

Kurtosis effects on Estimating Structural Equation Models Over Different Sample Sizes

Efectos de la Kurtosis en la estimación de Modelos de Ecuaciones Estructurales bajo distintos tamaños de muestra

CÉSAR GAMBOA-SANABRIA^{1,a} , ANDRÉS ARGUEDAS-LEIVA^{1,b} 

¹SCHOOL OF STATISTICS, FACULTY OF ECONOMICAL SCIENCES, UNIVERSITY OF COSTA RICA, SAN JOSÉ, COSTA RICA

Abstract

Insert your abstract here.

Key words: SEM, simulation, kurtosis, lavaan.

Resumen

Inserte su resumen aquí.

Palabras clave: SEM, simulación, kurtosis, lavaan.

1. Introduction

1.1 Antecedentes

Los Modelos de Ecuaciones Estructurales (en adelante SEM, por sus siglas en inglés) representan un compendio de métodos estadísticos que buscan estimar y examinar las relaciones causales existentes entre varias mediciones fácilmente observables con conceptos más abstractos, denominados constructos, que no pueden ser medidos ni analizados de manera directa. Los SEM trabajan de una manera similar a los modelos de regresión más clásicos, pero representan una mejora pues analizan las relaciones causales lineales entre las variables involucradas al mismo tiempo que los errores de medición (Beran & Violato, 2010). Para medir estas relaciones causales, los SEM cuentan con dos grandes componentes: 1) el modelo

^aSchool of Statistics, University of Costa Rica. E-mail: info@cesargamboasanabria.com

^bSchool of Statistics, University of Costa Rica. E-mail: andres.arguedasleiva@ucr.ac.cr

estructural, cuya función es cuantificar las relaciones causales presentes entre cada uno de los constructos planteados desde la teoría; y 2) un modelo de medición, cuyo objetivo último es brindar una descripción acerca de cuáles son los indicadores que sirven para medir los constructos en cuestión (Kaplan, 2012).

Los SEM están presentes en multitud de campos de investigación como la psicología, la sociología, las políticas públicas y ciencias relacionadas a la familia (Tarka, 2018), además, trabajos como el de Golob (2003) muestran la aplicación de los SEM en fenómenos económicos, o bien en investigación de mercados como sugieren los trabajos de Bagozzi (1980) y Chin, Peterson, & Brown (2008). Según Beran & Violato (2010), la cantidad de referencias a SEM en 1994 fueron de 164, aumentaron a 343 en el 2000 y llegaron a 742 en el 2009, lo cual es una señal de que muchos investigadores alrededor del mundo están mostrando cada vez más interés en este tipo de estudios, pues representan una potente herramienta para la investigación partiendo de la teoría sustantiva que poseen los diversos estudios.

Uno de los principales campos de aplicación de los SEM son las ciencias sociales, pues se busca explicar y/o predecir con un grado de validez el comportamiento específico de una o varias personas en grupo. Teniendo siempre en consideración (aunque de forma limitada) las condiciones que afectan a cada individuo involucrado en el estudio, así como las características propias de su entorno, los grupos de investigación pueden definir factores, además de las relaciones latentes y de causalidad entre ellos que se encuentran implícitas en el comportamiento humano. Este tipo de investigaciones permite entender los fenómenos no solo de forma descriptiva, sino que es posible también determinar relaciones de causalidad (Tarka, 2018).

Las variables indicadoras, las cuales se utilizan para construir los llamados constructos, pueden llegar a comportarse de manera muy diversa. Las ciencias sociales, al trabajar con seres humanos, es común trabajar con variables cuyo comportamiento es particularmente irregular, presentando valores muy distintos entre los sujetos de estudio, generando de esta manera que los indicadores de manera multivariada no sigan una distribución normal, lo cual representa un supuesto fundamental al trabajar con SEM (Sura-Fonseca, 2020), esta condición puede afectar negativamente la estimación del modelo y sus estadísticos de bondad de ajuste, llevando a pérdidas en la potencia (Foss, Jreskog, & Olsson, 2011) o al caso de descartar modelos que podrían ser adecuados solo por presentar un mal ajuste (Andreassen, Lorentzen, & Olsson, 2006). El no cumplimiento de este supuesto puede deberse, entre otras cosas, a medidas particularmente altas o bajas de una medida estadística en específico: la kurtosis.

1.2 El problema

Si al trabajar con un SEM no se cumple el supuesto de normalidad multivariada y además el modelo se estima vía máxima verosimilitud, que al día de hoy se mantiene como el método de estimación más extendido y popular, podría cometerse el error de sobreestimar el estadístico chi-cuadrado, el cual sirve de referencia

para conocer la magnitud de la diferencia entre la matriz de covariancias estimadas por el modelo con la obtenida en la muestra. Lo anterior suele llevar a rechazar modelos que en realidad resumen bien la realidad para dar una mejor explicación del por qué sucede un fenómeno, y además a la subestimación de los errores asociados a los parámetros, lo cual genera interpretaciones inadecuadas en lo referente a la significancia estadística de las relaciones planteadas por el modelo teórico.

Por otro lado, es posible toparse con conjuntos de datos que, en su conjunto, no presenten una distribución normal multivariada debido a la muy alta o muy baja concentración de datos alrededor de la zona central de su distribución. Este comportamiento se mide mediante un estadístico llamado kurtosis, que describe qué tan aplanada o empinada es la distribución, dependiendo de este estadístico, es posible saber si los datos atentan contra la presencia de una distribución normal. Trabajos como el de Sura-Fonseca (2020) o el de Andreassen et al. (2006) han abierto espacios de investigación para esta temática

Considerar distintos niveles de kurtosis permite conocer el impacto que esta medida tiene sobre las estimaciones de un SEM dependiendo del tamaño de muestra utilizado (Muthen & Kaplan, 1992).

1.3 Objetivos del estudio

La presente investigación busca estudiar el efecto que tienen distintos niveles de kurtosis en varios tamaños de muestra sobre las estimaciones de un SEM. Para ello, se ha tomado como base un estudio de la Universidad de California (Gao, Mokhtarian, & Johnston, 2008), por ser uno de los trabajos más recientes en cuanto a planteamiento de tamaños de muestra y kurtosis para la simulación de datos multivariados. Se plantean los siguientes objetivos:

1.3.1 Objetivo general

Comparar mediante un estudio de simulación los efectos en las estimaciones de cargas factoriales y medidas de ajuste de modelos de ecuaciones estructurales estimados mediante máxima verosimilitud en presencia de variables observadas con niveles de kurtosis de 0, 0.62, 6.65, 21.41 y 13.92 en tamaños de muestra de 50, 100, 120, 200 y 300.

1.3.2 Objetivos específicos

1) Definir como modelo poblacional el obtenido por Sura-Fonseca (2020) con dos variables exógenas y una endógena con tres variables indicadoras cada uno como modelo de referencia teórico cuyas cargas factoriales se utilizarán para la generación de los datos simulados.

- 2) Medir el posible sesgo causado en la estimación de los modelos mediante el estadístico chi-cuadrado del modelo y la raíz del cuadrado medio de error de aproximación (RMSEA), la raíz de residuos de cuadrado medio estandarizado (SRMR) y el índice de bondad de ajuste (GFI).
- 3) Comparar los valores poblacionales de las cargas factoriales con los obtenidos en las simulaciones.
- 4) Publicar en una revista científica con revisión por pares el manuscrito final, en forma de un artículo científico.

1.4 Metodología de la investigación

De esta manera, el presente estudio consiste en en simular datos no normales multivariados con diferentes tamaños de muestra y kurtosis para la estimación de SEM tomando como punto modelo de referencia el obtenido por Sura-Fonseca (2020) para las habilidades cuantitativas, el cual consiste en dos variables exógenas y una endógena. Se realizaron 2000 conjuntos de datos para cada escenario de simulación y se comparan las estimaciones de tanto de las cargas factoriales como de varios estadísticos de bondad de ajuste que serán descritos más adelante.

2. Methodology

2.1 Modelo a estimar

El modelo teórico utilizado para realizar las simulaciones es el presentado por Sura-Fonseca (2020), basado en datos de 155 estudiantes de la Universidad de Costa Rica, obtenidos de la Prueba de Habilidades Cuantitativas (PHC) del Instituto de Investigaciones Psicológicas (IIP) de dicha universidad y de un cuestionario autoadministrado aplicado a estos estudiantes. El modelo estimado está compuesto por dos variables exógenas (capital y habilidades cuantitativas) y una variable endógena (habilidades visoespaciales). Con respecto a estas variables: el capital se refiere al acceso y tenencia de ciertos bienes en los hogares de los estudiantes; las habilidades cuantitativas se refieren a la puntuación de los estudiantes en la prueba mencionada anteriormente; y las habilidades visoespaciales se refieren a la capacidad de los estudiantes para poder trabajar con objetos tridimensionales abstractos y poder manipularlos en la imaginación. Para cada una de estas variables latentes, se utilizó el método de parcelas para obtener tres variables indicadoras para cada uno de los constructos. Tanto el modelo teórico como los resultados de la estimación de dicho modelo, presentados por Sura-Fonseca (2020), se presentan en las Figuras 1 y 2, respectivamente.

FIGURE 1: Theoretical model for analyzing quantitative abilities

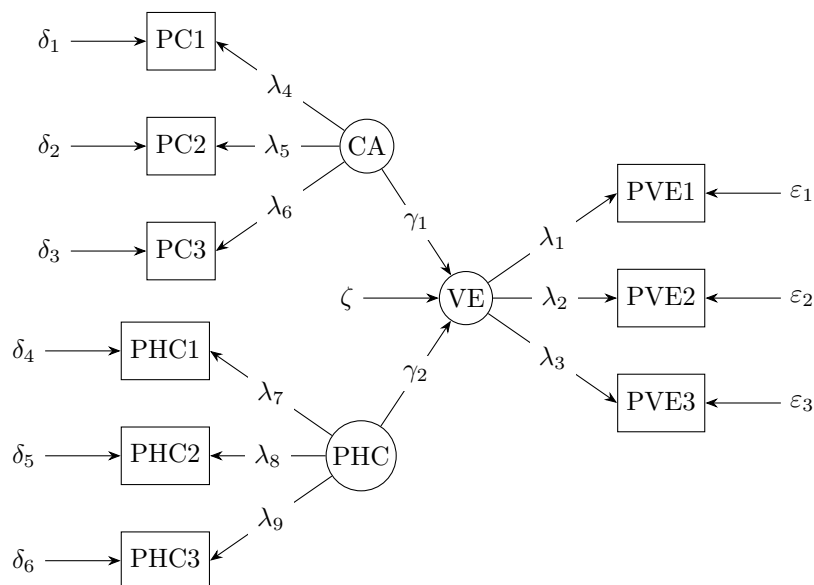
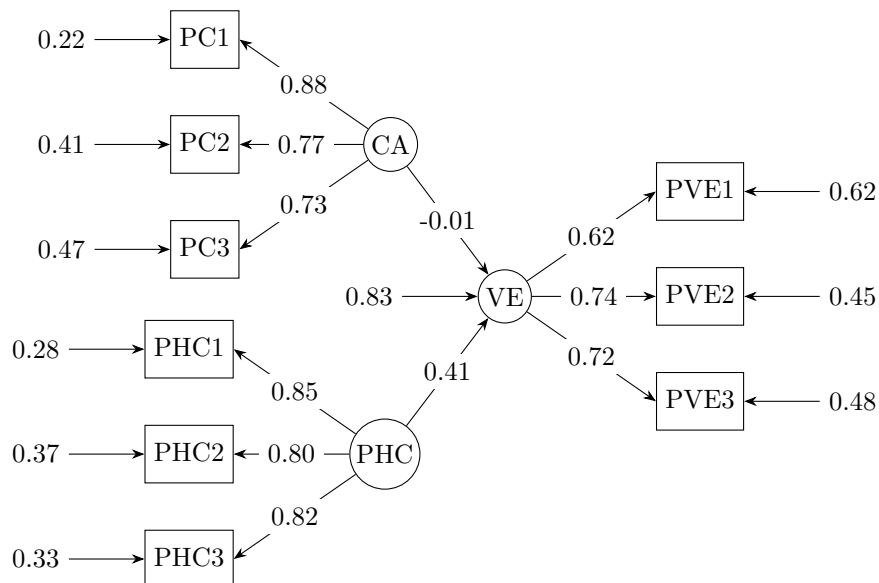


FIGURE 2: Estimated model for analyzing quantitative abilities



2.2 Simulación y estimación

La simulación de los datos, junto con la estimación de los modelos, se realizó mediante el paquete `lavaan` (Rosseel, 2012) usando el software R (R Core Team, 2020) mediante la interfaz gráfica de RStudio (RStudio Team, 2015). Para el

manejo de bases de datos y demás visualizaciones fueron utilizados los paquetes `ggplot2` (Wickham, 2016), `tidyr` (Wickham & Henry, 2020), `dplyr` (Wickham et al., 2020), `ggpubr` (Kassambara, 2020), `PerformanceAnalytics` (Peterson & Carl, 2020) y `kableExtra` (Zhu, 2019).

Para poder realizar la simulación deben seguirse varios pasos. Lo primero es definir el modelo teórico poblacional que van a seguir los datos simulados, como se describió en la sección anterior este modelo cuenta con dos variables exógenas y una endógena, cada una con tres variables indicadoras. Los datos se generan mediante la función `simulateData()` la cuál requiere especificar varios argumentos, uno de ellos es el modelo poblacional. Los otros dos argumentos a especificar son el tamaño de muestra deseado y el nivel de kurtosis de interés, la definición de estos escenarios se muestran en el cuadro 1:

TABLE 1: Escenarios de simulación

kurtosis	n	kurtosis	n	kurtosis	n	kurtosis	n	kurtosis	n
0.00	50	0.00	100	0.00	120	0.00	200	0.00	300
0.62	50	0.62	100	0.62	120	0.62	200	0.62	300
6.65	50	6.65	100	6.65	120	6.65	200	6.65	300
13.92	50	13.92	100	13.92	120	13.92	200	13.92	300
21.41	50	21.41	100	21.41	120	21.41	200	21.41	300

Fuente: Elaboración propia a partir del estudio de la Universidad de California (2008)

Con estos escenarios definidos, se generaron entonces, para cada combinación de tamaño de muestra y kurtosis un total de 2000 conjuntos de datos para cada uno. Una vez que se obtuvieron estos conjuntos de datos, el siguiente paso es realizar la estimación de los SEM con cada uno de ellos; para ello es necesario definir un modelo sin los valores de las cargas factoriales, pues se busca conocer las estimaciones a partir de los datos generados.

2.3 Generación de datos con kurtosis

Los datos fueron simulados mediante la función `simulateData()` del paquete `lavaan` (Rosseel, 2012), la cual permite simular datos con base en un modelo de ecuaciones estructurales dados. Los argumentos comúnmente utilizados para esta función son:

- **model:** se utiliza para especificar el modelo a utilizar para simular los datos, normalmente presentado en formato de un modelo de `lavaan`
- **sample.nobs:** se utiliza para especificar la cantidad de datos a simular; en el caso de esta investigación, se utilizaron los tamaños de muestra establecidos para cada escenario de simulación
- **skewness:** se utiliza para especificar la asimetría de las variables indicadoras, ya sea un valor común para todas las variables, o definiendo un valor para cada variable por separado; en el caso de esta investigación, dado que

solamente se está estudiando el efecto de la kurtosis, se definió la asimetría de todas las variables indicadoras en 0 para todos los escenarios de simulación

- **kurtosis:** se utiliza para especificar la kurtosis de las variables indicadoras, al igual que la asimetría, puede ser un valor común para todas las variables o definirse para cada variable por separado; en el caso de esta investigación, este valor es igual al valor de la kurtosis definido para cada uno de los escenarios de simulación

Con respecto al método utilizado por `simulateData()` para simular observaciones de las variables indicadoras, este es el método propuesto por Vale & Maurelli (1983) para la simulación de datos no normales multivariados, con una asimetría y kurtosis dados. Este método, comúnmente conocido como VM, se basa en el método propuesto por Fleishman (1978), el cual, con base en una variable aleatoria distribuida como una normal estándar, permite simular una variable con un promedio, variancia, asimetría y kurtosis dada. El método VM permite especificar, adicionalmente, correlaciones entre las variables a estimar. Para utilizar el método de Fleishman, para generar una cierta variable aleatoria Y , se utiliza la siguiente ecuación:

$$Y = a + bX + cX^2 + dX^3 \quad (1)$$

donde $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Es decir, se puede generar una variable no normal Y , con sus primeros cuatro momentos iguales a valores especificados, con base en los valores a , b , c y d de la ecuación 1, con base en una variable normal estándar X hasta su tercer potencia. Luego, para poder obtener los valores de a , b , c y d , se necesitan resolver las siguientes ecuaciones de forma simultánea:

$$\begin{aligned} b^2 + 6bd + 2c^2 + 15d^2 - 1 &= 0 \\ 2c(b^2 + 24bd + 105d^2 + 2) - \gamma_1 &= 0 \\ 24(bd + c^2(1 + b^2 + 28bd) + d^2(12 + 48bd + 141c^2 + 225d^2)) - \gamma_2 &= 0 \end{aligned}$$

donde γ_1 es la asimetría deseada y γ_2 es la kurtosis deseada, además se define $a = -c$. Con base en las constantes calculadas a , b , c y d , además de una variable normal estándar, se puede simular variables no normales. Para poder generalizar el método de Fleishman a variables aleatorias multivariantes, Vale y Maurelli proponen una generalización. Esta se basa, para el caso bivariado, en la generación de dos variables aleatorias independientes, $X_1, X_2 \sim \mathcal{N}(0, 1)$, para la cuales se obtienen las constantes a , b , c y d , para cada una de dichas variables, como se describe en el método de Fleishman, obteniendo así el vector $w'_1 = (a_1, b_1, c_1, d_1)$, para el caso de X_1 , y el vector $w'_2 = (a_2, b_2, c_2, d_2)$, para el caso de X_2 . Además, se definen los vectores $x'_1 = (1, X_1, X_1^2, X_1^3)$ y $x'_2 = (1, X_2, X_2^2, X_2^3)$. Por lo tanto, se pueden crear variables no normales, Y_1 y Y_2 , como:

$$\begin{aligned} Y_1 &= w'_1 x_1 \\ Y_2 &= w'_2 x_2 \end{aligned}$$

donde se puede verificar que:

$$\begin{aligned} r_{Y_1, Y_2} &= \rho_{X_1, X_2} (b_1 b_2 + 3b_1 d_2 + 3d_1 b_2 + 9d_1 d_2) \\ &\quad + \rho_{X_1, X_2}^2 (2c_1 c_2) + \rho_{X_1, X_2}^3 (6d_1 d_2) \end{aligned}$$

Y resolviendo esta ecuación en términos de ρ_{X_1, X_2} se puede obtener una matriz de correlaciones para generar datos normales multivariados, que pueden ser transformados en variables no normales mediante el método de Fleishman. Con base en el procedimiento presentado anteriormente, la función `simulateData()` parte de una serie de variables multinormales y permite al usuario especificar un valor para la asimetría y la kurtosis de las variables indicadoras, ya sea un valor distinto para cada variable, o un valor general para todas estas. Partiendo que el modelo teórico a utilizar es el presentado en la Figura 1, se puede escribir dicho modelo en forma de ecuación, tal que:

$$\begin{aligned}
 VE &= \gamma_1 CA + \gamma_2 PHC + \zeta \\
 \begin{pmatrix} PC1 \\ PC2 \\ PC3 \\ PHC1 \\ PHC2 \\ PHC3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \lambda_4 & 0 \\ \lambda_5 & 0 \\ \lambda_6 & 0 \\ 0 & \lambda_7 \\ 0 & \lambda_8 \\ 0 & \lambda_9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} CA \\ PHC \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} PVE1 \\ PVE2 \\ PVE3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} (VE) + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Sin pérdida de generalidad, podemos asumir que $\zeta \sim \mathcal{N}(0, 1)$ y que CA y PHC tienen una distribución normal multivariada estándar, es decir:

$$(CA, PHC) \sim \mathcal{N}\left(\mu = (0, 0), \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right)$$

Por otro lado, podemos asumir que VE se distribuye de forma normal, pero no sabemos sus parámetros, por lo que podemos calcular su valor esperado:

$$\begin{aligned}
 E(VE) &= E(\gamma_1 CA) + E(\gamma_2 PHC) + E(\zeta) \\
 &= \gamma_1 E(CA) + \gamma_2 E(PHC) + 0 \\
 &= \gamma_1 * 0 + \gamma_2 * 0 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

y su variancia:

$$\begin{aligned}
 Var(VE) &= Var(\gamma_1 CA) + Var(\gamma_2 PHC) + Var(\zeta) \\
 &= \gamma_1^2 Var(CA) + \gamma_2^2 Var(PHC) + 1 \\
 &= \gamma_1^2 * 1 + \gamma_2^2 * 1 + 1 \\
 &= \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + 1
 \end{aligned}$$

Es decir, tenemos que $VE \sim \mathcal{N}(0, \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + 1)$. Con respecto a las covariancias entre VE y CA tenemos que:

$$\begin{aligned}
 Cov(VE, CA) &= Cov(\gamma_1 CA + \gamma_2 PHC + \zeta, CA) \\
 &= Cov(\gamma_1 CA, CA) + Cov(\gamma_2 PHC, CA) + Cov(\zeta, CA) \\
 &= \gamma_1 Cov(CA, CA) + \gamma_2 Cov(PHC, CA) + 0 \\
 &= \gamma_1 Var(CA) + \gamma_2 * 0 \\
 &= \gamma_1 * 1 = \gamma_1
 \end{aligned}$$

Con respecto a la covariancia entre VE y PHC , tenemos que:

$$\begin{aligned}
 Cov(VE, PHC) &= Cov(\gamma_1 CA + \gamma_2 PHC + \zeta, PHC) \\
 &= Cov(\gamma_1 CA, PHC) + Cov(\gamma_2 PHC, PHC) + Cov(\zeta, PHC) \\
 &= \gamma_1 Cov(CA, PHC) + \gamma_2 Cov(PHC, PHC) + 0 \\
 &= \gamma_1 * 0 + \gamma_2 Var(PHC) \\
 &= \gamma_2 * 1 = \gamma_2
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, juntando todos los resultados, tenemos que:

$$(CA, PHC, VE) \sim \mathcal{N} \left(\mu = (0, 0, 0), \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda_1 \\ 0 & 1 & \lambda_2 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & 1 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 \end{pmatrix} \right)$$

Y con base en este resultado podemos simular los valores de las variables latentes y, con las cargas factoriales teóricas, simular los datos de las variables indicadoras, aplicando el método VM para obtener variables observadas con un asimetría y kurtosis dados. Por último, es importante resaltar que las estimaciones puntuales de la kurtosis obtenidas en los datos simulados mediante el método de Vale y Maurelli, tienden a ser menores, y con una variancia elevada, comparado con el valor deseado, sobre todo si la kurtosis es alta. Lo anterior ha sido estudiado en otras investigaciones (Olvera Astivia & Zumbo, 2015), pero dado que no hay otro método sencillo para la estimación de variables correlacionadas con kurtosis, se decidió utilizar el método de Vale y Maurelli, sabiendo que los resultados obtenidos de la kurtosis en las variables observadas pueden diferir del valor que se quería originalmente.

2.4 Medidas de bondad de ajuste

Las medidas de bondad de ajuste utilizadas para comparar el ajuste de los modelos, para cada uno de los escenarios de simulación son: el estadístico chi-cuadrado, el RMSEA, el SRMR y el CFI.

2.4.1 Estadístico chi-cuadrado

El estadístico de chi-cuadrado busca cuantificar la diferencia que se presenta entre la matriz de covariancias de una muestra con la matriz de covariancias estimadas

mediante un cierto modelo. Según Hu & Bentler (1999), su fórmula de cálculo viene dada por:

$$\chi^2 = (N - 1)F_{min}$$

donde N es el tamaño de la muestra y F_{min} es el mínimo obtenido mediante la función de ajuste, la cual, normalmente, se asume que es la distribución normal multivariada, utilizando el método de máxima verosimilitud. Este estadístico tiene una distribución chi-cuadrado con grados de libertad igual a la cantidad de piezas de información única en la matriz de covariancias menos la cantidad de parámetros a estimar del modelo, bajo el supuesto de normalidad y, si este supuesto no se cumple, la distribución asintótica sigue siendo una chi-cuadrado con esos mismos grados de libertad. El estadístico chi-cuadrado es muy utilizado en los modelos de ecuaciones estructurales y da origen a la gran mayoría de las demás medidas de ajuste utilizadas en dichos modelos, aunque puede presentar algunos problemas ya que depende del tamaño de la muestra, por lo que, con muestras grandes tiende a ser significativo, mientras que con muestras pequeños tiende a no ser significativo (Kenny, 2015).

2.4.2 RMSEA

El Error Cuadrático Medio de Aproximación (RMSEA por sus siglas en inglés) es una de las medidas de ajuste más conocidas y utilizadas en los modelos de ecuaciones estructurales. Su fórmula, según Hu & Bentler (1999), viene dada por:

$$RMSEA = \sqrt{\max \left\{ \frac{\chi^2 - gl}{gl(N - 1)}, 0 \right\}}$$

donde χ^2 es el valor de la chi-cuadrado, gl son los grados de libertad, y N es el tamaño de la muestra. Por lo general, se considera un valor del RMSEA menor a 0.05 como un indicador de un buen ajuste, mientras que un valor mayor a 0.1 representa un mal ajuste del modelo (Kenny, 2015).

2.4.3 SRMR

La Raíz Estandarizada del Error Cuadrático Medio (SRMR por sus siglas en inglés) es una medida de ajuste en la cual se comparan las diferencias entre las covariancias estimadas y las de la muestra. La fórmula de cálculo, con base en Hu & Bentler (1999) es:

$$SRMR = \sqrt{\left(2 \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^i ((s_{ij} - \hat{\sigma}_{ij}) / (s_{ii}s_{jj}))^2 \right) / p(p + 1)}$$

donde p es el número de variables observadas, s_{ij} son las covariancias observadas y $\hat{\sigma}_{ij}$ son las covariancias estimadas de las variables i y j . Dado que se están comparando las covariancias observadas y las estimadas, un valor de 0 indica un

ajuste perfecto del modelo, pero, por lo general, se considera un valor menor a 0.08 como un indicador de un buen ajuste (Kenny, 2015).

2.4.4 CFI

El Índice de Ajuste Comparativo (CFI por sus siglas en inglés) es una medida de ajuste que compara el valor de chi-cuadrado del modelo estimado con el valor de chi-cuadrado del modelo nulo, agregando una penalización por la cantidad de parámetros estimados. La fórmula de cálculo presentada por Hu & Bentler (1999) es la siguiente:

$$CFI = 1 - \left(\frac{\max \{(\chi_T^2 - gl_T), 0\}}{\max \{(\chi_T^2 - gl_T), (\chi_N^2 - gl_N), 0\}} \right)$$

donde χ_T^2 y χ_N^2 son los valores del estadístico chi-cuadrado para el modelo estimado y el nulo, respectivamente, y gl_T y gl_N son los grados de libertad de los modelos estimado y nulo, respectivamente. Esta medida de ajuste puede tomar un valor entre 0 y 1 y se considera que el modelo tiene un buen ajuste cuando es mayor a 0.95, un buen ajuste cuando el valor está entre 0.9 y 0.95 y un mal ajuste cuando es menor que 0.9 (Kenny, 2015).

3. Results

3.1 Análisis exploratorio

Como se mencionó anteriormente, la función `simulateData()` del paquete `lavaan` permite simular conjuntos de datos a partir de un SEM de referencia, que en este caso es el propuesto por Sura-Fonseca (2020); y cuyos datos pueden tener un determinado nivel de kurtosis especificado por el usuario mediante el argumento `kurtosis`. Como el nivel especificado de kurtosis solo se alcanza en tamaños de muestra muy superiores a los que son de interés en esta investigación, es importante analizar los niveles de kurtosis que realmente se obtuvieron en las simulaciones. Para ello, se calculó la kurtosis de cada variable indicadora en cada una de las 2000 iteraciones de cada escenario de simulación. Esta comparación se hace calculando la mediana y los percentiles 0.025 (2,5%) y 0.975 (97,5%) para los datos simulados, obteniendo así un intervalo con un 95% de los resultados de todas las simulaciones para cada escenario. Los Cuadros 2, 3, 4, 5 y 6 presentan dichas medidas de resumen para los casos en los cuales el tamaño de muestra es de 50, 100, 120, 200 y 300, respectivamente.

De forma general, se puede notar que, sin importar el tamaño de muestra utilizado, conforme aumenta el valor de la kurtosis, la variabilidad de las estimaciones de la kurtosis también aumenta. Con respecto a lo mencionado anteriormente, pero ahora dentro de cada uno de los distintos tamaños de muestra, se puede notar que,

para un mismo valor deseado de la kurtosis, con respecto el tamaño de muestra aumenta, se reduce el ancho del intervalo y, adicionalmente, la estimación de la mediana se acerca más al valor deseado. Aun así, tal como lo presentan Olvera Astivia & Zumbo (2015), las estimaciones de la kurtosis son, por lo general, menores al valor deseado. Lo anterior empeora al utilizar un valor relativamente grande para la kurtosis, como los casos donde esta es de 6,65, 13,92 o 21,31, donde aún con un tamaño de muestra relativamente grande, como 200 o 300, las estimaciones son considerablemente menores que el valor deseado y tienen una gran variabilidad. Lo anterior hace que la kurtosis en las variables indicadoras simuladas sea más precisa en muestras más grandes, y sobretodo con valores pequeños deseados de la kurtosis. En conclusión, al momento de analizar los resultados presentados en las siguientes secciones, es importante recordar que los valores de la kurtosis obtenidos en las variables indicadoras son, en general, menores que el valor del escenario de simulación y pueden tener una gran variabilidad.

TABLE 2: Kurtosis range for each variable by specified Kurtosis and n=50

Kurtosis	Measure	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
0.00	Lower	-0.96	-0.95	-0.93	-0.94	-0.93	-0.93	-0.93	-0.92	-0.93
	Median	-0.24	-0.22	-0.24	-0.22	-0.22	-0.21	-0.24	-0.21	-0.23
	Upper	1.29	1.31	1.24	1.27	1.31	1.38	1.27	1.38	1.37
0.62	Lower	-0.79	-0.81	-0.78	-0.84	-0.86	-0.85	-0.83	-0.84	-0.79
	Median	0.09	0.07	0.09	0.05	0.09	0.05	0.07	0.10	0.09
	Upper	2.70	2.57	2.87	2.60	3.04	2.94	2.73	2.72	2.77
6.65	Lower	-0.23	-0.22	-0.15	-0.22	-0.18	-0.26	-0.17	-0.21	-0.27
	Median	2.03	2.04	2.06	2.01	1.96	1.95	2.20	2.04	1.95
	Upper	12.45	11.93	11.40	12.24	12.24	12.94	12.00	12.16	11.68
13.92	Lower	0.29	0.31	0.41	0.37	0.40	0.33	0.42	0.37	0.33
	Median	3.64	3.60	3.66	3.73	3.76	3.70	3.68	3.47	3.56
	Upper	18.48	17.59	18.21	19.21	19.01	19.08	18.68	18.65	20.11
21.41	Lower	0.77	0.82	0.87	0.85	0.86	0.86	0.87	0.96	0.76
	Median	5.05	5.35	5.21	5.02	5.13	5.24	5.30	5.23	5.16
	Upper	23.86	22.97	21.95	21.80	23.28	23.90	22.29	23.09	24.66

3.1.1 Medidas de ajuste

En el cuadro 7 se presentan, para cada escenario de simulación, los valores de la mediana y los percentiles 0.025 y 0.975 para la prueba Chi-Cuadrado, el RMSEA, el SRMR y el CFI. Las estimaciones de la prueba Chi-Cuadrado sugieren que los modelos no poseen un buen ajuste, pues su valor mediano es bastante superior a 0.05 y, además, los intervalos que contienen estas probabilidades son bastante amplios. El RMSEA, por su parte, parece presentar mayores problemas en el tamaño de muestra de 50 para todos los niveles de kurtosis, pues este es el único escenario de simulación en donde la cota superior llega a ser estrictamente superior a 0.10. El otro indicador de interés es el SRMR, donde de manera similar a lo que

TABLE 3: Kurtosis range for each variable by specified Kurtosis and n=100

Kurtosis	Measure	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
0.00	Lower	-0.72	-0.73	-0.72	-0.71	-0.71	-0.77	-0.73	-0.73	-0.73
	Median	-0.13	-0.14	-0.13	-0.11	-0.12	-0.14	-0.12	-0.14	-0.12
	Upper	1.06	0.92	1.01	1.01	1.02	1.03	0.97	0.99	0.96
0.62	Lower	-0.56	-0.56	-0.58	-0.57	-0.57	-0.55	-0.57	-0.55	-0.59
	Median	0.25	0.28	0.28	0.24	0.28	0.28	0.29	0.25	0.29
	Upper	2.61	2.81	2.45	2.37	2.55	2.62	2.52	2.57	2.56
6.65	Lower	0.43	0.43	0.38	0.48	0.39	0.35	0.37	0.34	0.41
	Median	2.96	2.94	3.03	3.05	2.99	2.90	2.92	2.97	2.94
	Upper	14.53	15.14	16.37	15.92	15.46	15.57	13.38	14.51	16.62
13.92	Lower	1.12	1.29	1.35	1.32	1.29	1.20	1.27	1.31	1.38
	Median	5.21	5.54	5.36	5.59	5.36	5.14	5.41	5.21	5.36
	Upper	24.01	25.03	24.87	26.91	26.08	24.16	25.23	26.25	28.72
21.41	Lower	2.19	2.09	2.20	2.30	2.25	2.22	2.05	2.26	2.08
	Median	7.58	7.57	7.41	7.48	7.28	7.48	7.76	7.54	7.58
	Upper	33.44	32.74	33.70	33.05	29.86	37.91	32.38	35.23	31.96

TABLE 4: Kurtosis range for each variable by specified Kurtosis and n=120

Kurtosis	Measure	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
0.00	Lower	-0.70	-0.67	-0.67	-0.68	-0.70	-0.69	-0.65	-0.69	-0.65
	Median	-0.11	-0.13	-0.12	-0.11	-0.11	-0.10	-0.10	-0.11	-0.10
	Upper	0.98	0.95	0.95	0.97	0.89	0.87	1.00	0.92	0.89
0.62	Lower	-0.45	-0.48	-0.47	-0.49	-0.49	-0.48	-0.52	-0.50	-0.53
	Median	0.32	0.32	0.29	0.32	0.33	0.31	0.32	0.29	0.33
	Upper	2.33	2.53	2.65	2.60	2.50	2.42	2.44	2.40	2.44
6.65	Lower	0.55	0.69	0.64	0.58	0.66	0.59	0.54	0.60	0.60
	Median	3.29	3.08	3.18	3.18	3.17	3.11	3.26	3.20	3.19
	Upper	16.18	14.79	16.40	15.89	14.28	13.95	17.27	16.14	15.89
13.92	Lower	1.69	1.50	1.57	1.57	1.49	1.55	1.50	1.65	1.58
	Median	5.81	5.82	6.04	6.07	5.87	6.02	5.83	5.72	5.79
	Upper	24.94	26.14	28.37	26.25	26.73	28.98	27.52	26.67	26.68
21.41	Lower	2.49	2.62	2.60	2.45	2.47	2.65	2.30	2.58	2.59
	Median	8.27	8.24	8.38	8.23	8.26	8.45	8.03	8.25	8.03
	Upper	37.31	39.34	33.90	33.24	34.20	36.10	34.12	40.59	36.78

ocurre con el RMSEA, las peores mediciones se obtienen en el tamaño de muestra de 50, pues en todos los demás casos es menor o igual a 0.08 con excepción del tamaño de muestra 100 con kurtosis de 21.41. Finalmente, el CFI sugiere que, a mayor tamaño de muestra, mayor será el ajuste, pues conforme se aumenta la cantidad de datos el límite inferior de las estimaciones se vuelve cada vez más

TABLE 5: Kurtosis range for each variable by specified Kurtosis and n=200

Kurtosis	Measure	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
0.00	Lower	-0.56	-0.56	-0.55	-0.56	-0.55	-0.55	-0.57	-0.55	-0.55
	Median	-0.09	-0.07	-0.07	-0.08	-0.08	-0.07	-0.07	-0.07	-0.06
	Upper	0.75	0.76	0.71	0.67	0.73	0.75	0.68	0.71	0.79
0.62	Lower	-0.33	-0.33	-0.32	-0.34	-0.33	-0.32	-0.29	-0.33	-0.32
	Median	0.39	0.41	0.43	0.42	0.41	0.38	0.43	0.39	0.40
	Upper	2.14	2.35	2.25	2.08	2.21	2.16	2.30	2.11	2.18
6.65	Lower	1.02	1.09	1.14	1.04	1.06	1.16	1.08	1.10	1.12
	Median	3.75	3.75	3.85	3.78	3.70	3.80	3.75	3.86	3.71
	Upper	15.89	18.54	17.49	17.24	14.24	17.67	16.43	18.03	16.29
13.92	Lower	2.41	2.37	2.39	2.25	2.36	2.33	2.43	2.40	2.50
	Median	7.06	6.85	7.02	7.11	7.08	7.03	6.98	6.81	7.04
	Upper	30.90	31.40	29.01	28.43	30.65	28.99	28.09	30.94	28.70
21.41	Lower	3.74	3.64	3.62	3.76	3.47	3.64	3.45	3.75	3.85
	Median	10.07	10.14	9.98	9.94	9.90	9.91	9.91	10.23	10.19
	Upper	44.81	41.01	43.69	42.85	43.63	45.96	43.00	43.14	40.86

TABLE 6: Kurtosis range for each variable by specified Kurtosis and n=300

Kurtosis	Measure	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
0.00	Lower	-0.44	-0.47	-0.46	-0.47	-0.46	-0.48	-0.46	-0.47	-0.46
	Median	-0.05	-0.05	-0.06	-0.04	-0.05	-0.04	-0.06	-0.05	-0.05
	Upper	0.57	0.64	0.60	0.61	0.59	0.60	0.61	0.60	0.60
0.62	Lower	-0.22	-0.21	-0.19	-0.23	-0.18	-0.21	-0.18	-0.18	-0.21
	Median	0.46	0.47	0.44	0.45	0.45	0.44	0.45	0.46	0.46
	Upper	1.84	1.94	1.93	2.03	1.99	1.90	1.88	1.92	1.92
6.65	Lower	1.50	1.50	1.58	1.57	1.52	1.50	1.56	1.48	1.46
	Median	4.31	4.10	4.17	4.22	4.19	4.29	4.24	4.20	4.30
	Upper	17.03	16.77	16.47	17.11	15.36	16.67	17.53	16.81	16.09
13.92	Lower	3.14	3.17	3.06	3.02	3.13	3.21	3.05	3.14	3.16
	Median	7.90	7.87	7.88	7.92	7.85	7.98	8.16	7.85	7.79
	Upper	34.28	34.97	33.34	34.87	30.89	32.95	36.09	31.62	31.39
21.41	Lower	4.69	4.50	4.59	4.60	4.68	4.51	4.61	4.63	4.55
	Median	11.53	11.33	11.61	11.25	11.40	11.46	11.40	11.42	11.58
	Upper	46.51	46.19	49.87	47.37	45.40	47.04	49.18	45.04	47.44

alto, y a partir del tamaño de muestra de 120 se puede decir que los modelos poseen un buen ajuste, independientemente del nivel de kurtosis.

TABLE 7: Goodness of fit measures by simulation scenario

n	Kurtosis	Chi-Square p-value			RMSEA			SRMR			CFI		
		Median	Lower	Upper	Median	Lower	Upper	Median	Lower	Upper	Median	Lower	Upper
50	0.00	0.41	0.01	0.96	0.03	0.00	0.12	0.08	0.06	0.11	0.99	0.78	1.00
	0.62	0.41	0.01	0.96	0.03	0.00	0.12	0.08	0.06	0.11	0.99	0.78	1.00
	6.65	0.39	0.01	0.96	0.03	0.00	0.13	0.09	0.06	0.12	0.98	0.77	1.00
	13.92	0.40	0.01	0.97	0.03	0.00	0.13	0.08	0.06	0.12	0.98	0.78	1.00
	21.41	0.40	0.00	0.98	0.03	0.00	0.14	0.08	0.06	0.12	0.99	0.76	1.00
100	0.00	0.44	0.02	0.97	0.01	0.00	0.08	0.06	0.04	0.08	1.00	0.87	1.00
	0.62	0.45	0.02	0.97	0.01	0.00	0.08	0.06	0.04	0.08	1.00	0.88	1.00
	6.65	0.46	0.01	0.96	0.00	0.00	0.09	0.06	0.04	0.08	1.00	0.87	1.00
	13.92	0.43	0.01	0.97	0.02	0.00	0.09	0.06	0.04	0.08	1.00	0.86	1.00
	21.41	0.42	0.00	0.98	0.02	0.00	0.10	0.06	0.04	0.09	1.00	0.85	1.00
120	0.00	0.44	0.02	0.97	0.01	0.00	0.08	0.06	0.04	0.08	1.00	0.90	1.00
	0.62	0.46	0.02	0.97	0.00	0.00	0.08	0.06	0.04	0.07	1.00	0.90	1.00
	6.65	0.43	0.01	0.96	0.01	0.00	0.08	0.06	0.04	0.08	1.00	0.89	1.00
	13.92	0.42	0.01	0.98	0.02	0.00	0.08	0.06	0.04	0.08	1.00	0.89	1.00
	21.41	0.43	0.00	0.98	0.01	0.00	0.09	0.06	0.04	0.08	1.00	0.87	1.00
200	0.00	0.47	0.02	0.96	0.00	0.00	0.06	0.04	0.03	0.06	1.00	0.94	1.00
	0.62	0.49	0.02	0.97	0.00	0.00	0.06	0.04	0.03	0.06	1.00	0.94	1.00
	6.65	0.45	0.01	0.97	0.01	0.00	0.06	0.04	0.03	0.06	1.00	0.93	1.00
	13.92	0.44	0.01	0.97	0.01	0.00	0.07	0.04	0.03	0.06	1.00	0.92	1.00
	21.41	0.44	0.00	0.98	0.01	0.00	0.07	0.04	0.03	0.06	1.00	0.92	1.00
300	0.00	0.48	0.02	0.98	0.00	0.00	0.05	0.03	0.02	0.05	1.00	0.96	1.00
	0.62	0.47	0.02	0.97	0.00	0.00	0.05	0.03	0.02	0.05	1.00	0.96	1.00
	6.65	0.48	0.02	0.97	0.00	0.00	0.05	0.03	0.02	0.05	1.00	0.96	1.00
	13.92	0.44	0.01	0.97	0.01	0.00	0.05	0.04	0.02	0.05	1.00	0.95	1.00
	21.41	0.41	0.00	0.98	0.01	0.00	0.06	0.04	0.02	0.05	1.00	0.94	1.00

3.1.2 Estimación del modelo de medición

El cuadro 8 muestra las estimaciones de las cargas factoriales del modelo de medición en cada uno de los escenarios de simulación. Para cada una de las variables indicadoras, los valores medianos estimados en el ajuste de los modelos con los datos simulados son muy estables, pues la diferencia decimal es ínfima; y además, todas las cargas estimadas resultan ser significativas. Algo de particular interés es comparar estas cargas factoriales estimadas con las que se definieron en el modelo de medición poblacional. Los valores estimados son, de manera general, alrededor de 0.20 veces menores que las definidas en el modelo de medición poblacional; sin embargo, las cargas factoriales de ambos modelos son considerablemente altas en el contexto de la investigación social, por lo que las conclusiones obtenidas serían esencialmente las mismas.

3.1.3 Estimación del modelo estructural

El cuadro 9 muestra las estimaciones de las cargas factoriales del modelo estructural en cada uno de los escenarios de simulación. De manera similar a lo comentado para el modelo de medición, los valores medianos estimados en el ajuste de los modelos con los datos simulados son muy estables, pues la diferencia decimal es pequeña; y además, pero en este caso no todas las cargas resultan ser significativas. Al comparar estas cargas factoriales estimadas con las que se definieron

TABLE 8: Measure model estimates by simulation scenario

n	Kurtosis	CA			PHC			VE		
		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
50	0.00	0.66	0.60	0.59	0.64	0.63	0.64	0.55	0.63	0.61
	0.62	0.65	0.61	0.59	0.65	0.62	0.63	0.55	0.63	0.63
	6.65	0.67	0.60	0.58	0.65	0.62	0.63	0.55	0.62	0.62
	13.92	0.67	0.62	0.59	0.65	0.63	0.65	0.56	0.63	0.63
	21.41	0.68	0.60	0.59	0.66	0.63	0.64	0.56	0.64	0.63
100	0.00	0.66	0.61	0.59	0.65	0.62	0.63	0.56	0.62	0.61
	0.62	0.67	0.61	0.59	0.65	0.62	0.63	0.55	0.63	0.62
	6.65	0.66	0.61	0.59	0.66	0.63	0.63	0.56	0.63	0.62
	13.92	0.67	0.62	0.59	0.65	0.63	0.64	0.56	0.64	0.61
	21.41	0.67	0.62	0.59	0.66	0.64	0.64	0.57	0.63	0.62
120	0.00	0.66	0.61	0.59	0.65	0.63	0.63	0.55	0.63	0.61
	0.62	0.66	0.61	0.59	0.65	0.63	0.64	0.55	0.63	0.61
	6.65	0.66	0.61	0.60	0.65	0.63	0.64	0.56	0.63	0.61
	13.92	0.67	0.61	0.59	0.65	0.64	0.64	0.56	0.62	0.62
	21.41	0.67	0.62	0.59	0.65	0.63	0.64	0.56	0.63	0.63
200	0.00	0.66	0.61	0.59	0.65	0.63	0.63	0.56	0.62	0.62
	0.62	0.66	0.61	0.59	0.65	0.63	0.63	0.56	0.63	0.61
	6.65	0.67	0.61	0.59	0.65	0.63	0.64	0.55	0.63	0.62
	13.92	0.66	0.61	0.59	0.65	0.63	0.63	0.56	0.63	0.62
	21.41	0.67	0.61	0.59	0.65	0.63	0.64	0.56	0.63	0.62
300	0.00	0.66	0.61	0.59	0.65	0.63	0.63	0.56	0.63	0.61
	0.62	0.66	0.61	0.59	0.65	0.62	0.63	0.56	0.63	0.61
	6.65	0.66	0.61	0.59	0.65	0.63	0.64	0.56	0.63	0.62
	13.92	0.66	0.61	0.59	0.65	0.62	0.64	0.56	0.63	0.62
	21.41	0.66	0.62	0.59	0.65	0.63	0.64	0.56	0.63	0.62

en el modelo de medición poblacional, los valores estimados son muy cercanos a los establecidos en el modelo de medición poblacional por lo que las conclusiones obtenidas serían las mismas.

4. Conclusions

4.1 Conclusiones

Para empezar, es importante resaltar que los modelos estimados para cada uno de los escenarios de simulación, por lo general, presentaron un mal ajuste, con base en las medidas de ajuste utilizadas pero, al comparar las estimaciones de las cargas factoriales, estas fueron relativamente similares a las del modelo teórico. Esto se puede interpretar como que, al tener los datos simulados niveles de kurtosis tan variables, el ajuste del modelo es, por lo general, malo pero por esta misma variabilidad, pueden existir casos extremos donde el ajuste es muy bueno (kurtosis más pequeña que la deseada) o muy malo (kurtosis más grande que la deseada).

TABLE 9: Structural model estimates by simulation scenario

n	Kurtosis	VE = CA	VE = PHC
50	0.00	-0.01	0.37
	0.62	0.00	0.37
	6.65	-0.01	0.38
	13.92	0.00	0.36
	21.41	0.00	0.35
100	0.00	-0.01	0.38
	0.62	0.00	0.38
	6.65	-0.01	0.37
	13.92	-0.01	0.37
	21.41	0.00	0.37
120	0.00	-0.01	0.38
	0.62	-0.02	0.38
	6.65	-0.01	0.38
	13.92	-0.01	0.38
	21.41	0.00	0.37
200	0.00	-0.01	0.38
	0.62	-0.01	0.38
	6.65	-0.01	0.38
	13.92	-0.01	0.38
	21.41	-0.01	0.37
300	0.00	-0.01	0.38
	0.62	-0.01	0.38
	6.65	-0.01	0.38
	13.92	-0.01	0.38
	21.41	-0.01	0.38

Con respecto a las diferencias entre el ajuste del modelo y las estimaciones de las cargas factoriales, el método utilizado para simular los datos mantiene el mismo promedio que los datos multinormales originales, pero cambiando la asimetría y la kurtosis. De esta forma, los promedios de las variables indicadoras deberían ser iguales a si estos se estimaran con kurtosis cero, pero su variabilidad estimada debe cambiar conforme la kurtosis aumenta. Por lo anterior, aunque en promedio las estimaciones son similares a las teóricas, la variabilidad estimada para cada una de estas variables indicadoras puede ser mucho más grande que el estimado teóricamente, lo cual explica que las estimaciones de las cargas factoriales sean parecidas pero el modelo tenga un mal ajuste.

4.2 Recomendaciones

La principal recomendación, como se ha mencionado a lo largo del artículo, es utilizar otro método para la estimación de datos simulados con kurtosis, para poder obtener valores más consistentes y cercanos a los deseados en los escenarios de simulación. En el caso de Olvera Astivia & Zumbo (2015) se recomienda utilizar el método de Headrick, el cual es una modificación al método de Vale y Maurelli que utiliza cinco inecuaciones en lugar de tres, para obtener valores más cercanos

de la kurtosis, aunque todavía sesgados negativamente. Aunque este método está implementado en R, al tener que obtener el resultado de cinco inecuaciones de forma simultánea, y mediante métodos numéricos, las soluciones se vuelven poco estables y el método puede no converger, por lo que otra forma de poder dar solución a este método podría dar mejores resultados de kurtosis.

Por otro lado, al utilizar un modelo teórico relativamente simple, el énfasis de esta investigación se centra sobre todo en las estimaciones de las cargas factoriales y de las relaciones entre los constructos. En caso de utilizar otro modelo teórico más complejo como, por ejemplo, estimando interceptos, correlaciones o análisis multi-grupo, dichas estimaciones pueden presentar distintos resultados dependiendo de los escenarios de simulación presentados.

5. Appendices

References

- Andreassen, T. W., Lorentzen, B. G., & Olsson, U. H. (2006). The impact of non-normality and estimation methods in SEM on satisfaction research in marketing. *Quality and Quantity*, 40(1), 39-58. <https://doi.org/10.1007/s11135-005-4510-y>
- Bagozzi, R. P. (1980). *Causal models in marketing*. New York, NY: Wiley.
- Beran, T. N., & Violato, C. (2010). Structural equation modeling in medical research: A primer. *BMC Research Notes*, 3(1), 267. <https://doi.org/10.1186/1756-0500-3-267>
- Chin, W. W., Peterson, R. A., & Brown, S. P. (2008). Structural equation modeling in marketing: Some practical reminders. *Journal of Marketing Theory and Practice*, 16(4), 287-298. <https://doi.org/10.2753/MTP1069-6679160402>
- Fleishman, A. I. (1978). A method for simulating non-normal distributions. *Psychometrika*, 43(4), 521-532. <https://doi.org/10.1007/BF02293811>
- Foss, T., Jreskog, K. G., & Olsson, U. H. (2011). Testing structural equation models: The effect of kurtosis. *Computational Statistics and Data Analysis*, 55(7), 2263-2275. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2011.01.012>
- Gao, S., Mokhtarian, P. L., & Johnston, R. A. (2008). Nonnormality of data in structural equation models. *Transportation Research Record*, (2082), 116-124. <https://doi.org/10.3141/2082-14>
- Golob, T. F. (2003). *Structural equation modeling for travel behavior research*. [https://doi.org/10.1016/S0191-2615\(01\)00046-7](https://doi.org/10.1016/S0191-2615(01)00046-7)
- Hu, L. T., & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling*, 6(1), 1-55. <https://doi.org/10.1080/10705519909540118>

- Kaplan, D. (2012). *Structural Equation Modeling (2nd ed.): Foundations and Extensions*. <https://doi.org/10.4135/9781452226576>
- Kassambara, A. (2020). *ggpubr: 'ggplot2' Based Publication Ready Plots*. Recuperado de <https://CRAN.R-project.org/package=ggpubr>
- Kenny, D. A. (2015). *SEM: Fit (David A. Kenny)*. Recuperado de <http://www.davidakenny.net/cm/fit.htm>
- Muthen, B., & Kaplan, D. (1992). A comparison of some methodologies for the factor analysis of non-normal Likert variables: A note on the size of the model. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 45(1), 19-30. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8317.1992.tb00975.x>
- Olvera Astivia, O. L., & Zumbo, B. D. (2015). A Cautionary Note on the Use of the Vale and Maurelli Method to Generate Multivariate, Nonnormal Data for Simulation Purposes. *Educational and Psychological Measurement*, 75(4), 541-567. <https://doi.org/10.1177/0013164414548894>
- Peterson, B. G., & Carl, P. (2020). *PerformanceAnalytics: Econometric Tools for Performance and Risk Analysis*. Recuperado de <https://CRAN.R-project.org/package=PerformanceAnalytics>
- R Core Team. (2020). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Recuperado de <https://www.R-project.org/>
- Rosseel, Y. (2012). *lavaan: An R Package for Structural Equation Modeling*. *Journal of Statistical Software*, 48(2), 1-36. Recuperado de <http://www.jstatsoft.org/v48/i02/>
- RStudio Team. (2015). *RStudio: Integrated Development Environment for R*. Recuperado de <http://www.rstudio.com/>
- Sura-Fonseca, R. (2020). *Modelos de ecuaciones estructurales: consecuencias de la asimetría positiva en los indicadores endógenos sobre las estimaciones puntuales de sus coeficientes y la bondad de ajuste* (Master's Thesis, University of Costa Rica). Recuperado de <http://www.kerwa.ucr.ac.cr/handle/10669/80716>
- Tarka, P. (2018). An overview of structural equation modeling: its beginnings, historical development, usefulness and controversies in the social sciences. *Quality and Quantity*, 52(1), 313-354. <https://doi.org/10.1007/s11135-017-0469-8>
- Vale, C. D., & Maurelli, V. A. (1983). Simulating multivariate nonnormal distributions. *Psychometrika*, 48(3), 465-471. <https://doi.org/10.1007/BF02293687>
- Wickham, H. (2016). *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Recuperado de <https://ggplot2.tidyverse.org>
- Wickham, H., François, R., Henry, L., & Müller, K. (2020). *dplyr: A Grammar of Data Manipulation*. Recuperado de <https://CRAN.R-project.org/package=dplyr>
- Wickham, H., & Henry, L. (2020). *tidyr: Tidy Messy Data*. Recuperado de <https://CRAN.R-project.org/package=tidyr>

Zhu, H. (2019). *kableExtra: Construct Complex Table with 'kable' and Pipe Syntax*.
Recuperado de <https://CRAN.R-project.org/package=kableExtra>