- Se inicia con desarrollar la expansion de serie de taylor para $f(x+h)$ y $f(x-h)$

— $f(x+h) = f(x) + hf^{(1)}(x) + \frac{h^2}{2} f^{(2)}(x) + O(h^3)$

→ $f(x-h) = f(x) - hf^{(1)}(x) + \frac{h^2}{2} f^{(2)}(x) + O(h^3)$

- se suman ambas expresiones para encontrar $f^{(2)}$

— $f(x+h) + f(x-h) = 2f(x) + h^2 f^{(2)}(x) + \frac{h^4}{12} f^{(4)} + O(h^6)$

→ $f^{(2)}(x) = \dfrac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x) - \frac{h^4}{12} f^{(4)}(x) - O(h^6)}{h^2}$

— $f^{(2)}(x) = \dfrac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h} - \dfrac{h^2}{12} f^{(4)}(x) - O(h^4)$ ec.1

- se desarrolla la expansion de $f(x+2h)$ y $f(x-2h)$

— $f(x+2h) = f(x) + 2hf^{(1)}(x) + 2h^2 f^{(2)}(x) + \frac{4h^3}{3} f^{(3)}(x) + \frac{2h^{(4)}}{3} f^{(4)}(x) + O(h^5)$

— $f(x-2h) = f(x) - 2hf^{(1)}(x) + 2h^2 f^{(2)}(x) - \frac{4h^3}{3} f^{(3)}(x) + \frac{2h^4}{3} f^{(4)} - O(h^5)$

- sumar $f(x+2h)$ y $f(x-2h)$ para Hallar $f^{(4)}$

— $f(x+2h) + f(x-2h) = 2f(x) + 4h^2 f^{(2)}(x) + \frac{4h^4}{3} f^{(4)}(x) + O(h^6)$

— $f^{(4)}(x) = \dfrac{3}{4}\left[\dfrac{f(x+2h) + f(x-2h) - 2f(x)}{h^4}\right] - \dfrac{3}{h^2} f^{(2)}(x) - O(h^2)$ ec.2

• remplazar ec.1 en ec.2

$$- f^{(4)}(x) = \frac{3}{4}\left[\frac{f(x+2h)+f(x-2h)-2f(x)}{h^4}\right] - \frac{3}{h^2}\left[\left[\frac{f(x+h)-2f(x)+f(x-h)}{h^2}\right] - \frac{h^2}{12}f^{(4)}(x) - O(h^4)\right] - O(h^2)$$

$$- f^{(4)}(x) = \frac{3}{4}\left[\frac{f(x+2h)+f(x-2h)-2f(x)}{h^4}\right] + \frac{-3f(x+h)+6f(x)-3f(x-h)}{h^4} + \frac{1}{4}f^{(4)}x + O(h^2)$$

$$- \frac{3}{4}f^{(4)}(x) = \frac{3}{4}\left[\frac{f(x+2h)+f(x-2h)-2f(x)}{h}\right] + \frac{-3f(x+h)+6f(x)-3f(x-h)}{h^4} + O(h^2)$$

$$- f^{(4)}(x) = \frac{f(x+2h)-f(x-2h)-2f(x)}{h^4} + \frac{-4f(x+h)+8f(x)-4f(x-h)}{h^4} + O(h^2)$$

$$- \boxed{f^{(4)}(x) = \frac{f(x+2h)-4f(x+h)+6f(x)-4f(x-h)+f(x-2h)}{h^4} + O(h^2)}$$

• el orden del error al aproximar $f^{(4)}(x)$ seria $O(h^2)$