Carga y Campo Electrícos

Friday, May 23, 2025 6:05 PM

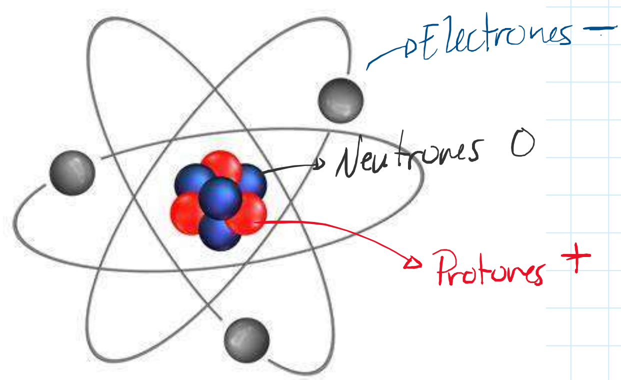
Carga Eléctrica:

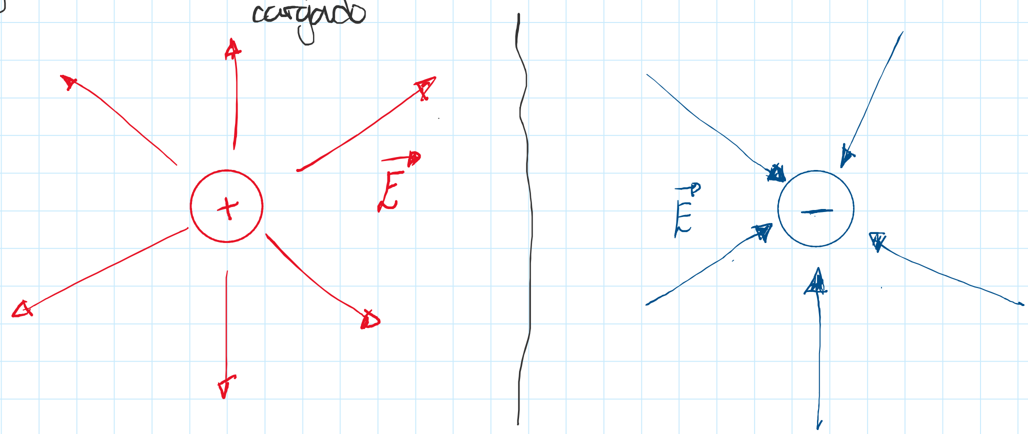
- Electrones → Negativos
- Protones → Positivos

• Se mide en Coulombs (C)

• Se denota como Q ó q

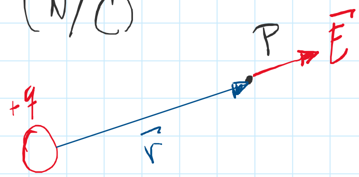
- Carga Puntual → Un punto cargado





$\vec{E}$: Campo Eléctrico (N/C)

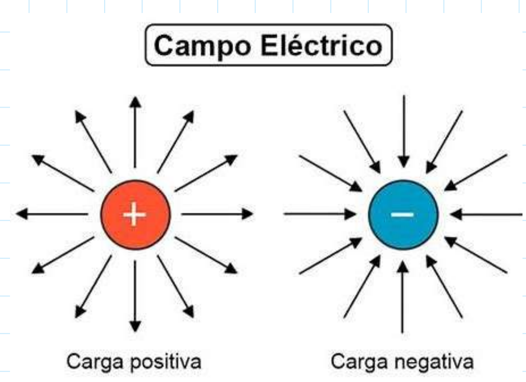
$$\vec{E} = \frac{Kq}{r^2} \cdot \hat{r}$$

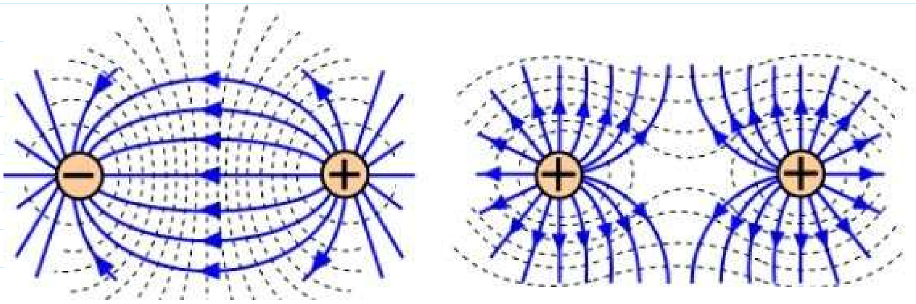


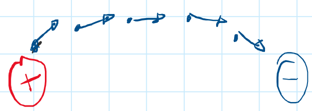
$\hat{r}$: Dirección de $\vec{r}$

r : Magnitud de $\vec{r}$

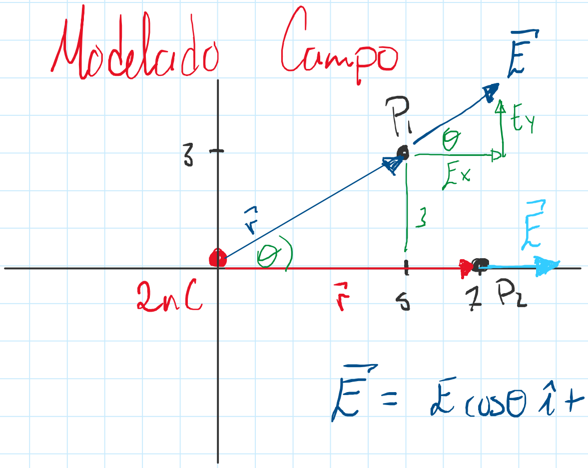
$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9 \ \frac{N\cdot m^2}{C^2}$$







Modelado Campo



$\vec{E} = \dfrac{Kq\,\hat{r}}{r^2}$ → Me genera las componentes

$r^2 = 3^2 + 5^2 = 34$

$\vec{E} = E\,\hat{\imath}$

$$\vec{E} = E\cos\theta\,\hat{\imath} + E\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{E} = E(\cos\theta\,\hat{\imath} + \text{sen}\,\theta\,\hat{\jmath}) = \frac{Kq}{r^2}\overbrace{(\cos\theta\,\hat{\imath} + \text{sen}\,\theta\,\hat{\jmath})}^{\hat{r}}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = 30{,}96°$$

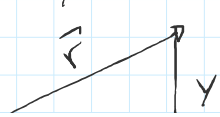
En P_1: $\Rightarrow$ $\vec{E} = \dfrac{(9\times10^9)(2\times10^{-9})}{34}\left[\cos(30{,}96)\hat{\imath} + \text{sen}(30{,}96)\hat{\jmath}\right] = 0{,}454\,\hat{\imath} + 0{,}272\,\hat{\jmath}$ N/C

En P_2: $\vec{E} = \dfrac{kq}{r}\hat{\imath} = \dfrac{(9\times10^9)(2\times10^{-9})}{34} = 0{,}529\,\hat{\imath}$ N/C

Generalización Del Problema:

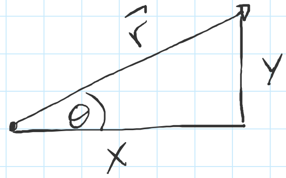
Parámetros:

- Posición del punto → Coordenadas → (x, y)
- Carga (q)



$\cos\theta = \dfrac{x}{r}$

- Carga (q)



$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\text{sen}\,\theta = \frac{y}{r}$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\left(\cos\theta\,\hat{\imath} + \text{sen}\,\theta\,\hat{\jmath}\right)$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \rightarrow r = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$ → No queremos. Muy incómoda

$$\cos\theta = \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\right)$$

$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad \Big| \quad \text{sen}\,\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

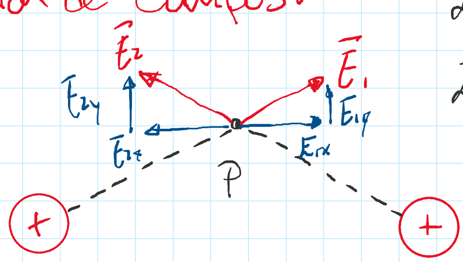
$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{kq}{x^2+y^2}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\hat{\imath} + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\hat{\jmath}\right)$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}\,(x\hat{\imath} + y\hat{\jmath})$$

↳ $\sqrt{x^2+y^2} = (x^2+y^2)^{1/2}$

$$\vec{E} = \frac{kq\,(x\hat{\imath} + y\hat{\jmath})}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

Superposición de Campos:



$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_P = (E_{1x} + E_{2x})\,\hat{\imath} + (E_{1y} + E_{2y})\,\hat{\jmath}$$

Fuerza Eléctrica

→ Existe cuando un campo interactua con una carga.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Fuerza entre 2 cargas:

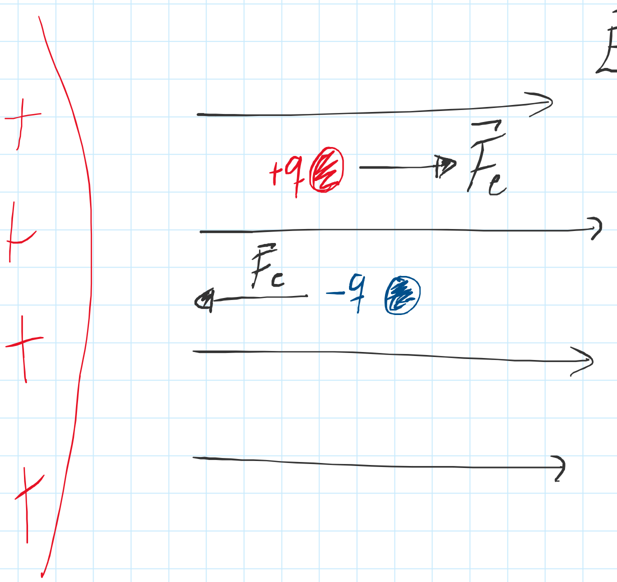
q_2

Fuerza entre 2 cargas:

$$F = q_2 \cdot E_1 = q_1 \cdot E_2$$

$$F = q_2 \cdot \frac{kq_1}{r^2} = q_1 \cdot \frac{kq_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = \frac{k|q_1 \cdot q_2|}{r^2} \cdot \hat{r}$$



+q se mueve con el campo

−q se mueve contra el campo

$$F = ma$$

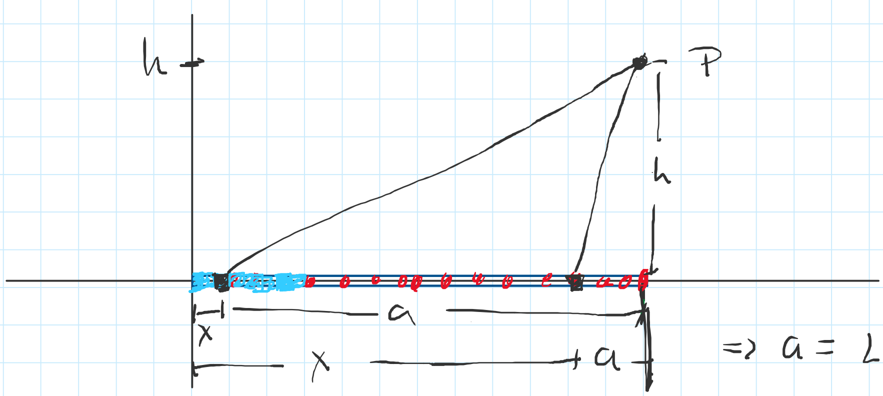
Distribuciones Continuas de Carga Lineales

Un cable de longitud L yace en el eje x coincidiendo un extreme con el origen. El cable tiene una carga Q. Encuentre el campo Eléctrico generado por el cable en el punto P en (L, h).

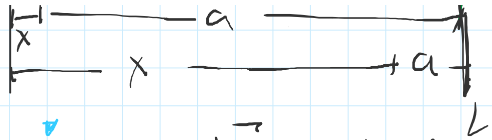
$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \cdot \hat{r}$$

En general, cuando la carga es continua, vamos a imaginarnos que es un conjunto de cargas puntuales unidas, una tras otra, hasta formar la figura continua.

Para calcular el campo, entonces calculamos el campo de cada pequeña carga puntual independiente y luego las sumamos.



$$\Rightarrow a = L - x$$



$\Rightarrow a = L - x$

$$\vec{E} = \frac{Kq}{r^2}\cdot\hat{r} \Rightarrow d\vec{E} = \frac{K\cdot dq}{r^2}\,\hat{r}$$

$$\int d\vec{E} = \int \frac{Kdq\,\hat{r}}{r^2} \Rightarrow \vec{E} = \int \frac{Kdq\,\hat{r}}{r^2}$$

Aprovechan el resultado $\vec{E} = \dfrac{Kq(a\hat{\imath}+y\hat{\jmath})}{(a^2+y^2)^{3/2}}$

Densidad lineal

$\lambda = \dfrac{Q}{L} \Rightarrow L\lambda = Q \Rightarrow x\lambda = q$

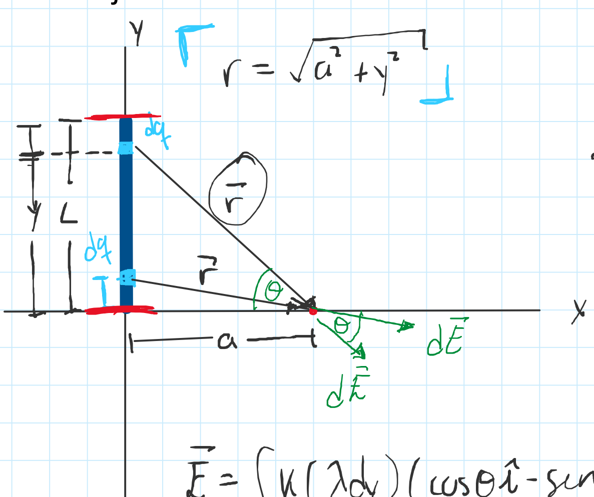
$\Rightarrow \lambda\cdot dx = dq$

$$\Rightarrow \vec{E} = \int \frac{k\cdot dq\,(a\hat{\imath}+y\hat{\jmath})}{(a^2+y^2)^{3/2}} = K\int_0^L \frac{\lambda\cdot dx\,(a\hat{\imath}+y\hat{\jmath})}{(a^2+y^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = K\lambda\int_0^L \frac{dx\,[(L-x)\hat{\imath}+y\hat{\jmath}]}{[(L-x)^2+y^2]^{3/2}} =$$

2) Un cable de Longitud L, se encuentra posicionado verticalmente con uno de sus extremos en el origen, como lo muestra la figura. El cable tiene una densidad de carga $\lambda(y) = 2y$. Encuentre el campo eléctrico generado en un punto a la derecha del cable, posicionado sobre el eje x a una distancia a.

$r = \sqrt{a^2+y^2}$



$$\vec{E} = \frac{Kq}{r^2}\hat{r} \qquad \lambda\cdot dy = dq$$

$$\vec{E} = \int \frac{Kdq\,\hat{r}}{r^2}$$

$$= \int \frac{Kdq\,(\cos\theta\hat{\imath} - \operatorname{sen}\theta\,\hat{\jmath})}{r^2}$$

$$\vec{E} = \int \frac{K(\lambda dy)(\cos\theta\hat{\imath} - \operatorname{sen}\theta\,\hat{\jmath})}{(a^2+y^2)} = K\int \frac{2y\cdot dy\,(\cos\theta\hat{\imath} - \operatorname{sen}\theta\,\hat{\jmath})}{\underbrace{(a^2+y^2)}_{r^2}}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}} \\ \operatorname{sen}\theta &= \frac{y}{r} = \frac{y}{\sqrt{a^2+y^2}} \end{aligned}\right\} \quad \vec{E} = 2K\int \frac{y\,dy\,(a\hat{\imath}-y\hat{\jmath})}{\left(\sqrt{a^2+y^2}\right)^3} = 2K\int \frac{y\,dy\,(a\hat{\imath}-y\hat{\jmath})}{(a^2+y^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = 2K\int_0^L \frac{y\,dy\,(a\hat{\imath}-y\hat{\jmath})}{(a^2+y^2)^{3/2}} = 2K\left[\frac{-a+(a^2+L^2)^{1/2}}{(a^2+L^2)^{1/2}}\,\hat{\imath} - \left(\frac{L}{a} - \arctan\left(\frac{L}{a}\right)\right)\hat{\jmath}\right]$$