# Introducción a la teoría de reacciones nucleares

Ejercicios de clase - Prof. Edna Carolina Pinilla.

**A. F. Vargas-Londoño**[1]

[1]*Departamento de Física, Universidad Nacional, Bogotá, Colombia*
Email: [1]anvargasl@unal.edu.co

4 de abril de 2024

## Ejercicio 2

Use la forma integral del corrimiento de fase para potenciales débiles y onda $l = 0$, con un potencial de Yukawa dado por:

$$V(r) = -V_0 \frac{e^{-\alpha r}}{r} \tag{1}$$

Grafíque el corrimiento de fase $\delta_0$ como función de la energía $E$. Escoja un proyectil y blanco sin interacción Coulombiana (ligeros). Ejemplo $^{12}$C-n, n-n, etc. Analice el comportamiento de $\delta_0$ para diferentes valores de $V_0$ y $\alpha$.

### Solución

La forma integral del corrimiento de fase está dada por (2)

$$\sin \delta_l \approx -\frac{1}{k}\left(\frac{2\mu}{\hbar^2}\right)\int_0^\infty dr \hat{\jmath}_l^2(kr)V(r) \tag{2}$$

de modo que es necesario conocer $\hat{\jmath}$, el cual está definido a partir de las funciones esféricas de Bessel $j_l(\rho)$ según la ecuación (3)

$$\hat{\jmath}_l(\rho) = \rho \cdot j_l(\rho) = \rho \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} J_{l+1/2}(\rho) \tag{3}$$

Es posible a partir de la definición en series de $J_l(\rho)$ ver que la función esférica de Bessel de orden $l = 0$ está dada por:

$$j_0(\rho) = \frac{\sin(\rho)}{\rho} \tag{4}$$

de modo que al reemplazar $j_0(\rho)$ en (3) y luego en (2) junto con el potencial $V(r)$ se tiene la siguiente aproximación:

$$\sin \delta_l \approx V_0\left(\frac{2\mu}{\hbar^2}\right)\int_0^\infty dr \frac{\sin^2(kr)}{kr} e^{-\alpha r} = V_0\left(\frac{2\mu}{\hbar^2}\right)\frac{\ln\left(\frac{4k^2}{\alpha^2}+1\right)}{4k}$$

Basta entonces con tomar el arcseno de esta aproximación para encontrar el corrimiento de fase como función de $E$, $V_0$ y $\alpha$. Para dar valores numéricos de $\delta_0$ es entonces necesario recordar las definiciones de $\mu$ y $k$, ilustradas en (5).

$$k = \frac{\sqrt{2\mu E}}{\hbar} \qquad\qquad \mu = \frac{m_P \cdot m_T}{m_P + m_T} \tag{5}$$

Donde $E$ y $m_P$ son la energía y masa del proyectil respectivamente, y $m_T$ la masa masa del blanco. Tomando entonces un neutrón como proyectil (1.00866 u) y $^9$Be como blanco (9.01218 u) se tiene entonces $\mu = 0.90714$ u $= 844.99192$ MeV.

En este caso, dado que se está tomando la aproximación de potencial débil, es importante además tomar energías de colisión mayores a la energía de la barrera de Coulomb $E_C$, la cual puede calcularse según la ecuación (6).

$$E_C = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_P \cdot Z_T}{R_P + R_T} \tag{6}$$

Donde $R_P = R_n = 0.8$ fm y $R_T$ son los radios del proyectil y blanco respectivamente, este último puede calcularse al tomar $R_T = 1.2 \cdot A_T^{1/3}$ fm, con $A_T$ el número de nucleones del blanco (considerando también $Z_P = 1$). Dado que se esta usando $^9$Be, la barrera de Coulomb en este caso tiene una energía de 1.75 MeV, de modo que la mínima energía considerada en la Figura 1(a) es 2 MeV.

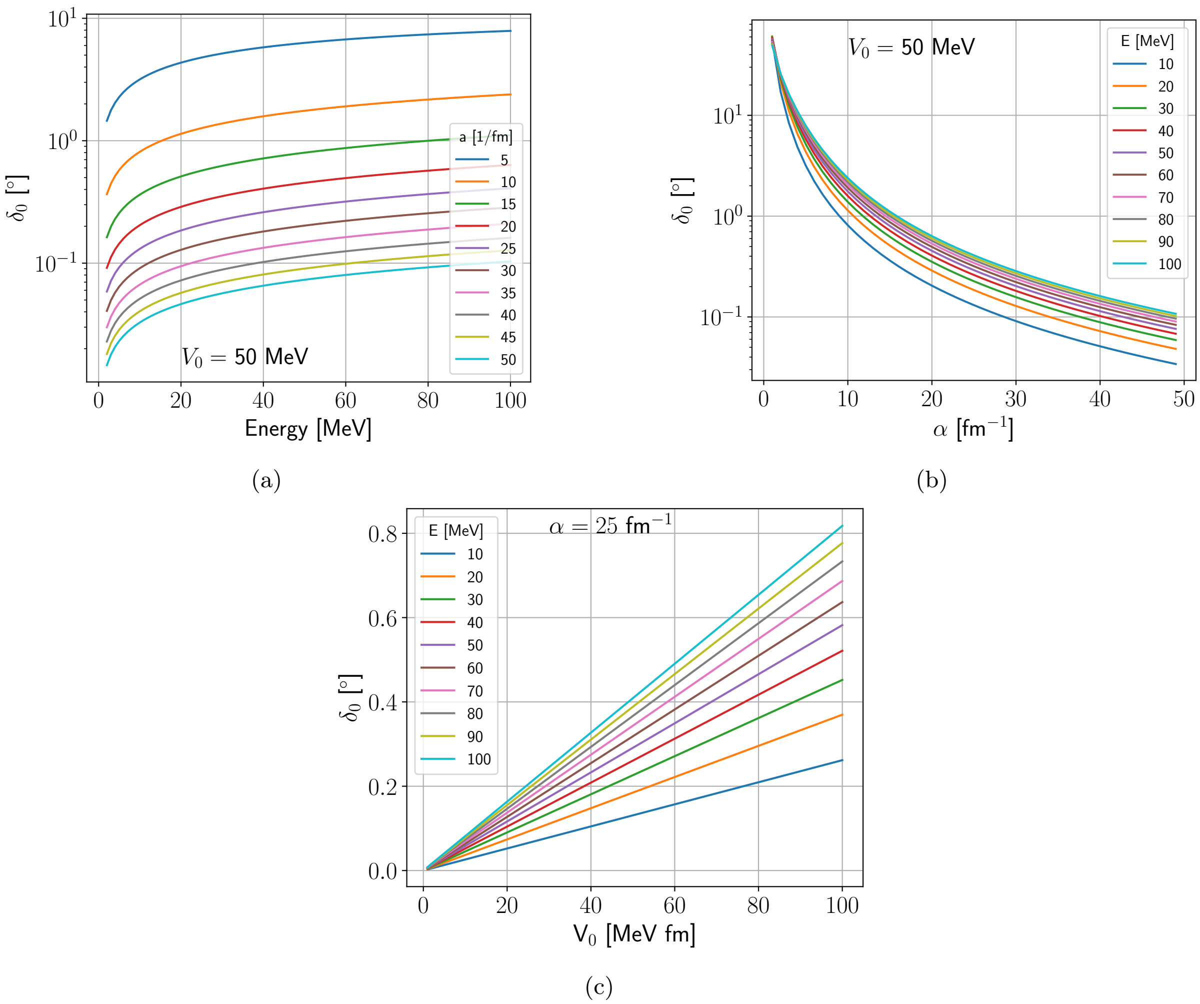


Figura 1: Dependencia del corrimiento de fase con la energía (a), $\alpha$ (b) y $V_0$ (c).