

---

**UTN: FACULTAD REGIONAL ROSARIO**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA EN SISTEMAS DE INFORMACIÓN**

**Cátedra: Simulación**

## **Trabajo Práctico Teoría de Colas**

*Autores:*

Andrés J. Botello      Legajo: 43697

Santiago Ciriaci      Legajo: 43828

Joaquín Romero      Legajo: 43740

---

Supervisado por:  
Ing. Torres, Juan Ignacio

# Trabajo Práctico de Simulación

Andrés Julián Botello, Joaquín Romero, Santiago Ciriaci

*Andrés Botello: 43697, Joaquín Romero: 43740, Santiago Ciriaci: 43828*

---

## Abstracto

Las líneas de espera generan malestar, ineficiencia, retraso y otros problemas, lo que origina un coste de tiempo y un coste económico. Es muy importante evaluar el balance entre el aumento del nivel de servicio y el tamaño de las colas de espera. Por tanto, es necesario entender la relación entre el número de servidores en un sistema (o eficacia de los mismos) y la cantidad de tiempo gastado en la cola (o cantidad de clientes en la misma).

En sistemas de colas sencillos dichas relaciones se pueden encontrar analíticamente. En sistemas más complejos se pueden analizar mediante simulación.

*Palabras Clave:*

Simulación, Colas.

---

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Desarrollo</b>	<b>4</b>
2.1. FIFO . . . . .	4
2.1.1. Conclusión de Cola FIFO . . . . .	5
2.2. LIFO . . . . .	5
2.2.1. Conclusión de cola LIFO . . . . .	5
2.3. PRIORIDADES . . . . .	6
2.3.1. Conclusión de Cola PRIORIDADES . . . . .	6
2.4. Mejora en Cola Única . . . . .	7
2.4.1. Conclusión del sistema de espera con la mejora aplicada . . . . .	7
<b>3. Evolución de medidas de desempeño</b>	<b>8</b>
<b>4. Conclusión Final</b>	<b>9</b>
<b>5. ANEXO</b>	<b>10</b>

## 1. Introducción

Antes de empezar con la explicación de la simulación, hablaremos de una notación clave dentro de la Teoría de Colas: M/M/1. El MM1, es una notación que fue sugerida por Kendall Lee para clasificar la amplia diversidad de los diferentes modelos de línea de espera que se han desarrollado. La notación de Kendall de tres símbolos, es como sigue: A/B/K

Donde:

- A: indica la distribución de probabilidades de las llegadas.
- B: Indica la distribución de probabilidades de tiempos de servicio.
- K: Indica el número de servidores.

En este caso, la primera M designa una distribución de probabilidad de Poisson para las llegadas (significando una distribución exponencial para los tiempos entre llegadas), la segunda M designa un tiempo de servicio exponencial y el 1 implica que estaremos usando un solo servidor. En el desarrollo de este trabajo, se contará con 2 servidores cada uno con su respectiva cola y una tercera cola, que será única para los 3 servidores restantes. Más adelante se podrá observar una figura más explicativa. Serán calculados los estadísticos correspondientes para cada una de las simulaciones realizadas, acompañadas de sus respectivas gráficas. El lenguaje de programación utilizado para el desarrollo de este trabajo es Python. Este lenguaje ofrece todas las herramientas necesarias para llevar a cabo cualquier tipo de simulación de una forma eficiente y sencilla de entender.

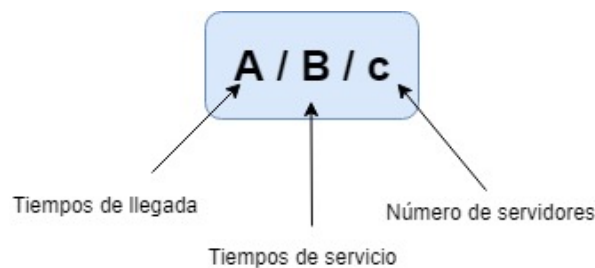
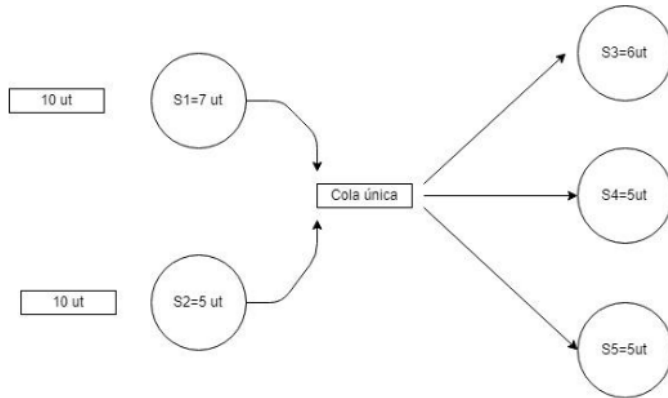


Figura 1: Notación de Kendall

## 2. Desarrollo

Para entender de manera más clara cómo es el sistema de colas que se desarrollará en este trabajo, se presenta una ilustración del mismo:



Como se puede observar, tenemos las dos primeras colas, una para el servidor 1(S1) y otra para el servidor 2 (S2), donde el tiempo entre arribos de ambas es de 10ut y el tiempo de servicio de 7ut y 5ut respectivamente. Una vez que las personas completan su “trámite.” en cualquiera de los dos primeros servidores, ingresarán a la tercera cola, la cual es única para los tres servidores restantes, cuyos tiempos de servicio son de 6ut, 5ut y 5ut respectivamente. Se implementarán diferentes comportamientos que determinarán cómo se atenderán a los clientes en las colas, siendo estos:

- **FIFO** (primero en llegar, primero en salir): siendo esta la cola utilizada en la mayoría de los lugares con servidores.
- **LIFO** (ultimo en entrar, primero en salir): siendo este tipo utilizado para calcular y comparar estadísticos.
- **PRIORIDADES**: esta forma se implementa dentro de una cola FIFO, pero cuando una persona tiene prioridad para ser atendida (gente mayor de edad o con dificultades físicas, embarazadas, etc.) pasará directamente al principio de la cola.

Estas formas que determinan cómo se atenderán a las personas, solo se utiliza en la cola única, dejando a las 2 primeras colas con el mismo criterio. Esto servirá para analizar y observar cómo se producen cambios en la cola que más congestión tendría. Además de los diferentes tipos de cola, se implementará una mejora en la segunda línea de servidores para poder agilizar tiempos. Los estadísticos calculados para toda la simulación son:

- Cantidad promedio de clientes en cola.
- Utilización promedio de los servidores (medido en %).
- Promedio de demora en los servidores.

Cabe aclarar que el tiempo total de simulación, será de 2000 ut.

### 2.1. FIFO

Después de realizar la simulación obtuvimos los siguientes estadísticos:

- **Cantidad promedio de clientes en cola:**

Cola servidor 1: 2,08

Cola servidor 2: 0,75

Cola única: 0,31

- **Utilización promedio de los servidores:**

Servidor 1: 68,62 %

Servidor 2: 49,01 %

Servidor 3: 54,57 %

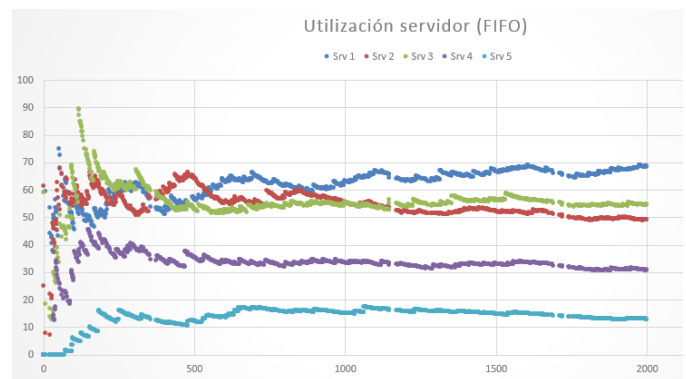
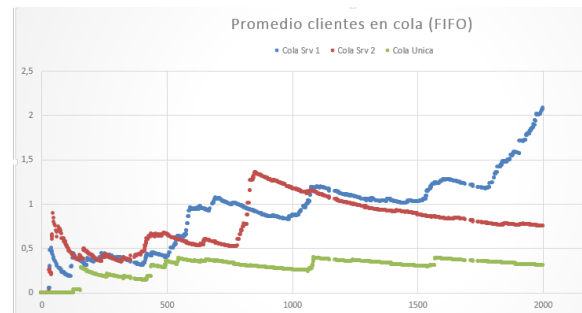
Servidor 4: 31,00 %

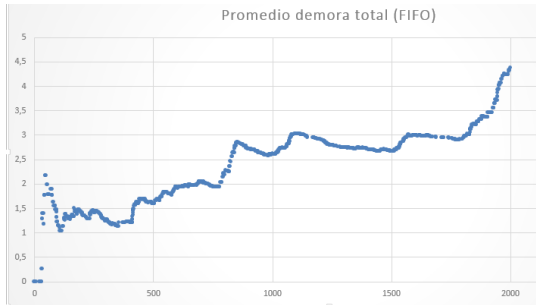
Servidor 5: 12,91 %

- **Promedio del total de demora en los servidores:**

En el sistema: 4,37

Y las siguientes gráficas:





### 2.1.1. Conclusión de Cola FIFO

Como conclusión, podemos observar que la cantidad promedio de clientes en la primera cola, supera ampliamente a las demás, ya que la misma es la que tiene el tiempo de servicio más lento. Las utilizaciones en los servidores 1, 2 y 3 fueron las que superaron el 50 % (el servidor 2 quedó en 49, pero lo tomamos igual) mientras que los servidores 4 y 5 fueron los menos utilizados. En los dos primeros servidores es normal una gran utilización. La gran utilización del tercer servidor, está dada por el hecho de que las personas acceden a este antes que a los otros dos.

Y por último tenemos una demora de 4,37ut en el sistema, siendo un valor normal para un sistema compuesto por 3 colas únicamente.

## 2.2. LIFO

Recordando que LIFO es último en entrar, primero en salir, tendremos cambios variados en el sistema. Cabe destacar que la única cola afectada por esta forma es la cola única.

Después de realizar la simulación obtuvimos los siguientes estadísticos:

#### ■ Cantidad promedio de clientes en cola:

Cola servidor 1: 2,4

Cola servidor 2: 0,72

Cola única: 0,3

#### ■ Utilización promedio de los servidores:

Servidor 1: 69,25 %

Servidor 2: 48,29 %

Servidor 3: 56,85 %

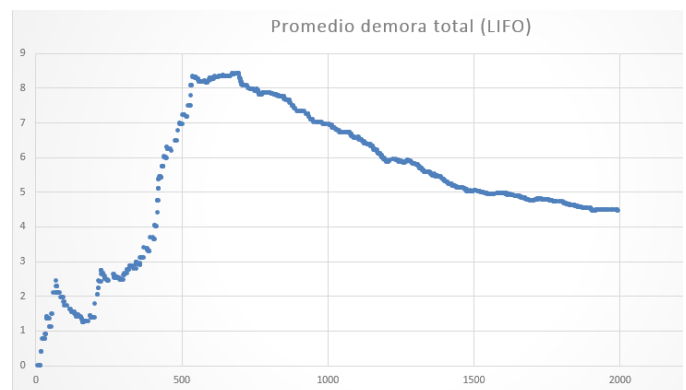
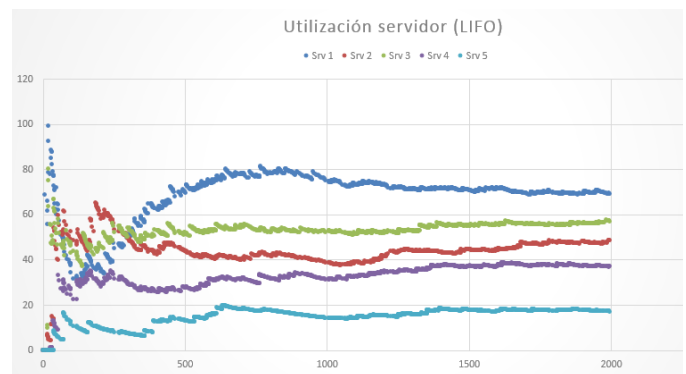
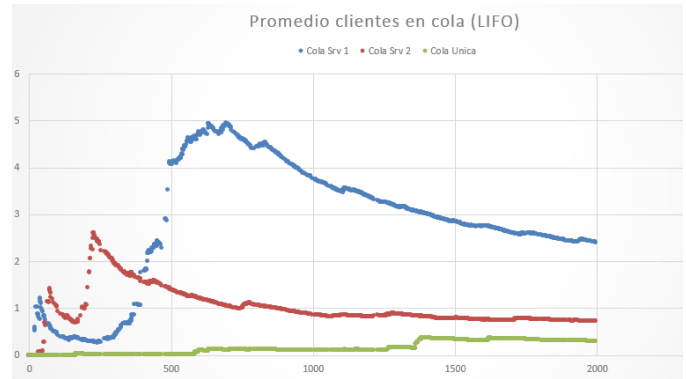
Servidor 4: 36,92 %

Servidor 5: 17,00 %

#### ■ Promedio del total de demora en los servidores:

En el sistema: 4,37

Y las siguientes gráficas:



### 2.2.1. Conclusión de cola LIFO

Como conclusión de la cola LIFO, podemos observar que los valores de las cantidades promedio de clientes en cola y utilización promedio de los servidores no varía en un rango muy amplio con respecto a la cola FIFO, de hecho, son valores muy cercanos.

Que el último en entrar sea el primero en salir, no afecta demasiado ya que sólo se aplica a la cola única, y como tiene que haber una partida de los dos primeros servidores para que recién haya personas en la cola única, sumado que hay 3 servidores que funcionan a la vez, la probabilidad de que la cola única contenga con mucha gente será muy baja, lo que no produce grandes cambios en el sistema.

### 2.3. PRIORIDADES

Recordemos que este tipo de cola, da prioridades a gente que la necesite, permitiéndole adelantarse al primer lugar de la fila.

Decidimos incorporar este método a la cola única, ya que si en ésta hay congestión de personas, será la cola más larga de todas, mientras que en los dos primeros se puede esperar mucho menos y pasar sin necesidad de tener prioridad.

Después de realizar la simulación obtuvimos los siguientes estadísticos:

- **Cantidad promedio de clientes en cola:**

Cola servidor 1: 2,52

Cola servidor 2: 0,55

Cola única: 0,35

- **Utilización promedio de los servidores:**

Servidor 1: 75,65 %

Servidor 2: 48,77 %

Servidor 3: 54,01 %

Servidor 4: 27,45 %

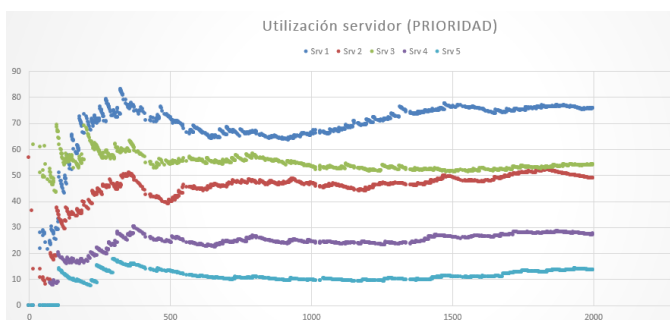
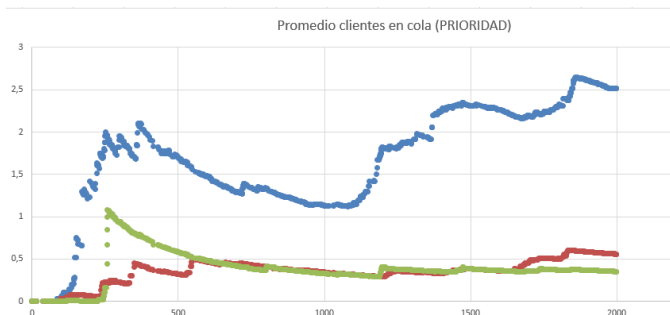
Servidor 5: 13,65 %

- **Promedio del total de demora en los servidores:**

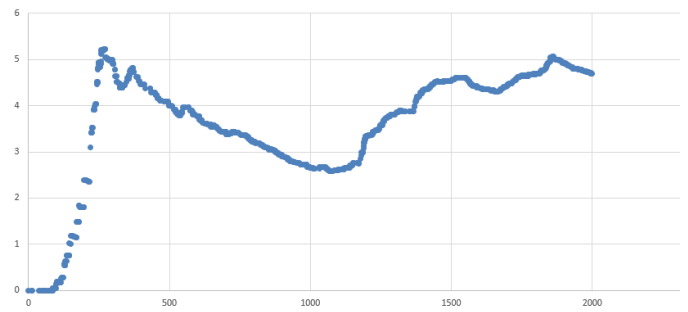
En el sistema: 4,69

- **Cantidad de personas con prioridad: 3**

Y las siguientes gráficas:



Promedio demora total (PRIORIDAD)



#### 2.3.1. Conclusión de Cola PRIORIDADES

La cantidad de personas con prioridades en esta corrida de simulación fue de 3. Esto no afectó demasiado al sistema, pero sí obtuvimos una utilización muy grande en el servidor 1, acompañado de gran cantidad de personas en su cola. Mientras que la cola única, tuvo un promedio que está entre los promedios de las prioridades FIFO y LIFO.

#### 2.4. Mejora en Cola Única

La mejora que nosotros decidimos implementar para nuestro sistema, fue la implementación de tres colas más, reemplazando de esta manera a la cola única.

Nuestro modelo, para las prioridades vistas anteriormente, fue el siguiente:

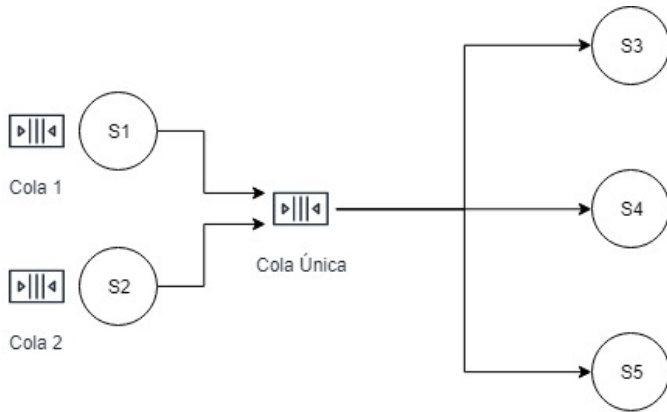


Figura 2: Sistema de espera con cola única

Aplicando la mejora propuesta, se obtiene el siguiente resultado:

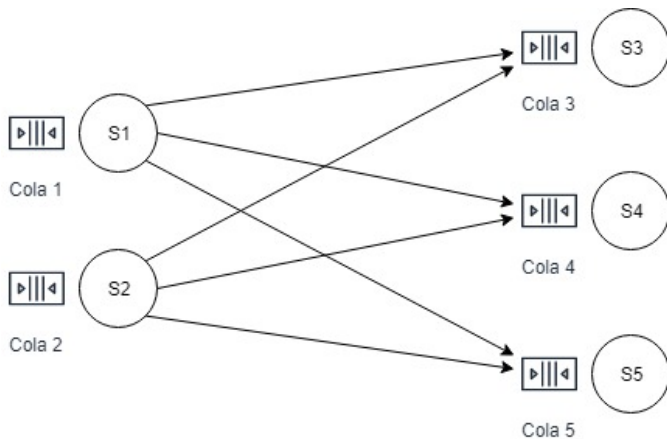


Figura 3: Sistema de espera mejorado, con colas propias en segunda línea

Al tener cada uno su propia cola, se producirían ligeras mejoras, pero, a cantidad abundante de gente, mejoraría el sistema. Además, el hecho de tener tres colas en vez de una, evitaría que se genere una congestión de personas.

Después de realizar la simulación obtuvimos los siguientes estadísticos:

- **Cantidad promedio de clientes en cola:**

- Cola servidor 1: 2,15
- Cola servidor 2: 0,63
- Cola servidor 3: 0,03
- Cola servidor 4: 0,02
- Cola servidor 5: 0,01

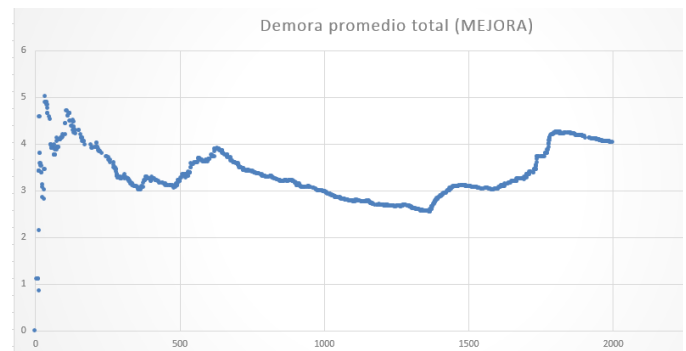
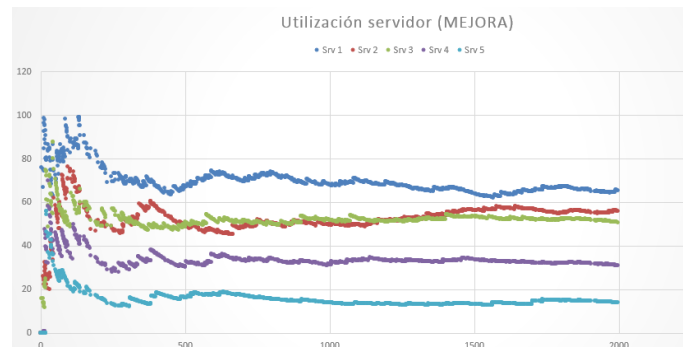
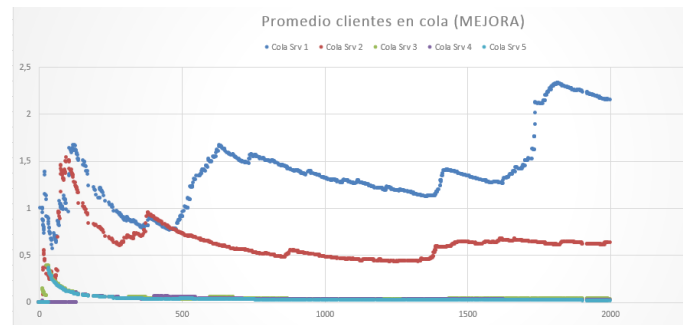
- **Utilización promedio de los servidores:**

- Servidor 1: 65,35 %
- Servidor 2: 55,78 %
- Servidor 3: 50,67 %
- Servidor 4: 30,83 %
- Servidor 5: 13,87 %

- **Promedio del total de demora en los servidores:**

En el sistema: 4,03

Y las siguientes gráficas:



##### 2.4.1. Conclusión del sistema de espera con la mejora aplicada

Como conclusión, podemos observar que el cambio más grande es en la cantidad promedio de clientes en cola, ya que al existir más colas, su promedio es menor que si tuviésemos una cola única. Esto provoca una mejora sustancial en el sistema, ya

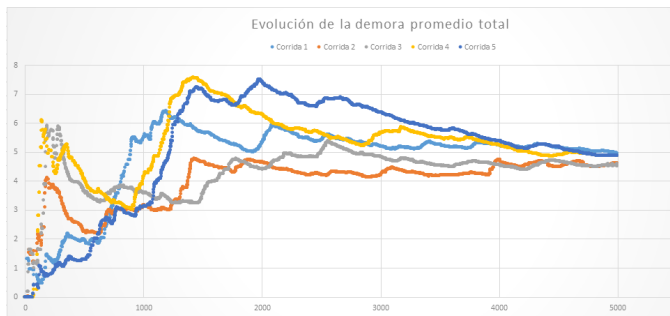


que el hecho de que haya tres colas para utilizar, genera en los clientes una sensación de que no tendrán que esperar demasiado para ser atendidos.

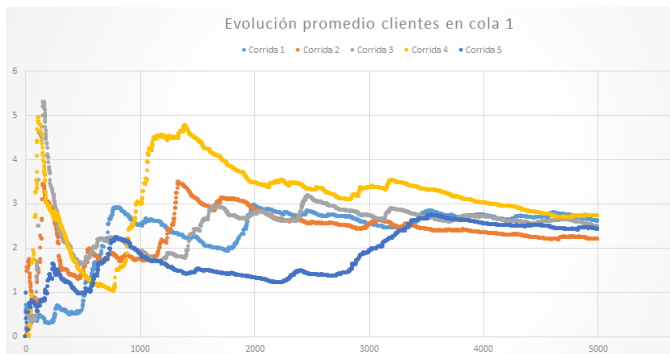
### 3. Evolución de medidas de desempeño

En esta sección mostraremos el comportamiento de las medidas de desempeño en distintas corridas de la simulación (5 corridas) con el objetivo de observar la convergencia de estas.

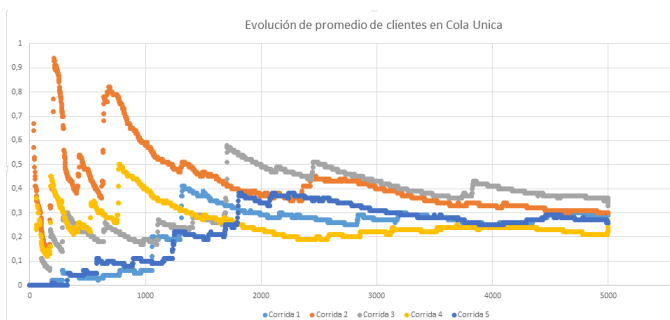
Para ello, hemos aumentado el tiempo de simulación a 5000 ya que, de esta manera, se observa de manera más clara dicha convergencia.



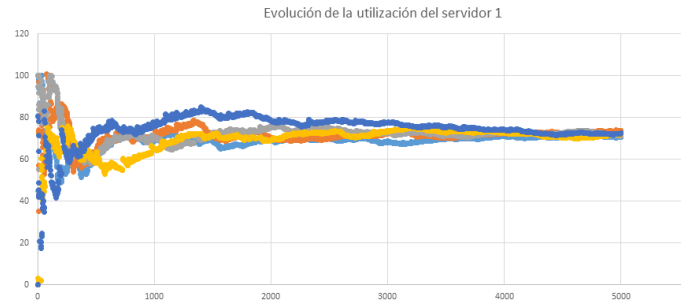
La media de las corridas es de: 4,76



La media de las corridas es de: 2,55



La media de las corridas es de: 0,32



La media de las corridas es de: 71,32

Como se puede observar en las gráficas expuestas anteriormente, concluimos que nuestro algoritmo de simulación funciona correctamente por el hecho de que llega a una convergencia en un tiempo razonable.

#### 4. Conclusión Final

Como conclusión final, podemos decir que todas las corridas de simulación realizadas dieron buenos resultados. Cada una tuvo sus diferencias con respecto a las demás debido a la aleatoriedad que la caracteriza, pero aún así las implementaciones utilizadas lograron ofrecer buenos estadísticos. Con respecto a los tipos de prioridades, podemos decir que la cola FIFO (la más utilizada en la mayoría de organizaciones y/o mercados) dio resultados que fueron comparados con valores reales y las aproximaciones fueron bastante cercanas, mientras que la mejora implementada fue el cambio que necesitaba el sistema para poder alcanzar un nivel de simulación que diese valores que podrían ser utilizados para la vida real, en un sistema que tenga 5 servidores.

## 5. ANEXO

En esta sección se incluye un link que redirecciona al repositorio en GitHub donde se encuentra el código.

[https://github.com/andresjbotello/MisCodigos\\_UTN/tree/master/Simulación/MMC](https://github.com/andresjbotello/MisCodigos_UTN/tree/master/Simulación/MMC)