

Franck-Hertz

Andrés Felipe Arias* and María Margarita Ruiz**

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 22 de noviembre de 2024)

La práctica tuvo como objetivo medir la cuantización de los niveles de energía del mercurio para hallar la diferencia entre los estados $n = 1$ y $n = 2$. Esto se realizó mediante la el uso del modelo de colisiones inelásticas en el experimento de Franck-hertz. Inicialmente se realiza una caracterización cualitativa de las curvas de corriente características, donde se observan de manera clara mínimos correspondientes a transiciones electrónicas del átomo de mercurio. Posteriormente se analiza como cambia la corriente medida en función de la temperatura y se calcula la distancia entre los mínimos. Así mismo, se observa el cambio de la corriente en función del voltaje de frenado del cátodo y del voltaje del termo emisor. Por ultimo, se usa la distancia entre mínimos para calcular el camino libre medio a tres temperaturas obteniéndose $\bar{l}_{exp} = 0,108 \pm 0,01$, $\bar{l}_{exp} = 0,075 \pm 0,01$ y $\bar{l}_{exp} = 0,05 \pm 0,01$ para $190^\circ C$, $200^\circ C$ y $214^\circ C$ respectivamente.

I. INTRODUCCIÓN

En 1911, James Franck y Gustav Hertz comenzaron su colaboración en Berlín, dedicando los siguientes tres años al estudio de las interacciones entre electrones lentos y gases neutros. Su objetivo era desarrollar una "teoría cinética general de los electrones en los gases", ya que Franck no estaba de acuerdo con la interpretación de Townsend sobre la dispersión de electrones en tubos de descarga de gases. Basándose en métodos experimentales previamente utilizados por investigadores como Philipp Lenard, llevaron a cabo experimentos pioneros. Esto culminó en su estudio de 1914 con vapor de mercurio, ahora conocido como el famoso "experimento de Franck-Hertz"[1].

El experimento de Franck y Hertz consistía de un tubo de vacío para estudiar electrones energéticos que atravesaban una fina capa de vapor de átomos de mercurio. Ellos descubrieron que, cuando un electrón chocaba con un átomo de mercurio, podía perder únicamente una cantidad específica (4.9 electronvoltios) de su energía cinética antes de continuar su trayectoria [2]. Estos resultados experimentales resultaron ser consistentes con el modelo atómico de Bohr, propuesto el año anterior por Niels Bohr, en el que el electrón está ligado al átomo mediante una serie de niveles de energía discretos[3]. El experimento de Franck-Hertz fue crucial para el desarrollo de la física moderna, ya que este fue el primer experimento en el que se mostró de manera contundente la naturaleza cuántica de los átomos [4].

Así, el experimento de Franck-Hertz permite medir los cambios de energía de un haz de electrones al ser dispersado por un gas, en este caso mercurio. De esta manera, solidificó la teoría cuántica relativa a la estructura de los átomos, donde la energía se cuantiza en los

diferentes orbitales de los electrones. Volviendo a la dispersión de los electrones, se observó en el experimento que la energía de los electrones disminuye de periódicamente en pasos equivalentes a los estados de excitación desde el estado base del mercurio.

Una manera alternativa de provocar la excitación de los electrones del mercurio es causar colisiones entre los electrones acelerados por un potencial y los átomos. La colisión será *elástica* si la energía de los electrones es menor a la diferencia de energía entre el estado base y el primer estado excitado ($n=2$). Por otra parte, la colisión es *inelástica* si la energía de los electrones supera la separación energética entre los niveles $n=1$ y $n=2$. En este último caso se transfiere energía a los átomos y la energía remanente es un valor medible.

El mercurio tiene número atómico de 80, lo que significa que tiene 80 electrones y los cascarones K, L, M y N se encuentran llenos por completo, mientras que los cascarones O y P no. Los O y P tienen configuraciones electrónicas $5s^2 5p^6 5d^{10}$ y $6s^2$, respectivamente. Dado que los cascarones K, L, M, N y O están más ligados al núcleo, las excitaciones se observan en el cascarón P, al que le corresponden 2 electrones.

Los electrones se emiten del cátodo, se acelerados por un potencial U_1 y pueden llegar al colector (ánodo) si logran superar el voltaje de retraso, U_2 [2]. Cuando el voltaje de aceleración se incrementa, se llega a un voltaje umbral en el cual ocurren colisiones inelásticas, donde los electrones atribuyen energía a los átomos de mercurio y lo elevan al primer estado excitado. Así, a medida que el voltaje de aceleración incrementa, el electrón puede tener más colisiones con los átomos de Hg, por lo que se adquiere una energía por número de colisiones n y la energía del estado base, E_a :

$$E_n = n(E_a + \delta_n) \quad (1)$$

$$R = \frac{\lambda}{D} \quad (2)$$

* Correo institucional: a.ariasv@uniandes.edu.co

** Correo institucional: mm.ruiz31@uniandes.edu.co

El electrón adquiere cierta energía durante el recorrido que realiza antes de chocar con un átomo de mercurio, donde la distancia que recorre es el *mean free path*, que equivale a la longitud promedio antes de la colisión:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} \quad (3)$$

Con esto, el objetivo de la práctica es medir la cuantización de los niveles de energía en el átomo de mercurio, con lo cual se puede entender la influencia de la temperatura en la densidad de Hg y el *mean free path*, además de calcular la diferencia de energía entre el estado base y el primer estado excitado del átomo.

II. MONTAJE EXPERIMENTAL

A. Montaje

El módulo completo 1, fabricado por Phywe, se compone de un módulo de control y medición que se conecta al tubo del experimento de Franck Hertz. Para esta conexión es necesario tener cables BNC a caimán y un cable de datos RS 232. Adicional a esto se requiere de un osciloscopio y una termocupla (enfudada), que es un termómetro termoelectrónico.



Figura 1. Montaje completo Franck-Hertz.

En el montaje completo 1 se incluye el tubo de Franck-Hertz, que va dentro de la estufa. El funcionamiento del tubo se observa en la figura 2, donde U_H se refiere al voltaje necesario para la emisión termoiónica de electrones, U_1 es el voltaje de aceleración y U_2 es el voltaje de retardo. La emisión de electrones se da desde el cátodo C hasta la rendija de aceleración (ánodo) A y luego al colector S . Dentro del tubo se encuentra mercurio en forma gaseosa, con el cual colisionarán los electrones. La distancia entre C y A es considerablemente mayor al *mean free path* del electrón, con el fin de garantizar que sí hayan colisiones.

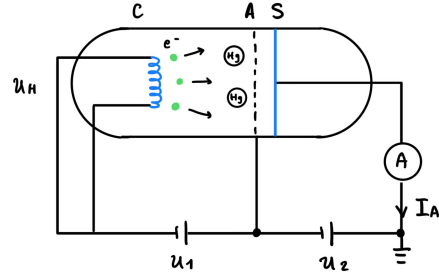


Figura 2. Diagrama funcionamiento de tubo Franck-Hertz.

B. Procedimiento experimental

1. Análisis cualitativo

Conectando la termocupla, la estufa y la unidad de control de la unidad, se encienden los dos últimos y se establecen las siguientes condiciones: $U_H = 6,3V$, $U_1 = 0V$ y $U_2 = 2V$. Manipulando la perilla de la estufa (entre 5 y 6), se monitorea hasta que llegue a $200^\circ C$. En este momento, se conectan las salidas de voltaje (X) y corriente (Y) al osciloscopio. Subir el voltaje a $50V$ y tomar mediciones de corriente desde $0V$ hasta U_1 en intervalos de tiempo periódicos. Observar lo que se evidencia en el osciloscopio.

2. Medición de la corriente I_A en función de voltaje U_1

Para realizar las mediciones, se conecta el computador con el software Franck-Hertz al módulo de control. Con la estufa encendida y la temperatura estabilizada cerca de $200^\circ C$, se cambia el selector de medición a "PC" para monitorear los datos en el computador. Luego, se ajustan los parámetros reportados en la guía [5]. Se selecciona la temperatura como variable reportable para controlarla manualmente. El programa permitirá iniciar la medición cuando la temperatura alcance el valor establecido.

Para identificar máximos y mínimos, se accede al menú *Análisis* y se selecciona *Análisis de curva*. se ajusta la sensibilidad para detectarlos y se visualizan en la gráfica. Se guardan las figuras para el reporte y se exportan la serie de datos junto con la información de los máximos y mínimos para análisis posterior. Se deben tomar varias series de datos a la misma temperatura, observando las diferencias entre las gráficas.

Posteriormente, a valores de U_H y U_2 constantes, se varía la temperatura entre $190C - 210C$ y se registraron los valores de I_A y U_1 . Así mismo, se tomó una serie de datos a temperatura fija de $210^\circ C$ para diferentes

valores de U_2 . Por último, se tomó una serie de datos a 207°C y a un $U_2 = 2\text{V}$, variando los valores de V_H .

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A. Análisis cualitativo

Manipulando la perilla de la estufa de tal manera que se llegue a una temperatura constante entre 200°C y 210°C . Se conectan las salidas de voltaje y corriente a diferentes entradas del osciloscopio encendiendo el modo *function* con forma de dientes de sierra. Se miden las distancias x entre mínimos de la curva observada I.

Voltaje (V)	Tiempo (ms)
8.00	2.80
9.60	3.20
15.2	3.20
20.0	2.80
27.2	3.20
25.6	5.20

Cuadro I. *Mínimos de voltaje respecto a tiempo.* Se tomaron las diferencias de distancia entre mínimos usando el cursor de tiempo del osciloscopio.

A partir de los datos de voltaje se calcula la distancia entre ellos (cambio de voltaje), con lo que se obtiene:

ΔV
4.60 V
5.60 V
4.80 V
5.6 V
1.6 V

Cuadro II. *Diferencia entre mínimos de voltaje.* A partir del cursor del osciloscopio se obtuvieron los valores de la tabla.

Tomando el promedio de las diferencias II de voltaje entre cada mínimo se obtiene un $\Delta V = 4,4\text{V}$.

B. Posición de los máximos

Se realizaron 3 tomas de datos a la misma temperatura aproximada de 200°C para voltaje contra corriente. Con esto se pretende observar la diferencia entre las gráficas y distinguir el efecto de la temperatura en la tendencia de los datos.

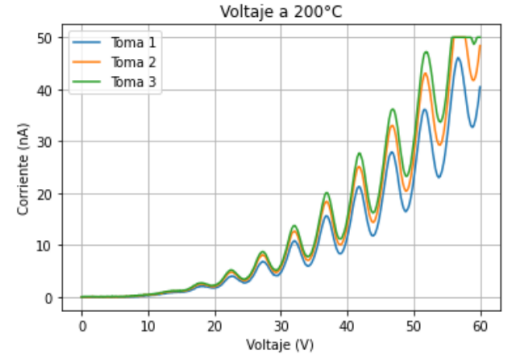


Figura 3. *Voltaje respecto a corriente a temperatura constante alrededor de 200°C .* La gráfica muestra el voltaje para tres tomas idénticas a temperatura constante.

Se observa que las gráficas son muy similares entre sí, teniendo sólo fluctuaciones significativas para voltajes mayores a 50, lo que se debe a las leves variaciones de la temperatura debido a la dificultad de mantenerla constante en 200°C con la perilla de la estufa. Por esto, no se justifica realizar varias tomas (análisis estadístico), dado que todas se comportarán de manera aproximadamente igual mientras que se tenga la misma temperatura.

C. Dependencia de temperatura

Manteniendo constantes los valores U_2 y U_H se registró la corriente para tres temperaturas distintas en un rango de 190° a 210° . Se observa en la gráfica 4 que los mínimos aumentan en corriente a medida que se tiene mayor temperatura, lo que se debe a que hay una mayor emisión termoiónica de electrones por parte del cátodo con voltaje U_H , que se traduce a la corriente de lectura.

Se espera que al medir la distancia entre los mínimos para cada temperatura se encuentre que equivale al valor esperado de 4.67eV (energía del estado base de mercurio). Los valores medidos estuvieron cerca de este valor (Tabla IV), pero todos se encuentran por encima de él. Estas desviaciones adicionales de energía pueden ser producto de interacciones electrónicas adicionales que hagan que se requiera una mayor cantidad de trabajo para ionizar los electrones del mercurio.

D. Dependencia de U_2

Se realizaron tres medidas para los valores de voltaje de frenado $U_2 = 1,0\text{V} - 1,5 - 2,0\text{V}$. Los resultados se muestran en la gráfica 5. Se observan los mínimos característicos de las colisiones inelásticas de los átomos de Hg en las mismas posiciones para las tres tomas, con pequeñas diferencias provenientes de las fluctuaciones

	$T_1(190^\circ C)$		$T_2(200^\circ C)$		$T_3(214^\circ C)$	
min	$U_1 \pm 0,01(V)$	$I \pm 0,01(nA)$	$U_1 \pm 0,01(V)$	$I \pm 0,01(nA)$	$U_1 \pm 0,01(V)$	$I \pm 0,01(nA)$
1	24.29	6.78	24.44	3.74	29.71	2.55
2	29.3	11.48	29.23	5.61	34.72	3.43
3	34.09	10.19	34.09	8.5	39.24	4.5
4	39.02	15.34	38.99	12.21	44.17	5.98
5	44.07	22.89	44	17.79	48.96	7.8
6	49.18	33.84	48.93	25.41	53.82	10.34
7	-	-	54.06	25.41	58.75	10.34

Cuadro III. Posiciones de los mínimos para cada temperatura de la serie de datos mostrada en la figura 4. Las posiciones de los mínimos fueron obtenidas directamente del programa de medición

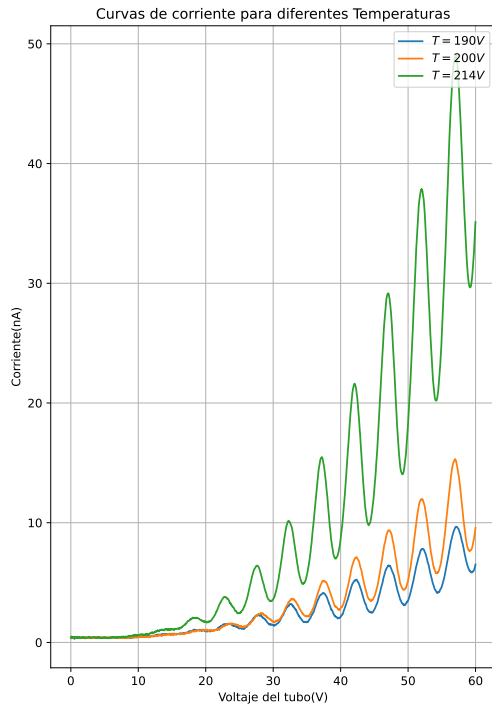


Figura 4. Corriente medida respecto a el voltaje del ánodo para diferentes valores de temperatura.

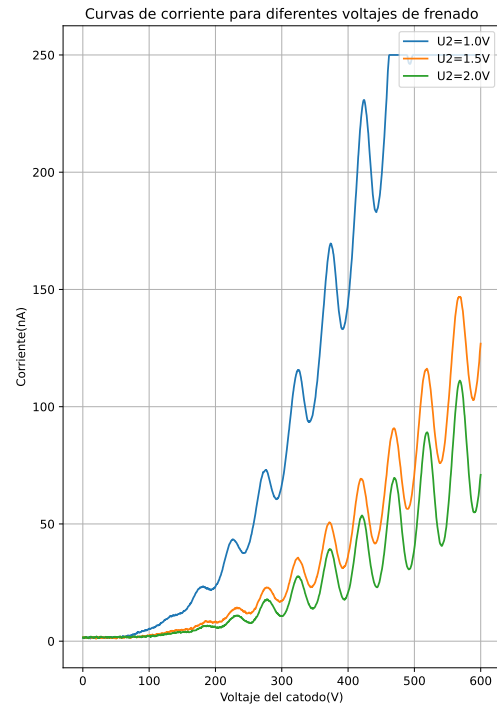


Figura 5. Corriente medida respecto a el voltaje del ánodo para diferentes valores de voltaje de frenado.

	$\Delta U_1 \pm 0,01$		
Minimos	$T_1(190^\circ C)$	$T_2(200^\circ C)$	$T_3(214^\circ C)$
1 \rightarrow 2	5.01	4.79	5.01
2 \rightarrow 3	4.79	4.86	4.52
3 \rightarrow 4	4.93	4.90	4.93
4 \rightarrow 5	5.05	5.01	4.79
5 \rightarrow 6	5.11	4.93	4.86
6 \rightarrow 7	-	5.13	4.93

Cuadro IV. Diferencia de voltaje entre mínimos adyacentes para cada valor de temperatura

de temperatura. Así mismo, observamos que la corriente medida disminuye al aumentar el voltaje de frenado como es de esperarse, ya que los electrones ionizados pierden una mayor cantidad de energía cinética antes de llegar al detector.

E. Dependencia de V_H

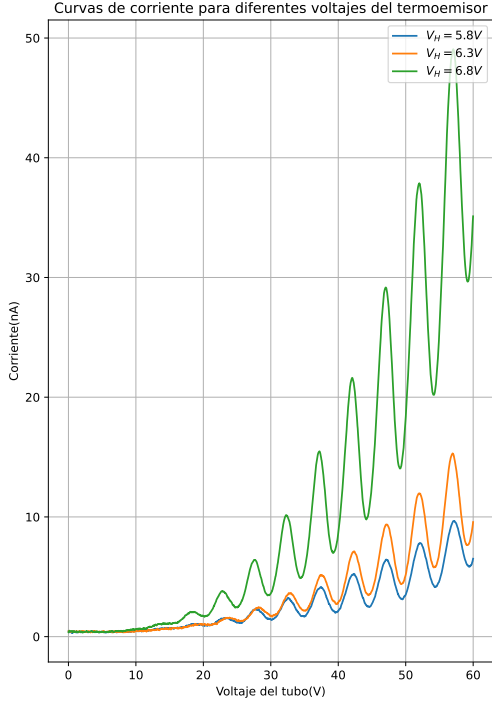


Figura 6. Corriente medida respecto a el voltaje del ánodo para diferentes valores de voltaje del termoemisor.

De manera similar a la actividad anterior, se realizaron mediciones a una temperatura y voltaje de frenado constantes de alrededor de 207°C y 2V respectivamente, a tres diferentes valores del voltaje del termoemisor. Se observa de la gráfica 6 que la corriente aumenta con el voltaje V_H , lo cual es de esperarse ya que un aumento de potencial significa una mayor cantidad de electrones ionizados desprendidos del cátodo.

F. Longitud de camino medio

Usando las mismas series de datos de la sección C, se graficaron las diferencias de energía entre los mínimos registrados en la tabla IV en función del orden del mínimo y se realizó un ajuste lineal. Los resultados se muestran en la figura 7. Con ello, podemos obtener de manera experimental la longitud de camino media para cada temperatura según la ecuación [5]:

$$\bar{l}_{exp} = \frac{L}{2E_a} \frac{d\Delta E(n)}{dn} \quad (4)$$

Donde $L = 12\text{cm}$ y $E_a = 4,67\text{eV}$. Usando los resultados de las pendientes de la gráfica 7 obtenemos los

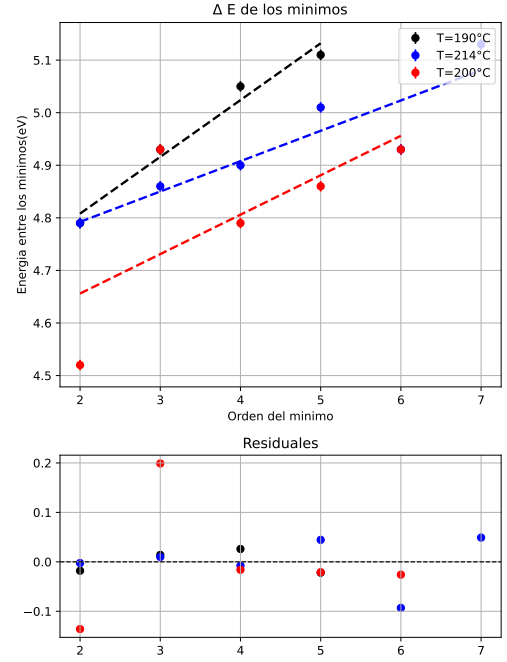


Figura 7. Diferencia de energía entre los mínimos en función del orden del mínimo para diferentes valores de temperatura. Se muestra un ajuste lineal con sus respectivos residuales

T($^\circ\text{C}$)	190	200	214
$\bar{l}_{exp}(\text{cm})$	$0,108 \pm 0,01$	$0,075 \pm 0,01$	$0,05 \pm 0,04$

Cuadro V. Longitudes de camino medio experimentales obtenidas para diferentes valores de temperatura. Fueron calculados según la ecuación 4

valores de la tabla V.

IV. CONCLUSIONES

Del análisis cualitativo, observamos claros mínimos en las curvas de corriente en función del voltaje del ánodo. Esto concuerda con el modelo de colisiones inelásticas para los átomos de mercurio. Así mismo, las diferencias de voltaje calculadas son cercanas a el valor esperado pero fluctúan significativamente entre si. Esto puede ser debido a fluctuaciones de temperatura en la misma toma de datos. Una tendencia similar se observa para las otras tomas de datos, por lo que se considera que las fluctuaciones de temperatura de la estufa son el mayor determinante del error experimental en la practica.

Por otro lado, se observó que la corriente tiene una clara dependencia de las diferentes variables del experimento. En particular, se comprobó que a una mayor temperatura debemos observar una mayor cantidad de

corriente en el ánodo, ya que se generan mas electrones los cuales son mas energéticos. De manera análoga, la corriente también es proporcional el voltaje del termo emisor V_H , ya que los electrones que se generan son mas energéticos. En cambio, la corriente disminuye cuando aumentamos el voltaje de frenado U_2 , ya que los electrones necesitan una mayor cantidad de energía cinética para poder llegar al detector.

Por ultimo, se usaron las diferencias de energía entre

los mínimos para calcular la distancia de camino medio del gas de mercurio. Debido a que los datos de diferencia de energía cambian erráticamente debido a las fluctuaciones de temperatura de la estufa, los valores calculados mediante estos son poco confiables. Esto se refleja en que los valores experimentales son del orden de $\approx 10^{-1} \text{cm}$, mientras los valores teóricos predichos por la ecuación 3 son del orden de $\approx 10^{-10}$ para valores de temperatura de alrededor de 200°C

-
- [1] R. E. Robson, R. D. White, and M. Hildebrandt, The European Physical Journal D **68**, 188 (2014).
 - [2] J. Franck, G. Hertz, and J. Koehler, *On Collisions Between Electrons and Mercury Vapor Molecules and the Ionization Potential of the Latter* (1937).
 - [3] H. Kragh, *Niels Bohr and the quantum atom: The Bohr model of atomic structure 1913-1925* (OUP Oxford, 2012).
 - [4] G. Holton, American Journal of Physics **29**, 805 (1961).
 - [5] U. de los Andes, *Espectros atómicos: Experimento de Franck-Hertz, Guías de laboratorio intermedio* (2024).
 - [6] K. W. Vugrin, L. P. Swiler, R. M. Roberts, N. J. Stucky-Mack, and S. P. Sullivan, Water Resources Research **43** (2007), <https://doi.org/10.1029/2005WR004804>.

APÉNDICE DE CÁLCULO DE ERRORES

Los códigos donde se realizan los ajustes con su respectiva incertidumbre se encuentran a continuación: https://github.com/andresarias1105/Experimentos/blob/main/Franck_hertz_fit.ipynb, https://github.com/margarita1509/intermedio_mmruiz31

Las incertidumbres de los parámetros de las regresiones son obtenidos directamente de la función *Curvefit* de Scipy, la cual estima el error basándose en una aproximación lineal a la función modelo alrededor de los valores óptimos.[6].

Para la propagación de error se usó la formula:

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\sigma_z\right)^2 + \dots} \quad (5)$$

Para la regresión lineal se utilizaron las siguientes for-

mulas:

$$m = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (6)$$

$$b = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (7)$$

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{n \sum (y_i - mx_i - b)^2}{(n-2)(n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)}} \quad (8)$$

$$\sigma_b = \sqrt{\left(1 + \frac{(\sum x_i)^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}\right) \frac{\sum (y_i - mx_i - b)^2}{n(n-2)}} \quad (9)$$

Para los valores promedios, se tomó el error como la desviación estándar de los valores experimentales, dividido por la raíz del doble del numero de datos -1:

$$s = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}}{\sqrt{2N-1}} \quad (10)$$

De acuerdo con la ecuación de propagación de errores, los errores de las variables calculadas son:

$$\sigma_{\bar{l}} = \frac{L}{2E_a} \sigma_m$$