = 40\ \mu\text{m}$.

Cuestiones

- C8.1** Discutir las semejanzas y diferencias que hay entre los transistores MOS y bipolares.
- C8.2** Dado un transistor MOS de canal N, indíquese qué efecto tiene sobre su tensión umbral el hecho de que éste sea de acumulación o de vaciamiento. Respóndase la misma cuestión para el caso de un transistor de canal P.
- C8.3** ¿Por qué los terminales por los que circula I_D se denominan drenador y surtidor? Discútase en qué condiciones son intercambiables y por qué.

- C8.4** Razónese físicamente por qué las tensiones y las corrientes en un transistor PMOS tienen signo contrario que en transistor NMOS.
- C8.5** Indíquese cualitativamente cómo se ve modificado el valor de I_D por causa del efecto subtrato.
- C8.6** ¿Qué condiciones deben cumplir V_{DS} y V_{GS} para que un transistor MOS se comporte como una resistencia (relación lineal entre V_{DS} e I_D)? Demuéstrese matemáticamente a partir de las ecuaciones del transistor MOS.
- C8.7** ¿Cuál es el valor ideal para la resistencia de paso R_{on} de un transistor MOS que actúa como interruptor? ¿Por qué?
- C8.8** Actualmente, los circuitos digitales CMOS han desplazado casi por completo a los basados en tecnología NMOS. Discútanse los posibles motivos.
- C8.9** ¿Qué condición deben cumplir dos inversores CMOS para que conectados en cascada, la salida del segundo coincida con la entrada del primero?
- C8.10** En un circuito integrado CMOS, por motivos tecnológicos, los substratos de los transistores NMOS se conectan a la alimentación negativa V_{SS} , y el de los transistores PMOS se conectan a la positiva V_{DD} . Descríbanse qué restricciones impone este hecho a las tensiones de drenador y surtidor de los transistores. ¿Por qué?
- C8.11** Discútanse las posibles estrategias a seguir para obtener circuitos digitales CMOS más rápidos.
- C8.12** En un circuito digital, las capacidades asociadas a las puertas de los transistores MOS causan efectos indeseados debido al retardo que imponen a la propagación de la señal. Discútase si es posible dar alguna utilidad a la capacidad de puerta en un circuito digital.
- C8.13** Compárense las diferencias entre los márgenes dinámicos de un amplificador basado en un transistor MOS y otro basado en un transistor bipolar.
- C8.14** Razónense los motivos por los que los amplificadores basados en transistores MOS se polarizan en la región de saturación.
- C8.15** Razónense las ventajas e inconvenientes de emplear cargas activas en el diseño de un amplificador integrado basado en transistores MOS.

Problemas

- P8.1** Calcule la corriente de drenador de un transistor MOS de acumulación de canal N que tiene un canal con igual anchura que longitud. Datos: $K = 28 \mu A/V^2$, $V_T = 1 V$, $V_{GS} = 10 V$, $V_{DS} = 6 V$.
- P8.2** Dibuje las curvas características $I_D (V_{DS})$ del PMOS cuyos parámetros se facilitan para los valores de $V_{GS} (-4, -2, -1, 0, 1)$, dentro del rango de V_{DS} comprendido entre 0 y $-5 V$. Datos: $K = 15 \mu A/V^2$, $V_T = -1.2 V$.
- P8.3** Determine para un transistor NMOS con $V_T = 2 V$ y $K \cdot (W/L) = 30 \mu A/V^2$, el valor de la corriente I_D en los siguientes casos: a) $V_{GS} = 10 V$ y $V_{DS} = 3 V$ b) $V_{GS} = 10 V$ y $V_{DS} = 10 V$ c) $V_{GS} = 1 V$ y $V_{DS} = 10 V$.
- P8.4** Calcule para un determinado transistor NMOS, el valor del parámetro γ que modela el efecto substrato si cuando $V_{BS} = -1.5 V$, la tensión umbral es un 72% mayor de lo que era cuando $V_{BS} = 0$. Datos: $\phi_B = 0.25 V$, $V_{TO} = 1 V$.
- P8.5** Dado el circuito de la figura P8.5 realizado con un transistor PMOS, y las curvas características del transistor que se indican, calcule y represente la respuesta del circuito a la señal de la figura. Suponga despreciable el efecto de todas las capacidades.

- P8.6** Escriba las expresiones de la corriente de drenador de un transistor MOS cuando no puede considerarse despreciable la influencia del parámetro de modulación de la longitud del canal.

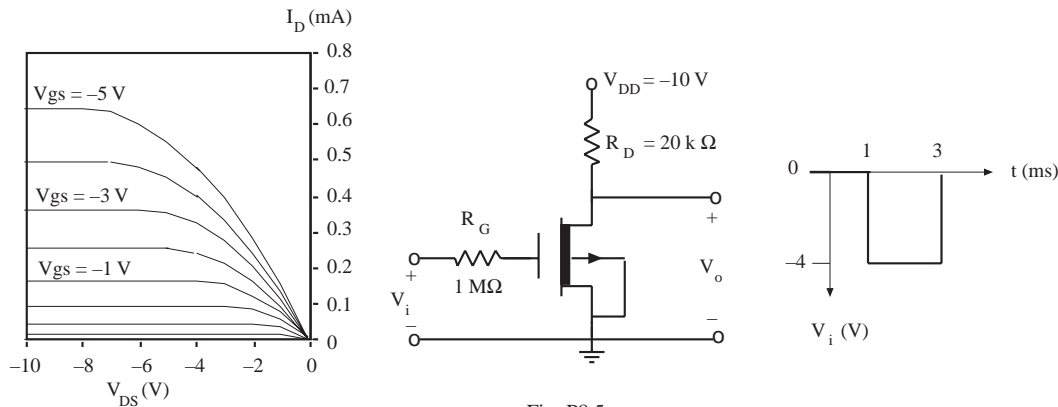


Fig. P8.5

- P8.7** Calcule la capacidad C_{gs} de un transistor MOS, en el cual $L = W = 2$ μ m y el espesor del óxido de puerta es de 1000 Å, para cada uno de los tres modos de funcionamiento del transistor (corte, saturación o lineal). Datos: $\epsilon_{r \text{ óxido}} = 3.9$, $\epsilon_o = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m.
- P8.8** La gráfica de la figura P8.8 muestra la característica $I_D(V_{DS})$ de un transistor MOS de canal N en zona óhmica ($V_{DS} \ll V_{GS} - V_T$) en función del valor de V_{GS} . a) Determine el valor de la resistencia del canal R_{DS} cuando V_{GS} vale 2 V, 5 V y 10 V respectivamente. b) Empleando el transistor MOS del apartado anterior construimos el siguiente circuito, en el que V_c es una tensión que puede variar entre 2 y 10 V, b.1) Calcule los valores máximo y mínimo de la resistencia equivalente R_{eq} entre V_{in} y masa. b.2) Si V_{in} varía entre 0 y 0.3 V, ¿qué valor máximo puede alcanzar V_{DS} en el transistor MOS? ¿Podemos suponer que se hallará siempre en zona lineal? c) Realizamos el siguiente circuito a partir del descrito en el apartado anterior. Determine la ganancia $G_v = V_o/V_i$ para $V_c = 2$ V y para $V_c = 10$ V. ¿Qué utilidad puede tener este circuito?

323

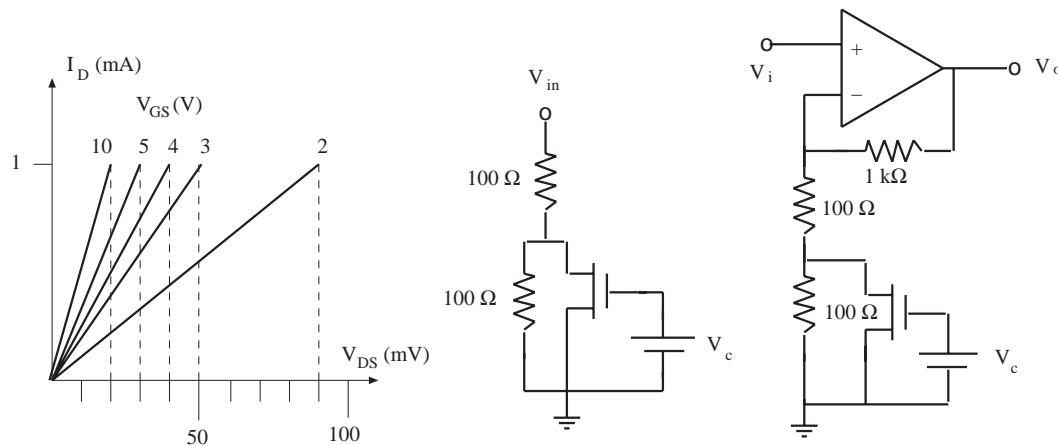


Fig. P8.8

- P8.9** Dado el circuito de polarización de la figura, calcule el punto de trabajo del transistor I_{DQ} , V_{DSQ} . Datos: $R_2 = 800 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 400 \text{ }\Omega$, $R_S = 200 \text{ }\Omega$, $R_D = 200 \text{ k}\Omega$, $V_{DD} = 10 \text{ V}$, $W/L = 1$, $K = 20 \text{ }\mu\text{A/V}^2$, $V_T = 2 \text{ V}$.

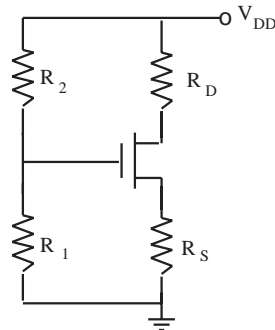


Fig. P8.9

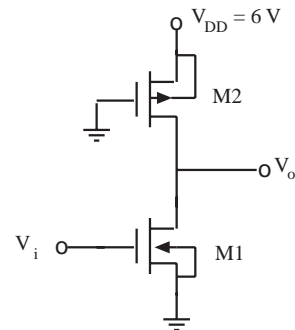


Fig. P8.11

- P8.10** En el inversor de la figura 8.9 compuesto por un transistor NMOS y una resistencia, a) determine el valor mínimo de R_D que haga que el nivel bajo a la salida sea inferior a 2 V cuando $V_i = 5 \text{ V}$. b) Dibuje la característica de transferencia $V_o(V_i)$ para este valor de R_D indicando en ella en que región de trabajo de halla el transistor para cada valor de V_i . Datos: $V_{DD} = 5 \text{ V}$, $V_T = 1 \text{ V}$, $K = 20 \text{ }\mu\text{A/V}^2$, $W/L = 2$.
- P8.11** El circuito de la figura P8.11 se denomina inversor pseudo nmos debido a que emplea un transistor PMOS en lugar de una carga de vaciamiento. Determine el valor de V_o que obtendremos para los valores V_i : 0 , 3 y 6 V en cada uno de los siguientes casos: a) $K_2 = K_1$ b) $K_2 = 0.1 \cdot K_1$ c) $K_2 = 0.01 \cdot K_1$. Tomar $V_{TN} = 1 \text{ V}$ y $V_{TP} = -1 \text{ V}$. Suponga la misma W/L para ambos transistores.
- P8.12** Sea la puerta NMOS de la figura P8.12. a) Rellene la siguiente tabla con valores exactos, sin considerar C_L . b) ¿De qué tipo de puerta se trata? c) Calcule el retardo entre el 10% y el 90% de la excursión de V_o cuando se cambian las entradas desde $V_a = V_b = 0$ hasta $V_a = 0$, $V_b = 5$. Para realizar el cálculo suponga que un transistor que conduce puede ser modelado mediante una resistencia de valor medio:

$$R_{eq} \approx \frac{1}{2K \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)}$$

Datos : $K = 15 \text{ }\mu\text{A/V}^2$, $V_{DD} = 5 \text{ V}$, $V_{T1} = V_{T2} = 1$, $V_{TL} = -4 \text{ V}$, $W_1 = W_2 = 6 \text{ }\mu\text{m}$, $L_1 = L_2 = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $W_L = 4 \text{ }\mu\text{m}$, $L_L = 8 \text{ }\mu\text{m}$, $C_L = 1 \text{ pF}$.

$V_a \text{ (V)}$	$V_b \text{ (V)}$	$V_o \text{ (V)}$
0	0	
0	5	
5	0	
5	5	

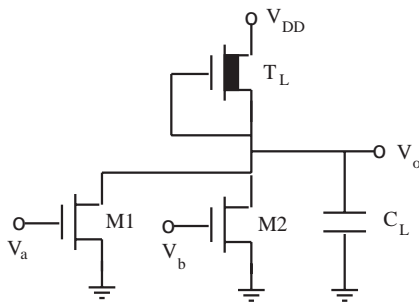


Fig. P8.12

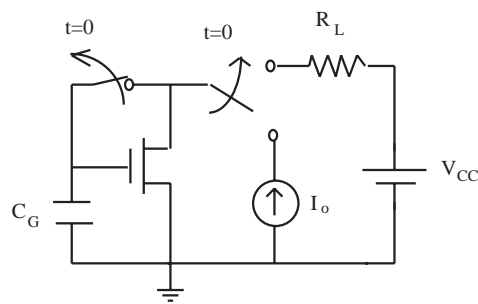


Fig. P8.13

- P8.13** El circuito de la figura, basado en un transistor NMOS, se denomina copiador de corriente. Mientras $t < 0$, almacena la información de la corriente I_o generada por la fuente de corriente, para hacer pasar esta misma corriente I_o a través de R_L cuando $t > 0$. a) Determine la región de operación del transistor para $t < 0$. b) Determine asimismo la tensión V_{GS} que se alcanzará en el condensador C_G , en régimen permanente, en el mismo intervalo. c) Determine qué restricciones debe tener R_L para que la corriente que circule por ella sea I_o cuando $t > 0$. Datos: $K = 20 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $V_T = 0.8 \text{ V}$, $W/L = 2$, $I_o = 0.1 \text{ mA}$, $V_{DD} = 5 \text{ V}$. NOTA: Puede añadirse una resistencia R_o arbitrariamente grande en paralelo con la fuente I_o , para evitar el incumplimiento del KCL cuando $t > 0$.
- P8.14** El circuito de la figura P8.14, basado en transistores NMOS, realiza una función lógica que se denomina NOR exclusiva (XNOR). Considerando que los transistores se comportan como interruptores, rellene los valores de V_o en la tabla adjunta. Suponga que la resistencia de paso de los transistores es muy inferior a R . Datos: $V_T = 1 \text{ V}$, $V_{DD} = 5 \text{ V}$.

325

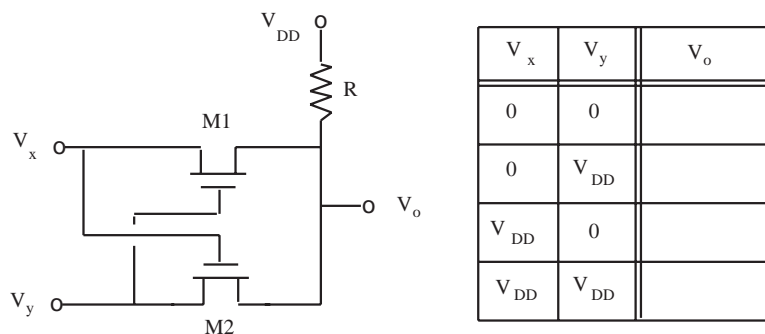


Fig. P8.14

- P8.15** En el circuito de la figura, si V_i es muy pequeña, el transistor NMOS actúa como una resistencia cuyo valor puede aproximarse mediante el inverso de la pendiente en el origen de la característica $I_D(V_{GS})$. Determine el valor que ha de tener V_{GS} para que $V_o = V_i/4$. Datos: $K = 25 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $W/L = 2$, $V_T = 1 \text{ V}$.
- P8.16** Se desea conectar un generador de señal a una carga R_L . Para ello emplearemos un transistor MOS de canal N que se comporte como interruptor, tal y como se indica en el circuito de la figura P8.16. Suponemos que cuando el transistor conduce ($V_c = 10 \text{ V}$), el transistor puede suponerse equivalente a una cierta resistencia R_{on} , mientras que cuando no conduce ($V_c = 0 \text{ V}$)

el transistor equivale a un condensador C_{ds} entre drenador y surtidor. Se pide: a) Calcular el valor de R_{on} (ver problema 8.15) suponiendo $V_g \ll V_c$, si $W/L = 50$, $V_c = 10$ V $V_T = 1$ V y $K = 20 \mu A/V^2$. b) Observe que cuando el interruptor se halla cerrado, el conjunto R_s , R_{on} , R_L forman un divisor de tensión. Calcule el valor mínimo que ha de tener W/L en el transistor de paso para que la tensión en la carga difiera en menos del 1% de la que habría si el interruptor fuera ideal. c) Cuando el interruptor está abierto, el transistor se puede modelar mediante un condensador C_{ds} que supondremos de 20 pF. Calcule cuál será la tensión en la carga si a la entrada tenemos una señal escalón de 1 V de amplitud, estando el interruptor abierto. Datos: $R_L = 100$ k Ω , $R_s = 50$ Ω .

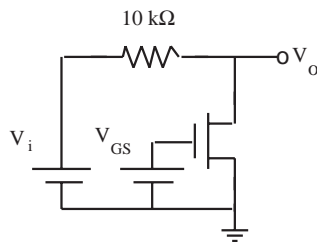


Fig. P8.15

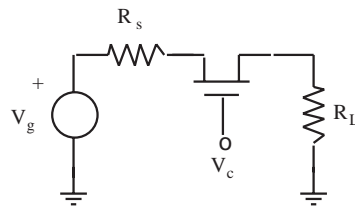


Fig. P8.16

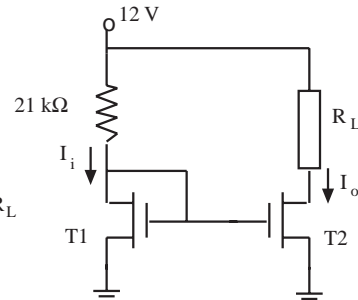


Fig. P8.17

- P8.17** El circuito de la figura se denomina espejo de corriente. a) Teniendo en cuenta que tanto T1 como T2 son transistores NMOS, determine la zona de funcionamiento de T1. b) Suponiendo T1 y T2 idénticos con parámetros $K(W/L) = 4$ mA/V², $V_T = 1$ V calcule el valor de I_i e I_o suponiendo ambos en la misma región de operación. c) Halle los valores límite de la carga R_L para que ambos transistores se hallen en la misma región de operación. d) Halle el valor de I_o si T2 posee una relación W/L doble de la que tiene T1. e) Halle el circuito equivalente de pequeña señal visto desde R_L si $\lambda = 0.02$ V⁻¹.
- P8.18** Dada la siguiente puerta realizada en tecnología CMOS, a) determine qué transistores son NMOS y cuáles son PMOS. b) Rellene la siguiente tabla sin considerar C_L . c) Vuelva a rellenar la tabla en el caso de que tengamos una resistencia de 50 k Ω conectada en paralelo con C_L . d) ¿De qué tipo de puerta se trata? e) Calcule el retardo entre el 10% y el 90% de la excursión de V_o cuando se cambian las entradas desde $V_a = V_b = 5$ hasta $V_a = V_b = 0$. Para realizar el cálculo suponga que un transistor que conduce puede ser modelado mediante una resistencia del mismo modo que se hizo en el problema 8.12. Datos: $K_N = 20 \mu A/V^2$, $K_P = 10 \mu A/V^2$, $V_{TN} = 1$, $V_{TP} = -1.5$, $V_{DD} = 5$ V, $W = 6 \mu m$, $L = 2 \mu m$ en todos los transistores.

V_a (V)	V_b (V)	V_o (V)
0	0	
0	5	
5	0	
5	5	

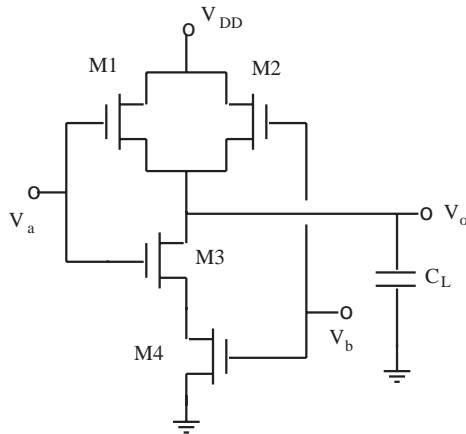


Fig. P8.18

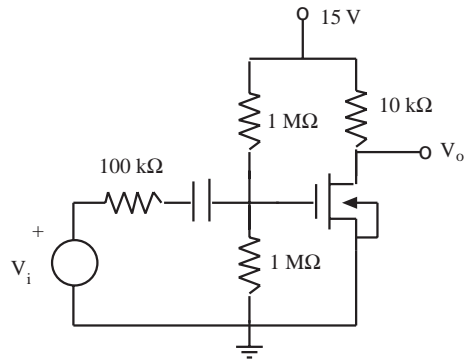


Fig. P8.20

- P8.19** Dado un inversor CMOS, determine el valor de la tensión de inversión V_{inv} que cumple $V_{inv} = V_i = V_o$. Esto es, el punto de la característica de transferencia $V_o(V_i)$ que intersecta la bisectriz del primer cuadrante. Expresé dicho valor de V_{inv} en función de β_N , β_P , V_{TN} , V_{TP} y V_{DD} si:

$$\beta_N = K_N \frac{W_N}{L_N} \quad \beta_P = K_P \frac{W_P}{L_P}$$

327

- P8.20** Considere el circuito amplificador de la figura. Se pide: a) Calcular el punto de reposo del circuito. b) Calcular g_m y r_{ds} del modelo de pequeña señal del transistor. c) Calcular de los márgenes dinámicos de la tensión de salida V_o . d) Dibujar el circuito de pequeña señal y calcular los parámetros del amplificador: ganancia, resistencia de entrada y resistencia de salida. Datos: $V_T = 1$ V, $K = 20 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $\lambda = 0.01 \text{ V}^{-1}$, $W/L = 1$.
- P8.21** Diseñar los valores de R_1 , R_2 , R_D y R_S de una etapa de amplificación basada en el circuito de la figura P8.21, de modo que cumpla las siguientes especificaciones: $A = -1$, $Z_i = 15 \text{ k}\Omega$, para una resistencia de carga R_L de $1 \text{ k}\Omega$. Como información adicional sabemos que el punto de trabajo es: $V_{GSQ} = 3$ V; $I_{DQ} = 7 \text{ mA}$; $V_{DSQ} = 10$ V, y que el parámetro g_m para esta polarización es $g_m = 2300 \mu\text{S}$.
- P8.22** Dado el esquema de la figura P8.22, donde la parte punteada corresponde a la fuente de corriente del problema 8.17, incluyéndose el transistor MOS T3 de canal P en lugar de R_L . a) calcular el valor de V_i para que $V_o = V_{DD}/2 = 6$ V si los parámetros del PMOS T3 son $K_P (W/L)_P = 4 \text{ mA}/\text{V}^2$, $V_{TP} = -1$ V, $\lambda = 0.02 \text{ V}^{-1}$. Si superponemos a esta V_i una componente senoidal de pequeña señal ΔV_i : b) Hallar el valor de los parámetros de pequeña señal de T3. c) Dibuje el modelo incremental del amplificador completo. Se recomienda emplear el resultado del apartado e del problema 8.17. d) Determine los parámetros del amplificador: ganancia, resistencia de entrada y resistencia de salida.

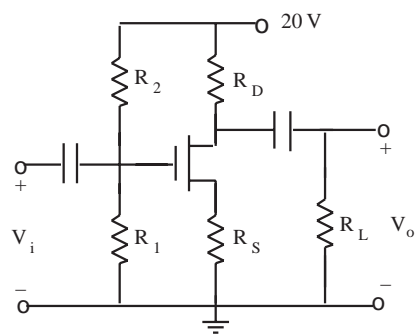


Fig. P8.21

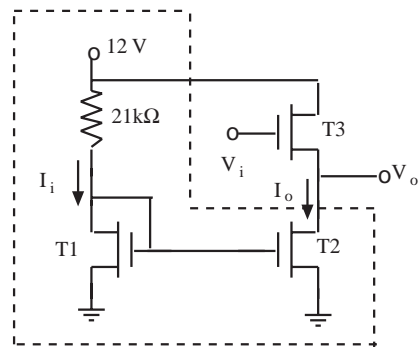


Fig. P8.22

Capítulo 9

Otros dispositivos semiconductores

El objetivo de este capítulo es presentar algunos dispositivos semiconductores que, si bien no son de uso tan general en la electrónica actual como el diodo y los transistores bipolares y MOS, se utilizan ampliamente en circuitos electrónicos de carácter más específico. Estos dispositivos se presentarán en tres bloques: dispositivos optoelectrónicos, dispositivos usados para electrónica de potencia y el transistor de efecto de campo de unión JFET.

9.1 Dispositivos optoelectrónicos

329

La luz es una radiación electromagnética de la misma naturaleza que las ondas de radiocomunicaciones y los rayos X. El parámetro que distingue una radiación de otra es su frecuencia o su longitud de onda. El ojo humano es sensible a las radiaciones electromagnéticas de longitudes de onda comprendidas entre $0,38\text{ }\mu\text{m}$ (violeta) y $0,76\text{ }\mu\text{m}$ (rojo). Las ondas electromagnéticas de longitud de onda inferior a $0,38\text{ }\mu\text{m}$ forman el denominado espectro ultravioleta, mientras que las de longitud de onda superior a $0,76\text{ }\mu\text{m}$ constituyen el espectro infrarrojo. La sensibilidad del ojo humano es máxima a la longitud de onda de $0,55\text{ }\mu\text{m}$ (verde) y disminuye a medida que se aleja de este máximo en ambas direcciones.

La optoelectrónica es la técnica que trata de la interacción entre la radiación luminosa y la corriente eléctrica en dispositivos semiconductores. Los dispositivos optoelectrónicos cubren un amplio abanico de funciones. Unos generan señales luminosas a partir de señales eléctricas, como el diodo electroluminiscente y el diodo láser, o al revés, como el fotodiodo y el fototransistor. La célula solar convierte la energía luminosa en energía eléctrica. Las longitudes de onda en las que operan los dispositivos optoelectrónicos se extienden desde el infrarrojo al ultravioleta.

9.1.1 El diodo electroluminiscente (LED)

El diodo electroluminiscente, conocido también como LED (iniciales de *Light Emitting Diode*), es un diodo de unión P-N que emite luz cuando está polarizado en directa. La intensidad de la luz emitida es aproximadamente proporcional a la intensidad de la corriente que atraviesa el diodo. La longitud de onda de la luz emitida (color) depende del material con el que está fabricado el diodo.

En la figura 9.1b se presenta un espectro típico de la luz emitida por un LED. Obsérvese que dicho espectro se extiende en un margen estrecho de longitudes de onda alrededor de un máximo. En la figura 9.1c se presenta la intensidad emitida por el diodo en función del ángulo medido desde su eje central. Nótese que cuando la dirección desde la que se observa el diodo forma un ángulo de algo más de 30° respecto al eje, la intensidad emitida es sólo el 50% de la emitida con ángulo nulo.

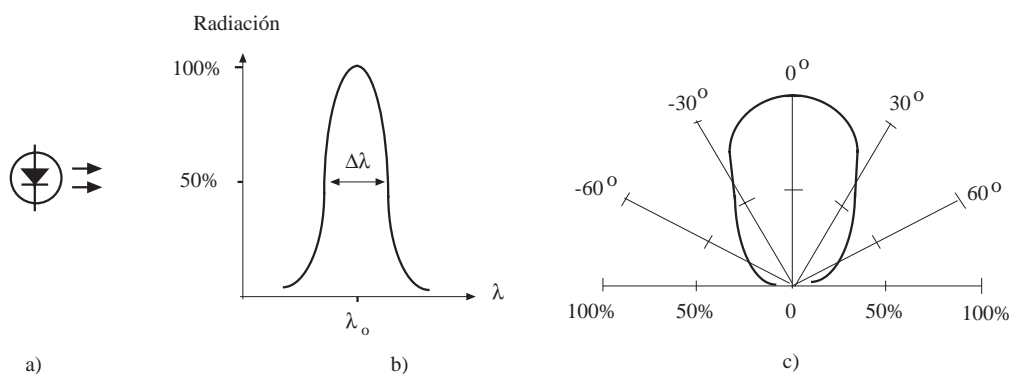


Fig. 9.1 a) Símbolo del LED. b) Espectro de emisión del LED.
c) Diagrama de radiación

La comprensión del principio físico en el que se basa la emisión de luz por el diodo exige un conocimiento mínimo del comportamiento de los semiconductores. La luz emitida se debe a la "energía de exceso" que se libera en un proceso de recombinación de un par electrón-hueco. Esta energía de exceso se emite en forma de calor en algunos semiconductores como el silicio, pero en otros materiales, como por ejemplo el arseniuro de galio, se libera en forma de radiación electromagnética. Se remite al lector interesado a la lectura del capítulo 10 para la comprensión de este fenómeno físico.

Una diferencia importante entre el LED y los diodos normales de silicio es la tensión umbral. Debido a que los materiales que se utilizan para fabricar el LED son distintos del silicio, la tensión umbral del diodo también es diferente. Mientras que para el silicio la tensión umbral es de unos 0,7 V, la tensión umbral de los LED suele variar entre 1,5 y 2,5 V dependiendo del material utilizado para la fabricación del diodo.

El circuito típico para excitar el LED se compone de la conexión en serie de una fuente de alimentación, V_{DD} , una resistencia, R_s , el LED y un interruptor (un transistor, por ejemplo). Cuando el interruptor está abierto no circula corriente por el LED, por lo que permanece apagado. Con el interruptor cerrado, circulará corriente por el diodo, por lo que emitirá luz. La corriente por el diodo será:

$$i_D = \frac{V_{DD} - V_\gamma}{R_s} \quad (9.1)$$

Un valor típico de corriente por un LED para que se ilumine es de unos 10 mA. Normalmente la tensión inversa de ruptura de este diodo es pequeña, y un valor típico es 5 V.

Otro dispositivo emisor de luz es el *diodo láser*. Se trata de un dispositivo similar al LED, pero la radiación que emite presenta dos diferencias importantes. Por una parte, su espectro de emisión es mucho más estrecho, reduciéndose prácticamente a una sola longitud de onda, por lo que se dice que es una radiación monocromática. Por otra parte, las ondas electromagnéticas emitidas están en fase, propiedad que se denomina coherencia.

9.1.2 El fotodiodo

El fotodiodo es un diodo de unión PN en el que se permite que la radiación luminosa que incide sobre él penetre en el interior del semiconductor. Esta radiación electromagnética genera una corriente, i_L , que es proporcional a la intensidad de dicha radiación, que se suma a la corriente normal del diodo. La corriente que circula por el fotodiodo, i_{FD} , será:

$$i_{FD} = I_s (e^{v_{FD}/V_T} - 1) - i_L \quad (9.2)$$

donde I_s es la corriente inversa de saturación del diodo, y v_{FD} es la tensión aplicada entre terminales del dispositivo. En la figura 9.2 se representa la ecuación anterior para distintos valores de i_L .

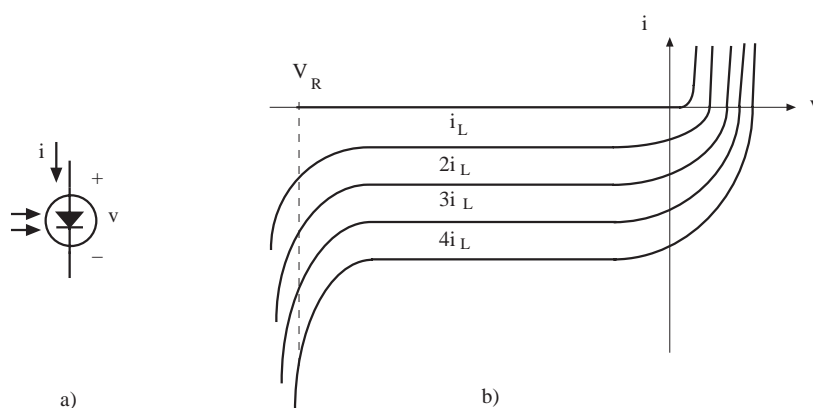


Fig. 9.2 a) Símbolo del fotodiodo. b) Característica i-v de un fotodiodo para distintos valores de i_L

Si el fotodiodo se polariza con una tensión inversa ($v_{FD} \ll 0$), la corriente por el diodo será:

$$i_{FD} = -I_s - i_L \cong -i_L \quad (9.3)$$

siempre que $i_L \gg I_s$. La corriente por el diodo es, por tanto, aproximadamente i_L , que es proporcional a la intensidad de la radiación luminosa.

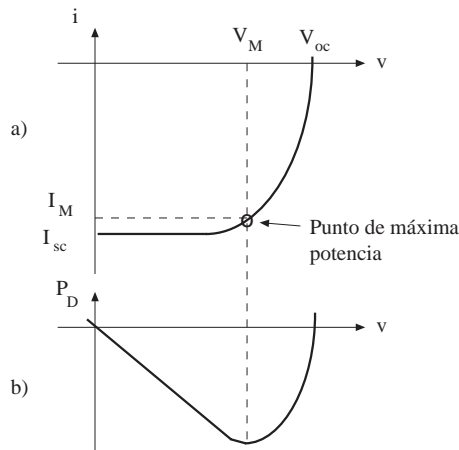
Una característica importante de un fotodiodo es su respuesta espectral, es decir, la gama de longitudes de onda a las que el fotodiodo es sensible y ofrece señal de salida. Esta característica depende del material con el que está fabricado el dispositivo. Pueden encontrarse fotodiodos que detectan radiación en el espectro infrarrojo, en el ultravioleta, y en diversos márgenes del espectro visible. De forma similar a lo que ocurría con los LED, la sensibilidad del fotodiodo depende del ángulo de incidencia de la radiación con el dispositivo.

Hay dos estructuras importantes de fotodiodos: los fotodiodos PIN y los APD. Los primeros deben su nombre a su estructura: un semiconductor P, seguido de uno intrínseco (I) y luego el semiconductor N (véase el capítulo 10). Con esta estructura se consiguen fotodiodos en los que el retraso de la señal eléctrica respecto a la óptica que la ha generado es muy pequeño.

El fotodiodo APD (del inglés *Avalanche Photo Diode*) opera en la región de ruptura. Como puede observarse en la figura 9.2, trabajando con una tensión inversa fija dentro de dicha región se consiguen corrientes mayores para la misma iluminación. Se dice que el diodo presenta un "factor de multiplicación" de la corriente fotogenerada, que puede ser de valor muy elevado.

9.1.3 La célula solar

La célula solar es un dispositivo que convierte la energía de la radiación luminosa que incide sobre ella en energía eléctrica. Consiste en un fotodiodo que trabaja en el cuarto cuadrante. Nótese que la potencia disipada por el dispositivo es positiva en el primer y tercer cuadrante, pero es negativa en el cuarto. Una potencia disipada negativa significa que el dispositivo entrega potencia en lugar de consumirla.



En la figura 9.3 se representa la característica i-v de una célula solar y la potencia que entrega en función de la tensión entre sus terminales. Se hace trabajar a la célula solar en el punto de su característica en el que la potencia entregada es máxima. La potencia eléctrica que entrega, en este punto, es $I_M \cdot V_M$. La corriente que entrega cuando se cortocircuitan sus terminales ($v = 0$) se denomina corriente de cortocircuito de la célula, I_{sc} . La tensión que presenta entre sus terminales cuando éstos se mantienen en circuito abierto se llama tensión de circuito abierto, V_{oc} . Se denomina factor de forma, FF , a la siguiente relación:

$$FF = \frac{I_M V_M}{I_{sc} V_{oc}} \quad (9.4)$$

Fig. 9.3 a) Característica i-v de una célula solar.
b) Potencia entregada en función de la tensión

Un parámetro importante de la célula solar es su rendimiento o eficiencia de conversión, que es la relación entre la potencia eléctrica que entrega y la potencia luminosa incidente:

$$\eta = \frac{P_{elec}}{P_{luz}} = \frac{I_M V_M}{P_{luz}} = \frac{I_{sc} V_{oc} FF}{P_{luz}} \quad (9.5)$$

La potencia luminosa incidente procedente del sol, en la superficie terrestre, es del orden de 100 mW/cm^2 . Un valor típico de eficiencia de conversión en las células actuales es del 15%. Por tanto, una célula solar puede proporcionar unos 15 mW/cm^2 de energía eléctrica. Valores típicos de los otros parámetros en células solares de silicio son: $V_{oc} = 0,6 \text{ V}$; $I_{sc} = 30 \text{ mA/cm}^2$; $FF = 0,83$.

Para conseguir unos valores prácticos de tensión eléctrica a través de células solares suelen conectarse varias de ellas en serie. Si se conectan n en serie, el conjunto equivale a una batería que entrega una corriente I_M y una tensión $n \cdot V_M$. Este conjunto de células interconectadas se denomina *panel fotovoltaico*.

En la figura 9.4 se representa una célula solar. El contacto metálico de la superficie iluminada debe permitir la penetración de la radiación solar. Por esto tiene forma de espina de pez. En las regiones de la superficie que no hay metal se deposita una capa antirreflejo para evitar las pérdidas por reflexión en la superficie. La superficie posterior está completamente metalizada. Entre ambas superficies se encuentra el dispositivo activo consistente en una unión PN de un espesor total de unos $0,3 \text{ mm}$.

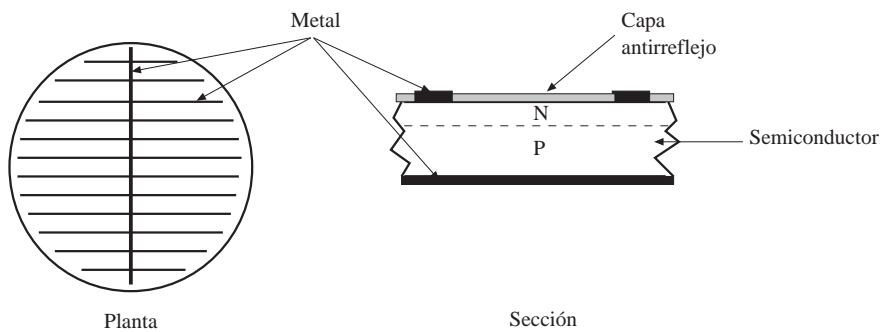


Fig. 9.4 Estructura de una célula solar

Ejemplo 9.1

¿Qué superficie de células solares se requeriría para alimentar una lámpara incandescente de 100 W durante cuatro horas al día? Suponer que la radiación solar efectiva es de 100 mW/cm² durante cuatro horas al día y que la eficiencia de las células es del 15%.

El consumo de la lámpara es de (100 W) (4 h) (3600 s/h) es decir 1,44 · 10⁶ J.

La generación de energía eléctrica por las células será : (100 · 10⁻³ W/cm²) (0,15) (4 h) (3600 s/h), o sea 216 J/cm².

La superficie de células requerida será: 1,44 · 10⁶ / 216 cm² = 6667 cm² = 0,67 m².

333

Ejercicio 9.1

¿Cuál sería la potencia eléctrica generada por un panel de 36 células solares circulares de 10 cm de diámetro? Suponer una eficiencia del 15% y una iluminación de 100 mW/cm².

Solución: 42 W.

9.1.4 El fototransistor

El fototransistor es un transistor en el que la radiación luminosa penetra en el interior de la unión base-colector, provocando que la corriente de colector sea proporcional a la intensidad de la radiación. El fototransistor, a veces, carece de terminal de base, por lo que $i_B = 0$.

Suponiendo un transistor NPN y que la unión colectora está polarizada en inversa, el modelo de transistor descrito en el capítulo 7 permite escribir:

$$\begin{aligned} i_C &= \beta_F I_{se} (e^{v_{BE}/V_T} - 1) + \beta_R I_{sc} \\ i_B &= I_{se} (e^{v_{BE}/V_T} - 1) - I_{sc} \end{aligned} \quad (9.5)$$

donde I_{se} e I_{sc} son las corrientes inversas de saturación del modelo del transistor. Igualando la segunda ecuación a cero y sustituyendo en la primera, se obtiene:

$$i_C = (\beta_F + \beta_R)I_{sc} \quad (9.6)$$

Al iluminar la unión colector se genera una corriente i_L , proporcional a la intensidad de la radiación, que se suma a I_{sc} . La corriente de colector será, por tanto:

$$i_C = (\beta_F + \beta_R)(I_{sc} + i_L) = I_{oscuridad} + (\beta_F + \beta_R)i_L \cong (\beta_F + \beta_R)i_L \quad (9.7)$$

expresión que pone de manifiesto que la corriente de colector, si la iluminación es suficientemente intensa, es proporcional a la corriente fotogenerada y, por tanto, a la intensidad de la radiación incidente. Nótese que, a diferencia del fotodiodo normal, la fotocorriente i_L está multiplicada por un factor $(\beta_F + \beta_R)$. Sin embargo, la ventaja de esta autoamplificación está compensada por una peor respuesta en frecuencia y una peor linealidad que las que presenta el fotodiodo PIN.

Características específicas de los fototransistores son la respuesta espectral y el diagrama de radiación, similares a las del fotodiodo, y la corriente fotogenerada para una radiación incidente dada. Un ejemplo representativo de fototransistor es el BPX95C. Este transistor presenta un máximo de respuesta espectral para una longitud de onda de 800 nm; un ancho de banda de 400 nm para el 50% del máximo; un ángulo de 20° entre direcciones de mitad de sensibilidad, y una corriente de colector de unos 10 mA para una iluminación de 1 mW/cm² de radiación de 930 nm, manteniendo $V_{CE} = 5$ V. La corriente de oscuridad del fototransistor es inferior a 100 nA. En la figura 9.5 se representa el símbolo del fototransistor y sus características de salida en función de la intensidad de la radiación incidente, E .

334

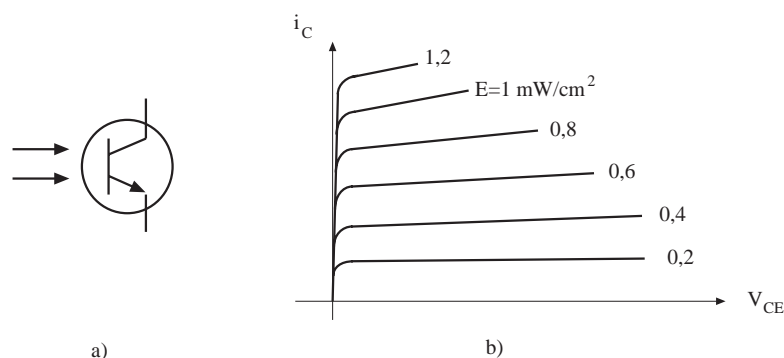


Fig. 9.5 a) Símbolo del fototransistor. b) Características de salida

Un dispositivo comercial resultante de la combinación de un emisor de luz y un fotodetector es el *par optoacoplado*. Normalmente consiste en un LED y un fototransistor encapsulados conjuntamente, tal como se muestra en la figura 9.6. El LED transmite la señal al fototransistor por vía luminosa.

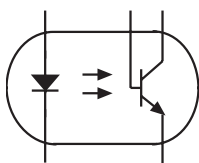


Fig. 9.6 Par optoacoplado

La característica fundamental del conjunto es que el circuito del LED está eléctricamente aislado del circuito del fototransistor. Esto permite transmitir la señal entre circuitos eléctricamente aislados, lo cual es muy útil para proteger circuitos en determinadas aplicaciones.

Parámetros importantes específicos del par optoacoplado son la tensión de aislamiento entre el circuito emisor y el receptor, que suele ser del orden de los kilovoltios, y la relación de transferencia de corriente del

par, definida como la corriente de colector del fototransistor dividida por la corriente del LED. Valores típicos de esta magnitud están en el margen 0,1 a 0,5.

Ejemplo 9.2

El circuito de la figura 9.7 utiliza un optoacoplador para transmitir impulsos desde v_i a v_o . Escoger R_1 y R_2 para que un impulso de 5 V en v_i dé un impulso de 5 V en v_o , sabiendo que la corriente máxima por el LED es de 50 mA, su tensión umbral es de 2 V y que la relación de transferencia de corriente del optoacoplador es de 0,1.

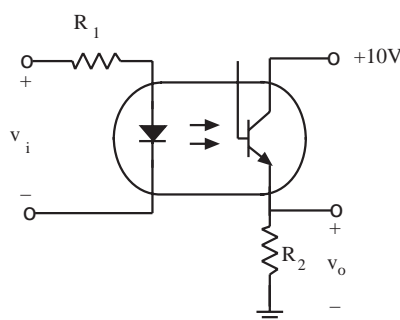


Fig. 9.7 Circuito del ejemplo 9.2

Eligiendo, por ejemplo, una corriente de 10 mA en el LED (inferior a la máxima permitida), y para $v_i = 5$ V, resulta:

$$R_1 = \frac{5 - 2}{10 \cdot 10^{-3}} = 300 \, \Omega$$

Cuando el LED emite radiación la corriente de colector del fototransistor será de 1 mA (10 mA \times 0,1). Para tener una salida de 5 V en v_o , se requerirá:

$$R_2 = \frac{5}{1 \cdot 10^{-3}} = 5 \, k\Omega$$

335

Ejercicio 9.2

Determinar el valor máximo de R_2 en el circuito del ejemplo anterior para que el transistor se mantenga en la región activa cuando por el LED circula un impulso de 10 mA. Supóngase $V_{CEsat} = 0,2$ V.

Solución: $R_2 = 9,8 \, k\Omega$.

9.2 Dispositivos para la electrónica de potencia

Por electrónica de potencia se entiende aquella rama de la tecnología electrónica que trata de la transferencia y control de la energía eléctrica, en lugar del procesamiento de la señal eléctrica. Por esta razón, los circuitos y dispositivos de la electrónica de potencia suelen operar con tensiones y corrientes de valor elevado. Tensiones de kilovoltios y corrientes de centenares de amperios son típicos en las aplicaciones de esta tecnología. Dos grandes campos de aplicación de la electrónica de potencia son la conversión de energía eléctrica (de alterna a continua, de continua a continua y de continua a alterna) y el control de motores. Estas técnicas se encuentran en aplicaciones que van desde los sistemas de calefacción y refrigeración de uso doméstico hasta el control de robots y compresores que se encuentran en la industria.

Una primera clasificación de los dispositivos para la electrónica de potencia permite agruparlos en dos bloques: uno, consistente en la adaptación de los dispositivos de uso general para aplicaciones de electrónica de potencia (diodos, transistores bipolares y transistores MOS), y otro, constituido por dispositivos específicos (tiristores, IGBT,...). Básicamente todos ellos operan en forma digital: en corte o en conducción. En el estado de corte la corriente que los atraviesa es nula y por tanto la potencia que disipan también lo es. En estado de conducción equivalen a un interruptor cerrado, permitiendo el paso de corrientes elevadas. Para que la potencia que disipan en estas condiciones sea tolerable para el dispositivo, la caída de tensión entre sus terminales debe ser muy pequeña.

Las características especiales que suelen presentar los *diodos de potencia* son una alta tensión de ruptura (hasta de varios kilovoltios), una pequeñísima resistencia serie en directa, para que las intensas corrientes que lo atraviesan (de hasta varios kiloamperios) produzcan una caída de tensión pequeña, y tiempos de conmutación pequeños.

Los *transistores bipolares* que se usan como dispositivos de electrónica de potencia trabajan en estado de corte o en saturación, donde la tensión V_{CEsat} es muy pequeña (del orden de 1 V). La variable de control de este interruptor de potencia es la corriente de base: si $I_B=0$ el transistor está en corte, mientras que si toma un valor elevado, lleva al transistor a saturación. Estos transistores pueden soportar tensiones V_{CE} muy elevadas, sin entrar en la región de ruptura, y corrientes de colector muy intensas.

La ganancia de corriente β_F que presentan estos transistores trabajando en altas corrientes suele ser pequeña, del orden de 5 a 10. Para mantener el transistor en saturación se requieren corrientes de base elevadas ya que debe cumplirse que $I_B > I_C/\beta$. Para disminuir esta corriente suelen utilizarse configuraciones Darlington con dos o tres transistores encapsuladas en un único dispositivo (denominadas MD de "*monolithic Darlington*"). Recuérdese que en la configuración Darlington (ver ejemplo 7.17) los colectores de los transistores están unidos entre sí, mientras que el emisor del primer transistor está directamente conectado a la base del siguiente. La β_F del transistor equivalente del conjunto es aproximadamente el producto de las β_F de los transistores individuales.

Los *transistores MOS de potencia* trabajan en estado de corte, cuando $V_{GS} < V_T$, o bien en la región óhmica cuando V_{GS} es suficientemente grande. En estas condiciones el transistor equivale a la resistencia R_{DSon} . El valor de esta resistencia en los transistores MOS de potencia es muy pequeño, con objeto de que la corriente, que puede alcanzar los 100 A, produzca una caída de tensión pequeña. La tensión V_{DS} puede tomar valores muy altos (hasta 1000 V) antes de que el transistor entre en ruptura. El transistor MOS actúa como un interruptor controlado por la tensión V_{GS} .

A diferencia de los transistores, los *tiristores* no requieren mantener la variable de control en un valor alto (I_B en los bipolares o V_{GS} en los MOS) para tener el interruptor cerrado. Basta inyectar un impulso de corriente por el terminal de control para hacer que el dispositivo pase del estado de corte al estado de conducción y se mantenga en él. Asimismo, mientras que los transistores trabajan con tensiones unipolares, los tiristores admiten una tensión inversa entre sus terminales permaneciendo en estado de corte. En los próximos apartados se describirán los principales tiristores.

En la figura 9.8 se presentan las características idealizadas de los principales dispositivos de potencia. La característica del diodo corresponde a la del diodo ideal ya que la tensión en conducción es muy pequeña respecto a las presentes en el circuito. Las características del transistor bipolar y MOS se representan en 9.8b. El estado de corte es el semieje positivo de abscisas ($v_{AK} = v_{CE} > 0$ para el bipolar o $v_{AK} = v_{DS} > 0$ para el MOS), y el estado de conducción el semieje positivo de ordenadas ($i_C > 0$ o $i_D > 0$). El paso del estado de corte al de conducción es bidireccional y controlado por la variable de control (I_B o V_{GS}). La característica idealizada del tiristor es la presentada en 9.8c. El estado de corte es el eje de abscisas, tanto para tensiones v_{AK} positivas como negativas. El estado de conducción es el semieje positivo de ordenadas (el tiristor es unidireccional para el paso de corriente, a excepción del TRIAC que se comentará más adelante). Solamente es posible el paso de estado de corte a estado de

conducción para v_{AK} positivas, no siendo posible el paso en el sentido contrario, tal como se explicará en el próximo apartado.

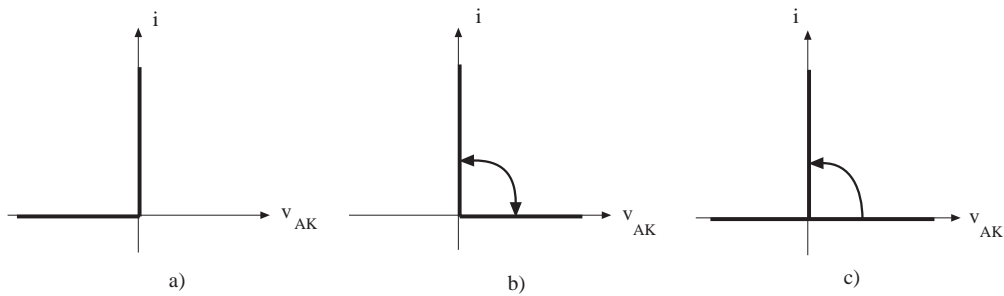


Fig. 9.8 Características idealizadas de: a) Diodo.
b) Transistores de potencia. c) Tiristores

En la tabla 9.1 se presenta una comparación de los diversos dispositivos de potencia con respecto a la potencia controlable y su velocidad de conmutación. Los tiristores son los que pueden controlar potencias mayores, pero son los más lentos. Los transistores MOS son los que tienen menos capacidad de trabajar a alta potencia pero son los más rápidos. Los transistores bipolares presentan una posición intermedia en ambos aspectos.

DISPOSITIVO	POTENCIA CONTROLABLE	VELOCIDAD DE CONMUTACIÓN
Transistor MOS	Baja	Alta
Transistor bipolar	Media	Media
Tiristor	Alta	Baja

337

Tabla 9.1 Comportamiento de los principales dispositivos de potencia

9.2.1 El rectificador controlado de silicio (SCR)

El rectificador controlado de silicio, también denominado SCR (iniciales de *Silicon Controlled Rectifier*), es el miembro más conocido de la familia de los tiristores, y a veces se le llama tiristor. Su símbolo, estructura física simplificada y curvas características se representan en la figura 9.9.

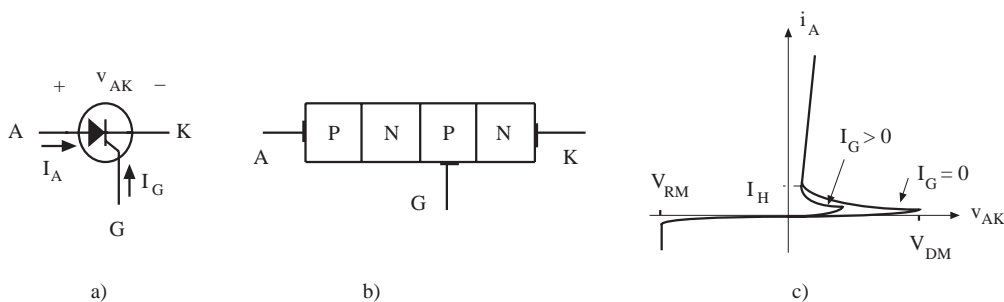


Fig. 9.9 a) Símbolo del SCR. b) Estructura física simplificada. c) Curvas características

Como puede observarse en las curvas características, el SCR impide el paso de corriente cuando v_{AK} es negativa, a no ser que ésta supere la tensión de ruptura inversa V_{RM} . Cuando se aplica una tensión v_{AK} positiva y la corriente de puerta I_G es nula, el SCR también impide el paso de corriente hasta que v_{AK} alcanza la tensión de ruptura directa V_{DM} . Cuando se llega a esta tensión el SCR hace una transición al estado de conducción en el que permite el paso de una corriente elevada en el sentido de ánodo a cátodo, manteniendo entre sus terminales una caída de tensión pequeña, del orden de 1 V. Cuando se inyecta una corriente I_G por su puerta, la tensión directa necesaria para pasar al estado de conducción disminuye, y dicha disminución es mayor cuanto mayor es I_G .

Cuando el SCR ya ha realizado la transición al estado de conducción, permanece en él aunque se anule la corriente I_G . Sólo vuelve al estado de corte si la corriente que circula del ánodo al cátodo se hace menor que un valor crítico denominado corriente de mantenimiento I_H . Por esta razón, se dice que es el circuito el que fuerza la transición del tiristor de conducción a corte.

El comportamiento físico de este dispositivo puede comprenderse a través de la analogía de dos transistores. Obsérvese que la estructura de cuatro capas PNPN puede descomponerse en dos transistores bipolares, uno PNP y otro NPN, mutuamente conectados, tal como se indica en la figura 9.10. Cuando la tensión v_{AK} es positiva, la unión emisora del PNP y la unión emisora del NPN están polarizadas en directa, mientras que la unión colectora (unión central) lo está en inversa. Por tanto los transistores están polarizados en la región activa.

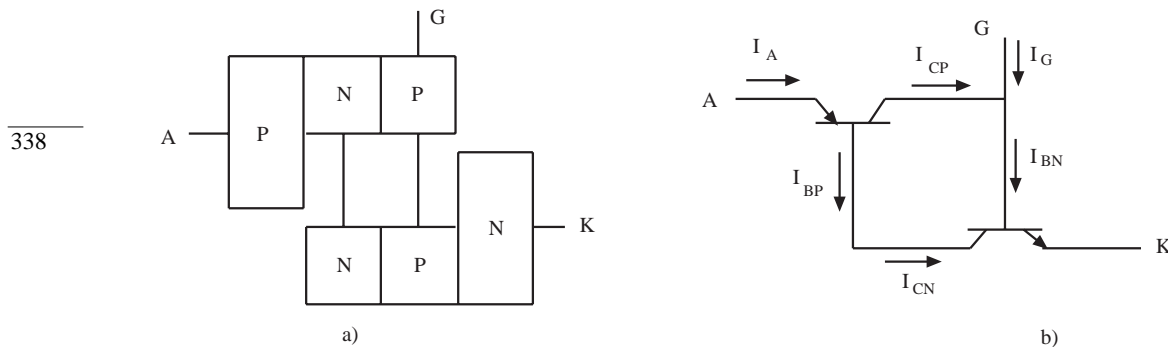


Fig. 9.10 a) Descomposición del tiristor en dos transistores. b) Circuito equivalente

Supóngase inicialmente que la corriente I_A sea nula, y que también lo sea I_G . En estas condiciones los dos transistores están en corte puesto que todas las corrientes son nulas. Es un estado estable.

Supóngase ahora que, por alguna razón, existe una corriente de base del NPN, I_{BN} , no nula. Como los transistores están en activa, la corriente de colector del NPN, I_{CN} , aumentará, y como coincide con la de base del transistor PNP, I_{BP} , provocará un aumento de la corriente I_{CP} . Por tanto, un aumento de I_{BN} provoca, a través del lazo cerrado de los dos transistores, su propio aumento. Se dice que existe una *realimentación positiva*. Esta realimentación puede provocar que las corrientes por los dos transistores aumenten indefinidamente y el tiristor entre en estado de saturación. En este estado las tres uniones están polarizadas en directa, y la caída de tensión total del tiristor equivale a la de una unión PN en directa (unos 0,7 V), ya que las tensiones de las otras dos uniones se neutralizan mutuamente.

Este mecanismo de realimentación puede ser estudiado cuantitativamente sustituyendo los transistores de la figura 9.10b por sus circuitos equivalentes, y calculando el valor de I_A . Si se desprecia la aportación de $\beta_R I_{cb}$ frente a la de $\beta_F I_{cb}$ en ambos transistores, por estar la unión colectora polarizada inversamente, resulta:

$$I_A = \frac{(\beta_{FN} + 1)I_{sc} + \beta_{FN}I_G}{1 - \beta_{FN}\beta_{FP}} \quad (9.8)$$

Recuérdese que en un transistor bipolar β_F toma valores pequeños cuando I_C es pequeña (ver figura 7.13b). En un tiristor en estado de corte, la corriente es prácticamente nula, y el producto $\beta_{FN}\beta_{FP}$ es mucho menor que la unidad, por lo que I_A (véase 9.8) será prácticamente nula si I_G lo es. Sin embargo, si I_A aumenta, sea porque se inyecta una corriente I_G , sea porque I_{sc} aumenta por entrar la unión central en su región de ruptura, aumentarán los valores de β_{FN} y de β_{FP} y cuando su producto tienda a la unidad, la expresión 9.8 muestra que I_A crecerá indefinidamente. Este crecimiento de I_A provoca que los dos transistores entren en la región de saturación. Una vez en saturación, las corrientes se mantienen elevadas y los valores de β_{FN} y β_{FP} son suficientes para que I_A tienda a infinito aunque I_G se anule e I_{sc} tome un valor pequeño.

La transición de un SCR al estado de conducción puede deberse a dos motivos. Si I_G es nula, el inicio de la realimentación positiva lo produce el crecimiento de I_{sc} debido a que la unión central inicia la ruptura. Esto se produce para una tensión v_{AK} igual a V_{DM} . Si se inyecta una corriente I_G , la condición $\beta_{FN}\beta_{FP}=1$ se da para un valor menor de la polarización inversa de la unión central del tiristor, es decir de v_{AK} , debido a que I_G produce el aumento de las corrientes que hacen aumentar las β_F de los dos transistores.

Los tiristores suelen presentar un mecanismo indeseado de disparo debido a un valor excesivo de dv_{AK}/dt . El origen de este mecanismo está en las capacidades parásitas asociadas al dispositivo. La corriente de carga del condensador parásito, similar al presente en un diodo, sería:

$$i_C = C \frac{dv_{AK}}{dt} \quad (9.9)$$

339

La corriente i_C puede desencadenar un proceso de realimentación positiva similar al desencadenado por la corriente I_G . Los fabricantes de dispositivos suelen proporcionar el valor de dv_{AK}/dt para el que se inicia este proceso indeseado de disparo. Un valor típico es de 100 V/ μ s.

Otra limitación que presentan los tiristores es el máximo valor permitido a dI_A/dt . Si la corriente I_A crece excesivamente deprisa en la transición al estado de conducción, la corriente puede concentrarse en áreas muy pequeñas en el interior del dispositivo, que pueden dañarse de forma irreversible. Un valor típico de esta limitación es de 100 A/ μ s.

Para evitar los inconvenientes producidos por un crecimiento excesivo de v_{AK} , suele disponerse de un circuito de protección en paralelo con el tiristor, tal como se indica en la figura 9.11a. Cuando v_{AK} aumenta, el condensador C se carga a través del diodo. Aunque esta corriente de carga sea elevada, el crecimiento de v_{AK} se mantiene pequeño ya que el condensador impide un cambio abrupto de la tensión en sus bornes y la caída de tensión en el diodo es pequeña. Cuando el tiristor pasa al estado de conducción, la tensión entre sus terminales disminuye abruptamente. Entonces, el condensador C se descarga a través del tiristor y la resistencia R, la cual limita la corriente de descarga de C e impide un valor elevado de dI_A/dt .

Si al SCR se le quita el terminal de puerta G, queda un dispositivo de dos terminales que se denomina *diodo Shockley*. Su característica $i-v$ coincide con la del SCR para I_G nula. Su símbolo es el que aparece en el circuito de la figura 9.11b entre el punto intermedio de C y R y la puerta G del SCR. Suele usarse en serie con la puerta del SCR para bloquear el paso de corriente mientras la tensión en G sea inferior a V_{DM} de dicho diodo, y para producir un impulso fuerte de corriente I_G cuando la tensión iguala o supera este valor.

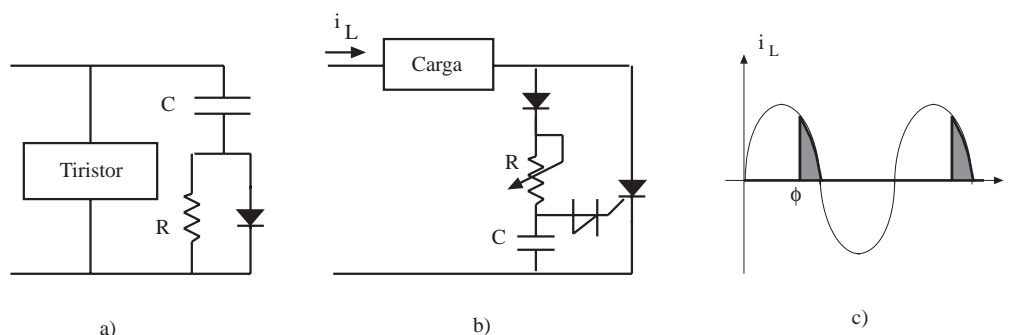


Fig. 9.11 a) Circuito de protección del tiristor. b) Circuito rectificador con control de fase. c) Forma de onda de la corriente en la carga en el circuito 9.11b

El funcionamiento del circuito 9.11b es el siguiente. Supóngase que el circuito es excitado con una tensión sinusoidal y que en el instante inicial dicha tensión es nula y el SCR está en estado de corte. Cuando la tensión sinusoidal aumenta, la corriente por la carga será nula ya que el SCR equivale a un circuito abierto y el valor de la resistencia variable es suficientemente elevado como para que la corriente que la atraviesa sea insignificante. En estas condiciones circulará una corriente por el diodo que irá cargando al condensador C. Cuando la tensión en C supere la tensión V_{DM} del diodo Shockley, éste hará la transición a su estado de conducción, la tensión entre sus terminales disminuirá abruptamente, y el condensador se descargará rápidamente con lo que generará un impulso intenso en I_G , el cual forzará la transición a conducción del SCR. A partir de este momento el SCR equivaldrá a un cortocircuito que permitirá que toda la tensión sinusoidal se aplique a la carga.

Cuando la tensión sinusoidal vuelva a pasar por cero la corriente por el SCR se anulará y provocará su paso al estado de corte. Recuérdese que para llevar al corte un SCR la corriente debe ser inferior a I_H . Durante el semiciclo negativo de la tensión sinusoidal, el SCR permanece en estado de corte (se supone que la amplitud de la senoide es inferior a V_{RM}). En el semiciclo positivo se repite el comportamiento anterior. La forma de onda resultante es la indicada en la figura 9.11c. El ángulo de "encendido" ϕ del SCR puede controlarse a través de la resistencia R. Si se disminuye su valor, aumenta la corriente que carga a C y éste llega antes a la tensión de disparo del SCR. De esta forma se controla el valor medio de la corriente entregada a la carga.

Ejemplo 9.3

Diseñar el circuito de la figura 9.11b para que pueda rectificar una tensión sinusoidal de 220 V_{ef} de amplitud y 50 Hz, con un control del ángulo de fase desde 0° a 180°, si la carga efectiva es de 10 Ω.

El SCR deberá tener unas tensiones de ruptura directa e inversa superiores a $220 \sqrt{2} = 311$ V. Deberá poder soportar una corriente de pico repetitiva de 31,1 A ($311 \text{ V}/10 \Omega$) y una corriente media de unos 10 A, ya que el valor medio es V_p/π , donde V_p es la amplitud.

Supóngase que el diodo Shockley tiene una tensión de ruptura directa de 15 V. El impulso de corriente en la puerta del SCR se originará cuando la tensión en bornes del condensador alcance una tensión algo superior a 15 V. Supóngase también que esta corriente de puerta debe ser del orden de 30 mA y debe durar como mínimo 20 μs. Para que el condensador pueda entregar esta corriente debe tener un valor mínimo de:

$$C > \frac{q}{v_c} = \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{15} = 40 \text{ nF}$$

Supóngase que se elige un valor de 100 nF. El problema restante consiste en elegir la resistencia variable que sea capaz de cargar este condensador a 15 V a partir de una señal sinusoidal, desde un tiempo prácticamente nulo hasta más de 10 ms. Evidentemente la carga rápida será para el valor mínimo de la resistencia variable, mientras que la carga más lenta será para su valor máximo.

La tensión en bornes del condensador podrá aproximarse de la siguiente forma:

$$v_c = \frac{\int_0^t dt(v_i - v_c) / R}{C} \cong \frac{1}{RC} \int_0^t v_i dt = \frac{1}{RC} \int_0^t V_p \sin(\omega t) dt$$

ya que V_p vale 311 V y v_c como máximo 15 V. La resolución de esta integral conduce a:

$$v_c \cong \frac{V_p}{\omega RC} [1 - \cos(\omega t)]$$

Como se desea que v_c valga 15 V cuando el ángulo del coseno sea 180° , resultará:

$$15 = \frac{V_p}{RC\omega} (2) \Rightarrow R \cong 1,3 \text{ M}\Omega$$

341

Es decir, que con una resistencia variable de valor máximo 1,3 MΩ puede conseguirse que el condensador se cargue a 15 V cuando el ángulo de la senoide es de 180° .

Ejercicio 9.3

Describir el comportamiento del circuito de la figura 9.12, donde la "carga" representa la resistencia efectiva de una alarma.

Solución: Cuando se acciona S_1 , S_2 o S_3 se activa la alarma, y permanece activada aunque el interruptor vuelva a abrirse. Sólo se desactiva la alarma si se corta la alimentación, abriendo el interruptor S_A .

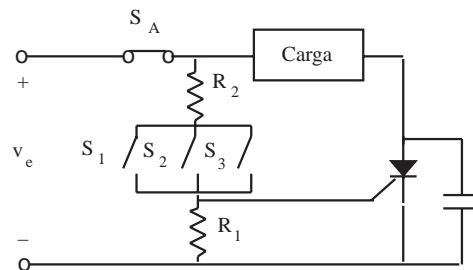


Fig. 9.12 Circuito del ejercicio 9.3

9.2.2 El triac

El triac es un tiristor bidireccional de tres terminales. Permite el paso de corriente del terminal A1 al A2 y al revés, y puede ser disparado con tensiones de puerta de ambos signos. Básicamente equivale a dos SCR opuestos y acoplados lateralmente, con una región de puerta próxima a uno de los dos terminales. Su estructura esquemática se representa en la figura 9.13b.

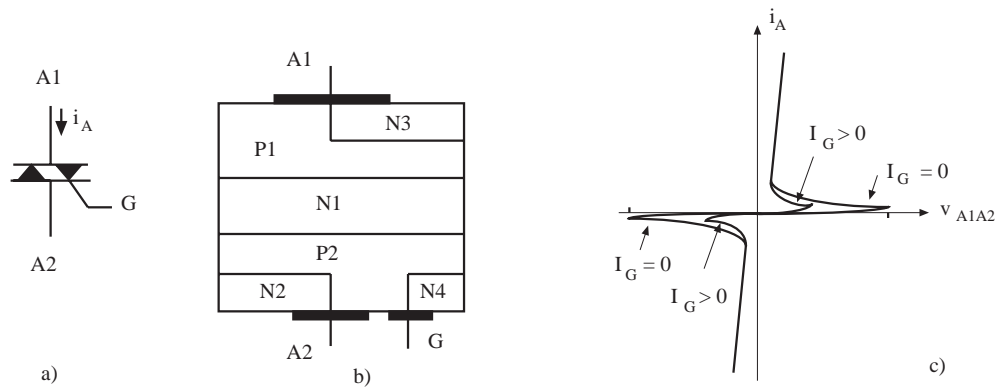


Fig. 9.13 a) Símbolo. b) Estructura física simplificada de un triac. c) Característica i-v del triac

Su característica i-v se representa en la figura 9.13c. Como puede observarse, equivale a dos SCR conectados en paralelo y con el cátodo y el ánodo invertidos el uno respecto al otro. Presenta estado de conducción tanto para i_A positivo como negativo, y puede ser disparado desde el estado de corte al de conducción tanto para v_{A1A2} positiva como negativa. Además, la corriente de puerta que fuerza la transición del estado de corte al de conducción puede ser tanto positiva como negativa. En general, sin embargo, las tensiones y corrientes necesarias para producir la transición del triac son distintas según sean las polaridades de las tensiones aplicadas.

342

Un dispositivo cuya característica i-v es similar a la del diodo Shockley pero bidireccional es el *diac*. Su símbolo y característica i-v se representan en la figura 9.14. Consiste en una estructura de tres capas, similar a la del transistor bipolar aunque sin terminal de base. La tensión a la que se produce la transición al estado de conducción suele ser de unos 25 a 40 V, siendo la disminución de la tensión entre sus terminales, al pasar al estado de conducción, de unos 10 V. Suele utilizarse fundamentalmente en los circuitos de disparo de los triacs.

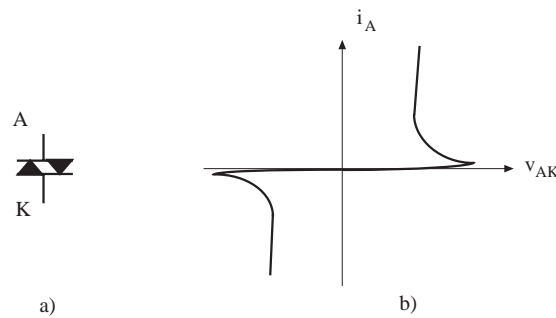


Fig. 9.14 a) Símbolo del diac. b) Característica i-v del diac

Una aplicación típica del triac es como rectificador con control de fase (véase la figura 9.15), una de cuyas aplicaciones es el control continuo de la intensidad de una fuente de luz. Obsérvese que este circuito puede obtenerse a partir del de la figura 9.11b, sustituyendo el SCR por el triac y el diodo Shockley por el diac. La ventaja de este circuito es que permite un mejor aprovechamiento de la energía de la tensión alterna, ya que permite el control de fase tanto en los semiciclos positivos como negativos.

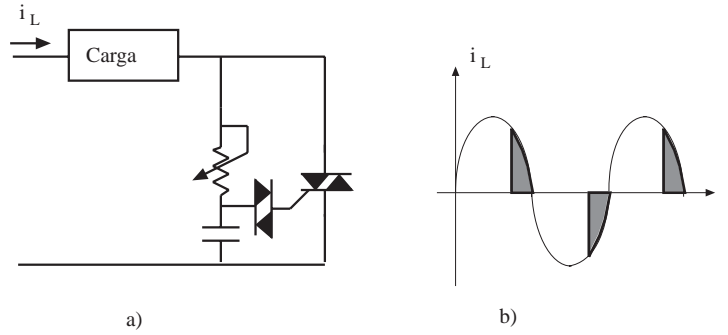


Fig. 9.15 a) Circuito rectificador con control de fase usando un triac y un diac.
b) Forma de onda de la corriente de salida

9.2.3 El GTO y el IGBT

El GTO y el IGBT son dos representantes de la familia de los interruptores controlados. A diferencia del SCR y del triac, estos dispositivos pueden ser conmutados del estado de conducción al de corte mediante un impulso aplicado a su puerta. A diferencia del transistor bipolar y del MOS, pueden bloquear la corriente en sentido inverso.

El *GTO* es un miembro de la familia de los tiristores. Su nombre procede de las iniciales de las palabras inglesas *Gate Turn-Off Switch*, que significa interruptor abierto por puerta. Es decir, se trata de un tiristor que, además de conmutar de corte a conducción mediante un impulso de puerta, también puede hacer la conmutación inversa de conducción a corte mediante otro impulso. Su símbolo y su característica i-v se representan en la figura 9.16.

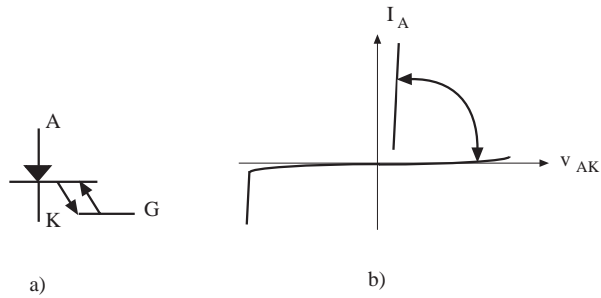


Fig. 9.16 a) Símbolo del GTO. b) Curva i-v

Supóngase que el GTO está en el estado de conducción. En el circuito equivalente de dos transistores de la figura 9.10, la corriente I_{BN} puede aproximarse por:

$$I_{BN} = I_{CP} + I_G \cong \alpha_P I_A + I_G \quad (9.10)$$

Por otra parte, I_{CN} vale aproximadamente:

$$I_{CN} = I_{BP} \cong (1 - \alpha_P) I_A \quad (9.11)$$

Para que el transistor NPN abandone la región de saturación (estado de conducción) se requiere que:

$$I_{BN} < \frac{I_{CN}}{\beta_N} \quad (9.12)$$

Usando las dos ecuaciones anteriores se llega a:

$$I_G < -\frac{\alpha_P(\beta_N + 1) - 1}{\beta_N} I_A = -\frac{I_A}{\beta_{off}} \quad (9.13)$$

Es decir, se requiere una corriente de puerta negativa de valor I_A/β_{off} . Para que este valor de I_G sea relativamente pequeño se necesita que β_{off} sea lo mayor posible, lo que se consigue diseñando la estructura física del GTO de forma que β_N sea grande y α_P pequeña.

Cuando se cumple 9.12 durante un cierto tiempo, el transistor NPN abandona la región de saturación y entra en la región activa. Por tanto, la corriente I_{CN} disminuye, lo que implica la disminución de I_{BP} , lo cual fuerza que el transistor PNP salga también de saturación. La disminución de I_{CP} produce una nueva disminución de I_{BN} , y este proceso de realimentación positiva acaba cuando ambos transistores alcanzan el estado de corte.

El nombre de *IGBT* procede de las iniciales de las palabras inglesas *Insulated Gate Bipolar Transistor*, es decir, transistor bipolar de puerta aislada. Tal como sugiere este nombre, se trata de un dispositivo híbrido entre el transistor bipolar y el MOS. Su símbolo, estructura y característica i-v se representan en la figura 9.17.

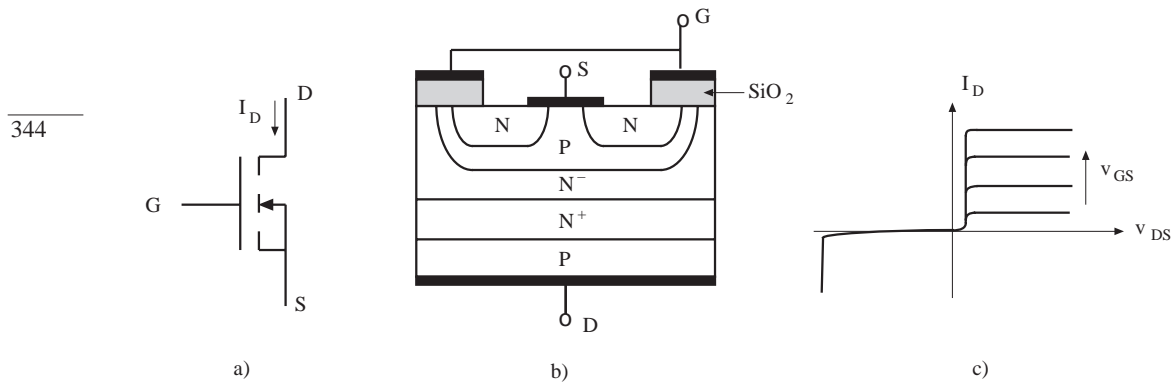


Fig. 9.17 a) Símbolo del IGBT. b) Estructura. c) Curvas características

De forma similar al transistor MOS, el IGBT presenta una alta resistencia de puerta, ya que la puerta es esencialmente un condensador, por lo que se requiere solamente una pequeña cantidad de energía para conmutar el interruptor. Como en el transistor bipolar, la caída de tensión en estado de conducción (saturación) es muy pequeña. Al igual que el GTO, el IGBT puede ser diseñado para permanecer en estado de corte cuando se le aplican tensiones negativas. Sus prestaciones en cuanto a la potencia que puede controlar y su velocidad de conmutación ocupan una posición intermedia entre los tiristores (máxima potencia) y los transistores MOS (máxima velocidad de conmutación).

Además de los dispositivos descritos en estos apartados también existen otros que tienen aplicación en el área de la electrónica de potencia. Entre estos se pueden mencionar los tiristores activados por luz, los tiristores controlados por campo y los dispositivos basados en el JFET. Su descripción, sin embargo, supera el alcance de este texto.

Ejemplo 9.4

El circuito de la figura 9.18 es un convertidor de continua a continua con reducción de tensión. El circuito utiliza un interruptor controlado por la señal v_s , que puede ser un transistor bipolar, un transistor MOS o un IGBT. Este interruptor está cerrado un tiempo t_c y abierto un tiempo t_a . Esta secuencia (cerrado - abierto) se repite periódicamente con un período $T_s = t_c + t_a$. Se pide: a) Describir el funcionamiento del circuito 9.18a y hallar la tensión de salida. b) Describir el funcionamiento del circuito 9.18b.

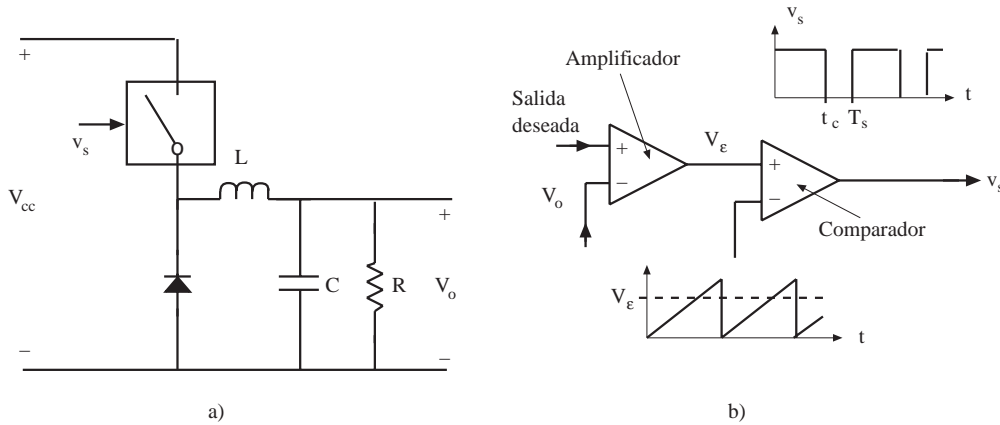


Fig. 9.18 a) Convertidor reductor DC-DC. b) Circuito generador de la señal de control

a) Cuando el interruptor está cerrado la tensión V_{cc} polariza inversamente al diodo, por lo que éste equivale a un circuito abierto. Suponiendo que la tensión de salida V_o sea constante, la caída de tensión en terminales de la bobina es el valor constante $V_{cc} - V_o$. Este valor constante de la caída de tensión produce un valor constante de la derivada de la intensidad por la bobina, por lo que ésta aumenta de forma lineal. El aumento de i_L durante el tiempo t_c será, por tanto:

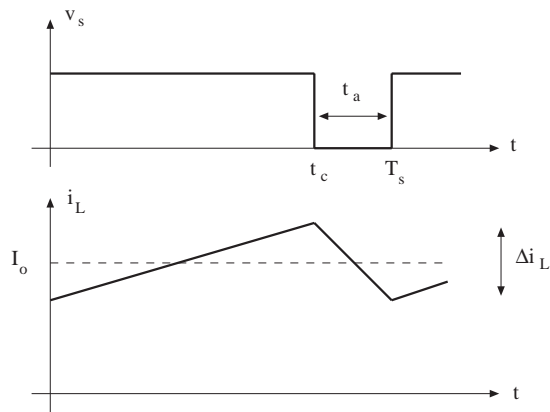
$$\Delta i_L = \frac{di_L}{dt} t_c = \frac{V_{cc} - V_o}{L} t_c$$

Cuando el interruptor se abre la corriente de la bobina mantiene la continuidad a través del diodo. Si se ignora la pequeña caída de tensión por el diodo, la tensión aplicada en bornes de la bobina será $-V_o$. De forma similar al caso anterior, la corriente en la bobina disminuirá de forma lineal. La disminución de i_L durante el tiempo t_a será:

$$\Delta i_L = \frac{di_L}{dt} t_a = \left(-\frac{V_o}{L}\right) t_a$$

Estas variaciones de i_L según sea la señal v_s se representan en la figura 9.19. En régimen permanente, el aumento de i_L debe ser el mismo que su disminución. Por tanto:

$$\frac{V_{cc} - V_o}{L} t_c = \frac{V_o}{L} t_a$$

Fig. 9.19 Variación de i_L según la señal v_s

A partir de esta expresión se obtiene de inmediato:

$$V_o = V_{cc} \frac{t_c}{T_s}$$

Se deja como ejercicio al lector la demostración de que la variación de la tensión de salida es aproximadamente:

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} \approx \frac{t_a T_s}{8LC}$$

Para ello, supóngase que el incremento de carga en el condensador es:

$$\Delta q_C = \frac{1}{2} \frac{\Delta i_L}{2} \frac{T_s}{2}$$

b) El circuito de la figura 9.18b es el que genera la señal v_s que gobierna el interruptor y mediante ella controla el valor de la tensión de salida V_o . Su funcionamiento es el siguiente. El valor de la tensión de salida, V_o , se compara con el valor deseado. La diferencia, amplificada, es V_e . Esta tensión se compara con una señal en diente de sierra. Si V_e es superior al diente de sierra, la salida del comparador es alta. Si es inferior es baja.

Si por alguna razón V_o disminuyera, la tensión de error V_e aumentaría, y al compararse con el diente de sierra, daría señal alta durante más tiempo. Es decir, aumentaría t_c y en consecuencia V_o . De forma similar, si V_o aumentara, el circuito produciría un t_c menor, que haría disminuir V_o .

Ejercicio 9.4

El circuito de la figura 9.20 es un convertidor de continua a continua con elevación de tensión. Describir el funcionamiento del circuito y hallar la tensión de salida. Supóngase que v_s tiene la forma del ejemplo anterior.

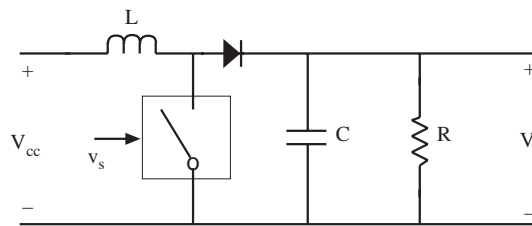


Fig. 9.20 Convertidor elevador DC-DC

Solución: $V_o = V_{cc} \frac{T_s}{t_a}$

9.3 El transistor de efecto de campo de unión (JFET)

El transistor de efecto de campo de unión, también denominado JFET (iniciales de su nombre en inglés *Junction Field Effect Transistor*) es un dispositivo de tres terminales. La corriente fluye entre los terminales de drenador y surtidor, y está controlada por la tensión aplicada entre el terminal de puerta y el de surtidor. Hay dos tipos de JFET: el de canal N y el de canal P. Sus estructuras físicas simplificadas y sus símbolos se representan en la figura 9.21.

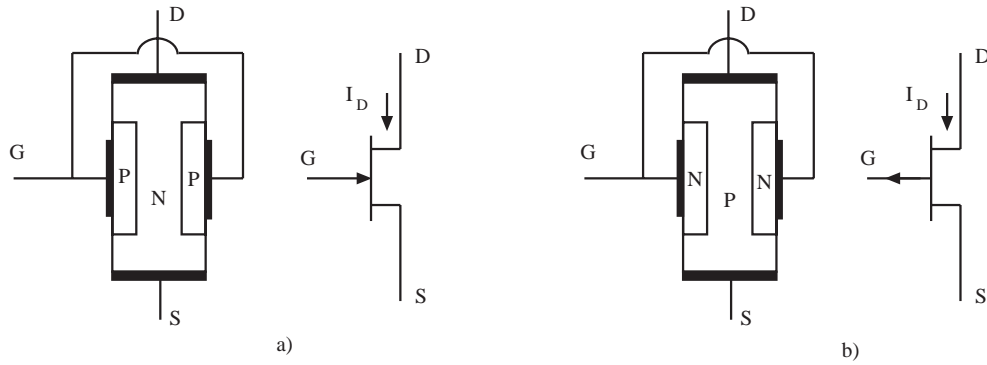


Fig. 9.21 Estructura física y símbolo del JFET. a) De canal N. b) De canal P

En el JFET de canal N la corriente circula por la región N, que se extiende entre los contactos de drenador y surtidor. Obsérvese que en este dispositivo existe una unión PN entre el terminal de puerta y el canal N. En su funcionamiento como transistor esta *unión PN* siempre debe estar *polarizada inversamente*. Entonces la corriente de puerta será aproximadamente cero. Cuando aumenta la polarización inversa de dicha unión, la anchura efectiva del canal N disminuye (véase el capítulo 10) y, en consecuencia, aumenta la resistencia del canal. Por dicha razón, para una misma tensión aplicada entre drenador y surtidor, la corriente disminuye al polarizar más inversamente la unión PN de puerta. De forma similar, en el JFET de canal P la corriente circula por la región P, entre drenador y surtidor. La anchura del canal es modulada por la polarización inversa aplicada a la unión PN de puerta.

En la figura 9.22 se representan las curvas características del JFET de canal N. Nótese que tienen una forma similar a las del transistor MOS. Existe una región próxima al origen denominada región óhmica, y otra región más alejada, en la que las curvas son rectas casi horizontales, que se denomina región de saturación. La separación entre ambas regiones viene dada por la curva:

$$V_{DSsat} = V_{GS} - V_p \quad (9.14)$$

donde V_p es un parámetro del JFET denominado tensión de estrangulamiento del canal (en inglés, *pinch-off*). Esta expresión significa que, fijada una tensión V_{GS} , la región de saturación ocurre para tensiones V_{DS} mayores que V_{DSsat} dada por 9.14.

En la región de saturación, la corriente es casi independiente de V_{DS} , y se suele aproximar por:

$$I_D = I_{DSS} \left[1 - \frac{V_{GS}}{V_p} \right]^2 \quad (9.15)$$

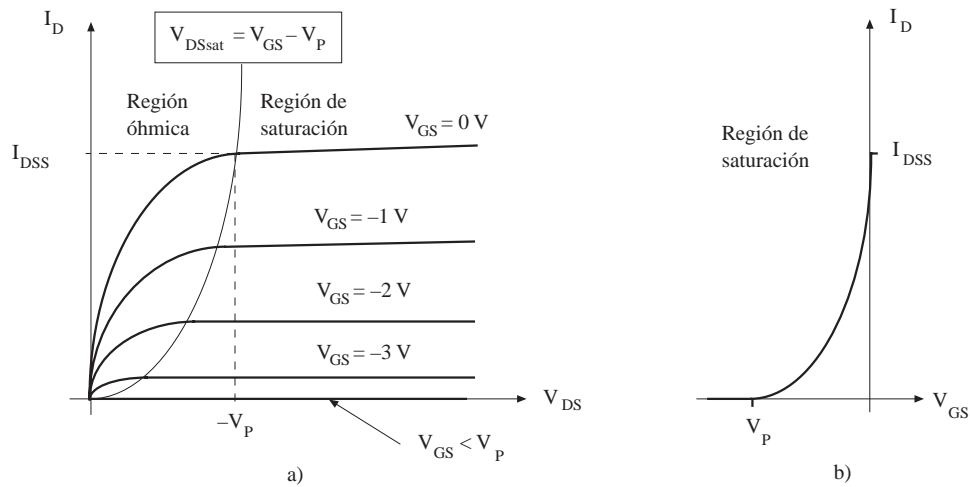


Fig. 9.22 a) Curva de salida del JFET de canal N. b) Curva de transferencia

que sigue una ley parabólica similar a la que presenta el transistor MOS en la región de saturación. En el JFET de canal N, sin embargo, los valores de V_{GS} son negativos mientras que en el MOS de canal N eran positivos. El mayor valor posible es $V_{GS} = 0$, debido a la necesidad de mantener la unión PN de puerta polarizada inversamente. Por esto, el mayor valor posible de I_D es I_{DSS} . La corriente se hace nula cuando $V_{GS} = V_P$ (notése que V_P tiene un valor numérico negativo).

348

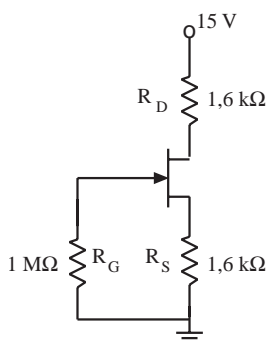
Por similitud con el transistor MOS, la característica en la región óhmica puede aproximarse por:

$$I_D = \frac{2I_{DSS}}{V_P^2} \left[(V_{GS} - V_P)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right] \quad (9.16)$$

aunque a veces se aproxima de forma más simple y menos precisa, suponiendo que la región óhmica se reduce a una recta:

$$I_D \cong I_{DSS} \frac{V_{DS}}{|V_P|} \quad (9.17)$$

Ejemplo 9.5



Hallar el punto de trabajo del JFET en el circuito de la figura 9.23. Tómesese $I_{DSS} = 10 \text{ mA}$ y $V_P = -8 \text{ V}$.

Como la corriente de puerta es nula, la tensión V_{GS} será:

$$V_{GS} = -I_D R_S = -I_D \cdot 1,6 \cdot 10^3$$

Fig. 9.23 Circuito del ejemplo 9.5

Suponiendo que el JFET trabaje en la región de saturación:

$$I_D = I_{DSS} \left[1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right]^2 = 10 \cdot 10^{-3} \left[1 - \frac{V_{GS}}{-8} \right]^2$$

Combinando estas dos ecuaciones resulta:

$$V_{GS}^2 + 20V_{GS} + 64 = 0$$

cuyas soluciones son $V_{GS} = -4$ V y $V_{GS} = -16$ V. La segunda de estas soluciones no tiene sentido físico, ya que, al ser una tensión inferior a V_P , el JFET estaría en estado de corte, I_D sería nula y, por tanto, también lo sería V_{GS} . En consecuencia, la solución correcta es $V_{GS} = -4$ V.

Sustituyendo este valor en la segunda de las ecuaciones se obtiene $I_D = 2,5$ mA. Con este valor de I_D puede calcularse V_{DS} :

$$V_{DS} = 15 - I_D(R_D + R_S) = 7 \text{ V}$$

Este resultado confirma que la hipótesis de que el JFET trabaja en saturación es correcta, puesto que V_{DS} es mayor que $V_{GS} - V_P$ que es igual a 4 V.

Ejercicio 9.5

349

Calcular el valor de V_P del JFET del circuito del ejemplo anterior si la corriente de drenador fuera de 1 mA e I_{DSS} valiera 9 mA.

Solución: $V_P = -2,4$ V.



Una de las aplicaciones importantes del JFET es como amplificador de alta resistencia de entrada. La alta resistencia de entrada se debe a que entre puerta y surtidor está una unión PN polarizada inversamente. Para ilustrar esta aplicación se va a deducir, en primer lugar, el modelo de pequeña señal del JFET.

El incremento de la corriente de drenador puede expresarse de la siguiente forma:

$$dI_D = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \right|_{V_{DS}=Cte} dV_{GS} + \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \right|_{V_{GS}=Cte} dV_{DS} \quad (9.18)$$

por lo que el modelo incremental será:

$$\Delta I_D = g_{fs} \Delta V_{GS} + g_{os} \Delta V_{DS} \quad (9.19)$$

Para trabajar como amplificador se procura que el JFET esté en la región de saturación, ya que en esta región presenta mayor ganancia y márgenes dinámicos. El valor del parámetro g_{fs} será:

$$g_{fs} = g_m = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \right|_Q = \frac{2I_{DSS}}{(-V_P)} \left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_P} \right) \quad (9.20)$$

Para tener un valor elevado de g_m debe operarse con un valor de polarización de V_{GS} próximo a 0 V. Al igual que se hacía con el transistor MOS, el valor de g_{os} suele aproximarse por:

$$g_{os} = \frac{1}{r_o} \cong \frac{I_{DQ}}{(1/\lambda)} \quad (9.21)$$

donde λ tiene el mismo significado que en las curvas del transistor MOS.

Como I_G es prácticamente nula, la puerta debería estar aislada de drenador y de surtidor. Sin embargo, para tener en cuenta los efectos capacitivos de la unión PN, se suele modelar la entrada del JFET en pequeña señal mediante dos redes RC, tal como se muestra en la figura 9.24.

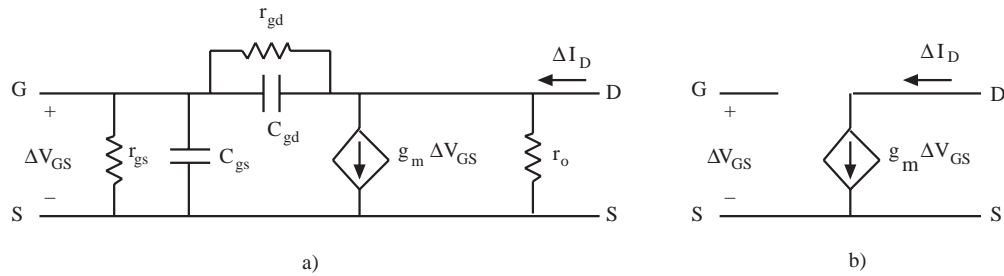


Fig. 9.24 a) Circuito equivalente del JFET en pequeña señal. b) Circuito simplificado en baja frecuencia

Ejemplo 9.6

Hallar la ganancia de tensión y la resistencia de entrada del circuito de la figura 9.25a. Suponer $V_p = -8$ V, $I_{DSS} = 10$ mA.

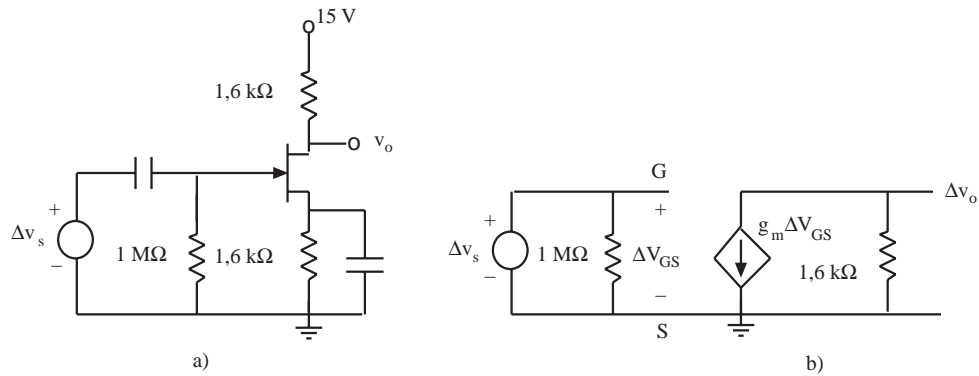


Fig. 9.25 a) Circuito del ejemplo 9.6. b) Circuito equivalente en pequeña señal

El circuito en continua es el analizado en el ejemplo 9.5. El punto de trabajo en reposo es, por tanto, $V_{GSQ} = -4 \text{ V}$ e $I_{DQ} = 2,5 \text{ mA}$. El parámetro g_m se calcula aplicando 9.20. Su valor resulta ser:

$$g_m = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ A/V}$$

El análisis del circuito incremental conduce a:

$$\Delta v_o = -1,6 \cdot 10^3 \cdot g_m \cdot \Delta v_{GS}$$

$$\Delta v_{GS} = \Delta v_s$$

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_s} = -2$$

Por otra parte, inspeccionando el circuito 9.25b, de inmediato se observa que la resistencia de entrada es la resistencia entre puerta y masa, cuyo valor se puede elegir en un amplio margen, debido a que por ella circula una corriente prácticamente nula (la corriente inversa de saturación de la unión de puerta del JFET). En este circuito $R_i = 1 \text{ M}\Omega$.

Ejercicio 9.6

Diseñar una etapa amplificadora similar a la del circuito 9.25a de ganancia de tensión -5 y resistencia de entrada $5 \text{ M}\Omega$, usando el mismo JFET que en el ejemplo 9.5.

351

Solución: Una posible solución es: $R_G = 5 \text{ M}\Omega$; $R_S = 5,5 \text{ k}\Omega$; $R_D = 6,4 \text{ k}\Omega$; $V_{DD} = 15 \text{ V}$.

Cuestiones

- C9.1** ¿Por qué los diodos electroluminiscentes suelen tener una tensión umbral mayor que $0,7 \text{ V}$?
- C9.2** Citar ventajas y desventajas de un fotodiodo respecto a un fototransistor.
- C9.3** Supónganse dos células solares idénticas en serie. ¿Cuáles serán la tensión y corriente del conjunto si ambas están igualmente iluminadas? ¿Y si una de ellas no se ilumina?
- C9.4** ¿Podría realizarse un optoacoplador usando cualquier LED y cualquier fotodiodo? ¿Por qué?
- C9.5** ¿Por qué un diodo de cuatro capas polarizado inversamente no presenta realimentación positiva?
- C9.6** Describir las coincidencias y diferencias entre un SCR y un GTO. ¿A qué se deben?
- C9.7** ¿Por qué la potencia controlable por un transistor MOS es inferior a la de un transistor bipolar? ¿Por qué su velocidad de conmutación es mayor?
- C9.8** Describir las coincidencias y diferencias entre un transistor MOS y un JFET.
- C9.9** Comparar los valores de g_m de un transistor bipolar y de un JFET usando valores típicos. ¿Por qué el transistor bipolar es "mejor" amplificador que el JFET?
- C9.10** ¿Qué fenómeno limita el valor de la resistencia de puerta R_G en un amplificador con JFET?

Problemas

- P9.1** Diseñe un circuito que permita visualizar una señal binaria cuyo valor alto es de 5 V y el bajo de 0 V. Use solamente una resistencia y un LED de 2 V de tensión umbral y 15 mA de intensidad para que emita luz.
- P9.2** Desea realizarse un optoacoplador usando el LED del problema anterior y un fototransistor. Diseñe el circuito receptor de la señal emitida por el LED, de forma que permita reproducir la señal eléctrica binaria que excitaba el LED. Suponga un factor de transferencia de corriente del 5%.
- P9.3** ¿Cuál será la potencia nominal de un panel fotovoltaico formado por 36 células solares conectadas en serie bajo una radiación de 100 mW/cm²? Suponga las células circulares de 10 cm de diámetro, con una eficiencia del 15%, un factor de curva FF de 0,80, y una tensión de circuito abierto de 0,6 V. ¿Cuál será la tensión que proporcionará el panel en circuito abierto?
- P9.4** El circuito de la figura P9.4 es un generador de una señal en diente de sierra. Calcule la frecuencia de dicha señal, sabiendo que el diodo Shockley tiene una tensión de ruptura de 12 V.

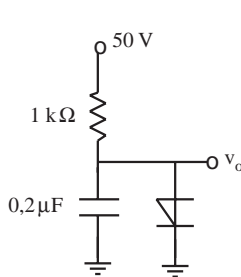


Fig. P9.4

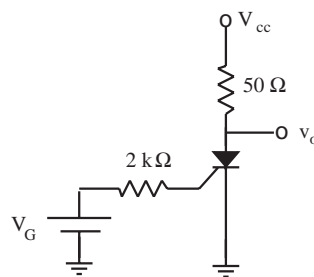


Fig. P9.5

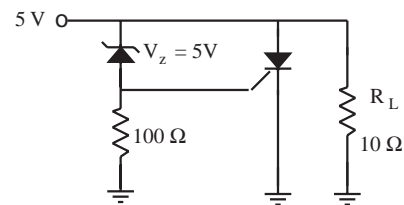


Fig. P9.6

- P9.5** El SCR de la figura P9.5 requiere una tensión de puerta de 0,7 V y una corriente de puerta de 3 mA para provocar la transición al estado de conducción. La corriente de mantenimiento es de 5 mA. ¿Qué tensión V_G se requiere para disparar el SCR? ¿Qué tensión V_{CC} se requiere para que el SCR se corte?
- P9.6** El circuito de la figura P9.6 se usa para proteger de sobretensiones la carga R_L . Explique el funcionamiento del circuito, suponiendo que por alguna razón la alimentación de 5 V aumenta, y calcule la tensión a la que el SCR pasará al estado de conducción. Suponga que para provocar la transición al estado de conducción del SCR se requiere una tensión de puerta de 0,75 V y una corriente de puerta de 20 mA.
- P9.7** Diseñe el circuito de la figura 9.15 para que pueda realizarse el control del ángulo de fase entre 30° y 150°. Suponga que el diac tiene una tensión de ruptura de 30 V, y que el triac se dispara para una tensión de puerta de 1 V y una corriente de puerta de 15 mA durante 20 μs. Suponga una tensión de entrada de 220 V_{ef}.
- P9.8** El circuito de la figura es un regulador de tensión conmutado (estabilizador). La tensión de entrada es una señal senoidal de 8 V_{ef} y se desea obtener a la salida una tensión continua prácticamente constante de 8 V sobre una carga R_L de 8 Ω. Un sistema de control, que no se detalla, abre y cierra el circuito a una frecuencia de 20 kHz. D_1 y D_2 son ideales.

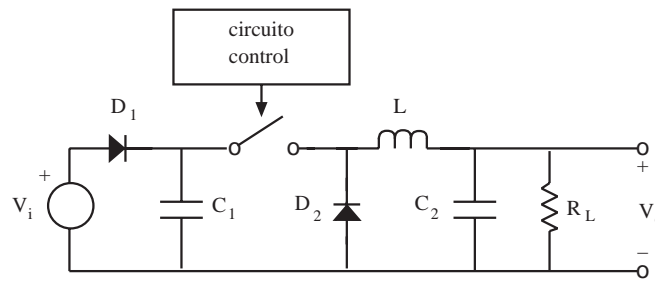


Fig. P9.8

a) Considerando el interruptor abierto siempre, ¿qué valor tomará v_1 ? ¿Qué función realiza D_1 ? Como hipótesis de trabajo (que luego se verificará) se supondrá que v_1 y v_o se mantienen constantes (aproximadamente) lo cual es razonable si suponemos que las capacidades C_1 y C_2 son grandes. En $t=0$ se cierra el interruptor. b) ¿En qué estado se encuentra D_2 ? c) Hallar y dibuje la evolución temporal de la corriente que circula por L (suponer un valor inicial I_0 mayor que 0) desde $t=0$ hasta $t=t_1$. En $t=t_1$ se abre el interruptor. d) ¿En qué estado se encuentra D_2 ? Justifique la necesidad de este diodo. e) Halle y dibuje la evolución temporal de la corriente que circula por L desde $t=t_1$ hasta $t=T$. f) ¿Qué valor debe tomar t_1 para que $i_L(T) = i_L(0)$? g) Teniendo en cuenta la tensión de salida y la carga, ¿cuánto vale la corriente nominal (componente constante) que circula por L ? h) ¿Qué valor debe tomar L como mínimo para que $\Delta i_L \leq 1\%$ de la corriente nominal? i) ¿Qué valores de capacidad deben tener por lo menos C_1 y C_2 para que las tensiones v_1 y v_o varíen menos del 1% (y así cumplir la hipótesis de trabajo)?

353

- P9.9** En el circuito de la figura P9.4 se sustituye la resistencia por un JFET de canal N con la puerta cortocircuitada con el surtidor. El JFET tiene una tensión de estrangulamiento de -4 V y una I_{DSS} de 20 mA. ¿Cuál debe ser la tensión de ruptura del diodo Shockley para que el JFET actúe como fuente de corriente?
- P9.10** Calcule la ganancia de tensión y la resistencia de entrada del amplificador de la figura P9.10, sabiendo que el JFET tiene una I_{DSS} de 10 mA y una V_p de -4 V.

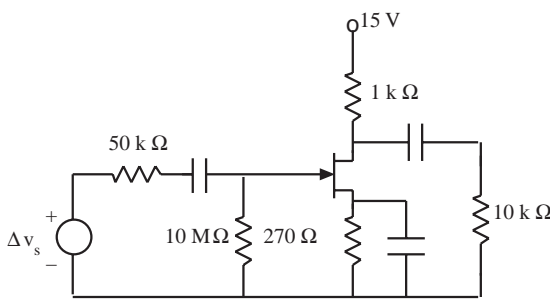


Fig. P9.10

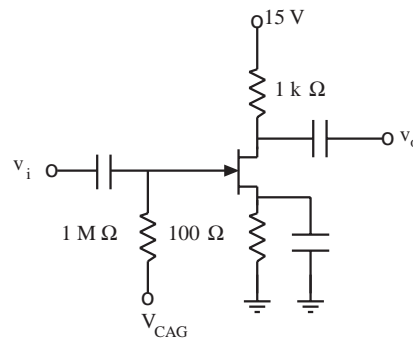


Fig. P9.11

- P9.11** El circuito de la figura P9.11 se usa para el control automático de ganancia. La señal de salida, que se supone sinusoidal, es rectificada y filtrada, de forma que V_{CAG} es una tensión negativa de valor proporcional a la amplitud de la sinusoide. Se desea que cuando la amplitud de la sinusoide de salida aumente (V_{CAG} más negativa) la ganancia disminuya, y viceversa. Calcule la ganancia del circuito cuando V_{CAG} es cero y cuando vale -3 V. Tomar $I_{DSS} = 12$ mA y $V_p = -4$ V.
- P9.12** El circuito de la figura P9.12 utiliza el JFET como interruptor. La tensión v_i es una señal de 20 mV pico a pico. ¿Cuál será v_o cuando $V_{GS} = 0$ V? ¿Y cuando valga -3 V? Considere para el JFET $I_{DSS} = 12$ mA y $V_p = -2$ V.

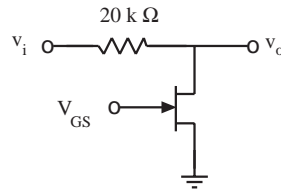


Fig. P9.12

Capítulo 10

Teoría y tecnología de dispositivos semiconductores

En los capítulos que anteceden, se describieron los dispositivos electrónicos a partir de sus características terminales, y se explicó *cómo funcionaban*. Un objetivo central de este capítulo es justificar brevemente *por qué funcionan así*. Otro objetivo es introducir al lector en la tecnología de fabricación de estos dispositivos. La evolución de la tecnología electrónica en los últimos tiempos tiende hacia la realización de circuitos y sistemas en forma de circuitos integrados, lo que comporta la colaboración entre técnicos diseñadores de circuitos y técnicos fabricantes de dispositivos y circuitos integrados. Y la eficacia de esta cooperación mejorará en la medida en que ambos posean un vocabulario común. Por esta razón es importante que las personas que diseñan circuitos y sistemas conozcan los principios de la teoría de los dispositivos y su tecnología, y viceversa.

355

10.1 Conducción eléctrica en semiconductores

Los dispositivos que se estudiarán en este capítulo son el diodo de unión PN, el transistor bipolar y el transistor MOS. Todos ellos se fabrican con materiales semiconductores, por lo que es imprescindible iniciar su estudio con una breve descripción de las principales características de la conducción eléctrica en dichos materiales.

10.1.1 Estructura cristalina de los semiconductores

Los semiconductores son materiales que ocupan una posición intermedia entre los aislantes y los conductores. Los primeros poseen muy pocas cargas móviles y, en consecuencia, presentan una resistencia muy alta al paso de la corriente (idealmente una resistencia infinita). La resistencia eléctrica que presentan los segundos es muy baja (idealmente cero) debido a su riqueza en dichas cargas. Los semiconductores suelen ser aislantes a cero grados Kelvin, y permiten el paso de corriente a la temperatura ambiente. Esta capacidad de conducir corriente puede ser controlada mediante la introducción en el material de átomos diferentes al del semiconductor, denominados *impurezas*. Cuando un semiconductor posee impurezas se dice que está *dopado*.

El material semiconductor más utilizado en la tecnología actual es el silicio (Si). También se utilizan para aplicaciones especiales (optoelectrónica, operación a muy alta velocidad,...) otros semiconductores, como el arseniuro de galio (AsGa), y semiconductores compuestos (AlGaAs, PGaAsIn,...).

Debido a la utilización destacada del silicio, lo consideraremos durante este capítulo como el semiconductor de referencia.

Según el grado de ordenación de sus átomos, los sólidos se clasifican en:

- *Amorfos*: cuando no hay ninguna ordenación
- *Monocristalinos*: si todos sus átomos están perfectamente ordenados
- *Policristalinos*: cuando el sólido está formado por una agrupación de monocristales.

Los dispositivos electrónicos que estudiaremos en este capítulo se fabrican normalmente en un semiconductor monocristalino.

El átomo de silicio posee catorce electrones. De éstos, los cuatro más alejados del núcleo son los electrones de valencia que participan en los enlaces con otros átomos. El silicio es, por tanto, un *átomo tetravalente*.

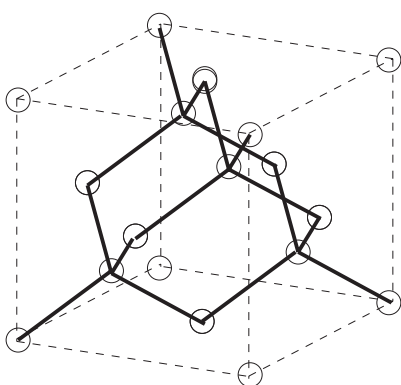


Fig. 10.1 Estructura cristalina del silicio

El silicio que se utiliza para fabricar dispositivos electrónicos es un monocristal cuya estructura cristalina se denomina de diamante (figura 10.1). Cada átomo de silicio está unido a otros cuatro mediante enlaces covalentes. Un enlace covalente se forma entre dos átomos que comparten dos electrones. Cada uno de los electrones del enlace es aportado por un átomo diferente. Tal como se indica en la figura, la célula básica del cristal es un cubo de 5,43 angstroms de arista (1 Angstrom = $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$). Esta estructura conlleva una densidad de $5 \cdot 10^{22}$ átomos de silicio por centímetro cúbico.

Resulta muy engorroso trabajar con la representación cristalina tridimensional que se ha descrito. Por ello suele recurrirse a un esquema bidimensional, denominado *modelo de enlaces*, en el que se representa la característica esencial de la estructura cristalina: cada átomo está unido a cuatro átomos vecinos mediante enlaces covalentes (figura 10.2). En este modelo cada átomo dedica sus cuatro electrones de valencia a constituir cuatro enlaces covalentes.

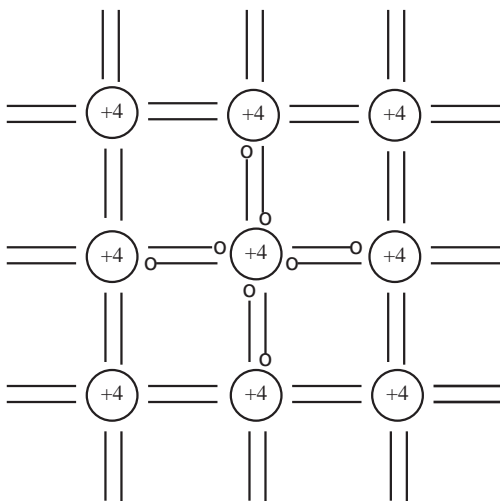


Fig. 10.2 Modelo bidimensional de enlaces para el silicio. Los círculos grandes representan el núcleo y los electrones internos. Nótese que la carga total de cada átomo es nula, ya que la carga "+4" es neutralizada por los cuatro electrones de valencia que completan la envoltura electrónica. El enlace entre dos átomos está constituido por un enlace covalente, formado por dos electrones de valencia que son compartidos por los dos átomos. Cada electrón del enlace es aportado por uno de los átomos

10.1.2 Semiconductores intrínsecos

Un semiconductor se denomina intrínseco cuando no contiene átomos extraños al material semiconductor y tiene una estructura perfectamente cristalina.

Un semiconductor intrínseco tiene la propiedad de ser aislante a cero grados Kelvin. Los electrones de valencia están ligados al enlace covalente y los electrones de las capas más interiores lo están al núcleo. Al aplicar un campo eléctrico no circula corriente porque no hay cargas móviles: el semiconductor es un aislante.

Un electrón que forma parte de un enlace covalente está fuertemente ligado a él. Hace falta proporcionarle como mínimo una energía E_g para conseguir arrancarlo del enlace y que pueda moverse libremente por el cristal. Esta energía E_g se denomina energía de la *banda prohibida* (en inglés la banda prohibida recibe el nombre de *gap*, por lo que a veces es llamada energía del *gap*).

Si se aumenta la temperatura a partir del cero absoluto, los átomos del cristal vibran alrededor de su posición de equilibrio. Se dice que tienen una energía de vibración o *energía térmica*. La física cuántica pone de manifiesto que la energía se presenta en forma de paquetes indivisibles, denominados *cuantos de energía*, los cuales pueden tener distinto tamaño. Un electrón de valencia puede absorber un cuanto de energía de valor mayor o igual que E_g y liberarse de su atadura al enlace covalente. Este *electrón libre* no está atado a un átomo particular y puede moverse libremente por el cristal, dejando tras él un *enlace covalente roto* (ver figura 10.3a).

Cuando se aplica al cristal un campo eléctrico, éste ejerce una fuerza sobre el electrón libre que le obliga a desplazarse en sentido contrario al campo eléctrico. Este movimiento del electrón libre en respuesta al campo eléctrico da lugar a una corriente eléctrica. Por esto se denomina al electrón libre *portador de corriente*.

El enlace covalente roto ejerce una fuerza sobre los electrones de su entorno, puesto que hay un desequilibrio cristalino que "reclama" la reconstrucción del enlace. La intensidad de esta fuerza provoca que, con muy poca energía, un electrón de valencia próximo salte a la posición del enlace roto y lo rehaga. Pero con este movimiento, el electrón que ha saltado deja tras de sí un nuevo enlace covalente roto. En definitiva, todo ocurre como si el enlace covalente roto se moviera libremente dentro del cristal.

Al aplicar un campo eléctrico, la fuerza que ejerce el enlace roto se combina con la que ejerce el campo y se favorecen los saltos de los electrones de valencia que están situados en la dirección y sentido marcado por el campo eléctrico. El resultado es que el enlace covalente roto se mueve en el sentido del campo eléctrico (figura 10.3b).

Esta dirección y sentido preferentes de los saltos de los electrones de valencia a consecuencia de la aplicación de un campo eléctrico dan lugar a una corriente en la dirección del campo eléctrico. Se demuestra que la corriente debida a estos electrones de valencia, que ocupan sucesivamente la posición del enlace roto, equivale a la corriente producida por una carga positiva ficticia de valor $+q$ (siendo $-q$ la carga del electrón) que se denomina *hueco*. El hueco es también un portador de corriente.

La rotura de un enlace covalente significa, pues, la aparición de un par de portadores de corriente: un electrón libre (llamado a veces electrón de conducción) de carga $-q$ y un hueco de carga $+q$. Se dice que se ha generado un *par electrón - hueco*.

Los cambios energéticos que experimentan los electrones de valencia para convertirse en portadores de corriente se representan mediante un modelo denominado de *bandas de energía*, el cual se esquematiza en la figura 10.4. Los electrones de valencia, que forman los enlaces covalentes, poseen unas energías que se agrupan en una zona denominada *banda de valencia*. El límite superior de esta banda de energía es E_v . Por encima de esta banda de energía hay una región de energías prohibidas, de amplitud E_g , y que se denomina *banda prohibida* o *gap* de energía. Justo por encima de ésta hay otra

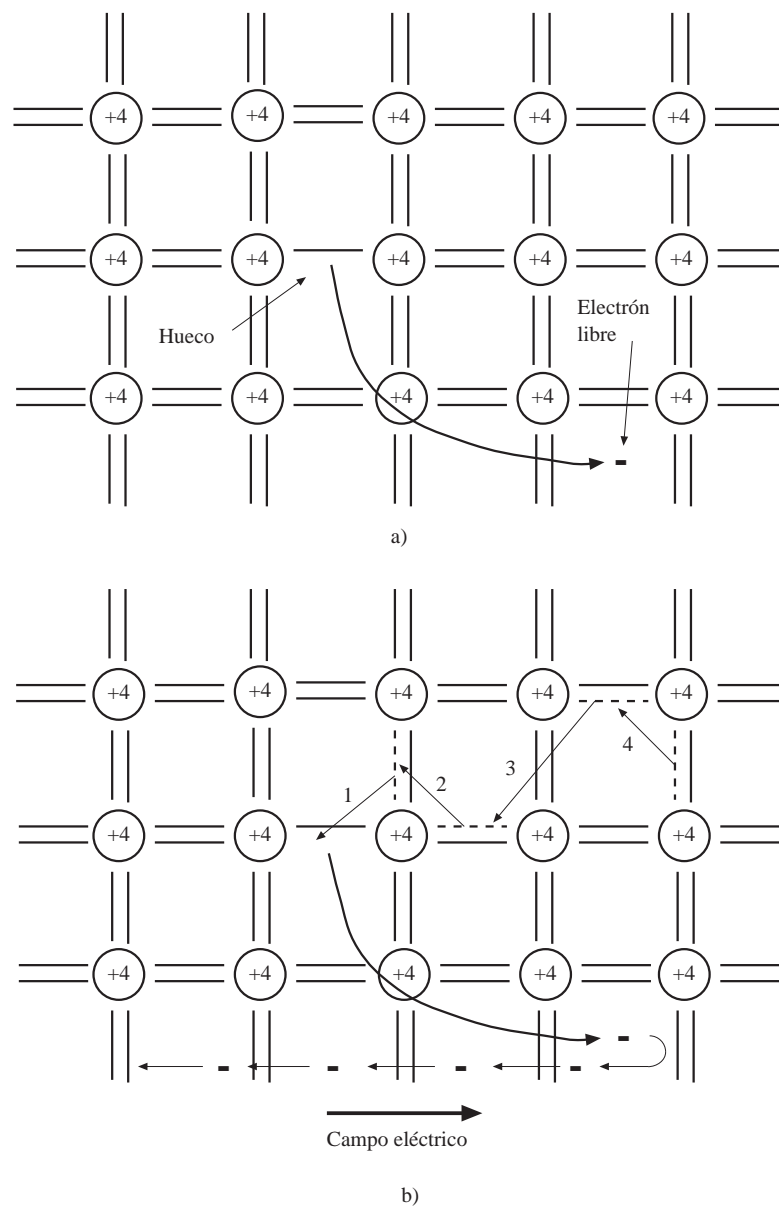
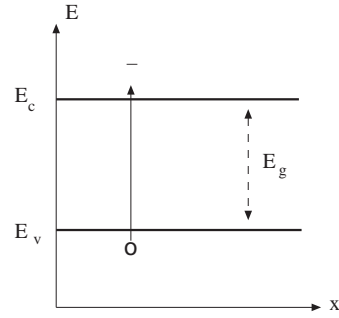


Fig. 10.3 a) Generación de un par electrón-hueco por ruptura de un enlace covalente. b) Desplazamiento de los portadores por acción de un campo eléctrico. El electrón libre se mueve en dirección contraria al campo. El enlace covalente roto es reconstruido por un electrón de valencia de un enlace próximo (transición 1), el cual deja tras de sí el enlace roto, que a su vez es ocupado por otro electrón de valencia (transición 2), etc.

región de energías permitidas: la denominada *banda de conducción*, cuyo límite inferior es E_c . Cuando un electrón de valencia absorbe energía y se desliga del enlace covalente, pasa a tener una energía situada en la banda de conducción del semiconductor. Obsérvese que para que un electrón de valencia pase a la banda de conducción debe absorber una energía mayor o igual que E_g .

A cero grados Kelvin la banda de valencia está completamente llena por los electrones de valencia y la banda de conducción completamente vacía. Al aumentar la temperatura hay electrones de valencia que saltan a la banda de conducción y aparecen huecos en la de valencia.

Fig. 10.4 Modelo de bandas de energía en un semiconductor. Las energías inferiores a E_v corresponden a las de los electrones de valencia. Las superiores a E_c a los electrones libres. El gap de energía E_g es la energía mínima que debe entregarse a un electrón de valencia para desligarlo del enlace covalente



Un parámetro que caracteriza la capacidad conductora de un semiconductor es la *concentración de portadores*, es decir, el número de electrones de conducción por centímetro cúbico, cantidad que se representa por n , y el número de huecos por centímetro cúbico, denominada p . En un semiconductor intrínseco la concentración de huecos es igual a la de electrones libres, puesto que ambos se generan por pares. Esta cantidad se denomina *concentración intrínseca* de portadores del semiconductor y se representa por n_i .

La concentración intrínseca de un semiconductor depende del material y de la temperatura. Esta dependencia viene dada por:

$$n_i = A.T^{3/2}.e^{-E_g/2KT} \quad (10.1)$$

donde A es una constante que varía ligeramente de un semiconductor a otro, T es la temperatura en Kelvin, E_g , el *gap* de energía, es específico de cada semiconductor, y K es la constante de Boltzmann. Nótese que cuanto mayor sea E_g , menor será n_i , ya que se requiere más energía para liberar a un electrón. Por otra parte, a mayor temperatura existen más cuantos de energía térmica y por tanto más electrones de valencia habrán podido absorber un cuanto y pasar a la banda de conducción, por lo que aumentará n_i .

En la figura 10.5 se representa la variación de n_i con la temperatura para tres semiconductores: el silicio, que tiene una $E_g = 1,1$ eV, el arseniuro de galio, con $E_g = 1,42$ eV, y el germanio, con $E_g = 0,68$ eV. La concentración intrínseca de estos tres semiconductores a temperatura ambiente (300 K) es:

$$\begin{aligned} n_i(\text{Si}) &= 1,5 \cdot 10^{10} \text{ portadores} / \text{cm}^3 \\ n_i(\text{AsGa}) &= 2 \cdot 10^6 \text{ portadores} / \text{cm}^3 \\ n_i(\text{Ge}) &= 2,5 \cdot 10^{13} \text{ portadores} / \text{cm}^3 \end{aligned} \quad (10.2)$$

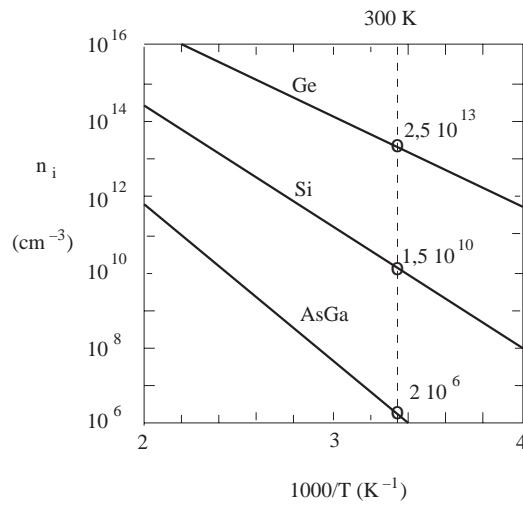


Fig. 10.5 Dependencia de la concentración intrínseca con la temperatura para tres semiconductores típicos

10.1.3 Semiconductores extrínsecos

Un semiconductor extrínseco es un monocristal que, además de los átomos propios del semiconductor, contiene otros denominados *impurezas*. Las impurezas se clasifican en donadoras y aceptadoras. Para el silicio las impurezas donadoras son átomos pentavalentes (cinco electrones de valencia), y las aceptadoras son átomos trivalentes. Las *impurezas donadoras* dan lugar a un semiconductor extrínseco *tipo N*, y las *aceptadoras* a uno de *tipo P*.

a) Semiconductor tipo N

Las impurezas en un cristal semiconductor extrínseco siempre están en una concentración mucho menor que los átomos propios del semiconductor. Cuando se introduce un átomo de impureza pentavalente (por ejemplo fósforo) en un cristal, éste sustituye a un átomo de silicio en un nudo de la red cristalina. El átomo de impureza dedica cuatro de sus cinco electrones de valencia a construir los cuatro enlaces covalentes que demanda la estructura cristalina (figura 10.6a). Estos cuatro electrones están fuertemente ligados a su posición y se requiere como mínimo la energía E_g para liberarlos. El "quinto electrón" queda débilmente unido al átomo a través de la fuerza atractiva de Coulomb entre el electrón y el núcleo y se requiere muy poca energía para desligarlo. Esta situación se representa en el modelo de bandas mediante un nivel donador E_d en la banda prohibida, muy próximo a la banda de conducción. Este nivel de energía corresponde a la energía del "quinto electrón": la energía requerida para arrancarlo es la que le separa de la banda de conducción, la cual es mucho menor que E_g (figura 10.6b).

360

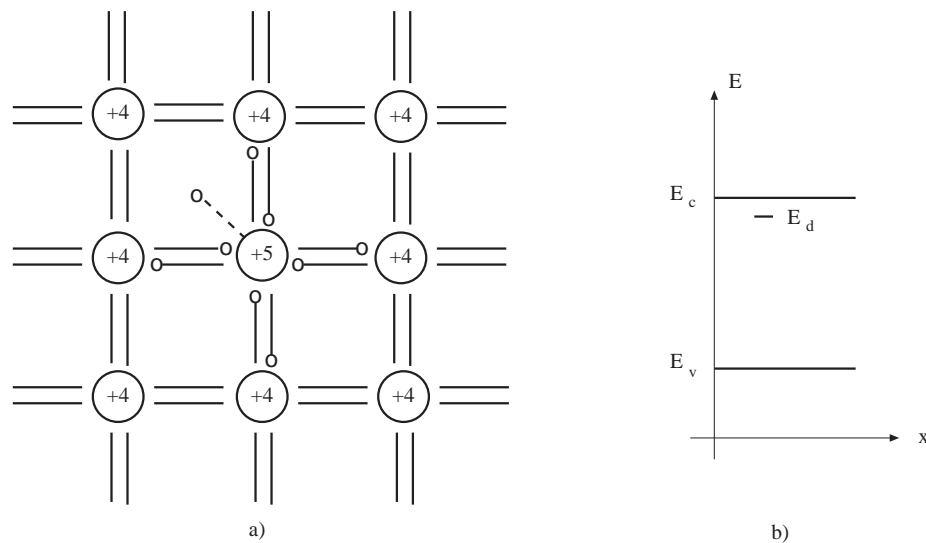


Fig. 10.6 Semiconductor tipo N. a) Modelo de enlaces. b) Modelo de bandas

Quando se entrega una energía mayor o igual que $E_c - E_d$ al "quinto electrón", éste se desliga del átomo de impureza y se convierte en electrón libre, idéntico a los que proceden de la ruptura de un enlace covalente. Se ha generado, por tanto, un electrón portador de corriente. Sin embargo, a diferencia del caso del silicio intrínseco, no deja tras de sí un hueco (enlace covalente roto), sino el átomo de impureza ionizado positivamente (por la pérdida de un electrón) que está fijo en la red cristalina. Se dice, entonces, que *la impureza se ha ionizado*.

A cero Kelvin todos los electrones están unidos a sus átomos de impureza. El semiconductor, por tanto, es aislante. Al aumentar la temperatura se generan cuantos de energía térmica, y algunos electrones los absorben y pasan a la banda de conducción. Es la fase de ionización de impurezas. También algunos electrones de valencia absorben un cuanto térmico y producen un par electrón-hueco. Sin embargo, la producción de este par requiere una energía grande (E_g) y se da en mucha menor medida que la ionización de impurezas.

En el silicio a temperatura ambiente, todas las impurezas suelen estar ionizadas. La concentración de electrones de conducción, n , y de huecos, p , serán, por tanto:

$$\begin{aligned} n &= N_D + n_r \approx N_D \\ p &= n_r \end{aligned} \quad (10.3)$$

donde N_D es la concentración de átomos de impurezas donadoras y n_r es la de enlaces covalentes rotos. Normalmente, para concentraciones normales de impurezas y a temperatura ambiente, n_r es muy inferior a N_D , por lo que n es mucho mayor que p . Por esto se dice que los portadores *mayoritarios* son los electrones y los *minoritarios* son los huecos. Se dice que el semiconductor es tipo N porque dominan los electrones, que poseen carga negativa.

Una vez ionizadas todas las impurezas, los cuantos térmicos disponibles se invierten en romper enlaces covalentes, por lo que, para temperaturas suficientemente altas, el número de enlaces rotos, n_r , puede ser mayor que N_D . En esta situación n y p tienden a igualarse y se dice que el semiconductor tiende a intrínseco. La figura 10.7 refleja esta evolución de n y p con la temperatura.

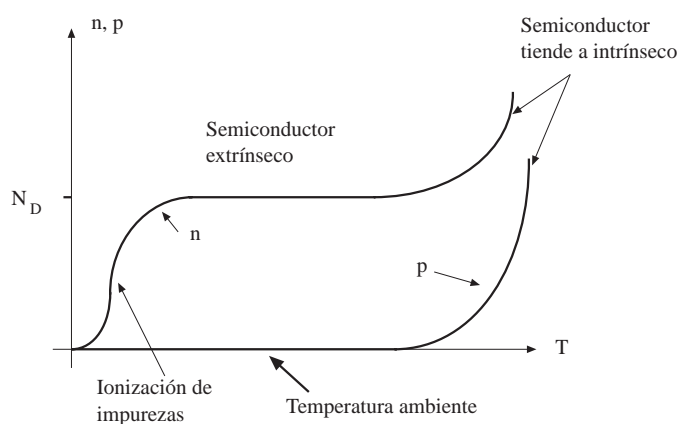


Fig. 10.7 Evolución de n y p con la temperatura en un semiconductor N. A temperatura ambiente todas las impurezas suelen estar ionizadas, por lo que n es igual a N_D

b) Semiconductor tipo P

Si en lugar de impurezas pentavalentes se introducen en el cristal de silicio impurezas trivalentes, se obtiene un semiconductor tipo P. Cuando un átomo de impureza trivalente (por ejemplo boro) sustituye a un átomo de silicio en el cristal, emplea a sus tres electrones de valencia en formar tres enlaces covalentes para unirse a sus vecinos. Queda, sin embargo, el "cuarto enlace" sin completar.

Este enlace covalente incompleto, asociado a la impureza trivalente, ejerce una fuerza de atracción sobre los electrones de valencia vecinos. Cuando uno de estos electrones absorbe una pequeña cantidad de energía salta a completar el enlace y, por tanto, ioniza negativamente la impureza (por tener un electrón de más). En este proceso, el electrón que ha saltado deja tras de sí un enlace covalente roto, idéntico a los que se producen cuando un electrón de valencia salta a la banda de conduc-

ción. Se ha generado, pues, un hueco, sin que se haya generado un electrón de conducción (figura 10.8a), ya que el electrón queda fijado en la impureza.

En el modelo de bandas de energía, la presencia de una impureza aceptadora se representa mediante un nivel aceptador E_a en la banda prohibida, muy próximo a la banda de valencia. Es la energía que tiene el electrón que completa el "cuarto enlace" covalente de la impureza trivalente. Un electrón de valencia salta a este nivel desde la banda de valencia y deja tras de sí un hueco (figura 10.8b).

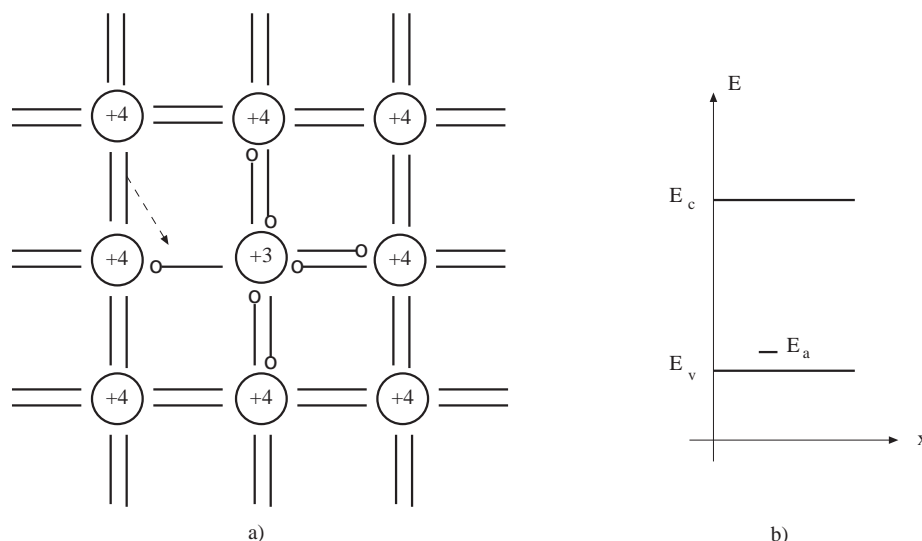


Fig. 10.8 Semiconductor P. a) Modelo de enlaces. b) Modelo de bandas

De forma similar al caso anterior, a cero Kelvin el semiconductor P es aislante. A medida que aumenta la temperatura se van ionizando las impurezas trivalentes y la concentración p va aumentando. A temperatura ambiente, todas las impurezas están ionizadas y la concentración de enlaces covalentes rotos aún es muy pequeña. Por esto:

$$\begin{aligned} p &= N_A + n_r \cong N_A \\ n &= n_r \end{aligned} \quad (10.4)$$

donde N_A es la concentración de impurezas trivalentes (aceptadoras). En este caso, los portadores mayoritarios son los huecos y los minoritarios los electrones. Al dominar los huecos, que son cargas positivas, se dice que el semiconductor es de tipo P. Si la temperatura sigue aumentando, n_r aumenta, y cuando se hace mayor que N_A las concentraciones de electrones y huecos tienden a igualarse y se dice que el semiconductor tiende a intrínseco. La evolución de n y p con la temperatura es dual a la representada en la figura 10.7. Deben intercambiarse las curvas de n y de p .

Frecuentemente los cristales semiconductores contienen impurezas de los dos tipos. Se dice entonces que se produce una *compensación de impurezas*: a efectos de concentración de portadores, todo ocurre como si una impureza donadora y una impureza aceptadora se neutralizaran mutuamente. El semiconductor se comporta como si tuviera un *dopado neto* igual a la diferencia entre los dopados totales. El mayor de ellos determina el tipo de semiconductor, y la diferencia entre ellos la concentración efectiva de impurezas.

Esta propiedad tiene una importancia clave en los procesos tecnológicos puesto que permite convertir un semiconductor N en uno P y viceversa: basta añadir al semiconductor una cantidad de impurezas aceptadoras mayor que la de impurezas donadoras presentes en el semiconductor.

El fundamento físico de esta propiedad se basa en que a cero Kelvin los "quintos electrones" de las impurezas donadoras se transfieren a los átomos trivalentes para completar sus "cuartos enlaces", sin que se generen portadores en esta transferencia.

10.1.4 Generación y recombinación de portadores en un semiconductor

Los procesos de *generación* de portadores son los que dan lugar a la creación de cargas móviles (normalmente mediante la ruptura de un enlace covalente). Para que éste tenga lugar se requiere proporcionar al electrón de valencia la energía suficiente para que pueda liberarse venciendo las fuerzas de ligadura.

Según el tipo de energía que se proporciona al portador, los procesos de generación se clasifican en:

- *Generación térmica*: la energía que ha absorbido el portador para liberarse es de origen térmico. Es el mecanismo que se ha descrito en los párrafos previos.
- *Generación óptica*: el electrón absorbe un fotón para romper el enlace covalente. Un fotón es un cuanto de energía electromagnética. La energía del fotón viene dada por:

$$E_f = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (10.5)$$

en donde h es la constante de Plank, ν la frecuencia de la radiación, λ su longitud de onda y c la velocidad de la luz en el vacío. Las radiaciones electromagnéticas de longitud de onda entre 375 nm y 750 nm son detectadas por nuestros ojos y corresponden al denominado espectro visible. Las longitudes de onda más largas constituyen el infrarrojo, y las más cortas el ultravioleta. Más lejos de estos márgenes se encuentran las ondas utilizadas en comunicaciones por un lado (λ mayores) y los rayos X por el otro. Nótese que los fotones cuya energía sea inferior a la E_g del semiconductor no serán absorbidos por éste. El semiconductor será transparente a esta radiación.

- *Generación mediante ionización por impacto*: un portador a gran velocidad almacena gran cantidad de energía cinética, la cual puede ser transferida por colisión (impacto) a otro portador, en cuyo caso sería liberado. El efecto avalancha, que se describirá más adelante, se fundamenta en este mecanismo.
- *Generación por campo*: si en una región del cristal existe un campo eléctrico muy intenso, éste puede llegar a arrancar, por sí mismo, electrones de los enlaces covalentes. El efecto zener (ver ruptura de la unión PN), se fundamenta en este proceso.

La *recombinación* es el fenómeno contrario a la generación: es la anulación de un par electrón-hueco mediante la reconstrucción del enlace covalente. Como el electrón libre tiene más energía que el electrón de valencia, en el proceso de recombinación debe desprenderse de la energía en exceso.

Según el tipo de energía que desprende el electrón en el proceso de recombinación, éste se denomina de las siguientes formas:

- *Recombinación térmica*: la energía en exceso se libera en forma de energía térmica. Este es el caso del silicio. A veces se denomina a este proceso recombinación a través de centros.

- *Recombinación óptica* : la energía en exceso se libera en forma de fotón. Tal es el caso del AsGa. Esta recombinación se denomina también recombinación radiativa, puesto que se irradia energía electromagnética. Este proceso constituye la base física por la que los LED y los LASER semiconductores emiten luz.
- *Recombinación Auger*: es el proceso contrario a la generación por impacto. Dos electrones libres colisionan. Uno de ellos, el que se recombina, cede su energía de exceso al otro en forma de energía cinética (lo acelera).

En una situación estacionaria (régimen permanente) el número de portadores que se generan por unidad de tiempo y de volumen debe ser, en promedio, igual a los que se recombinan. Esto implica que un portador "vive" un cierto tiempo: desde que se genera hasta que se recombina. De forma similar a lo que ocurre con los seres vivos, la "vida" de los portadores no es igual para todos ellos: unos viven más que otros. Se denomina *tiempo de vida medio* de un tipo de portador al valor medio de los tiempos de vida de este tipo de portadores.

Cuando el semiconductor alcanza el estado estacionario a una temperatura dada, sin que se le comunique ningún tipo de energía (óptica, eléctrica, etc.), se dice que está en equilibrio térmico. Las concentraciones de electrones de conducción y de huecos en un semiconductor en equilibrio térmico tienen una propiedad importante que se conoce como *ley de acción de masas*. Su producto es una constante que es independiente del dopado. Al tenerse que cumplir esta ley para dopado nulo (semiconductor intrínseco), esta constante debe ser igual al cuadrado de la concentración intrínseca. Por esto se formula de la siguiente manera:

$$n.p = n_i^2 \quad (10.6)$$

364

Obsérvese que, de acuerdo con (10.1), este producto sólo depende del material (E_g) y de la temperatura. Esta propiedad tiene su origen físico en que la generación de portadores y la ionización de impurezas son procesos que consumen energía. Como a una temperatura dada sólo hay disponible una cantidad determinada de energía térmica, si se dedica preferentemente a ionizar impurezas habrá menos energía disponible para romper enlaces covalentes.

10.1.5 Corrientes en un semiconductor

El estudio de las corrientes que pueden inducirse en un semiconductor tiene una particular importancia en electrónica, ya que las señales que procesan los circuitos son tensiones y corrientes. Existen dos mecanismos básicos que provocan el movimiento neto de los portadores y que, por tanto, dan lugar a corrientes eléctricas en los semiconductores: el movimiento provocado por un campo eléctrico, que da lugar a la *corriente de arrastre*, y el originado por diferencias de concentración, que da lugar a la denominada *corriente de difusión*.

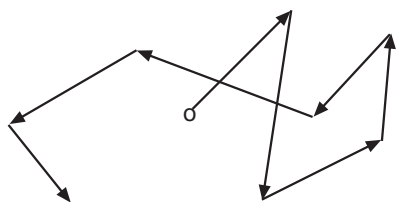


Fig. 10.9 Movimiento aleatorio de agitación térmica

Dentro del semiconductor los portadores de corriente están sometidos a un *movimiento de agitación térmica*. Se trata de un movimiento aleatorio, ya que no hay ninguna dirección preferente. Un portador se mueve en una dirección, colisiona con un átomo u otro portador, se frena o cambia de dirección, sufre el impacto de un portador que lo acelera, etc. En la figura 10.9 se representa la trayectoria

seguida por una partícula en este tipo de movimiento. Evidentemente, esta agitación térmica no da lugar a ninguna corriente puesto que no hay ninguna dirección privilegiada. Dada una sección del semiconductor, el número de electrones que la atravesarán en un sentido será el mismo, en promedio, que los que la atravesarán en sentido contrario.

Este movimiento de agitación térmica da origen a una corriente, llamada *corriente de difusión*, que se produce cuando hay diferencias en la concentración de un portador en el volumen del semiconductor. En este caso, ocurre un *flujo de portadores en el interior del semiconductor que va en el sentido de tender a igualar la concentración*. Como los portadores tienen carga, su movimiento origina una corriente. El flujo de difusión se da en todos los sistemas cuyas partículas presentan un movimiento de agitación térmica. Este es el caso, por ejemplo, de lo que ocurre al depositar una gota de tinta en la superficie de un vaso de agua. Sin necesidad de agitar, después de cierto tiempo todo el agua está uniformemente teñida del color de la tinta: sus moléculas se han difundido desde la gota inicial tendiendo a igualar su concentración en todo el vaso. Pero también se puede comprobar que si se deposita sobre un trozo de hielo una gota congelada de tinta, y se mantiene congelado el conjunto, la distribución uniforme de las moléculas de tinta no ocurre.

Para entender por qué ocurre el fenómeno de la difusión basta considerar la figura 10.10. A la izquierda de x_0 existe una concentración c_1 de partículas, y a su derecha una concentración c_2 . Se supone que dichas partículas están sometidas a una agitación aleatoria que, para simplificar, supondremos unidimensional. Debido a su carácter aleatorio no hay ninguna dirección preferente, por lo que después de un intervalo de tiempo dt , la mitad de las partículas que ocupan el volumen situado a la izquierda de x_0 , de sección A y longitud d (igual al camino libre medio entre colisiones) pasarán a la derecha de x_0 , mientras que la otra mitad se desplazará en sentido contrario. Lo mismo ocurre con las que ocupan el volumen situado a la derecha de x_0 . El flujo neto de partículas en el sentido de 1 a 2, en un tiempo dt , a través de la sección A situada en x_0 será:

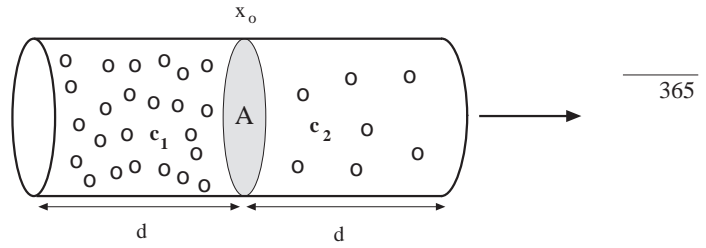


Fig. 10.10 a) La diferencia de concentración de partículas a ambos lados de x_0 origina una corriente de difusión

$$\phi_{12} = \frac{1}{2} A d c_1 - \frac{1}{2} A d c_2 = \frac{1}{2} A d (c_1 - c_2) \quad (10.7)$$

Si hacemos la aproximación:

$$c_2 = c_1 + \frac{dc}{dx} d \quad (10.8)$$

resulta:

$$\phi_{12} = -\frac{1}{2} A d^2 \frac{dc}{dx} = -A k \frac{dc}{dx} \quad (10.9)$$

El flujo de partículas es, por tanto, directamente proporcional a la derivada de la concentración y de signo contrario.

Si las partículas tienen carga su desplazamiento origina una corriente, que viene dada por el flujo de partículas multiplicado por la carga de cada una de ellas. Las expresiones de las corrientes de difusión para los electrones y los huecos son las siguientes:

$$\begin{aligned} i_p &= -qAD_p \frac{dp}{dx} \\ i_n &= +qAD_n \frac{dn}{dx} \end{aligned} \quad (10.10)$$

donde D_p y D_n se denominan *constantes de difusión de huecos* y *de electrones* respectivamente. Obsérvese que la corriente de difusión de electrones tiene signo positivo, lo cual se debe a que el flujo de electrones, que es negativo (al igual que el de huecos), se multiplica por la carga del electrón que también es negativa.

Cuando se aplica un campo eléctrico al semiconductor se produce una corriente denominada *corriente de arrastre*. El campo eléctrico ejerce una fuerza sobre el portador que se superpone al movimiento de agitación térmica. Durante el camino libre del portador entre colisiones, su trayectoria se desvía en la dirección que determina el campo eléctrico: los huecos en el sentido del campo; los electrones en sentido contrario. En el trayecto entre colisiones, el campo eléctrico acelera al portador y le da energía cinética. Pero esta energía cinética es transferida al cristal cuando colisiona con los átomos del semiconductor o las impurezas, de modo que la partícula se frena. Esta transferencia de energía hace que el movimiento "promedio" del portador en la dirección determinada por el campo eléctrico no sea un movimiento uniformemente acelerado, como ocurre en el vacío, sino un *movimiento a velocidad constante*.

366

Consideremos la figura 10.11. La corriente que atraviesa la sección A del semiconductor, provocada por el campo eléctrico E, está formada por la carga que atraviesa esta sección en la dirección del campo eléctrico en un intervalo de tiempo dt. Para calcularla, supondremos que las cargas positivas (huecos) se mueven a una velocidad v_p en el sentido del campo eléctrico, y las cargas negativas (electrones) a una velocidad v_n en sentido contrario. Como en un tiempo dt los portadores se han desplazado una longitud $v \cdot dt$, sólo habrán podido atravesar la sección A las cargas positivas contenidas en el volumen de longitud $v_p \cdot dt$ a la izquierda de la sección, y las cargas negativas del correspondiente cilindro a la derecha de dicha sección:

$$\begin{aligned} \vec{i} &= \frac{dq}{dt} \cdot \vec{u} = \frac{dq_p \cdot \vec{u} + (-dq_n) \cdot (-\vec{u})}{dt} = \frac{(qAv_p dt \cdot p) \cdot \vec{u} + (-qAv_n dt \cdot n) \cdot (-\vec{u})}{dt} \\ \vec{i} &= (qAv_p p + qAv_n n) \cdot \vec{u} = qA(v_p p + v_n n) \cdot \vec{u} \end{aligned} \quad (10.11)$$

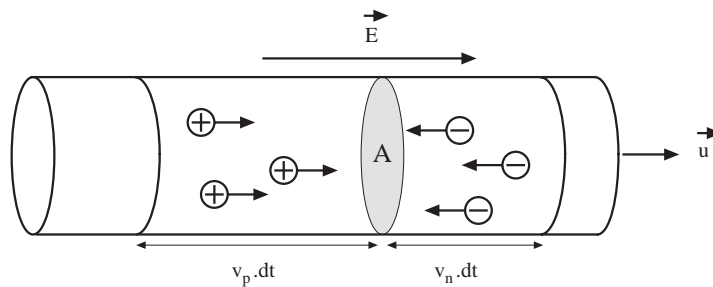


Fig. 10.11 Corriente de arrastre en un semiconductor

En esta formulación p y n son las densidades de huecos y electrones respectivamente, v_p y v_n los módulos de sus velocidades y \vec{u} es el vector unitario en la dirección del campo eléctrico.

Nótese que la corriente debida a los huecos, $(qAv_p p)$, tiene el mismo sentido que el campo eléctrico. La corriente debida a los electrones, $(qAv_n n)$, *también* tiene el mismo sentido que el campo eléctrico, ya que el signo negativo de su flujo se balancea con el signo negativo de su carga.

Para campos eléctricos no excesivamente elevados las velocidades son proporcionales a dicho campo:

$$\begin{aligned}\vec{v}_p &= \mu_p \cdot \vec{E}_{el} \\ \vec{v}_n &= -\mu_n \cdot \vec{E}_{el}\end{aligned}\quad (10.12)$$

donde las constantes μ_p y μ_n se denominan *movilidades* de los huecos y de los electrones respectivamente. Se relacionan con las constantes de difusión de acuerdo a la relación de Einstein [$\mu = D/KT/q$]. Las movilidades de un semiconductor varían con el dopado. Sustituyendo 10.12 en 10.11 se obtiene:

$$\begin{aligned}\vec{i} &= qA(\mu_p p + \mu_n n)\vec{E}_{el} \\ \vec{i} &= A \cdot \sigma \cdot \vec{E}_{el}\end{aligned}\quad (10.13)$$

donde σ se denomina *conductividad* del semiconductor.

Si se aplica una diferencia de potencial a un semiconductor homogéneo de longitud d y sección A , resulta:

$$E_{el} = \frac{V}{d} \Rightarrow i = \left(\frac{A\sigma}{d}\right)V = \frac{V}{R} \quad (10.14)$$

367

que no es más que la ley de Ohm. La resistencia es, por tanto:

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{d}{A} = \rho \frac{d}{A} \quad (10.15)$$

A la inversa de la conductividad, ρ , se la denomina *resistividad* del material.

Estas relaciones sólo son válidas cuando el campo eléctrico no es excesivamente elevado. Si éste supera un cierto valor, la velocidad de los portadores deja de ser proporcional al campo, y las velocidades inician una saturación (ver figura 10.12). Cuando los campos son muy elevados, las velocidades dejan de aumentar y se fijan en unos valores constantes, denominados *velocidades de saturación*, próximos a 10^7 cm/s. Nótese que cuando las velocidades dejan de ser proporcionales al campo eléctrico deja de cumplirse la ley de Ohm, ya que la resistividad deja de ser constante.

Uno de los hechos claves de las propiedades electrónicas de los semiconductores es que se puede controlar la resistividad del semiconductor, en un amplio margen de órdenes de magnitud variando el dopado, ya que σ depende de n y p (ecuación 10.13).

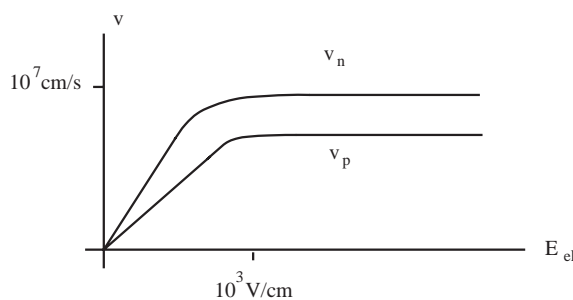


Fig. 10.12 Velocidad de los portadores en función del campo eléctrico

Ejemplo 10.1

Calcular a temperatura ambiente la resistividad del silicio intrínseco y del silicio tipo P dopado con $N_A = 2 \cdot 10^{20}$ átomos/cm³. Datos: $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $n_i = 1,5 \cdot 10^{10}$ cm⁻³. Para el silicio intrínseco: $\mu_n = 1500$ cm²/V.s; $\mu_p = 500$ cm²/V.s. Para el silicio P: $\mu_p = 30$ cm²/V.s.

Para el silicio intrínseco: $n = p = n_i$. Por tanto:

$$\rho = \frac{1}{q(\mu_n n_i + \mu_p n_i)} = \frac{1}{qn_i(\mu_n + \mu_p)} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5 \cdot 10^{10} \cdot 2000} = 208 \text{ k}\Omega \cdot \text{cm}$$

Para el silicio P:

$$\rho \cong \frac{1}{q\mu_p N_A} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 30 \cdot 2 \cdot 10^{20}} = 0,001 \text{ }\Omega \cdot \text{cm}$$

Este valor tan pequeño de la resistividad es debido a la alta concentración de impurezas aceptadoras. Nótese que la aproximación realizada en la última expresión se debe a que la concentración de los electrones minoritarios es muchos órdenes de magnitud inferior a la de los huecos mayoritarios ($n = n_i^2/N_A$).

Por tanto, hay una variación en la resistividad entre los dos tipos de silicio de más de ocho órdenes de magnitud.

368

Ejercicio 10.1

Se dispone de silicio tipo P de resistividad 1 $\Omega \cdot \text{cm}$. ¿Qué concentración de impurezas donadoras debe añadirse al semiconductor para convertirlo en uno tipo N de 0,1 $\Omega \cdot \text{cm}$ de resistividad? Datos: $\mu_n = 1200$ cm²/Vs; $\mu_p = 400$ cm²/Vs.

Solución: $N_D = 6,76 \cdot 10^{16}$ átomos/cm³.

10.2 Principio de operación del diodo de unión P-N

Como ya fue comentado en el capítulo 6, los diodos semiconductores más utilizados en los circuitos electrónicos están formados por la unión de un semiconductor P y otro N. Esta unión se realiza conservando la continuidad de la estructura cristalina del semiconductor. Es decir, dentro de un mismo monocristal una región es P y la otra es N. En un próximo apartado se verá cómo se realiza tecnológicamente esta unión. En este apartado se describirán las principales características físicas de operación del diodo.

10.2.1 La unión P-N en equilibrio térmico

Considérese un semiconductor tipo P y otro tipo N, tal como se indica en la figura 10.13a. El semiconductor P contiene átomos trivalentes ionizados negativamente que están fijos en nudos de la red cristali-

lina. También contiene huecos mayoritarios y electrones minoritarios. Para dopados normales (mayores o iguales a 10^{15} átomos/cm³) existe una diferencia de más de diez órdenes de magnitud entre las concentraciones de ambos portadores. Ignorando los minoritarios, los huecos deben neutralizar la carga de los iones negativos, ya que cada impureza ionizada ha generado un hueco, y suponemos el semiconductor homogéneamente dopado. La situación dual se da en el semiconductor N.

Al "unir" el semiconductor P con el N, aparecen diferencias considerables en la concentración de los portadores entre un lado y el otro de la unión. Estas diferencias de concentración originan unas *corrientes de difusión* que intentan igualar las concentraciones de portadores en el volumen del semiconductor. Los huecos se difunden desde la región P, donde son mayoritarios, hacia la región N donde son minoritarios. En consecuencia, su concentración disminuye en el lado P cerca de la unión, y aumenta en el lado N, tal como se indica en la figura 10.13c. Un comportamiento dual ocurre con los electrones.

En el semiconductor P aislado, los huecos neutralizan a los iones negativos en todos los puntos del cristal, puesto que las concentraciones de ambos son iguales. Al realizar la unión de este semiconduc-

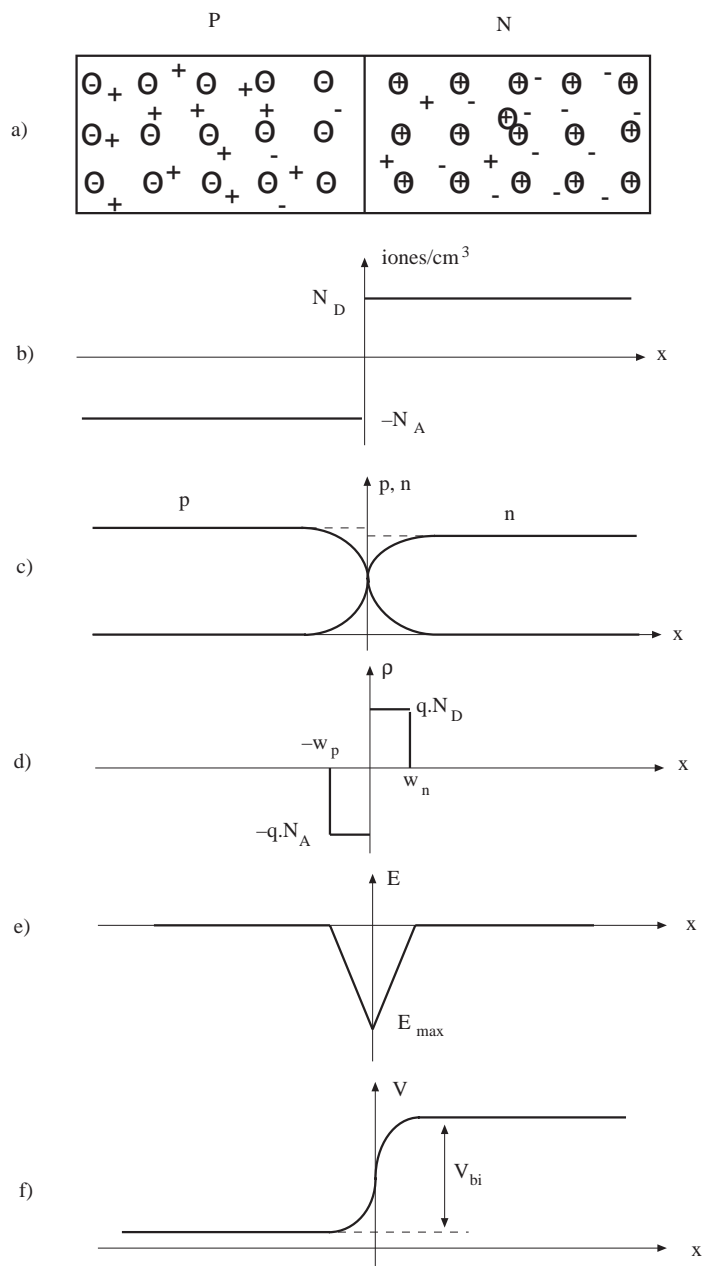


Fig. 10.13 a) Iones y portadores en el semiconductor (los iones están representados por círculos). b) Concentración de iones. c) Concentración de portadores. d) Densidad de carga (aproximación rectangular). e) Campo eléctrico. f) Potencial interno: formación de una barrera de potencial entre las regiones N y P

tor con uno tipo N, la disminución de la concentración de huecos que tiene lugar en el volumen del semiconductor P próximo a la unión, debida a su difusión, rompe la anterior neutralidad, y aparece en esta región la carga negativa de los iones aceptadores sin neutralizar. Un proceso parecido ocurre en el volumen del semiconductor N próximo a la unión: los electrones han disminuido su concentración por efecto de su difusión hacia la región P, y dejan tras de sí, sin neutralizar, a los átomos donadores ionizados positivamente. Aparece, por tanto, un *dipolo de carga* entre los dos lados de la unión que, para simplificar los cálculos, lo supondremos de forma rectangular. En el lado P la ordenada será $\rho = -q \cdot N_A$ y la abscisa $-w_p$, y en el lado N, $\rho = +q \cdot N_D$ y w_n .

Las leyes de Gauss y Poisson establecen que la carga eléctrica origina un campo eléctrico, y éste una diferencia de potencial:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (10.16)$$

$$\frac{dV}{dx} = -E \quad (10.17)$$

La ecuación 10.16 permite obtener el campo eléctrico en la región de la unión, integrando la densidad de carga. El campo eléctrico resulta negativo (figura 10.13c), es decir, va en sentido de x decrecientes. Se opone, por tanto, a la difusión de los portadores mayoritarios. Por difusión, los huecos se desplazan hacia la derecha mientras que el campo eléctrico los arrastra hacia la izquierda. La situación dual ocurre para los electrones. La ecuación 10.17 muestra que el campo eléctrico provoca que el semiconductor N esté a un potencial superior que el semiconductor P.

La difusión inicial provoca, por tanto, una reacción en forma de campo eléctrico que tiende a neutralizarla. En la medida que la difusión de portadores prevalezca, aumenta el dipolo de carga en la unión, lo que provoca un aumento del campo eléctrico, que devuelve a los portadores a su región de origen. Se llega a un equilibrio dinámico entre ambas corrientes. En todos los puntos del semiconductor la corriente de difusión de huecos es neutralizada por la corriente de arrastre de huecos, lo que da una corriente neta nula. Y lo mismo ocurre con los electrones. Cuando este equilibrio se alcanza, existen unos valores determinados del campo eléctrico, de los espesores de las regiones en las que hay carga sin neutralizar (que denominaremos *región de carga espacial* o *región de transición*) y de la diferencia de potencial entre la región N y la P. Esta diferencia de potencial en equilibrio térmico se denomina *potencial de difusión*, V_{bi} , y su valor viene dado por:

$$V_{bi} = V_T \ln \left[\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right] \quad (10.18)$$

El campo eléctrico y el potencial pueden calcularse integrando la densidad de carga y el campo eléctrico. La forma rectangular de la carga produce una forma triangular para el campo eléctrico y dos tramos parabólicos para el potencial. Nótese que como el semiconductor era originariamente neutro y lo único que ha ocurrido ha sido una separación de cargas, la carga total negativa debe ser igual a la carga total positiva.

$$\left. \begin{aligned} w_{po} N_A &= w_{no} N_D \\ E_{maxo} &= \frac{q N_A w_{po}}{\epsilon} \\ V_{bi} &= \frac{1}{2} w_o E_{maxo} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} w_o &= \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \left[\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right] V_{bi}} \\ w_{po} &= \frac{w_o N_D}{N_A + N_D} \\ E_{maxo} &= \sqrt{\frac{2q}{\epsilon} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} V_{bi}} \end{aligned} \right. \quad (10.19)$$

donde el subíndice "o" indica valores de equilibrio y $w_o = w_{po} + w_{no}$ es el espesor total de la zona de carga espacial.

Ejemplo 10.2

En un diodo de unión P-N de silicio, hallar el espesor de la zona de carga espacial y el valor del campo eléctrico máximo en la unión, si los dopados son: $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ y $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Datos: $\epsilon(\text{Si}) = 10^{-12} \text{ F/cm}$; $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

El potencial de difusión será:

$$V_{bi} = 25 \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{10^{15} \cdot 10^{17}}{2,25 \cdot 10^{20}}\right) = 0,67 \text{ V}$$

371

El espesor de la zona de carga espacial es:

$$w_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-12} \cdot 0,67}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 1,01 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 0,92 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 0,92 \text{ } \mu\text{m}$$

Casi todo el espesor corresponde a la parte menos dopada, debido a la neutralidad global de carga:

$$\begin{aligned} w_{po} &= 0,92 \frac{10^{-17}}{10^{-17} + 10^{-15}} = 0,91 \cdot 10^{-2} \text{ } \mu\text{m} \\ w_{no} &= 0,92 - 0,91 \cdot 10^{-2} = 0,91 \text{ } \mu\text{m} \end{aligned}$$

Y el campo eléctrico máximo en la unión será:

$$E_{maxo} = \frac{2V_{bi}}{w_o} = 14565 \text{ V/cm}$$

Ejercicio 10.2

Repetir el ejercicio anterior para $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ y $N_D = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.

Solución: $V_{bi} = 0,9 \text{ V}$; $w_o = 0,1 \mu\text{m}$; $E_{maxo} = 169 \text{ kV/cm}$.

10.2.2 La característica i-v de la unión P-N.

Polarizar una unión P-N significa aplicarle una diferencia de potencial entre sus extremos. Cuando la tensión aplicada en P es positiva respecto a la aplicada en N se dice que la unión se polariza directamente. En caso contrario la polarización se denomina inversa.

La diferencia de potencial aplicada se superpone al potencial interno de la unión PN, comentado en el apartado anterior. En la teoría básica del diodo de unión se supone que *toda la tensión aplicada se invierte en disminuir la barrera de potencial de la unión (en polarización directa) o en aumentarla (en inversa)*. Esta aproximación es bastante exacta para corrientes débiles, y no tanto cuando éstas son intensas. La barrera de potencial de una unión polarizada se aproxima, por tanto, a $V_{bi} - V$. En polarización directa se toma la tensión aplicada V como positiva, y en inversa como negativa.

Este cambio en la barrera de potencial exige un cambio en el campo eléctrico que la produce (toda diferencia de potencial es producida por un campo eléctrico de acuerdo con 10.17). Si la barrera

372

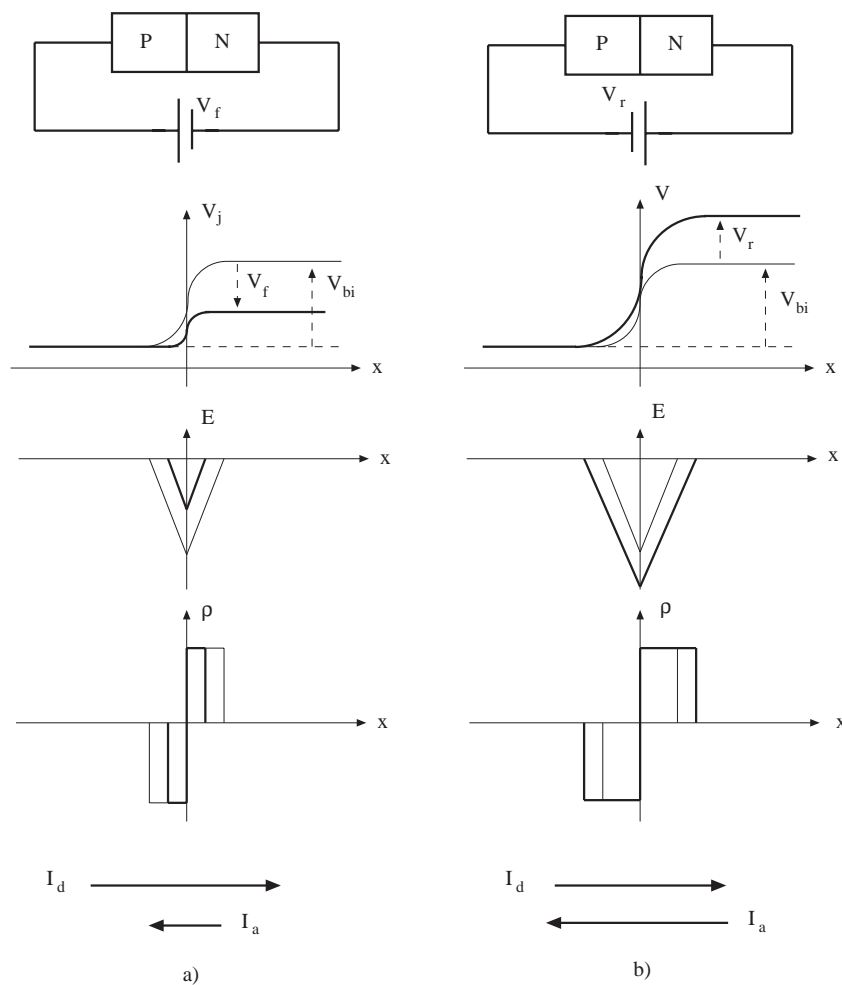


Fig. 10.14 Efecto de una tensión de polarización sobre la unión.

a) Polarización directa. b) Polarización inversa

disminuye, el campo eléctrico debe disminuir y, si aumenta, el campo eléctrico debe aumentar. Esta variación del campo eléctrico en la unión rompe el equilibrio que se daba entre las corrientes de difusión y de arrastre en la zona de carga espacial sin polarización. Si el campo eléctrico disminuye, también lo hace la corriente de arrastre, y domina por tanto la de difusión.

Por tanto, *en una unión P-N polarizada directamente domina la corriente de difusión sobre la de arrastre*. Esto produce una *fuerte inyección* de huecos desde la región P hacia la región N, y otra intensa inyección de electrones desde N hacia P. Estas fuertes inyecciones de portadores desde las regiones donde son mayoritarios dan lugar a unas corrientes muy intensas en el sentido de P a N. Cuando se aumenta la tensión de polarización directa, aumenta la corriente, ya que disminuye el campo eléctrico en la región de transición.

Cuando se polariza inversamente la unión aumenta el campo eléctrico en la región de transición. Este aumento no va acompañado de un aumento de la corriente en el sentido de N a P, ya que no hay portadores a los que arrastrar (no hay huecos en N para ser arrastrados a P, ni electrones en P para ser arrastrados a N). En consecuencia el campo eléctrico se limita a impedir la difusión de mayoritarios (huecos de P a N y electrones de N a P), y la corriente sigue siendo nula como en equilibrio. De ahí el efecto rectificador de la unión PN.

Una teoría más completa de la unión P-N demuestra que la corriente de huecos que inyecta la región P a la región N, y la corriente de electrones que la región N inyecta en la región P vienen dadas por:

$$\begin{aligned} i_p &= k_p \frac{n_i^2}{N_D} (e^{v/V_T} - 1) = I_{sp} (e^{v/V_T} - 1) \\ i_n &= k_n \frac{n_i^2}{N_A} (e^{v/V_T} - 1) = I_{sn} (e^{v/V_T} - 1) \end{aligned} \quad (10.20) \quad \text{---} \quad 373$$

donde k_p y k_n son constantes que dependen de los tiempos de vida y constantes de difusión de los huecos y electrones en las regiones N y P respectivamente (donde son minoritarios), así como de las dimensiones de éstas. La corriente total en la unión será:

$$i = i_p + i_n = (I_{sp} + I_{sn}) (e^{v/V_T} - 1) = I_s (e^{v/V_T} - 1) \quad (10.21)$$

que no es más que la ecuación del modelo exponencial del diodo. Obsérvese que estas expresiones muestran que las corrientes i_p e i_n son inversamente proporcionales al dopado. Controlando el dopado puede controlarse el valor de cada una de ellas. La región menos dopada es la que domina la corriente inversa de saturación del diodo. La dependencia de I_s del diodo con la temperatura es la misma que n_i^2 .

Ejemplo 10.3

Suponiendo que k_p y k_n sean aproximadamente iguales, hallar la relación i_p/i_n en la unión PN del ejemplo 10.2. Si la corriente inversa de saturación de este diodo fuera de 10^{-14} A, estimar el valor de k_p .

La relación de corrientes será:

$$\frac{i_p}{i_n} = \frac{k_p N_A}{k_n N_D} \cong \frac{N_A}{N_D} = \frac{10^{17}}{10^{15}} = 10^2$$

Es decir, la región P inyecta una corriente de huecos a la región N que es unas 100 veces superior a la corriente de electrones que inyecta la región N a la P.

El valor de k_p será:

$$I_s = I_{sp} + I_{sn} \cong 1,01 \quad I_{sp} \cong k_p \frac{n_i^2}{N_D}$$

$$k_p = \frac{I_s N_D}{n_i^2} = \frac{10^{-14} \cdot 10^{15}}{(1,5 \cdot 10^{10})^2} = 4,4 \cdot 10^{-20} \text{ Acm}^3$$

Ejercicio 10.3

Calcular i_p/i_n para la unión PN del ejercicio 10.2, suponiendo k_p igual a k_n . ¿Cuál sería el valor de I_s si k_p tuviera el valor hallado en el ejercicio anterior?

Solución: $i_p/i_n = 10^{-2}$; $I_s = 10^{-16} \text{ A}$.

10.2.3 Ruptura de la unión

Una segunda consecuencia de la variación del campo eléctrico en la unión es la denominada ruptura de la unión. Si la unión se polariza inversamente el campo eléctrico aumenta. Cuando el campo eléctrico alcanza un valor crítico, denominado *campo eléctrico de ruptura*, se produce un incremento repentino y muy intenso de la corriente: es la ruptura de la unión.

Las expresiones del campo eléctrico máximo y del espesor de la zona de carga de espacio halladas para equilibrio térmico, deben modificarse cuando se aplica una polarización al diodo. El cambio efectivo que se produce es la variación de la barrera de potencial en la unión: el potencial en equilibrio, V_{bi} , se transforma en $V_{bi} - V$, siendo V la tensión de polarización. Así pues:

$$E_{\max} = \sqrt{\frac{2q(N_A N_D)}{\epsilon(N_A + N_D)}(V_{bi} - V)} \Rightarrow E_{\max} = E_{\max o} \sqrt{1 - \frac{V}{V_{bi}}}$$

$$w = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_{bi} - V)} \Rightarrow w = w_o \sqrt{1 - \frac{V}{V_{bi}}}$$
(10.22)

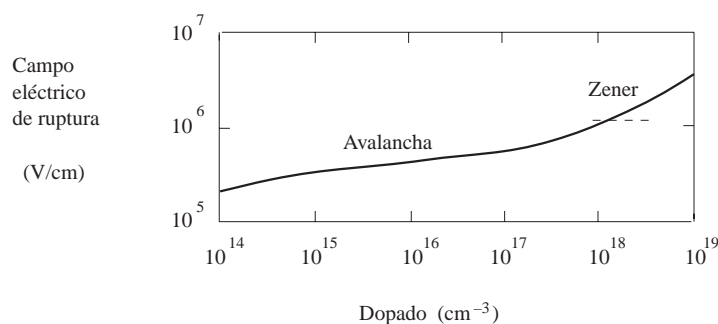


Fig. 10.15 Campo eléctrico de ruptura para el silicio en función del menor de los dopados de la unión

Obsérvese que las últimas expresiones permiten hallar fácilmente los valores en polarización a partir de los del equilibrio. En la figura 10.15 se muestra el campo eléctrico de ruptura en función del menor de los dopados N_A o N_D de la unión. Recuérdese que la corriente inversa de saturación viene determinada también por el menor de los dopados.

La ruptura de la unión puede deberse a dos mecanismos distintos: la ionización por impacto, o *efecto avalancha*, y la generación por campo, o *efecto zener*. Ambos mecanismos fueron descritos en el apartado 10.1.4. El efecto avalancha consiste en que un portador, que entra en la zona de carga de espacio de la unión, experimenta una fuerte aceleración por el campo eléctrico, acumula energía cinética, y al colisionar con otro electrón de valencia lo arranca del enlace covalente, transpasándole parte de su energía cinética. El electrón inicial, el electrón arrancado, y el hueco generado, repiten cada uno el proceso anterior. La consecuencia es que la corriente se multiplica por un factor muy superior a la unidad. El efecto zener consiste en que es el propio campo eléctrico quien arranca a los electrones de los enlaces covalentes, generando también una multiplicación de los portadores y, por tanto, de la corriente. El efecto avalancha suele predominar cuando los dopados no son muy altos, mientras que el efecto zener se da para dopados muy elevados.

Ejemplo 10.4

Calcular la tensión de ruptura de la unión del ejemplo 10.2, sabiendo que el campo crítico para estos dopados es de $3 \cdot 10^5$ V/cm.

Usando la expresión 10.18 se obtiene:

$$3 \cdot 10^5 = 14565 \sqrt{1 - \frac{v}{0,67}} \Rightarrow v = -284 \text{ V}$$

Ejercicio 10.4

Calcular la tensión de ruptura de la unión del ejercicio 10.2, suponiendo un campo crítico de $7 \cdot 10^5$ V/cm para estos dopados.

Solución: $V = -14,5$ V.

375

10.2.4 Capacidad de transición

Una tercera consecuencia de la variación del campo eléctrico en la unión, cuando se le aplica una tensión de polarización, es la *variación del espesor de la región de transición*. El campo eléctrico es producido por el dipolo de carga que existe en la región de carga espacial. Para disminuir el campo eléctrico hay que disminuir el dipolo de carga, pero, como sus ordenadas en uno y otro lado de la unión son fijas ($-q \cdot N_A$ y $q \cdot N_D$), sólo puede conseguirse disminuyendo su espesor. La expresión 10.22 expresa esta variación del espesor de la zona de transición con la tensión de polarización.

Para disminuir el espesor de la zona de carga espacial *deben inyectarse huecos al lado P que neutralicen los iones negativos* situados junto a la frontera de la región de transición, *e inyectar elec-*

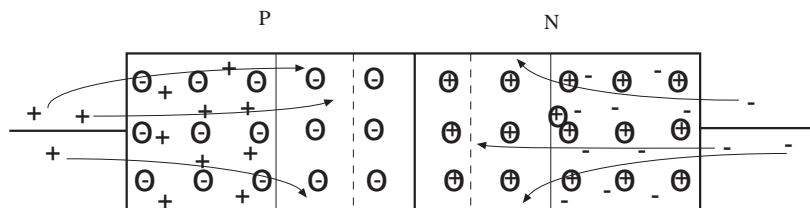


Fig. 10.16 Almacenamiento de cargas en los bordes de la región de transición para acomodar su espesor a la tensión de polarización

trones al lado N *que neutralicen a los correspondientes iones positivos* (figura 10.16). Es decir, deben inyectarse unas cargas que quedarán almacenadas en la proximidad de la zona de carga de espacio. Pero esto no es más que un efecto capacitivo: almacenar cargas en las armaduras de un condensador. Este efecto capacitivo se denomina capacidad de transición y se modela con un condensador C_j .

La capacidad de transición se define como $C_j = dq_j/dV$, donde $q_j = qAN_Aw_p$. Cuando se calcula esta derivada y se usan las expresiones 10.22 resulta:

$$C_j = \frac{A\varepsilon}{w} = \frac{A\varepsilon / w_o}{\sqrt{1 - V / V_{bi}}} = \frac{C_{jo}}{\sqrt{1 - V / V_{bi}}} \quad (10.23)$$

donde A es la sección de la unión P-N, ε la permitividad del semiconductor, w el espesor de la zona de transición y C_{jo} la capacidad de transición en equilibrio térmico.

Ejemplo 10.5

Calcular la capacidad de transición de la unión P-N del ejemplo 10.2 en equilibrio térmico y justo antes de la ruptura. Datos: $\varepsilon(\text{Si}) = 10^{-12} \text{ F/cm}$; $A = 10^{-4} \text{ cm}^2$.

La capacidad C_{jo} será:

376

$$C_{jo} = \frac{10^{-4} \cdot 10^{-12}}{0,92 \cdot 10^{-4}} = 1,08 \text{ pF}$$

La capacidad cuando $V = -284 \text{ V}$ será:

$$C_j = \frac{1,08 \text{ pF}}{\sqrt{1 + 284 / 0,67}} = 0,05 \text{ pF}$$

Obsérvese que la disminución de C_j es debida al aumento del espesor de la zona de carga espacial en polarización inversa.

Ejercicio 10.5

Calcular la capacidad de transición del diodo del ejercicio 10.2 en equilibrio térmico y justo antes de la ruptura.

Solución: $C_{jo} = 10 \text{ pF}$; $C_j(-14,5 \text{ V}) = 2,4 \text{ pF}$.

10.2.5 Capacidad de difusión

Cuando se aumenta la tensión de polarización se incrementan las concentraciones de minoritarios en las regiones P y N. Este incremento de las concentraciones es el resultado del dominio de la corriente de difusión sobre la de arrastre: la región P inunda con huecos a la región N, y viceversa. Una teoría

más completa demuestra que parte de los huecos inyectados por P en N quedan almacenados en N, mientras que el resto atraviesa esta región y salen por el contacto. Algo similar ocurre con los electrones inyectados por N en P. Este almacenamiento de cargas que se produce al variar la tensión de polarización es otro efecto capacitivo denominado capacidad de difusión.

La capacidad de difusión está asociada a las corrientes que atraviesan la zona de transición del diodo. Es decir, a la corriente del diodo. Esta capacidad viene dada por:

$$C_s = \tau_t \frac{dI_d}{dV} = \tau_t \frac{I_s}{V_T} e^{V/V_T} \quad (10.24)$$

donde τ_t es una constante de proporcionalidad que tiene dimensiones de tiempo y se denomina tiempo de tránsito, I_d es la corriente por el diodo, V_T la tensión térmica e I_s la corriente inversa de saturación del modelo exponencial del diodo. Obsérvese que esta capacidad tiene una dependencia exponencial con la tensión de polarización. Cuando V es positiva, C_s tiene un valor elevado, pero en polarización inversa suele ser despreciable. El tiempo de retraso por almacenamiento en el transitorio de conmutación del diodo, que se estudió en el capítulo 6, suele estar determinado por esta capacidad.

Ejemplo 10.6

Calcular la capacidad de difusión del diodo del ejemplo 10.2 para $V = 0,6V$. Datos: $\tau_t = 10^{-7}$ s, $I_s = 10^{-14}$ A.

La capacidad de difusión será:

377

$$C_s = 10^{-7} \frac{10^{-14}}{25 \cdot 10^{-3}} e^{600/25} = 4 \cdot 10^{-20} e^{24} = 1,06 \text{ nF}$$

Obsérvese que es un valor muy superior a los hallados para C_j , pero que para $V = 0$ es ya totalmente despreciable.

Ejercicio 10.6

Calcular la capacidad de difusión del diodo del ejercicio 10.2 para $V = 0,7$ V. Datos: $\tau_t = 10^{-8}$ s; $I_s = 10^{-16}$ A.

Solución: $C_s = 57,8$ pF.

10.3 El transistor bipolar

El transistor bipolar es uno de los dispositivos básicos en la electrónica actual. Fue descubierto fortuitamente en 1948 por Bardeen, Brattain y Shockley cuando intentaban crear un transistor de efecto de campo de germanio. El nuevo dispositivo descubierto sustituyó en unos pocos años a los antiguos dispositivos basados en una tecnología de tubos de vacío. Una característica sobresaliente del transistor bipolar es su rapidez de operación, que se basa en su capacidad de conducir corrientes muy intensas en muy poca área de silicio, lo que permite una rápida carga y descarga de las capacidades. En este apartado describiremos el principio de operación del transistor bipolar PNP. Las características del NPN son duales a las del PNP.

10.3.1 Principio de operación del transistor bipolar

La estructura PNP está constituida, como su nombre indica, por tres regiones. Una región P que forma el emisor, otra N para la base y la región P de colector. Esta estructura contiene dos uniones: la *unión emisora* y la *unión colectora*. En una primera impresión podría pensarse que el transistor se comporta como dos diodos conectados en oposición como se indica en la figura 10.17. En este modelo la

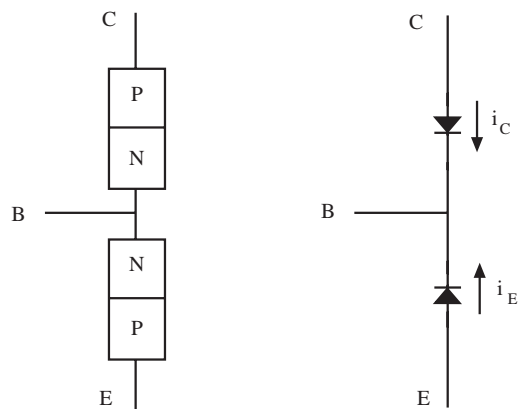


Fig. 10.17 Dos diodos conectados a "modo de transistor"

corriente de colector vendría determinada por la tensión entre colector y base V_{CB} , de acuerdo con la ecuación exponencial del diodo de colector; la corriente de emisor por la tensión entre emisor y base V_{EB} , de acuerdo con la ecuación del diodo de emisor y la corriente de base por la diferencia entre las dos anteriores. Sin embargo este modelo es *falso* porque ignora un efecto de crucial importancia en este dispositivo: *el efecto transistor*.

En efecto, suponga por el momento que la unión emisora está polarizada directamente ($V_{EB} > 0$) y la unión colectora inversamente ($V_{CB} < 0$). De acuerdo al modelo de los dos diodos en oposición, habría una corriente entre emisor y base debida al diodo de emisor, y la corriente por el terminal de colector sería nula puesto que el diodo de colector equivaldría a un circuito abierto.

Sin embargo, la situación es muy distinta cuando consideramos la estructura física del transistor, tal como se representa en la figura 10.18a. En la zona de carga espacial de la unión emisora circulan unas corrientes de huecos y electrones que obedecen a la ley del diodo según las ecuaciones 10.20. A consecuencia de la polarización directa, el emisor inyectará muchos huecos a la región N de la base. En la región de base en la que no hay carga espacial, no hay campo eléctrico ya que no hay dipolo de carga en ella. Por ello los huecos avanzarán a través de dicha región por difusión (su concentración es elevada en la frontera con la zona de transición de emisor, y es nula en la frontera con la zona de carga de espacio de colector, debido a la polarización inversa de esta segunda unión). Si el espesor de la región N de la base es

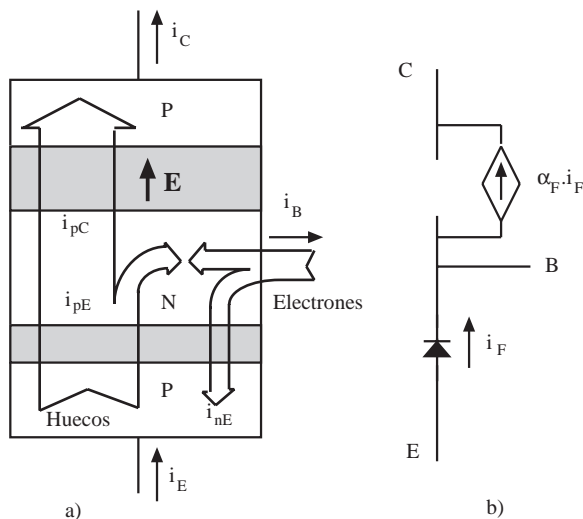


Fig. 10.18 a) Corrientes a través del transistor con $V_{EB} > 0$ y $V_{CB} < 0$. b) Modelización del efecto transistor

pequeño, muchos de los huecos que el emisor inyecta en la base llegarán a la zona de carga de espacio del colector. En esta región existe un campo eléctrico muy intenso que tiene el sentido de base hacia colector (teoría de la unión P-N), el cual arrastrará a estos huecos hacia el colector y dará lugar a una corriente de colector.

La corriente de colector estará constituida por los huecos que llegan a la unión colectora, i_{pC} . Será, pues, una fracción de la corriente de huecos que inyecta el emisor en la base, i_{pE} . Algunos de los huecos inyectados se perderán en la base ya que el avance por difusión es lento, y si un hueco supera su tiempo de vida desaparece por recombinación. Por tanto, se puede establecer que *la corriente de colector es una fracción de la corriente de emisor*: $i_c = \alpha_F \cdot i_F$, donde $i_F = i_{pE} + i_{nE}$ es la corriente de emisor en estas condiciones de polarización del transistor (i_{nE} es la corriente de electrones que la base inyecta al emisor), y α_F es una constante que debe ser inferior a la unidad:

$$\alpha_F = \frac{i_{pC}}{i_{pE} + i_{nE}}$$

El efecto transistor se modela incluyendo una fuente dependiente entre base y colector de valor $\alpha_F \cdot i_F$, tal como se representa en la figura 10.18b. La corriente de base del transistor de la figura 10.18a está constituida por los electrones que la base inyecta al emisor (teoría de operación de la unión P-N) y por los electrones que se inyectan desde el terminal exterior para recombinar con los huecos que se pierden en la base. Si no se inyectaran estos electrones, los huecos que se recombinan en la base agotarían los electrones de ella, puesto que estamos en una situación de régimen permanente.

Un parámetro muy importante del transistor bipolar es β_F . Este parámetro es la relación entre la corriente de colector y la de base cuando el transistor trabaja en la región activa. Es decir:

379

$$\beta_F = \frac{i_C}{i_B} = \frac{i_{pC}}{i_{nE} + (i_{pE} - i_{pC})} \quad (10.25)$$

Si se dividen numerador y denominador de la expresión anterior por $i_{pE} + i_{nE}$ resulta:

$$\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} \quad (10.26)$$

Para tener un transistor con una β_F de valor elevado se requiere tener un α_F de valor muy próximo a la unidad. Para conseguirlo se necesita que i_{pC} sea lo más próxima posible a $i_{pE} + i_{nE}$. Y esto exige dos condiciones:

- que la corriente que la base inyecta al emisor, i_{nE} , sea mucho menor que la que el emisor inyecta a la base i_{pE} , y
- que las pérdidas de huecos por recombinación en la base sean lo menor posible, a fin de que i_{pC} sea próximo a i_{pE} .

Para explicitar estas dos condiciones se acostumbra a expresar α_F como producto de dos factores: la eficiencia de emisor, γ_E , y el factor de transporte, α_T ,

$$\alpha_F = \frac{i_{pC}}{i_{pE} + i_{nE}} = \frac{i_{pC}}{i_{pE}} \frac{i_{pE}}{i_{pE} + i_{nE}} = \alpha_T \cdot \gamma_E \quad (10.27)$$

El *factor de transporte*, α_T , mide las pérdidas por recombinación en la base. Estas pérdidas se pueden disminuir haciendo la base más delgada, puesto que entonces los huecos tardan menos tiempo en atravesarla.

La *eficiencia de emisor*, γ_E , es una medida de la relación entre las corrientes de huecos y de electrones a través de la unión emisora. Usando las expresiones 10.20 se encuentra que:

$$\gamma_E \equiv \frac{i_{pE}}{i_{pE} + i_{nE}} = \frac{1}{1 + i_{nE} / i_{pE}} = \frac{1}{1 + \frac{k_n}{k_p} \frac{N_B}{N_E}} \quad (10.28)$$

Esta expresión pone de manifiesto que para que la eficiencia de emisor sea elevada se requiere que el dopado de emisor N_E sea muy superior al de base N_B . Obsérvese también que la eficiencia de emisor nunca puede ser superior a la unidad.

Ejemplo 10.7

380

En un transistor NPN suponer un factor de transporte en la base de uno. Si $k_p = k_n$ en la unión emisora ¿cuál debe ser el dopado de emisor para conseguir una β_F mayor o igual a 100 si el dopado de base es de $5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$?

El parámetro α_F será:

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} = \frac{100}{101} = 0,99$$

Como el factor de transporte se supone la unidad, la eficiencia de emisor valdrá 0,99. Luego

$$\gamma_E = \frac{1}{1 + N_B / N_E} = 0,99$$

Despejando N_E de esta última expresión, resulta:

$$N_E = 100 \cdot N_B = 5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

Ejercicio 10.7

¿Cuál sería el valor de β_F del transistor del ejemplo anterior si su factor de transporte fuera de 0,9 en lugar de la unidad?

Solución: $\beta_F = 8,17$.

10.3.2 Modelo del transistor bipolar

En la figura 10.18 se modeló el efecto transistor cuando se le aplicaba una polarización directa a la unión emisora e inversa a la colectora. Si la polarización fuera simétrica a la anterior, es decir, si v_{CB} fuera positiva y v_{EB} negativa, el comportamiento de la estructura sería dual al anterior: el colector haría de emisor y el emisor de colector. Este funcionamiento inverso del transistor puede modelarse mediante un diodo de colector por el que circula una corriente I_R en sentido colector base y una fuente dependiente entre base y emisor de valor $\alpha_R \cdot I_R$.

Cuando se considera una polarización arbitraria el modelo del transistor es el representado en la figura 10.19a. Este modelo se denomina de *Ebers-Moll de inyección*. Las ecuaciones que se desprenden de este modelo son:

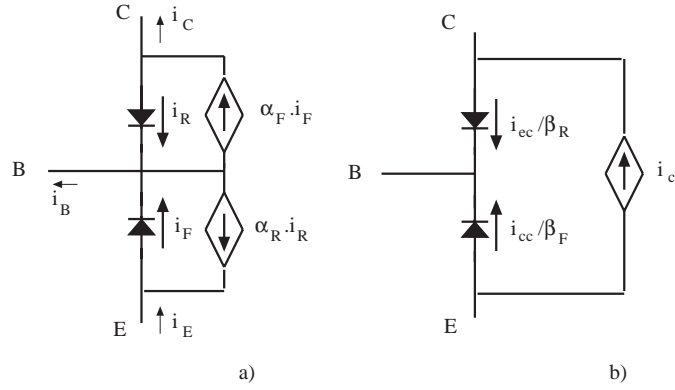


Fig. 10.19 a) Modelo de Ebers-Moll de inyección. b) Modelo de Ebers-Moll de transporte

$$\begin{aligned} i_E &= I_{ES}(e^{V_{EB}/V_T} - 1) - \alpha_R I_{CS}(e^{V_{CB}/V_T} - 1) \\ i_C &= \alpha_F I_{ES}(e^{V_{BE}/V_T} - 1) - I_{CS}(e^{V_{CB}/V_T} - 1) \end{aligned} \quad (10.29)$$

El análisis físico de la estructura del transistor exige que se cumpla que:

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS} = I_S \quad (10.30)$$

que se denomina condición de reciprocidad.

Cuando se analizan circuitos con transistores suele utilizarse un modelo de transistor más simple. Se denomina *modelo de Ebers Moll de transporte*. Este modelo se obtiene del anterior despejando I_{ES} e I_{CS} en función de I_S en la última expresión y sustituyendo α_F y α_R en función de β_F y β_R respectivamente. Después de operar se obtiene:

$$\begin{aligned} i_E &= \frac{i_{CC}}{\beta_F} + i_{CC} - i_{EC} = \frac{i_{CC}}{\beta_F} + i_{CT} \\ i_C &= -\frac{i_{EC}}{\beta_R} - i_{CC} + i_{EC} = -\frac{i_{EC}}{\beta_R} - i_{CT} \end{aligned} \quad (10.31)$$

donde $i_{CT} = i_{CC} - i_{EC}$, y las corrientes i_{CC} e i_{EC} vienen dadas por:

$$\begin{aligned} i_{CC} &= I_S(e^{V_{EB}/V_T} - 1) \\ i_{EC} &= I_S(e^{V_{CB}/V_T} - 1) \end{aligned} \quad (10.32)$$

Obsérvese que este modelo, representado en la figura 10.19b, tiene una fuente dependiente menos que el modelo de inyección. Bastan tres parámetros para definirlo: I_s , β_F y β_R , en lugar de los cuatro parámetros involucrados en el primer modelo. Nótese también que los diodos del modelo de transporte no representan los diodos de emisor y colector. Por ellos sólo circula una fracción de la corriente total del diodo; la que corresponde a la base. En el capítulo 7 se usó este modelo con una ligera modificación. A la corriente por el diodo entre emisor y base se la denominó i_{eb} , y a la corriente entre colector y base i_{cb} . Entonces:

$$i_{eb} = \frac{i_{CC}}{\beta_F} \quad i_{cb} = \frac{i_{EC}}{\beta_R} \quad i_{ct} = \beta_F i_{eb} - \beta_R i_{cb} \quad (10.33)$$

El modelo de Ebers-Moll presentado hasta el momento es un modelo para operación en régimen permanente. Cuando las señales que se aplican al transistor varían con el tiempo el modelo del transistor bipolar debe completarse con las capacidades de transición y de difusión de la unión emisora y de la unión colectora, tal como se describió en el capítulo 7.

10.4 El transistor de efecto de campo MOS

El transistor de efecto de campo MOS debe su nombre a la estructura de su parte central: Metal - Óxido - Semiconductor. Desde su puesta en escena a principios de los sesenta ha ido incrementando su presencia en los circuitos electrónicos hasta ser, sin ninguna duda, el dispositivo más utilizado en los circuitos electrónicos fabricados en la última década. Aunque su principio de operación fue ideado hace más de sesenta años, dificultades tecnológicas impidieron su realización de una manera fiable y repetitiva. Su predominio en la electrónica actual se debe a su capacidad de miniaturización y a la posibilidad de realizar con él circuitos que consumen muy poca potencia.

10.4.1 Principio de operación del transistor MOS

Consideremos la estructura física de la figura 10.20a. Obviamente la corriente que circulará entre el terminal D y el S será prácticamente nula, sea cual sea la tensión V_D , puesto que en su trayecto siempre se encuentra un diodo polarizado en inversa.

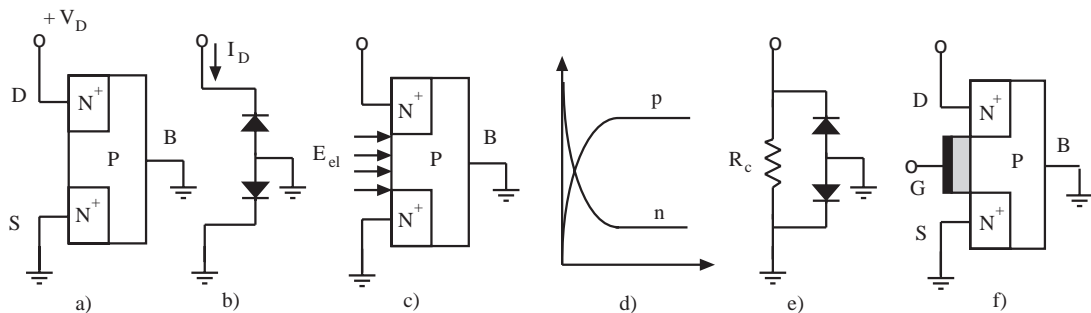


Fig. 10.20 Efecto de campo en el MOS. a) Estructura de partida. b) Circuito equivalente. c) Aplicación de un campo eléctrico transversal. d) Efecto del campo sobre la concentración de portadores. e) Aparición de un canal conductor. f) Transistor MOS

Si en dirección perpendicular a la superficie comprendida entre las regiones N^+ (el signo + representa un dopado de valor muy elevado, normalmente mayor que 10^{19} at/cm^3) se aplica un campo eléctrico en la forma indicada en la figura 10.20c, las concentraciones de portadores en el semiconductor P se modifican. El campo eléctrico rechaza los huecos hacia el interior del semiconductor y atrae a los electrones hacia la superficie. Esto provoca en la región próxima a la superficie una disminución de la concentración de huecos y un aumento de la concentración de electrones, tal como se indica en la figura 10.20d. Si el campo es lo suficientemente intenso, puede provocar que en la superficie del semiconductor la concentración de electrones sea superior a la de huecos. Entonces se dice que la superficie se ha invertido, o que se ha creado una *canal de electrones*.

Este canal, rico en electrones, es una región N que conecta a las dos regiones N^+ . Se ha abierto un camino de conducción alternativo a los dos diodos en oposición (figura 10.20e), que permite el paso de corriente. La corriente que circula entre drenador (D) y surtidor (S) depende de la resistencia del canal. A menor resistencia mayor corriente. La resistencia disminuye al aumentar el campo eléctrico transversal, ya que aumenta el número de electrones en la superficie. Por tanto, la corriente puede controlarse a través del campo eléctrico perpendicular a la superficie. Por esto se dice que es un *dispositivo de efecto de campo*.

El campo eléctrico perpendicular a la superficie se crea mediante un condensador formado por una placa metálica, denominada puerta, un aislante y el propio semiconductor que constituye la otra placa del condensador. El aislante suele ser SiO_2 . Al aplicar una tensión positiva en G se crea un campo eléctrico transversal que, si tiene una intensidad suficiente, crea el canal en la superficie del semiconductor. Este dispositivo se denomina *transistor MOS de canal N*.

En la estructura MOS que se acaba de describir aparecen unas cargas cuya distribución se representa en la figura 10.21. Al aplicar una tensión positiva en la puerta, V_G , la placa metálica de puerta se carga positivamente con una carga Q_g y el semiconductor, que constituye la otra placa, con una carga $-Q_g$. Esta carga negativa del semiconductor tiene dos componentes: la carga constituida por los electrones que forman el canal, Q_n , pegada a la superficie, y a continuación, la carga constituida por las impurezas aceptadoras ionizadas negativamente del semiconductor P, Q_d . La presencia de esta segunda carga es consecuencia directa de la modificación de las concentraciones de portadores inducida por el campo cerca de la superficie. En ausencia de campo eléctrico los huecos neutralizaban estas impurezas. Al disminuir la concentración de huecos cerca de la superficie, las impurezas quedan sin neutralizar.

Cuando la tensión aplicada a la puerta respecto al surtidor es pequeña, la modificación de las concentraciones no es suficiente para crear el canal. En el semiconductor sólo existirá carga debida a impurezas ionizadas. A medida que se aumenta la tensión de puerta van aumentando las

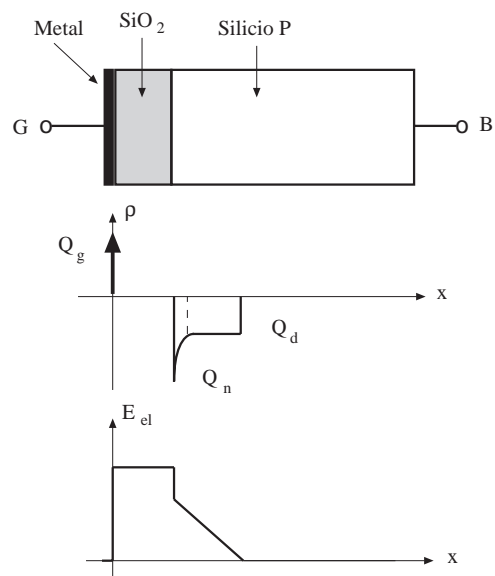


Fig. 10.21 Estructura MOS. Distribución de cargas y de campo eléctrico. La carga en la armadura metálica del condensador es positiva y se distribuye en forma de una película delgada en la superficie del metal. La carga en el semiconductor es negativa y de valor absoluto igual a la carga positiva del metal. Está formada por la carga del canal, Q_n , y la carga debida a las impurezas ionizadas, Q_d .

cargas hasta que llega un momento en que se empieza a formar canal. Se denomina *tensión umbral* V_T del transistor MOS al valor mínimo de la tensión de puerta que induce canal. Así, si V_{GS} es menor que la tensión umbral V_T , la corriente de drenador es prácticamente nula porque no hay canal.

Una teoría más completa de dispositivos semiconductores muestra que la tensión umbral viene dada por:

$$V_T = V_{T0} + \gamma \left[\sqrt{-2\phi_B - V_{BS}} - \sqrt{-2\phi_B} \right] \quad (10.34)$$

donde

$$\begin{aligned} \phi_B &= -\frac{KT}{q} \cdot \ln(N_A / n_i) \\ \gamma &= \frac{\sqrt{2 \cdot q \cdot \epsilon_{Si} \cdot N_A}}{C'_{ox}} \\ C'_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \end{aligned} \quad (10.35)$$

La expresión 10.34 muestra que la tensión umbral viene dada por una constante V_{T0} más un término que depende de la diferencia de tensión entre el terminal de sustrato B y el de surtidor. A esta dependencia se la denomina *efecto sustrato*. La constante V_{T0} depende de las características específicas del metal de puerta y del dopado del silicio. En estas expresiones C'_{ox} es la capacidad del condensador de puerta por unidad de superficie, donde t_{ox} es el espesor del óxido de puerta. Durante el proceso de fabricación del transistor MOS el parámetro V_{T0} se puede ajustar implantando iones en la superficie del semiconductor en la región del canal.

Otra característica importante del transistor MOS es la saturación de la corriente por el *estrangulamiento del canal*. Para entender este fenómeno, imaginemos que el condensador de puerta está constituido por un conjunto de condensadores elementales conectados en paralelo, tal como de indica en la figura 10.22. Supóngase, de momento, que V_{GS} es mayor que V_T , y que V_{DS} es igual a cero. En

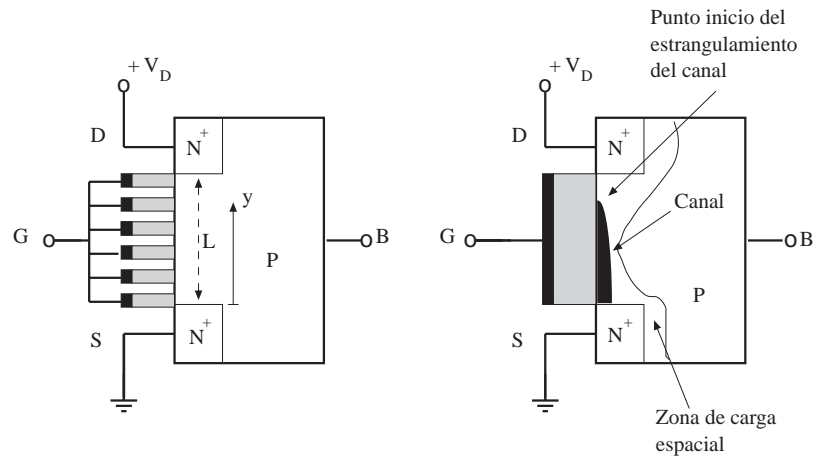


Fig. 10.22 a) División del condensador de puerta en condensadores elementales.
b) Estrangulamiento del canal

estas condiciones existirá un canal uniforme en toda la superficie del semiconductor comprendida entre drenador y surtidor. Cuando V_{DS} empieza a aumentar el condensador elemental más próximo a D tendrá aplicada una tensión entre sus terminales de valor $V_{GS} - V_{DS}$, que será inferior a la aplicada al condensador próximo a S. En consecuencia, la carga en la región semiconductora de este condensador elemental será menor que en los otros condensadores, y el campo eléctrico transversal también será menor.

Si V_{DS} sigue aumentando llega un momento en que el canal desaparece en el condensador elemental más próximo a D debido a que la tensión aplicada es inferior a la umbral. Se dice que el canal se ha estrangulado. Esto ocurre cuando:

$$V_{GS} - V_{DS} \leq V_T \quad (10.36)$$

Si V_{DS} sigue aumentando, la desaparición del canal afecta a más de un condensador elemental, puesto que la zona de carga espacial de la unión $N^+ - P$ de drenador debe ensancharse por aumentar su polarización inversa. El canal se estrangula en el punto en que la diferencia de tensión entre las placas del condensador elemental es justamente V_T . Es decir, la tensión en el canal en el punto de inicio del estrangulamiento será siempre V_{GS} menos V_T .

La desaparición del canal en la región de estrangulamiento significa que, en ella, la concentración de electrones deja de superar a la de impurezas ionizadas. Pero esta situación no impide que si se inyectan electrones en ella, éstos puedan atravesar dicha región hasta alcanzar el drenador. Basta que exista un pequeño campo longitudinal de drenador a surtidor.

El mecanismo de transporte de portadores en condiciones de estrangulación es el siguiente. El extremo del canal en la región estrangulada está a una tensión $V_{GS} - V_T$ superior al surtidor. Esta diferencia de tensión crea un campo eléctrico longitudinal en el canal que arrastra a los electrones desde el surtidor hasta la región estrangulada. La acumulación de electrones en esta región origina un campo eléctrico longitudinal en la región estrangulada que los arrastra hasta el drenador.

Si la posición del punto de estrangulamiento fuera fija la corriente sería constante, ya que el campo eléctrico en el canal lo sería. Sin embargo, la longitud del canal se reduce ligeramente al aumentar la tensión de drenador, ya que aumenta la anchura de la región estrangulada. Esta disminución de la longitud del canal provoca un ligero incremento del campo eléctrico, puesto que la diferencia de tensión entre los extremos del canal se mantiene constante. Y este aumento del campo eléctrico produce un ligero aumento de la corriente de drenador en la región de saturación.

Obsérvese que en el transistor MOS el drenador y surtidor son intercambiables. En el transistor MOS de canal N actúa como drenador la región N que está a un potencial mayor. Como la estructura del transistor, en lo que afecta a las regiones N, es simétrica, la característica $i(v)$ del transistor será igual tanto si actúa de drenador una región N como la otra.

10.4.2 Modelo del transistor MOS

Supóngase que el canal no esté estrangulado y considérese uno de los condensadores elementales de la figura 10.22 de longitud diferencial dy . Este condensador elemental tiene aplicada una tensión V_{GS} en la placa de puerta y una tensión $V_c(y)$ en la placa semiconductora. Esta última tensión toma un valor intermedio entre la tensión aplicada al drenador y al surtidor. La carga negativa de la placa semiconductora, por unidad de superficie de puerta, será:

$$Q'_n(y) + Q'_d = -C'_{ox} [V_{GS} - V_c(y)] \quad (10.37)$$

en donde Q'_n es la carga por unidad de superficie debida a los electrones del canal y Q'_d la debida a las impurezas ionizadas. Ahora bien, cuando la polarización del condensador es V_T , la carga del canal es cero, por lo que Q'_d debe ser igual a $-C'_{ox} \cdot V_T$. Por tanto, la carga del canal será:

$$Q'_n(y) = -C'_{ox} [V_{GS} - V_T - V_c(y)] \quad (10.38)$$

Si por el canal circula una corriente I_D , la caída de tensión que provocará en este elemento de canal de longitud dy será:

$$dV_c(y) = I_D dR(y) = I_D \rho(y) \frac{dy}{We} = I_D \frac{1}{q\mu_n n(y)} \frac{dy}{We} \quad (10.39)$$

donde $\rho(y)$ es la resistividad del canal en el punto y , e es su espesor, W su anchura y $n(y)$ la concentración de electrones, cuyo valor es $-Q'_n(y)/qeW$. Sustituyendo esta expresión en 10.39, e integrándola a lo largo del canal entre 0, donde V_c vale cero y L , donde V_c vale V_{DS} , se obtiene:

$$I_D = K \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right] \quad (10.40)$$

$$K = \mu_n C'_{ox} = \mu_n \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}}$$

386

Esta expresión es válida en tanto que el canal se extienda entre surtidor y drenador. Cuando el canal inicia su estrangulamiento la tensión de drenador es $V_{GS} - V_T$, y la expresión 10.40 se convierte en:

$$I_D = \frac{K}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)^2 \quad (10.41)$$

En este modelo elemental se supone que la corriente se mantiene constante cuando el canal está estrangulado. Las expresiones 10.40 y 10.41 modelan el comportamiento del transistor MOS en modo estático en la región lineal (canal extendido entre surtidor y drenador) y en la región de saturación (canal estrangulado).

Ejemplo 10.8

Calcular la constante K de un transistor MOS sabiendo que el espesor del óxido de puerta es de 1000 Å, que la constante dieléctrica relativa del óxido de puerta es de 3,9 y la movilidad de los electrones en el canal es de 600 cm²/Vs.

La capacidad del condensador de puerta por unidad de superficie será:

$$C'_{ox} = \frac{1 \cdot 3,9 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14}}{1000 \cdot 10^{-8}} = 3,45 \cdot 10^{-8} \text{ F / cm}^2$$

La constante K será:

$$K = 3,45 \cdot 10^{-8} \cdot 600 = 20 \cdot 10^{-6} \text{ A / V}^2$$

Ejercicio 10.8

Un transistor MOS está caracterizado por un valor de K igual a $20 \mu\text{A}/\text{V}^2$ y una tensión umbral de 1 V. ¿Cuál debe ser la anchura W del canal si se desea una corriente de saturación de 1 mA cuando se apliquen 5 V a la puerta?. Dato: longitud del canal $L = 2 \mu\text{m}$.

Solución: $W = 12,5 \mu\text{m}$.



Cuando se aplican al transistor MOS señales que varían con el tiempo hay que complementar el modelo anterior con las capacidades de la estructura. Las uniones $\text{N}^+\text{-P}$ de drenador y surtidor están polarizadas inversamente. En estas condiciones presentan unas capacidades de transición C_{jD} y C_{jS} respectivamente. Entre la puerta y el semiconductor existe el condensador de puerta. En el terminal semiconductor esta capacidad está distribuida a lo largo del canal. Para simplificar los cálculos, suele modelarse mediante tres capacidades concentradas: C_{GD} , C_{GS} y C_{GB} . Este modelo dinámico del MOS es el que se describió en el capítulo ocho.

La extensión de esta teoría al *transistor de canal P* es inmediata: es el caso dual. Basta intercambiar electrones y huecos, dopado N y dopado P, y cambiar el signo de las tensiones y corrientes.

La teoría de operación del *MOS de vaciamiento* de canal N es igual a la del MOS de acumulación descrito sin más que considerar que en la superficie del canal existe un canal de impurezas donadoras (carga positiva), creado durante el proceso de fabricación. Entonces con V_{GS} nula ya existe canal conductor. Hay que aplicar una tensión V_{GS} negativa para vaciar este canal y poder anular la corriente I_D .

10.5 Procesos tecnológicos básicos en los semiconductores

La inmensa mayoría de dispositivos semiconductores se fabrican con silicio monocristalino. El silicio es el segundo elemento más abundante de la corteza terrestre (28%), por detrás del oxígeno. Se obtiene a partir de la sílice (SiO_2) mediante un proceso de reducción y purificación. Posteriormente, mediante un procedimiento de cristalización se obtiene el silicio monocristalino.

El proceso de obtención del silicio monocristalino consta de cinco etapas. En primer lugar se reduce la sílice de la arena a alta temperatura en presencia de carbono. Se obtiene así silicio muy impuro. En una segunda etapa, se hace reaccionar este silicio con cloro para obtener triclorosilano (SiHCl_3), que es un compuesto líquido, que se puede conseguir en alto grado de pureza mediante un proceso de destilación fraccionada. Este triclorosilano ultrapuro es descompuesto térmicamente a 1000°C en atmósfera de hidrógeno y se obtiene silicio policristalino ultrapuro. La última etapa del proceso consiste en obtener un monocristal de silicio a partir de este silicio policristalino. Existen dos técnicas básicas para conseguirlo: el método de Czochralski y el método de zona flotante.

El *método de Czochralski* consiste en fundir el silicio monocristalino en un crisol. En el extremo inferior de un soporte vertical se coloca un pequeño cristal de silicio, denominado simiente cristalina, que se pone en contacto con el silicio fundido, justo en la superficie del crisol. Se imprime un movimiento de giro y lenta elevación al soporte vertical. La simiente cristalina se funde un poco cuando hace contacto con el silicio fundido, pero al hacerla girar se consigue que átomos de silicio fundido vayan agrupándose a su alrededor y al enfriarse, por dejar de estar en contacto directo con el silicio fundido debido al movimiento de elevación del soporte, vayan fijándose en las posiciones que determina la simiente cristalina, de forma que los nuevos átomos de silicio van continuando la estructura

cristalina de la simiente. Se obtiene, por este método, un lingote cilíndrico de silicio monocristalino, de unos 15 centímetros de diámetro y algunos metros de altura.

El *método de zona flotante* parte de una columna vertical de silicio policristalino sujeta en sus extremos por dos soportes. Una bobina de una espira, por la que circula una corriente de radiofrecuencia, rodea dicha columna y produce una fusión localizada del silicio de la columna en la sección de la bobina. Esta bobina se puede desplazar verticalmente a lo largo de toda la extensión de la columna de silicio. La bobina empieza a fundir el silicio del extremo inferior en la que hay una "simiente" cristalina como en el caso anterior, y al subir lentamente provoca que la zona fundida del centro de la bobina vaya desplazándose hacia arriba. Al desplazarse la bobina, la zona fundida que queda por debajo de la bobina recristaliza siguiendo una estructura monocristalina. La zona fundida queda, por tanto, flotante entre dos zonas sólidas. El silicio tiene la propiedad que los átomos de impureza "prefieren" la fase líquida a la sólida, por lo que el proceso de cristalización va acompañado de otro de purificación. El lingote monocristalino conseguido de esta forma suele contener menos impurezas que el logrado por el método de Czochralski.

Finalmente, el cilindro monocristalino obtenido es cortado en discos u obleas de unos 350 μm de espesor, que es el material de partida para la fabricación de dispositivos y circuitos integrados.

Para fabricar un dispositivo se requiere un conjunto de operaciones y procesos básicos que permitan crear regiones N y P dentro de un mismo cristal, depositar capas aislantes y conductoras sobre la superficie del silicio, eliminar estas capas en unas regiones y conservarlas en otras, conectar mediante pistas metálicas las distintas partes de un dispositivo y éstos entre sí, de forma que puedan construirse las estructuras vistas en los apartados anteriores. Los siguientes apartados se dedican a describir los procesos básicos que se usan para fabricar los dispositivos semiconductores.

10.5.1 Deposición de capas sobre el silicio

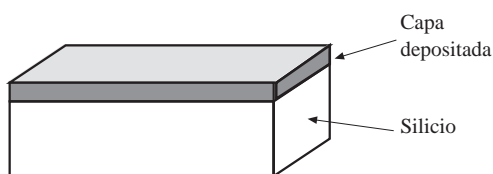


Fig. 10.23 Deposición de una capa sobre el silicio

El objetivo de estos procesos es depositar capas de distintos materiales sobre una oblea de silicio, cuyo espesor pueda ser controlado durante el proceso (figura 10.23). Estas capas pueden ser conductoras (por ejemplo de aluminio) o aislantes (por ejemplo de nitruro de silicio).

Existen dos técnicas básicas para depositar capas sobre el silicio:

- *Técnica PVD* (del inglés *Physical Vapor Deposition*): los átomos que se depositan sobre el sustrato de silicio proceden de un material que ha sido disgregado por métodos físicos. Por ejemplo, el aluminio se puede evaporar en el vacío por un incremento súbito de temperatura, y los átomos así disgregados caen y se depositan sobre el silicio.
- *Técnica CVD* (del inglés *Chemical Vapor Deposition*): los átomos que se depositan sobre el silicio son el producto de una reacción química entre dos gases. La reacción química tiene lugar sobre el silicio y el producto de la reacción cae sobre el silicio. Así por ejemplo, se puede depositar una capa de nitruro de silicio (Si_3N_4) haciendo reaccionar amoníaco (NH_3) con silano (SiH_4).

Una analogía intuitiva sobre el proceso de deposición de una capa es el crecimiento de una capa de nieve sobre el suelo durante una nevada. El espesor de esta capa va aumentando según transcurre el tiempo de nevada y según su intensidad.

Un caso especial de capa depositada la constituye el *crecimiento epitaxial*. Consiste en depositar una capa de silicio sobre un sustrato de silicio. Si la temperatura es superior a 1100 °C, los átomos que se depositan sobre el silicio continúan la estructura cristalina del sustrato. Si durante el crecimiento epitaxial también se depositan átomos dopantes, la capa crecida de silicio tendrá un dopado controlado.

10.5.2 Oxidación del silicio

El dióxido de silicio (SiO_2) tiene unas propiedades claves en la tecnología microelectrónica. Actúa de máscara en los procesos de introducción de impurezas dentro del silicio (que se describirán más adelante), constituye un dieléctrico de alta calidad para hacer transistores MOS (óxido de puerta), y es un buen protector de las superficies de silicio. Su obtención y control es de gran importancia en la tecnología actual.

Al igual que el nitruro de silicio, el dióxido de silicio puede obtenerse por CVD. Esta es la forma normal de obtención cuando se requiere un grosor considerable y los requisitos sobre su calidad no son muy estrictos.

Sin embargo, cuando se requiere óxido de gran calidad se procede a realizar la oxidación del sustrato de silicio. Esta oxidación consiste en *hacer reaccionar los átomos de silicio* del sustrato monocristalino *con átomos de oxígeno* que se introduce en el horno en forma gaseosa. Esta reacción es eficaz a una temperatura de unos 1000 °C. El producto de la reacción es SiO_2 y queda como una capa en la superficie del silicio. A medida que el grosor de esta capa aumenta la reacción se hace más lenta, ya que los átomos de oxígeno deben atravesar la capa de SiO_2 para poder reaccionar con los átomos de silicio del sustrato. La rapidez de crecimiento de la capa de dióxido de silicio puede incrementarse si se añade al oxígeno vapor de agua (la reacción se denomina entonces oxidación húmeda), aunque en este caso disminuye la calidad del óxido resultante.

389

10.5.3 Fotolitografía

La palabra fotolitografía procede del griego y significa grabado (grafía) de piedras (lito) con luz (foto). El objetivo de este proceso es transferir un cierto dibujo sobre una capa de material que cubre la superficie del silicio (por ejemplo una capa de SiO_2 , de Si_3N_4 , o de metal). Es otro proceso clave para la fabricación de dispositivos semiconductores. Su realización consta de las siguientes etapas (figura 10.24):

- Se recubre la superficie de la oblea con *resina fotosensible* (en inglés *photoresist*), que es un tipo de plástico cuyas propiedades químicas cambian cuando es expuesto a radiación ultravioleta.
- Se coloca una *máscara* sobre la fotorresina. La máscara es un tipo de vidrio, transparente a la radiación ultravioleta, en cuya parte posterior tiene dibujado con material opaco a la radiación el dibujo a transferir sobre la superficie del silicio.
- Se ilumina el conjunto formado por el silicio, la fotorresina y la máscara con *radiación ultravioleta*. En las áreas en que la máscara es transparente la radiación alcanza la resina fotosensible y provoca los cambios antes comentados. En las áreas opacas de la máscara, la radiación no llega a la fotorresina, y ésta no experimenta cambios.
- A continuación se procede al *revelado* de la fotorresina, que consiste en introducir la oblea y la fotorresina que la cubre en el líquido de revelado, el cual disuelve la fotorresina iluminada y deja intacta la no iluminada. (También existen fotorresinas, llamadas negativas, en las que el revelador disuelve las partes no iluminadas y deja intactas las expuestas a la luz ultravioleta).

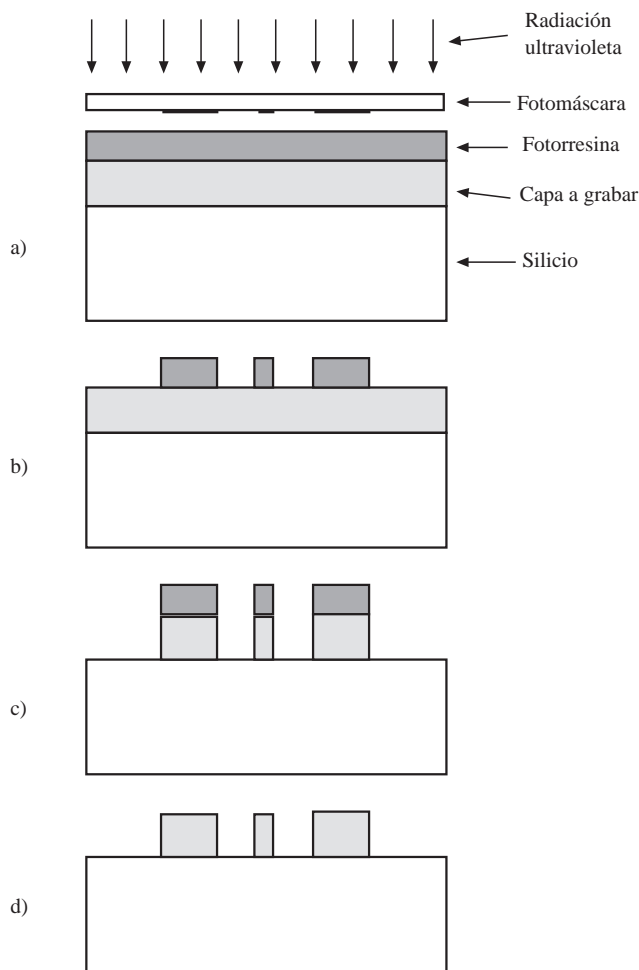


Fig. 10.24 a) Irradiación de la fotorresina. b) Revelado de la fotorresina. c) Grabado de la capa. d) Eliminación de la fotorresina

- Una vez revelada la fotorresina se procede al *grabado* de la capa (figura 10.24c). Esta etapa consiste en introducir la oblea de silicio con la fotorresina revelada en un medio que ataca la superficie no cubierta con la fotorresina y deja intactas las áreas cubiertas con ella. Después de cierto tiempo en este medio, la capa que se quiere grabar ha desaparecido completamente en las áreas no protegidas, y permanece en las que está cubierta con la fotorresina.
- La última etapa consiste en *eliminar la fotorresina* que ha protegido a la capa atacada en la etapa anterior. El resultado final es que el dibujo opaco de la máscara ha sido grabado sobre la capa que cubría inicialmente al silicio.

En algunas tecnologías avanzadas el proceso anterior se modifica. En lugar de radiación ultravioleta se usan rayos X o un haz de electrones de longitudes de onda inferiores a las de la radiación ultravioleta. Con ello se consigue una mejor resolución en la transferencia de dibujos muy pequeños.

10.5.4 Grabado de capas sobre el silicio

Grabar una capa significa eliminar esta capa en unas áreas y conservarla en otras según un dibujo preestablecido. Como ha sido indicado en el apartado anterior, una etapa del proceso de fotolitografía es el grabado de la capa depositada sobre el silicio. Hay dos métodos para conseguirlo: el grabado húmedo y el grabado seco.

El *grabado húmedo* consiste en sumergir la oblea con la fotorresina revelada en un líquido que disuelve el material de la capa a grabar pero no la fotorresina. El líquido ataca al material de la capa de forma isotrópica, es decir, el ataque se produce por igual en todas direcciones en las áreas del material en contacto con el líquido. Esto provoca que también desaparezca un poco de material en los bordes de la capa debajo de la fotorresina. Se pierde, en consecuencia, resolución en la transferencia del dibujo de la máscara.

El *grabado seco* consiste en atacar la oblea con un gas a baja presión. De esta forma puede conseguirse un grabado anisótropo: sólo se ataca al material de la capa en dirección vertical, ya que las moléculas del gas a baja presión atacan a dicha capa siguiendo trayectorias rectilíneas. Se consigue una mayor resolución en la transferencia de la imagen.

10.5.5 Difusión

La difusión de estado sólido es uno de los mecanismos habituales para *introducir impurezas en el interior de un semiconductor*. Como su nombre indica, este mecanismo se basa en la tendencia a igualar concentraciones que experimentan los sistemas de partículas sujetas a una agitación térmica aleatoria. Para dotar a los átomos, que son las partículas que se difunden en este sistema, de una agitación térmica, hay que elevar la temperatura del sistema a unos 1000 °C. A esta temperatura, los átomos de la red cristalina vibran con gran amplitud alrededor de su posición de equilibrio, y permiten el paso a los átomos de dopante que también están sujetos a una cierta agitación térmica.

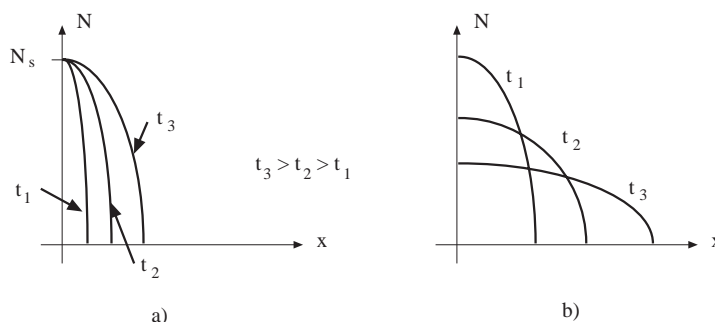


Fig. 10.25 Concentración de impurezas en función de la profundidad desde la superficie, con parámetro el tiempo. a) Con difusión a fuente ilimitada. b) Después de la difusión de redistribución

Hay un hecho de especial importancia en el proceso de difusión: *el dióxido de silicio actúa como máscara*, es decir, impide que los átomos de dopante lo atraviesen. Este fenómeno permite seleccionar áreas concretas para realizar la difusión. Si se recubre toda la superficie del silicio con una capa de SiO_2 y se abre una apertura rectangular en ella por medio de la fotolitografía, sólo penetrarán los átomos de impureza en el interior del semiconductor a través de esta "ventana" rectangular. En el resto de la superficie la capa de dióxido de silicio lo impide. (De hecho, las impurezas también se extienden un poco por debajo de los bordes de la ventana: es la denominada difusión lateral.)

Hay dos modalidades de difusión: la denominada *difusión a fuente ilimitada* y la *difusión de redistribución*. En la primera, la concentración de dopante en la superficie del silicio es constante. En este caso la concentración de dopado en dirección perpendicular a la superficie viene dada por una función del tipo: $N_s \cdot \text{erfc}(\alpha x)$ (función complementaria de error), que se da en forma tabulada. En la difusión de redistribución el número de átomos de impureza dentro el silicio se mantiene constante, y sólo se produce una redistribución de impurezas. La distribución de dopado es de tipo gaussiano: $N_0 \cdot \exp(x^2/\beta)$. Nótese que para realizar una difusión de redistribución primero deben introducirse las impurezas en el semiconductor.

10.5.6 Implantación iónica

La implantación iónica es otro proceso de introducción de impurezas dentro de un semiconductor. Consiste en *ionizar los átomos de dopante, acelerarlos mediante campos eléctricos y magnéticos y*

dirigirlos contra la superficie del semiconductor. A consecuencia de la colisión, los átomos penetran una cierta profundidad dentro del semiconductor (se implantan). Esta profundidad depende de la energía cinética de los iones.

También, en la implantación iónica, la capa de dióxido de silicio actúa de máscara. Impide que los iones la atraviesen. En la implantación se "bombardea" con iones toda la oblea, pero las impurezas penetran sólo en las ventanas abiertas en la capa de SiO_2 . La implantación se realiza a una temperatura muy inferior a la de difusión. Sin embargo, en el proceso de implantación la estructura cristalina recibe un daño considerable a consecuencia de las colisiones de los átomos de impureza. Por esto, una vez realizada la implantación se procede a un *recocido del cristal*: se eleva la temperatura durante un cierto tiempo para que los átomos del cristal vuelvan a colocarse en los nudos de la red cristalina. Este proceso de recocido también produce una cierta redistribución de las impurezas implantadas dentro el silicio.

10.5.7 Montaje y encapsulado de los dispositivos

La capacidad de fabricar simultáneamente un gran número de dispositivos y circuitos idénticos ha revolucionado la electrónica en las últimas décadas. Si bien el coste del proceso de una oblea entera es elevado, al ser grande el número de dispositivos o circuitos que se fabrican en ella, produce un coste

392

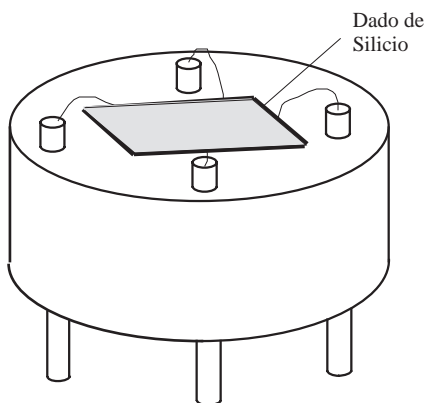


Fig. 10.26 Montaje del dado de silicio que contiene el dispositivo o el circuito integrado en el encapsulado

pequeño por unidad. La posibilidad de hacer un gran número de dispositivos a la vez se debe al pequeñísimo tamaño de cada uno de ellos. Por esto, se fabrican un gran número de dispositivos o circuitos integrados, cada uno en una pequeña área de la oblea de silicio llamada *dado*. Así, una vez acabados los procesos sobre la oblea hay que proceder a partir la oblea en sus dados, y a separar unos de otros.

Una vez obtenido un dado, y verificado su correcto funcionamiento, se procede a montarlo en un encapsulado adecuado para su uso en equipos electrónicos. Este proceso suele consistir en fijar el dado en un soporte, en conectar los terminales exteriores del encapsulado ("pins") a los puntos precisos de las pistas metálicas definidas sobre la superficie del semiconductor, y en proporcionar al conjunto resistencia mecánica, a la humedad y a los agentes corrosivos exteriores.

10.6 Fabricación del transistor bipolar

Los transistores bipolares se pueden fabricar como dispositivos discretos o bien formando parte de circuitos fabricados sobre un dado de silicio. A estos circuitos fabricados sobre el silicio se les denomina circuitos integrados (C.I.). En este apartado describiremos la estructura que suele tomar el transistor bipolar en C.I. y la tecnología de fabricación utilizada para fabricar estos circuitos que contienen transistores bipolares, que se conoce con el nombre de tecnología bipolar.

10.6.1 Estructura física del transistor bipolar de C.I.

En los C.I. se fabrican un cierto número de dispositivos sobre un mismo cristal (transistores, resistencias, condensadores,...). Todos ellos comparten el mismo sustrato. Por ello deben buscarse *procedimientos para aislar unos dispositivos de otros*, e interconectarlos para formar un circuito. Supongamos que el circuito integrado se fabrica sobre un sustrato de silicio monocristalino tipo P. Si de alguna forma se consiguiera crear una zona N dentro del cristal P, y se aplicara a la región P una tensión negativa y a la N una tensión positiva, la unión P-N estaría polarizada inversamente y equivaldría a un circuito abierto. Todos los dispositivos que se fabricaran dentro de la región N estarían, entonces, aislados del sustrato P. Este es precisamente el medio que se suele utilizar para aislar unos dispositivos de otros en la tecnología bipolar. Cada dispositivo se fabrica en una "isla" N embebida en el sustrato P. Para realizar el aislamiento *se polariza inversamente la unión P-N que rodea la isla*. La interconexión de unos dispositivos con otros se realiza mediante pistas metálicas que corren por la superficie del dado semiconductor.

Para permitir que cada uno de los terminales del transistor pueda ser conectado a otro elemento, es preciso que los tres terminales del transistor bipolar sean accesibles desde la superficie. Ello fuerza a que la corriente que circula por el transistor tenga un recorrido bidimensional en lugar del unidimensional considerado en la teoría básica: la corriente entra por la superficie del dado, recorre un cierto camino por dentro del semiconductor y vuelve a salir por la superficie. Si este camino es relativamente largo la resistencia que ofrece el semiconductor puede ser elevada, y las prestaciones del dispositivo se degradan. Para evitar esta degradación se procura un *camino de baja resistencia* dentro del volumen del semiconductor a través de la denominada *capa enterrada* en la figura 10.27. Esta capa enterrada tiene un dopado muy elevado a fin de conseguir una baja resistividad.

393

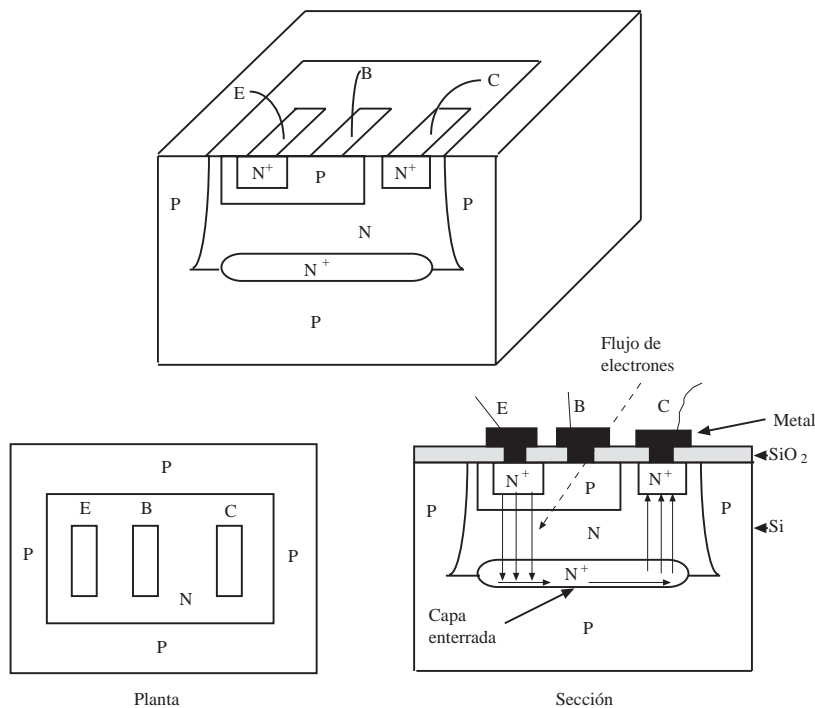


Fig. 10.27 Estructura física del transistor bipolar

La estructura física representada en esta figura muestra un transistor NPN. El terminal de emisor contacta con una pista metálica que a su vez hace contacto con una región N^+ . Esta región N^+ de emisor está rodeada por una región P que constituye la base del transistor. El terminal de base hace contacto con esta región desde la superficie de forma similar al terminal de emisor. La región P se halla rodeada a su vez por una región N que constituye el colector. Obsérvese que en la vertical del emisor aparece la estructura NPN que se ha descrito en la teoría básica. La corriente que llega al colector debe volver a salir por la superficie a través del terminal de colector. La capa enterrada proporciona un camino de baja resistividad a esta corriente. La región N^+ que hace contacto con el terminal de colector disminuye la resistencia de la interfase semiconductor - metal.

Obsérvese que todo el transistor bipolar ha sido fabricado en una isla N completamente rodeada de semiconductor P. El aislamiento de este transistor se consigue haciendo que las tensiones aplicadas a los terminales sean positivas y la del sustrato cero o negativa.

En esta representación gráfica de la estructura del transistor no se han respetado las escalas reales. Las dimensiones horizontales son mucho mayores que las verticales.

10.6.2 La tecnología bipolar: proceso de fabricación de un transistor de C.I.

La fabricación de la estructura descrita en el apartado anterior requiere utilizar toda una secuencia de procesos tecnológicos básicos que se describen a continuación, resumidos en la figura 10.28. Se parte de una oblea de silicio monocristalino tipo P.

394

1. Fabricación de la capa enterrada. El objetivo es crear una capa N^+ en la superficie del silicio de forma rectangular. Para ello se procede de la siguiente forma:
 - 1.1. Se oxida la superficie de la oblea.
 - 1.2. Mediante fotolitografía se graba una ventana de forma rectangular en el óxido usando la *máscara para la capa enterrada*.
 - 1.3. Se crea la región N^+ introduciendo impurezas pentavalentes por la ventana abierta en el óxido. Se utiliza bien una difusión o bien una implantación.
 - 1.4. Se elimina el óxido de la superficie.
2. Crecimiento de la capa epitaxial N. El objetivo es hacer crecer el cristal a partir de la superficie de la oblea y al mismo tiempo dopar con átomos donadores la capa de silicio que va creciendo. A consecuencia del crecimiento de esta capa epitaxial, la anterior capa N^+ ha quedado enterrada.
3. Difusión de aislamiento. El objetivo de esta etapa consiste en dividir esta capa epitaxial N en islas completamente rodeadas de semiconductor P. Dentro de cada una de estas islas se fabricará un dispositivo. El procedimiento que se sigue es el siguiente:
 - 3.1. Se oxida toda la oblea.
 - 3.2. Mediante fotolitografía se abren ventanas a través de las cuales se introducirán las impurezas aceptadoras. Para ello se utiliza la *máscara de aislamiento* que debe alinearse cuidadosamente con la anterior capa enterrada, para que esta última quede en el fondo de la isla N resultante.
 - 3.3. Se realiza una difusión P. A continuación, mediante una difusión de redistribución, se hará que esta región P llegue hasta el sustrato P.
 - 3.4. Se elimina el óxido de la superficie.
4. Difusión de base. El objetivo es crear la región P de la base.
 - 4.1. Se oxida la superficie.

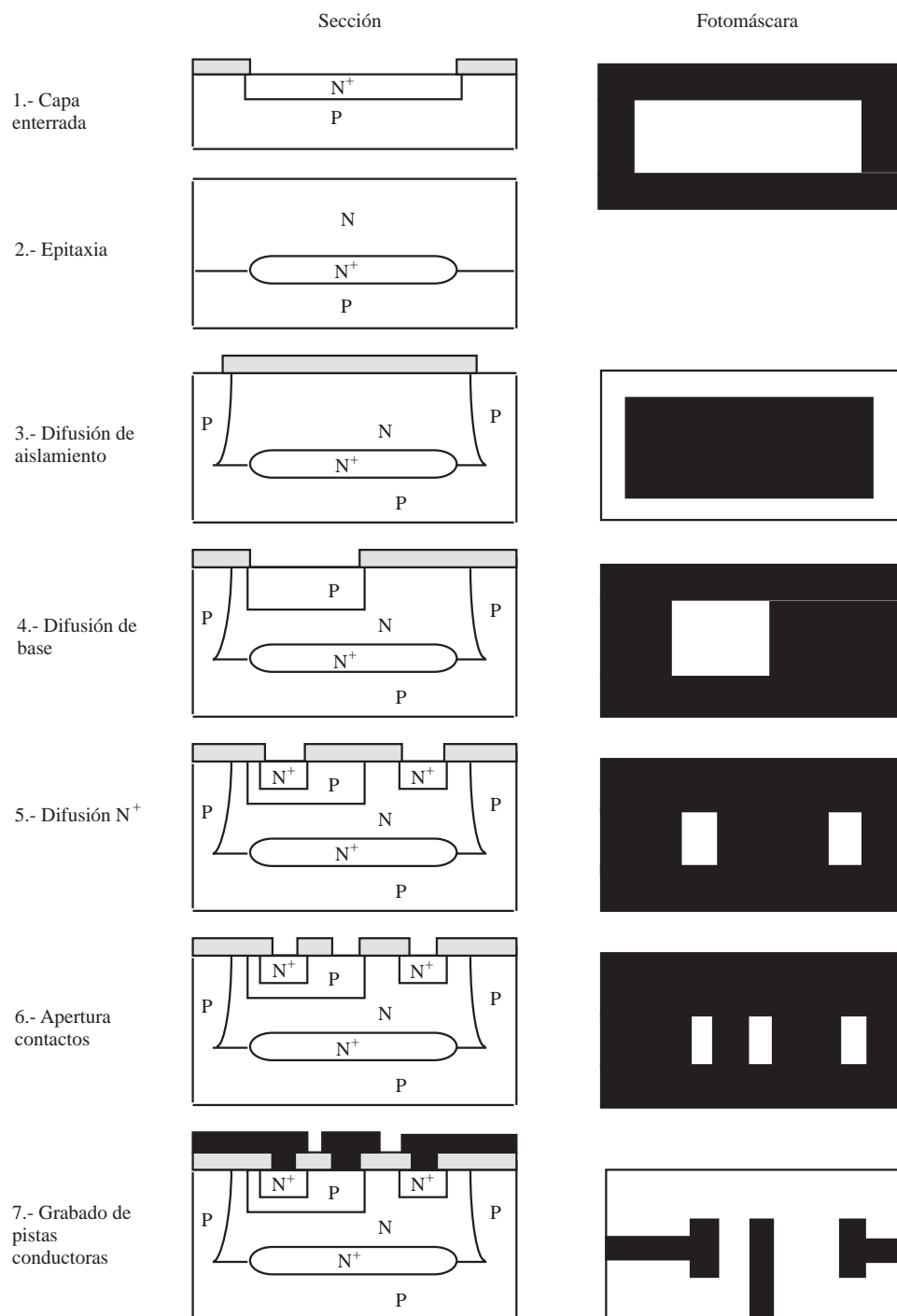


Fig. 10.28 Tecnología bipolar

- 4.2. Se abre la ventana para introducir las impurezas aceptadoras de la base. Se usa fotolitografía con la *máscara de base*, que debe estar alineada con las otras regiones.
- 4.3. Se realiza la difusión de base.
- 4.4. Se elimina el óxido de la superficie.
5. Difusión de las regiones N^+ de emisor y colector.
 - 5.1. Se oxida la oblea.
 - 5.2. Se abren las ventanas para realizar las difusiones N^+ . Se utiliza la *máscara de emisor y contacto de colector*, que deben alinearse con las capas anteriores.
 - 5.3. Se realiza una difusión N^+ .
 - 5.4. Se elimina el óxido de la superficie.
6. Apertura de ventanas para contactos de emisor, base y colector.
 - 6.1. Se oxida toda la superficie de la oblea.
 - 6.2. Se abren ventanas en las áreas en las que el metal, que se depositará posteriormente, debe hacer contacto con las regiones internas del semiconductor. Para ello se utilizará la *máscara de apertura de contactos*.
7. Metalización. El objetivo de esta etapa es definir unas pistas metálicas en la superficie de la oblea, que interconecten unas regiones con otras.
 - 7.1. Se deposita una capa metálica sobre toda la superficie del semiconductor. Esta capa hará contacto con el semiconductor en las ventanas abiertas en la etapa anterior. En el resto estará depositada sobre el dióxido de silicio que es aislante.
 - 7.2. Mediante fotolitografía, y usando la *máscara de metalización*, se elimina el metal en todas las áreas que no formen parte de las pistas de interconexión.

396

Después de la metalización se deposita sobre toda la oblea de una capa aislante que la proteja de la humedad y de la corrosión por agentes externos (pasivado de la oblea). Finalmente, se procede a dividir la oblea en dados y al montaje y encapsulado de cada uno de ellos.

Se pueden utilizar las distintas fases de fabricación de un transistor bipolar de C.I. para fabricar los diversos dispositivos que conforman el C.I.: otros dispositivos activos, como transistores pnp, diodos rectificadores de unión PN, diodos zener, transistores JFET, etc., y dispositivos pasivos como resistencias y condensadores (así, por ejemplo, una técnica de fabricación de un condensador consiste en depositar una capa metálica de determinada área en la superficie de la oblea sobre una capa de óxido de silicio que actúa de dieléctrico. La segunda armadura del condensador es el propio silicio). El C.I. resultante se dice que ha sido realizado mediante una *tecnología bipolar*.

10.7 Fabricación de un transistor MOS

En este apartado describiremos la estructura física del transistor de acumulación MOS utilizado en circuitos integrados. La estructura de los transistores MOS capaces de disipar mucha potencia, y que se fabrican como dispositivos discretos, es distinta.

10.7.1 Estructura física del transistor MOS

Al igual que en el caso de los transistores bipolares, un problema clave en la fabricación de dispositivos para C.I. es el aislamiento de cada dispositivo que forma parte del circuito y que comparte el mismo sustrato semiconductor. En la tecnología MOS la técnica de aislamiento es, sin embargo, dis-

tinta: para que haya conducción entre dos regiones N^+ hay que crear un canal mediante la estructura MOS. Si no se induce el canal las dos regiones N^+ están aisladas de forma natural.

A primera vista podría parecer que basta con no crear la estructura MOS en las regiones que queremos aisladas. No obstante, la situación real no es tan simple. Para que el C.I. funcione es preciso que las señales lleguen a los terminales del transistor. Y la forma de llegar a una región N^+ es a través de una pista conductora por la superficie de la oblea. Si esta pista hace contacto con otras regiones N^+ las interconecta. Si se aísla esta pista de la superficie del semiconductor mediante una capa aislante, puede inducir canales debajo de ella, al igual que lo hace en la región de puerta. Entonces estos canales pueden interconectar las distintas regiones a través de la superficie del silicio.

La opción adoptada para evitar esta aparición no controlada de canales se representa en la figura 10.29: crecimiento de un *óxido grueso y difusión de un canal P^+ de aislamiento* debajo de él. Las pistas metálicas que se extienden por encima de estas regiones de óxido grueso no pueden generar canales conductores dentro del semiconductor. Éstos sólo se crean debajo de las regiones de óxido delgado de puerta. El motivo es simple: si el óxido es grueso, la capacidad es pequeña, y también lo es la carga que induce una tensión determinada. Si además hay una capa P^+ , la acción del campo transversal se limitará a disminuir la concentración de huecos en dicha capa. En lenguaje intuitivo se suele describir esta forma de aislamiento diciendo que el transistor se fabrica en un valle, denominado área activa, rodeado de un altiplano constituido por el óxido grueso de aislamiento.

Otra característica de la tecnología descrita en la figura 10.29 es que la placa conductora de puerta está fabricada con silicio policristalino muy dopado, que se denomina *polisilicio*. Esta capa normalmente va enterrada bajo una capa depositada de SiO_2 . Se abren ventanas en esta capa para permitir que las pistas metálicas de superficie contacten con ella.

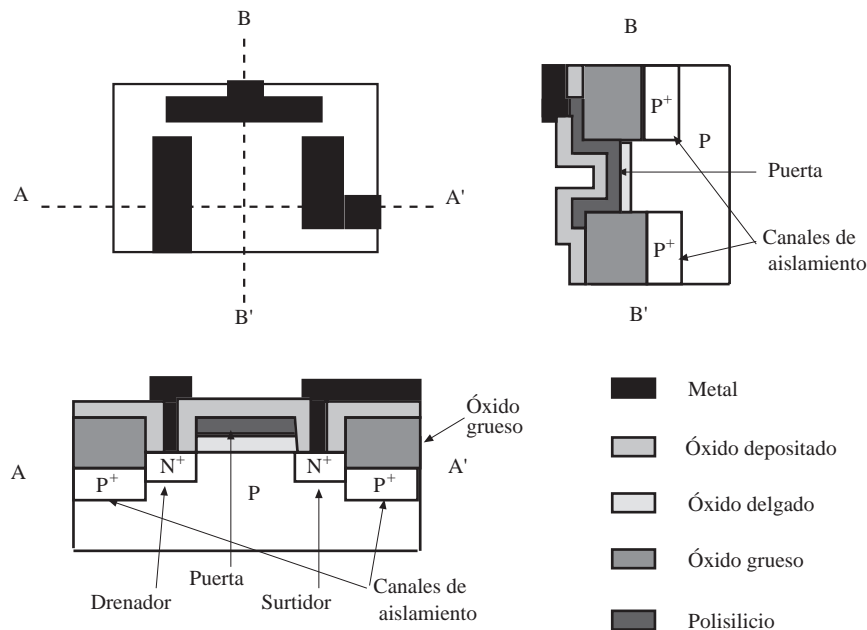


Fig. 10.29 Estructura física del transistor MOS

10.7.2 La tecnología MOS: proceso de fabricación del transistor MOS

La fabricación de un transistor MOS de canal N para C.I. consta de las siguientes etapas, cuya secuencia se representa en la figura 10.30:

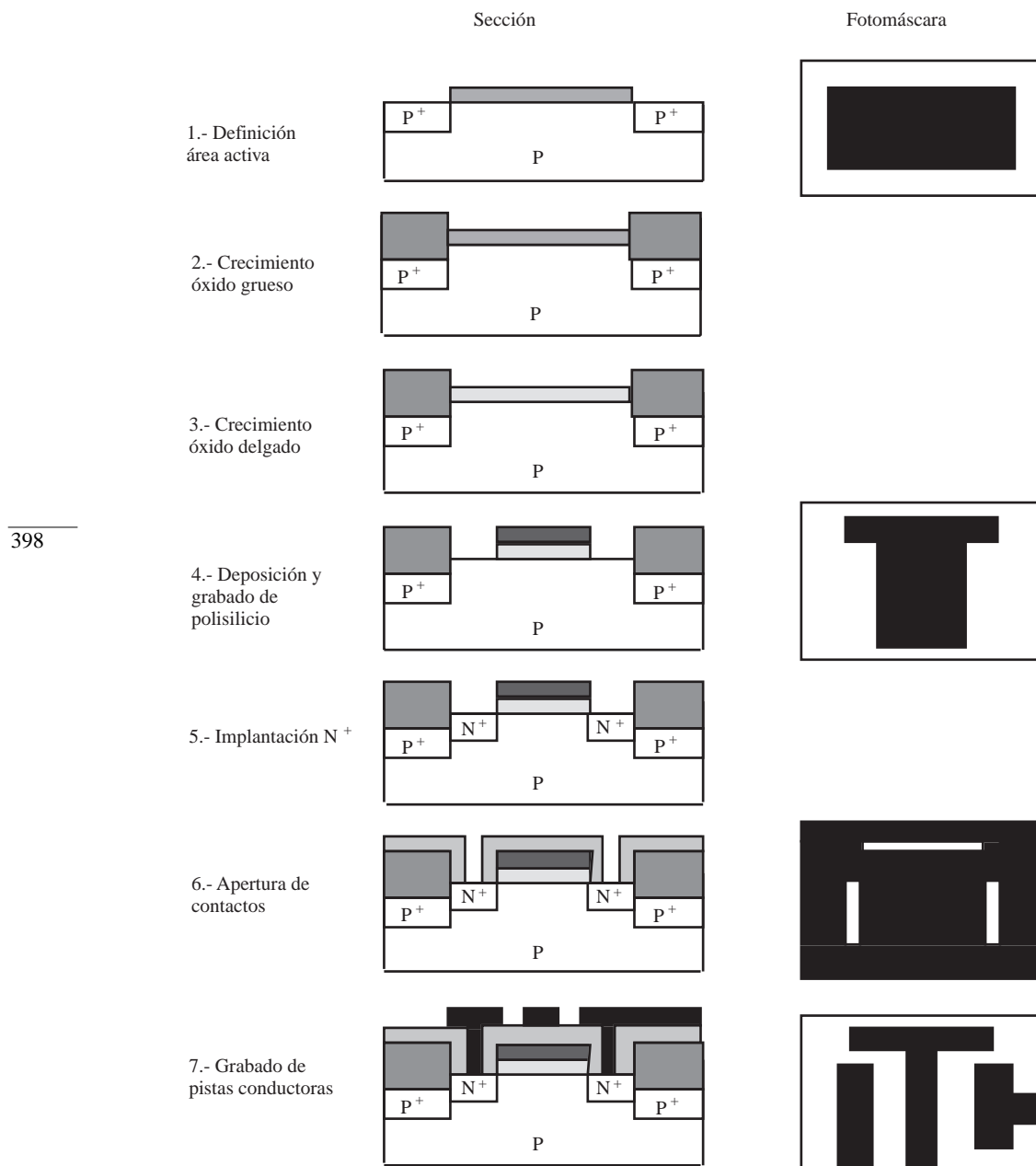


Fig. 10.30 Tecnología MOS

1. Definición del área activa. Su objetivo es delimitar el área en la que se realizará el dispositivo, y aislarla del resto. Consta de las siguientes fases:
 - 1.1. Deposición de una capa de Si_3N_4 sobre toda la oblea de silicio P.
 - 1.2. Eliminación del nitruro de silicio en todas las áreas en las que no habrán transistores. Se realiza mediante fotolitografía usando la *máscara de área activa*.
 - 1.3. Implantación del canal de aislamiento P^+ . El nitruro de silicio actúa de máscara en esta implantación, impidiendo que los iones aceptadores lo atraviesen y alcancen el silicio.
2. Crecimiento de óxido grueso. Mediante un proceso de oxidación se hace crecer un óxido de un micrómetro de espesor. El nitruro de silicio impide que este óxido crezca en el área activa.
3. Crecimiento del óxido delgado.
 - 3.1. Eliminación del Si_3N_4 .
 - 3.2. Crecimiento de un óxido delgado de puerta en toda la oblea.
4. Deposición y grabado del polisilicio de puerta.
 - 4.1. Se deposita una capa de silicio policristalino por toda la superficie de la oblea.
 - 4.2. Se graba esta capa mediante un proceso de fotolitografía usando la *máscara de polisilicio*. También se elimina el óxido delgado en las áreas en las que se ha eliminado el polisilicio.
5. Implantación N^+ : realización del drenador, surtidor y dopado del polisilicio. En este proceso el polisilicio actúa de máscara: evita que los iones donadores implantados alcancen la región del canal. El óxido grueso también actúa de máscara.
6. Apertura de contactos con pistas metálicas. Consta de las siguientes fases:
 - 6.1. Deposición de una capa de SiO_2 en toda la oblea.
 - 6.2. Apertura de ventanas para contactos. Mediante fotolitografía y usando la *máscara de contactos*, se abren ventanas en la capa de SiO_2 para que la capa metálica que se depositará en la siguiente etapa contacte con las regiones N^+ y/o la puerta de polisilicio.
7. Metalización. Esta etapa consiste en:
 - 7.1. Deposición de una capa metálica en toda la superficie.
 - 7.2. Definición de las pistas mediante fotolitografía usando la *máscara de metalización*.
8. Verificación, separación de dados, montaje y encapsulado.

De forma similar a lo que fue descrito al tratar de la tecnología bipolar, se pueden utilizar las diversas etapas de fabricación de un transistor MOS para crear otros dispositivos activos y pasivos que configuran el C.I. Se dice en este caso, que el circuito integrado ha sido realizado utilizando una *tecnología MOS*.

La fabricación de un C.I. requiere, en última instancia, *diseñar un conjunto de máscaras* para su fabricación. Estas máscaras son las que definirán los distintos componentes electrónicos y su interconexión. Cuando hay que fabricar gran número de circuitos idénticos (actualmente del orden de varios millares), resulta más barato fabricar un C.I. específico para esta aplicación que construir el circuito ensamblando dispositivos discretos sobre una placa de circuito impreso. Por esta razón, la tendencia de futuro de la electrónica apunta a que el diseño final de un circuito sea la definición del conjunto de máscaras, que serán aplicadas, en un proceso similar al descrito en este apartado, para fabricar el circuito sobre el silicio.

Cuestiones

- C10.1** La resistividad de un semiconductor disminuye con la temperatura excepto a temperaturas intermedias en las que suele aumentar. Justifique este comportamiento a partir de la figura 10.7 y teniendo en cuenta que la movilidad suele disminuir ligeramente con la temperatura.
- C10.2** Los semiconductores de arseniuro de galio, formados por un elemento pentavalente (Ga) y otro trivalente (As) unidos por enlaces cuasi-covalentes (denominados compuestos de tipo III–V), se emplean en aplicaciones de electroóptica y de alta velocidad. Para obtener silicio extrínseco se emplean dopantes de tipo III y V. Discutir razonadamente qué tipo de dopantes emplearía para obtener AsGa extrínseco de tipo p y n.
- C10.3** ¿Por qué la movilidad de los portadores en un semiconductor intrínseco ($N_A=N_D=0$) es mayor que en un semiconductor compensado dopado con un mismo número (elevado) de impurezas aceptadoras y donadoras? Discutir si tecnológicamente es posible convertir en intrínseco un semiconductor extrínseco dopándolo con el mismo número de impurezas complementarias a las que posee. Tener en cuenta valores típicos de concentración intrínseca de portadores y niveles de dopado.
- C10.4** Si al romperse un enlace covalente se genera un par electrón–hueco, ¿por qué es muy superior el número de electrones al de huecos en un semiconductor extrínseco tipo N a temperatura ambiente? ¿Qué sucede con la densidad de portadores si $T \gg T_{amb}$?
- C10.5** Una radiación de longitud de onda λ_0 incide sobre dos láminas de semiconductores diferentes. Al otro lado del primer semiconductor se detecta radiación, y en cambio no se detecta en el segundo. ¿A qué se debe? Razonarlo a partir de la energía del fotón y de que la energía de gap depende del material semiconductor.
- C10.6** ¿Por qué aparece un campo eléctrico en el interior de un semiconductor cuyo dopado varía con la posición? Razonar la respuesta en términos de corrientes de arrastre y difusión teniendo en cuenta que si el semiconductor está aislado la corriente neta en cada punto debe ser cero.
- C10.7** ¿Cómo evolucionan los valores de las capacidades de transición y de difusión de una unión PN con la polarización aplicada? ¿Cuál es la capacidad dominante en las situaciones de polarización directa y polarización inversa?
- C10.8** Discutir las ventajas e inconvenientes de los modelos Ebers–Moll de inyección y transporte.
- C10.9** ¿Qué dos métodos de grabado existen? Indicar la ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos.
- C10.10** Describir de forma pormenorizada el proceso tecnológico completo necesario para realizar y encapsular un diodo a partir de una oblea semiconductora dopada P. Describir también el proceso para fabricar un transistor bipolar discreto. (Conectar directamente el terminal de colector al substrato.)
- C10.11** Si tenemos dos transistores de dimensiones idénticas, uno PMOS y el otro NMOS, ¿cuál tiene mayor parámetro de conductancia K y por qué?
- C10.12** En una unión PN aparece un potencial de difusión V_{bi} en la región de transición. De forma similar, también aparece una diferencia de potencial en un contacto metal semiconductor. ¿Circulará corriente por una resistencia conectada entre los terminales de una unión PN en equilibrio térmico? ¿Qué relación debe existir entre los potenciales de difusión y contacto de una unión PN en equilibrio?

Problemas

Datos generales que se deben emplear (si no se especifican en el problema):

T = 300 K; n_i (300 K) = $1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$; q = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $V_T = KT/q = 25 \text{ mV}$; $\epsilon(\text{Si}) = 10^{-12} \text{ F/cm}$; $K = 8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$.

- P10.1** Determine la resistividad a temperatura ambiente de una muestra de silicio dopada con $N_A = 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. A continuación se le añaden impurezas donadoras con $N_D = 5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. ¿Cuál es la resistividad final? Determine también las concentraciones de portadores n y p en equilibrio. Datos: $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.
- P10.2** Se inyecta una corriente de $1 \mu\text{A}$ entre 2 caras opuestas de un cubo de silicio intrínseco de 2 mm de lado, y se mide entre ellos una diferencia de potencial de 1 V. ¿Cuál es la concentración intrínseca de portadores en el silicio empleado? Datos: $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

- P10.2** Se inyecta una corriente de $1\text{ }\mu\text{A}$ entre 2 caras opuestas de un cubo de silicio intrínseco de 2 mm de lado, y se mide entre ellos una diferencia de potencial de 1 V . ¿Cuál es la concentración intrínseca de portadores en el silicio empleado? Datos: $\mu_p = 1500\text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_n = 500\text{ cm}^2/\text{Vs}$.

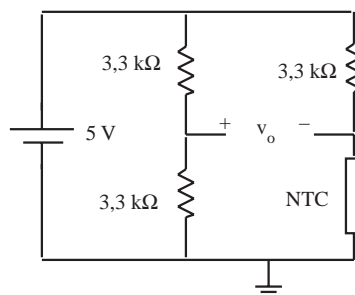
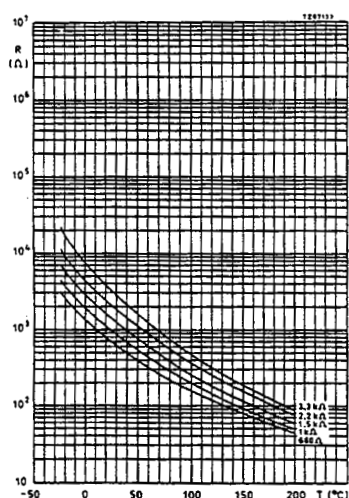


Fig. P10.4 Gráficas de la NTC y circuito problema P4

- P10.3** Teniendo en cuenta la dependencia entre la concentración intrínseca de portadores (n_i) de un semiconductor y la temperatura (ecuación 11.1), calcule: a) La relación entre n_i de un semiconductor a dos temperaturas T_1 y T_2 . b) Particularice para el silicio ($E_g = 1.1\text{eV}$) con $T_1 = 300\text{ K}$ y $T_2 = 500\text{ K}$. c) Considerando las movilidades de los portadores constantes con la temperatura, calcule la relación entre las resistividades del Si intrínseco a $T_1 = 300\text{ K}$ y $T_2 = 500\text{ K}$. Datos: $\mu_n = 1200\text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 400\text{ cm}^2/\text{Vs}$.
- P10.4** Los termistores son resistencias que varían con la temperatura. Los de coeficiente de temperatura negativo (NTC) disminuyen su resistencia con T y se basan en la generación térmica de portadores en los semiconductores. a) ¿Por qué al cabo de cierto tiempo de aumentar la corriente a través de un termistor NTC, la tensión entre terminales disminuye? En la figura P10.4 aparece el gráfico de resistencia en función de T para varios termistores NTC. Se desea usar el de $3,3\text{ k}\Omega$ para implementar un termómetro mediante el circuito en puente de resistencias. b) ¿Para qué temperatura $V_o = 0$? c) Indique el valor de V_o para $T = 0^\circ\text{C}$ y para $T = 150^\circ\text{C}$.
- P10.5** En una región semiconductor la constante de difusión de huecos es $D_p = 10\text{ cm}^2/\text{s}$, y su concentración en función de x (en cm) viene dada por la expresión:

- P10.4** Los termistores son resistencias que varían con la temperatura. Los de coeficiente de temperatura negativo (NTC) disminuyen su resistencia con T y se basan en la generación térmica de portadores en los semiconductores. a) ¿Por qué al cabo de cierto tiempo de aumentar la corriente a través de un termistor NTC, la tensión entre terminales disminuye? En la figura P10.4 aparece el gráfico de resistencia en función de T para varios termistores NTC. Se desea usar el de 3,3 k Ω para implementar un termómetro mediante el circuito en puente de resistencias. b) ¿Para qué temperatura $V_o = 0$? c) Indique el valor de V_o para $T = 0^\circ\text{C}$ y para $T = 150^\circ\text{C}$.

- P10.5** En una región semiconductor la constante de difusión de huecos es $D_p = 10 \text{ cm}^2/\text{s}$, y su concentración en función de x (en cm) viene dada por la expresión:

$$p(x) = 10^{19} e^{-(x/2 \cdot 10^{-4})^2} \text{ cm}^{-3}$$

Calcule la densidad de la corriente de difusión de huecos.

- P10.6** Dada una unión abrupta de Si con $N_A = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ y $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, calcule: a) V_{bi} , b) w_{no} , w_{po} , w_o . c) Distribución de la carga acumulada en la z.c.e. d) $E_{máx}$.
- P10.7** Dada la distribución de carga de la figura P7: a) Represente gráficamente $E(x)$ y $V(x)$. b) Calcule $E_{máx}$ y V_{bi} en función de w_{no} .
- P10.8** Determine N_D y N_A para un diodo si se desea $w_{po} = 10w_{no}$ y una tensión de ruptura por avalanche de 20 V. Dato: $E_{ruptura} = 500 \text{ kV/cm}$, $V_{bi} = 0,8 \text{ V}$.
- P10.9** En una unión PN con $N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ y $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $A = 10^{-2} \text{ cm}^2$ y $V_{bi} = 0,75 \text{ V}$, calcule $E_{máx}$, C_{jo} y la tensión de ruptura si $E_{ruptura} = 3 \cdot 10^5 \text{ V/cm}$.
- P10.10** En una unión PN con $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ y $A = 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2$: a) Calcule C_{jo} . b) Calcule C_j para $V_D = -2 \text{ V}$ y -11 V .

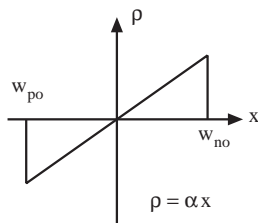


Fig. P10.7

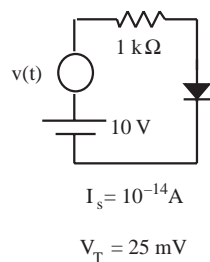


Fig. P10.11

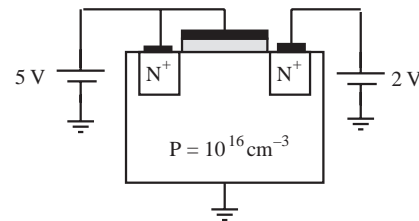


Fig. P10.14

- P10.11** Mediante el circuito de la figura P10.11 se desea hallar experimentalmente el valor del tiempo de tránsito del diodo. Para ello se polariza el diodo en directa y se superpone una forma de onda cuadrada de amplitud muy pequeña, de modo que se pueda cumplir la hipótesis de pequeña señal. a) Calcule la tensión y la corriente en el diodo en continua. b) ¿Cuál es la resistencia dinámica del diodo para el punto de trabajo? c) Dibuje el circuito en pequeña señal. d) Calcule la capacidad de difusión sabiendo que la respuesta del circuito son exponenciales de constante de tiempo 30 ns. e) Obtenga el tiempo de tránsito a partir del resultado del apartado anterior.
- P10.12** Suponga un transistor bipolar con un factor de transporte igual a la unidad. ¿Cuál será el efecto sobre β_F si se multiplica por diez el dopado de emisor y se mantienen idénticos los otros parámetros físicos del transistor?
- P10.13** Un proceso de fabricación de transistores MOS tiene las siguientes características: $t_{ox} = 200 \text{ Å}$; $\epsilon_{ox} = 3,9 \epsilon_o$ ($\epsilon_o = 8,85 \cdot 10^{-14} \text{ F/cm}$); $\mu_n = 600 \text{ cm}^2/\text{Vs}$; $\mu_p = 200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. a) Encuentre la capacidad del condensador de puerta por μm^2 de área. b) Encuentre la constante K del transistor de canal N. c) Encuentre la constante K del transistor de canal P. d) ¿Qué relación debe haber entre las dimensiones de las puertas de ambos transistores para que tengan el mismo valor de la corriente de saturación?
- P10.14** Calcule I_o en el circuito de la figura P10.14. Considere el efecto sustrato. Datos: $W = 10 \mu\text{m}$; $L = 2 \mu\text{m}$; $\epsilon_{ox} = 3,44 \cdot 10^{-11} \text{ F/m}$; $V_{T0} = 0,7 \text{ V}$; $\mu_n = 500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$; $C'_{ox} = 100 \text{ nF/cm}^2$.

Apéndice A

Características de los componentes pasivos

A.1 Componentes electrónicos

A.1.1 Concepto y clasificación

Los equipos electrónicos son sistemas técnicos complejos contruidos con piezas diferentes conectadas entre sí para realizar unas funciones electrónicas concretas, tales como rectificación, amplificación, oscilación, conversión analógica/digital, etc., algunas de las cuales ya han sido descritas en capítulos anteriores y otras son tratadas en textos más avanzados.

Cada una de dichas piezas se designa generalmente con el nombre de *componente electrónico*, concepto que puede definirse como "*elemento eléctrico que realiza una función física simple por sí solo, si es utilizado de manera adecuada*". La noción de *componente* implica la idea de indivisibilidad, es decir, un componente no puede ser dividido en partes sin perder su función específica. Pero el término *componente* se utiliza también para designar un conjunto funcional dentro de un sistema, así por ejemplo, un sintonizador es un componente de una cadena de audio o un disco duro es un componente de un ordenador, y ambos pueden descomponerse en partes más simples. Este Apéndice A se referirá sólo a componentes electrónicos no divisibles.

A cada componente electrónico le corresponden unas propiedades eléctricas y mecánicas que permiten definir con precisión su comportamiento en determinadas condiciones. Este conjunto de propiedades y condiciones es lo que constituyen las *especificaciones técnicas* que son utilizadas como bases o normas que permiten garantizar las características de empleo y la intercambiabilidad. Entre estas especificaciones se encuentran las dimensiones geométricas, la forma de realizar la conexión eléctrica, las características eléctricas típicas y máximas de empleo, las condiciones ambientales extremas (temperatura, humedad, etc.), la fiabilidad expresada mediante el *tiempo medio hasta el fallo*, y otras.

Según el tipo de función que desempeñan en los circuitos electrónicos, los componentes pueden clasificarse como se indica a continuación:

Componentes activos, capaces de realizar funciones de control y amplificación de potencia, u otras más complejas. Son los transistores, tubos electrónicos y circuitos integrados.

Componentes pasivos, que no pueden realizar funciones de control o amplificación, ni otras funciones electrónicas complejas. La tensión y la corriente presentes en ellos suelen estar relacionadas por una proporcionalidad, una derivación o una integración con respecto al tiempo. Son las resistencias, condensadores, bobinas, transformadores, diodos, termistores y varistores.

Transductores, capaces de transformar una energía en otra de diferente tipo. Por ejemplo, tubos de rayos catódicos, motores, altavoces, micrófonos, detectores, cápsulas grabadoras o reproductoras, etc.

Elementos de conmutación e interrupción, que incluyen conmutadores, interruptores y relés.

Elementos de conexión, que incluyen hilos y cables de conexión, placas de circuitos impresos, conectores, zócalos, etc.

Los componentes estudiados en este Apéndice A son los llamados *pasivos*, resistencias, condensadores y bobinas, que no deben confundirse con los *elementos de circuito* de iguales nombres considerados en los diferentes capítulos de este libro, ya que no existen en la práctica componentes electrónicos "puros" que puedan identificarse totalmente con ellos. Así, por ejemplo, todo condensador tiene, además del efecto capacitivo preponderante, unos efectos resistivo e inductivo cuya influencia dependerá de la frecuencia de trabajo del circuito y de su aplicación particular.

A.1.2 Características comunes de los componentes pasivos

Los componentes electrónicos presentan algunas características que pueden ser definidas de forma similar para todos ellos. Estas características "comunes" son: valor nominal, tolerancia del valor nominal, estabilidad, coeficiente de temperatura, coeficiente de tensión, potencia nominal, característica de disipación, resistencia térmica, temperatura máxima de trabajo, tensión máxima de trabajo y fiabilidad.

El valor nominal (resistencia, capacidad o coeficiente de autoinducción) es el especificado por el fabricante y está marcado sobre el cuerpo del componente mediante un código de colores o alfanumérico. Es un valor medio normalizado de los resultantes del proceso de fabricación del componente. Cada *valor nominal* ha de llevar asociado una *tolerancia*, que indica la posible máxima desviación entre el valor real y el nominal y que dependerá de la variabilidad inherente a los materiales y procesos empleados en su fabricación.

La estabilidad es la propiedad que determina la posibilidad de variación de los parámetros del componente (principalmente su valor nominal) con el tiempo y con el uso. Se refiere siempre a variaciones de carácter permanente. Se determina mediante una prueba de funcionamiento, generalmente de 1.000 horas de duración, en unas condiciones establecidas y controladas. Se especifica expresando la variación relativa de la característica medida antes y después de la prueba.

El coeficiente de temperatura proporciona la variación relativa del valor N del componente (resistencia, capacidad o autoinducción) con la temperatura y se define matemáticamente mediante

$$\alpha_T = \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial T}$$

Puede ser positivo o negativo. No tiene que ser obligadamente un parámetro constante, sino que puede depender de la temperatura.

El coeficiente de tensión expresa la variación relativa del valor N del componente con la tensión eléctrica aplicada entre sus bornes. Se define matemáticamente como

$$\alpha_V = \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial V}$$

La potencia nominal P_{\max} es la máxima que puede disipar el componente en condiciones de uso normales y cuando la temperatura ambiente no supera la *temperatura* T_s (ver figura A.1). Por encima

de dicha temperatura T_s , es necesario reducir la potencia disipada, a fin de evitar la destrucción del componente. La figura A.1 representa la *característica de disipación de potencia* en función de la temperatura ambiente.

La pendiente de la característica de disipación a partir de la temperatura T_s determina la *resistencia térmica* entre el componente y el ambiente, y expresa la reducción que ha de experimentar la potencia máxima de trabajo para cada incremento de temperatura ambiente por encima de T_s , a fin de evitar la destrucción del componente por exceso térmico.

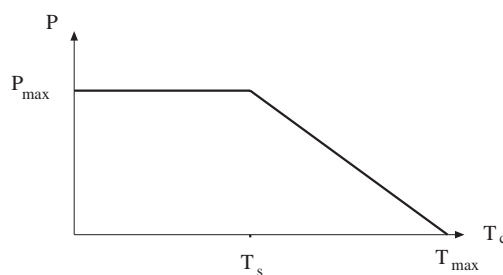


Fig. A.1 Potencia disipada en función de la temperatura del cuerpo del componente T_c

La *tensión máxima de trabajo* V_{\max} es la mayor tensión eléctrica que puede aplicarse al componente sin que se sobrepase la potencia nominal ni la tensión de ruptura.

La *fiabilidad* es la característica que garantiza el buen funcionamiento del componente en una aplicación determinada y durante un tiempo establecido. El parámetro más utilizado para especificar esta característica es el *tiempo medio hasta el fallo* MTTF (*Mean Time To Failure*) o su recíproco, la *tasa de fallo* λ , que se suele expresar en FIT (*Failure Unit*), unidad que indica un fallo cada 10^9 horas de funcionamiento acumuladas.

A.2 Resistencias lineales

405

A.2.1 Concepto, tipos y aplicaciones

El componente eléctrico denominado *resistencia* es aquel que ha sido diseñado y realizado para que presente una determinada resistencia eléctrica, de manera que su función física elemental sea producir una caída de tensión eléctrica cuando circula por él una corriente, de acuerdo con la ley de Ohm, $v/i = R$ (constante). Ello es sólo una aproximación a la realidad, según se verá posteriormente, pero en aplicaciones de baja frecuencia, y dentro de las limitaciones térmicas impuestas por el fabricante, puede aceptarse plenamente.

Los americanos de habla española han utilizado siempre la palabra *resistor* para designar al componente resistivo, diferenciándolo así del término *resistencia*, reservado para indicar el valor óhmico de dicho componente. Se ha considerado tan acertada la denominación americana que la Academia de la Lengua Española la ha incluido en su diccionario.

Otra forma de definir el componente *resistencia*, o *resistor*, es como elemento eléctrico con capacidad de disipar energía en forma de calor, que es precisamente la propiedad que lo diferencia de los otros componentes pasivos, el *condensador* y el *inductor* (o bobina).

Según la característica $i-v$, los resistores pueden ser *lineales* o *no lineales*. Según la posibilidad de variar su valor óhmico, *fijos* o *variables* (reostatos, potenciómetros y *trimmers*). Según el sistema de montaje, *con terminales axiales* para inserción en circuitos impresos, *sin terminales para montaje superficial* (SMD), etc.

Se utilizan varias tecnologías para fabricar resistores. Ello ha dado lugar a la coexistencia en el mercado de componentes de diversos tipos de resistores, concebido cada uno para un campo de aplicaciones, baja potencia (< 1 W), alta potencia (> 2 W), uso general, precisión, calefacción, o diferentes

sistemas de montaje. Uno de los elementos diferenciales de estas tecnologías es el material resistivo empleado en cada caso, cuya *resistividad* ρ (propiedad inversa a la *conductividad*), junto con las dimensiones del componente, determinan la *resistencia*, que para un material homogéneo y de dimensiones uniformes d (longitud) y A (área de la sección transversal) se calcula mediante la fórmula $R = \rho(d/A)$.

La tabla A.1 recopila los tipos de resistores lineales comerciales más usuales, junto con la indicación del material resistivo y método empleado en su fabricación y sus aplicaciones principales.

TIPO	MATERIAL Y MÉTODO	ρ ($\Omega\cdot\text{cm}$) (VALOR ORIENTATIVO)	APLICACIONES
<i>Resistor de película de carbón</i>	Carbón depositado mediante pirólisis	$3000\cdot 10^{-6}$	Baja potencia ($\leq 1\text{W}$) Pulsos de potencia Alta estabilidad
<i>Resistor de película de aleación metálica</i>	Ni-Cr vaporizado en alto vacío	$100\cdot 10^{-6}$	Baja potencia Muy alta estabilidad Precisión
<i>Resistor de película metálica Au/Pt</i>	Au/Pt por reducción de sal del metal en horno	$40\cdot 10^{-6}$	Baja potencia Alta estabilidad Soporta la humedad
<i>Resistor de película de óxidos metálicos</i>	SnO_2	$1000\cdot 10^{-6}$	Baja potencia Alta estabilidad
<i>Resistor de carbón de composición</i>	Polvo de carbón con un aglomerante aislante	Depende de la mezcla	Baja potencia Poca estabilidad
<i>Resistor bobinado de potencia</i>	Hilo de Ni80-Cr20 bobinado	$100\cdot 10^{-6}$	Alta potencia Temperaturas elevadas
<i>Resistor bobinado de precisión</i>	Hilo de Ni40-Cu60 bobinado	$50\cdot 10^{-6}$	Baja potencia Precisión
<i>Resistor de capa fina</i>	Capa resistiva metálica aplicada sobre soporte de vidrio por reducción química	Depende del material resistivo metálico empleado	Baja potencia Circuitos híbridos
<i>Resistor de capa gruesa</i>	Mezcla resistiva líquida o semilíquida aplicada sobre soporte cerámico mediante serigrafía	Depende del líquido o pasta resistiva	Baja potencia Circuitos híbridos
<i>Resistor SMD</i>	Carbón o película metálica	Depende del material resistivo	Baja potencia Montaje superficial sin terminales

Tabla A.1 Tipos de resistores comerciales

A.2.2 Características de los resistores

Aunque las dos principales propiedades que definen el funcionamiento de un resistor son su resistencia y su disipación de energía, existen otros parámetros y particularidades que no han de olvidarse al utilizar este componente. Las diversas características técnicas a especificar para este tipo de componente son: *resistencia nominal y tolerancia*, *estabilidad*, *coeficiente de temperatura*, *coeficiente de tensión*, *tensión máxima de trabajo*, *potencia disipada máxima*, *temperatura máxima de trabajo*, *resistencia térmica*, *ruido eléctrico*, *comportamiento en alta frecuencia*, *fiabilidad*, *forma y dimensiones*. La mayoría de estas características han sido ya definidas en el apartado A.1.2.

Las *resistencias nominales* normalizadas para los resistores comerciales se recogen en unas series de valores aceptadas universalmente y que se denominan con las siglas E6, E12, E24, E48, E96 y E192, que representan otras tantas progresiones geométricas de razón $r = (10)^{1/k}$, donde k es el número de la serie y expresa la cantidad de valores normalizados. La tabla A.2 recopila las resistencias y tolerancias normalizadas para las tres primeras series. Los fabricantes de resistores de precisión (de tolerancias 2%, 1% o 0,5%) no suelen utilizar todos los valores normalizados de las series superiores, sino sólo los 24 valores de la serie E24, aunque garantizan las bajas tolerancias especificadas.

SERIE	VALORES NORMALIZADOS DE RESISTENCIAS	TOLERANCIA
E24	10-11-12-13-15-16-18-20-22-24-27-30-33-36-39-43-47-51-56-62-68-75-82-91	5%
E12	10 12 15 18 22 27 33 39 47 56 68 82	10%
E6	10 15 22 33 47 82	20%

Tabla A.2 Valores normalizados de los resistores comerciales

Los valores de resistencia nominal y tolerancia de los resistores se suelen marcar sobre ellos mediante un código de franjas de colores, según se recoge en la tabla A.3.

Cuando por alguna razón no se utiliza el marcaje con franjas de colores, se escribe sobre el cuerpo del componente el valor de la resistencia nominal mediante números y letras, usando la R para resistencias de menos de 1.000 Ω, la K para valores comprendidos entre 1 kΩ y 1 MΩ, y la M para resistencias de 1 MΩ o más. Por ejemplo, R51, 5R1, 51R, 5K1, 51K y 5M1 para designar respectivamente resistencias de 0,51Ω, 5,1 Ω, 51 Ω, 5,1 kΩ, 51 kΩ y 5,1MΩ.

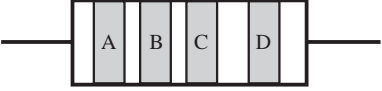
MARCAJE MEDIANTE FRANJAS DE COLORES	COLOR	A y B	C	D(%)
 <p>Resistencia = $AB \cdot 10^C \pm D\%$</p>	negro	0	0	
	marrón	1	1	±1
	rojo	2	2	±2
	naranja	3	3	
	amarillo	4	4	
	verde	5	5	
	azul	6	6	
	violeta	7	7	
	gris	8	8	
	blanco	9	9	
	plata		-2	±10
	oro		-1	±5

Tabla A.3 Marcaje de resistencias mediante franjas de colores

Los *coeficientes de temperatura* de los resistores pueden ser positivos (para materiales resistivos metálicos) o negativos (para el carbón y materiales semiconductores). Valores típicos para los resistores lineales comerciales son: $-200 \cdot 10^{-6}$ a $-1000 \cdot 10^{-6}$, para los resistores de película de carbón; $-300 \cdot 10^{-6}$ a $-1200 \cdot 10^{-6}$ para los resistores de composición; $250 \cdot 10^{-6}$ a $600 \cdot 10^{-6}$, para las resistencias de película de Au-Pt; $200 \cdot 10^{-6}$, para las resistencias de aleación metálica de Ni80-Cr20 y $20 \cdot 10^{-6}$, para las de Ni60-Cu40.

El *coeficiente de tensión* de un resistor se calcula experimentalmente aplicando la fórmula

$$\alpha_v = \frac{1}{R_o} \frac{R_n - R_o}{V_n - V_o}$$

donde V_n es la tensión máxima nominal, $V_o = V_n/10$, R_n es la resistencia medida bajo la tensión V_n y R_o la medida con la tensión V_o . Generalmente el valor de este coeficiente es despreciable en los resistores lineales, pero puede tomar un valor muy elevado en los resistores no lineales tipo *varistor*.

La tensión máxima de trabajo V_m de un resistor está limitada por la potencia nominal P_m y el valor óhmico del mismo y por la tensión de ruptura dieléctrica del material aislante que recubre su cuerpo. Cuando el resistor trabaje en régimen de impulsos será particularmente importante la consideración de la rigidez dieléctrica de dicho material, aunque la potencia disipada sea pequeña.

CARACTERÍSTICA	RESISTOR DE PELÍCULA DE CARBÓN	RESISTOR DE PELÍCULA METÁLICA	RESISTOR DE POTENCIA BOBINADO	RESISTOR DE PRECISIÓN BOBINADO
Resistencia nominal (Serie)	E12 y E24	E24	E12 y E24	No normalizado
Tolerancia (%)	$R_{max} \leq 5 \text{ M}\Omega$ $\pm 10\%$ y $\pm 5\%$	$R_{max} \leq 4,3 \text{ M}\Omega$ $\pm 5\%, \pm 2\%, \pm 1\%$	$\pm 10\%$ y $\pm 5\%$	$\pm 1\%$ y $\pm 0,02\%$
Estabilidad (% de variación)	1,5%	0,1% a 0,5%	< 5%	10^{-5} a $30 \cdot 10^{-6}$
Coefficiente de temperatura (ppm/°C)	-200 a -1000	+150 a +600	< +200	< +20
Coefficiente de tensión	bajo	bajo	bajo	muy bajo
Potencia máxima (W)	1/10 a 2 W	1/10 a 2 W	alta	1/2 a 2 W
Temperatura máxima (°C)	125	200	260 a 600	70
Tensión máxima (V)	< 1000	< 1000	7 a 20 V/mm	—
Ruido eléctrico	despreciable	despreciable	despreciable	despreciable
Comportamiento en alta frecuencia	bueno, excepto las espiraladas	bueno	malo	bueno hasta 30 Mhz
Tasa de fallo (cada 10^9 horas)	3	3	30	18

Tabla A.4 Características de los resistores fijos comerciales más usuales

El efecto de *ruido eléctrico* que puede provocar un resistor se manifiesta por la presencia en sus bornes de señales aleatorias, ajenas al circuito, y que interfieren la señal procesada por éste. Dicho efecto indeseable puede estar producido por la propia agitación térmica de las cargas eléctricas libres en el seno de material resistivo (*Efecto Johnson*) o tener su origen en la variación de la resistencia de contacto entre partículas que constituyen ese material (*Efecto Bernamont*). En general, el ruido térmico es el predominante en los resistores y su tensión eficaz v_r depende de la temperatura, del valor resistivo y del ancho de banda considerado.



Fig. A.2 Circuito equivalente de un resistor en alta frecuencia

El comportamiento en alta frecuencia de un resistor depende de los efectos capacitivos e inductivos asociados al componente, además del efecto resistivo predominante a frecuencias bajas. Ello lleva a la necesidad de considerar al resistor real, no como un sólo elemento resistivo, sino como un dispositivo pasivo más complejo cuyo circuito equivalente puede ser el de la figura A.2. El efecto inductivo es

muy significativo en los resistores bobinados, por la gran longitud del hilo de aleación metálica utilizado en su fabricación, y en los resistores de película de valor óhmico elevado (superior a 100 k Ω), que requieren un "espiralado" (corte en forma espiral de la película resistiva) para conseguir una alta resistencia en un cuerpo resistivo de poca longitud.

La tabla A.4 recopila valores típicos de las características de los resistores fijos más usuales.

A.2.3 Resistores variables

Son resistores lineales con tres terminales, dos fijos en los extremos del componente y uno móvil intermedio. La resistencia entre uno de los terminales fijos y el móvil viene determinada por la posición de éste sobre el material resistivo. Se utilizan en aquellos circuitos en los que es necesario efectuar variaciones de niveles de tensión eléctrica, en aplicaciones tales como controles de volumen o tono de sonido, controles de brillo o contraste de la imagen, etc., o para ajustar la resistencia de un elemento de circuito a un valor adecuado para el correcto funcionamiento del mismo.

Son posibles dos modos de montaje para un resistor variable: en *serie* o en *paralelo* con el resto del circuito. En el primer caso el resistor actúa como *reostato* y en el segundo como *potenciómetro*.

Las características de este tipo de componente son las ya mencionadas para los resistores lineales y las derivadas de la posibilidad de variación del valor óhmico a voluntad, tales como:

- *Resistencias residuales, inicial y final.*
- *Recorrido del cursor móvil.*
- *Modo de desplazamiento del terminal móvil* (giro o longitudinal).
- *Ley de variación de la resistencia con el desplazamiento* (lineal, exponencial, logarítmico).
- *Resolución de la variación de la resistencia.*

409

Según su construcción, los resistores variables pueden ser *bobinados* (el elemento resistivo es un hilo de aleación metálica) o *no bobinados* (fabricados con bandas resistivas de carbón o de película metálica sobre soporte aislante). En general, los *bobinados* se utilizan en aplicaciones de potencia o de precisión, y los *no bobinados*, en aplicaciones de poca potencia (< 1 W).

A.3 Resistores no lineales: termistores y varistores

Son componentes caracterizados porque su relación $i(v)$ no es lineal, y su valor óhmico depende de otra magnitud, tal como la temperatura (para los *termistores*) o la tensión eléctrica (para los *varistores*). Los primeros presentan unos coeficientes de temperatura elevados, que pueden ser negativos (NTC) o positivos (PTC). Los segundos tienen coeficientes de tensión de valor alto. Todos ellos utilizan como elemento resistivo materiales cerámicos semiconductores.

Los *termistores NTC* se fabrican empleando como material resistivo cerámicas policristalinas obtenidas a base de una mezcla de óxidos homogéneos tratados a altas temperaturas. La dependencia de la resistencia R con la temperatura absoluta T puede aproximarse mediante el modelo exponencial

$$R = Ae^{B/T}$$

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial T} = -\frac{B}{T^2}$$

donde A y B son constantes que dependen de la forma del resistor (varilla, disco o perla) y de la mezcla semiconductor empleada. El valor de B suele estar comprendido entre 2500 y 5700 K, lo que, a 300 K de temperatura ambiente, da lugar a coeficientes de temperatura de valor absoluto comprendido entre 2,77% y 6,33%. La figura A.3 reproduce gráficamente la característica i-v y la dependencia de la resistencia con la temperatura.

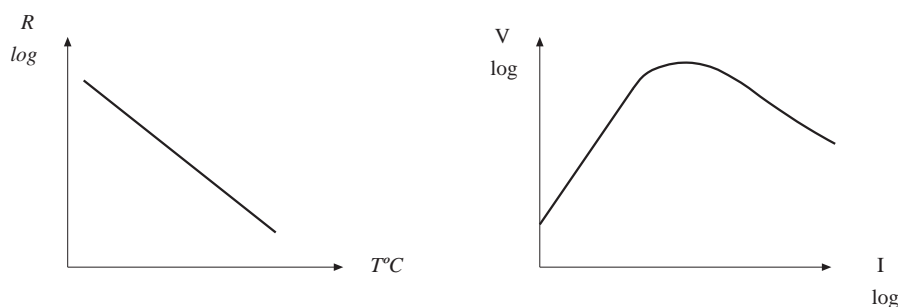


Fig. A.3 Características R-T y V-I de los termistores NTC

Los termistores NTC se utilizan principalmente en circuitos para medida de temperatura, compensación de derivas térmicas, limitación de intensidad y protección térmica. Los fabricantes de estos resistores suelen especificar las siguientes características técnicas: *Potencia máxima admisible (a 25°C y 60°C)*. *Resistencia eléctrica nominal y tolerancia*. *Valor de B y tolerancia*. *Resistencia térmica al aire libre*. *Constante de tiempo de enfriamiento*.

La constante de tiempo de enfriamiento es el tiempo necesario para que, al dejar enfriar el termistor en vacío, se reduzca su temperatura en un 63% de la diferencia entre las temperaturas inicial y final.

Los *termistores PTC* se fabrican a partir de cerámicas ferroeléctricas de titanato de bario (TiO_3Ba) con impurezas conductoras. La dependencia del valor óhmico con la temperatura, en la zona de resistencia netamente positiva, puede aproximarse mediante el modelo

$$R = C + Ae^{BT} \cong Ae^{BT}$$

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial T} \cong B$$

Los valores positivos de α_T suelen estar comprendidos entre 1 y 60%/°C. La característica i-v y la dependencia térmica de la resistencia se presentan en la figura A.4, donde se observa que para temperaturas por debajo de un cierto valor (393 K), llamado punto de Curie, la resistencia presenta un coeficiente térmico ligeramente negativo. Justo en ese punto se produce un cambio alotrópico de los cristales de titanato de bario, que pasan del sistema tetragonal al cúbico y cambian sus propiedades físicas.

Las principales aplicaciones de los termistores PTC se centran en las propias de los sensores térmicos (medida de temperatura y protección contra sobrecargas) y en los circuitos para estabilización de la intensidad de corriente. Los datos técnicos especificados por los fabricantes son los siguientes: *Resistencia nominal a 25°C y tolerancia*. *Máxima tensión de trabajo*. *Temperatura de referencia* (para la cual se inicia el crecimiento rápido de la resistencia). *Coeficiente de temperatura típico*. *Tiempo de respuesta térmica*. *Intensidades de conmutación* (valor óhmico bajo y para valor alto). *Tiempo de conmutación para intensidad de nivel alto*. *Constante de tiempo de enfriamiento*. *Resistencia térmica*. *Temperatura máxima de funcionamiento*.

Todas estas características son definidas adecuadamente en los manuales de especificaciones técnicas de los fabricantes de termistores.

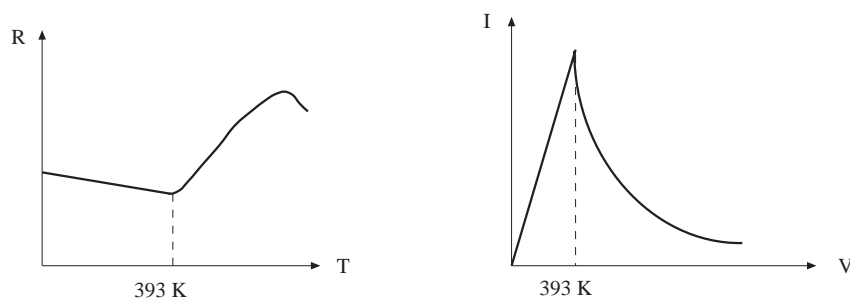


Fig. A.4 Características R-T e I-V de los termistores PTC

Los *varistores* o *VDR* (*Voltage Dependent Resistor*) se fabrican con materiales cerámicos a base de carburo de silicio o de óxido de zinc, que presentan un coeficientes de tensión considerables. La relación v-i de estos resistores puede aproximarse mediante el modelo no lineal siguiente:

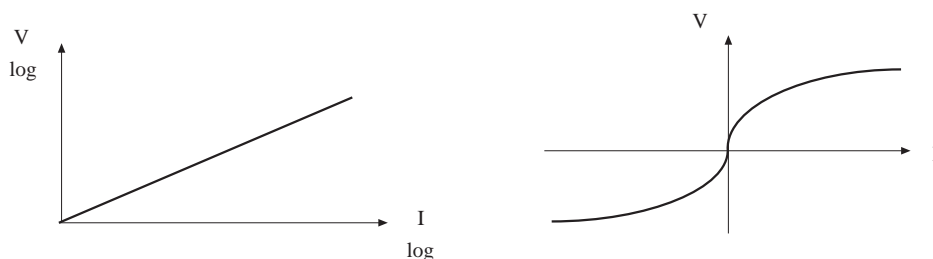


Fig. A.5 Características I-V de un varistor

$$V = CI^\beta$$

$$\alpha_v = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial V} = \frac{1 - 1/\beta}{V}$$

donde C es un parámetro constructivo dependiente de la forma del componente, que puede variar desde 14 a varios miles, y β es una constante dependiente del tipo de material resistivo, que puede tomar valores entre 0,03 (para las cerámicas de óxidos metálicos) y 0,20 (para las cerámicas de carburo de silicio). Los valores de α_v resultantes son siempre positivos y dependen de la tensión V aplicada. La figura A.5 reproduce una característica v-i y una gráfica logarítmica de variación de la resistencia con la tensión, para un varistor.

Las principales aplicaciones de los varistores son como dispositivos para protección contra salto de arco eléctrico y como dispositivo estabilizador de tensión.

A.4 Condensadores

A.4.1 Concepto, tipos y aplicaciones

Los condensadores son componentes electrónicos de dos terminales, constituidos básicamente por dos placas metálicas enfrentadas (*armaduras*) separadas por un material aislante (*dieléctrico*), que almacenan energía electrostática, gracias a la acción del campo eléctrico establecido en su interior cuando se le aplica una tensión eléctrica. Dicha acción consiste en un desplazamiento limitado de las cargas eléctricas o en una orientación de las moléculas dipolares contenidas en el dieléctrico del condensador (fenómeno conocido como *polarización*), lo que provoca la acumulación de cargas eléctricas en las proximidades de las *armaduras*, sin que haya conducción eléctrica.

Las propiedades del dieléctrico condicionan fuertemente las características de funcionamiento del condensador. Ello ha dado lugar a que la mayoría de los tipos de condensadores comerciales sean designados con el nombre del dieléctrico empleado en su fabricación: condensadores de papel, de plástico, de mica, cerámicos, de vidrio. Una excepción a esta costumbre es la de los condensadores electrolíticos, que se diferencian, según el material de sus armaduras, como condensadores electrolíticos de *aluminio* (dieléctrico Al_2O_3) y de *tántalo* (dieléctrico Ta_2O_5). En la tabla A.6 se recopilan las características y aplicaciones de los diferentes tipos de condensadores comerciales.

Los dos parámetros que más caracterizan a un dieléctrico son la *constante dieléctrica* k (cociente entre la permitividad del material dieléctrico y la del vacío) y la *rigidez dieléctrica* (máximo campo eléctrico que puede soportar el dieléctrico sin que se produzca la ruptura). La tabla A.5 contiene los materiales dieléctricos más usuales en la fabricación de condensadores y sus respectivas constante y rigidez dieléctricas y la temperatura máxima de empleo.

412

MATERIAL DIELECTRICO	CONSTANTE k	RIGIDEZ (kV/mm)	TEMP. MÁXIMA
<i>Papel "KRAFT"</i>	4,5	de 2,5 a 50	de 85 a 100°C
<i>Mica</i>	5,4	30	200°C
<i>Cerámica esteatita (permitividad baja)</i>	de 5,4 a 7	10	de 50 a 200°C
<i>Cerámica de rutilo (permitividad media)</i>	de 70 a 90	5	120°C
<i>Cerámica de titanato (permitividad alta)</i>	de 1000 a 7000	5	120°C
<i>Vidrio</i>	de 0,5 a 6,8	de 50 a 80	200°C
<i>Polietileno</i>	2,3	20	70°C
<i>Poliestireno y poliestirol (STYROFLEX)</i>	2,5	75	70°C
<i>Policarbonato ("MAKROFOL")</i>	3	180	140°C
<i>Politetrafluoretileno ("TEFLON")</i>	2	20	265°C
<i>Tereftalato de polietileno ("MYLAR")</i>	3,1	100	130°C
<i>Óxido de aluminio</i>	8,4	1000	85°C
<i>Óxido de tántalo</i>	25		125°C

Tabla A.5 Materiales dieléctricos más usuales en la fabricación de condensadores

Las aplicaciones de los condensadores son muy diversas; por ejemplo, almacenamiento de energía, flash fotográfico, electrónica de potencia, eliminación de componentes de tensión continua (*condensadores de paso*), circuitos RC, circuitos resonantes, filtros pasivos, circuitos antiparasitarios, etc. Ello requiere que el mercado ofrezca una gran diversidad de tipos y valores. Remítase el lector a los catálogos de los principales fabricantes de condensadores, SIEMENS, PHILIPS, THOMSON, etc.

En la mayoría de aplicaciones se utilizan *condensadores fijos*, pero algunas (sintonizadores,

osciladores, etc.) exigen el uso de *condensadores variables* en los que sea posible variar su capacidad a voluntad, dentro de unos ciertos márgenes. Estos últimos pueden ser *regulables* por el usuario del equipo electrónico (por ejemplo, condensador de sintonía de radio) o *ajustables* a un determinado valor para siempre (condensadores *trimmer*). Los regulables suelen estar constituidos por dos juegos de placas metálicas paralelas e intercaladas entre sí, separadas por aire o por mica como dieléctrico y montadas mecánicamente de manera que uno de los grupos de placas pueden girar, variando así el área de las porciones de superficies metálicas enfrentadas y modificando, consecuentemente, el valor de la capacidad. Los condensadores ajustables, o *trimmers*, utilizan como dieléctrico mica, cerámica o aire, y realizan el ajuste del valor de la capacidad actuando mecánicamente sobre la separación de las armaduras o sobre las porciones de armaduras enfrentadas. Se remite al lector a un catálogo de un fabricante de condensadores variables para que pueda observar los diferentes tipos de construcción existentes.

A.4.2 Características técnicas de los condensadores

Aunque la capacidad y la tensión de trabajo son los dos parámetros principales de los condensadores, existen otras características y propiedades que han de tenerse en cuenta para el correcto empleo de estos componentes en los equipos electrónicos. Los parámetros y características técnicas a especificar en un condensador son: *capacidad nominal* y *tolerancia*, *estabilidad*, *coeficiente de temperatura*, *temperatura máxima de trabajo*, *tensión máxima de trabajo*, *resistencia de aislamiento*, *corriente de fugas en continua*, *corriente máxima de trabajo en alterna*, *parámetros de pérdidas en corriente alterna* (*resistencias equivalentes de pérdidas*, *factores de potencia*, *disipación y calidad*), *comportamiento en función de la frecuencia*, *fiabilidad*, *forma y dimensiones geométricas*. La mayoría de ellos han sido definidos en el apartado A.1.2.

413

La *capacidad nominal* es la especificada por el fabricante y marcada sobre el cuerpo del componente, mediante código de colores, similar al empleado para el marcaje de resistores, o una cifra y letra de unidades (*p* para picofaradios, *n* para nanofaradios, μ para microfaradios y *m* para milifaradios). En los condensadores cerámicos, cuya capacidad se expresa en pF, se elimina a veces el marcaje de la *p* y se utiliza, si fuera necesario, la letra *k* correspondiente al prefijo "mil". Así, por ejemplo, los marcajes p15, 1p5, 15 y 15k en un condensador cerámico indican, respectivamente, 0,15 pF, 1,5 pF, 15 pF y 15000 pF. Cada valor nominal ha de llevar asociada una *tolerancia*, que se marca mediante un color o mediante una segunda letra. Además suele marcarse también la tensión nominal y, si fuera necesario (condensadores cerámicos con coeficiente de temperatura establecido) el coeficiente de temperatura, ya sea con una franja de color o con una letra.

Aunque la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI) ha establecido unas normas para el marcaje de los diversos tipos de condensadores, los fabricantes no siguen estrictamente tales directrices, por lo que, en todo caso, dada la gran diversidad de fabricantes y tipos, se recomienda consultar la hoja de especificaciones técnicas del fabricante para una correcta interpretación del marcaje de cada condensador.

El *coeficiente de temperatura* es, en general, un parámetro dependiente de la temperatura y tiene particular importancia en los condensadores cerámicos de baja y mediana permitividad con coeficiente de temperatura constante y establecido. En tales casos se especifica este coeficiente mediante una letra (N, para los coeficientes negativos, y P para los coeficientes positivos) seguida del valor numérico del coeficiente en ppm (partes por millón). El coeficiente de temperatura nulo se especifica mediante el código NP0.

La *tensión máxima de trabajo* depende de la rigidez dieléctrica del material dieléctrico empleado en la fabricación del condensador y ha de tenerse muy en cuenta cuando se trabaja en corriente continua.

La *resistencia de aislamiento* R_α es la medida en bornes del condensador en corriente continua y está relacionada con la capacidad C del condensador, la resistividad ρ y la permitividad ϵ del dieléctrico mediante la expresión

$$R_\alpha C = \rho \epsilon$$

R_α aumenta cuando la temperatura y la tensión disminuyen.

La *corriente de fuga* se refiere a la pequeña corriente eléctrica que circula en continua a través del condensador, debido al hecho de que el dieléctrico no es un aislante perfecto, resultando tanto mayor cuanto menor es la resistencia de aislamiento.

Cuando un condensador está trabajando en corriente alterna, puede circular por él una corriente elevada y hay que considerar las posibles pérdidas en el condensador que se ponen de manifiesto mediante la disipación de calor en el componente. Tales pérdidas se pueden representar por una *resistencia de pérdidas serie* R_s o por una *resistencia de pérdidas paralelo* R_p , mediante los circuitos equivalentes dibujados en la figura A.6, que incluyen los correspondientes diagramas vectoriales de tensión e intensidad de corriente alterna.

414

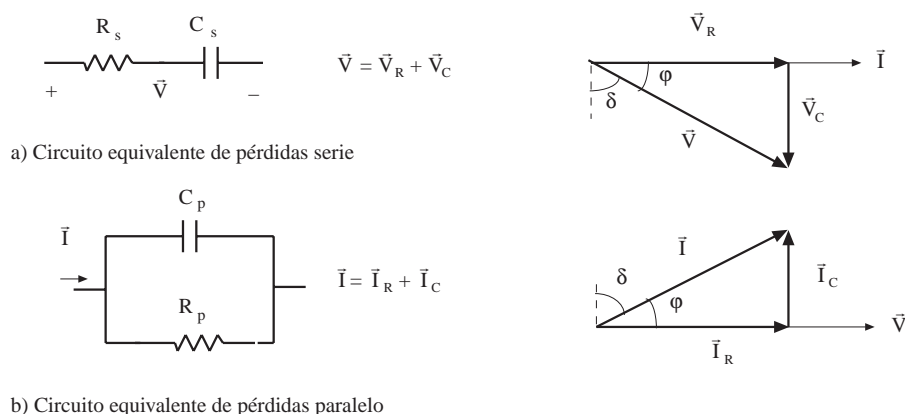


Fig. A.6 Circuitos equivalentes de pérdidas de un condensador en corriente alterna y diagramas vectoriales respectivos

Las pérdidas en el condensador son tanto mayores cuanto mayor sea el ángulo δ resultante en los diagramas vectoriales de la figura, y es por ello por lo que se le da el nombre de *ángulo de pérdidas*.

Los *factores de potencia* FP , de *disipación* D y de *calidad* Q se definen según se indica a continuación:

$$FP = \cos \phi$$

$$D = \tan \delta = \frac{R_s}{X_s} = \frac{1/R_p}{1/X_p}$$

$$Q = \tan \phi$$

TIPO DE CONDENSADOR	CAPACIDAD Y TOLERANCIA	TENSIÓN MÁXIMA	PÉRDIDAS (tanδ x 10 ³)	TEMPERAT.MÍN. Y MÁX.	λ* (FIT)	APLICACIONES
<i>Papel metalizado</i>	0,1 μF a 64 μF ±10% y ±20%	250 V a 1000 V	6 a 10 (1 kHz)	−55 a 85°C	8,7	Acoplamiento y aplanamiento.
<i>Mica</i>	2 pF a 220 nF 2%, 5% y 10%	160 V a 5000 V	1 (1 MHz)	−55 a 100°C	1,5 a 37	Filtraje, sintonía, patrones
<i>Cerámico de baja K (7–400)</i>	1 pF a 47 nF ±5% y ±10%	50 V a 100 V	1,5 (1 kHz)	−55 a 125°C	2,2	Coef. temp. constante. Osciladores.
<i>Cerámico de alta K (700–7000)</i>	220 pF a 2,2 μF (multicapa) ±10% y ±20%	50 V a 100 V	25 a 30 (1 kHz)	−55 a 125°C	7,4	Coef. temp. no constante. Acoplamiento, filtros.
<i>Cerámico SIBATIT 50000</i>	22 nF a 0,2 μF −20%/+50%	63 V	50 a 60 (1kHz)	−40 a 85°C	7,4	Acoplamiento, filtraje, antiparásitos.
<i>Vidrio</i>	1 pF a 10 nF 2%, 5% y 10%	300 V a 500 V	3 (1 KHz)	−55 a 200°C	0,96	Oscilador alta frecuencia.
<i>Acetato celulosa</i>	33 nF a 100 μF ±10% y ±20%	25 V a 630 V	12 a 15 (1 kHz)	−55 a 85°C	9,2	Corriente continua.
<i>Tereftal. polietileno (MYLAR)</i>	680 pF a 10 μF ±5% a ±20%	50 V a 12,5 kV	5 a 7 (1kHz)	−40 a 100°C	9,2	Continua y alterna. Acoplo y desacoplo.
<i>Policarbonato</i>	1 nF a 1 μF ±5% a ±20%	100 V a 250 V	1 a 3 (1kHz)	−55 a 100°C	9,2	Continua y alterna.
<i>Polipropileno</i>	1,5nF a 4,7 μF ±5% a ±20%	250 V a 40 kV	0,25 (1 kHz)	−40 a 70°C	9,2	Deflexión televisión.
<i>STYRO–FLEX</i>	2 pF a 330 nF ±0,5% a ±5%	25 V a 630 V	0,1–0,3 (1 kHz)	−40 a 70°C	9,2	Osciladores, acoplo–desacopl.
<i>Electrolítico de aluminio</i>	0,47 μF a 390000 μF −10% /+50%	6,3 V a 450 V	60–150 (100Hz)	−25 a 125°C	61	Filtraje, bloqueo, acoplamiento, flash fotográfico.
<i>Electrolítico de tantaló</i>	0,1μF a 1200μF ±5% a ±20%	4 V a 125 V	50–80 (120Hz)	−55 a 125°C	4	Filtraje, acoplamiento, aplanamiento.
<i>De papel (potencia)</i>	0,1μF–4800μF ±10% y ±20%	320 V a 3000 V	0,2 a 6 (50 Hz)	−25 a 70°C	8	Electrónica de potencia

* λ: Tasa de fallo según MIL-HDBK-217F, para ambiente G_F (equipos fijos, en tierra)

Tabla A.6 Características técnicas de diferentes tipos de condensadores comerciales

La impedancia de un condensador con pérdidas se expresa mediante

$$Z = R_s + j\omega C_s = \frac{1}{\frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega C_p}}$$

Considerando idénticas las impedancias de los circuitos equivalentes serie y paralelo, pueden calcularse las relaciones entre los elementos de ambos circuitos, con el resultado:

$$R_p = R_s \left(1 + \frac{1}{D^2}\right)$$
$$C_s = C_p (1 + D^2)$$

El comportamiento del condensador en función de la frecuencia se determina mediante su circuito equivalente en alta frecuencia dibujado en la figura A.7. A frecuencias elevadas se incrementan los efectos inductivos e incluso puede encontrarse una *frecuencia de resonancia* propia del condensador, para la cual se anulan las componentes reactivas, comportándose el condensador, para esa frecuencia, como una resistencia de pequeño valor.

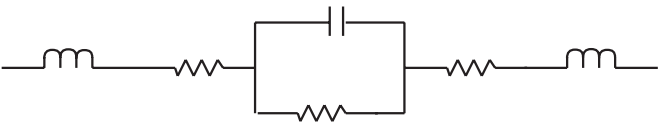


Figura A.7.- Circuito equivalente de un condensador en alta frecuencia

La tabla A.6 recopila de forma comparativa las características técnicas de los diferentes tipos de condensadores existentes en el mercado de componentes electrónicos.

416

A.5 Componentes inductivos: bobinas y transformadores

A.5.1 Bobina

La *bobina* o *inductor* es un componente eléctrico de dos terminales cuya función física fundamental es almacenar energía magnética cuando pasa por él una corriente eléctrica *i*. Sus principales aplicaciones se centran en las fuentes de alimentación, los filtros para eliminación de señales parásitas y los circuitos sintonizados, cuyas peculiaridades se resumen en la tabla A.7.

TIPO DE BOBINA	FUNCIÓN	λ (FIT)*	OBSERVACIONES
Choque de alimentación	Reducir el rizado de la señal rectificada.	160	Llevan núcleo magnético de alta μ para conseguir alta L.
Filtro de radiofrecuencias	Eliminar las tensiones parásitas que se introducen por la red.	7,3	A la frecuencia de red (50 hz) han de comportarse como cortocircuitos.
Bobinas de sintonía	Variar, o ajustar, la frecuencia de sintonía.	15	Llevan núcleo de profundidad ajustable para variar L.

* Tasa de fallo según MIL-HDBK-217F, para ambiente G_F.

Tabla A.7 Tipos de bobinas, según sus aplicaciones

Una bobina se construye arrollando un hilo conductor sobre un núcleo de material magnético, cuya permeabilidad, forma y dimensiones determinan, junto con el número de espiras conductoras, el principal parámetro de una bobina: el coeficiente de autoinducción *L*, que se expresa en henrios. La

dependencia de L con los elementos constructivos de la bobina viene dada, tal como se justificó en el capítulo 5, por la fórmula:

$$L = \mu \frac{N^2 S}{l}$$

Esta expresión sólo se cumple para una bobina ideal, sin *dispersión de flujo* magnético y sin *pérdidas* eléctricas.

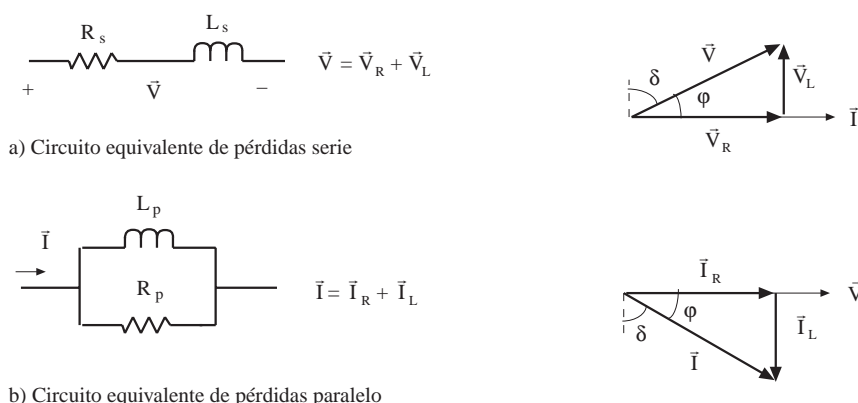


Fig. A.8 Circuitos equivalentes de pérdidas de una bobina en corriente altern y diagramas vectoriales respectivos

La *dispersión de flujo* se produce cuando algunas líneas de campo magnético se salen del núcleo, siguiendo otros "caminos magnéticos" opcionales, o a través del propio aire que rodea la bobina. Este efecto es particularmente importante en bobinas sin núcleo y produce una reducción de la autoinducción L .

Las *pérdidas* eléctricas se producen en el hilo conductor del bobinado, por *efecto Joule*, y en el núcleo magnético, por *histéresis* y por las *corrientes de Foucault*. Las pérdidas en el núcleo pueden resultar particularmente importantes cuando la bobina funciona en un circuito de corriente alterna. En cada período, el núcleo sufre un ciclo de imantación completo que emplea una cierta energía W que es proporcional al volumen del núcleo y a la histéresis.

Las pérdidas por *efecto Foucault* son debidas a las corrientes inducidas que circulan por el núcleo magnético, que suele ser un material ferromagnético y, por tanto, conductor eléctrico. Para reducir las corrientes de Foucault, deben emplearse núcleos de material magnético laminado o aglomerado, que presentan una baja conductividad eléctrica.

Las pérdidas de corriente alterna en una bobina, al igual que en los condensadores, pueden representarse por una *resistencia de pérdidas serie* R_s o por una *resistencia de pérdidas paralelo* R_p , según se dibuja en los circuitos equivalentes de la figura A.8, que incluye los correspondientes diagramas vectoriales de intensidad y tensión en la corriente alterna.

Los *factores de potencia* FP , de *disipación* D y de *calidad* Q de una bobina en alterna se definen con las mismas funciones angulares con que se definieron los mismos factores para el condensador con pérdidas, por lo que resulta:

$$Q = \frac{X_{L_s}}{R_s} = \frac{1/X_{L_p}}{1/R_p}$$

$$R_p = R_s(1 + Q^2)$$

$$L_p = L_s(1 + 1/Q^2)$$

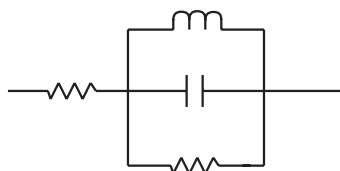


Fig. A.9 Circuito equivalente de una bobina en alta frecuencia

El comportamiento de la bobina en función de la frecuencia se determina mediante el circuito equivalente en alta frecuencia dibujado en la figura A.9. A frecuencias elevadas, el efecto capacitivo en paralelo con el elemento inductivo puede ser tan fuerte que llegue a la *antirresonancia*, se anule la componente reactiva y se comporte la bobina como una resistencia de valor muy elevado.

A.5.2 Transformador

Un *transformador* es un componente pasivo de cuatro o más terminales, compuesto por dos o más bobinas acopladas magnéticamente, cuya función física fundamental es transferir energía eléctrica a los diversos circuitos asociados a cada bobina, con poca pérdida energética, o también procurar una transformación de impedancias para adaptar convenientemente dos circuitos. El acoplamiento magnético de las bobinas que forman el transformador se consigue arrollando las bobinas sobre el mismo núcleo. Al circular corriente eléctrica por uno de los devanados se crea un campo magnético, cuyas líneas son "empaquetadas" por el núcleo común y dan lugar a un flujo magnético a través del otro devanado, provocando en éste una corriente inducida, que crea un nuevo campo y flujo magnético, que atravesará el devanado primero, y así sucesivamente, tal como se describió en el capítulo 5.

Las ecuaciones deducidas son válidas para un transformador ideal sin pérdidas, pero en la práctica todos los transformadores presentan algunas pérdidas, por *efecto Joule*, en hilos conductores de los bobinados y, por *histéresis* y *efecto Foucault*, en el núcleo. Ello ha llevado a que un transformador real haya que representarlo circuitalmente mediante el esquema eléctrico de la figura A.10, que incluye un transformador ideal de relación 1:n, las resistencias equivalentes de pérdida, R_{b1} , R_{b2} y R_n , las inductancias de fuga, L_{fb1} y L_{fb2} , y la inductancia de magnetización, L_m .

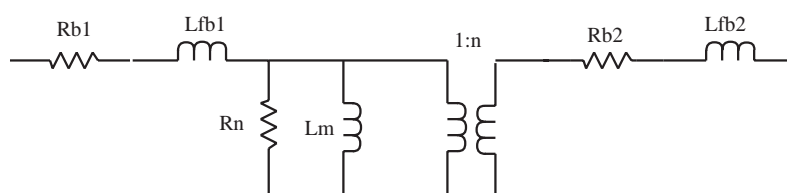


Fig. A.10 Circuito equivalente del transformador real

La resistencia equivalente a las pérdidas en los bobinados ($R_{b1} + R_{b2}/n^2$) se puede estimar empíricamente mediante un *ensayo de cortocircuito* (consistente en aplicar corriente al primario, i_{1sc} , cuando el secundario está cortocircuitado, $v_2 = 0$). La resistencia equivalente de pérdidas de los bobinados será:

$$R_{b1} + \frac{R_{b2}}{n^2} = \frac{P_{1sc}}{i_{1sc}^2}$$

donde P_{1sc} es la potencia entregada al transformador en el *ensayo de cortocircuito*.

La resistencia equivalente a las pérdidas en el núcleo del transformador se puede estimar empíricamente mediante un *ensayo de circuito abierto* (consistente en aplicar tensión al primario, v_{1oc} , cuando el secundario está en circuito abierto, $i_2 = 0$). La resistencia equivalente de pérdidas del núcleo será:

$$R_n = \frac{v_{1oc}^2}{P_{1oc}}$$

donde P_{1oc} es la potencia empleada en el *ensayo de circuito abierto*.

El *rendimiento de un transformador* expresa la relación entre la potencia recogida a la salida y la entregada al primario.

La *regulación de tensión de un transformador* (referida al secundario) se expresa mediante el factor de regulación de tensión FR_v , dado por la siguiente ecuación:

$$FR_v = \frac{v_{s(vacio)} - v_{s(carga)}}{v_{s(carga)}}$$

La *regulación de corriente de un transformador* (referida al secundario) se expresa mediante el factor de regulación de corriente FR_i , que se define como:

$$FR_i = \frac{i_{s(corto)} - i_{s(V_{max})}}{i_{s(V_{max})}}$$

Análogamente, pueden definirse los coeficientes de regulación de un transformador referidos al primario.

La tabla A.8 recoge los tipos más usuales de transformadores con indicación de algunas de sus peculiaridades.

TIPO DE TRANSFORMADOR	PECULIARIDADES	λ (FIT)*
<i>Transformador de alimentación</i>	Potencia elevada. Tensiones y frecuencias fijas. Rendimiento elevado.	160
<i>Transformador de pulsos</i>	Poca potencia. Baja distorsión.	23
<i>Transformador de audio</i>	Potencia media o alta. Adaptación impedancia de salida audio a impedancia altavoz. Baja distorsión.	46
<i>Transformador de RF</i>	Trabajan dentro de un margen de frecuencias especificado. Baja distorsión.	28

* Tasa de fallo según MIL-HDBK-217F, para ambiente G_8

Tabla A.8 Tipos de transformadores más usuales

A.5.3 Materiales magnéticos para núcleos de bobinas y transformadores

El ingeniero diseñador de equipos electrónicos siempre encontrará en el mercado resistores y condensadores comerciales normalizados aptos para el empleo en sus circuitos. Sin embargo, no le ocurrirá lo mismo con los componentes inductivos, cuyos prototipos tendrá que diseñar y construir él mismo, o encargárselos a un especialista bajo las pertinentes especificaciones. Ello requiere, por su parte, el conocimiento de las propiedades y características de aplicación de los núcleos magnéticos a emplear. En este apartado, se darán algunas breves nociones sobre los materiales magnéticos. El lector que los requiera, debe consultar los catálogos de los fabricantes especializados en materiales magnéticos para bobinas y transformadores.

Son materiales magnéticos aquellos en los que pueden crearse flujos magnéticos inducidos, y que presentan zonas moleculares (de 0,001 a 10 mm³) denominadas "*dominios magnéticos*", caracterizados por las distintas direcciones de los momentos magnéticos en cada dominio. Sus principales propiedades son la *permeabilidad* ($\mu = B/H$), que se mide en H/m (para el vacío, $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m), el *coeficiente de temperatura* de la permeabilidad, la forma del *ciclo de histéresis* (característica B-H) y la *resistividad eléctrica*, conceptos que se explican en los capítulos sobre electromagnetismo de los libros de física elemental.

Según el ciclo de histéresis, los materiales magnéticos se clasifican en "*blandos*" (con pequeño *campo coercitivo* H_c y elevada *permeabilidad inicial* μ_i) y "*duros*" (gran H_c y pequeña μ_i). Los primeros son los adecuados como núcleos de componentes inductivos.

Según el tipo de "dominios magnéticos", existen materiales *ferromagnéticos* (con todos los momentos magnéticos de cada "dominio" en la misma dirección) y *ferrimagnéticos* (con "dominios" con direcciones opuestas, pero superando una de ellas a la contraria).

420

Los materiales ferromagnéticos son elementos metálicos (hierro, cobalto y níquel) o sus aleaciones, presentados en forma de láminas o de aglomerado. Tienen valores elevados de permeabilidad y de saturación magnética y, por ello, se utilizan principalmente en aplicaciones de bajas frecuencias. Los diferentes tipos existentes son: el acero pobre en carbono, el acero al silicio (1% al 5% de Si) sin o con grano orientado, las aleaciones de hierro y níquel o *permalloys*, ricas en níquel (72% al 80% de Ni) o pobres en níquel (40% al 50% de Ni), y las aleaciones de hierro y aluminio. Los tipos laminados se presentan, según normas, en forma de U, E, I, M, L, etc. Las aleaciones pueden presentarse también en formas aglomeradas moldeadas.

Los materiales ferrimagnéticos o *ferritas* son compuestos de un óxido de hierro (Fe_2O_3) con uno o más óxidos de otro metal, cuya formulación general es $M_xFe_yO_z$, donde M es un metal. Las ferritas más utilizadas en la fabricación de núcleos para bobinas y transformadores son las que contienen algún metal divalente, y su estructura cristalina es similar a la del mineral espinela ($MgAl_2O_4$) o a la de la magnetita (Fe_3O_4). Existen otras que presentan estructura hexagonal ($Ba_6Fe_2O_3$) y que son más adecuadas para la fabricación de imanes permanentes, y también otras con estructura de granate ($M_3Fe_5O_{12}$, donde M es un metal trivalente) que se utilizan en aplicaciones de microondas.

El polvo de ferrita es prensado y sinterizado (a unos 1300°C) en moldes, dándoles diferentes formas, que son comercializadas como núcleos cilíndricos, tubulares, roscados, en corona (o "pot cerrado"), toroidales, en U, en E, PM, RM, etc.

Las ferritas se diferencian de los materiales ferromagnéticos, principalmente, por su elevada resistividad eléctrica (de 1 a $10^5 \Omega m$, frente a los 10^{-7} a $10^{-6} \Omega m$ de los metales). Ello hace que los núcleos de ferrita tengan unas pérdidas por corrientes de Foucault despreciables. Presentan valores de permeabilidad e inducción de saturación inferiores a los materiales ferromagnéticos. Su uso está especialmente indicado para aplicaciones de alta frecuencia (1 a 1000 MHz).

Apéndice B

Introducción al simulador PSPICE

SPICE, iniciales de las palabras inglesas *Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*, se ha convertido en el software estándar para el análisis de circuitos electrónicos. Fue desarrollado por la Universidad de California, en Berkeley, a mediados de la década de los 70. **PSPICE** es una versión de este software capaz de ser ejecutado en un *PC*, y distribuida por MicroSim Corporation.

El objetivo de este apéndice es proporcionar al lector una primera aproximación a la utilización de PSPICE. Describe de manera resumida las características más básicas de este programa a fin de situar al lector rápidamente en el contexto. En particular, este apéndice se refiere a la versión 4.02. Con el tiempo, van apareciendo de manera regular nuevas versiones de este programa, entre las que hay que citar las versiones de evaluación, de finalidad educativa, que permiten simular circuitos con un número limitado de componentes y que son de distribución gratuita. La utilización adecuada de PSPICE requiere completar la lectura de estas notas con textos más completos como los que se citan en las referencias.

421

Estas notas introductorias se organizan en tres bloques:

- * Descripción del circuito en SPICE
- * Tipos de análisis que puede realizar SPICE
- * Cómo utilizar PSPICE en modo interactivo

B.1 Descripción del circuito

La primera tarea a realizar para hacer un análisis con SPICE es describir el circuito en un lenguaje que pueda entender el ordenador. Esta descripción se efectúa confeccionando un "fichero de datos" que, además de contener los componentes del circuito y sus interconexiones, también contiene instrucciones sobre los análisis que se desean realizar e indicaciones sobre dónde almacenar los resultados obtenidos.

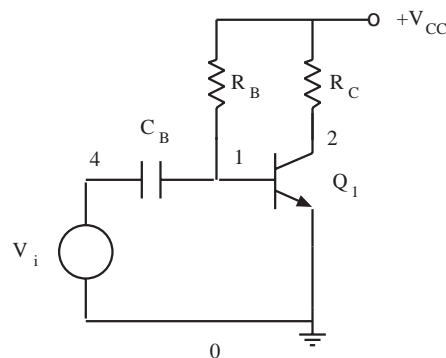


Fig. B.1 Circuito para ejemplo de análisis con SPICE

La primera línea del fichero de datos es obligatoriamente el título del análisis que se quiera realizar, que es de libre elección por el usuario. A continuación cada línea contiene una instrucción. Si la instrucción resulta ser más larga que la línea, puede ser continuada en la siguiente línea sin más que poner un signo "+" en la primera posición de la línea de continuación. Un signo "*" en la primera posición de una línea indica que se trata de un comentario y que no es un dato de entrada. Un signo "." en la primera posición indica que es una instrucción de control. La última línea del fichero de datos debe ser ".END". Un ejemplo de fichero de datos relativo al circuito de la figura B.1 se presenta en la tabla B.1.

EJEMPLO DE FICHERO DE DATOS

```
AMPLIFICADOR EMISOR COMUN DE LA FIGURA B1
* A continuación se describe el circuito
Q1 2 1 0 BC999
RC 3 2 4K
RB 3 1 1MEG
CB 1 4 100U
VCC 3 0 DC 10
VI 4 0 AC 5M
* El modelo de transistor es el siguiente
.MODEL BC999 NPN(IS=20F BF=400 VAF=120 EG=1.11 BR=0.8 NC=2
+
CJC=10P VJC=0.8 MJC=0.33)
* Los análisis a realizar son:
.DC NPN BC999(BF) 1 400 10
.OP
.AC DEC 10 1HZ 100MEGHZ
*Los resultados de este último análisis se desea tratarlos
*con el procesador gráfico "PROBE"
.PROBE
*Imprimir los resultados del análisis DC en una tabla
.PRINT DC v(2)
* Indicar que es el final del fichero:
.END
```

Tabla B.1 Ejemplo de fichero de datos correspondiente al circuito de la figura B.1

El primer paso para describir el circuito consiste en numerar todos sus nudos. Uno de los nudos debe ser designado como el de referencia (masa), y asignarle el número cero. La asignación de números a los otros nudos es arbitraria. *Siempre debe existir un camino para la corriente continua entre un nudo y masa.* Si hiciera falta se conecta al nudo una resistencia de muy alto valor.

B.1.1 Descripción de resistencias, condensadores y bobinas

La instrucción que describe cada uno de estos elementos tiene la siguiente forma:

NOMBRE NUDO A NUDO B VALOR

Entre cada uno de los cuatro parámetros debe haber uno o más espacios en blanco. Para las resistencias la primera letra del nombre debe ser **R**. Para los condensadores **C**, y para las bobinas **L**. Las otras letras del nombre son arbitrarias. Los nudos A y B indican los nudos entre los que está conec-

tado el elemento en cuestión. El valor del componente puede estar en formato entero, decimal o científico. Se pueden utilizar los sufijos listados en la tabla B.2 (conviene señalar que en esta implementación el ordenador no distingue entre mayúsculas y minúsculas). A los condensadores y bobinas se les puede añadir, a las cuatro entradas descritas, una quinta relativa a las condiciones iniciales (tensión para el condensador y corriente para la bobina). Así,

CB 1 4 100U IC=10

en donde la condición inicial del condensador, IC, significa que está cargado a 10V, con el positivo en el nudo 1 (el primer nudo citado) y el negativo en el 4. Para la bobina el valor de IC significa la corriente inicial.

T	G	MEG	K	M	U	N	P	F
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}

Tabla B.2 Sufijos de escala reconocidos por SPICE

Véase en el ejemplo de la tabla B.1 la descripción de las resistencias R_B , R_C , y del condensador C_B .

B.1.2 Descripción de generadores independientes

La instrucción para estos componentes es del siguiente tipo:

423

NOMBRE N1 N2 TIPO ESPECIFICACIONES

La primera letra del nombre debe ser **V** si se trata de un generador independiente de tensión o **I** si es de corriente. La polaridad de una fuente de tensión se indica mediante los nudos positivo (N1) y negativo (N2). En una fuente de corriente la intensidad circula del nudo N1 al N2. Los dos últimos términos describen el tipo de generador según se detalla en la tabla B.3.

Obsérvese que entre los tipos DC y AC y sus especificaciones hay uno o más espacios en blanco. En el resto se abre el paréntesis inmediatamente después del TIPO. Los parámetros dentro el paréntesis se separan por espacios en blanco.

B.1.3 Descripción de generadores dependientes

El formato de instrucción para los generadores dependientes lineales *controlados por una tensión* ($v_a=E(v_b)$; $i_a=G(v_b)$) es:

NOMBRE N1 N2 NC+ NC- COEFICIENTE

El nombre debe comenzar por la letra **E** si es un generador de tensión, y por **G** si es de corriente. En el caso de un generador de tensión, N1 es el nudo en el que está conectado el terminal positivo de la fuente, y N2 el negativo. Para un generador de corriente, ésta circula de N1 a N2. La tensión de control es la existente entre los nudos NC+ y NC-. El valor del generador dependiente es la tensión de control multiplicada por el coeficiente.

TIPO	ESPECIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
DC	VALOR	Generador de continua
AC	MAGNITUD FASE	Generador sinusoidal para análisis frec.
	SIN(V0 VA F TD DF ϕ)	Gen. sinusoidal para análisis transitorio
	PULSE(V1 V2 TD TR TF PW PER)	Tren de impulsos periódicos
	PWL(T1 V1 T2 V2 T3 V3..)	Señal definida por tramos lineales
	EXP(V1 V2 TD1 τ 1 TD2 τ 2)	Señal exponencial

Tabla B.3 Fuentes independientes reconocidas por SPICE

424

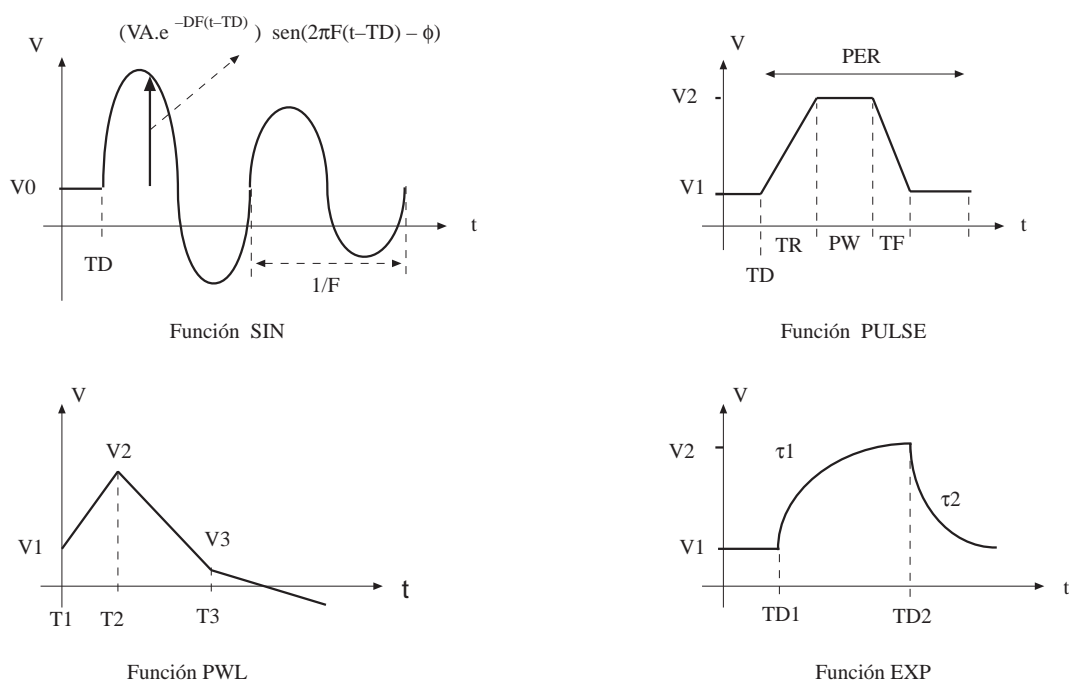


Fig. B.2 Formas de onda de las fuentes independientes y parámetros asociados

Para los generadores *controlados por una corriente* ($i_a = F(i_b)$; $v_a = H(i_b)$):

NOMBRE N1 N2 VC COEFICIENTE

El nombre debe empezar por la letra **F** si es un generador de corriente o por **H** si es de tensión. El significado de N1, N2 y COEFICIENTE es el mismo que en el caso anterior. La corriente de control es la que circula por el generador de tensión de nombre VC. Si no existe un generador de tensión en la rama por la que circula la corriente de control, hay que insertar uno de valor cero.

B.1.4 Descripción de dispositivos semiconductores

El formato de instrucción para describir estos dispositivos es:

NOMBRE NUDO A NUDO B NUDO C ... MODELO AREA

La primera letra del nombre, y el significado de los nudos A, B, C y D se da en la tabla B.4. Para el BJT la declaración del nudo de sustrato es optativa (si no se indica, el programa lo toma como cero). Para el MOS es obligatoria. El modelo es el nombre del tipo de dispositivo que debe ser especificado en una instrucción especial (".MODEL") que será comentada más adelante. El término "Area" es un parámetro de escala. Es el factor por el que se multiplican las corrientes y capacidades del dispositivo definido en .MODEL y por el que se dividen las resistencias del dispositivo. Si se omite, se toma por defecto el valor 1. Para el transistor MOS en lugar del término AREA se utiliza:

W=valor L=valor

en donde W y L son la anchura y la longitud del canal. Si no se especifican se les asigna el valor 10^{-4}m . En este dispositivo también hay opción a especificar el área y el perímetro de las regiones de drenador y de surtidor.

DISPOSIT	1ªLETRA	NOMBRE	NUDO A	NUDO B	NUDO C	NUDO D
Diodo	D		Lado P	Lado N		
BJT	Q		Colector	Base	Emisor	Sustrato
MOS	M		Drenador	Puerta	Surtidor	Sustrato
JFET	J		Drenador	Puerta	Surtidor	

425

Tabla B.4 Tipos de dispositivos semiconductores y sus nudos de especificación

La instrucción anterior que describe un dispositivo semiconductor debe ser completada con una instrucción .MODEL que define los parámetros del dispositivo en cuestión. Su forma es:

.MODEL MODELO TIPO (parámetro=valor parámetro=valor....)

En esta instrucción, MODELO es el nombre del tipo de dispositivo utilizado en la anterior descripción de dispositivos semiconductores con el término MODELO. El TIPO debe ser: para diodos, D; para BJT, NPN o PNP; para MOS, NMOS o PMOS; para JFET, NJF o PJF. Los parámetros a que se hace mención en el paréntesis de esta instrucción son opcionales. Si no se especifica el valor de un parámetro, el SPICE le asigna uno por defecto. En los capítulos 6, 7 y 8, que tratan del diodo, del transistor bipolar y del MOS se especifican estos parámetros y sus valores por defecto. Véase en el ejemplo de la figura B.1 la descripción del transistor Q1 y su instrucción MODEL asociada.

Pueden formarse "librerías" con los modelos de los dispositivos. Consúltense en alguna de las referencias la utilización de librerías de SPICE mediante la instrucción .LIB.

B.1.5 Descripción de un subcircuito

SPICE permite definir un circuito como si se tratara de un bloque con un nombre específico que puede ser llamado repetidamente en el fichero de datos. La definición de un circuito como subcircuito se realiza de la siguiente forma:

```
.SUBCKT SUBNOMBRE NUDO X NUDO Y .... NUDO N
Instrucciones de los elementos que
definen el bloque del subcircuito
.ENDS SUBNOMBRE
```

El término SUBNOMBRE tiene un papel similar al de MODELO en los dispositivos semiconductores. La asignación de números a los nudos que aparecen en la definición .SUBCKT es local de este subcircuito e independiente de la del circuito principal, a excepción del nudo 0 que, en caso de utilizarse, se supone común al nudo de referencia del programa principal. Los nudos X, Y,...N de la anterior instrucción son los que conectan el subcircuito al resto del subcircuito.

La inserción de un subcircuito en el circuito principal se realiza con una instrucción del tipo:

```
NOMBRE NUDO A NUDO B ... NUDO M SUBNOMBRE
```

en donde la primera letra del NOMBRE debe ser X. El SUBNOMBRE es el que identifica el subcircuito y debe coincidir con el usado en .SUBCKT. Los nudos A, B,... N son los nudos del circuito principal a los que se conecta el subcircuito. La conexión se realiza siguiendo el orden (A a X, B a Y, M a N). En el capítulo 4 se ilustra la utilización de esta instrucción.

426

B.2 Tipos de análisis que puede realizar SPICE

SPICE puede realizar, entre otros, los siguientes análisis:

1. Cálculo del punto de reposo (.OP).
2. "Barrido DC" (.DC): Análisis en continua del circuito para cada uno de los valores que toman una o varias variables, los cuales "barren" un determinado margen. Las variables que pueden ser "barridas" son: la tensión o corriente de un generador, un parámetro de un modelo, o la temperatura.
3. Cálculo de la función de transferencia (.TF).
4. Cálculo de respuesta en frecuencia (.AC).
5. Respuesta transitoria (.TRAN).

Además de estos análisis, que serán descritos a continuación, SPICE puede llevar a cabo otros, tales como análisis de ruido (.NOISE), de distorsión (.DISTO), de sensibilidad (.SENS), de temperatura (.TEMP) y alguno más, para los cuales se deben consultar referencias más detalladas sobre este simulador.

B.2.1 Análisis .OP

El formato de esta instrucción es:

```
.OP
```

La inclusión en el fichero de datos de esta instrucción produce una información detallada (tensiones en los nudos, corrientes y potencia que entregan las fuentes, valores de los parámetros de los modelos de pequeña señal,...) sobre el punto de reposo del circuito. Si no se incluye, la única información sobre el punto de reposo es una relación de las tensiones en los nudos.

B.2.2 Análisis .DC

El formato de instrucción para un "*barrido lineal*" tiene la forma:

.DC NOMBRE1 VI1 VF1 INC1 NOMBRE2 VI2 VF2 INC2

Los cuatro últimos términos son opcionales y se usan para hacer un doble barrido (para cada valor que tome NOMBRE2 se realiza un barrido completo de la variable NOMBRE1). El programa realiza un análisis en continua para cada uno de los valores que tome la variable NOMBRE. Esta variable toma valores desde uno inicial (VI) hasta uno final (VF) en pasos de valor INC.

Si la variable que realiza el barrido es un generador independiente de tensión o corriente, el término NOMBRE es el nombre de este generador. En este análisis no se tiene en cuenta el valor de este generador definido en el fichero de datos del circuito. Sin embargo, los otros tipos de análisis serán realizados con dicho valor.

Si la variable que realiza el barrido es la temperatura, el NOMBRE debe ser TEMP y sus valores se expresan en grados centígrados.

Si la variable fuera un parámetro de un modelo, NOMBRE se compone de tres elementos de la instrucción .MODEL. En primer lugar TIPO, después el nombre del MODELO, y entre paréntesis el nombre del parámetro. En el ejemplo de la figura B.1 se realiza un barrido en función del parámetro BF del transistor Q1, empezando con el valor 1 e incrementándose de 10 en 10 hasta un valor de 400.

También es posible realizar un *barrido logarítmico* por décadas u octavas. El formato para este caso es:

.DC TIPO NOMBRE VI VF NP

en donde TIPO debe ser OCT o DEC según se desee un barrido por octavas o décadas, y NP es el número de puntos por octava o década.

B.2.3 Análisis .TF

Este análisis calcula la función de transferencia, en continua, entre una variable de salida respecto a otra de entrada, la resistencia de entrada y la resistencia de salida. El formato de esta instrucción es:

.TF SO SI

donde SO es la variable de salida y SI la de entrada. Cuando se incluye esta instrucción, SPICE calcula, en primer lugar, el punto de trabajo en continua. A continuación sustituye, si es el caso, los dispositivos no lineales por su modelo incremental lineal, los condensadores por un circuito abierto y las bobinas por un cortocircuito. Con este circuito incremental lineal calcula la ganancia, definida como $\Delta SO / \Delta SI$, la resistencia de entrada y la de salida. La variable de salida puede ser una corriente o una

tensión. En el caso de ser una corriente, está restringida a ser la corriente a través de una fuente de tensión. Esta instrucción puede ser utilizada para hallar el circuito equivalente de Thévenin o de Norton, tal como se indica en el capítulo 4.

B.2.4 Análisis .AC

Este análisis calcula la respuesta de un circuito en un rango determinado de frecuencias. SPICE calcula en primer lugar el punto de trabajo del circuito, y a continuación sustituye los dispositivos no lineales por sus modelos en pequeña señal. La respuesta en frecuencia es calculada fijando un valor de frecuencia en todas las fuentes AC del circuito, y haciendo barrer este valor en un margen especificado. El formato de esta instrucción es:

.AC ESCALA NP FI FF

donde ESCALA debe ser LIN, DEC o OCT para indicar que el barrido de frecuencias debe ser lineal, por décadas o por octavas respectivamente, NP es el número total de puntos en caso de escala lineal, o el número de puntos por década u octava si las escalas son de este tipo, FI es la frecuencia inicial y FF la frecuencia final. En el fichero de datos del ejemplo puede encontrarse una instrucción de este tipo. En el capítulo 7 se dan ejemplos de utilización de esta instrucción.

428

B.2.5 Análisis .TRAN

Esta instrucción indica a SPICE que se realice un análisis transitorio (salida en función del tiempo en respuesta a excitaciones no "permanentes"). Su formato es:

.TRAN TPAS TFIN TI TINCR UIC

en donde los tres últimos términos son opcionales. El análisis siempre empieza en $t=0$ y acaba en TFIN, y se realiza para unos determinados valores de tiempo. Estos valores son fijados internamente por el programa de acuerdo con la evolución de la respuesta transitoria. Si el cambio es lento, los pasos entre los instantes de cálculo aumentan, mientras que si es rápido disminuyen. El parámetro TINCR permite disminuir este intervalo interno de tiempo. Si TINCR se omite, el valor del incremento se fija en TFIN/50, excepto cuando el circuito no contenga condensadores ni bobinas, en cuyo caso lo fija TPAS. La salida en función del tiempo se aproxima mediante un polinomio de segundo orden que pasa por los puntos calculados. El ítem TPAS indica el incremento de tiempo en el que deseamos que el programa imprima los resultados del análisis transitorio (pueden ser puntos calculados o valores interpolados). TI indica el instante a partir del cual deseamos que se imprima la salida (su valor por defecto es cero). El término UIC indica que el análisis transitorio debe realizarse teniendo en cuenta las condiciones iniciales definidas en el fichero de datos. Para que este análisis pueda realizarse hay que definir alguna fuente independiente del tipo SIN, PULSE, PWL o EXP. En el capítulo 5 se dan ejemplos del uso de este análisis.

B.3 Interacción con ordenador

Los aspectos que describiremos en este apartado son:

- * Cómo crear el fichero de datos
- * Cómo realizar análisis con PSPICE
- * Cómo obtener los resultados del análisis

Conviene poner de manifiesto que la versión de PSPICE a que hace referencia esta introducción es el resultado de un largo proceso de evolución durante el cual se ha ido enriqueciendo el núcleo inicial con programas que facilitan al usuario su utilización. Inicialmente SPICE era un software que se ejecutaba en grandes ordenadores en modo *batch*: no había ninguna interacción con el usuario; se editaba el fichero de datos, se ejecutaba SPICE leyendo aquel fichero y los resultados se almacenaban en un fichero de salida, el cual era posteriormente impreso e inspeccionado por el usuario. En las versión de PSPICE que se está comentando, existe un software de apoyo ("CONTROL SHELL") que permite un cierto grado de interacción y que, al coexistir con el anterior núcleo, duplica en determinados casos algunas funciones. Hay versiones más modernas que permiten entrar de forma gráfica el esquema del circuito.

B.3.1 Cómo crear el fichero de datos

Una vez en el directorio que contiene PSPICE hay que teclear **PS**. Aparecerá la pantalla denominada "PSPICE CONTROL SHELL". Esta pantalla ofrece en la parte superior un menú horizontal en el que aparecen los términos:

Files Circuit StmEd Analysis Display Probe Quit

429

Mediante las teclas de flechas se puede resaltar alguno de estos términos, que se selecciona apretando la tecla <Enter>. Para salir de un menú y volver al menú previo debe pulsarse la tecla <Esc>.

Para crear un fichero de datos hay que seleccionar el menú *Files*, y una vez en él se despliega un nuevo menú en el que hay que seleccionar *Current*. Entonces aparece una ventana en la que hay que escribir el nombre del fichero de datos. Este nombre debe acabar con la extensión ".cir". A continuación pulsar <Enter>. En el caso de querer modificar o ampliar un fichero creado anteriormente, debe pulsarse la tecla <F4> en lugar de escribir el nombre del fichero. Se abrirá una ventana en la que aparecen todos los ficheros con extensión ".cir", y se selecciona el que se desee. El nombre del *Current File* escrito o seleccionado aparece en la parte inferior de la pantalla.

A continuación, seleccionando la función "Edit" dentro de *Files*, se abre una ventana con el encabezamiento *Circuit File Editor*, en la que pueden escribirse las instrucciones del fichero de datos. Una vez escrito el nuevo fichero, o modificado el antiguo, pulsar la tecla <Esc> para salir del editor. Aparece, a continuación, una pregunta sobre si se desean salvar los cambios realizados, que debe responderse tecleando S o D, tal como se indica en la pantalla.

Al salir del editor aparece en la parte inferior de la pantalla, encima de *F6=Errors* la palabra *Loaded* o *Errors*, que indica si el fichero es correcto y está listo para ser ejecutado, o tiene errores de sintaxis. Si los tuviera hay que corregirlos, para lo cual debe volverse a entrar en "EDIT" y entonces pulsar <F6>, con lo que se abre una ventana en la que se indican los errores y el número de línea en que se han cometido (descontando la línea de encabezamiento). Se debe pulsar <F6> de nuevo y con el editor corregir los errores hasta conseguir eliminarlos.

El PSPICE CONTROL SHELL ofrece una forma alternativa para modificar un fichero de datos ya existente que facilita una simulación interactiva entre el usuario y el ordenador. Se trata de los menús *Circuit*, *StmEd* y *Analysis*. El primero permite modificar valores de componentes y dispositi-

vos, el segundo modificar fuentes independientes, y el tercero suprimir o activar tipos de análisis. Una vez hechas las modificaciones usando estos menús puede volverse a ejecutar el programa sin volver a editar el fichero. Las líneas modificadas mediante estos menús se graban en el fichero de datos y se indica esta procedencia imprimiéndose al final de la línea la terminación " ; *ipsp*". Las teclas <F1> y <F3> permiten realizar consultas sobre cómo usar estos menús.

B.3.2 Cómo realizar análisis con PSPICE

Una vez el fichero de datos es correcto, para que PSPICE analice este circuito basta con seleccionar el menú *Analysis*, y dentro de él seleccionar la función *Start*. Entonces PSPICE lee el *current file* y realiza los análisis que se indican en él. Como se decía al final del párrafo anterior, el menú *analysis* permite activar y desactivar tipos de análisis, así como cambiar sus parámetros. Una vez realizados los cambios, el programa se puede volver a ejecutar seleccionando la función *Start*.

B.3.3 Cómo obtener los resultados del análisis

PSPICE escribe los resultados obtenidos en un fichero de salida cuyo nombre es el mismo que el de datos pero con la extensión ".out". Este fichero puede ser consultado desde el *Pspice Control Shell* seleccionando la función *Browse*. Además de esta salida PSPICE incorpora un procesador gráfico, denominado *Probe*, que permite visualizar en la pantalla las variables que se deseen en forma gráfica. Tanto el fichero de salida como las gráficas pueden imprimirse.

430

La información que contiene el **fichero de salida** puede agruparse en cuatro tipos:

- * Descripción del circuito analizado
- * Salida directa desde algunos de los análisis
- * Salida en forma de tablas
- * Información sobre la ejecución del programa (memoria utilizada, tiempo de ejecución,...)

Normalmente el fichero de salida empieza con un listado del fichero de datos. Esta información puede suprimirse indicándolo en una instrucción denominada *.OPTIONS*.

La realización de algunos tipos de análisis genera información automática en el fichero de salida. Este es el caso, entre otros, de los análisis *.OP* y *.TF*. El formato de salida es específico de cada análisis.

Los resultados de los análisis *.DC*, *.AC* y *.TRAN* pueden obtenerse mediante el procesador gráfico *PROBE* o impresos en un fichero mediante la instrucción *.PRINT*. Para usar el procesador gráfico debe incluirse la instrucción:

.PROBE

en el fichero de entrada. Esta instrucción hace que los resultados del análisis se almacenen en un archivo denominado *PROBE.DAT*, que es el fichero de entrada del programa *PROBE*.

Al ejecutarse el programa *PROBE*, aparece una pantalla con el nombre del circuito simulado y un menú en la parte inferior de la pantalla con análisis que se hayan realizado. Elegida una de estas opciones aparece otra pantalla en cuya parte inferior muestra un menú que permite definir la presentación gráfica de los resultados del análisis. Se pueden representar varias variables simultáneamente

(usando la opción *ADD TRACE*), así como el resultado de realizar operaciones entre las variables de salida. La opción *Hard copy* permite sacar la gráfica por la impresora.

Las variables de un circuito pueden ser de los siguientes tipos:

- * Tensión en el nudo N: $V(N)$
- * Tensión del nudo N1 respecto al N2: $V(N1,N2)$
- * Tensión entre terminales de un dispositivo de dos terminales: $V(<\text{nombre dispositivo}>)$
- * Tensión en terminal x de un dispositivo de tres terminales: $Vx(<\text{nombre dispositivo}>)$
- * Tensión entre terminales x e y de un dispositivo de tres terminales: $Vxy(<\text{nombre dispositivo}>)$
- * Corriente a través de un dispositivo de dos terminales: $I(<\text{nombre dispositivo}>)$
- * Corriente entrante por el terminal x de un dispositivo de tres terminales: $Ix(<\text{nombre dispositivo}>)$

Para el análisis AC, se añade a las variables V i I anteriores un sufijo:

- * M para la amplitud de pico: $VM(4)$
- * P para la fase en grados: $VP(2,3)$
- * R para la parte real $VR(2)$
- * I para la parte imaginaria $VI(2)$

en ausencia de un sufijo se toma M por defecto

El formato de la instrucción *PRINT* es:

431

.PRINT ANAL VAR1 VAR2 VAR3...

en donde ANAL es el tipo de análisis realizado y debe ser DC, AC o TRAN. Los términos VAR* indican las variables a ser impresas en la tabla. En el listado de salida de la instrucción *PRINT* se expresa en cada fila el valor que toman las variables especificadas para cada valor de la variable que es barrida: para .TRAN, el tiempo; para .AC, la frecuencia; para .DC la variable barrida. Esta variable aparece en la primera columna de la tabla impresa. En el fichero de datos del ejemplo de la figura 1 aparece una instrucción *PRINT* para imprimir una tabla con los resultados del análisis .DC.

Para salir de *Pspice Control Shell* debe seleccionarse el menú *QUIT*, y en él la función *EXIT TO DOS*.

REFERENCIAS

- * Manual de utilización del programa PSPICE versión 4.02. MicroSim. 1989
- * *SPICE for circuits and electronics using PSPICE*
Muhammad Rashid
Prentice Hall, 1990
- * *SPICE. A guide to circuit simulation and analysis using PSPICE.*
P. W. Tuinenga. MicroSim Corporation
Prentice Hall, 1988

Apéndice C

Características de dispositivos semiconductores

Los fabricantes de componentes y dispositivos electrónicos informan de las características de sus productos mediante lo que se conoce con el nombre de hojas de especificaciones de los componentes, en inglés *data sheet*. En las páginas siguientes podemos observar las hojas de especificaciones de algunos componentes (diodos, transistores bipolares y transistores MOS). Suelen estar divididas en cuatro secciones.

La primera sección suele contener una tabla de características generales donde se incluyen las especificaciones más relevantes del componente; pero no se incluyen todas, tan solo es una guía rápida para saber si un determinado componente cubrirá, en principio, nuestras necesidades. Esta tabla recibe el nombre en inglés de *quick reference data*.

La segunda sección es una tabla de valores máximos aplicables a los distintos componentes, en inglés *absolute maximum ratings*. En esta tabla se detallan los valores máximos de tensiones, corrientes, etc., aplicables al dispositivo sin que éste se destruya. Antes de utilizar un determinado componente es importante consultar este tipo de tablas para evitar dañar el componente por una mala utilización. En el diseño del circuito, debe tenerse en cuenta que el dispositivo debe mantenerse alejado de dichos valores, manteniendo un margen de seguridad.

Las secciones tercera y cuarta constituyen el cuerpo central del conjunto de especificaciones del componente. La tercera sección suele contener una tabla o un conjunto de tablas donde se especifican, de forma exhaustiva, las características del componente, bajo unas determinadas condiciones de funcionamiento (temperatura, tensión de alimentación, corriente de polarización,...). El fabricante suele indicar en letra pequeña, al final de la tabla, las condiciones en que se han medido dichas especificaciones. En esta tabla, para cada una de las características del componente, encontramos el valor mínimo, el valor típico y el valor máximo. Esto puede darnos una idea de la dispersión que tendrá cada parámetro en la práctica.

Evidentemente el fabricante no suele medir los valores de las especificaciones de todos sus componentes. Se hace un muestreo y se escoge un conjunto de elementos al azar, de los cuales se miden sus características. El número de elementos debe ser lo suficientemente elevado para poder establecer una estadística de los valores medidos. Por ejemplo para la β de un transistor el fabricante especifica tres valores: el mínimo 125, el máximo 260 y el típico 220. Estos tres valores se deben interpretar de la siguiente manera: generalmente tendremos una β que será mayor que el valor mínimo y menor que el valor máximo, y tendremos una probabilidad relativamente elevada de que su valor se acerque al valor típico. Conviene tener en cuenta si estos valores se especifican para todo el margen de temperaturas y tensiones de alimentación o sólo para un margen restringido.

Para algunos dispositivos de calidad el fabricante especifica unos valores para un determinado parámetro del componente 100% verificados (100% *tested*). Esto quiere decir que el fabricante asegura que ningún componente se saldrá de los márgenes establecidos por los valores máximo y mínimo para dicho parámetro. En otros casos (igualmente de calidad), proporciona el histograma de la estadística efectuada.

Las tablas anteriores no abarcan la totalidad de los parámetros del dispositivo para todas las condiciones de medida posibles. La variación del valor de un parámetro respecto a una determinada condición (tensión de alimentación, temperatura, ...) se suele dar en forma de gráfica. Estas gráficas constituyen la cuarta sección de las mencionadas anteriormente.

Generalmente, las gráficas sólo dan la variación del valor típico de un parámetro con respecto a otro, aunque en algunos casos se incluye también la variación del valor máximo y mínimo del parámetro. Por ejemplo, en las especificaciones de un transistor bipolar podemos encontrar la corriente de colector del transistor con respecto a la tensión colector emisor, parametrizada para diferentes valores de la corriente de base, con los valores asociados a la curvas medidas a 25 grados centígrados. Puede suministrarse un conjunto de gráficas análogas correspondientes a distintas temperaturas.

Las páginas siguientes contienen la reproducción parcial* de las hojas de características de algunos dispositivos de uso general. Por razones de espacio, no se incluyen todas las tablas y gráficas que suministra el fabricante, habiéndose escogido las que tienen una mayor relación con el contenido de este texto. Las especificaciones completas pueden consultarse en los catálogos del fabricante, que además suelen incluir anexos que contienen las definiciones de los parámetros especificados, sus métodos de medida y algunos circuitos de aplicación cuyo estudio suele ser de gran ayuda ya que aporta ideas prácticas.

* Publicación autorizada por Philips Components.

BA220

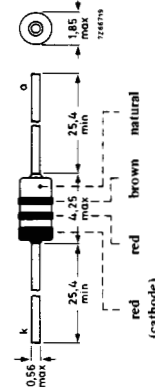
BA220

GENERAL PURPOSE DIODE

Silicon planar epitaxial diode in a DO-35 envelope; intended for general purpose and can also be used as regulator.

QUICK REFERENCE DATA			
Repetitive peak reverse voltage	VRRM	max.	10 V
Repetitive peak forward current	IFRM	max.	400 mA
Storage temperature	Tstg	-65 to +200	°C
Junction temperature	Tj	max.	200 °C
Thermal resistance from junction to ambient	Rth j-a	=	500 K/W
Forward voltage at IF = 0,1 mA	VF	460 to 520	mV
IF = 1,0 mA	VF	560 to 620	mV
IF = 10 mA	VF	680 to 750	mV
IF = 100 mA	VF	825 to 950	mV
Diode capacitance at VR = 0; f = 1 MHz	Cd	<	2,5 pF
Reverse recovery time when switched from IF = 10 mA to IR = 60 mA; RL = 100 Ω; measured at IR = 1 mA	trr	<	4 ns

MECHANICAL DATA
DO-35 (SOD27)



Diodes may be either type-branded or colour-coded.

RATINGS Limiting values in accordance with the Absolute Maximum System (IEC 134)

Repetitive peak reverse voltage	VRRM	max.	10 V
Average rectified forward current (averaged over any 20 ms period)	IF(AV)	max.	200 mA ¹⁾
Forward current (d.c.)	IF	max.	200 mA
Repetitive peak forward current	IFRM	max.	400 mA
Non-repetitive peak forward current t = 1 µs	IFSM	max.	4000 mA
t = 1 s	IFSM	max.	1000 mA
Storage temperature	Tstg	-65 to +200	°C
Junction temperature	Tj	max.	200 °C
THERMAL RESISTANCE			
From junction to ambient in free air	Rth j-a	=	500 K/W
CHARACTERISTICS			
Forward voltage			
IF = 0,1 mA	VF	460 to 520	mV
IF = 1,0 mA	VF	560 to 620	mV
IF = 5,0 mA	VF	640 to 700	mV
IF = 10 mA	VF	680 to 750	mV
IF = 100 mA	VF	825 to 950	mV
Reverse current	IR	<	1500 nA
VR = 10 V			
Diode capacitance	Cd	<	2,5 pF
VR = 0; f = 1 MHz			

¹⁾ For sinusoidal operation IF(AV) = 130 mA.

April 1992

April 1992

General purpose diode

BA220

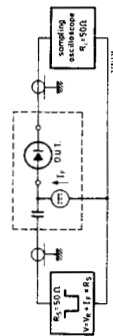
BA220

CHARACTERISTICS (continued)

Reverse recovery time when switched from

 $I_F = 10 \text{ mA}$ to $I_R = 60 \text{ mA}$, $R_L = 100 \Omega$;
 measured at $I_R = 1 \text{ mA}$

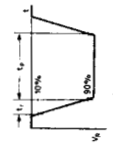
Test circuit and waveforms :



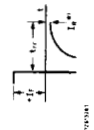
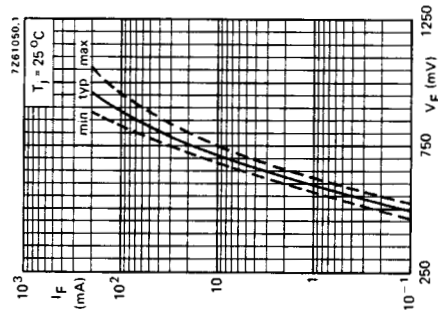
Input signal : Rise time of the reverse pulse

Reverse pulse duration

Duty factor

 $t_r = 0,6 \text{ ns}$ $t_p = 100 \text{ ns}$ $\delta = 0,05$ $t_f = 0,35 \text{ ns}$

Oscilloscope : Rise time

Circuit capacitance $C \leq 1 \text{ pF}$ (C = oscilloscope input capacitance + parasitic capacitance) $T_j = 25^\circ \text{C}$ $t_{rr} < 4 \text{ ns}$ *) $I_R = 1 \text{ mA}$ 

April 1982

April 1992

BZV85 SERIES

BZV85 SERIES



VOLTAGE REGULATOR DIODES

Silicon planar voltage regulator diodes in hermetically sealed DO-41 glass envelopes intended for stabilization purposes. The series covers the normalized E24 (± 5%) range of nominal working voltages ranging from 3.6 V to 75 V.

QUICK REFERENCE DATA

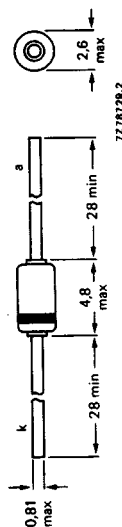
Working voltage range	V _Z	non.	3.6 to 75 V
Total power dissipation	P _{tot}	max.	1.3 W*
Non-repetitive peak reverse power dissipation t _p = 100 μs; T _j = 25 °C	P _{ZSM}	max.	60 W
Junction temperature	T _j	max.	200 °C
Thermal resistance from junction to tie-point	R _{th j-tp}	=	110 K/W*

* If leads are kept at T_{tp} = 55 °C at 4 mm from body.

MECHANICAL DATA

Fig. 1 DO-41 (SOD-66).

Dimensions in mm



Cathode indicated by coloured band.
The diodes are type-branded.

RATINGS

Limiting values in accordance with the Absolute Maximum System (IEC 134)

Working current (d.c.)	I _Z	limited by P _{tot} max
Non-repetitive peak reverse current t _p = 10 ms; half sine-wave; T _{amb} = 25 °C	I _{ZSM}	see table below
Repetitive peak forward current	I _{FRM}	max. 250 mA
Total power dissipation (see also Fig. 2)	P _{tot}	max. 1.30 W*
Non-repetitive peak reverse power dissipation t _p = 100 μs; T _j = 25 °C	P _{ZSM}	max. 60 W
Storage temperature	T _{stg}	-55 to +200 °C
Junction temperature	T _j	max. 200 °C

THERMAL RESISTANCE

From junction to tie-point
From junction to ambient
mounted on a printed-circuit board

R _{th j-tp}	=	110 K/W*
R _{th j-a}	=	175 K/W**

BZV85	Non-repetitive peak reverse current I _{ZSM} (mA) max.	Non-repetitive peak reverse current I _{ZSM} (mA) max.
C18	2000	600
C19	1950	540
C20	1850	500
C21	1800	450
C22	1750	400
C23	1700	380
C24	1620	350
C25	1550	320
C26	1500	296
C27	1400	270
C28	1340	246
C29	1200	226
C30	1100	208
C31	1000	188
C32	900	171
C33	760	161
C34	700	

* If the temperature of the leads at 4 mm from the body are kept up to T_{tp} = 55 °C.
** Measured in still air up to T_{amb} = 25 °C and mounted on printed-circuit board with lead length of 10 mm and print copper area of 1 cm² per lead.

BZV85 SERIES

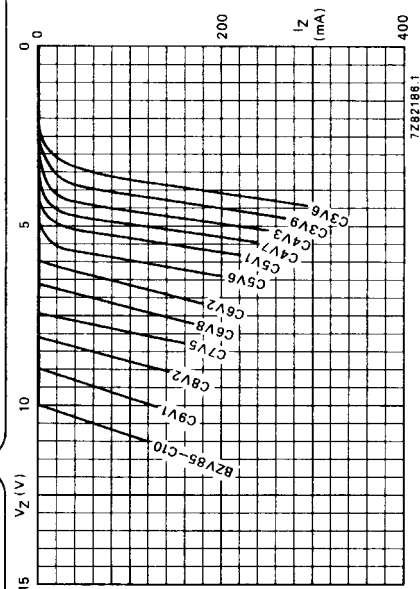
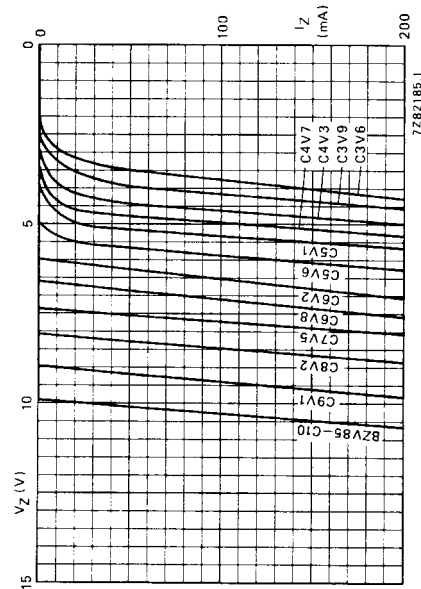
BZV85 SERIES

Voltage regulator diodes

CHARACTERISTICS

 $T_j = 25^\circ\text{C}$ Forward voltage at $I_F = 50\text{ mA}$

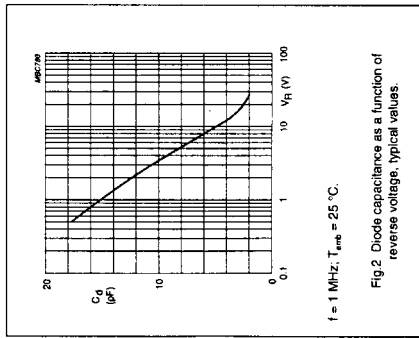
	working voltage $E_Z (\pm 5\%)$ V_Z (V)		test current $I_{Z\text{test}}$ (mA)	differential resistance $r_{d\text{iff}}$ (Ω) at $I_{Z\text{test}}$	temperature coefficient S_Z (mV/K)		reverse current I_R (μA) at V_R		$V_F < 1.0\text{ V}$ test voltage V_R (V)
	min.	nom.	max.	max.	min.	max.	min.	max.	
BZV85-...									
C3V6	3,4	3,6	3,8	15	-3,5	-1,0	50	1,0	
C3V9	3,7	3,9	4,1	15	-3,5	-1,0	10	1,0	
C4V3	4,0	4,3	4,6	13	-2,7	0	5	1,0	
C4V7	4,4	4,7	5,0	13	-2,0	0,7	3	1,0	
C5V1	4,8	5,1	5,4	10	-0,5	2,2	3	2,0	
C5V6	5,2	5,6	6,0	7	0	2,7	2	2,0	
C6V2	5,8	6,2	6,6	4	0,6	3,6	2	3,0	
C6V8	6,4	6,8	7,2	3,5	1,3	4,3	2	4,0	
C7V5	7,0	7,5	7,9	3	2,5	5,5	1	4,5	
C8V2	7,7	8,2	8,7	5	3,1	6,1	0,7	5,0	
C9V1	8,5	9,1	9,6	5	3,8	7,2	0,7	6,5	
C10	9,4	10	10,6	8	4,7	8,5	0,2	7,0	
C11	10,4	11	11,6	20	5,3	9,3	0,2	7,7	
C12	11,4	12	12,7	20	6,3	10,8	0,2	8,4	
C13	12,4	13	14,1	20	7,4	12,0	0,2	9,1	
C15	13,8	15	15,6	15	8,9	13,6	0,05	10,5	
C16	15,3	16	17,1	15	10,7	15,4	0,05	11,0	
C18	16,8	18	19,1	15	11,8	17,1	0,05	12,5	
C20	18,8	20	21,2	10	13,6	19,1	0,05	14,0	
C22	20,8	22	23,3	10	16,6	22,1	0,05	15,5	
C24	22,8	24	25,6	10	18,3	24,3	0,05	17	
C27	25,1	27	28,9	8	20,1	27,5	0,05	19	
C30	28	30	32	8	22,4	32,0	0,05	21	
C33	31	33	35	8	24,8	35,0	0,05	23	
C36	34	36	38	8	27,2	39,9	0,05	25	
C39	37	39	41	6	29,6	43,0	0,05	27	
C43	40	43	46	6	34,0	48,3	0,05	30	
C47	44	47	50	4	37,4	52,5	0,05	33	
C51	48	51	54	4	40,8	56,5	0,05	36	
C56	52	56	60	4	46,8	63,0	0,05	39	
C62	58	62	66	4	52,2	72,5	0,05	43	
C68	64	68	72	4	60,5	81,0	0,05	48	
C75	70	75	80	4	66,5	88,0	0,05	53	

Fig. 6 Static characteristics; typical values, $T_{\text{amb}} = 25^\circ\text{C}$.Fig. 7 Dynamic characteristics; typical values, $T_j = 25^\circ\text{C}$.

CHARACTERISTICS					
T _{amb} = 25 °C unless otherwise specified.					
SYMBOL	PARAMETER	CONDITIONS	MIN.	MAX.	UNIT
I _R	reverse current	V _R = 30 V; T _{amb} = 85 °C	—	10	nA
C _d	diode capacitance	V _R = 0.5 V; f = 1 MHz	17.5	21	pF
		V _R = 28 V; f = 1 MHz	1.7	2.1	pF
C _{oss} √C ₂₅ v	capacitance ratio	f = 1 MHz	8.9	12	
R _s	series resistance	f = 470 MHz; note 1	—	0.75	Ω
AC/C	capacitance matching	V _R = 0.5 to 28 V; in a sequence of 4 diodes (gliding)	—	0.5	%
		V _R = 0.5 to 28 V; in a sequence of 15 diodes (gliding)	—	2	%

Note

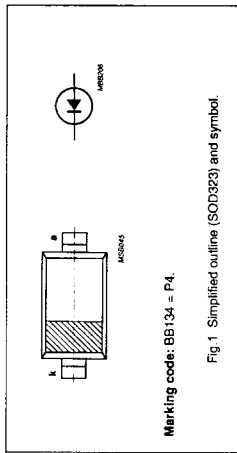
1. V_R is the value at which C₀ = 9 pF.



QUICK REFERENCE DATA					
SYMBOL	PARAMETER	CONDITIONS	MIN.	MAX.	UNIT
V _R	continuous reverse voltage		—	30	V
I _R	reverse current	V _R = 30 V	—	10	nA
C _d	diode capacitance	V _R = 0.5 V; f = 1 MHz	17.5	21	pF
		V _R = 28 V; f = 1 MHz	1.7	2.1	pF
C _{oss} √C ₂₅ v	capacitance ratio	f = 1 MHz	8.9	12	
R _s	series resistance	f = 470 MHz; note 1	—	0.75	Ω

Note

1. V_R is the value at which C₀ = 9 pF.



LIMITING VALUES

In accordance with the Absolute Maximum System (IEC 134).

SYMBOL	PARAMETER	CONDITIONS	MIN.	MAX.	UNIT
V _R	continuous reverse voltage		—	30	V
V _{RM}	reverse voltage	peak value	—	30	V
I _F	forward current	DC value	—	20	mA
T _{stg}	storage temperature range		-55	150	°C
T _{amb}	ambient operating temperature range		-55	125	°C

1N4001ID TO 1N4007ID 1N4001ID TO 1N4007ID

SILICON DIFFUSED RECTIFIER DIODES

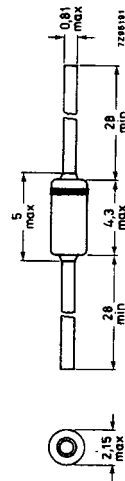
This data sheet contains a range of silicon rectifier diodes for general purpose use.

QUICK REFERENCE DATA

	1N4001ID	4002ID	4003ID	4004ID	4005ID	4006ID	4007ID
Repetitive peak reverse voltage V_{RRM}	50	100	200	400	600	800	1000 V
Continuous reverse voltage V_R	50	100	200	400	600	800	1000 V
Average forward current							
Repetitive peak forward current							
Non-repetitive peak forward current							

MECHANICAL DATA

Dimensions in mm



The marking band indicates cathode.

Fig. 1 SOD-81.

RATINGS

Limiting values in accordance with the Absolute Maximum System (IEC 134)

	1N4001ID	4002ID	4003ID	4004ID	4005ID	4006ID	4007ID
Repetitive peak reverse voltage V_{RRM}	50	100	200	400	600	800	1000 V
Continuous reverse voltage V_R	50	100	200	400	600	800	1000 V
Average forward current (averaged over any 20 ms period) up to $T_{amb} = 75^\circ\text{C}$ at $T_{amb} = 100^\circ\text{C}$							
Repetitive peak forward current							
Non-repetitive peak forward current (half-cycle sine wave, 60 Hz)							
Storage temperature							
Junction temperature							

THERMAL RESISTANCE

Influence of mounting method

1. Thermal resistance from junction to tie point at a lead length of 10 mm
2. Thermal resistance from junction to ambient; device mounted on an 1.5 mm thick epoxy-glass printed circuit board; Cu thickness $\geq 40 \mu\text{m}$

$R_{th j tp}$	=	60	K/W
$R_{th j a}$	=	120	K/W

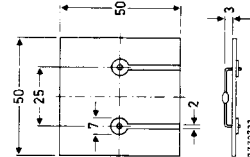


Fig. 2 Device mounted on a printed circuit board.

November 1987

November 1987

N4001D TO 1N4007D

Silicon diffused rectifier diodes

CHARACTERISTICS

T_{amb} = 25 °C unless otherwise stated

Forward voltage

I_F = 1 A

Full cycle average

forward voltage

I_F(AV) = 1 A

Reverse current

V_R = V_{Rmax}

V_R = V_{Rmax}; T_{amb} = 100 °C

Full cycle average

reverse current

V_R = V_{RRMmax}; T_{amb} = 75 °C

1,1 V

0,8 V

10 μA

50 μA

30 μA

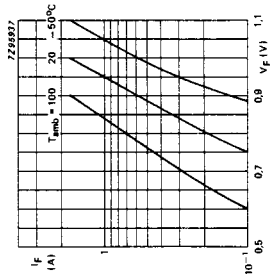


Fig. 3 Typical forward current as a function of forward voltage.

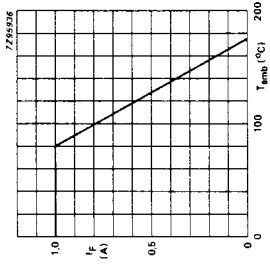


Fig. 4 Maximum forward current as a function of temperature.

November 1987

BC107 to 109

BC107 to 109

A.F. SILICON PLANAR EPITAXIAL TRANSISTORS



N-P-N transistors in TO-18 metal envelopes with the collector connected to the case.

The BC107 is primarily intended for use in driver stages of audio amplifiers and in signal processing circuits of television receivers.

The BC108 is suitable for multitude of low-voltage applications e.g. driver stages or audio preamplifiers and in signal processing circuits of television receivers.

The BC109 is primarily intended for low-noise input stages in tape recorders, hi-fi amplifiers and other audio-frequency equipment.

QUICK REFERENCE DATA

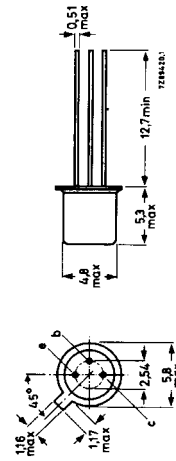
	BC107	BC108	BC109
Collector-emitter voltage ($V_{CE} = 0$)	max.	50	30
Collector-emitter voltage (open base)	max.	45	20
Collector current (peak value)	max.	200	200
Total power dissipation up to $T_{amb} = 25^\circ\text{C}$	max.	300	300
Junction temperature	max.	175	175
Small-signal current gain at $T_j = 25^\circ\text{C}$ $I_C = 2\text{ mA}$; $V_{CE} = 5\text{ V}$; $f = 1\text{ kHz}$	$h_{fe} >$	125	240
Transition frequency at $f = 35\text{ MHz}$ $I_C = 10\text{ mA}$; $V_{CE} = 5\text{ V}$	f_T	typ.	300
Noise figure at $R_g = 2\text{ k}\Omega$ $I_C = 200\text{ }\mu\text{A}$; $V_{CE} = 5\text{ V}$ $f = 30\text{ Hz to }15\text{ kHz}$	F	typ.	1.4
$f = 1\text{ kHz}$; $B = 200\text{ Hz}$	F	typ.	2

MECHANICAL DATA

Dimensions in mm

Fig. 1 TO-18.

Collector connected to case



Accessories: 56246 (distance die).

Products approved to CECC 50 002-076/078.

September 1985

September 1985

RATINGS

Limiting values in accordance with the Absolute Maximum System (IEC 134)

	BC107	BC108	BC109
Collector-base voltage (open emitter)	max.	50	30
Collector-emitter voltage ($V_{BE} = 0$)	max.	50	30
Collector-emitter voltage (open base)	max.	45	20
Emitter-base voltage (open collector)	max.	6	5
Collector current (d.c.)	max.	100	mA
Collector current (peak value)	max.	200	mA
Emitter current (peak value)	max.	200	mA
Base current (peak value)	max.	200	mA
Total power dissipation up to $T_{amb} = 25^\circ\text{C}$	max.	300	mW
Storage temperature	max.	-65 to +175	°C
Junction temperature	max.	175	°C
THERMAL RESISTANCE			
From junction to ambient in free air	R_{thja}	=	0.5
From junction to case	R_{thjc}	=	0.2
CHARACTERISTICS			
$T_j = 25^\circ\text{C}$ unless otherwise specified			
Collector cut-off current	I_{CBO}	<	15
$I_E = 0$; $V_{CB} = 20\text{ V}$; $T_j = 150^\circ\text{C}$			
Base-emitter voltage*	V_{BE}	typ.	620
$I_C = 2\text{ mA}$; $V_{CE} = 5\text{ V}$			
$I_C = 10\text{ mA}$; $V_{CE} = 5\text{ V}$	V_{BE}	<	770
Saturation voltages**	V_{CEsat}	typ.	90
$I_C = 10\text{ mA}$; $I_B = 0.5\text{ mA}$			
	V_{BEsat}	typ.	250
	V_{BEsat}	typ.	700
	V_{CEsat}	typ.	200
	V_{BEsat}	typ.	600
	V_{BEsat}	typ.	900

* V_{BE} decreases by about 2 mV/K with increasing temperature.** V_{BEsat} decreases by about 1.7 mV/K with increasing temperature.

A.F. silicon planar epitaxial transistors

BC107 to 109

BC107 to 109

Collector capacitance at $f = 1$ MHz
 $I_E = I_C = 0$; $V_{CB} = 10$ V
 Emitter capacitance at $f = 1$ MHz
 $I_C = I_E = 0$; $V_{EB} = 0.5$ V
 Transition frequency at $f = 35$ MHz
 $I_C = 10$ mA; $V_{CE} = 5$ V
 Small signal current gain at $f = 1$ kHz
 $I_C = 2$ mA; $V_{CE} = 5$ V
 Noise figure at $R_S = 2$ k Ω
 $I_C = 200$ μ A; $V_{CE} = 5$ V
 $f = 30$ Hz to 15 kHz
 $f = 1$ kHz; $B = 200$ Hz

Collector capacitance at $f = 1$ MHz $I_E = I_B = 0$; $V_{CB} = 10$ V	C_C	typ.	2.5	pF	
Emitter capacitance at $f = 1$ MHz $I_C = I_E = 0$; $V_{EB} = 0.5$ V	C_e	typ.	9	pF	
Transition frequency at $f = 35$ MHz $I_C = 10$ mA; $V_{CE} = 5$ V	f_T	typ.	300	MHz	
Small signal current gain at $f = 1$ kHz $I_C = 2$ mA; $V_{CE} = 5$ V Noise figure at $R_S = 2$ k Ω $I_C = 200$ μ A; $V_{CE} = 5$ V $f = 30$ Hz to 15 kHz $f = 1$ kHz; $\beta = 200$ Hz	h_{fe}	> <	BC107 125 240 500 900	BC108 125 240 900 900	BC109
	F	typ. <			1.4 dB 4 dB
	F	typ. <	2 10	2 10	1.2 dB 4 dB
D.C. current gain $I_C = 10$ μ A; $V_{CE} = 5$ V	h_{FE}	> typ. >	BC108A 90 150 270	BC108B 110 200 420	BC109C 180 290 520 800
$I_C = 2$ mA; $V_{CE} = 5$ V	h_{FE}	typ. <	220	450	800
h parameters at $f = 1$ kHz (common emitter) $I_C = 2$ mA; $V_{CE} = 5$ V Input impedance Reverse voltage transfer ratio Small signal current gain Output admittance	h_{ie}	> typ. <	1.6 2.7 4.5	8.7 k Ω 15 k Ω	6 k Ω
	h_{re}	typ.	1.5	2	3 $\cdot 10^{-4}$
	h_{fe}	> typ. <	125 220 260	240 330 500	450 600 900
	h_{oe}	typ. <	18 30	60 110	60 $\mu\Omega^{-1}$ 110 $\mu\Omega^{-1}$

D.C. current gain
 $I_C = 10$ μ A; $V_{CE} = 5$ V

$I_C = 2$ mA; $V_{CE} = 5$ V

h parameters at $f = 1$ kHz (common emitter)
 $I_C = 2$ mA; $V_{CE} = 5$ V
 Input impedance

Reverse voltage transfer ratio

Small signal current gain

Output admittance

Typical behaviour of collector current versus collector-emitter voltage

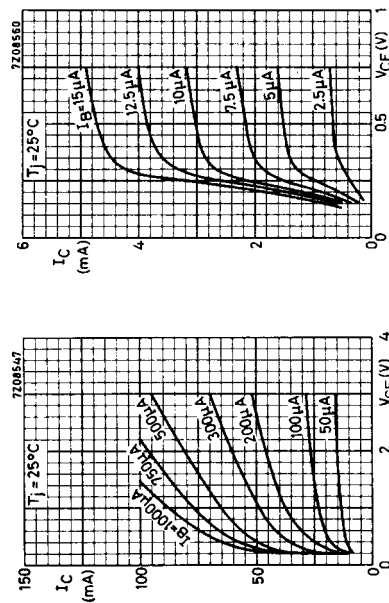


Fig. 2.

Fig. 3.

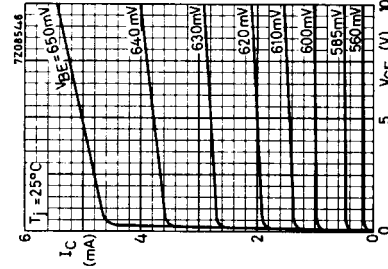


Fig. 4.

Typical behaviour of collector current versus collector-emitter voltage

September 1985

September 1985

BC107 to 109

A.F. silicon planar epitaxial transistors

BC107 to 109

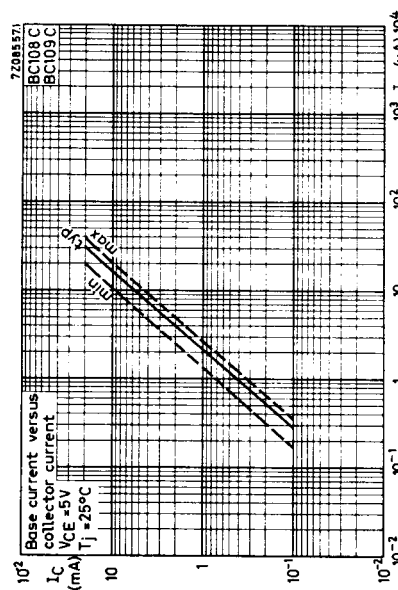


Fig. 7.

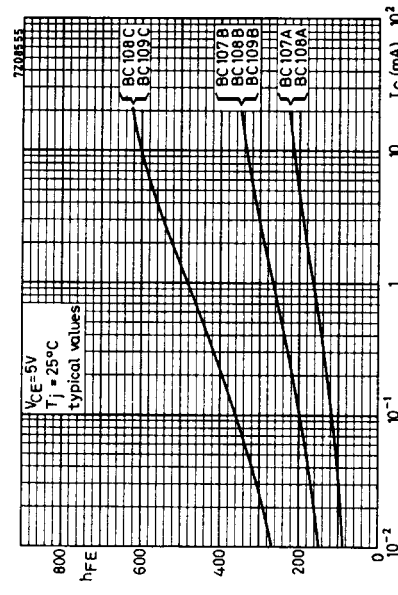


Fig. 10.

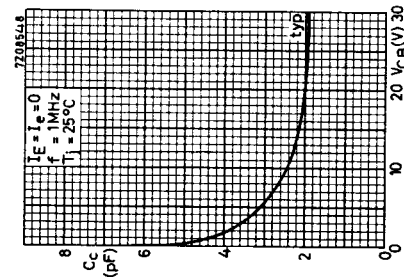


Fig. 8.

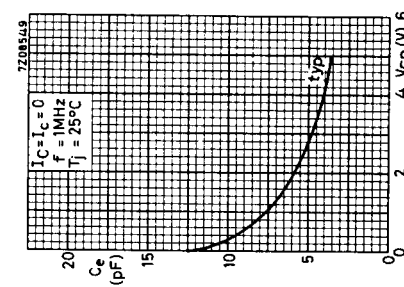


Fig. 9.

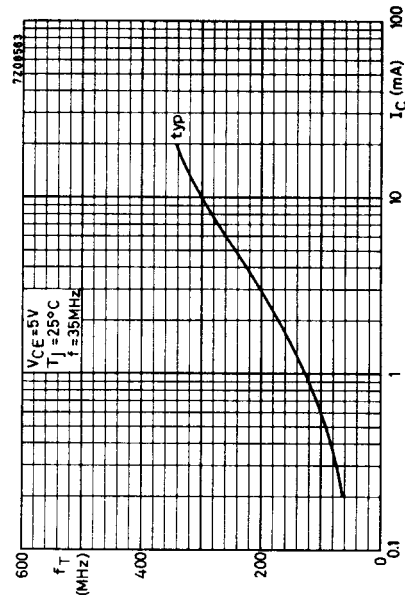


Fig. 11.

September 1985

September 1985

A.F. silicon planar epitaxial transistors

BC107 to 109

BC107 to 109

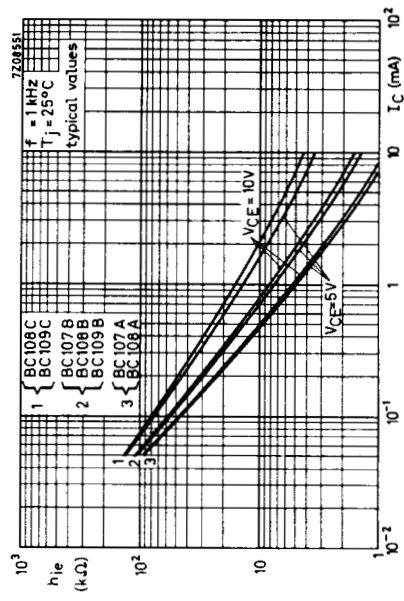


Fig. 18.

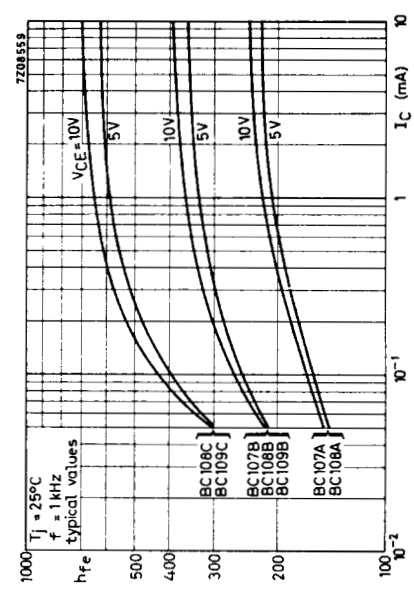


Fig. 19.

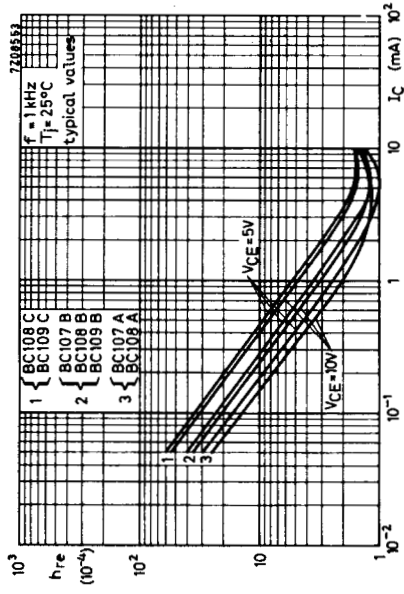


Fig. 20.

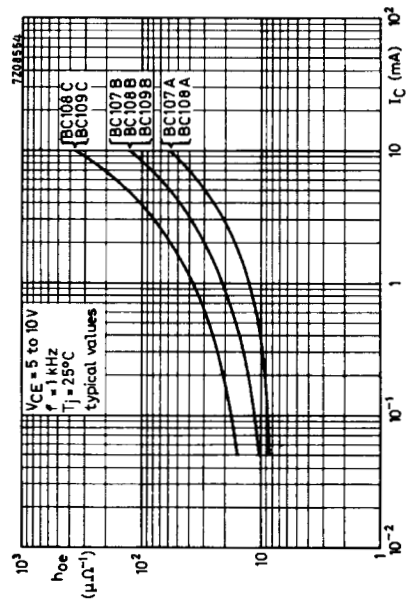


Fig. 21.

September 1985

September 1985

MOSFET N-channel enhancement switching transistor

BSS83

BSS83

Source-drain leakage current
 $V_{GS} = V_{DS} = -2 \text{ V}$; $V_{SD} = 6.8 \text{ V}$
 Forward transconductance at $f = 1 \text{ kHz}$
 $V_{DS} = 10 \text{ V}$; $V_{SB} = 0$; $I_D = 20 \text{ mA}$
 Gate-source threshold voltage
 $V_{DS} = V_{GS}$; $V_{SB} = 0$; $I_D = 1 \text{ } \mu\text{A}$
 Drain-source ON-resistance
 $I_D = 0.1 \text{ mA}$
 $V_{GS} = 5 \text{ V}$; $V_{SB} = 0$
 $V_{GS} = 10 \text{ V}$; $V_{SB} = 0$
 $V_{GS} = 3.2 \text{ V}$; $V_{SB} = 6.8 \text{ V}$ (see Fig. 4)

Gate-substrate zener voltages
 $V_{DS} = V_{SB} = 0$; $-I_G = 10 \text{ } \mu\text{A}$
 $V_{DS} = V_{SB} = 0$; $+I_G = 10 \text{ } \mu\text{A}$
 Capacitances at $f = 1 \text{ MHz}$
 $V_{GS} = V_{DS} = -15 \text{ V}$; $V_{SB} = 10 \text{ V}$
 Feed-back capacitance
 Input capacitance
 Output capacitance
 Switching times (see Fig. 2)
 $V_{DD} = 10 \text{ V}$; $V_i = 5 \text{ V}$

Pulse generator:
 $R_1 = 50 \text{ } \Omega$
 $t_r < 0.5 \text{ ns}$
 $t_f < 1.0 \text{ ns}$
 $t_p = 20 \text{ ns}$
 $\delta < 0.01$

I_{SDoff}	<	10 nA
gfs	>	10 mS 15 mS
$V_{GS(th)}$	>	0.1 V 2.0 V
R_{DSon}	<	70 Ω
R_{DSon}	<	45 Ω
R_{DSon}	typ.	80 Ω
R_{DSon}	<	120 Ω
$V_Z(1)$	>	12.5 V
$V_Z(2)$	>	12.5 V
C_{rss}	typ.	0.6 pF
C_{iss}	typ.	1.5 pF
C_{oss}	typ.	1.0 pF
t_{on}	typ.	1.0 ns
t_{off}	typ.	5.0 ns

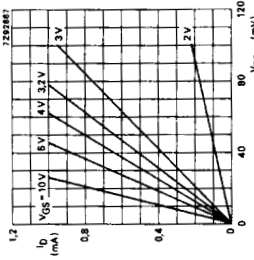


Fig. 3 $V_{SB} = 0$; typical values.

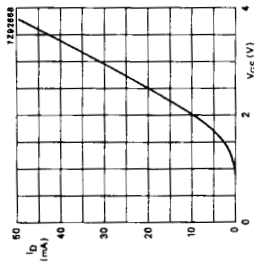


Fig. 4 $V_{SB} = 6.8 \text{ V}$; typical values.

Fig. 5 $V_{DS} = 10 \text{ V}$; $V_{GS} = 0$; typical values.

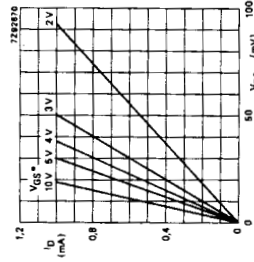


Fig. 6 $V_{DS} = V_{GS} = V_{GS(th)}$.

Conditions for Figs 3, 4, 5, 6 and 7:
 $T_J = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$.

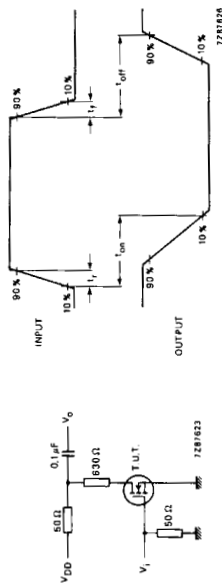


Fig. 2 Switching times test circuit and input and output waveforms.

July 1984

December 1988

Resultados de problemas

Capítulo 1

- P1.1** Punto en el que se anula el campo (35,7 m, 0). Potencial en dicho punto 0 V.
- P1.2** a) $q=0,21 \mu\text{C}$, b) $x = 8 \text{ m}$
- P1.3** a) $E_A = 0 \text{ V/m}$, $V_A = 0 \text{ V}$, b) $E_B = 6364 \text{ V/m}$, $V_B = 1273 \text{ V}$, c) $W = 5,27 \cdot 10^{-10} \text{ J}$
- P1.4** a) $350 \mu\text{m}$, b) $4,87 \text{ ms}$, c) $39,1 \text{ F}$, d) 50 ns , e) 82 aN/C
- P1.6** $P = 4,5 \text{ W}$
- P1.8** $V_m = 17/8$, $V_{ef} = \sqrt{11}$
- P1.9** a) $V_m = A/2$, $V_{ef} = A/\sqrt{3}$, b) $V_m = 0$, $V_{ef} = A/\sqrt{3}$, c) $V_m = A/\pi$, $V_{ef} = A/2$, d) $V_m = 2A/\pi$, $V_{ef} = A/\sqrt{2}$, e) $V_m = dA$, $V_{ef} = A\sqrt{d}$, f) $V_m = 3A/8$, $V_{ef} = A\sqrt{5/2}$
- P1.10** a) Caso 1: $p(t) = I_o \sin(\omega t) \cdot V_o \sin(\omega t)$; Caso 2: $p(t) = I_o \sin(\omega t) \cdot V_o \cos(\omega t)$
b) Caso 1: $P_{media} = I_o \cdot V_o / 2$; Caso 2: $P_{media} = 0$. c) Caso 1: $W_{activa} = I_o V_o T / 2$; Caso 2: $W_{activa} = 0$
- P1.12** a) si, b) no, c) si, d) si, e) no (si $V_1 \neq V_2$), f) No, g) No, h) si i) no, j) no.
- P1.15** $V_{ab} = 3 \text{ V}$
- P1.16** a) 2 V , b) $0,5 \text{ V}$, $I_c = -10 \text{ A}$, $I_c = -5 \text{ A}$

449

Capítulo 2

- P2.1** a) $1,71 \Omega$, b) 167Ω
- P2.2** $R = 1/3 \Omega$, $P_m = 37,5 \text{ W}$
- P2.3** $i_{AB} = (6V-25)/5000$, $i_{CA} = (6V-5)/5000$
- P2.4** a) 6 V en serie con 3Ω , b) $i = V/3 - 2$, c) $V = 0,6 \text{ V}$, $i = -1,8 \text{ A}$, d) $V_o = 0$, 3 V
- P2.5** $V_R = 100 \text{ V}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$
- P2.6** $x = 0,5$
- P2.7** $P(5V) = 57,7 \text{ mW}$, $P(30 \text{ mA}) = -184,6 \text{ mW}$
- P2.9** a) $i_x = -0,314 \text{ mA}$, $V_x = 13,143 \text{ V}$, b) $i_x = 7,26 \text{ mA}$, $V_x = -11,3 \text{ V}$, c) $i_x = -1,875 \text{ mA}$, $V_x = 50 \text{ V}$,
d) $i_x = 2,6 \text{ mA}$, $V_x = 7,4 \text{ V}$

P2.10 $i_x = I_1/8$

P2.11 $i_o = 42,5 \text{ mA}$

P2.12 $V_{cc} = 14 \text{ V}$

P2.13 $V_a = 67 \text{ V}$

P2.14 $R_x = \frac{R_1 R_2}{R_3}$

P2.15 a) $20 \text{ k}\Omega$, b) $10 \text{ }\Omega$, c) $50 \text{ }\Omega$, d) $1,5 \text{ }\Omega$

P2.16 a) $R_{eq} = R_o + \frac{2}{3} R_1$, b) $i_2(V_o) = \frac{3}{2} \frac{V_o}{4R_o + 3R_1}$, c) $V_1(V_o) = \frac{R_1}{4R_o + 3R_1} V_o$,

d) $P = \frac{V_o^2}{R_o + \frac{3}{4} R_1}$, e) $P_{R_1} = \frac{R_1}{(4R_o + 3R_1)^2} V_o^2$, f) $R_o \rightarrow 0$

P2.17 $R_1 = 274 \text{ }\Omega$, $R_2 = 55 \text{ }\Omega$

Capítulo 3

P3.1 a) No lin., b) No lin., c) Lin., d) Lin., e) Lin., f) No lin.

P3.2 No es lineal porque $v(x+y) \neq v(x)+v(y)$.

P3.3 $R_{TH} = R_2$, $V_{TH} = V_1$

P3.4 Sí, son equivalentes.

P3.5 $V_o = \frac{R_o I_o}{2}$, $I_a = \frac{R_o + R_1}{R_o + 2R_1} I_o + \frac{R_1}{R_o + 2R_1} I_1 - \frac{1}{R_o + 2R_1} V_1$

P3.6 a) $R_{TH} = 200/3 \text{ }\Omega$, $V_{TH} = 20/3 \text{ V}$, b) $R_{TH} = 75 \text{ }\Omega$, $V_{TH} = 4,75 \text{ V}$, c) $V_{TH} = (V_1 + R_1 I_1)/4$, $R_{TH} = 5/8 R_1$

P3.7 $V_{TH} = \frac{V_1 + R I_1}{3}$, $R_{TH} = \frac{2R}{3}$, $V_L = \frac{R_L (V_1 + R I_1)}{2R + 3R_L}$, $P_{max} = \frac{(V_1 + R I_1)^2}{24R}$

P3.9 $V_x = \frac{R_2 R_3 V_1 + R_1 R_2 V_2 + R_1 R_2 R_3 I_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$

P3.10 a) $R_T = 1,5 \text{ k}\Omega$; b) $R_T = 0,33 \text{ }\Omega$, $V_T = -1 \text{ V}$, $I_N = -3 \text{ A}$; c) $R_T = -3 \text{ }\Omega$, $V_T = 3 \text{ V}$, $I_N = 1 \text{ A}$;
d) $R_T = 625 \text{ }\Omega$, $V_T = 5 \text{ V}$, $I_N = 8 \text{ mA}$

P3.12 $V_p = \frac{4}{7} V_a + \frac{1}{7} V_B$

P3.13 $V_{TH} = \frac{V_a}{8} + \frac{R_1 I_a}{4}$, $R_{TH} = \frac{11}{16} R_1$

P3.15 a) $R_L = 3 \text{ }\Omega$, $P_{Lmax} = 1/12 \text{ W}$, b) $R_L = 0,8$ ó $11,2 \text{ }\Omega$, c) sí (véase la figura 3.10).

P3.16 a) $R_T = 7,5 \text{ k}\Omega$, $V_T = 10 \text{ V}$, b) $I_L(R_L) = \frac{10 \text{ mA}}{7,5 + R_L(\text{k}\Omega)}$ c) $P = 1,63 \text{ mW}$, d) $R_L = 0 \text{ }\Omega$,

e) $R_L = R_T = 7,5 \text{ k}\Omega$

P3.18 a) $R_1 = 140 \text{ }\Omega$, b) $R_1 = 5,4 \text{ }\Omega$

Capítulo 4

P4.1 $V_o = -R_3 g_m \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1$

P4.2 $V_1 = 10 \text{ V}$, $V_2 = 5 \text{ V}$

P4.4 a) $V_o = -R_3 \beta \left(\frac{V_2}{R_2} + \frac{V_1}{R_1} \right)$, $R_T = R_3$, b) $V_T = 0 \text{ V}$, $R_T = R_2 + \frac{R_1}{\beta + 1}$

P4.6 a) $R_T = \frac{1}{g_m}$, b) $R_T = (\beta + 1)R_2$, c) $R_T = \frac{R_2}{\beta + 1}$, d) $R_T = R_2$

P4.8 a) $R_i \gg R_s$, b) $P_s = 0$, c) $R_L = R_o$, d) $P_{\max} = (kV_s)^2 / 4R_o$

P4.9 $\frac{V_o}{V_s} = -\frac{\beta R_L}{R_s + R_p}$

451

	circuito a)	circuito b)	circuito c)
$\frac{V_o}{V} =$	$\frac{(\beta + 1)R_L}{R_p + (\beta + 1)R_L}$	$\frac{\beta R_L}{R_p}$	$-\frac{\beta R_L}{R_p + (1 + \beta)R_e}$
$\frac{V_o}{V_s} =$	$\frac{(\beta + 1)R_L}{R_p + R_s + (\beta + 1)R_L}$	$\frac{\beta R_L}{R_p + (1 + \beta)R_s}$	$\frac{-\beta R_L}{R_p + R_s + (1 + \beta)R_e}$
$R_{in} =$	$R_p + R_s + (\beta + 1)R_L$	$R_p / (1 + \beta)$	$R_p + (1 + \beta)R_e$
$R_o =$	$(R_s + R_p) / (\beta + 1)$	∞	∞

P4.11 a) $P_i = -\frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} V_i^2$, b) $P_L = -\frac{R_2^2 R_F^2}{R_L (R_2 + R_3)} P_i$,

c) $V_o = -\frac{R_2 R_F}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} V_i$

P4.13 a) $V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1)$, b) $V_o = V_2 - V_1$

P4.14 a) $V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_2$, b) $V_o = -10V_1 + 10V_2$, c1) 10 V, c2) 15 V

P4.17 a) $V_o = \frac{A}{1+A} V_i$, b) $V_o = V_i$, c) $e = 0,1\%$

Capítulo 5

P5.2 $V_{1\max} = 337,8 \text{ V}$

P5.3 $C_{eq} = 11,6 \mu\text{F}$, $Q_{10\mu} = 100 \mu\text{C}$, $Q_{5\mu} = 11,1 \mu\text{C}$, $Q_{3\mu} = 4,4 \mu\text{C}$

P5.4 15 kΩ en serie con 1,55 μF en serie con 11,6 mH

P5.6 a) $V_c(0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1$, $V_c(\infty) = \frac{R_2 R_3 V_1 + R_1 R_2 V_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$

b) $t < 0 \Rightarrow \begin{cases} V_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1 \\ R_T = R_1 // R_2 \end{cases}, t > 0 \Rightarrow \begin{cases} V_T = V_c(\infty) \\ R_T = R_1 // R_2 // R_3 \end{cases}$

P5.7 a) $V_c(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = RC$, b) $R = \frac{10 \text{ ms}}{C}$, c) $p(t) = \frac{e^{-2t/\tau}}{R}$

P5.8 $t = 69 \text{ s}$

P5.9 $V_o(t) = \frac{V_i}{5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, $\tau = \frac{3}{5} RC$

P5.10 $V_c(t) = 20e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = 14 \text{ ms}$, $I_c(t) = -1,43e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ mA}$, $I_1(t) = 0,143e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ mA}$

P5.13 a) $V_o(t) = V_i \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = 0,5 \text{ s}$, d) $R_1 = 500 \Omega$

P5.15 $I_2(t) = -e^{-\frac{t}{2\mu\text{s}}} \text{ mA}$

P5.16 $I_L(t) = I_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$

P5.20 $i(t) = 0,1 \text{ sen}(\omega t)$

P5.21 $R_T = n^2 R$, $V_T = -niR$

P5.23 $I_{ef} = 0,284 \text{ A}$

Capítulo 6

P6.3 $V_D = 0,647 \text{ V}$

P6.6 $V_D = 1,08 \text{ V}$, $I_D = 0,96 \text{ A}$

P6.8 $V_x = 1,11 \text{ V}$

P6.9 $V_D = 0,609 \text{ V}$, $I_D = 1,7 \text{ mA}$

P6.14 $V_i < 0 \text{ V} \Rightarrow D1\text{ON } D2\text{OFF}$ y $V_o = -V_i R_f / R_a$; $V_i > 0 \text{ V} \Rightarrow D1\text{OFF } D2\text{ON}$ y $V_o = 0 \text{ V}$

P6.15 a) $V_c = 1,26 \text{ V}$, b) $V_c(t) = 1,5 - 0,5e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = 0,5 \text{ s}$

P6.17 a) $C = 2 \text{ mF}$, b) $t = 14 \text{ ms}$, c) $q = 92 \text{ } \mu\text{C}$

P6.21 Si $V_i > -V_B \Rightarrow V_o = V_i$. Si $V_i < -V_B \Rightarrow V_o = -V_B$

P6.26 $\text{DON} \Rightarrow V_o = -V_i$, $\text{DOFF} \Rightarrow V_o = -2V_i$.

P6.29 a) $C_{D1} = 0,3 \text{ } \mu\text{F}$, $C_{D2} = 1 \text{ pF}$, b) $C_s = 2 \cdot 10^{-21} e^{-\frac{V_d}{0,025}}$, $C_j = \frac{2 \cdot 10^{-21}}{\sqrt{1 - V_d}}$

P6.30 a) $55 \text{ } ^\circ\text{C/W}$, b) $1,7 \text{ } ^\circ\text{C/W}$

P6.31 a) $190 \text{ } ^\circ\text{C}$, b) $150 \text{ } ^\circ\text{C}$, c) $130 \text{ } ^\circ\text{C}$, d) 250 cm^2

Capítulo 7

453

P7.2 a) $v_o = 55-5v_s$; b) $v_s < 1 \text{ V}$; c) $v_s > 11 \text{ V}$; e) $I_{CQ} = 25 \text{ mA}$, $V_{CEQ} = 25 \text{ V}$

P7.3A $I_{CQ} \cong 1,56 \text{ mA}$, $I_{BQ} = 2 \text{ mA}$, $V_{CEQ} = 0,2 \text{ V}$; $I_{EQ} = 3,56 \text{ mA} \Rightarrow \text{Sat.}$

P7.5 a) $I_{CQ} = 1,2 \text{ mA}$, $V_{CEQ} = 4,7 \text{ V}$, b) $\Delta I_C = 1 \text{ mA}$, $\Delta V_{ce} = 3,7 \text{ V}$, c) $\beta = 56$

P7.7 $R_c \geq 228 \Omega$

P7.9 a) $V_{CEQ} = 3,1 \text{ V}$, $I_{CQ} = 3,4 \text{ mA}$, b) $r_\pi = 1,45 \text{ k}\Omega$, $g_m = 137 \text{ m } \Omega^{-1}$, d) $x=0 \Rightarrow R_i = 1,4 \text{ k}\Omega$, $G_v = -110$, $x=0,5 \Rightarrow R_i = 33 \text{ k}\Omega$, $G_v = -1,6$, $x=1 \Rightarrow R_i = 40 \text{ k}\Omega$, $G_v = -0,8$

P7.12 a) $R_c = 4,5 \text{ k}\Omega$, $R_E = 500 \Omega$, $R_1 = R_2 = 1315 \text{ k}\Omega$, $V_{cc} = 30 \text{ V}$, b) $g_m = 0,1 \text{ } \Omega^{-1}$, $r_\pi = 1,25 \text{ k}\Omega$, c) $G_v = -450$, d) $\Delta V_{ocorte} = 11,25 \text{ V}$, $\Delta V_{osat} = 17,5 \text{ V}$, e) $\Delta V_i = 25 \text{ mV}$, f) $R_i \cong r_\pi = 1,25 \text{ k}\Omega$

P7.14 a) $V_{CEQ} = 8,8 \text{ V}$, $I_{CQ} = 320 \text{ } \mu\text{A}$, b) $r_\pi = 7,8 \text{ k}\Omega$, $g_m = 12,8 \text{ m } \Omega^{-1}$, c) $A = 0,82$, $\Delta V_o = 0,15 \text{ V}$, d) $G_p = 29,3$

P7.16 a) $r_\pi = 2,5 \text{ k}\Omega$, $g_m = 80 \text{ m } \Omega^{-1}$, $r_o = 50 \text{ k}\Omega$, $r_x = 200 \Omega$, $r_\mu = 5 \text{ M}\Omega$

P7.17 $f_T = 423 \text{ MHz}$

P7.18 $T = 33,8 \text{ } ^\circ\text{C}$

P7.21 a) T1: $V_{CEQ} = 2 \text{ V}$, $I_{CQ} = 1 \text{ mA}$, T2: $V_{CEQ} = 6,13 \text{ V}$, $I_{CQ} = 483 \text{ } \mu\text{A}$, b) $r_{\pi 1} = 5 \text{ k}\Omega$, $g_{m1} = 40 \text{ m } \Omega^{-1}$, $r_{\pi 2} = 10,3 \text{ k}\Omega$, $g_{m2} = 19,4 \text{ m } \Omega^{-1}$, c) $\Delta V_o = 2,9 \text{ V}$, $\Delta V_{c1} = 0,7 \text{ V}$, d) $\Delta V_i = 147 \text{ mV}$, e) $R_i = 9,5 \text{ k}\Omega$, $R_o = 6 \text{ k}\Omega$

P7.22 a) T1: $V_{CEQ1} = 3,7 \text{ V}$, $I_{CQ1} = 2,1 \text{ mA}$, b) T2: $V_{CEQ2} = 2,44 \text{ V}$, $I_{CQ2} = 2,4 \text{ mA}$, c) T3: $V_{CEQ3} = 7,9 \text{ V}$, $I_{CQ3} = 20,7 \text{ mA}$; b) $G = 7,8$

Capítulo 8

P8.1 $I_D = 1 \text{ mA}$

P8.3 a) $I_d = 585 \text{ } \mu\text{A}$, b) $I_d = 960 \text{ } \mu\text{A}$, c) $I_d = 0 \text{ A}$

P8.4 $\gamma = 1,02 \text{ V}^{1/2}$

P8.7 $C_{ox} = 1,38 \text{ fF}$

P8.8 a) $V_{GS} \quad 2 \text{ V} \quad 5 \text{ V} \quad 10 \text{ V}$
 $R_{ds} \quad 90 \text{ } \Omega \quad 30 \text{ } \Omega \quad 20 \text{ } \Omega$

b1) $R_{eqmax} = 147,4 \text{ } \Omega$, $R_{eqmin} = 116,7 \text{ } \Omega$ b2) $V_{dsmax} = 0,1 \text{ V}$, c) $G(2 \text{ V}) = 7,78$, $G(10 \text{ V}) = 9,57$

P8.10 $R_D = 12,5 \text{ k}\Omega$

P8.11 $V_i = 0 \text{ V} \quad V_i = 3 \text{ V} \quad V_i = 6 \text{ V}$

a) $V_o = 6 \text{ V} \quad V_o = 5,58 \text{ V} \quad V_o = 3 \text{ V}$

b) $V_o = 6 \text{ V} \quad V_o = 0,77 \text{ V} \quad V_o = 0,26 \text{ V}$

c) $V_o = 6 \text{ V} \quad V_o = 63 \text{ mV} \quad V_o = 25 \text{ mV}$

P8.14 $V_x \quad 0 \quad 0 \quad V_{cc} \quad V_{cc}$
 $V_y \quad 0 \quad V_{cc} \quad 0 \quad V_{cc}$
 $V_o \quad V_{cc} \quad 0 \quad 0 \quad V_{cc}$

P8.13 SAT, $V_{GS} = 3 \text{ V}$, $R_L < 28 \text{ k}\Omega$

P8.15 $V_{GS} = 7 \text{ V}$

P8.16 a) $R_{on} = 111 \text{ } \Omega$, b) $W/L = 3679$

P8.17 a) SAT, b) $I_o = I_i = 0,5 \text{ mA}$, c) $R_L < 22,4 \text{ k}\Omega$, d) $I_o = 1 \text{ mA}$, e) $100 \text{ k}\Omega$

P8.20 a) $V_{GSQ} = 7,5 \text{ V}$, $I_{DSQ} = 0,42 \text{ mA}$, $V_{DSQ} = 10,8 \text{ V}$, b) $g_m = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ } \Omega^{-1}$, $r_{ds} = 238 \text{ k}\Omega$, d) $R_i = 500 \text{ k}\Omega$, $R_o = 10 \text{ k}\Omega$, $A = -1,3$

Capítulo 9

P9.1 $R < 200 \text{ } \Omega$

P9.2 $V_{cc} > 5,2 \text{ V}$, $R_E = 6,7 \text{ k}\Omega$

P9.3 a) $P_{Panel} = 42,4 \text{ W}$, b) $V_{oc \text{ panel}} = 21,6 \text{ V}$

P9.4 $f = 18,2 \text{ kHz}$

P9.5 a) $V_G \geq 6,7 \text{ V}$, b) $V_{cc} < 1 \text{ V}$

P9.6 $V_i \geq 5,75 \text{ V}$

P9.7 $C = 500 \text{ nF}$, Potenciómetro de $1 \text{ M}\Omega$

P9.8 a) $V_i \approx 11,3 \text{ V}$, b) D2 en inversa c) $\frac{di_L}{dt} = \frac{V_i - V_o}{L}$, d) D2 conduce, e) $\frac{di_L}{dt} = -\frac{V_o}{L}$,
 f) $t_1 = \frac{V_o}{V_i} T$, g) 1 A , h) $L \geq 11,7 \text{ mH}$, i) $C_2 = 780 \text{ nF}$, $C_1 = 313 \text{ } \mu\text{F}$

P9.9 $V_R < 46 \text{ V}$

P9.10 $G_v = -3,11$, $R_i = 10 \text{ M}\Omega$

P9.11 a) $G_v = -4,8$ si $V_G = 0 \text{ V}$, b) $G_v = -1,425$ si $V_G = -3 \text{ V}$

P9.12 a) $V_o = 83 \mu\text{V}$ si $V_{GS} = 0 \text{ V}$, b) $V_o \approx V_i$ si $V_{GS} = -3 \text{ V}$

Capítulo 10

P10.1 a) $\rho = 0,0625 \Omega\text{cm}$, b) $\rho = 0,0139 \Omega\text{cm}$

P10.2 $n_i = 1,56 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

P10.3 a) $\frac{n_i(T_2)}{n_i(T_1)} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}$, b) $\frac{n_i(500)}{n_i(300)} = 10652$, c) $\frac{\rho(500)}{\rho(300)} = \frac{1}{10652}$

P10.4 a) Porque al aumentar T disminuye R. b) $V_o(0) = -0,97 \text{ V}$, c) $V_o(150) = 2,22 \text{ V}$

P10.5 $I = 8 \cdot 10^8 e^{-\left(\frac{x}{2 \cdot 10^{-4}}\right)^2}$

P10.6 a) $V_{bi} = 0,57 \text{ V}$, b) $\omega_{no} = 0,69 \mu\text{m}$, $\omega_{po} = 0,34 \mu\text{m}$; $\omega_o = 1,035 \mu\text{m}$, d) $E_{\max} = 11 \text{ kV/cm}$

P10.7 b) $E_{\max} = -\frac{\alpha}{2\varepsilon} \omega_{no}^2$, $V_{bi} = \frac{2}{3} \frac{\alpha}{\varepsilon} \omega_{no}^3$

P10.8 $N_D = 4,12 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 4,12 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

P10.9 $E_{\max} = 15491 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$, $C_{jo} = 0,103 \text{ nF}$, $V_R = -280 \text{ V}$

P10.10 a) $C_{jo} = 0,217 \text{ pF}$, b) $C_j(-2\text{V}) = 0,108 \text{ pF}$, c) $C_j(-11\text{V}) = 0,052 \text{ pF}$

P10.11 a) $V_D = 0,689 \text{ V}$, $I_D = 9,31 \text{ mA}$, b) $r_d = 2,68 \Omega$, c) $C_D = 11,2 \text{ nF}$, d) $\tau_T = 30 \text{ ns}$

P10.12 β_F también se multiplica por 10.

P10.13 a) $C'_{ox} = 1,72 \cdot 10^{-15} \text{ F}/\mu\text{m}^2$, b) $K_n = 103 \mu\text{A}/\text{V}^2$, c) $K_p = K_n / 3$, d) $\left(\frac{\omega}{L}\right)_P = 3 \left(\frac{\omega}{L}\right)_N$

P10.14 $V_T = 1,161 \text{ V}$, $I_o = 423 \mu\text{A}$