UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTA MARÍA

Guía de Prácticas de Ingeniería Económica

PRÁCTICA

Análisis de la Tasa Interna de Retorno



- Establecer el significado de la tasa de rendimiento.
- Calcular la tasa de retorno mediante una ecuación de valor presente o valor anual.
- Establecer por qué es necesario un análisis incremental para comparar alternativas con el método TR.
- Preparar la tabulación del flujo de efectivo incremental para dos alternativas.
- Interpretar el significado de la TR sobre la inversión inicial incremental.
- Seleccionar la mejor entre dos alternativas utilizando un análisis de la TR con base en el valor presente.



RECURSOS

- Papel
- Calculadora
- Pizarra
- Computador.
- Guía de Prácticas.

DURACIÓN DE LA PRÁCTICA

• Dos sesiones (2 horas).

MARCO TEÓRICO

1. TASA INTERNA DE RETORNO

La tasa Interna Retorno, TIR, es uno de los índices que más aceptación tiene dentro del público porque está midiendo la rentabilidad de una inversión, que es una característica propia del proyecto. Matemáticamente viene a ser la tasa a la cual el VPN se hace igual a cero.

Este índice exige el máximo de cuidado en su aplicación pues en ocasiones puede dar un resultado distinto al obtenido con el VPN, cuando esto ocurre es porque el índice TIR no se ha aplicado correctamente y en tales circunstancias será necesario utilizar otra técnica para calcular la TIR puesto que los resultados obtenidos con éste último índice deben ser consecuencias con el VPN.

1.1 Características de la TIR

- a. Es una característica propia del proyecto por tanto no varía aunque cambien los dueños del proyecto.
- b. Mide la rentabilidad de los dineros que permanecen invertidos en el proyecto
- c. No toma en cuenta lo que pueda ocurrir con los dineros que va devolviendo el proyecto.

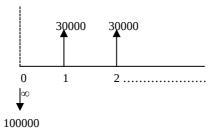
El procedimiento que se use para calcular la TIR varía dependiendo del número de alternativas a analizar y de la forma como se encuentren distribuidos los ingresos y los egresos a lo largo del horizonte de planeación; veamos algunos casos:

a. Cuando ingresos y egresos tienen una duración indefinida

Ejemplo

Una persona desea construir un puente sobre un río que atraviesa la finca de su propiedad, él calcula que su costo puede ser de \$1 millón y los ingresos mensuales que obtendría por concepto de peajes son del orden de \$30.000. Suponiendo que la duración del puente viene a ser indefinida. Cuál sería la rentabilidad que le generaría tal inversión?

Solución:



Como se trata de hallar la tasa i a la cual el VPN = 0 se tendrá:

$$VPN = -1000000 + \frac{30000}{i} = 0$$

De donde se obtiene que i es el 3% efectiva mensual.

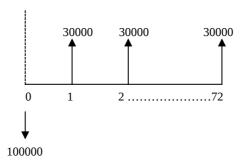
Aclaramos que i debe ser efectivo mensual desde que los ingresos de \$30.000 son mensuales.

Ejemplo

Si en el ejemplo anterior se sabe que el gobierno tiene proyectado construir una nueva carretera con su respectivo puente a lo sumo en un plazo máximo de 6 años, lo cual haría obsoleto el puente objeto de éste proyecto. Cuál sería la rentabilidad de la inversión bajo estas nuevas circunstancias?

Solución:

En estas condiciones, el número máximo de ingresos es de \$30.000 y en los 6 años habrá 72 ingresos, por tanto:



$$VPN = -1000000 + 30000 (P/A, i, 72)$$

Reemplazando dividiendo por 30.000 se tiene:

$$VPN = -33.333 + \frac{1 - (1 + i)^{-72}}{i} = 0$$

Como puede apreciarse, el tratar de despejar i de esta ecuación es bastante complicado por lo que se aconseja usar una computadora o utilizar el método manual de ensayo y error hasta encontrar dos valores de i, no muy alejados, que hagan que la función sea una vez positiva y otra negativa para efectuar una interpolación así:

Si escogemos para i = 3% y hacemos el cálculo correspondiente se tendrá:

$$-33.333 + \frac{1 - (1 + 0.03)^{-72}}{0.03} = -3.96824$$

Si escogemos para i = 2% y volvemos ha hacer los cálculos hallaremos que la función toma el valor de 4.6573.

Ahora tenemos los dos valores que nos proponíamos buscar procederemos a interpolar; para ello, disponemos el trabajo, haciendo el siguiente raciocinio (que posteriormente lo justificaremos). Con el 3% tenemos un valor negativo de -3.964824 y con el 2% tenemos un valor positivo de 4.65073. A qué tasa la función tomará el valor de cero?

Tomando tres decimales

La relación que señala con corchetes entre los números de la izquierda debe ser la misma que se señala con los corchetes del lado de la derecha; por lo tanto podemos establecer las

$$\frac{3-2}{3-x} = \frac{-3.968-4.651}{-3.968-0}$$

siguientes relaciones con las diferencias:

Al despejar X de ésta ecuación se tiene: X = 2.54% efectiva mensual. El resultado exacto usando una computadora es i = 2.489113888% efectiva mensual.

Observación: el resultado obtenido mediante la interpolación no es exacto, pero si se quiere una mayor aproximación se puede hacer interpolación con un intervalo más pequeño (entre más pequeño sea el intervalo la aproximación es mayor, pero para fines prácticos un intervalo de un punto porcentual es suficiente).

b. Cuando ocurre varios ingresos y varios egresos pero en forma entreverada entonces puede ocurrir que existan varias tasas.

En este caso se vuelve un problema puramente matemático y la regla de los signos de Descartes (más adelante enunciaremos) nos permite determinar el número máximo de raíces que tiene un polinomio de la forma:

$$A_0X^n + A_1X^{n-1} + A_2X^{n-2} + \dots A_n = 0$$

Si los términos de un polinomio están ordenados de acuerdo con valores creciente o decreciente de la potencia de una variable, se dice que ocurre una variación de signos, cuando difieren los signos de dos términos consecutivos, por ejemplo:

$$3X^{5}-2X^{4}-6X^{3}+12X^{2}+8X-6=0$$

Esto implica que hay tres cambios de signo y la ecuación tendrá un máximo de 3 raíces positivas pero podrían ser menos de 3 y si tenemos:

$$7(1+i)^4 + 3(1+i)^3 - 6(1+i)^2 + 2(1+i) - 7 = 0$$

Entonces habrá como máximo 2 raíces positivas.

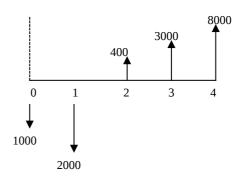
2. REGLA DE LOS SIGNOS DE DESCARTES

El número de raíces positivas de una ecuación en forma de polinomio con exponentes enteros, es igual o menor al número de variaciones de los signos en el polinomio.

De acuerdo a lo anterior, si todos los ingresos figuran de primero y luego aparecen todos los egresos (que es bastante usual en un proyecto) solo habrá una sola raíz positiva puesto que solo hay un cambio de signo.

Ejemplo

Calcular la VPN del siguiente flujo de caja:



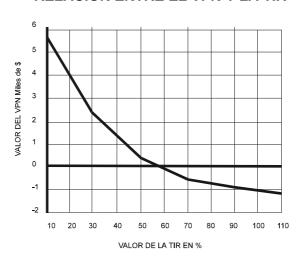
La ecuación de valor del VPN será:

VPN=
$$-1000-2000(1+i)^{-1}+400(1+i)^{-2}-3000(1+i)^{-3}+8000(1+i)^{-4}=0$$

Cuando se trabaja sin computador, se facilita mucho la localización de la raíz si elaboramos una tabla que relacione el VPN con la tasa i y luego se construye la gráfica.

VPN	5.230	1.864	314	-470	-891	-1126
I	10%	30%	50%	70%	90%	110%

RELACION ENTRE EL VPN Y LA TIR

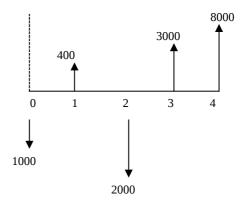


Esto nos indica que la raíz está entre el 50% y el 60% cuyo valor más exacto se puede hallar por interpolación entre estos dos valores y al hacer los cálculos se obtiene una tasa del 56.9%, pero una interpolación en un intervalo tan grande no garantiza una respuesta confiable, por tal motivo debe hacerse una segunda interpolación escogiendo un intervalo más pequeño, por ejemplo, si interpolamos entre 56.5% y el 57% se obtiene una respuesta del 56.54%.

Si los ingresos y los egresos figuran entreverados pueden ser exista una TIR múltiple puesto que habría varios cambios de signos en los coeficientes de la ecuación, sin embargo, hacemos énfasis en que no es obligatorio que existan varias tasas, tal como ocurre en el siguiente ejemplo.

Ejemplo

Calcular la TIR del siguiente flujo de caja

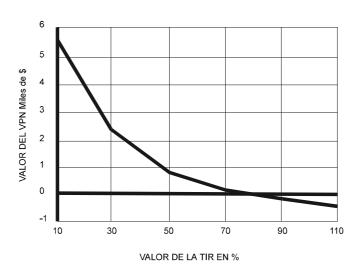


VPN=
$$-1000+400(1+i)^{-1}-2000(1+i)^{-2}+3000(1+i)^{-3}+8000(1+i)^{-4}=0$$

El polinomio anterior tiene 3 cambios de signo y por tanto podría tener como máximo 3 raíces positivas, sin embargo solo tiene una raíz tal como se puede apreciar de la tabla.

VPN	5429	2291	847	112	-292	-528
I	10%	30%	50%	70%	90%	110%

RELACION ENTRE EL VPN Y LA TIR



De la gráfica se observa que la tasa debe estar entre el 70% y el 80% y por interpolación entre estas dos tasas que i= 74.85%, para mayor aproximación se puede hacer una segunda interpolación tal como se hizo en el ejemplo anterior y obtendríamos una tasa del 74.49%.

3. TASA INTERNA DE RETORNO INCREMENTAL (TIRI)

Para calcular una TIR es necesario que existan ingresos y egresos. Hay ocasiones en que debe tomarse una decisión entre proyectos mutuamente excluyentes, en los cuales no se conocen ingresos o si se llegan a conocer son mínimos, entonces se justifica decidir por una alternativa con una inversión mayor si el exceso de inversión comparado con la disminución de gastos produce una rentabilidad superior a la tasa del inversionista.

El cálculo debe hacerse siguiendo en orden los pasos que a continuación se indican:

- 1. Coloque las alternativas en orden ascendente de inversión
- 2. Saque las diferencias de flujo de caja entre la alternativa menor y la siguiente
- 3. Calcule la TIR de las diferencias
- 4. Compare esta TIR con otra tasa de referencia por ejemplo con la TMAR, la TIO o cualquier otra, si la TIR es mayor se escoge la alternativa más costosa, si es menor, se escoge la alternativa más barata.
- 5. La mejor de ésta alternativa se compara con la siguiente alternativa
- 6. Repita los pasos 2-3-4-5 hasta que todas las alternativas hayan sido tomados en cuenta.

Observación: Puesto que éste proceso implica sacar diferencias de egresos entre alternativas, éstas deben tener la misma duración o al menos se debe usar un horizonte de planeación igual al mínimo común múltiplo de la duración de la alternativas que se van a comparar.

Ejemplo

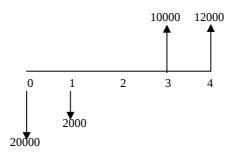
Dadas las alternativas A, B y C, seleccionar la mejor suponiendo que la TMAR = 20%.

	Α	В	С
Costo	- 100.000	- 120.000	- 125.000
CAO año 1	- 10.000	- 12.000	- 2.000
CAO año 2	- 12.000	- 2.000	- 1.000
CAO año 3	- 14.000	- 2.000	0

Aquí debemos aplicar rigurosamente la convención de dejar los ingresos como positivos y los egresos como negativos.

Primero comparamos A con B y sacamos las diferencias.

	А	В	С
Costo	- 100.000	- 120.000	- 20.000
CAO año 1	- 10.000	- 12.000	- 2.000
CAO año 2	- 12.000	- 2.000	+ 10.000
CAO año 3	- 14.000	- 2.000	+ 12.000



Ahora planteamos la ecuación del VPN pero por tratarse de la parte del incremento de la inversión recibe el nombre de valor presente neto incremental que representaremos por VPNI.

VPNI =
$$-20.000 - 2.000 (1+i)^{-1} + 10.000(1+i)^{-2} + 12.000(1+i)^{-3} = 0$$

Y si se calcula la TIR de ésta ecuación se encuentra que i = 0% lo cual implica que el exceso de inversión, en este caso \$20.000, está ganando una tasa del 0% que no es atractiva, en consecuencia, es mejor la alternativa A.

Si ahora comparamos a A con C, tenemos:

	Α	В	С
Costo	- 100.000	- 125.000	- 25.000
CAO año 1	- 10.000	- 2.000	+ 8.000
CAO año 2	- 12.000	- 1.000	+11.000
CAO año 3	- 14.000	0	+14.000

VPNI =
$$-25.000 + 8.000 (1+i)^{-1} + 11.000(1+i)^{-2} + 14.000(1+i)^{-3} = 0$$

Para hallar la TIRI interpolamos

$$\begin{array}{cccc}
0 & -68.71 \\
0 & X & 0 \\
0 & +876.91
\end{array}$$

De donde se obtiene que X = 13.855%, lo cual significa que el exceso de inversión queda colocado al 13.855% que es inferior a la TMAR establecida en el 20%, por lo tanto se concluye que la Alternativa C no es aconsejable y debemos dejar como definitiva la Alternativa A.

Ejemplo

Una industria puede adquirir una máquina a un costo de \$6 millones, tendrá una vida útil de 5 años y prácticamente no tendrá valor de salvamento, la máquina será depreciada totalmente en 3 años por partes iguales, el estudio de mercados indica que los ingresos del primer año serán aproximadamente de \$3 millones y aumentarán todos los años un 30%, por otra parte se estima que el costo de producción del primer año será de \$800.000 y cada año aumentará en \$200.000. Suponiendo una tasa impositiva del 38% determinar la rentabilidad del proyecto con un horizonte de planeación de 5 años.

Solución:

Primero buscamos la base para el cálculo de los impuestos así:

Después calculamos el impuesto y el flujo de caja:

Impuesto = 0.38 x Base Flujo Neto de Caja = Ingreso - Costos - Impuesto

Per.	Ingreso	Costos	Depreciación	Base	Impuesto	FNC
0	-6000000	0	0	0	0	-6000000
1	3000000	800000	2000000	200000	76000	2124000
2	3900000	1000000	2000000	900000	342000	2558000
3	5070000	1200000	2000000	1870000	710600	3159400
4	6591000	1400000	-	5191000	1972580	3218420
5	8568300	1600000	-	6968300	2647954	4320346

Si hacemos el VPN = 0 entonces podemos hallar la TIR

```
VPN = 6.000.000 + 2.124.000(1+i)^{-1} + 2.558.000(1+i)^{-2} + 3.159.400(1+i)^{-3} + 3.218.420(1+i)^{-4} + 4.320.346(1+i)^{-5} = 0
```

al resolver esta ecuación por interpolación se obtiene: i = 36.58% que viene a ser la rentabilidad del proyecto.

ACTIVIDADES DE LA PRÁCTICA

- .1 Un documento cuesta \$600 000y produce un interés trimestral de \$12 000 durante 2 años, al final de éste tiempo el documento puede ser vendido en \$700000. Hallar la rentabilidad efectiva trimestral que generará éste proyecto de inversión.
- .2 Un proyecto necesita una inversión inicial de \$3 millones y generará ingresos mensuales de \$300 000 durante 2 años, al final de éste tiempo habrá que pagar a los empleados por concepto de prestaciones sociales la suma de \$2 millones. ¿Cuál es la TIR que genera éste proyecto?
- .3 BC utiliza un polímero termoplástico para mejorar la apariencia de ciertos paneles RV. El costo inicial de un proceso fue de \$126 000, con costos anuales de \$49 000 e ingresos por \$88 000. Se logró un valor de salvamento de \$33 000 cuando el proceso fue descontinuado después de 8 años. ¿Qué tasa de rendimiento obtuvo la compañía sobre el proceso?
- .4 Una ingeniera mecánica con espíritu empresarial inició un negocio de trituración de llantas para tomar ventaja de una ley estatal que castiga el desecho de todas las llantas en los rellenos sanitarios. El costo del triturador fue de \$220 000. Ella gastó \$15 000 para obtener una planta de 460 volts para el sitio y otros \$76 000 en la preparación del lugar. Mediante contratos con los vendedores de llantas, ella pagó \$0.2 por llanta y manejó un promedio de 120 000 llantas por año durante 5 años. Los costos de operación anuales por mano de obra, energía, reparaciones, etcétera, ascendieron a \$1.05 por llanta. Ella también vendió parte de los desechos de llantas a los instaladores de fosas sépticas para usarlas en los campos de drenado. Esta empresa ganó \$175000 netos anuales. Luego de 5 años, ella vendió el equipo en \$92 000. ¿Qué tasa de rendimiento anual obtuvo ella en su negocio?
- .5 Techstreet.com es un pequeño negocio dedicado al diseño de páginas de Internet que ofrece servicios para dos tipos principales de páginas web: sitios informativos y sitios de comercio electrónico. Un paquete requiere un pago anticipado de \$45 000 y pagos mensuales de 1.2 centavos por cada "acceso". Una nueva compañía de programas de diseño asistido por computadora (CAD) está considerando el paquete. La compañía espera tener al menos 5 000 accesos por mes, y espera que el 1% de los accesos resultará en una venta. Si el ingreso promedio de las ventas (después de pago de derechos y gastos) es de \$150, ¿qué tasa de rendimiento obtendrá la compañía de programas CAD si cancela el sitio de Internet después de 2 años?
- .6 Una compañía de cromado de metales está considerando cuatro diferentes métodos para la recuperación de metales pesados que se generan como subproductos que se encuentran en un área de desperdicio líquido. se han estimado los costos de inversión e ingresos asociados con cada método. Todos los métodos tienen una vida de 10 años. La TMAR es de 12% anual. a) Si los métodos son independientes, ya que pueden implementarse en diferentes plantas, ¿cuáles son aceptables? b) Si los métodos son mutuamente excluyentes, determine cuál método deberá seleccionarse, utilizando una evaluación de TIR.

Método	Costo inicial, \$	Valor de salvamento, \$	Ingreso anual, \$
А	- 15 000	+ 1 000	+ 4 000
В	- 18 000	+ 2 000	+ 5 000
С	- 25 000	- 500	+ 6 000
D	- 35 000	- 700	+ 8 000

EJERCICIOS PROPUESTOS

- .1 Para llevar a cabo un proyecto, es necesario invertir hoy \$400 000 y \$600 000 al final de 2 años. Si al final de 5 años el proyecto devuelve \$4 millones, ¿Cuál es la tasa que gana la inversión?
- .2 Una máquina puede ser adquirida en \$1 millón, se estima que producirá ahorros en los costos de producción de \$200 000 anuales. Si su vida útil es de 10 años y su salvamento se considera despreciable, ¿Cuál es la *TIR* que resulta de ésta adquisición?
- .3 Un empleado recibe un ingreso extra de \$2000. Con éste dinero puede comprar un taxi que tiene las siguientes características desde el punto de vista económico: precio \$3000; cuota inicial \$2000; financiación cuotas anuales fijas de \$600 durante 3 meses; ingresos anuales de \$2 200 para el primer mes que se van incrementando todos los meses en un 20%, el valor de los costos anuales para el primer mes son de \$1 500 y se van incrementando todos los años en un 20%; vida útil 3; valor de salvamento \$750. ¿Cuál es la *TIR*?
- .4 Una persona planea radicarse en el exterior dentro de 3 años. Actualmente tiene ahorrados \$2000 los cuales puede invertir en una entidad financiera que como mínimo recibe \$2000 y paga el 35% anual en depósitos a término fijo a un año, también podrá adquirir un local con una cuota inicial de \$1000, \$500 a 3 meses y \$500 a 6 meses, él podría arrendar el local inmediatamente en la suma de \$300 pagaderos por mes anticipado por los próximo 2 años y en \$400 durante el tercer año. Al final de los 3 años estima que podrá vender el local en \$3000, ¿Qué alternativa debe decidir suponiendo que todo excedente de dinero será reinvertido inmediatamente al 1 .5% efectiva mensual?
- .5 En el diseño de una instalación nueva consideran las alternativas mutuamente excluyentes que se muestran en la tabla, suponga que su TMAR es de 15% use la TIRIA para escoger que alternativa es la mejor:

	Diseño 1	Diseño 2	Diseño 3
Inversión	28000	16000	23500
Ingresos anuales	5500	3300	4800
Valor de mercado	1500	0	500

Vida útil	10	5	10
l l			

.6 La OIL COMPANY desea instalar un equipo de anticontaminación en una refinería nueva para cumplir con las normas gubernamentales sobre el aire limpio. Se están considerando cuatro alternativas de diseño, las cuales tendrán inversiones de capital y gastos anuales de operación que se ven en la siguiente tabla, si se supone una vida útil de 10 años para cada diseño, ningún valor residual y una TMRA de 10% anual, determine que diseño se deberá seleccionar con base al método TIRIA.

	Diseño 1	Diseño 2	Diseño 3	Diseño 4
Inversión	600000	760000	1240000	1600000
Gastos Anuales				
Energía	68000	68000	120000	126000
Mano de obra	40000	45000	65000	50000
Mantenimiento	660000	600000	420000	370000
Impuestos	12000	15000	25000	28000

CUESTIONARIO

- .1 ¿Qué diferencia hay entre la tasa de descuento de un proyecto y la TIR de un proyecto?
- .2 ¿Por qué los ordenamientos de mejor a peor alternativas que se hacen con la TIR (de mayor a menor TIR) a veces no coinciden con el ordenamiento de las mismas alternativas con el VPN (de mayor a menor VPN)?
- .3 ¿Por qué se prefiere utilizar el VPN y no la TIR o B/C para escoger ordenar proyectos?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- []1 Chan S. Park, "Ingeniería Económica Contemporánea", Ed. Addison Wesley, 1997.
- []2 Blank Tarkin "Ingeniería Económica", Ed. Mc Graw Hill, 2003.

DOCUMENTOS ADJUNTOS

Ninguno