

Física de muones

Andrés Felipe Arias* and María Margarita Ruiz**

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 12 de septiembre de 2024)

Esta práctica tenía como objetivo la detección de muones a partir de la interacción entre la atmósfera y la radiación cósmica, con lo que se mediría el tiempo de vida medio y el flujo local de los muones, así como demostrar la dilatación del tiempo. Usando el montaje de detección y amplificación, se registraron 7171 decaimientos de muones y se calculó un tiempo de vida medio $\tau_{obs} = 2,185 \pm 0,018 \mu s$ valor a una desviación de $\approx 0,7\sigma$ del valor aceptado con error porcentual del 0,68 %. A causa de la baja densidad de muones registrados, no se pudo determinar de manera significativa la razón μ_+/μ_- , al tener mayormente detecciones para antimuones. Finalmente, se calculó el valor de la constante de acoplamiento de Fermi, $G_F = (1,167 \pm 0,0048)(\hbar c)^3 \cdot 10^{-5} GeV^{-2}$, teniendo una desviación de aproximadamente $0,2\sigma$ y un error porcentual de 0,08 %.

I. INTRODUCCIÓN

Descubierta en 1936 por Carl Anderson y Seth Neddermeyer mientras estudiaban los caminos dejados por rayos cósmicos que pasaban por una Cámara de niebla[?]. Anderson y Neddermeyer detectaron la presencia de partículas que se curvaban al pasar por un campo electromagnético de forma distinta a las otras partículas conocidas[?]. El muon era hasta entonces la sexta partícula elemental encontrada experimentalmente, después del electrón, el protón, el neutrón, el fotón y el positrón (También descubierto por Anderson[1]).

Según el modelo estándar, el muón es de la familia de los leptones, y es una partícula elemental masiva, teniendo 200 veces la masa del electrón[2]. Debido a la interacción entre la radiación cósmica y la atmósfera terrestre, se generan piones, neutrones, kaones, fotones, positrones y electrones que, posteriormente, decaen en neutrinos, fotones y muones debido a interacciones débiles o electromagnéticas[3]. En específico, los piones decaen en muones y neutrinos mediante el bosón W^+ , como se observa en la diagrama de Feynman de la figura 1.

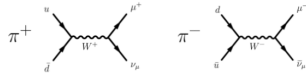


Figura 1. Decaimiento de piones a partir del bosón W^+ .

Los muones decaen en electrones/positrones y neutrinos/antineutrinos, proceso que se describe por la ecuación diferencial $dN = -N\lambda dt$, donde N se refiere al número de muones y λ es la tasa de decaimiento ($\lambda = 1/\tau$). La solución a la ecuación diferencial da como resultado una expresión para la cantidad de muones dependiente

del tiempo, equivalente a $N = N_0 e^{-\lambda t}$, donde N_0 es la cantidad inicial de muones. A partir de esto también se obtiene la densidad de probabilidad referente a la generación de muones, que corresponde a $\frac{dN}{N_0} = \lambda e^{-\lambda t} dt$. Gracias a que todos los muones que ingresan al detector tienen la misma distribución para el tiempo de vida media, se puede medir la tasa de decaimiento y τ .

Dado que es posible tener en el detector tanto muones como antimuones, los antimuones pueden interactuar con los protones en los núcleos de los átomos que componen al detector mismo, siguiendo la relación $\mu^- + p = n + \nu_\mu$. A causa de esto, se toma un promedio de la tasa de decaimiento, teniendo en cuenta muones y antimuones:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{N_+ \lambda^+ + N_- \lambda^-}{N_+ + N_-} = \frac{\rho \lambda^+ + \lambda^-}{\rho + 1} \quad (1)$$

El valor ρ representa la proporción entre muones y antimuones, siendo N^+/N^- . Los muones tienden a interactuar más con la atmósfera[4], por lo que hay mayor probabilidad de detectar antimuones en el experimento. Aprovechando la relación entre el tiempo de vida media y la tasa de decaimiento, se obtiene para el tiempo observado que:

$$\tau_{obs} = (1 + \rho) \frac{\tau^- \tau^+}{\rho \tau^- + \tau^+} \quad (2)$$

Finalmente, dado que se conoce la expresión para el tiempo de decaimiento del muón para interacciones débiles en términos de la constante de Fermi, es posible obtener el valor de esta constante a partir del tiempo de vida media promedio que se observe en el experimento.

* Correo institucional: a.ariasv@uniandes.edu.co

** Correo institucional: mm.ruiz31@uniandes.edu.co

$$\tau_\mu = \frac{192\pi^3 \hbar^7}{G_F^2 m_\mu^5 c^4} \quad (3)$$

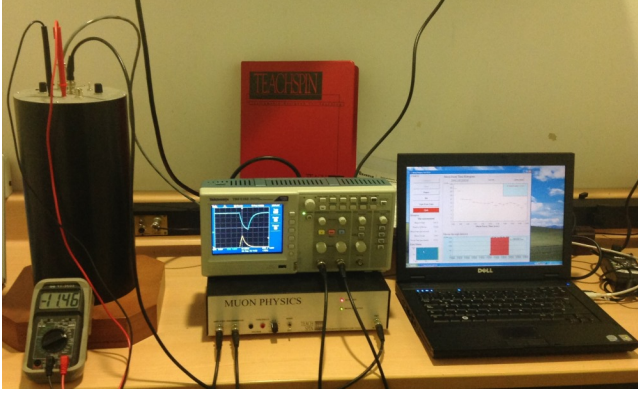


Figura 2. *Montaje experimental* compuesto del modulo de detección (izquierda), osciloscopio y modulo de amplificación (centro) y software de medición (derecha).

II. MONTAJE EXPERIMENTAL

A. Montaje

El montaje (figura 2) consiste en dos módulos diferentes: de detección y de amplificación. El módulo de detección se compone por un cilindro de aluminio con diámetro de 16.5 cm y altura de 36cm, que contiene los elementos necesarios para la detección. Dentro del cilindro se encuentra el centellador plástico, un tubo fotomultiplicador (PMT), una fuente de alto voltaje (HV) y un diodo con su equipo electrónico (LED). El centellador se acopla a un fotomultiplicador y los electrodos HV no están expuestos. Debido al grosor del centellador se tiene garantía de que la luz producida superará el umbral del PMT, ya sea por muones pasando a través del cilindro o en decaimiento.

El módulo de amplificación consiste en equipamiento electrónico que amplifica la señal proveída por el PMT y compara el valor registrado con un umbral de detección ajustable. Si supera el valor del umbral, es enviado a un chip FPGA y se empieza a medir el tiempo entre ese pulso eléctrico y el siguiente, donde la diferencia temporal es enviada al software de medición, el cual registra los tiempos de decaimiento registrados por la FPGA.

B. Procedimiento experimental

Antes de realizar las mediciones, es necesario caracterizar el funcionamiento de los diferentes componentes del montaje. Este proceso se describe a continuación:

- **Caracterización del amplificador:** Se envían señales sinusoidales del generador de señales a la entrada PMT input del modulo del amplificación,

y se monitorea su salida. Esto se realiza con una señal de 100kHz y 100mV de V_{pp} . También se envió una señal de 500kHz y 50mV de V_{pp} y se aumento su amplitud hasta que se observara que el amplificador se saturara.

- **Caracterización del discriminador:** Se envió una señal al PMT input del modulo del amplificador y se registra la salida del discriminador y del amplificador. Se estudia la salida a diferentes valores de *threshold* del discriminador
- **Caracterización de la FPGA:** Se enciende el *pulsador* del centellador y se mide el tiempo entre los pulsos, tanto con el osciloscopio como con el software de medición
- **Caracterización centellador:** Se observan las amplitudes de los pulsos registrados antes y después de su amplificación. Posteriormente se buscan parámetros óptimos del voltaje del centellador (HV) y del *threshold* tal que el discriminador y el amplificador muestren una respuesta 1 a 1.
- **Medición:** A partir de las caracterizaciones se determinan los parámetros óptimos de la medición, tal que las señales amplificadas tengan una amplitud de alrededor de 200 mV y el muon rate este en promedio entre 6-15 conteos por segundo.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A. Caracterización del montaje

- **Caracterización del amplificador:** Se calculó la ganancia del amplificador a partir de los voltaje de entrada y salida:

$$G = 21 \frac{V_{out}}{V_{in}} = 21 \frac{1,12V}{0,1V} = 235,2 \quad (4)$$

Se observa que si se aumenta la frecuencia de la señal sinusoidal, disminuye el voltaje de salida. También se distingue que el tiempo mínimo que puede detectar coincide con la máxima frecuencia del generador, correspondiente a 20MHz. Observando la señal del osciloscopio, se nota que el amplificador se satura cuando la señal original tiene una amplitud de alrededor de 150mVpp, dado que desde este punto la curva se distorsiona.

- **Caracterización del discriminador:** Se observa que la amplitud de la señal antes del amplificador sólo puede llegar hasta 60mV, dado que luego de esto no se filtra.

- **Caracterización del FPGA:** Se realizó una comparación entre el tiempo medido con el cursor del osciloscopio y el medido por el software de detección de muones, a partir de lo cual se obtuvo una relación lineal, visible en la figura 3.

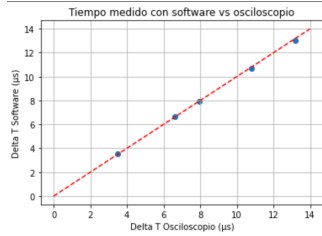


Figura 3. Relación lineal entre tiempo medido por osciloscopio y tiempo medido por software de detección. Usando el cursor del osciloscopio se midió el tiempo entre dos pulsos eléctricos y se comparó con el tiempo determinado por el software de detección. Se observa una relación lineal, lo que demuestra la exactitud del software.

- **Caracterización del centellador:** Inicialmente, conectando el PMT al módulo de detección, se observa que al tener mayor voltaje hay una mayor cantidad de pulsos eléctricos de baja amplitud, por lo que resulta claro el por qué de un amplificador. Se determinó que lo ideal es un voltaje alto (HV) entre 800V y 950V, dado que con estos no se observa distorsión en el osciloscopio. Haciendo uso del osciloscopio, se verificó que por cada señal del amplificador se obtuviera un sólo pulso del discriminador, visible en la figura 4.

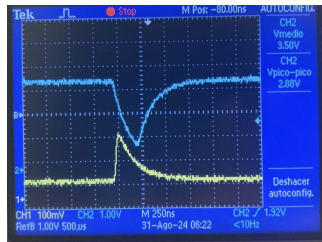


Figura 4. Señal del amplificador y del discriminador. En azul se distingue el pulso generado por el discriminador, mientras que en amarillo se tiene la señal del amplificador.

B. Mediciones

De acuerdo con la caracterización de los diferentes elementos del montaje, se escogieron valores del voltaje del centellador y del discriminador que se pretendían óptimos. En particular, se ajustó 822V y 0,180V respectivamente, tal que la tasa de muones que entran al centellador se mantuviera entre 6 a 15 por segundo. El

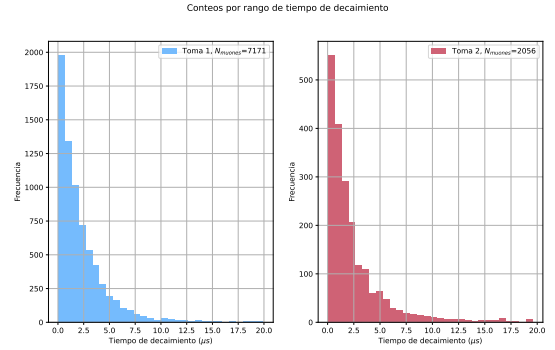


Figura 5. Histograma de tiempos de decaimiento para ambas tomas de datos ($N_0 = 7171$ y $N_0 = 2056$). Se observa que los datos siguen una tendencia de decaimiento exponencial. Se usaron 30 bins para garantizar un muestreo adecuado de la distribución.

detector se dejó encendido por 68 horas, tiempo en el cual se registraron 7171 decaimientos. Así mismo, se usó otra toma de datos registrada por el grupo anterior de laboratorio, con su respectivo consentimiento [1]. A estos datos se les realizó un primer filtro en el cual se removieron todos los tiempos mayores a $40\mu s$, que representan los muones que entraron al detector y no decayeron, y posteriormente se organizaron en el histograma de la figura 5.

Partiendo del histograma, se realizó una curva de decaimiento (figura 6), tomando N_0 como el número total de decaimientos registrados, como muestra de los decaimientos totales. Esto es válido ya que el valor $\frac{dN}{N_0} = -\lambda dt$ es independiente de N_0 , lo que significa que podemos estimar el valor de λ sin importar en qué parte de la curva estemos. Esto nos permite estimar la vida media de los muones así estos hayan sido generados en la atmósfera y no en el centellador.

A las curvas de la figura 6 se les ajustó un modelo de la forma $N(t) = ae^b + D$, donde el parámetro D pretende tomar en cuenta la radiación de fondo que pudo haber sido registrada por el detector. Este parámetro fue restado de las tomas de datos, y posteriormente se realizó otro ajuste, pero ahora de la forma ae^b . Como $\lambda = 1/\tau$ obtenemos el tiempo de vida media observado de los muones. Promediando para ambas tomas de datos:

$$\tau_{obs} = 2,185 \pm 0,018\mu s \quad (5)$$

Este tiempo es cercano al que esperamos medir, ya que debido a que el muon llega al reposo dentro del centellador, se mide el tiempo del decaimiento desde el marco común del laboratorio y el muón.

Así mismo, usando el parámetro D , podemos estimar que el detector registra una radiación de fondo del or-

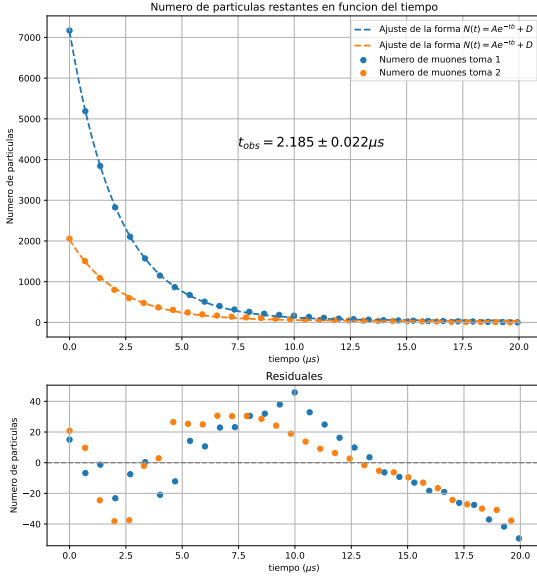


Figura 6. Curva de decaimiento para ambas tomas de datos, con sus respectivos residuales. Esta curva se construyó sustrayendo la suma acumulativa del histograma a el número total de eventos registrados. Se ajustó un modelo exponencial con parámetros $a = 7106 \pm 20$, $b = 0,4589 \pm 0,0027 \mu s^{-1}$, y $D = 49 \pm 6$ para la toma 1 y $a = 1997 \pm 20$, $b = 0,457 \pm 0,009 \mu s^{-1}$, y $D = 37 \pm 6$ para la toma 2. El ajuste parece adecuado a primera vista, pero los residuales siguen la necesidad de otro término.

den de 43 ± 4 por segundo, que pueden corresponder a otras partículas provenientes de rayos cósmicos como los piones, o de electrones con suficiente energía como para ser captados por el centellador.

Por otro lado, también se realizó la linealización de los datos, con su respectivo ajuste mostrado en la figura 7. Se observa en los residuales que hay una clara tendencia oscilatoria en la toma de datos, posiblemente debido a la exaltación de los errores experimentales por parte del logaritmo.

Conociendo el tiempo de vida media observado de los muones, podemos calcular la tasa de muones e antimuones $\rho = N_+/N_-$, conociendo su respectivos tiempos de decaimiento en el carbono (ya que el centellador esta compuesto principalmente por plástico), de $\tau^- = 2,043 \pm 0,003 \mu s$ y $\tau^+ = 2,1969811 \pm 0,000002 \mu s$. [4, 5]:

$$\rho = -\frac{\tau^+}{\tau^-} \frac{\tau^- - \tau_{obs}}{\tau^+ - \tau_{obs}} = 12,74 \pm 20 \quad (6)$$

Esto concuerda con el hecho que los muones son mu-

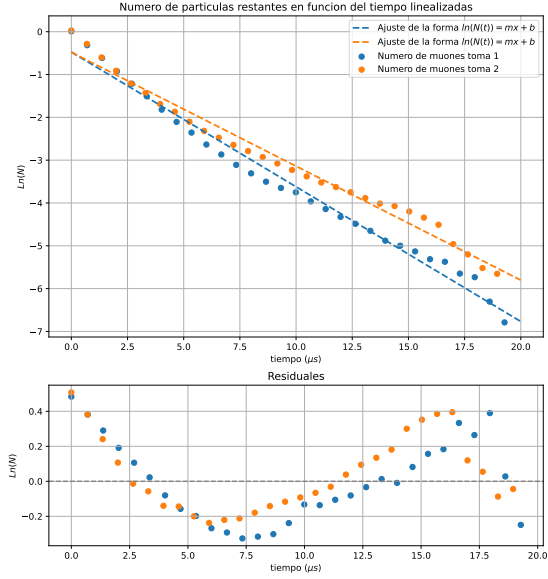


Figura 7. Linealización de la Curva de decaimiento para ambas tomas de datos, con sus respectivos residuales. De los residuales se observa que un modelo lineal no es adecuado, por lo que cualquier conclusión de esta serie de datos no sería estadísticamente significativa.

cho más propensos a interactuar con la materia de la atmósfera, por lo que se espera una mayor cantidad de antimuones. La gran incertidumbre de este parámetro proviene de la cercanía entre el valor de τ_{obs} y τ^+ (véase apéndice de calculo de errores ecuación 14), por lo que no podemos afirmar significativamente el valor de ρ , debido a la poca cantidad de μ^- registrados ¹.

Por ultimo, se calculó el valor de la constante de acoplamiento de Fermi:

$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3} = (1,167 \pm 0,0048) \cdot 10^{-5} GeV^{-2} \quad (7)$$

De acuerdo con la base de datos de constantes físicas del *Particle Data Group* [5], el valor de la constante de Fermi es equivalente a $1,166(\hbar c)^3 GeV^{-2}$, por lo que se puede decir que el valor calculado es exacto y, por la pequeña propagación de error calculada, preciso.

¹ Si se usa el valor de $\tau_{obs} = 2,122 \pm 0,027 \mu s$ obtenido directamente del software de medición se calcula $\rho = 1,13 \pm 0,79$, pero este valor no fue usado debido a que no se pudo reproducir mediante el análisis de la practica

IV. CONCLUSIONES

En primera instancia, el valor calculado para el tiempo de vida media es muy cercano al valor reportado por el Valor aceptado en la literatura [5] a una concordancia excelente ya que se obtuvo una desviación de $\approx 0,7\sigma$. Así mismo, las medidas tuvieron un buen grado de exactitud, teniendo un error porcentual del 0,86 %. Lo que implica que el ajuste exponencial realizado de la forma ae^b fue adecuado para extraer el valor mediante la tasa de decaimiento. Por otro lado, esto confirma que es valido afirmar que el muon llega completamente al reposo dentro del detector, ya que no se observan efectos relativistas. Sin embargo, respecto a la curva de decaimiento se observa que el ajuste exponencial realizado no es el ideal al tener que los residuos de este no están centrados en 0, y se observa una clara tendencia similar para ambas tomas de datos. Esto sugiere la necesidad de otro termino en el ajuste, o un error sistemático en la practica experimental.

Respecto al cálculo de la densidad de muones, este no se pudo determinar con seguridad dado que la razón

entre muones y antimuones era de gran incertidumbre, al tener un tiempo de vida media similar al tiempo del antimuón. Esto es a causa de que se registraron muy pocos muones a diferencia de antimuones, dado que los muones tienden a interactuar más con la atmósfera, disminuyendo su detección en el laboratorio. Se sugieren experimentos posteriores a diferentes alturas, para observar como cambia la razón de muones en función de la altura, para caracterizar la tasa de decaimiento de los muones en la atmósfera. Finalmente, respecto al cálculo de la constante de acoplamiento de Fermi, se observa que es muy cercana al valor real ($\approx 0,2$) y tiene pequeña incertidumbre, confirmando que el valor calculado para el tiempo de vida media es el adecuado.

Se distingue la importancia de realizar la caracterización de los elementos que componen los módulo de detección y de amplificación, dado que con esto se pueden determinar los voltajes ideales bajo los cuales se debe realizar la toma de datos y se puede verificar su correcto funcionamiento usando el generador de señales y el osciloscopio.

-
- [1] C. D. Anderson, Phys. Rev. **43**, 491 (1933).
 - [2] S. Weinberg, Eur. Phys. J. C **34**, 5 (2004), arXiv:hep-ph/0401010.
 - [3] S. Cecchini and M. Spurio, Geoscientific Instrumentation, Methods and Data Systems **1** (2012), 10.5194/gi-1-185-2012.
 - [4] B. Rossi, *High-energy Particles*, Prentice-Hall physics series (Prentice-Hall, 1952).
 - [5] E. Tiesinga, P. Mohr, D. Newell, and B. Taylor, (2021), <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.93.025010>.
 - [6] K. W. Vugrin, L. P. Swiler, R. M. Roberts, N. J. Stucky-Mack, and S. P. Sullivan, Water Resources Research **43** (2007), <https://doi.org/10.1029/2005WR004804>.

APÉNDICE DE CÁLCULO DE ERRORES

El código donde se realizan los ajustes con su respectiva incertidumbre se encuentra a continuación: https://github.com/andresarias1105/Experimentos/blob/main/Muones_fit.ipynb

Las incertidumbres de los parámetros de las regresiones son obtenidos directamente de la función *Curvefit* de Scipy, la cual estima el error basándose en una aproximación lineal a la función modelo alrededor de los valores óptimos.[6].

Para la propagación de error se usó la formula:

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\sigma_z\right)^2 + \dots} \quad (8)$$

Para la regresión lineal se utilizaron las siguientes formulas:

$$m = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (9)$$

$$b = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (10)$$

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{n \sum (y_i - mx_i - b)^2}{(n-2)(n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)}} \quad (11)$$

$$\sigma_b = \sqrt{\left(1 + \frac{(\sum x_i)^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}\right) \frac{\sum (y_i - mx_i - b)^2}{n(n-2)}} \quad (12)$$

Para los valores promedios, se tomó el error como la desviación estándar de los valores experimentales, dividido por la raíz del doble del numero de datos -1:

$$s = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}}{\sqrt{2N-1}} \quad (13)$$

De acuerdo con la ecuación de propagación de errores, los errores de las variables calculadas son:

$$\sigma_\rho = \frac{\tau^+ - \tau^- + \tau_{obs}}{\tau^- (\tau^+ - \tau_{obs})^2} \sigma_{t_{obs}} \quad (14)$$

$$\sigma_{G_F} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{192\pi^3 \hbar}{\tau_\mu^3 m_\mu^5 c^{10}}} \sigma_{\tau_\mu} \quad (15)$$